

Анализ возможности реализации орбитальной тросовой системой функции атмосферного тормозного устройства

© В.А. Иванов¹, С.А. Купреев¹, В.С. Ручинский²

¹Российский университет дружбы народов, Москва, 117198, Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Россия

Проведен анализ возможности реализации тросовой системой функции атмосферного тормозного устройства на околокруговых орбитах. Концевыми элементами тросовой системы являются две части космического аппарата, которые усиливают эффект гравитационной стабилизации тросовой системы, а соединительный трос значительно увеличивает общее аэродинамическое сопротивление и играет роль аэродинамического тормоза. Разработана математическая модель движения связанных объектов в центральном ньютоновском поле силы тяготения Земли с учетом аэродинамической силы сопротивления верхних слоев атмосферы и массы троса. Эта модель представлена в виде автономной динамической системы второго порядка и для ее анализа применяется математический аппарат качественной теории динамических систем и теории бифуркаций. Построены возможные типы качественных структур, что позволило составить полное представление об относительном движении связанных объектов на разных высотах движения. В результате анализа качественных структур фазовых траекторий определена совокупность реализуемых режимов движения тросовой системы, на круговых орбитах это равновесный стационарный режим, режим колебаний тросовой системы относительно вертикального положения равновесия, режим вращения тросовой системы вокруг центра масс. Эти режимы соответствуют устойчивым особым фазовым траекториям системы и совокупности орбитно-устойчивых неособых фазовых траекторий, заполняющих фиксированные области фазовой поверхности с учетом полученных условий нахождения динамической системы на связи (при натянутом тросе). Результаты исследования динамики тросовой системы в верхних слоях атмосферы Земли подтверждают возможность ее применения в качестве атмосферного тормозного устройства.

Ключевые слова: орбитальная тросовая система, свод с орбиты, аэродинамическая сила сопротивления, атмосферное тормозное устройство, равновесный стационарный режим

Введение. Орбитальные тросовые системы (ТС) являются новыми нетрадиционными космическими структурами [1–13], позволяющими выполнять задачи, которые невозможно, нецелесообразно или неэкономично решать с помощью существующих средств космической техники. Интерес к этим системам подтверждается регулярно проводимыми в мире экспериментами. По мнению многих специалистов, дальнейшее развитие ракетно-космической техники связано с применением технологии ТС.

В последние десятилетия наблюдаются тенденции расширения рациональных областей применения малоразмерных космических аппаратов (КА), способных решать задачи научно-прикладного, технического и технологического характера на низких околоземных орбитах. В то же время особую актуальность приобрела проблема космического мусора, скапливающегося на низких околоземных орбитах. Интенсивное развитие программ дистанционного зондирования Земли, систем спутниковой связи, рост числа запусков миниатюрных КА без создания механизмов увода с орбиты по истечении срока их эксплуатации могут привести к тому, что загрязнение космического пространства на низких околоземных орбитах будет расти экспоненциально.

Одним из способов решения этой проблемы предлагается применение ТС, которая может выполнять функции атмосферного тормозного устройства (АТУ). Помимо торможения подобная ТС может также использоваться в качестве антенны и системы гравитационной стабилизации малых КА.

Функционирование малых орбитальных ТС в качестве АТУ недостаточно освещено в специальной литературе. Цель настоящей работы — обоснование возможности и выдача рекомендаций по использованию ТС, развернутой на базе наноспутника, в качестве АТУ на основе разработанного метода изучения динамики связанных объектов [11, 12].

Создание и реализация подобных АТУ представляется одним из наиболее востребованных проектов использования орбитальных ТС.

Математические модели. Основную трудность для исследования движения связки представляет анализ уравнений движения троса. В работе [1] уравнение движения троса разделяется на дифференциальные уравнения движения ТС в виде твердой гантели и уравнения, описывающие прогиб троса относительно такой твердой гантели. Данный подход дает возможность исследовать влияние механических характеристик троса на движение ТС.

Сначала рассмотрим движение двух точечных масс m_1 и m_2 , соединенных невесомым тросом, только под действием гравитационных сил в центральном ньютоновом поле ($\mu = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$). При этом на концевые тела связки действуют две внешние силы тяготения:

$$\bar{G}_1 = -\mu \frac{m_1 \bar{r}_1}{r_1^3}; \quad \bar{G}_2 = -\mu \frac{m_2 \bar{r}_2}{r_2^3}, \quad (1)$$

где \bar{r}_1 , \bar{r}_2 — положения концевых тел связки в момент времени t относительно абсолютной геоцентрической системы координат (рис. 1).

Векторные уравнения, определяющие положение центра масс S связки и положение тел относительно центра масс, имеют вид:

$$\bar{r} = \frac{m_1 \bar{r}_1}{m_1 + m_2} + \frac{m_2 \bar{r}_2}{m_1 + m_2}; \quad \bar{D}_1 = \bar{r}_1 - \bar{r};$$

$$\bar{D}_2 = \bar{r}_2 - \bar{r}. \quad (2)$$

Полагая, что центр масс C связки движется по кеплеровой орбите с фокальным параметром p и эксцентриситетом e , с учетом известного в теории кеплеровых движений выражения для производной от угла истинной аномалии ϑ :

$$\dot{\vartheta} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} \quad \text{или} \quad \dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{\mu(1+e \cos \vartheta)}{r^3}}, \quad (3)$$

исключив из рассмотрения члены второго и более высоких порядков малости, запишем уравнения движения связанных тел относительно орбитальной системы координат Cxy в виде:

$$\ddot{D} = \left[\frac{\dot{\vartheta}^2 (3 \sin^2 \varepsilon - 1)}{(1 + e \cos \vartheta)} + (\dot{\varepsilon} + \dot{\vartheta})^2 \right] D - T \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right); \quad (4)$$

$$\ddot{\varepsilon} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\vartheta}^2 \sin 2\varepsilon}{(1 + e \cos \vartheta)} - 2(\dot{\varepsilon} + \dot{\vartheta}) \frac{\dot{D}}{D} - \ddot{\vartheta}, \quad (5)$$

где D — расстояние между объектами связки, $D = D_1 + D_2$; T — модуль силы натяжения троса; ε — угол между осью x орбитальной системы координат и вектором дальности \bar{D}_1 .

Уравнение (5) описывает вращательное движение связки вокруг центра масс с невесомым тросом. Исключим время t и перейдем к безразмерным переменным

$$k = \frac{\dot{D}}{nD}; \quad \Omega = \frac{\dot{\varepsilon}}{n}, \quad n = \sqrt{\frac{\mu(1-e^2)^3}{p^3}}. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) преобразуется в известную систему уравнений [3]

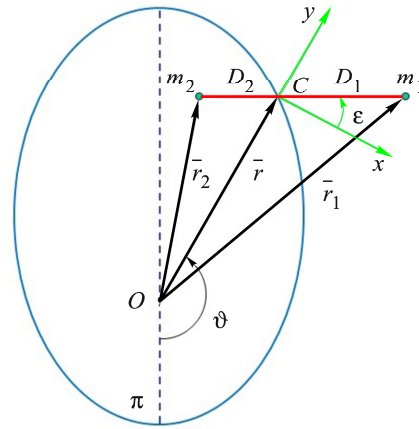


Рис. 1. Положение элементов тросовой системы

$$\frac{d\Omega}{d\vartheta} = \frac{1+e\cos\vartheta}{(1-e^2)^{3/2}} \left(2e\sin\vartheta + \frac{3}{2}\sin 2\varepsilon \right) - 2k \left[1 + \frac{(1-e^2)^{3/2}}{(1+e\cos\vartheta)^2} \Omega \right]; \quad (7)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\vartheta} = \frac{(1-e^2)^{3/2}}{(1+e\cos\vartheta)^2} \Omega.$$

Используя уравнения (7), можно выбрать такой закон изменения параметра k управления дальностью D , при котором обеспечивается требуемый характер относительного движения связки в орбитальной системе координат. Покажем, что эта модель справедлива и в случае весомого троса.

Пусть однородный натянутый трос с линейной плотностью γ в каждый момент времени располагается по прямой линии, соединяющей концевые тела связки в виде точечных масс m_1 и m_2 . Масса троса $m_3 = \gamma D$, общая масса связки $M = m_1 + m_2 + m_3$, расстояния от центра масс до концевых тел ТС связаны равенствами

$$m_1 D_1 + \frac{1}{2} \gamma D_1^2 = m_2 D_2 + \frac{1}{2} \gamma D_2^2;$$

$$D_1 = D \left(\frac{m_2 + m_3 / 2}{M} \right); \quad D_2 = D \left(\frac{m_1 + m_3 / 2}{M} \right). \quad (8)$$

Пусть D_S — расстояние от центра масс связки до некоторой точки S на прямом отрезке между концевыми телами: $D_S \in (0; D_1]$ или $D_S \in (0; D_2]$. Если скорость точки на удалении от центра масс D_S равна \dot{D}_S , то скорость точки на расстоянии $2D_S$ будет $2\dot{D}_S$. Таким образом, для любой точки S в каждый конкретный момент времени t верно следующее соотношение:

$$\frac{\dot{D}_S}{D_S} = \frac{\dot{D}_1}{D_1} = \frac{\dot{D}_2}{D_2} = \frac{\dot{D}_1 + \dot{D}_2}{D_1 + D_2} = \frac{\dot{D}}{D} = k n. \quad (9)$$

Используя его, проинтегрируем уравнение (5) для элемента момента инерции троса относительно центра масс по всей длине D : от центра масс связки до первого объекта с учетом равномерного изменения продольной скорости элементарных частей троса от нуля в центре масс связки до \dot{D}_1 на расстоянии D_1 и аналогично до второго объекта:

$$J(\ddot{\varepsilon} + \ddot{\vartheta}) = J \frac{3}{2} \frac{\dot{\vartheta}^2 \sin 2\varepsilon}{(1 + e \cos \vartheta)} - 2J(\dot{\varepsilon} + \dot{\vartheta}) \frac{\dot{D}}{D}. \quad (10)$$

Здесь $J =$

$$= D^2 \left\{ m_1 \left(\frac{m_2 + m_3 / 2}{M} \right)^2 + m_2 \left(\frac{m_1 + m_3 / 2}{M} \right)^2 + \frac{m_3}{3} \left[\frac{(m_1 + m_3 / 2)^3 + (m_2 + m_3 / 2)^3}{M^3} \right] \right\} —$$

полный момент инерции ТС относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения связки. Сокращая момент инерции в уравнении (10), в итоге получаем вновь уравнения (5) и (7).

Уравнение (10) получено исходя из предположения однородности троса. Возвращаясь к процедуре интегрирования, такое же уравнение можно получить при любом распределении масс вдоль связки.

Таким образом, параметры вращения (ε , $\dot{\varepsilon}$, $\ddot{\varepsilon}$) вокруг центра масс не зависят от соотношения и значений масс m_1 , m_2 , m_3 и от расстояния D . Следовательно, если в некоторый момент времени все точки троса находились на одной прямой с одинаковыми параметрами углового движения (ε , $\dot{\varepsilon}$, $\ddot{\varepsilon}$), то и в последующем вращении ТС относительно центра масс трос будет прямолинейным.

Путем интегрирования уравнения (4) определим силу натяжения троса T_S в точке S на расстоянии D_S от центра масс связки в случае постоянной длины троса ($\dot{D} = 0$):

$$T_S = \left[(\dot{\varepsilon} + \dot{\vartheta})^2 + \frac{(3 \sin^2 \varepsilon - 1) \dot{\vartheta}^2}{(1 + e \cos \vartheta)} \right] \left[\frac{m_3}{D} \left(\frac{D_1^2 - D_S^2}{2} \right) + D_1 m_1 \right]. \quad (11)$$

Минимальное значение T_S имеет на конце троса у более легкого объекта.

Сила аэродинамического сопротивления. При движении ТС в молекулярном потоке газа силу лобового сопротивления для концевых объектов ($i = 1, 2$) и троса диаметром d_3 можно рассчитать по известной формуле [4]:

$$A_i = \frac{1}{2} c_i S_i \rho(h_i) V_i^2; \quad A_3 = \frac{1}{2} c_3 d_3 \int_{h_2}^{h_1} \rho(h) V_3^2(h) dh, \quad (12)$$

где c_i , c_3 — безразмерные коэффициенты аэродинамического сопротивления; S_i — площадь миделева сечения (миделя) i -го объекта; h_i — высота полета i -го объекта ТС над поверхностью Земли; $\rho(h_i)$ — плот-

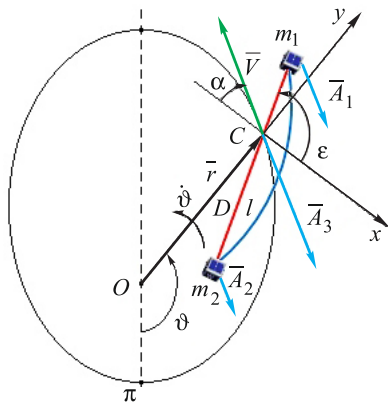


Рис. 2. Положение элементов ТС при аэродинамическом торможении

ность атмосферы Земли на высоте h_i [5]; V_i — скорость i -го объекта связки относительно атмосферы Земли; $V_3(h)$ — скорость движения элементарной части троса на высоте h .

Для рассматриваемых ниже проектных обликов ТС длина троса $l = 0,5 \dots 2$ км ($D \leq l$). Поэтому для всех элементарных частей троса и концевых объектов будем полагать плотность атмосферы однородной и равной плотности атмосферы на высоте центра масс ТС h_0 , а скорости их движения навстречу воздушному потоку A_i , равными скорости V центра масс ТС относительно абсолютной геоцентрической системы координат (рис. 2):

$$A_i = \frac{1}{2} c_i S_i \rho(h_0) V^2; \quad A_3 = \frac{1}{2} c_3 d_3 D \rho(h_0) V^2 |\sin(\alpha + \varepsilon)|, \quad (13)$$

где α — угол наклона вектора скорости центра масс ТС к оси Cx ;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e \sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta}; \quad V = \frac{\dot{\vartheta} p}{1 + e \cos \vartheta}. \quad (14)$$

Для оценки технологии применения ТС в качестве тормозного устройства введем показатель относительной длины δl , показывающий эффективность использования длины троса l в аэродинамическом торможении, и показатель относительной площади δS , раскрывающий, во сколько раз эффективнее площадь миделя троса по сравнению с суммарной площадью миделя концевых элементов ТС при аэродинамическом торможении:

$$\delta l = \frac{D |\sin(\alpha + \varepsilon)|}{l}; \quad \delta S = \frac{c_3 d_3 D |\sin(\alpha + \varepsilon)|}{c_1 S_1 + c_2 S_2}. \quad (15)$$

Значения этих показателей зависят от режимов движения ТС и формы парусности троса.

Учет аэродинамических сил в математических моделях. Для получения математической модели динамики связки будем рассматривать ТС в виде твердой гантели и отдельно приведем уравнения, описывающие прогиб троса относительно твердой гантели. Это позволит исследовать влияние аэродинамических характеристик ТС с учетом весомости троса.

Пусть нерастяжимый и однородный трос в каждый момент времени располагается по прямой линии, соединяющей объекты связи в виде точечных масс m_1 и m_2 ($m_1 \geq m_2$).

Вращающий момент аэродинамических сил относительно центра масс C ТС (рис. 3) будет иметь вид

$$M_C^A = \left(-A_1 D_1 + A_2 D_2 - A_{31} \frac{D_1}{2} + A_{32} \frac{D_2}{2} \right) \sin(\alpha + \varepsilon), \quad (16)$$

где A_{31} , A_{32} — аэродинамические силы сопротивления участков троса D_1 и D_2 ,

$$A_{31} = A_3 \frac{D_1}{D}; \quad A_{32} = A_3 \frac{D_2}{D}. \quad (17)$$

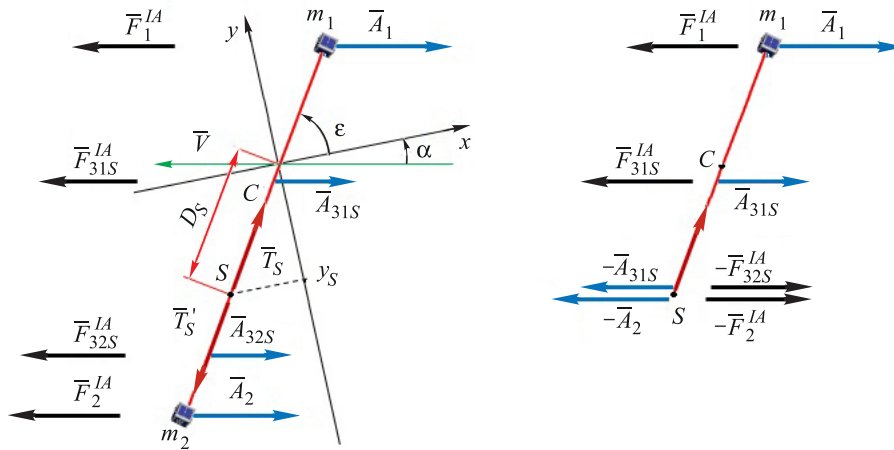


Рис. 3. Вращающий момент аэродинамических сил

С учетом уравнений (17) можно записать

$$M_C^A = \left[-A_1 D_1 + A_2 D_2 - A_3 \frac{(D_1^2 - D_2^2)}{2D} \right] \sin(\alpha + \varepsilon). \quad (18)$$

По принципу Даламбера, на каждый элемент ТС (два концевых объекта и трос) вводятся дополнительные силы инерции \bar{F}_i^{IA} ($i = 1, 2, 3$), направленные против действия сил аэродинамического сопротивления (см. рис. 3):

$$\bar{F}_1^{IA} + \bar{F}_2^{IA} + \bar{F}_3^{IA} + \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 = 0. \quad (19)$$

Центр масс ТС за счет сил аэродинамического сопротивления получает ускорение

$$\bar{a}_{IA} = (\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3) / M. \quad (20)$$

Тогда силы инерции примут вид

$$\bar{F}_i^{IA} = -\bar{a}_{IA} m_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (21)$$

Вращающий момент сил инерции относительно центра масс ТС

$$M_C^{IA} = \left(F_1^{IA} D_1 - F_2^{IA} D_2 + F_{31}^{IA} \frac{D_1}{2} - F_{32}^{IA} \frac{D_2}{2} \right) \sin(\alpha + \varepsilon) = 0, \quad (22)$$

где F_{31}^{IA} , F_{32}^{IA} — силы инерции участков троса D_1 и D_2 ;

$$F_{31}^{IA} = F_3^{IA} \frac{D_1}{D}; \quad F_{32}^{IA} = F_3^{IA} \frac{D_2}{D}. \quad (23)$$

С учетом аэродинамического момента уравнение (10) для неуправляемого ($\dot{D} = 0$) относительного углового движения связанных объектов можно записать в виде

$$J(\ddot{\varepsilon} + \ddot{\vartheta}) = \frac{3}{2} \frac{\dot{\vartheta}^2 \sin 2\varepsilon}{(1 + e \cos \vartheta)} J + M_C^A. \quad (24)$$

Реакция связи троса в точке S , определяемая уравнением (11), изменится за счет разности сил аэродинамического сопротивления и сил инерции по разные стороны относительно точки S (см. рис. 3). Для участка ТС выше точки S

$$\bar{R}_S = \bar{T}_S + \bar{A}_1 + \bar{A}_{31S} - \bar{A}_2 - \bar{A}_{32S} + \bar{F}_1^{IA} + \bar{F}_{31S}^{IA} - \bar{F}_2^{IA} - \bar{F}_{32S}^{IA}. \quad (25)$$

Здесь \bar{A}_{31S} , \bar{F}_{31S}^{IA} — силы аэродинамического сопротивления и инерции на участке троса между первым объектом ТС и точкой S ; \bar{A}_{32S} , \bar{F}_{32S}^{IA} — силы аэродинамического сопротивления и инерции на участке троса между вторым объектом ТС и точкой S ,

$$A_{31S} = A_3 \frac{y_1 - y_S}{y_1 - y_2}; \quad A_{32S} = A_3 \frac{y_S - y_2}{y_1 - y_2}; \quad F_{31S}^{IA} = F_3^{IA} \frac{y_1 - y_S}{y_1 - y_2};$$

$$F_{32S}^{IA} = F_3^{IA} \frac{y_S - y_2}{y_1 - y_2}; \quad (26)$$

y_1 , y_2 , y_S — координаты по оси Sy первого и второго объектов ТС и точки S ,

$$y_1 = D_1 \sin(\alpha + \varepsilon); \quad y_2 = -D_2 \sin(\alpha + \varepsilon); \quad y_S = \pm D_S \sin(\alpha + \varepsilon). \quad (27)$$

Уравнение (25) в проекции на трос определяет модуль реакции связи в точке S :

$$R_S = T_S + \left(A_1 - A_2 + (A_3 - F_3^{IA}) \frac{y_1 + y_2 - 2y_S}{y_1 - y_2} - F_1^{IA} + F_2^{IA} \right) \cos(\alpha + \varepsilon). \quad (28)$$

Для математической модели в случае круговой орбиты центра масс ТС радиусом r_0 в уравнениях (18) и (23) необходимо принять $e = 0$, $\alpha = 0$, а угол истинной аномалии заменить угловой дальностью $\varphi = \omega t$ (ω — угловая скорость движения центра масс ТС по круговой орбите). Переходя к безразмерной относительной скорости $\Omega = \dot{\varepsilon} / \omega$, получим математическую модель неуправляемого углового движения ТС на круговых орбитах:

$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = \frac{3}{2} \sin 2\varepsilon + f_1 \sin \varepsilon + f_2 |\sin \varepsilon| \sin \varepsilon, \quad \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \Omega; \quad (29)$$

$$f_1 = \left(-c_1 S_1 \left(m_2 + \frac{m_3}{2} \right) + c_2 S_2 \left(m_1 + \frac{m_3}{2} \right) \right) \frac{D \rho(h_0) r_0^2}{2 J M}; \quad (30)$$

$$f_2 = -c_3 \left(m_2^2 - m_1^2 + (m_2 - m_1) m_3 \right) d_3 \frac{D^2 \rho(h_0) r_0^2}{4 J M^2}.$$

С учетом уравнений (11) и (28) получим условие поддержания троса в натянутом состоянии на круговой орбите для точки троса S :

$$\left\{ \left[c_1 S_1 - c_2 S_2 + c_3 d_3 \frac{y_1 + y_2 - 2y_S}{y_1 - y_2} |y_1 - y_2| \right] - \left[- \left(m_1 - m_2 + m_3 \frac{y_1 + y_2 - 2y_S}{y_1 - y_2} \right) \frac{c_1 S_1 + c_2 S_2 + c_3 d_3 |y_1 - y_2|}{M} \right] \right\} \times \times \frac{\rho(h_0) r_0^2 \cos \varepsilon}{D \left(\frac{y_1^2 - y_S^2}{\sin^2 \varepsilon} \right) + 2 D_1 m_1} + \Omega(\Omega + 2) + 3 \sin^2 \varepsilon > 0. \quad (31)$$

Режимы движения. Уравнение (29) представляет собой нелинейную автономную динамическую систему, которую можно исследовать с помощью методов качественной теории динамических систем и теории бифуркаций [6, 14, 15].

Слагаемые уравнения (29) $f_1 \sin \varepsilon$ и $f_2 |\sin \varepsilon| \sin \varepsilon$ учитывают влияние аэродинамических сил и весомость троса. В случае $f_1 = f_2 = 0$

уравнение (29) преобразуется в известную систему уравнений относительного движения объектов ТС для круговых орбит.

Приравняв нулю правые части уравнений (29), получим координаты состояний равновесия этой системы на развертке фазового цилиндра:

$$\varepsilon^* \in \{ 0, \pi, \{ \pm \arcsin C_1, \pm \arcsin C_1 \mp \pi \} \cap \{ \pm \arccos C_2 \} \}; \quad \Omega^* = 0; \quad (32)$$

$$C_1 = \frac{-f_1 f_2 \pm \sqrt{f_1^2 f_2^2 - (f_2^2 + 9)(f_1^2 - 9)}}{f_2^2 + 9}, \quad C_1 > 0;$$

$$C_2 = \frac{-3 f_1 \pm \sqrt{9 f_1^2 - (f_2^2 + 9)(f_1^2 - f_2^2)}}{f_2^2 + 9}.$$

Тип состояний равновесия зависит от значений характеристических корней особой точки. Характеристическое уравнение состояний равновесия для уравнения (29):

$$\lambda^2 - 3 \cos 2\varepsilon^* - f_1 \cos \varepsilon^* - 2 f_2 |\sin \varepsilon^*| \cos \varepsilon^* = 0. \quad (33)$$

Решая уравнение (33), получаем характеристические корни состояния равновесия:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{3 \cos 2\varepsilon^* + f_1 \cos \varepsilon^* + 2 f_2 |\sin \varepsilon^*| \cos \varepsilon^*}. \quad (34)$$

Если характеристические корни λ_1 и λ_2 действительные и разных знаков (либо $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$, либо $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$), то состояние равновесия неустойчиво и представляет собой «седло». Этим корням могут соответствовать состояния равновесия с координатами $\Omega^* = 0, \varepsilon_1^* = 0$ и $\varepsilon_2^* = \pi$.

Изучение топологической структуры окрестностей состояния равновесия с чисто мнимыми корнями представляет специальную задачу. В рассматриваемом случае если состояния равновесия с координатами $\Omega^* = 0, \varepsilon_{3,4}^* \in \{ \pm \arcsin C_1, \pm \arcsin C_1 \mp \pi \} \cap \{ \pm \arccos C_2 \}$ имеют чисто мнимые корни характеристического уравнения, то им соответствуют устойчивые состояния равновесия типа центр.

Уравнение (29) имеет однозначный аналитический интеграл:

$$\Omega^2 + \frac{3}{2} \cos 2\varepsilon + 2 f_1 \cos \varepsilon + f_2 |\sin \varepsilon| \cos \varepsilon - f_2 \varepsilon \frac{|\sin \varepsilon|}{\sin \varepsilon} = C_0, \quad (35)$$

где $C_0 = \Omega_0^2 + \frac{3}{2} \cos 2\varepsilon_0 + 2 f_1 \cos \varepsilon_0 + f_2 |\sin \varepsilon_0| \cos \varepsilon_0 - f_2 \varepsilon_0 \frac{|\sin \varepsilon_0|}{\sin \varepsilon_0}$ —

некоторая константа.

Из уравнения (35) можно получить уравнение фазовых траекторий

$$\Omega = \pm \sqrt{C_0 - \frac{3}{2} \cos 2\varepsilon - 2 f_1 \cos \varepsilon - f_2 |\sin \varepsilon| \cos \varepsilon + f_2 \varepsilon \frac{|\sin \varepsilon|}{\sin \varepsilon}}. \quad (36)$$

Рассмотрим уравнение (29) с параметрами проектного облика ТС на основе КА типа CubeSat общей массой $M = 12$ кг, полагая коэффициенты лобового сопротивления объектов $c_1 = c_2 = c_3 = 2$. Площадь миделя можно принять равной 1/4 полной поверхности концевых объектов размерами $0,362 \times 0,200 \times 0,200$ м и $0,324 \times 0,200 \times 0,200$ м (рис. 4).

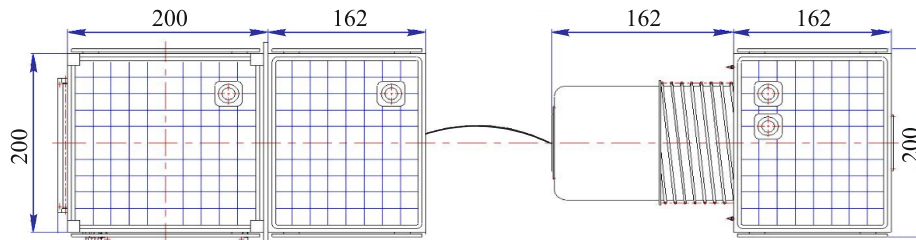


Рис. 4. Проектный облик тросовой системы

Зададим значения параметров.

Вариант 1: $m_1 = 8,000$ кг; $S_1 = 0,0924$ м²; $S_2 = 0,0848$ м²; $d_3 = 0,45$ мм; 1.А) $l = 2$ км, $m_2 = 3,110$ кг, $m_3 = 0,890$ кг; 1.Б) $l = 0,5$ км, $m_2 = 3,777$ кг, $m_3 = 0,223$ кг.

Коэффициент f_1 в зависимости от параметров $m_1, m_2, m_3, c_1 S_1, c_2 S_2$ может иметь положительные и отрицательные значения. Коэффициент f_2 при $m_1 \geq m_2$ принимает только положительные значения. Значения модулей коэффициентов f_1 и f_2 больше в случае большей разницы между соотношением масс и площадей миделя концевых объектов.

В табл. 1 приведены значения коэффициентов f_1 и f_2 и координат состояний равновесия с характеристическими корнями для разных высот круговых орбит центра масс ТС с параметрами согласно варианту 1.А. Значения коэффициентов f_1, f_2 увеличиваются при уменьшении высоты орбиты ТС.

Коэффициенты и координаты состояний равновесия с характеристическими корнями (вариант 1.А)

h_0 , км	f_1	f_2	$\lambda_{1,2}$		ε_3^*	$\lambda_{1,2}$ при ε_3^*	ε_4^*	$\lambda_{1,2}$ при ε_4^*
			$\varepsilon_1^* = 0$	$\varepsilon_2^* = \pi$				
500	0,0002	0,0010	$\pm 1,7$	$\pm 1,7$	90,02°	$\pm i 1,7$	-90,02°	$\pm i 1,7$
450	0,0004	0,0022			90,05°		-90,05°	
400	0,0009	0,0050			90,11°		-90,11°	
350	0,0022	0,0123			90,28°		-90,28°	
300	0,0059	0,0332			90,75°		-90,75°	
250	0,0182	0,1034			92,32°		-92,32°	
200	0,0746	0,4236			99,45°		-99,45°	
150	0,5845	3,3177		$\pm 1,5$	145,39°	$\pm i 1,6$	-145,39°	$\pm i 1,6$
129	17,029	3,0000	$\pm 2,5$	0	180,00°	0	-180,00°	0
100	159,43	905,02	$\pm 12,7$	$\pm i 12,5$	—	—	—	—

На высоте выше 129 км существуют четыре состояния равновесия. Для $\Omega = 0$ при $\varepsilon_1^* = 0$ и $\varepsilon_2^* = \pi$ имеют место два неустойчивых состояния равновесия типа седло. Координатам ε_3^* и ε_4^* соответствуют устойчивые состояния равновесия типа центр. На высоте около 129 км происходит слияние трех состояний равновесия ($\varepsilon_2^* = \varepsilon_3^* = \varepsilon_4^* = \pi$). На высоте ниже 129 км существуют два состояния равновесия: для $\Omega = 0$ при $\varepsilon_1^* = 0$ — неустойчивое состояние равновесия типа седло, при $\varepsilon_2^* = \pi$ — устойчивое состояние равновесия типа центр.

На рис. 5 приведены топологические структуры уравнения (29) с параметрами ТС для варианта 1.А для высот 300, 200, 129 и 100 км. Топологические структуры представлены на ограниченной фазовой поверхности области G с нормальной границей, в качестве которой примем два цикла без контакта на интервале $\varepsilon \in [-\pi, \pi]$, охватывающих фазовый цилиндр при $\Omega_{\max} = 3$ (верхняя граница) и $\Omega_{\min} = -3$ (нижняя граница) для высот 300, 200 и 129 км; при $\Omega_{\max} = 100$ и $\Omega_{\min} = -100$ для высоты 100 км.

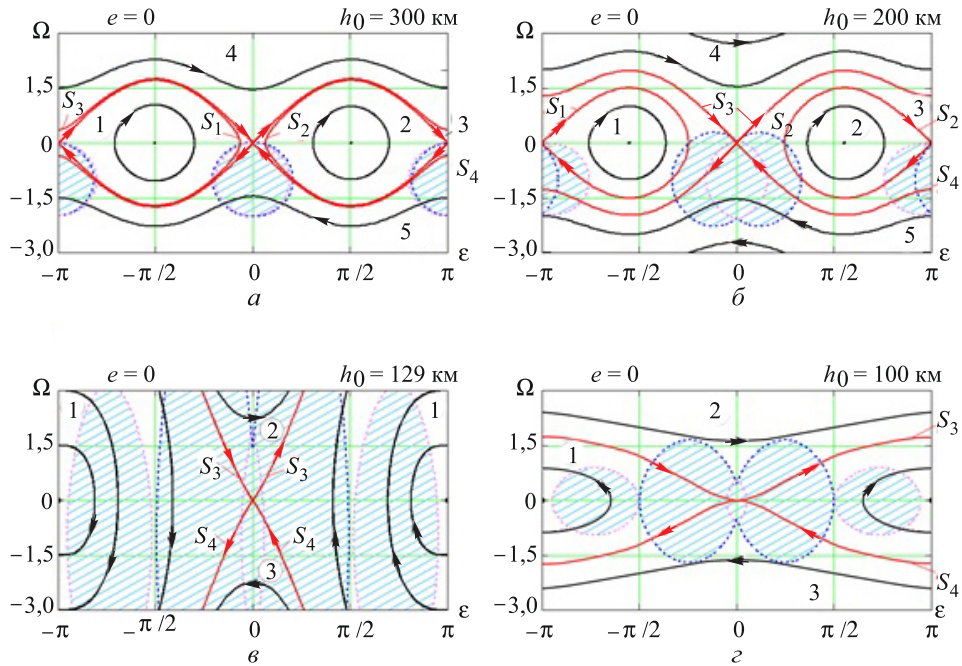


Рис. 5. Топологические структуры

Рассмотрим топологические однопериодные структуры для высот 300 и 200 км (см. рис. 5, а, б). Состояния равновесия и сепаратрисы разделяют область G на пять ячеек. Ячейки 1 и 2 расположены между сепаратрисами S_1 и S_2 . Орбитно-устойчивые фазовые траектории этих ячеек представляют собой замкнутые кривые, охватывающие состояния равновесия типа центр. Замкнутым фазовым траекториям ячеек 1 и 2 соответствуют колебания связки относительно положения равновесия с координатами $\Omega = 0$ и $\varepsilon_{3,4}^*$ для соответствующих высот орбиты ТС (см. табл. 1).

С уменьшением высоты орбиты ТС координаты положения равновесия $\varepsilon_{3,4}^*$ смещаются в сторону ε_2^* и области ячеек 1 и 2 уменьшаются. Сепаратрисам S_1 и S_2 соответствует константа $C_{01} = 1,5 - 2f_1 - f_2 \pi$. Область ячейки 3 расположена между сепаратрисами S_3 и S_4 за исключением областей ячеек 1 и 2 внутри. Замкнутым фазовым траекториям ячейки 3 соответствуют колебания связки с амплитудой более $\pi/2$ относительно положения равновесия $\varepsilon_2^* = \pi$. Внешним границам области 3 соответствует константа $C_{02} = 1,5 + 2f_1$. С уменьшением высоты орбиты ТС область ячейки 3 возрастает. Фазовым траекториям ячейки 4 соответствует вращение связки с положительной угловой скоростью ($\Omega > 0$), а ячейки 5 — с отрицательной угловой скоростью ($\Omega < 0$).

Области схода системы (29) ограничиваются уравнением (31), которое принимает экстремальные значения в двух случаях: в точке крепления первого объекта (имеет внешнюю границу в окрестности состояния равновесия $\varepsilon_1^* = 0$) и в точке крепления тросом второго объекта (имеет внешнюю границу ближе к состоянию равновесия $\varepsilon_2^* = \pi$). Для этих случаев (см. рис. 5) области схода со связи заштрихованы. Размеры области схода со связи двух объектов неодинаковы, что обусловлено разными массами и площадями миделя концевых объектов ТС. С уменьшением высоты наблюдается увеличение этих областей и смещение относительно друг друга.

На высоте около 129 км (см. рис. 5, в) коэффициенты f_1 , f_2 приобретают бифуркационные значения, которым соответствует облик неустойчивой топологической структуры фазовой поверхности. Исчезают сепаратрисы S_1 и S_2 , константа $C_{01} = 0$. Изменяется тип состояния равновесия в координате $\varepsilon_2^* = \pi$, и происходит слияние состояний равновесия с координатами $\varepsilon_2^* = \varepsilon_3^* = \varepsilon_4^* = \pi$, образуя единое устойчивое состояние равновесия типа центр. Состояния равновесия и сепаратрисы S_3 и S_4 разделяют область G на три ячейки. Ячейка 1 расположена между сепаратрисами S_3 и S_4 . Орбитно-устойчивые фазовые траектории этой ячейки представляют собой замкнутые кривые, охватывающие состояние равновесия типа центр. Этим фазовым траекториям соответствуют колебания связки относительно положения равновесия с координатами $\Omega = 0$ и $\varepsilon_2^* = \varepsilon_3^* = \varepsilon_4^* = \pi$. В этом состоянии равновесия ТС располагается вдоль оси Cx орбитальной системы координат с более массивным первым объектом впереди по направлению движения. Фазовым траекториям ячейки 2 соответствует вращение связки с положительной угловой скоростью ($\Omega > 0$), ячейки 3 — с отрицательной угловой скоростью ($\Omega < 0$).

Дальнейшее уменьшение высоты до 100 км (см. рис. 5, г) приводит к устойчивым грубым топологическим структурам. Два состояния равновесия ($\Omega = 0$, $\varepsilon_1^* = 0$ — седло и $\Omega = 0$, $\varepsilon_2^* = \pi$ — центр) и сепаратрисы S_3 и S_4 разделяют область G на три ячейки. Орбитно-устойчивые фазовые траектории этих ячеек аналогичны случаю для 129 км.

Для высот 100 и 129 км области схода со связи значительно возрастают. Вокруг устойчивого состояния равновесия с координатой $\varepsilon_2^* = \pi$ существуют замкнутые фазовые траектории, которые не пересекают заштрихованные области схода со связи второго объекта. Этим фазовым траекториям соответствуют малые колебания ТС от-

носителем местного горизонта при постоянно натянутом тросе. Наибольшую область схода со связи имеет первый объект связи в окрестности неустойчивого состояния равновесия с координатой $\varepsilon_1^* = 0$, когда ТС расположена вдоль местного горизонта, а второй объект связи находится впереди по направлению движения.

Учитывая изложенные обстоятельства, проведем анализ движения ТС для варианта 1.Б (табл. 2).

Таблица 2

Коэффициенты и координаты состояний равновесия (вариант 1.Б)

Пара-метр	h_0 , км							
	500	400	300	250	200	150	143	100
f_1	0,0005	0,0027	0,0180	0,0561	0,2297	1,7992	2,9933	490,82
f_2	0,0008	0,0039	0,0260	0,0811	0,3322	2,6017	4,3283	709,72
ε_3^*	90,02°	90,13°	90,84°	92,62°	100,68°	157,88°	180,00°	–
ε_4^*	–90,02°	–90,13°	–90,84°	–92,62°	–100,68°	–157,88°	–180,00°	–

В другом варианте проектного облика ТС наблюдается единая тенденция смещения координат $\varepsilon_{3,4}^*$ состояний равновесия типа центр с уменьшением высоты круговой орбиты центра масс ТС, как и для варианта 1.А. Из анализа приведенных в табл. 2 данных следует, что проектному варианту 1.Б соответствуют однотипные качественные структуры, подобные рассмотренному варианту 1.А.

Реализуемые режимы функционирования ТС должны соответствовать устойчивым особым фазовым траекториям системы (состояниям равновесия) и совокупности орбитно-устойчивых неособых фазовых траекторий, заполняющих фиксированные области фазовой поверхности.

Таким образом, в результате анализа качественных структур определены возможные режимы движения ТС с различными заданными проектными вариантами облика (1.А, 1.Б) при постоянной длине соединительного троса на круговых орбитах высотой от 150 до 500 км:

1) равновесный стационарный режим (в процессе движения по орбите ТС располагается в равновесии под углом $\varepsilon_{3,4}^*$ к оси Sx орбитальной системы координат);

2) режим колебаний ТС относительно положения равновесия, определяемого углом $\varepsilon_{3,4}^*$ с амплитудой колебаний $\Delta\varepsilon$ (замкнутые фазовые траектории вокруг состояний равновесия с координатами $\Omega = 0$ и $\varepsilon_{3,4}^*$, соответствующие максимальной амплитуде колебаний, не должны пересекать области схода со связи);

3) режим вращения ТС вокруг центра масс (фазовые траектории, охватывающие фазовый цилиндр, не должны пересекать области схода со связи).

На основании уравнения (15) для каждого из приведенных режимов движения ТС выражение для приближенного расчета показателя эффективности длины троса имеет вид

$$\delta l_1 = \sin \varepsilon_{3,4}^*; \quad \delta l_2 = \sin \varepsilon_{3,4}^* \cos \Delta\varepsilon; \quad \delta l_3 = 2 / \pi. \quad (37)$$

Из анализа уравнения (37) и данных табл. 1 и 2 следует, что при $90^\circ \leq \varepsilon_3^* < 129,55^\circ$ или $-90^\circ \leq \varepsilon_4^* < -129,55^\circ$ режим равновесный стационарный.

Заключение. Результаты исследования динамики ТС в верхних слоях атмосферы Земли подтверждают возможность применения ТС в качестве АТУ и позволяют сформулировать следующие рекомендации по их проектированию.

1. Построение всех типов топологических структур с учетом высоты орбиты и определение областей схода системы со связи позволяют составить полное представление об относительном движении связанных объектов под действием аэродинамических сил.

2. Наиболее перспективным для свода малых КА с орбиты является равновесный стационарный режим.

3. Равное соотношение масс концевых объектов ТС обеспечивает максимальную силу натяжения троса.

4. Для уменьшения времени существования отработавшего КА на орбите следует использовать более длинные ТС, т. е. с большим значением баллистического коэффициента. В отличие от диаметра увеличение длины троса создает большую силу натяжения троса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Beletsky V.V., Levin E.M. Dynamics of Space Tether Systems. In: *Advances in the Astronautical Sciences*. San Diego, CA, USA, Univelt Inc. Publ., 1993.
- [2] Cosmo M.L., Lorenzini E.C. *Tethers in space handbook*. Cambridge, MA, USA, Smithsonian Astrophysical Observatory Publ., 1997, 274 p.
- [3] Levin E.M. Dynamic Analysis of Space Tether Missions. In: *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 126. Washington, DC, USA, American Astronautical Society Publ., 2007.
- [4] Chen Y., Huang R., Ren X., He L., He Y. History of the Tether Concept and Tether Missions: A Review. In: *ISRN Astronomy and Astrophysics*, vol. 2013, pp. 1–7.
- [5] Misra A. Dynamics and Control of Tethered Satellite Systems. *Acta Astronautica*, 2008, vol. 63, iss. 11–12, pp. 1169–1177.
URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2008.06.020>
- [6] Aslanov V.S., Ledkov A.S. *Dynamics of Tethered Satellite Systems*. Cambridge, Woodhead Publ. Ltd, 2012, 331 p.
- [7] Kumar K.D. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, vol. 43, no. 4, pp. 705–720.
URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.5479>

- [8] Zimmermann F., Schittle U.M., Messerschmid E. Optimization of the Tetherassisted Return Mission of a Guided Re-entry Capsule. *Aerospol Science and Technology*, 2005, vol. 9, no. 8, pp. 713–721.
URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2005.09.002>
- [9] Williams P. Optimal Deployment/retrieval of Tethered Satellites. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, vol. 45, no. 2, pp. 324–348.
- [10] Kruijff M., Van der Heide E.J. Qualification and In-flight Demonstration of a European Tether Deployment system on yes2. *Acta Astronautica*, 2009, vol. 64, pp. 882–905. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2008.10.014>
- [11] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Орбитальное функционирование связанных космических объектов*. Москва, ИНФРА-М, 2014, 320 с.
- [12] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Космические тросовые системы*. Москва, Альфа-М, 2014, 208 с.
- [13] Pearson J., Carroll J., Levin E., Oldson J. EDDE: Electrodynamic Debris Eliminator for Active Debris Removal. *Acta Astronautica*, 2012, vol. 73, pp. 100–108.
- [14] Андронов А.А., Леонтович Е.А. *Качественная теория динамических систем второго порядка*. Москва, Наука, 1960, 568 с.
- [15] Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.М., Майер А.Г. *Теория бифуркаций динамических систем на плоскости*. Москва, Наука, 1967, 488 с.

Статья поступила в редакцию 22.02.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Анализ возможности реализации орбитальной тросовой системой функции атмосферного тормозного устройства. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 5.
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-5-1764>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на Международной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики FAPM–2017», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 октября 2017 г.

Иванов Виталий Александрович — действительный член Российской академии ракетных и артиллерийских наук, почетный академик Российской академии космонавтики имени К.Э. Циолковского, профессор департамента «Механика и мехатроника» Российского университета дружбы народов. Область научных интересов: принимает участие в постановке и реализации Российской научно-технической программы «Методы повышения эффективности ракетной и космической техники двойного применения за счет использования специальных тросовых систем».
e-mail: ivanovva@mati.ru

Купреев Сергей Алексеевич — д-р техн. наук, профессор департамента «Механика и мехатроника» Российского университета дружбы народов. Область научных интересов: механика движения связанных космических объектов.
e-mail: kupreevsa@mail.ru

Ручинский Валерий Станиславович — член-корреспондент Российской академии космонавтики имени К.Э. Циолковского, член Федерального экспертного научно-методического совета, профессор Московского авиационного института (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: разработка и исследование методов построения оценок решений нелинейных динамических систем. e-mail: 2SVR@mail.ru

The analysis of possibility of performing the function of the atmospheric braking device by orbital tether system

© V.A. Ivanov¹, S.A. Kupreev¹, V.S. Ruchinsky²

¹Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, 117198, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, 125993, Russia

The article considers the possibility of performing the function of the atmospheric braking device in the near-circular orbits by the tether system. The terminal elements of the tether system are two parts of the spacecraft that enhance the effect of gravitational stabilization of the tether system, and the connecting tether significantly increases the overall aerodynamic drag and plays the role of an aerodynamic brake. The mathematical model of the motion of bound objects in the central Newtonian terrestrial gravitational field is developed, taking into account the aerodynamic drag force of the atmosphere upper layers and the mass of the tether. This model is represented in the form of an autonomous dynamic system of the second order and mathematical apparatus of the qualitative theory of dynamic systems and the theory of bifurcations is applied for its analysis. Possible types of qualitative structures were constructed, allowing for composing a complete picture of the relative motion of bound objects at different altitudes of motion. Results of the analysis of qualitative structures of phase trajectories give the set of realizable regimes of tether system motion. In circular orbits these regimes are the equilibrium stationary regime, the regime of oscillations of the tether system with respect to the vertical equilibrium position, and the regime of rotation of the tether system around the center of mass. These regimes correspond to the stable particular phase trajectories of the system and the set of orbito-resistant nonsingular phase trajectories that fill the fixed regions of the phase surface with allowance for the obtained conditions for location of the dynamic system on the connection (with a stretched tether). The results of studying the dynamics of the tether system in the upper layers of the Earth's atmosphere confirm the possibility of its application as an atmospheric braking device.

Keywords: orbital tether system, spacecraft, aerodynamic drag force, atmospheric braking device, equilibrium stationary regime

REFERENCES

- [1] Beletsky V.V., Levin E.M. Dynamics of Space Tether Systems. In: *Advances in the Astronautical Sciences*. San Diego, CA, USA, Univelt Inc. Publ., 1993.
- [2] Cosmo M.L., Lorenzini E.C. *Tethers in space handbook*. Cambridge, MA, USA, Smithsonian Astrophysical Observatory Publ., 1997, 274 p.
- [3] Levin E.M. Dynamic Analysis of Space Tether Missions. In: *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 126. Washington, DC, USA, American Astronautical Society Publ., 2007.
- [4] Chen Y., Huang R., Ren X., He L., He Y. History of the Tether Concept and Tether Missions: A Review. In: *ISRN Astronomy and Astrophysics*, vol. 2013, pp. 1–7.
- [5] Misra A.K. *Acta Astronautica*, 2008, vol. 63, pp. 1169–1177. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2008.06.020>
- [6] Aslanov V.S., Ledkov A.S. *Dynamics of Tethered Satellite Systems*. Cambridge, Woodhead Publ., 2012, 331 p.

- [7] Kumar K.D. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, vol. 43, no. 4, pp. 705–720. Available at: <http://dx.doi.org/10.2514/1.5479>
- [8] Zimmermann F., Schottle U.M. *Aerospace Science and Technology*, 2005, vol. 9, no. 8, pp. 713–721. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2005.09.002>
- [9] Williams P. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, vol. 45, no. 2, pp. 324–348.
- [10] Kruijff M., Van der Heide E.J. *Acta Astronautica*, 2009, vol. 64, pp. 882–905. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2008.10.014>
- [11] Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinsky V.S. *Orbitalnoe funktsionirovanie svyazannykh kosmicheskikh obyektov* [Orbital functioning of the tethered space objects]. Moscow, INFRA-M Publ., 2014, 320 p.
- [12] Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinsky V.S. *Kosmicheskie trosovye sistemy* [Space tether systems]. Moscow, Alfa-M Publ., 2014, 208 p.
- [13] Pearson J., Carroll J., Levin E., Oldson J. *Acta Astronautica*, 2012, vol. 73, pp. 100–108.
- [14] Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Maier A.G. *Kachestvennaya teoriya dinamicheskikh sistem vtorogo poryadka* [Qualitative theory of the second order dynamic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1960, 568 p.
- [15] Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Maier A.G., *Teoriya bifurkatsiy dinamicheskikh sistem na ploskosti* [The theory of bifurcations of dynamic systems on the plane]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 488 p.

Ivanov V.A., Professor, Department of Mechanics and Mechatronics, Peoples' Friendship University of Russia, full member of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences, Honorary Academician of the Russian Academy of Cosmonautics. Research interests: participation in the formulation and implementation of the Russian scientific and technical program "Methods for improving the efficiency of rocket and space technology of dual use through the use of special tether systems." e-mail: ivanovva@matu.ru

Kupreev S.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Mechanics and Mechatronics, Peoples' Friendship University of Russia. Research interests: mechanics of motion of tethered space objects. e-mail: kupreevsa@mail.ru

Ruchinsky V.S., Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Corresponding Member of the Russian Academy of Cosmonautics, member of the Federal expert scientific and methodological Council. Research interests: development and research of methods for constructing estimates of nonlinear dynamical system solutions. e-mail: 2SVR@mail.ru