

Модификация модели деградации жесткостных характеристик конструкций из композиционных материалов для учета температурного воздействия

© Н.И. Романов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, 125993, Российская Федерация

Рассмотрена проблема деградации механических характеристик конструкций из композиционных материалов при циклическом нагружении с учетом температурных факторов. Актуальность исследования обусловлена необходимостью развития и совершенствования надежных методов прогнозирования долговечности конструкций из композитов. В ходе исследования проведен сравнительный анализ различных подходов к моделированию деградации свойств композиционных материалов, особое внимание уделено модели Дудченко — Лурье. Методология исследования базируется на феноменологическом подходе с использованием экспериментально установленных зависимостей между параметрами нагружения и изменением свойств материала. Проведено математическое моделирование процесса накопления повреждений с учетом механического и температурного воздействия. Полученные результаты демонстрируют существенное влияние температурного фактора на эффективные характеристики композитных конструкций. Показана эффективность модифицированной модели деградации, учитывающей температурное воздействие через соотношения Дюамеля — Неймана. Выявлено, что в случае применения модели Дудченко — Лурье требуются значительные вычислительные затраты при определенных типах укладки композита. Практическая значимость работы заключается в возможности использования разработанной методики для прогнозирования ресурса композитных конструкций при комбинированном механическом и температурном нагружении. Результаты исследования могут быть применены при проектировании элементов авиакосмической техники.

Ключевые слова: композиционные материалы, деградация характеристик, накопление повреждений, температурное воздействие, прогнозирование ресурса

Введение. Экспериментальные исследования демонстрируют, что снижение жесткостных характеристик композитных конструкций под воздействием циклических нагрузок является объективным индикатором процесса накопления повреждений в структуре материала. Данный параметр может служить количественной мерой повреждаемости композитных систем при многоцикловом нагружении [1].

В современной инженерной практике широкое применение находят упрощенные математические модели деградации механических свойств композиционных материалов [2]. Эти модели позволяют выполнять оперативные расчеты изменения прочностных и жесткостных характеристик конструкций при различных режимах нагружения, что особенно важно при проведении оперативной оценки

ресурса и прогнозировании остаточного срока службы элементов конструкций [3].

Феноменологический подход к описанию деградации механических характеристик базируется на экспериментально установленных зависимостях между параметрами нагружения и изменением свойств материала. При этом учитываются такие факторы, как количество циклов нагружения, амплитуда нагрузок и характер их распределения, что позволяет получать достаточно точные оценки степени поврежденности композитных конструкций [4].

Применение данных моделей существенно упрощает процесс прогнозирования долговечности конструкций при сохранении приемлемой точности расчетов, что делает их незаменимыми инструментами при проведении инженерных расчетов и при проектировании конструкций из композитных материалов.

Цель работы — анализ существующих моделей деградации жесткостных характеристик композитных конструкций и разработка методики учета температурного воздействия на процесс накопления повреждений.

Модели накопления повреждений. В настоящее время есть множество моделей разрушения и моделей деградации характеристик композиционных материалов. Например, в работе [5] представлена связь между напряжениями σ и деформациями ε с учетом накопленных повреждений в виде

$$\sigma = E(1 - \omega)\varepsilon, \quad (1)$$

где E — модуль упругости без повреждения; $\omega = 1 - \frac{\sigma}{\sigma - M \cdot \sigma}$ — оценка накопления повреждений, $M \cdot \sigma$ — оператор, зависящий от функции Абеля I_α и гамма-функции $\Gamma(1 + \alpha)$.

В механике разрушения получили развитие вероятностные математические модели, базирующиеся на статистическом подходе к процессу деградации материала. В качестве фундаментального инструмента статистического описания закономерностей разрушения применяется двухпараметрическое распределение Вейбулла, позволяющее адекватно аппроксимировать вероятностные характеристики процесса деградации материала и учитывать разброс прочностных свойств при различных условиях нагружения [6].

Следует отметить, что модели многих независимых авторов имеют экспоненциальную форму [7]. В последнее время достаточно широкое распространение также получили конечно-элементные модели усталостного разрушения композиционных конструкций [8].

Исследуемая модель. В рамках исследования, представленного в источнике [9], разработана модель Дудченко — Лурье, которая описывает процесс кумулятивного накопления повреждений в композитных

материалах волокнистого строения (углепластики). Теоретическое построение модели базируется на комплексе научно обоснованных предположений, формирующих фундаментальную основу для математического описания механизма деградации механических свойств исследуемых композитных конструкций.

Данная модель строится на системе допущений, обеспечивающих корректность математического аппарата и адекватность описания физических процессов, которые протекают в структуре углеродных композитов при их нагружении:

– зависимость скорости роста трещины от числа циклов нагружения подчиняется эмпирическому закону (закону Пэриса) линейной интерполяции экспериментальных данных о зависимости приращения длины трещины на цикле нагружения da/dn к изменению коэффициента интенсивности напряжений на цикле ΔK , а также констант материала C и m :

$$\frac{dl}{dN} = C \Delta K^m; \quad (2)$$

– дефекты расслоения, возникающие в различных слоях композитной системы, не взаимодействуют между собой;

– деградация свойств композиционного материала в целом определяется процессом накопления повреждений только в матрице, что связано с поперечными микротрещинами, появляющимися в отдельном поперечном слое. Они могут появляться и расти только тогда, когда соответствующие напряжения превышают предельную прочность матричной системы;

– основная часть повреждений связана с поперечными микротрещинами или трещинами слоев.

Модель повреждения в поперечных слоях может быть представлена в экспоненциальном виде:

$$S_{E,G} = (1 - e^{-nb_{E,G}}), \quad (3)$$

где $S_{E,G}$ — накопление повреждения для поперечного модуля упругости I и II рода соответственно; n — число циклов; $b_{E,G}$ — безразмерные константы, определяемые из эксперимента, которые показывают зависимость темпов роста микрорастрескиваний матрицы от числа циклов.

Тогда для поперечного модуля упругости и модуля сдвига вводятся следующие зависимости:

$$E_2 = E_{20}(1 - K_E S_E); \quad (4)$$

$$G_{12} = G_{120}(1 - K_G S_G), \quad (5)$$

где E_{20} и G_{120} — модули упругости материала без повреждения; K_E — безразмерный коэффициент, определяющий зависимость скорости изменения поперечного модуля упругости от максимальных растягивающих напряжений; K_G — безразмерный коэффициент, определяющий зависимость скорости изменения модуля сдвига упругости от максимальных растягивающих напряжений.

При этом оценка накопления повреждений определяется по формуле

$$\omega = 1 - K_{E,G} S_{E,G}. \quad (6)$$

Методика нахождения деградации поперечного модуля упругости сводится к следующему алгоритму [10].

1. Рассчитываются жесткости каждого монослоя по основным формулам микромеханики композиционного материала.

2. Вычисляются эффективные модули пакета слоев конструкции.

3. По известным действующим механическим нагрузкам определяется деформация пакета слоев.

4. Вычисляется напряжение в каждом монослое композиционного материала от механических нагрузок.

5. Проводится проверка по критериям разрушения каждого слоя, и если критерий разрушения выполняется, необходимо обнулить жесткости в соответствующем слое.

6. Рассчитываются поврежденные эффективные модули от механических нагрузок, при перерасчете в качестве начального значения для поперечного модуля монослоя выступает модуль, определяемый по формулам (4) и (5).

Модификация модели. Исходные данные, представленные в таблице, взяты из работы [11], где параметры модели деградации Дудченко — Лурье были определены в результате экспериментального исследования.

Механические характеристики материала

Характеристика	Волокно НТА-40	Матрица ЭДТ-10
Модуль упругости вдоль волокон E_f , ГПа	238	2,600
Модуль упругости поперек волокон E_m , ГПа	24	
Модуль сдвига G , ГПа	16	0,840
Коэффициент Пуассона μ	0,28	0,4
Объемное содержание V , %	65	35

Для исследования влияния температуры на деградацию механических характеристик композита воспользуемся основными соотношениями теории анизотропной упругости. Для учета температуры применим соотношения Дюамеля — Неймана [12] и получим следующее выражение:

$$\{\sigma_i^{\text{сум}}\} = [B_{ij}] \{\varepsilon_j - \{\alpha_j\}t\}, \quad (7)$$

где $\{\sigma_i^{\text{сум}}\}$ — матрица-столбец суммарных напряжений пакета от механических и температурных нагрузок; $[B_{ij}]$ — матрица коэффициентов жесткости пакета; $\{\varepsilon_j\}$ — матрица-столбец деформаций пакета; $\{\alpha_j\}$ — матрица-столбец коэффициента линейного температурного расширения; t — изменение температуры.

Тогда в алгоритм, описанный выше, между шагом 4 и шагом 5 необходимо вставить пункт расчета напряжений от температурных деформаций. Схема алгоритма расчета модифицированной модели Дудченко — Лурье показана на рис. 1.



Рис. 1. Алгоритм расчета модифицированной модели Дудченко — Лурье

Таким образом, исходная модель и алгоритм накопления повреждений не предполагают учет влияния температурных деформаций.

Модификация модели заключается в том, чтобы, используя закон Дюамеля — Неймана, учесть влияние температурных деформаций и включить его в алгоритм расчета.

Расчет эффективного модуля упругости по модели Дудченко — Лурье проводился в программном комплексе Maple для $N = 10^6$ циклов ($t = -50^\circ\text{C}$) для укладки $[0/90_2]_s$ при действии напряжений 50 % от предельных.

Расчеты показывают (рис. 2), что после введения в модель Дудченко — Лурье соотношений Дюамеля — Неймана происходит снижение эффективных модулей упругости [13]. Температурное нагружение оказывает существенное влияние на изменение эффективных характеристик пакета, что, в свою очередь, приводит к уменьшению ресурса конструкции при циклическом воздействии вследствие перераспределения полей напряжений при постоянной деформации.

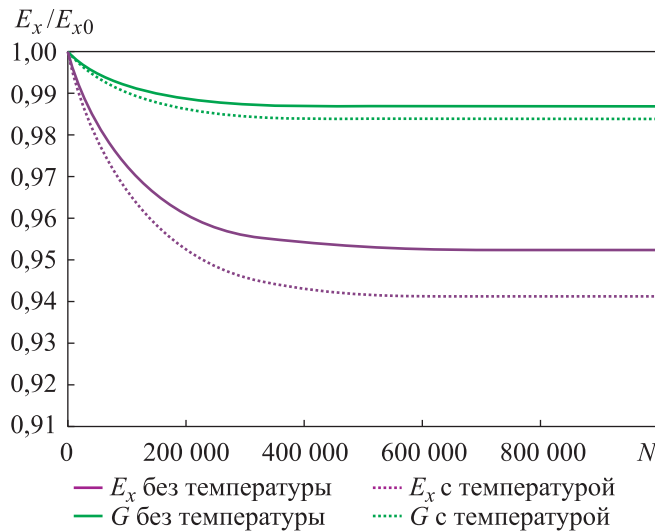


Рис. 2. Изменение эффективного модуля упругости с учетом и без учета температуры

Исходная модель Дудченко — Лурье, предложенная в [9], предполагает уточнение деградации модулей упругости и сдвига методом простой итерации. При этом не указывается, какое количество итераций удовлетворяет уточнению эффективных характеристик, что, в свою очередь, при большом количестве итераций может затруднить практическое применение модели. Расчет эффективного модуля упругости по модели Дудченко — Лурье проводился в программном комплексе Maple без учета температуры.

Используя алгоритм, описанный выше, найдем зависимость деградации относительного поперечного модуля упругости слоистой

композитной пластины с продольно-поперечной укладкой слоев $[0/90_2]_s$ от количества циклов нагружения (рис. 3). Результаты расчетов показали (см. рис. 3), что из-за экспоненциальной формы модели повреждения изменение эффективного модуля упругости E_x на некоторых циклах нагружения N выходит на «плато» и практически не изменяется.

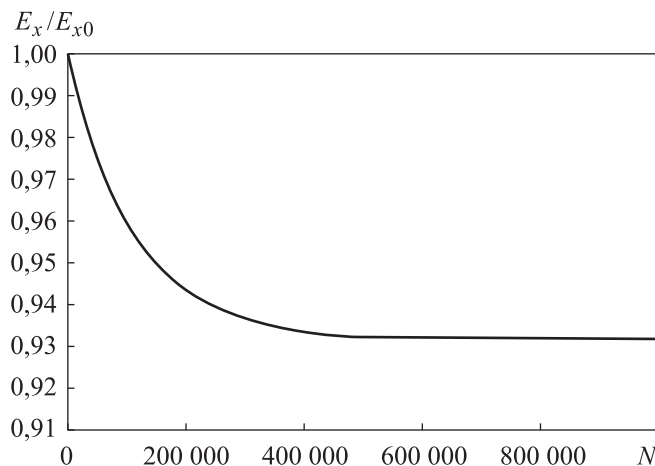


Рис. 3. Изменение модуля упругости при циклических нагрузках после первой итерации (E_x, E_{x0} — эффективные модули упругости поврежденного и неповрежденного пакета слоев соответственно)

С помощью метода последовательных приближений построим зависимости изменения модуля упругости и процент изменения от итерации. Пороговым процентом, при котором следует закончить уточнение эффективного модуля упругости, считается изменение менее 1 % между значением модуля на текущей и на предыдущей итерации.

Результаты расчетов. Из анализа графика, показанного на рис. 4, следует, что более 99 % изменения модуля происходит после первой итерации, а само количество итераций в конкретном расчетном примере равно пяти, что свидетельствует о быстрой сходимости модели повреждения Дудченко — Лурье.

Однако при квазиизотропной укладке слоистого композита $[0/\pm 45/90_2]_s$ наблюдается увеличение итераций сходимости с разницей в 1 % модулей упругости (рис. 5, 6). Это связано с тем, что при предельных нагрузках волокна, работающие на сдвиг в плоскости монослоя, достигают предельных значений напряжений, а это приводит к многократному перерасчету напряжений в каждом монослое, от которых зависят жесткостные характеристики конструкции из композиционных материалов.

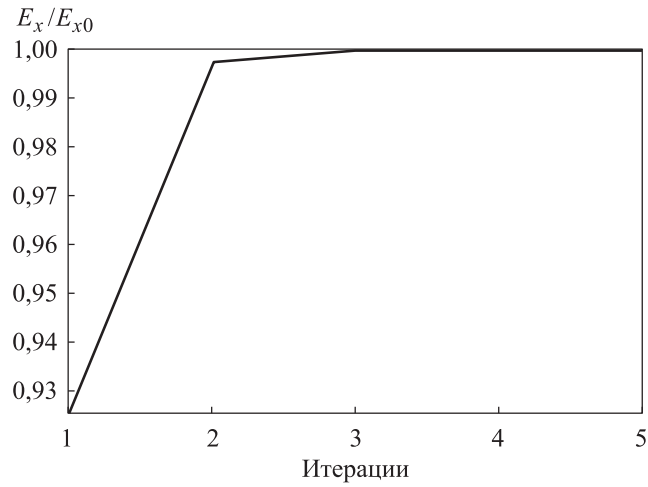


Рис. 4. Процент изменения эффективного модуля упругости в зависимости от итерации

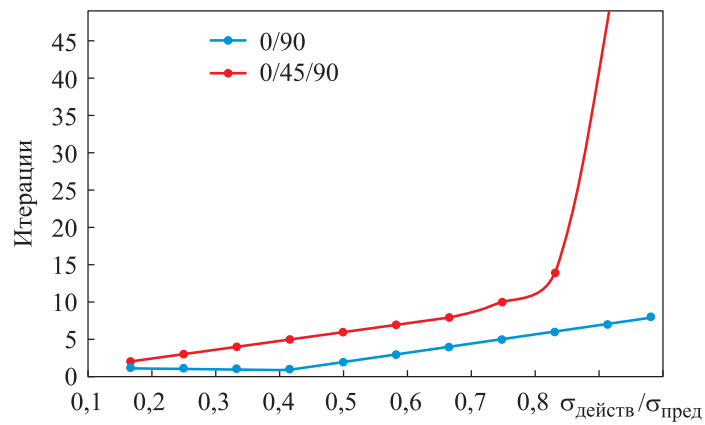


Рис. 5. Зависимость количества итераций от отношения напряжений

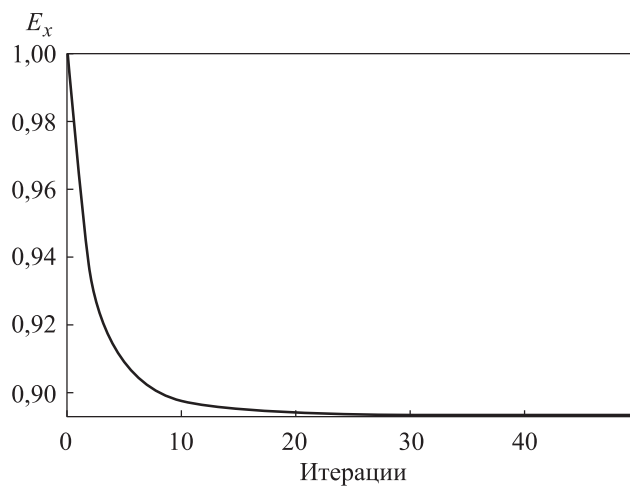


Рис. 6. Зависимость изменения эффективного модуля упругости от итераций

Следует отметить, что высокие показатели итераций для определенной сходимости реализуются только для напряжений, близких к критическим ($\sigma_{\text{действ}} \geq 0,7\sigma_b$), что маловероятно в существующих авиационных конструкциях.

Заключение. Рассмотрены методы разрушения и модели деградации композиционных материалов. Проанализирована модель деградации Дудченко — Лурье и представлена модификация ее алгоритма расчета для учета механического и температурного воздействия с помощью соотношения Дюамеля — Неймана. Приведены результаты сравнения поведения эффективных модулей композитной структуры в зависимости от фактора температурного нагружения, а также отмечено, что модификация модели Дудченко — Лурье с использованием соотношений Дюамеля — Неймана показывает физические результаты расчетов деградации модулей упругости композиционных материалов. Дальнейшие исследования могут быть направлены на поиск оптимального итерационного алгоритма уточнения падения жесткостных характеристик взамен метода простой итерации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Demet S.M., Demir O. Influence of temperature and stress ratio on low-cycle fatigue life prediction of UD-CFRPs considering stiffness degradation. *Polymer Composites*, 2025, vol. 46, no. 12, pp. 11623–11633. DOI: 10.1002/pc.70146
- [2] Hiremath M., Bernthaler T., Anger P., Mishra S., Guha A., Tewari A. Comparison of damage mechanisms in chopped strand mat and woven roving mat composites under cyclic tension. *Polymer Composites*, 2024, vol. 45 (12), pp. 11162–11177. DOI: 10.1002/pc.28539
- [3] Hiremath M., Bernthaler T., Anger P., Mishra S., Guha A., Tewari A. Microstructural damage dependent machine learning model to predict stiffness reduction in damaged GFRP composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2025. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2025.108913 URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S014211232500110> (дата обращения: 17.09.2025).
- [4] Каримбаев Т.Д., Матюхин Д.В. Об оценке усталостной прочности образцов из полимерных композиционных материалов. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2016, т. 22, № 3, с. 329–341.
- [5] Думанский А.М. Накопление повреждений и деформирование волокнистых композитов. *Наука и образование: электронное научно-техническое издание*, 2014, № 1, с. 250–257. DOI: 10.7463/0114.0687557
- [6] Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. [и др.] *Композиционные материалы: Справочник*. В.В. Васильев, Ю.М. Тарнопольский, ред. Москва, Машиностроение, 1990, 512 с. ISBN 5-217-01113-0
- [7] Буров А.Е. Модели разрушения волокнистых композиционных материалов. *Вестник СибГАУ*, 2008, вып. 3 (20), с. 133–138.
- [8] Van Paepegem W. *Development and finite element implementation of a damage model for fatigue of fibre-reinforced polymers*. Ghent University Architectural and Engineering Press, 2002. URL: <http://hdl.handle.net/1854/LU-153455> (дата обращения 23.09.2025).

- [9] Дудченко А.А., Лурье С.А. *Моделирование процессов роста поврежденности и деградации механических свойств слоистых композитов*. Москва, Изд-во МАИ, 2019, 160 с.
- [10] Маскайкина А.А. *Разработка методов расчета стыковых металло-композитных узлов авиационных конструкций на прочность с учетом ресурса: Дис. ... канд. техн. наук*. Москва, 2022, 155 с.
- [11] Нгуен Дак Куанг. *Влияние термоциклических нагрузок на механические характеристики материала композитных панелей: Дис. ... канд. техн. наук*. Москва, 2015, 121 с.
- [12] Smith J., Johnson A., Williams R. Durability and flammability studies of composites for automotive applications. *Sustainable Composites for Automotive Engineering*, 2025, pp. 453–476. DOI: 10.1016/B978-0-443-23669-3.00023-3
- [13] Ansari Md.T.A., Singh K.K., Azam M.S. Fatigue damage analysis of fiber-reinforced polymer composites — A review. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2018, vol. 37, no. 9, pp. 636–654. DOI: 10.1177/0731684418754713

Статья поступила в редакцию 24.11.2025

Ссылку на эту статью оформлять следующим образом:

Романов Н.И. Модификация модели деградации жесткостных характеристик конструкций из композиционных материалов для учета температурного воздействия. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2026, вып. 3. EDN PWRPLY

Романов Никита Ирекович — аспирант кафедры «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий» МАИ (национальный исследовательский университет). Область деятельности и научные интересы: численные методы, авиастроение, космические конструкции, полимерные композиционные материалы, математическое моделирование статики и динамики, инженерные расчеты, термоупругость. e-mail: romanov.nikita@internet.ru

Modification of a Stiffness Degradation Model for Composite Structures Considering Thermal Effects

© N.I. Romanov

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, 125993, Russian Federation

Relevance of the study lies in the need to develop and improve reliable methods for predicting the service life of composite structures. A comparative analysis of various approaches to modeling the degradation of composite material properties was carried out, with particular attention paid to the Dudchenko–Lurie model. The research methodology is based on a phenomenological approach using experimentally established relationships between loading parameters and material property changes. Mathematical modeling of the damage accumulation process was performed, taking into account both mechanical and thermal effects. The results demonstrate a significant influence of thermal factors on the effective characteristics of composite structures. The effectiveness of the modified degradation model, which incorporates thermal effects via the Duhamel–Neumann relations, was demonstrated. It was also found that the Dudchenko–Lurie model requires considerable computational effort for certain composite layup types. Practical significance of the work lies in the possibility of using the developed methodology to predict the service life of composite structures under combined mechanical and thermal loading. The results of the study can be applied in the design of aerospace engineering components.

Keywords: composite materials, property degradation, damage accumulation, thermal effects, service life prediction

REFERENCES

- [1] Demet S.M., Demir O. Influence of temperature and stress ratio on low-cycle fatigue life prediction of UD-CFRPs considering stiffness degradation. *Polymer Composites*, 2025, vol. 46, no. 12, pp. 11623–11633. <https://doi.org/10.1002/pc.70146>
- [2] Hiremath M., Bernthaler T., Anger P., Mishra S., Guha A., Tewari A. Comparison of damage mechanisms in chopped strand mat and woven roving mat composites under cyclic tension. *Polymer Composites*, 2024, vol. 45, no. 12, pp. 11162–11177. <https://doi.org/10.1002/pc.28539>
- [3] Hiremath M., Bernthaler T., Anger P., Mishra S., Guha A., Tewari A. Microstructural damage dependent machine learning model to predict stiffness reduction in damaged GFRP composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2025. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S014211232500110> (accessed September 17, 2025). <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2025.108913>
- [4] Karimbaev T.D., Matyukhin D.V. Ob otsenke ustalostnoy prochnosti obraztsov iz polimernykh kompozitsionnykh materialov [On the assessment of fatigue strength of polymer composite specimens]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy*, 2016, vol. 22, no. 3, pp. 329–341.
- [5] Dumanskiy A.M. Nakopleniye povrezhdeniy i deformirovaniye voloknistykh kompozitov [Damage accumulation and deformation of fiber composites]. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchno-tekhnicheskoe izdanie*, 2014, no. 1, pp. 250–257. <https://doi.org/10.7463/0114.0687557>

- [6] Vasil'ev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V., et al. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik* [Composite materials: handbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990, 512 p. ISBN 5-217-01113-0
- [7] Burov A.E. Modeli razrusheniya voloknistykh kompozitnykh materialov [Damage models of fiber-reinforced composites]. *Vestnik SibGAU — Siberian Aerospace Journal*, 2008, no. 3 (20), pp. 133–138.
- [8] Van Paepegem W. *Development and finite element implementation of a damage model for fatigue of fibre-reinforced polymers: PhD thesis*. Ghent University, 2002. Available at: <http://hdl.handle.net/1854/LU-153455> (accessed September 23, 2025).
- [9] Dudchenko A.A., Lur'e S.A. *Modelirovanie protsessov rosta povrezhdennosti i degradatsii mekhanicheskikh svoystv sloistykh kompozitov* [Modeling of damage growth and mechanical property degradation in laminated composites]. Moscow, MAI Publ., 2019, 160 p.
- [10] Maskaykina A.A. *Razrabotka metodov rascheta stykovykh metallo-kompozitnykh uzlov aviatsionnykh konstruktsiy na prochnost' s uchetom resursa* [Development of methods for calculating joint metal-composite nodes of aircraft structures for strength considering service life]. *Cand. of Techn. Sc. Thesis*. Moscow, 2022, 155 p.
- [11] Nguyen D.K. *Vliyanie termotsiklicheskikh nagruzok na mekhanicheskie kharakteristiki materiala kompozitnykh paneley* [Effect of thermocyclic loads on mechanical properties of composite panel materials]. *Cand. of Techn. Sc. Thesis*. Moscow, 2015, 121 p.
- [12] Smith J., Johnson A., Williams R. Durability and flammability studies of composites for automotive applications. In: *Sustainable Composites for Automotive Engineering*, 2025, pp. 453–476.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-443-23669-3.00023-3>
- [13] Ansari Md.T.A., Singh K.K., Azam M.S. Fatigue damage analysis of fiber-reinforced polymer composites — A review. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2018, vol. 37, no. 9, pp. 636–654.
<https://doi.org/10.1177/0731684418754713>

Romanov N.I., Postgraduate student, Department of Design and Durability of Aviation, Rocket and Space Products at MAI (National Research University). Field of activity and research interests: numerical methods, aircraft engineering, space structures, polymer composite materials, mathematical modeling of statics and dynamics, engineering calculations, thermoelasticity. e-mail: romanov.nikita@internet.ru