

СВОЙСТВА КРИВЫХ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ, ПОРОЖДАЕМЫХ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛЬЮ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ЭВОЛЮЦИИ СТРУКТУРЫ

В.В. Гулин

kornet104@gmail.com

МГУ, Москва, Российская Федерация
СВФУ, Якутск, Российская Федерация

Аннотация

Исследована нелинейная модель сдвигового течения, описывающая взаимосвязь процесса деформации и эволюции структуры тиксотропной среды. Модель предназначена для описания поведения широкого класса материалов (от полимерных растворов и дисперсных систем до физических гелей и цементных суспензий) в условиях переменной деформации. В модели параметр структурированности влияет на вязкость и упругие свойства материала и подвержен изменению под действием напряжения. Рассмотрено циклическое нагружение в широком диапазоне частот и амплитуд, включая режимы осцилляционного сдвига малой и большой амплитуды (small amplitude oscillatory shear (SAOS), large amplitude oscillatory shear (LAOS)). Показано, что модель воспроизводит переход от линейного вязкоупругого поведения к нелинейному с характерными признаками разрушения и восстановления структуры в цикле. При этом форма интегральных кривых и фазовых траекторий существенно зависит от соотношения периода деформации и времени релаксации. Обнаружены эффекты осцилляций, асимметрии и сдвига фаз, связанные с перестройкой структуры, а также режимы с нарушением симметрии и изменением числа периодов параметра структурированности в пределах цикла. Результаты сопоставлены с экспериментальными данными для тиксотропных жидкостей, полимерных растворов, эмульсий и гелей. Показана применимость модели для описания ключевых нелинейных эффектов в реологических испытаниях циклической деформации

Ключевые слова

Тиксотропия, реология, кривые циклического деформирования, нелинейная вязкоупругость, структурированность, растворы, расплавы, полимеры, LAOS-анализ

Поступила 30.05.2025

Принята 13.10.2025

© Автор(ы), 2026

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России
(проект № FSRG-2024-0004)*

Введение. Исследование реологических свойств материалов при циклических нагрузках играет важную роль в понимании их поведения в динамических условиях. Особый интерес представляют нелинейные реологические эффекты, возникающие в условиях больших амплитуд осцилляционного сдвига (large amplitude oscillatory shear (LAOS)). В отличие от традиционных моделей линейной вязкоупругости, в этой области наблюдаются сложные механизмы изменения свойств материала, обусловленные эволюцией его внутренней структуры. Необходимость комплексного подхода к анализу и идентификации моделей вязкоупругопластичных материалов, включая программные средства для обработки данных испытаний, подробно рассмотрена в [1].

Настоящая работа является частью работ, посвященных систематическому исследованию нелинейной модели сдвигового течения тиксотропных вязкоупругопластичных сред с учетом эволюции структуры:

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G(w)} + \frac{\tau}{\eta(w)}, \quad \dot{w} = k_1(1-w) - k_2 w \cdot \tilde{g}(\tau), \quad (1)$$

где $\dot{\gamma}$ — скорость сдвиговой деформации; τ — касательное напряжение; $G(w)$, $\eta(w)$ — модуль сдвига и вязкость, зависящие от структурированности; $w(t) \in [0, 1]$ — параметр структурированности; k_1, k_2 — коэффициенты, отражающие скорость образования и разрушения структурированности в отсутствие напряжения; $\tilde{g}(\tau)$ — функция, определяющая влияние напряжения на скорость разрушения структуры (неубывающая, $\tilde{g}(0) = 1$). Исходная модель предложена в [2], где выполнен ее базовый анализ. Фазовые портреты, типы положения равновесия и свойства интегральных кривых исследованы в [3, 4]. Поведение кривых течения и деформирования при различных режимах нагружения рассмотрено в [5]. Семейства кривых деформирования, релаксации и ползучести проанализированы в [6, 7], там же сформулированы критерии применимости модели. Отклик на ступенчатое нагружение, включая эффекты накопления деформаций, описан в [8, 9], также выделены экспериментальные индикаторы согласования с моделью.

Тиксотропия — обратимое изотермическое, зависящее от времени уменьшение кажущейся вязкости под действием сдвигового течения (при фиксированной скорости сдвига или напряжении) с последующим восстановлением в покое; макроскопически связано с разрушением и восстановлением внутренней структуры материала.

Тиксотропное поведение характерно для множества материалов: полимерных растворов и расплавов, эмульсий, гелей, суспензий и цементных паст. Во всех этих системах наблюдается обратимая перестройка внутренней структуры под действием деформации, приводящая к временному уменьшению вязкости и последующему восстановлению. Такие эффекты связаны с нарушением слабых связей, в частности, водородных, гидрофобных, ионных и межчастичных.

Ассоциативные полимерные растворы, включая гидрофобно модифицированную целлюлозу, демонстрируют тиксотропию за счет распада и восстановления сетей на основе слабых взаимодействий [10]. В координационно сшитых полимерах тиксотропное поведение также связано с разрывом комплексов при сдвиге и их восстановлением в покое [11]. Глинистые суспензии теряют структурированность через распад флокул под действием сдвига с последующим восстановлением при покое [12, 13].

В эмульсиях и пенах тиксотропия обусловлена перестройкой упаковки капель или пузырьков при разрушении межфазных контактов и их реорганизации [14]. В гелях на основе самособирающихся молекул, например, эластиноподобных полипептидов или коротких пептидов, аналогичные эффекты происходят на уровне восстановления наноструктурной сетки [15, 16]. В цементных суспензиях тиксотропия обусловлена физической флокуляцией частиц, происходящей за счет обратимых межчастичных взаимодействий, с учетом, что в структуре материала происходят и химически необратимые процессы — кристаллизация продуктов гидратации [17].

Параметр структурированности w , используемый в модели, может интерпретироваться как скалярная мера степени обратимого упорядочивания: плотности межмолекулярных связей, агрегации частиц, плотности упаковки капель, степени флокуляции или синтеризации [18, 19]. Таким образом, этот параметр представляет собой безразмерную скалярную величину, изменяющуюся от 0 до 1 и выражающую долю сохраненной структуры относительно максимально возможной для данной среды. В зависимости от материала параметр w может интерпретироваться как относительная степень сшитости макромолекул (включая водородные или ионные связи), доля восстановленных временных сетей в гелях, доля межкапельных контактов в эмульсиях, степень агрегации частиц в суспензиях, доля плотных зон в синтезирующейся структуре или доля сохраняющейся когезионной прочности в гранулированных или дисперсных средах. Независимо от конкретной физической интерпретации, параметр w отражает текущее состояние обратимо организованной структуры, влияющее на вязкость и упругие свойства модели.

В литературе рассмотрено несколько классов моделей, описывающих материалы, которые изменяют структуру при нагружении и восстанавливают ее в покое. Их можно подразделить на две основные группы.

1. *Модели вязкопластического течения*, где вещество ведет себя как твердое тело до достижения некоторого предела текучести, после чего начинает течь как вязкая жидкость; к таким моделям добавляется зависимость предельного напряжения и вязкости от структурного параметра.

2. *Нелинейные вязкоупругие модели*, обобщающие определяющее соотношение Максвелла или другие вязкоупругие модели за счет введения изменяющихся во времени структурных параметров, влияющих на упругие и вязкостные характеристики среды.

Многие реологические модели течения вводят внутренний параметр структуры (например, λ или w), который динамически изменяется под воздействием деформации: разрушается при нагрузке и восстанавливается в покое. Классический пример — *модель Хоуска* (Houška) [20]: в ней эволюция структуры описывается кинетическим уравнением первого порядка с двумя параметрами: 1) коэффициентом нарастания структуры a ; 2) коэффициентом разрушения b . Эти параметры определяют скорость приближения структурного параметра к максимуму в покое и скорость распада структуры при сдвиге. Дополнительно вводятся показатели степенного закона (m, n) в той части модели, которая совпадает с *моделью Гершеля — Балкли* (Herschel — Bulkley fluid) [21], характеризующие нелинейную зависимость вязкости и предела текучести от текущей структуры и скорости сдвига [22]:

$$\tau_y(t) = \tau_{y0} + \lambda \tau_{y1} + (k + \lambda \Delta k) \dot{\gamma}^n, \quad \frac{d\lambda}{dt} = a(1 - \lambda) - b\lambda \dot{\gamma}^m.$$

Другие авторы расширяли однопараметрические модели, вводя несколько структурных переменных. Так, в [23] предложена модель с двумя структурными параметрами (для восстановимой и необратимо теряемой части структуры) [22]. Это позволяет отдельно учитывать долю связей, которые успевают восстановиться после разгрузки, и долю, которая разрушается необратимо (например, разрушение химических связей или агрегатов без полного восстановления). Кроме коэффициентов a_1, b_1 для восстановимой структурированности, в этой модели введен коэффициент b_2 для необратимой деградации. Таким образом учитывается ограниченная восстанавливаемость структуры. Еще одна модификация — разделение вклада структуры в вязкость и предел текучести. Так, в [24] введены отдельные параметры структурного состояния: один — влияющий

на текущее напряжение течения, другой — на коэффициент консистенции жидкости. Это позволяет точнее описать материалы, где прочностные свойства (порог текучести) и вязкость зависят от структуры поразному. Следовательно, развитие моделей привело к учету обратимых и необратимых изменений структуры, а также к отдельной зависимости механических свойств от состояния структуры. Около восьми таких моделей рассмотрены в [22], однако они описывают пластическое течение с переменным пределом текучести и не учитывают вязкоупругие эффекты. Это ограничивает их применимость в условиях циклического нагружения, когда материал демонстрирует не только тиксотропное разупрочнение, но и значительный упругий отклик.

Исследуемая в работе модель отличается тем, что параметр структурированности $w(t)$ влияет на вязкость и упругие свойства материала. Это позволяет учитывать динамические изменения жесткости в процессе нагружения, что принципиально отличает ее от моделей вязкопластического течения. Кроме того, в рассматриваемой модели скорость разрушения структуры определяется напряжением сдвига, тогда как в большинстве тиксотропных моделей она связывается со скоростью сдвига или с деформацией.

Результаты испытаний и особенности отклика на циклическую нагрузку рассмотрены в [25–28] для следующих материалов: водные растворы ксантановой камеди и гиалуроновой кислоты, мягкий и твердый гели триблока PEO–PPO–PEO, расплавы полипропилена и полистирола, стоматологический полисилоксановый импрессионный материал, косметический крем-эмульсия и цементные пасты.

Цель работы — исследовать качественные особенности отклика нелинейной модели сдвигового течения тиксотропных сред при циклическом нагружении. Основное внимание уделено анализу переходов между режимами линейной вязкоупругости (small amplitude oscillatory shear (SAOS)), квазипластического поведения и нелинейного осцилляционного течения (LAOS) в зависимости от частоты и амплитуды деформации. Задача состоит в том, чтобы выявить, как структурная переменная, управляющая вязкостью и упругостью среды, влияет на форму интегральных кривых, сдвиги фаз и симметрию отклика. Отдельная задача — сопоставить результаты моделирования с доступными экспериментальными данными по различным тиксотропным системам и показать применимость модели для описания наблюдаемых в реологических испытаниях эффектов.

Нелинейная модель сдвигового течения. В основе работы лежит нелинейная реологическая модель, исследованная в [2–9], в которой учитывается эволюция структуры материала при сдвиговом нагружении. Особенность модели — введение в определяющее соотношение вязкоупругости Максвелла параметра структурированности $w(t)$, который изменяется под действием напряжения, описывая разрушение и восстановление внутренней структуры материала. Эффективная вязкость и модуль сдвига становятся функциями структурированности.

Рассмотрим нелинейную модель сдвигового течения, учитывающую зависимость эволюции структуры в процессе деформирования:

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G(w)} + \frac{\tau}{\eta(w)}, \quad \dot{w} = k_1(1-w) - k_2 w \tilde{g}(\tau). \quad (2)$$

Второе уравнение в (2) определяет характер изменения структурированности и ограничивает изменение параметра структурированности w в диапазоне $(0, 1)$. Функция $\tilde{g}(\tau)$ обеспечивает взаимосвязь структурированности с напряжением, она полагается неубывающей (т. е. рост напряжения приводит к увеличению скорости разрушения структурированности) и такой, что $\tilde{g}(0) = 1$ (чтобы не переопределять константу k_2).

Выбираем возрастающие (для определенности — экспоненциальные) функции структурированности для вязкости и модуля сдвига:

$$\eta(w) = \eta_0 \exp(\alpha w), \quad G(w) = G_0 \exp(\beta w). \quad (3)$$

Это формирует допущение модели, что по мере роста структурированности происходит монотонное увеличение вязкости и упругих характеристик. Из этих двух размерных величин можно ввести время релаксации, которое зависит от текущего значения параметра структурированности $w(t)$, т. е. от времени t :

$$T(w) \equiv \frac{\eta(w)}{G(w)} = \frac{\eta_0}{G_0} \exp((\alpha - \beta)w). \quad (4)$$

Зависимость времени релаксации (4) от текущего состояния отражает важную нелинейность модели. Структурированность может как возрастать, так и убывать в зависимости от действующего напряжения τ , а вместе с ней и время релаксации, что критично при анализе переходов между линейными и нелинейными режимами, поскольку релаксация определяется не только параметрами материала, но и его текущим состоянием. Далее выраженность этого эффекта иллюстрируется на изменении формы кривых циклической деформации и фазового сдвига. Влияние пара-

метра w на релаксационные свойства материала и демонстрация способности модели описывать как жидкообразное, так и твердоподобное поведение тиксотропных сред рассмотрены в [7].

Выбираем материальную функцию, отвечающую за влияние напряжения на скорость разрушения структуры [2–9]:

$$\tilde{g}(\tau) = g(s) = \exp(h \cdot |s|). \quad (5)$$

Модуль обеспечивает симметричность влияния сдвигового напряжения, а функция может быть выбрана любой неубывающей, такой что $g(0) = 1$. Выбор функции $g(s)$ в экспоненциальном виде позволяет получить выраженный эффект «обрушения структуры» при достижении некоторого уровня напряжения. Это косвенно связывает исследуемую в работе модель с моделями вязкопластического течения, где есть пороговое напряжение текучести, при этом не совпадающее с ним.

Математические следствия выбора возрастающих функций (3) и (5) в условиях деформации с постоянной скоростью подробно изложены в [2, 3].

Обезразмеривание [2] проводим с помощью следующих замен (обозначение $\wedge$ опущено):

$$\tau = G_0 s, \quad t = \frac{\eta_0}{G_0} \hat{t}; \quad (6)$$

$$c = k_1 \frac{\eta_0}{G_0}, \quad b = \frac{k_2}{k_1}. \quad (7)$$

Получаем (здесь и далее точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени)

$$\dot{\gamma} = \frac{se^{\beta w} + \dot{s}e^{\alpha w}}{e^{\beta w}e^{\alpha w}}, \quad \dot{w} = c \left(1 - w \left(1 + be^{hs} \right) \right). \quad (8)$$

Здесь α, β — параметры, определяющие чувствительность вязкости и модуля сдвига к структурированности; b — отношение скорости разрушения к скорости образования структурированности при отсутствии напряжения; c — безразмерная скорость изменения структурированности, которая может регулировать «общую скорость протекания реакции», скорость как разрушения, так и образования структурированности, ее влияние можно ассоциировать с влиянием температуры на тиксотропию среды.

Кривые циклической деформации. Для моделирования циклического (осцилляционного) нагружения задаем гармоническую программу изменения:

$$\gamma(t) = \gamma_{\max} \sin(2\pi vt), \quad (9)$$

где $\gamma_{\max}$ — амплитуда деформации; v — частота.

Выбираем набор материальных параметров

$$\alpha = 2, \beta = 1, b = 10^{-12}, c = 1, h = 7. \quad (10)$$

Модель с параметрами (10) исследована в условиях деформации с постоянной скоростью [3–6], в режимах ползучести и релаксации [7, 8], в режиме повторной (циклической) ползучести и восстановления [9].

Знание материального параметра b позволяет определить уровень равновесной структурированности w_* в покое ($s=0$):

$$w_*|_{b=10^{-12}} = \frac{1}{1+b} = \frac{1}{1+10^{-12}} \approx 1. \quad (11)$$

Знание материальной функции $g(s)$ позволяет предсказать, что существует уровень напряжения, после которого параметр w начнет резко изменяться, этот уровень будем полагать *напряжением обрушения структуры* s_* .

Если вычислить значения $bg(s)$ для ряда $s = 3,5; 3,75; 4; 4,25; 4,5$, то получим 0,044; 0,251; 1,446; 8,323; 47,893. Результаты анализа значений выражения $bg(s)$ для (10) позволяют оценить напряжение обрушения структуры как $s_* \approx 4$. Значения $bg(s) > 1$ означают, что скорость разрушения структуры начинает давать заметный вклад по сравнению со скоростью образования.

Для решения системы (8), (9) применяется численное решение задачи Коши. Начальные условия для напряжения всегда $s(0)=0$, а начальная структурированность w_0 может принимать любое значение на отрезке $[0, 1]$. Если в описании не указано обратное, то выбор начальной структурированности не влияет на форму установившихся кривых $s(t)$ и $w(t)$. В большинстве случаев (в широком диапазоне частот и амплитуд) это так. Для определенности отметим, что использовано значение $w(0)=0,5$. Случай, когда отличия в начальной структурированности приводят к различиям в установившихся кривых, будет рассмотрен ниже.

Вычисления проводят на интервалах времени, охватывающих несколько циклов деформации, чтобы выявить установившийся (периодический) характер решения. Для различных комбинаций $(\gamma_{\max}, v)$ можно наблюдать переход материала из «условно линейного» режима (малые амплитуды / высокие частоты) в существенно нелинейный (средние амплитуды / средние частоты), в котором проявляются эффекты разруше-

ния и восстановления структуры. При выборе больших амплитуд деформации / низких частот деформации достигается другая крайность — модель ведет себя как сугубо вязкий элемент.

Далее проанализируем поведение $s(t)$ и $w(t)$ на установившихся циклах. Характерными значениями амплитуды деформации будем полагать ряд

$$\gamma_{\max} = [400, 200, 100, 20, 10, 7,5, 5, 3, 2, 1, 0,75, 0,5]. \quad (12)$$

Ряд выбран так, чтобы захватить область как *линейного* поведения модели ($w(t)$ выходит на «постоянное», почти равновесное значение, т. е. практически не меняется в цикле, и первое уравнение модели (2) превращается в линейную модель вязкоупругости Максвелла), так и *нелинейного* поведения — от амплитуд, при которых параметр $w(t)$ меняется, не достигая нуля, до амплитуд деформации цикла, при которых $w(t)$ вновь выходит на «постоянное» значение, но уже соответствующее $w=0$.

Далее ставим задачу продемонстрировать качественное изменение отклика модели с фиксированными материальными параметрами (10) между состояниями, где доминируют вязкие напряжения (колебания с очень низкой частотой), и состояниями, где преобладают упругие напряжения (колебания с высокой частотой). С учетом выбора (10) в (4) минимальное безразмерное время релаксации соответствует единице, а максимальное время релаксации — e , т. е. приблизительно 2,718.

Начнем с анализа поведения системы при относительно низких частотах циклического нагружения (когда период значительно превышает характерное время релаксации). В этом режиме наблюдается четкая стабилизация интегральных кривых в течение первых нескольких циклов — пары полных периодов деформации достаточно для того, чтобы кривые $s(t)$ и $w(t)$ достигли установившегося режима. Это означает, что материал успевает адаптироваться к изменяющейся нагрузке и не демонстрирует выраженных запаздываний в процессе восстановления. В частности, если амплитуда деформации остается сравнительно небольшой, то форма кривых отклика оказывается близкой к линейной: графики напряжения $s(t)$ представляют собой идеальные синусоиды, при этом фазовый сдвиг между напряжением и деформацией стабильно составляет примерно четверть периода. Это соответствует отклику модели линейного вязкого элемента. Такой режим можно рассматривать как *вырожденный* в контексте исследуемой модели, в котором поведение материала не претерпевает качественных изменений, а его структура остается неизменной или изменяется незначительно.

Однако ситуация меняется, когда амплитуда деформации увеличивается, даже если частота нагружения остается низкой. В этом случае в системе начинают проявляться нелинейные эффекты, обусловленные разрушением и восстановлением структуры материала. В зависимости от $\gamma_{\max}$ можно выделить несколько характерных стадий изменения отклика. При сравнительно небольших амплитудах (но выходящих за пределы линейной области) заметно, что кривая напряжения $s(t)$ перестает быть идеальной синусоидой и начинает слегка уплощаться вблизи экстремальных значений. Это связано с тем, что структурированность $w(t)$ начинает меняться внутри цикла: в определенный момент (при достижении критического уровня напряжения s_*) материал ослабевает, но при снижении нагрузки восстанавливает структуру. Если увеличить амплитуду сильнее, то это приведет к резкому обрушению структуры в определенные моменты цикла, что в свою очередь вызовет соответствующее изменение $s(t)$. В результате наблюдается переход от синусоидальной формы напряжения к более сложной, сопровождающейся дополнительными нелинейными эффектами: напряжение изменяется неравномерно, появляются дополнительные точки перегиба, а также асимметрия между нарастанием и спадом нагрузки.

Примеры поведения кривых циклической деформации в условиях «долгих» циклов и медленных скоростей деформации. Понимание длительности цикла носит относительный характер, области с различным качественным поведением определяются соотношением материальных параметров и материальных функций модели. Следует иметь в виду, что все решения исследованы в безразмерных величинах. Рисунки представляют собой сводную информацию о том, как меняются интегральные кривые в зависимости от ряда деформации (12).

Интегральные кривые $s(t)$ и $w(t)$ на рис. 1 представлены вместе с программой деформирования (штриховая линия), в этом случае циклы 3, 4 неотличимы друг от друга. Структурированность $w(t)$ изменяется симметрично при смене направления сдвига, поэтому период $w(t)$ относится к периоду $s(t)$ как 2:1. Это можно понимать так, что среда ведет себя симметрично относительно знака деформации сдвига.

График $s(t)$ для $\gamma_{\max} = 0,5$ (кривая синего цвета) напоминает синусоиду, которая соответствовала бы линейной модели Максвелла, так как $w(t)$ становится «константой», примерно равной единице. Согласно (11), ее изменение становится пренебрежимо малым. Если посмотреть на кривые $w(t)$, то вместе слились кривые для $\gamma_{\max}$ от 0,5 до 10. Таким

образом, эти кривые можно отнести к области амплитуд деформаций, соответствующей линейному диапазону поведения модели (8)–(10) — области линейной вязкоупругости (LVE-диапазон, SAOS). Эти кривые $s(t)$ отличаются только амплитудой, фазовый сдвиг по отношению к фазе сдвиговой деформации у них одинаковый.

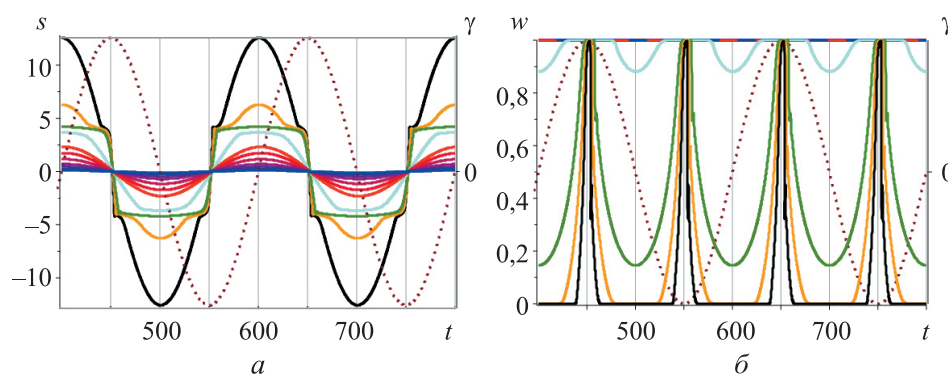


Рис. 1. Интегральные кривые безразмерного напряжения $s(t)$ (а) и эволюция параметра структурированности $w(t)$ (б) (цветные сплошные линии) и программа деформации $\gamma(t)$ (штриховая) на установившихся циклах (3, 4) при частоте $\nu = 1/200$ для ряда амплитуд (12)

Амплитуды деформации от кривой синего до кривой красного цвета не изменяют структурированность за цикл, поэтому они сливаются вблизи $w \approx 1$ (рис. 1, б), на рис. 1, а они представляют собой синусоиды с разной амплитудой, смещенные на четверть периода по отношению к программе деформации $\gamma(t)$ (12). При увеличении амплитуды деформации кривые голубого и зеленого цвета приобретают форму равнобокой трапеции. Начиная с кривой зеленого цвета ($\gamma_{\max} = 100$) и при возрастании амплитуды при обрушении структуры наблюдается нарушение локальной монотонности интегральных кривых, при восстановлении структуры такого эффекта нет. Кривые оранжевого и черного цвета имеют максимум, который нарушает трапецевидную форму кривых $s(t)$, и по мере дальнейшего роста амплитуды деформации они вновь стремятся к синусоидальной форме.

Рассмотрим ту же модель, но изменим только период: одному периоду соответствует примерно 100–35 времен релаксации, частота $\nu = 1/100$. Установившийся отклик модели (циклы 3, 4) на синусоидальную нагрузку для ряда амплитуд деформации (12) показан на рис. 2, 3.

Перестройка от синусоидальной формы кривых напряжения $s(t)$ к трапецевидной заметна на рис. 2. По сравнению с более медленным

циклом деформации, описанным выше, напряжения, при которых происходит обрушение структуры и проявляются нелинейные эффекты, связанные с этим, достигаются при меньшем значении амплитуды деформации. Так, кривая красного цвета начинает приобретать характерные черты трапецевидной формы, проявляя зоны почти постоянного напряжения, в то время как при $\nu = 1/200$ она оставалась практически синусоидой. Смещение кривых $s(t)$ по отношению к $\gamma(t)$ нельзя полагать равным четверти периода — он стал меньше.

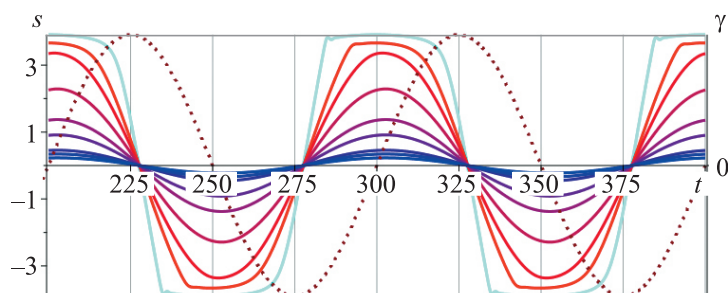


Рис. 2. Безразмерное напряжение $s(t)$ на установившихся циклах (3, 4) при частоте $\nu = 1/100$ для $\gamma_{\max} = [20, 10, 7,5, 5, 3, 2, 1, 0,75, 0,5]$, демонстрирующее переход от синусоидальной формы к трапецевидной по мере роста $\gamma_{\max}$

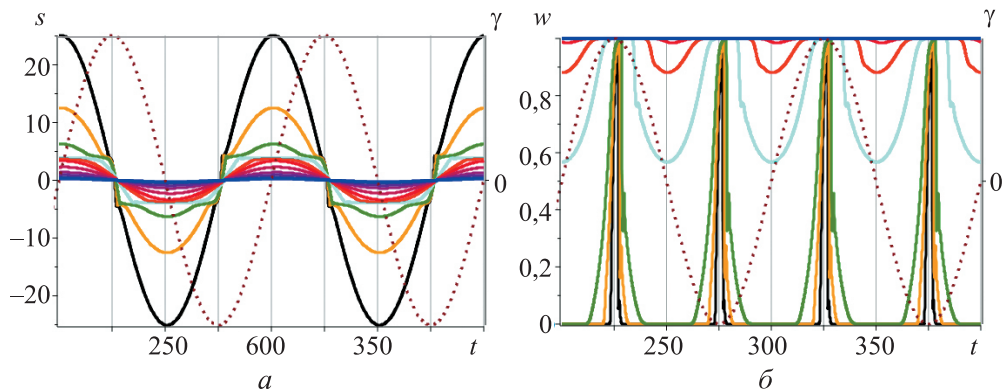


Рис. 3. Интегральные кривые безразмерного напряжения $s(t)$ (а) и эволюция параметра структурированности $w(t)$ (б) (цветные сплошные линии) и программа деформации $\gamma(t)$ (штриховая) на установившихся циклах (3, 4) при частоте $\nu = 1/100$ для ряда амплитуд (12)

Для кривых (см. рис. 3), соответствующих большим значениям амплитуды (от кривой красного цвета до кривой черного), происходит та же перестройка: от трапецевидной формы к синусоидальной.

Структурированность (рис. 3, б) обрушается и восстанавливается еще менее симметрично. Обрушение структурированности для тех уровней

деформации, где происходит ее существенное изменение, сопровождается заметной немонотонностью графиков $w(t)$ и $s(t)$. В то время как этап восстановления структуры происходит монотонно. Однако графики $s(t)$ пока можно считать симметричными относительно фаз увеличения и уменьшения деформации. Дальнейшее увеличение частоты деформации делает это допущение неверным.

Рассмотрим ту же модель, изменим только период: одному периоду соответствует 25–9 времен релаксации, частота $\nu = 1/25$. Кривые с большой амплитудой деформации (кривые черного, оранжевого и зеленого цвета на рис. 4) почти неотличимы от синусоиды, в то время как кривые оранжевого и зеленого цвета на рис. 3 еще содержали заметный излом.

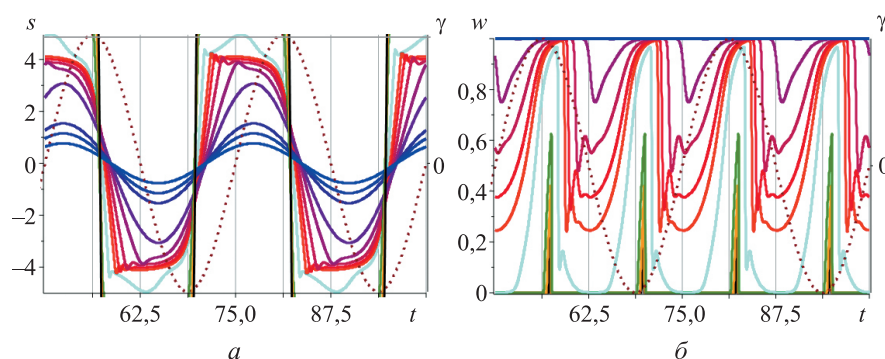


Рис. 4. Интегральные кривые $s(t)$ при $\nu = 1/25$ и (12) (а) и эволюция параметра структурированности $w(t)$ (б)

Синусоидальными также можно уверенно называть только первые три кривые синего цвета, поскольку у них $w(t)$ почти постоянна вблизи единицы. С ростом амплитуды деформации форма кривых $s(t)$ перестает соответствовать трапецевидной, проявляя более сложное поведение (нарушена симметрия), при обрушении структуры наблюдаются осцилляции, а при ее восстановлении кривые монотонны. Заметным стало изменение (возрастание) фазового сдвига при росте амплитуды, если определять его по точке, где графики $s(t)$ пересекают нуль. Остается открытым вопрос, что корректнее считать фазовым сдвигом — минимальное расстояние между максимумами, или минимальное расстояние между точками, где $s(t)$ и $\gamma(t)$ пересекают нуль, или необходимо выделение первой гармоники разложения $s(t)$ в ряд Фурье.

Установившиеся графики изменения структурированности $w(t)$ на рис. 4, б содержат ярко выраженные осцилляции, влияние которых

распространяется на заметную часть цикла деформирования (три кривые красного цвета).

Рассмотрим ту же модель, но изменим период, частота $\nu = 1/10$, один период деформации соответствует интервалу в $\sim 10-3,5$ времен релаксации.

Строим численное решение задачи Коши системы (8), (9) за четыре полных цикла деформации для начальных условий

$$s(0) = 0, w(0) = 0,5. \quad (13)$$

До текущего момента фиксация начального условия по структурированности на значении $w(0) = 0,5$ не мешает судить о свойствах решения задачи, поскольку различие интегральных кривых $s(t)$ и $w(t)$ в зависимости от $w(0)$ стирается за первый цикл деформации.

При таком соотношении периода колебания $s(t)$ и безразмерной скорости изменения структурированности (параметр c) кривые $s(t)$ быстро стабилизируются независимо от начальной структурированности $w(0)$. Это свойство справедливо для всех более больших значений длительности периода колебания. Быстрая стабилизация и стирание различий между разными допустимыми значениями начальной структурированности $w(0)$ показаны на рис. 5, на котором изображены интегральные кривые задачи (8), (9) и (13) для набора (10), для $\gamma_{\max} = 3$, $s(0) = 0$, $w(0) = 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1$.

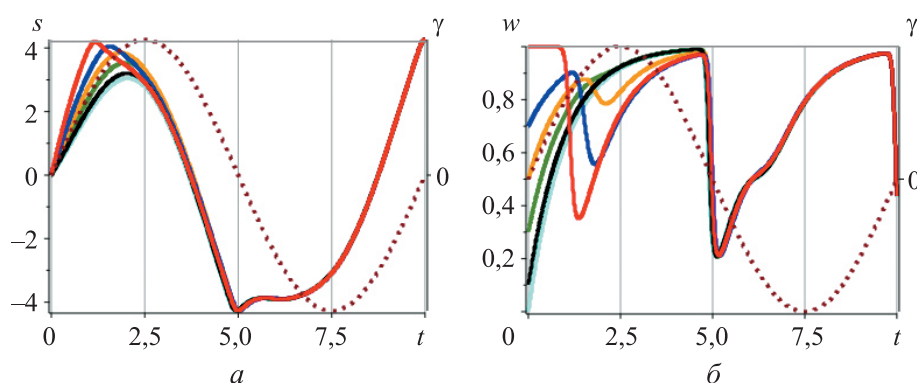


Рис. 5. Влияние начальной структурированности $w(0)$ на поведение модели при амплитуде деформации $\gamma_{\max} = 3$ и частоте $\nu = 1/10$ (штриховая линия обозначает осцилляционную программу деформации $\gamma(t)$):

а — графики $s(t)$ для $w(0) = 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 1$, сходящиеся к общему циклическому режиму к середине первого периода; *б* — эволюция структурированности $w(t)$ для того же набора начальных условий, показывающая быстрое стирание различий

Согласно графикам, стабилизация (стягивание всех интегральных кривых к одной общей, вплоть до их неразличимости) происходит в рамках цикла 1. При других значениях амплитуды деформации $\gamma_{\max}$ и при больших периодах этот эффект сохраняется. Поэтому до сих пор рассмотрено одно и то же начальное условие (13), $s(0)=0$, $w(0)=0,5$.

Примеры поведения кривых циклической деформации в условиях «быстрых» циклов. Приведенные ниже рисунки представляют собой сводную информацию о том, как меняются интегральные кривые в зависимости от ряда деформации $\gamma_{\max} = 100; 20; 10; 7,5; 5; 3; 2; 1; 0,75; 0,5$.

Графики решений задачи (8), (9) для безразмерного напряжения $s(t)$ и параметра структурированности $w(t)$ на интервале времени 0–40 и 20–40 (увеличение) для начальных условий $s(0)=0$, $w(0)=1$ приведены на рис. 6. Цветом обозначены кривые для различных значений амплитуды деформации $\gamma_{\max} = 100; 20; 10; 7,5; 5; 3; 2; 1; 0,75; 0,5$. Рассмотренные кривые черного и оранжевого цвета для $\gamma_{\max} = 400; 200$ исключены, так как они не дают заметного качественного отличия по сравнению с кривой зеленого цвета.

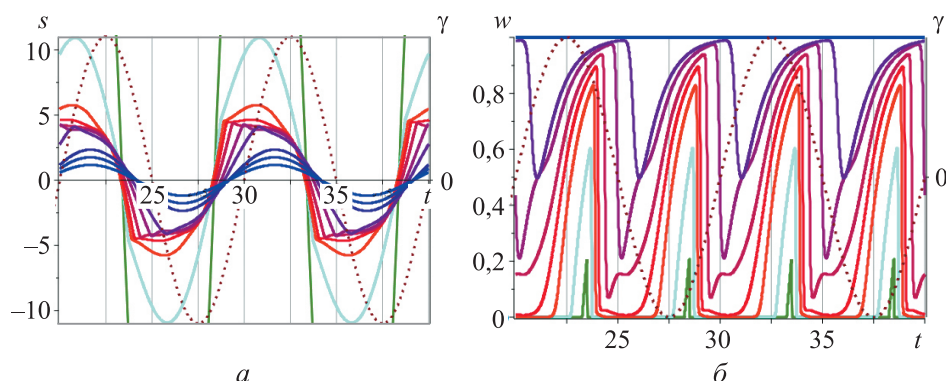


Рис. 6. Напряжение $s(t)$ при $\gamma_{\max} = [100; 20; 10; 7,5; 5; 3; 2; 1; 0,75; 0,5]$ (а) и эволюция структурированности $w(t)$ при $\nu = 1/10$ (б) (штриховая линия — программа деформации $\gamma(t)$)

Для всех графиков отмечается, что период $w(t)$ в 2 раза меньше, чем период $\gamma(t)$ и $s(t)$. Среда продолжает вести себя симметрично относительно знака деформации сдвига.

Кроме первых трех кривых синего цвета, кривые на рис. 6, б не приближаются к равновесному значению структурированности. Если кривая фиолетового цвета для $\gamma_{\max} = 2$ почти достигает равновесного значения $w_*|_{s=0} = 1/(1+b) \approx 1$, то кривые с большим значением амплитуды соот-

ветствуют случаю, когда структурированность не успевает полностью восстановиться ни на одном участке цикла деформации.

Более внимательно изучить изменение поведения интегральных кривых позволяют графики на рис. 7. Рассмотрим кривые в порядке возрастания амплитуды деформации. У кривой фиолетового цвета ($\gamma_{\max}=2$) графика $s(t)$ фаза, при которой достигается максимум, смещается влево, а форма кривой на полуцикле начинает походить на трапецию. У кривой пурпурного цвета ($\gamma_{\max}=3$) графика $\gamma(t)$ фаза максимума еще сильнее смещена влево и появляется минимум в полуцикле, который соответствует точке перегиба на графике $w(t)$. Кривые $s(t)$ начинают напоминать диаграммы деформации с «зубом текучести». При этом на полуцикле появляется конкурирующий максимум, фаза которого ближе к фазе максимума деформации. Сначала он меньше, чем максимум, соответствующий «зубу». При последующем увеличении амплитуды деформации минимум $s(t)$ на полуцикле сливается с максимумом, напоминающим «зуб текучести», и превращается в излом. Это хорошо иллюстрируется кривой красного цвета ($\gamma_{\max}=7,5$), максимум на полуцикле остается один и ему соответствует меньший сдвиг фазы по отношению к максимуму деформации $\gamma(t)$. Далее по мере увеличения амплитуды $\gamma_{\max}$ он практически не сдвигается, а максимальное напряжение в полуцикле растет быстрее, чем на участке, когда происходила перестройка формы кривой $s(t)$.

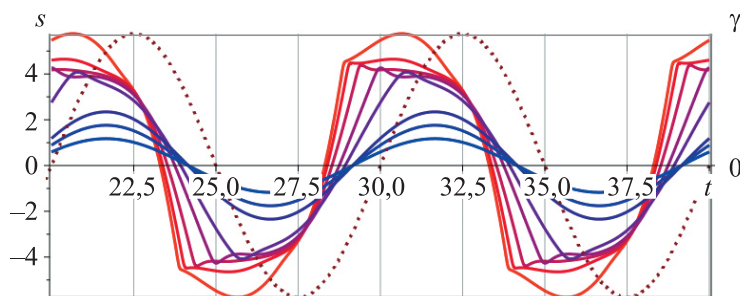


Рис. 7. Напряжение $s(t)$ при $\nu = 1/10$ и $\gamma_{\max} = [10; 7,5; 5; 3; 2; 1; 0,75; 0,5]$

Далее использован ряд $\gamma_{\max} = [7; 4; 3; 2; 1,5; 1,25; 1; 0,5]$, что позволит лучше проиллюстрировать качественные эффекты, которые проявляются при такой частоте.

Интегральные кривые $s(t)$ показаны на рис. 8, а. Зависимость напряжения от времени претерпевает новое качественное изменение, которое не встречалось при более больших длительностях одного периода, а имен-

но три кривые для амплитуды деформации $\gamma_{\max} = 3; 2; 1,5$ оказались смещены по вертикали. Для них абсолютные значения максимума и минимума напряжений не совпадают. Таким образом, модель предсказывает, что в установленном режиме работы реометра движение по ходу и против хода часовой стрелки будет вызывать разную реакцию: максимальные напряжения будут отличаться. Это связано с асимметрией восстановления структуры — сопротивление среды оказывается зависящим от направления деформации. При этом направление смещения графиков $s(t)$ зависит как от $w(0)$, так и от амплитуды деформации. При дальнейшем повышении амплитуды деформации кривые все больше будут походить на синусоиды, а структура — все меньше успевать восстановиться за полуцикл.

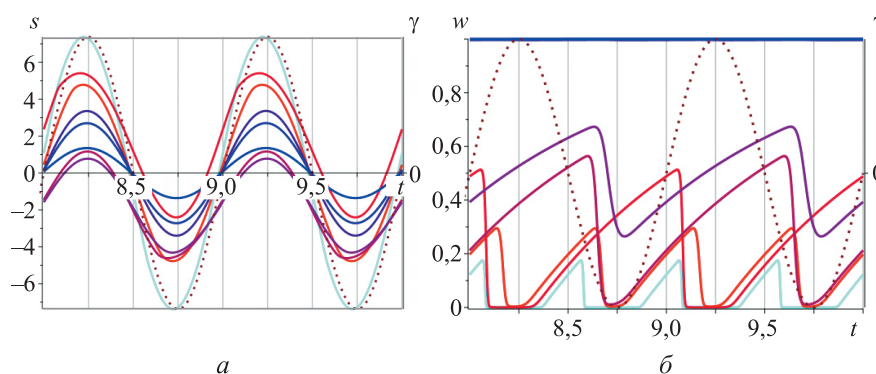


Рис. 8. Напряжение $s(t)$ (а) и структурированность $w(t)$ (б) при $\nu = 1$ и $\gamma_{\max} = [7; 4; 3; 2; 1,5; 1,25; 1; 0,5]$ (штриховая линия — программа деформации $\gamma(t)$)

Интегральные кривые $w(t)$ показаны на рис. 8, б. Кривые $w(t)$, как и $s(t)$, отличаются тем, что их период соотносится с периодом деформации не 2 : 1 (как у всех кривых структурированности), а 1 : 1. Для $\gamma_{\max} \leq 1,25$ $w(t)$ почти постоянна; при $\gamma_{\max} = 1,5-3$ период w меняется с 2 : 1 на 1 : 1, отражая асимметричное смещение кривых $s(t)$.

Уровень структурированности изменяется на 50 % при переходе амплитуды деформации с $\gamma_{\max} = 1,25$ на 1,5 (рис. 9). Изменение структурированности у кривой фиолетового цвета ($\gamma_{\max} = 1,5$) оказывается столь малым, что нелинейность поведения исследуемой модели слабо проявляется, поскольку суть нелинейности представлена параметром структурированности w . Это приводит к тому, что все кривые $s(t)$ на рис. 9, а оказываются практически неотличимыми от синусоид. Для кривых $s(t)$ при $\gamma_{\max} = 2; 3$ (для начального условия $w(0) = 0,5$), соответствующих кривым

красного цвета, напряжение оказалось смещено в область положительных значений, а для кривых фиолетового цвета ($\gamma_{\max} = 1,25; 1,5$) — в область отрицательных значений напряжений.

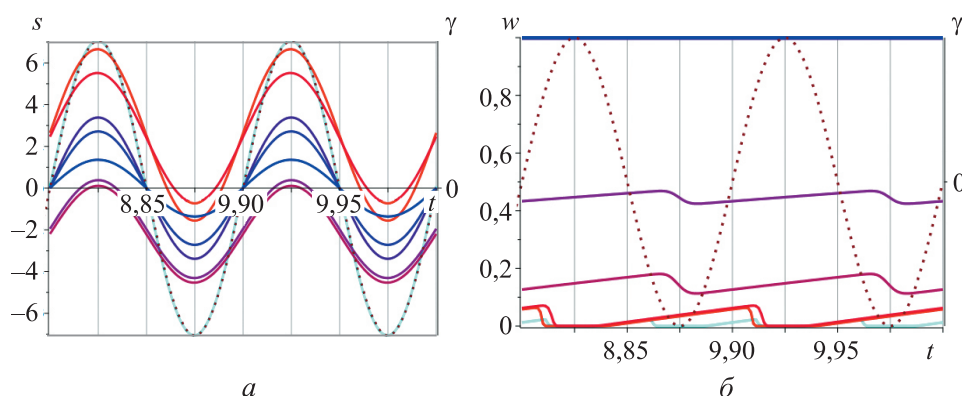


Рис. 9. Напряжение $s(t)$ (а) и структурированность $w(t)$ (б) при $\nu = 10$ и $\gamma_{\max} = [7; 4; 3; 2; 1,5; 1,25; 1; 0,5]$

Сравнение с экспериментальными кривыми циклической деформации. Экспериментальные кривые циклической деформации в зависимости от времени для различных сред при большой амплитуде деформации и частоте 1 рад/с приведены в [25]:

- 4%-ный водный раствор ксантановой камеди при амплитуде деформации $\gamma_0 = 10$ (рис. 10, а);
- 1%-ный водный раствор гиалуроновой кислоты при амплитуде деформации $\gamma_0 = 7,2$ (рис. 10, б);
- «мягкий» гель на основе 20%-ного водного раствора триблока РЕО–РРО–РЕО при амплитуде $\gamma_0 = 10$ (рис. 10, в);
- «твердый» гель на основе 20%-ного водного раствора триблока РЕО–РРО–РЕО при амплитуде $\gamma_0 = 10$ (рис. 10, г);
- расплав полипропилена (PP) при амплитуде деформации $\gamma_0 = 10$ (рис. 10, д);
- расплав полистирола при амплитуде деформации $\gamma_0 = 10$ (рис. 10, е).

В соответствии с результатами сравнения с экспериментальными кривыми можно утверждать, что исследуемая здесь модель способна описывать качественные эффекты, которые встречаются в реальных материалах. Примеры поведения с «зубом текучести» и плато приведены в [25] (см. рис. 4, а, рис. 7), синусоидальные кривые с изломами, а также трапецевидные формы кривых циклической деформации (см. рис. 2).

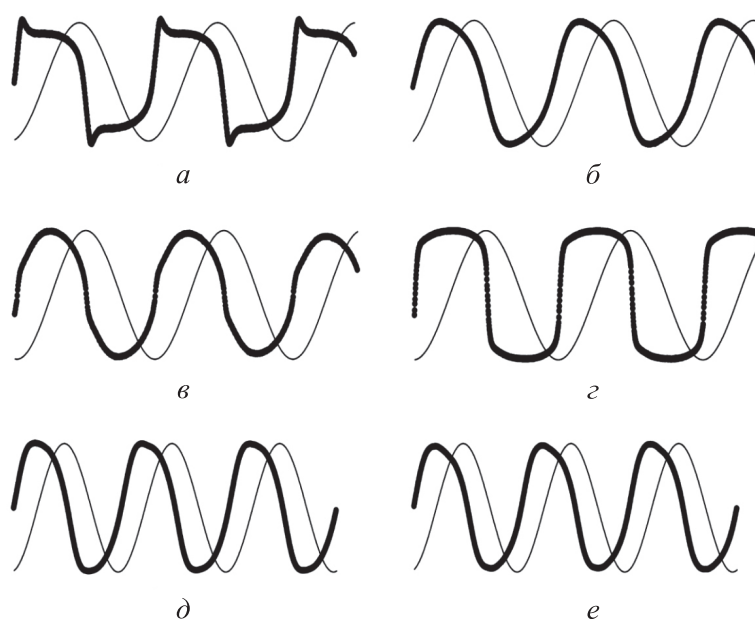


Рис. 10. Кривые напряжения (сплошная толстая линия) и приложенной деформации (сплошная тонкая линия) в зависимости от времени для различных сред при большой амплитуде деформации и частоте 1 рад/с [25]

Экспериментальные кривые для полисилоксана (применяется в стоматологии в качестве материала для снятия оттисков) и косметического крема (состоит из водной и масляной фаз, стабилизированных эмульгаторами) приведены в [26]. Экспериментальные кривые указывают на то, что полисилоксан и косметический крем переходят из линейного режима в нелинейный постепенно, отражая изменение внутренней структуры через появление пиков в графиках G'' и искажения фигур Лиссажу (фазовых кривых).

Экспериментальный анализ нелинейного механического отклика цементных паст под воздействием циклического сдвига проведен в [27]. Результаты исследований с использованием LAOS-программ деформирования показали, что при малых амплитудах деформации паста ведет себя линейно, демонстрируя почти синусоидальный отклик. Однако при достижении критической амплитуды наблюдаются значительные отклонения от синусоидальной формы, что свидетельствует о разрушении микроструктурной сетки и появлении нелинейных эффектов.

Сравнительный анализ различных смесей показал, что добавление наноглины существенно усиливает нелинейное поведение пасты: повышает напряжение течения (yield stress) и усиливаются тиксотропные свойства,

что объясняется стабилизацией и укреплением внутренней микросети. В то же время пасты с добавлением водорастворимого полимера (целлюлозного эфира) демонстрируют ослабление этих эффектов: снижение напряжения течения и уменьшение тиксотропии, что связано с ослаблением связей в структуре. Таким образом, результаты работы подтверждают, что выбор добавок оказывает решающее воздействие на характер и интенсивность нелинейного механического отклика цементных паст.

Реологические свойства растворов ксантановой камеди (высокомолекулярного анионного полисахарида), широко используемого в пищевой и других отраслях промышленности, исследованы в [28]. Авторы представляют экспериментальные кривые зависимости вязкости от сдвиговой скорости, где при низких скоростях наблюдается почти ньютоновское поведение, а с увеличением сдвига выявляется эффект уменьшения вязкости (shear-thinning), свидетельствующий о переходе системы в нелинейный режим. Этот переход отражает изменение микроструктуры полимерных цепей под действием механической деформации. Дополнительно анализируется зависимость нулевой вязкости от концентрации полимера, что позволяет проследить переход от разреженного раствора к состоянию, когда полимерные цепи начинают перекрываться и взаимодействовать между собой. Наличие соли в растворе приводит к коллапсу цепей, что изменяет характер их взаимодействий и масштабные закономерности вязкостного отклика. Таким образом, продемонстрировано, что реологический отклик ксантановой камеди определяется не только сдвиговыми условиями, но и концентрацией полимера и ионным составом раствора, что подчеркивает сложный и нелинейный характер поведения системы.

Заключение. Продолжено исследование модели, описывающей поведение структурированных материалов при циклическом сдвиговом нагружении. Анализ сосредоточен на переходах между режимами линейной вязкоупругости, нелинейного и квазипластического отклика под действием переменных амплитуд и частоты деформации.

Численное моделирование показало: при малых амплитудах материал ведет себя как линейная вязкоупругая среда (кривые близки к синусоидальным, структура почти не изменяется, фазовый сдвиг стабилен). Повышение амплитуды вызывает разрушение и восстановление структуры, искажение кривых и выраженную нелинейность. Наблюдаются обрушение структурированности в полувцикле, асимметрия напряжения при смене направления сдвига.

Наиболее выраженные нелинейные эффекты проявляются при промежуточных значениях частоты, когда характерное время изменения струк-

туры соизмеримо с периодом нагружения. В таких условиях возникают эффекты запаздывания, множественные переходы между состояниями с разной степенью структурированности, а также качественное изменение формы фазовых траекторий. Это позволяет выделить область, в которой модель демонстрирует высокую чувствительность к параметрам нагружения и способна воспроизводить наблюдаемые в эксперименте реологические эффекты.

Можно выделить три режима поведения кривых циклической деформации:

1) линейный вязкоупругий режим (SAOS), проявляющийся при малых амплитудах и высоких частотах, структура практически не изменяется в процессе циклического нагружения;

2) существенно нелинейный режим (LAOS), сопровождающийся значительным разрушением структуры в цикле, форма кривых напряжения заметно отличается от синусоидальной;

3) квазипластический режим, наблюдающийся при больших амплитудах в сочетании с низкой частотой деформации, когда материал не успевает полностью потерять структуру на протяжении полуцикла деформации и ведет себя как вязкопластическая среда.

Результаты численного моделирования сопоставлены с экспериментальными исследованиями реологических свойств полимерных, коллоидных и тиксотропных систем. Показано, что основные характеристики моделируемого отклика воспроизводят экспериментально наблюдаемые эффекты.

Установленные зависимости между параметрами нагружения и характером механического отклика открывают возможности для прогнозирования поведения структурированных сред в прикладных задачах. В частности, результаты моделирования могут быть использованы при оптимизации составов тиксотропных буровых растворов, устойчивых к флюидопотерям и обрушению стенок скважин; при разработке самовосстанавливающихся гидрогелей и биоматериалов с управляемым временем релаксации; в технологии трехмерной печати цементных и других пастообразных композиций, где требуется баланс между экструзией и структурным самоупрочнением; при проектировании пищевых паст и эмульсионных продуктов с заданной текстурой; создании высокооднородных покрытий и красок, сохраняющих стабильность при переменных механических воздействиях.

Благодарности

Автор выражает благодарность ведущему научному сотруднику НИИ механики МГУ А.В. Хохлову за помощь в работе над статьей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хохлов А.В. Особенности поведения вязкоупругопластических материалов, модели и система программ квазистатических испытаний полимеров и композитов для комплексного изучения их свойств и выбора и идентификации определяющих соотношений. *Высокомолекулярные соединения. Сер. С*, 2024, т. 66, № 2, с. 157–212. DOI: <https://doi.org/10.31857/S2308114724020025>
- [2] Столин А.М., Хохлов А.В. Нелинейная модель сдвигового течения тиксотропных вязкоупругопластических сред, учитывающая эволюцию структуры, и ее анализ. *Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика. Механика*, 2022, № 5, с. 31–39. EDN: BUCBPC
- [3] Хохлов А.В. Точка равновесия и фазовый портрет модели течения тиксотропных сред, учитывающей эволюцию структуры. *Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика. Механика*, 2023, № 4, с. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9368-1-64-4-5>
- [4] Хохлов А.В., Гулин В.В. Анализ свойств нелинейной модели сдвигового течения тиксотропных сред, учитывающей взаимное влияние эволюции структуры и процесса деформирования. *Физическая мезомеханика*, 2023, т. 26, № 4, с. 41–63. DOI: https://doi.org/10.55652/1683-805X_2023_26_4_41
- [5] Хохлов А.В., Гулин В.В. Кривые течения и деформирования нелинейной модели сдвигового течения тиксотропных вязкоупругопластических сред, учитывающей эволюцию структуры. *Вестник ПНИПУ. Механика*, 2024, № 1, с. 112–143. EDN: GKKWEE
- [6] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 1. The model, its basic properties, integral curves, and phase portraits. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 1, pp. 49–66. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10174-6>
- [7] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 2. Relaxation and stress-strain curves. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 2, pp. 259–278. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10197-z>
- [8] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 3. Creep curves. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 3, pp. 473–486. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10204-3>
- [9] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Influence of structural evolution and load level on the properties of creep and recovery curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastoplastic media. *Phys. Mesomech.*, 2025, vol. 28, no. 1, pp. 66–90. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1029959923600891>
- [10] Houška M. Inženýrské aspekty reologie tixotropních kapalin. PhD Thesis. Prague, Technical University in Prague, 1980.

- [11] Herschel W.H., Bulkley R. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollösungen. *Kolloid-Zeitschrift*, 1926, vol. 39, no. 4, pp. 291–300.
DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01432034>
- [12] Guo L., Chen X., Shi S., et al. Evaluation of thixotropic models for waxy crudes. *Open J. Appl. Sci.*, 2015, vol. 5, no. 6, pp. 304–312.
DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/ojapps.2015.56031>
- [13] Zhao X.D. Study on unsteady hydraulic and thermodynamic calculation method of the modified crude oil pipeline restarting. PhD Thesis. Beijing, University of Petroleum, 1999.
- [14] Chen H.J. The restarting pressure research of a crude pipeline. PhD Thesis. Beijing, University of Petroleum, 2002.
- [15] Maestro A., Gonzalez C., Gutierrez J.M. Shear thinning and thixotropy of HMHEC and HEC water solutions. *J. Rheol.*, 2002, vol. 46, no. 6, pp. 1445–1457.
DOI: <https://doi.org/10.1122/1.1516789>
- [16] Liu G., White B., Vancsó-Szmercsányi I., et al. Thixotropic behavior of metal-containing coordination polymers: melt viscosity of neutral aliphatic polyesters with Zn carboxylates. *J. Polym. Sci. Part B: Polym. Phys.*, 1996, vol. 34, iss. 2, pp. 277–282.
DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-0488\(19960130\)34:2<277::AID-POLB8>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-0488(19960130)34:2<277::AID-POLB8>3.0.CO;2-Q)
- [17] Bekkour K., Leyama M., Benchabane A., et al. Time-dependent rheological behavior of bentonite suspensions: an experimental study. *J. Rheol.*, 2005, vol. 49, no. 6, pp. 1329–1345. DOI: <https://doi.org/10.1122/1.2079267>
- [18] Ren Y., Yang S., Zhang S., et al. Experimental study of the thixotropic strength recovery and microstructural evolution of marine clays. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 2022, vol. 148, no. 8, art. 04022059.
DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002833](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002833)
- [19] Pal R. Rheology of high internal phase ratio emulsions and foams. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2025, vol. 339, art. 103426. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2025.103426>
- [20] Pramanik B. Short peptide-based smart thixotropic hydrogels. *Gels*, 2022, vol. 8, no. 9, art. 569. DOI: <https://doi.org/10.3390/gels8090569>
- [21] Sugioka Y., Nakamura J., Ohtsuki C., et al. Thixotropic hydrogels composed of self-assembled nanofibers of double hydrophobic elastin-like block polypeptides. *Int. J. Mol. Sci.*, 2021, vol. 22, no. 8, art. 4104. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijms22084104>
- [22] Roussel N., Ovarlez G., Garrault S., et al. The origins of thixotropy of fresh cement pastes. *Cem. Concr. Res.*, 2012, vol. 42, no. 1, pp. 148–157.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.09.004>
- [23] Kong L., Jiang J., Wang Y., et al. Microstructure and mechanical properties of Fe-rich thixotropic deep-cavity Al-1.2 Si-1.1 Fe-0.8 Zn cylindrical components with inconsistent wall thickness. *Materials*, 2025, vol. 18, no. 4, art. 741.
DOI: <https://doi.org/10.3390/ma18040741>

[24] Jeon C.H., Hodges B.R. Comparing thixotropic and Herschel — Bulkley parameterizations for continuum models of avalanches and subaqueous debris flows. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2018, vol. 18, pp. 303–319.

DOI: <https://doi.org/10.5194/nhess-18-303-2018>

[25] Hyun K., Wilhelm M., Klein C.O., et al. A review of nonlinear oscillatory shear tests: analysis and application of large amplitude oscillatory shear (LAOS). *Prog. Polym. Sci.*, 2011, vol. 36, no. 12, pp. 1697–1753.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2011.02.002>

[26] Coblas D., Broboana D., Balan C. Correlation between large amplitude oscillatory shear (LAOS) and steady shear of soft solids at the onset of the fluid rheological behavior. *Polymer*, 2016, vol. 104, pp. 215–226.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2016.06.003>

[27] Conte T., Chaouche M. Rheological behavior of cement pastes under large amplitude oscillatory shear. *Cem. Concr. Res.*, 2016, vol. 89, pp. 332–344.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2016.07.014>

[28] Wyatt N.B., Liberatore M.W. Rheology and viscosity scaling of the polyelectrolyte xanthan gum. *J. Appl. Polym. Sci.*, 2009, vol. 114, no. 6, pp. 4076–4084.

DOI: <https://doi.org/10.1002/app.31093>

Гулин Вячеслав Владимирович — младший научный сотрудник НИИ механики МГУ (Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1); младший научный сотрудник Института естественных наук СВФУ (Российская Федерация, 677000, Якутск, ул. Белинского, д. 58).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Гулин В.В. Свойства кривых циклической деформации, порождаемых нелинейной моделью сдвигового течения, учитывающей взаимное влияние процесса деформирования и эволюции структуры. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2026, № 1 (124), с. 4–31. EDN: ZAPQJD

**PROPERTIES OF NONLINEAR OSCILLATORY SHEAR RESPONSE
GENERATED BY A SHEAR-FLOW MODEL ACCOUNTING
FOR THE INTERPLAY BETWEEN STRUCTURAL EVOLUTION
AND APPLIED SHEAR**

V.V. Gulin

kornet104@gmail.com

MSU, Moscow, Russian Federation

NEFU, Yakutsk, Russian Federation

Abstract

The article investigates a nonlinear shear-flow model that describes the coupling between deformation and the evolution of the internal structure of a thixotropic medium. The model is designed to capture the behavior of a wide range of materials — from polymer solutions and colloidal suspensions to physical gels and cement pastes — under cyclic loading conditions. In the model, the structural parameter w affects both viscosity and elastic moduli, undergoing degradation under applied stress. Cyclic loading is examined across a broad range of frequencies and amplitudes, encompassing both small-amplitude and large-amplitude oscillatory shear (SAOS and LAOS) regimes. The model reproduces the transition from linear viscoelastic to nonlinear behavior, displaying characteristic features of structural breakdown and recovery within each cycle. The shapes of integral stress-strain curves and phase portraits strongly depend on the ratio of the oscillation period to the material's relaxation time. We observe oscillations, asymmetry, and phase shifts linked to structural rearrangements, as well as regimes exhibiting symmetry breaking and changes in the number of oscillations of the structural parameter per cycle. The results are compared with experimental data for thixotropic fluids, polymer solutions, emulsions, and gels. The model demonstrates its applicability for capturing key nonlinear effects in cyclic rheological testing

Keywords

Thixotropy, rheology, cyclic stress-strain curves, amplitude dependence, nonlinear viscoelasticity, structuredness, polymer solutions and melts, LAOS analysis

Received 30.05.2025

Accepted 13.10.2025

© Author(s), 2026

The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project no. FSRG-2024-0004)

REFERENCES

- [1] Khokhlov A.V. Features of the behavior of viscoelastoplastic materials, models and a system of programs for quasi-static testing of polymers and composites for a comprehensive study of their properties and the selection and identification of constitutive relationships. *Vysokomolekulyarnye soedineniya. Ser. C*, 2024, vol. 66, no. 2, pp. 157–212 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.31857/S2308114724020025>
- [2] Stolin A.M., Khokhlov A.V. Nonlinear model of shear flow of thixotropic viscoelastoplastic continua taking into account the evolution of the structure and its analysis. *Moscow Univ. Mech. Bull.*, 2022, vol. 77, no. 5, pp. 127–135. DOI: <https://doi.org/10.3103/S0027133022050065>

- [3] Khokhlov A.V. Equilibrium point and phase portrait of a model for flow of thixotropic media accounting for structure evolution. *Moscow Univ. Mech. Bull.*, 2023, vol. 78, no. 4, pp. 91–101. DOI: <https://doi.org/10.3103/S0027133023040039>
- [4] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Analysis of the properties of a nonlinear model for shear flow of thixotropic media taking into account the mutual influence of structural evolution and deformation. *Phys. Mesomech.*, 2023, vol. 26, no. 6, pp. 621–642. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1029959923060036>
- [5] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Flow curves and stress-strain curves generated by a nonlinear model for shear flow of thixotropic viscoelastic media accounting for structure evolution. *Vestnik PNIPU. Mekhanika* [PNRPU Mechanics Bulletin], 2024, no. 1, pp. 112–143 (in Russ.). EDN: GKKWEE
- [6] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 1. The model, its basic properties, integral curves, and phase portraits. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 1, pp. 49–66. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10174-6>
- [7] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 2. Relaxation and stress-strain curves. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 2, pp. 259–278. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10197-z>
- [8] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Families of stress-strain, relaxation, and creep curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastic-plastic media accounting for structure evolution. Part 3. Creep curves. *Mech. Compos. Mater.*, 2024, vol. 60, no. 3, pp. 473–486. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10204-3>
- [9] Khokhlov A.V., Gulin V.V. Influence of structural evolution and load level on the properties of creep and recovery curves generated by a nonlinear model for thixotropic viscoelastoplastic media. *Phys. Mesomech.*, 2025, vol. 28, no. 1, pp. 66–90. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1029959923600891>
- [10] Houška M. Inženýrské aspekty reologie tixotropních kapalin. PhD Thesis. Prague, Technical University in Prague, 1980.
- [11] Herschel W.H., Bulkley R. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollösungen. *Kolloid-Zeitschrift*, 1926, vol. 39, no. 4, pp. 291–300. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01432034>
- [12] Guo L., Chen X., Shi S., et al. Evaluation of thixotropic models for waxy crudes. *Open J. Appl. Sci.*, 2015, vol. 5, no. 6, pp. 304–312. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/ojapps.2015.56031>
- [13] Zhao X.D. Study on unsteady hydraulic and thermodynamic calculation method of the modified crude oil pipeline restarting. PhD Thesis. Beijing, University of Petroleum, 1999.
- [14] Chen H.J. The restarting pressure research of a crude pipeline. PhD Thesis. Beijing, University of Petroleum, 2002.

- [15] Maestro A., Gonzalez C., Gutierrez J.M. Shear thinning and thixotropy of HMHEC and HEC water solutions. *J. Rheol.*, 2002, vol. 46, no. 6, pp. 1445–1457.
DOI: <https://doi.org/10.1122/1.1516789>
- [16] Liu G., White B., Vancsó-Szmercsányi I., et al. Thixotropic behavior of metal-containing coordination polymers: melt viscosity of neutral aliphatic polyesters with Zn carboxylates. *J. Polym. Sci. Part B: Polym. Phys.*, 1996, vol. 34, iss. 2, pp. 277–282.
DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-0488\(19960130\)34:2<277::AID-POLB8>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-0488(19960130)34:2<277::AID-POLB8>3.0.CO;2-Q)
- [17] Bekkour K., Leyama M., Benchabane A., et al. Time-dependent rheological behavior of bentonite suspensions: an experimental study. *J. Rheol.*, 2005, vol. 49, no. 6, pp. 1329–1345. DOI: <https://doi.org/10.1122/1.2079267>
- [18] Ren Y., Yang S., Zhang S., et al. Experimental study of the thixotropic strength recovery and microstructural evolution of marine clays. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 2022, vol. 148, no. 8, art. 04022059.
DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002833](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002833)
- [19] Pal R. Rheology of high internal phase ratio emulsions and foams. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2025, vol. 339, art. 103426. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2025.103426>
- [20] Pramanik B. Short peptide-based smart thixotropic hydrogels. *Gels*, 2022, vol. 8, no. 9, art. 569. DOI: <https://doi.org/10.3390/gels8090569>
- [21] Sugioka Y., Nakamura J., Ohtsuki C., et al. Thixotropic hydrogels composed of self-assembled nanofibers of double hydrophobic elastin-like block polypeptides. *Int. J. Mol. Sci.*, 2021, vol. 22, no. 8, art. 4104. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijms22084104>
- [22] Roussel N., Ovarlez G., Garrault S., et al. The origins of thixotropy of fresh cement pastes. *Cem. Concr. Res.*, 2012, vol. 42, no. 1, pp. 148–157.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.09.004>
- [23] Kong L., Jiang J., Wang Y., et al. Microstructure and mechanical properties of Fe-rich thixotropic deep-cavity Al-1.2 Si-1.1 Fe-0.8 Zn cylindrical components with inconsistent wall thickness. *Materials*, 2025, vol. 18, no. 4, art. 741.
DOI: <https://doi.org/10.3390/ma18040741>
- [24] Jeon C.H., Hodges B.R. Comparing thixotropic and Herschel — Bulkley parameterizations for continuum models of avalanches and subaqueous debris flows. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 2018, vol. 18, pp. 303–319.
DOI: <https://doi.org/10.5194/nhess-18-303-2018>
- [25] Hyun K., Wilhelm M., Klein C.O., et al. A review of nonlinear oscillatory shear tests: analysis and application of large amplitude oscillatory shear (LAOS). *Prog. Polym. Sci.*, 2011, vol. 36, no. 12, pp. 1697–1753.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2011.02.002>
- [26] Coblas D., Broboana D., Balan C. Correlation between large amplitude oscillatory shear (LAOS) and steady shear of soft solids at the onset of the fluid rheological behavior. *Polymer*, 2016, vol. 104, pp. 215–226.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2016.06.003>

[27] Conte T., Chaouche M. Rheological behavior of cement pastes under large amplitude oscillatory shear. *Cem. Concr. Res.*, 2016, vol. 89, pp. 332–344.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2016.07.014>

[28] Wyatt N.B., Liberatore M.W. Rheology and viscosity scaling of the polyelectrolyte xanthan gum. *J. Appl. Polym. Sci.*, 2009, vol. 114, no. 6, pp. 4076–4084.

DOI: <https://doi.org/10.1002/app.31093>

Gulin V.V. — Junior Researcher, Institute of Mechanics, MSU (Leninskie Gory 1, Moscow, 119991 Russian Federation); Junior Researcher, Institute of Natural Sciences, NEFU (Belinskogo ul. 58, Yakutsk, 677000 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Gulin V.V. Properties of nonlinear oscillatory shear response generated by a shear-flow model accounting for the interplay between structural evolution and applied shear. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2026, no. 1 (124), pp. 4–31 (in Russ.). EDN: ZAPQJD