

ДИАГНОСТИКА НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СЛОЕВ С ПОМОЩЬЮ РЕЗОНАНСОВ ТОНКСА — ДАТТНЕРА

А.В. Козырев
М.Ю. Докукин

kozyrevav@bmstu.ru
dmv252@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

При изучении тонких плазменных неоднородных слоев, образующихся вблизи стенок электроразрядных устройств различных типов (поверхностей электродов, металлических и диэлектрических экранов), затруднительно, а иногда и невозможно, использовать традиционные методы активной (ленгмюровские и СВЧ-зонды) и оптической (спектроскопия) диагностики. Указанным методам присущи некоторые недостатки, связанные с возможным искажением исследуемой плазмы и относительно низким пространственным разрешением. Использование этих контактных методов в узких пристеночных слоях часто бывает ограничено большими тепловыми потоками, а применение пассивных оптических методов затруднено проблемой вывода излучения из очень малых областей. В неоднородной плазме существует связь между электромагнитными волнами, возбуждаемыми извне, и плазменными волнами (при условии наличия области, где фазовые скорости и частоты этих волн близки). Происходит трансформация падающей электромагнитной волны в плазменную и возможно проявление резонансных эффектов в плазменном образовании. Обоснована возможность использования резонансов Тонкса — Даттнера для диагностики пристеночных слоев плазмы и проведена численная проверка предложенной методики на экспериментальных данных

Ключевые слова

Плазменные волны, показатель преломления, плазменные резонансы, температура электронов, плотность плазмы, радиус Дебая

Поступила 05.05.2025

Принята 16.09.2025

© Автор(ы), 2026

Введение. Для изучения тонких плазменных неоднородных слоев, которые образуются вблизи стенок электроразрядных устройств различных типов (поверхностей электродов, металлических и диэлектрических экранов), иногда невозможно использовать традиционные методы активной (ленгмюровские и СВЧ-зонды) и оптической (спектроскопия) диагностики.

Перечисленным методам свойственны некоторые недостатки, связанные с возможным искажением исследуемой плазмы и относительно низким пространственным разрешением. Использование контактных методов в узких пристеночных слоях часто ограничено большими тепловыми потоками, а применение пассивных оптических методов затруднено проблемой вывода излучения из очень малых областей.

В неоднородной плазме существует связь между возбуждаемыми извне электромагнитными и плазменными волнами [1] (при условии, что есть об-

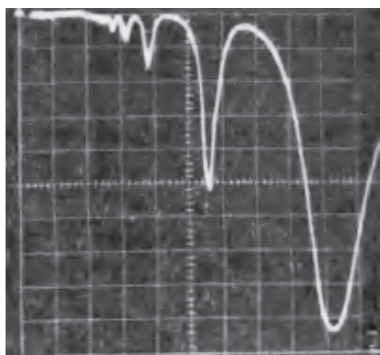


Рис. 1. Оциллограмма характерных плазменных резонансов в газовом разряде [6]

ласть, где фазовые скорости и частоты этих волн близки). В этих условиях целесообразно использование микроволновой диагностики гигагерцового диапазона [2]. В настоящей работе рассмотрено применение плазменных резонансов (резонансы Тонкса — Даттнера) для диагностики пристеночных плазменных слоев. Этот вид резонансной диагностики использован в [3–5], а затем — в [6–11]. Так, на рис. 1 показано ослабление волн в волноводе с плазмой в зависимости от тока разряда (разряд в парах ртути, $\rho = 2 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст., $f \approx 3$ ГГц; по оси абсцисс — ток разряда, по оси ординат — амплитуда прошедшей через волновод волны).

Материалы и методы решения задач, принятые допущения. Пристеночная плазма электрического газового разряда низкого давления обычно характеризуется концентрацией заряженной компоненты (электроны, ионы) $n = 10^{10} \dots 10^{13}$ см⁻³, температурой $T_e = 1 \dots 10$ эВ и пространственными размерами $l = 1 \dots 10$ мм. Для микроволновой диагностики этого локального объекта с накачкой поперечными электромагнитными микроволнами частотой

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e}}$$

($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг — заряд и масса электрона, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м) и длиной волны $\lambda = c / \omega_p$ (c — скорость света) возможно формирование плазменного резонатора для стоячих продольных (ленгмюровских) волн длиной волны $\lambda_L = V_T / \omega_p$ (V_T — тепловая ско-

рость электронов плазмы). Поскольку $\lambda_L / \lambda = V_T / c$, то $\lambda_L \ll \lambda$. Это обстоятельство определяет прецезионность диагностики на продольных волнах по сравнению с поперечными. Для пристеночных плазменных резонаторов с плавно меняющейся концентрацией заряженных частиц порядка n_b и с характерным размером b малость бесстолкновительного затухания волн связана с наличием резкого спада концентрации на расстоянии порядка радиуса Дебая $r_D \ll b$:

$$r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n}},$$

где $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. В этих условиях происходит отражение поперечной волны накачки и ее трансформация в продольную вблизи точки плазменного резонанса с волновым вектором $\vec{k}$. Без существенного затухания продольной волны возможно образование резонансов Тонкса — Даттнера (рис. 2), при этом пристеночный плазменный резонатор должен иметь достаточную добротность ($Q \geq 10$).

В пристеночной области спектр стоячих плазменных волн определяется фазовым интегралом Бора — Зоммерфельда [12]

$$\int \text{Re } k_z(\omega_s, z) dz = 2\pi s, \quad s = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где k_z — проекция волнового вектора на ось z , перпендикулярную поверхности плоской стенки; s — порядок моды. Как правило, экспериментально уверенно разрешается несколько мод невысокого порядка. Для высоких мод заметно бесстолкновительное затухание волн. Поэтому в экспериментах по наблюдению плазменных резонансов в разряде низкого давления [6, 13] реализовывалось сравнительно небольшое число резонансов (≤ 15), причем при повышении давления плазмообразующего газа это число уменьшалось [5].

Использование микроволновой диагностики также связано с обеспечением малой диссипации энергии продольных волн при экспоненциально малом бесстолкновительном затухании и со столкновительным механизмом с нейтральными частицами, что определяется профилем кон-

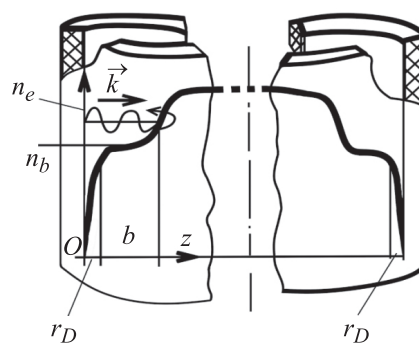


Рис. 2. Типовое распределение концентрации заряженных частиц плазмы в газоразрядной трубке

центрации заряженных частиц пристеночной плазмы. При решении вариационной задачи на минимум функционала плотности потока энергии

$$J\{n(z)\} = \int_0^{z_b} \frac{e^2 n(z) v_{ea}}{2m_e \omega^2} (|E_+|^2 + |E_-|^2) dz \quad (2)$$

в [10] показано, что в слабоионизированной плазме с частотой v_{ea} соударений (между электронами и атомами) минимуму потерь (или максимуму добротности) соответствует линейный профиль концентрации плазмы (см. рис. 2) с градиентом

$$\nabla n = \frac{2v_{ea}n_a^2}{V_T n_{be}}. \quad (3)$$

В (2) и (3) z_b — координата точки поворота волны; E_+, E_- — напряженность электрического поля прямой и обратной плазменных волн; n_{be} , n_a — концентрации электронов и атомов в плазме. В этих условиях добротность плазменного резонатора для волны моды s равна

$$Q_s = \frac{\omega_s n_{be}}{v_{ea} n_a} \left(1 - \frac{n_a}{n_{be}}\right)^{1/2}.$$

Например, для условий в разряде $T_e = 1$ эВ, $n_{be}/n_a = 1,1$ и моды $s = 10$ добротность $Q_s = 10$. Таким образом, при наличии в распределении концентрации неоднородной плазмы медленно меняющегося линейного участка с градиентом (3) спектр резонатора будет достаточно легко разрешенным.

В пределе редких столкновений, когда эффективная частота столкновений электронов с ионами и нейтральными атомами $v_{ea} \ll \omega$, компонента волнового вектора k_z для продольных волн определяется соотношением [12]

$$k_z^2(\omega, z) = \frac{\omega^2}{3V_T^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i \frac{\omega_p^2}{\omega^3} v_{ea}\right). \quad (4)$$

Использование (1) с учетом (4) позволяет получить дискретный спектр плазменного резонатора при условии наличия в нем участка слабого роста концентрации заряженных частиц с характерным размером b (см. рис. 2):

$$\frac{1}{\sqrt{3}V_T} \left(\frac{2}{3} \frac{\varepsilon_0 m_e}{e^2 \nabla n} \omega_s^3 - \omega_s b \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_s^2}} \right) = \pi s, \quad s = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $\omega_0^2 = n_{be} e^2 / (\varepsilon_0 m_e)$.

При резкой неоднородности с градиентом ∇n ($b\nabla n/n_b \rightarrow \infty$) спектр (5) переходит в спектр резонатора Фабри — Перро. Использование (5) для приэлектродных слоев позволяет по двум соседним значениям резонансных частот ω_s и ω_{s+1} восстановить градиент концентрации плазмы рассматриваемого слоя

$$\nabla n = \frac{2\varepsilon_0 m_e}{3\sqrt{3}\pi e^2 V_T} (\omega_{s+1}^2 - \omega_s^2), \quad (6)$$

а по (5) оценить в этом слое частоту соударений ν_{ea} . При этом критерием применимости соотношений (3)–(6) служит слабая зависимость разности $\omega_{s+1}^2 - \omega_s^2$ от номера s моды.

Следует отметить, что для произвольного профиля концентрации пристеночной плазмы спектр плазменных резонансов находится из (1) и (6) численными методами. Таким образом, задача диагностики на плазменных резонансах формулируется следующим образом: по измеренному спектру резонансов $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ восстановить распределение $n(z)$ с заданной точностью ε .

Приближенное решение этой задачи в [10] проведено разложением концентрации электронов в степенной ряд с коэффициентами $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1}$ с заданной точностью аппроксимации ε :

$$n(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_m z^m = \sum_{i=0}^{m-1} a_i z^i.$$

В случае изотермичного пристеночного плазменного слоя с электронной температурой T_e из уравнений (1) и (6) следует система m уравнений вида

$$\frac{1}{\sqrt{3}k_B T_e} \int_0^{z_g^*} \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_{i=0}^{m-1} a_i z^i - \omega_s^2} dz = \pi s, \quad s = 1, 2, \dots, m,$$

где z_g^* — положительный корень уравнения;

$$\omega_s^2 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_{i=0}^{m-1} a_i z^i.$$

Использование метода итераций приводит к рекуррентной системе уравнений для шага $p + 1$, если на шаге p вычислены коэффициенты аппроксимирующего полинома $a_0^{(p)}, a_1^{(p)}, a_2^{(p)}, \dots, a_{m-1}^{(p)}$. В результате

получена рабочая система уравнений, которая используется в итерационном цикле:

$$\begin{aligned}
 a_s^{(p+1)} &= 3\pi^2 s^2 k_B T_e \left[\int_0^{z_g^{*(p)}} \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{a_i^{(p)}}{a_s^{(p)}} - \omega_s^2} dz \right]^{-2}; \\
 \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_{i=0}^{m-1} a_s^{(p)} (z_g^{*(p)})^i &= \omega_s^2; \\
 z_g^{*(p)} &> 0; \\
 s &= 1, 2, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Выход из итерационного цикла осуществляется при выполнении на шаге $k + 1$ условия достижения необходимой точности ε :

$$\sqrt{\sum_{i=0}^{m-1} [a_s^{(k+1)} - a_s^{(k)}]^2} < \varepsilon. \tag{8}$$

Особенностью изложенного алгоритма является увеличение точности аппроксимации распределения концентрации заряженных частиц плазмы при увеличении числа разрешенных плазменных резонансов.

На основе системы уравнений (7) и неравенства (8) создан программный модуль, решающий задачу восстановления распределения $n(z)$ в виде степенного полинома по измеренному спектру резонансов. Это является основой для создания автоматизированной системы диагностики такого типа плазменных слоев в режиме реального времени. Вычислительная процедура восстановления распределения плотности концентрации заряженных частиц плазмы также реализована с помощью сплайновой аппроксимации [11].

В магнитоактивной плазме использование резонансных свойств неоднородной ограниченной плазмы может быть применено для задач диагностики на модах Бернштейна [14].

Результаты. Схемы возможной реализации метода диагностики на резонансах Тонкса — Датнера при изоляторного (ИЗ) и при электродного (ЭЛ) плазменных слоев приведены на рис. 3. Схемы включают в себя перестраиваемый по частоте генератор Г, спектроанализатор СА, согласующий элемент СЭ, диэлектрическое вакуумное окно Д, волновод В. При наличии в схемах прямоугольного волновода продольные плазменные волны могут быть возбуждены волной типа H_{10} .

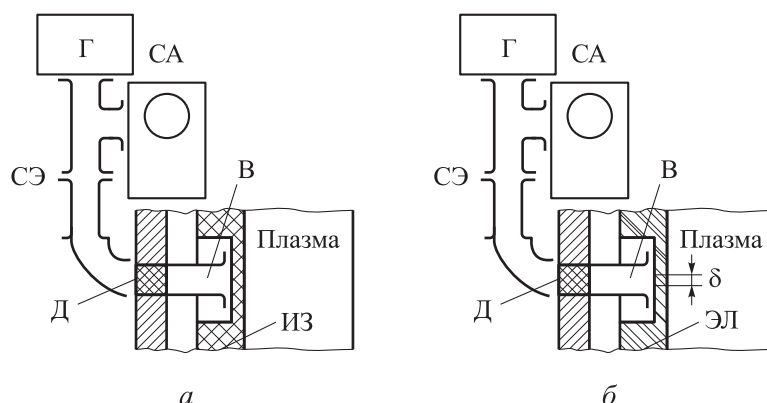


Рис. 3. Схемы реализации метода диагностики на резонансах Тонкса — Даттнера при изоляторном (а) и при электродном (б) плазменных слоев

Согласование волновода с пристеночным плазменным резонатором осуществляется с помощью излучающей щели шириной δ , выполненной в электроде. Длина щели l , равная ширине волновода, определяет минимальную частоту волн волновода типа H_{10} . Для соответствующей минимально измеряемой концентрации $n_{\min}$ длина щели составит

$$l = \pi V_{\Phi} \left(e^2 \frac{n_{\min}}{\epsilon_0 m_e} \right)^{-1/2},$$

где V_{Φ} — фазовая скорость волны типа H_{10} .

Для реализации плоского плазменного резонатора необходимо, чтобы ширина щели определялась условием сравнимости поперечного размера области возбуждения продольных волн, т. е. длиной λ_p [15]. Поэтому для верхнего предела измеряемой концентрации заряженных частиц $n_{\max}$, достигаемого на расстоянии L от электрода, ширина щели ограничена сверху условием

$$\delta < 2\pi \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e L}{e^2 (n_{\max} - n_{\min})} \right)^{1/2}.$$

Обсуждение полученных результатов. С использованием экспериментальных данных по фиксации плазменных резонансов из [8, 9] по (6) получены значения градиентов концентрации плазмы в рассматриваемых газоразрядных столбах, соответствующие парам сопряженных частот:

Порядок резонанса	1	2	3	4	5	6
Плазменная частота, ГГц	4,10	4,68	5,12	5,49	5,81	6,10

После соответствующих преобразований получены распределения концентрации заряженных частиц в исследованных слоях плазмы (рис. 4).

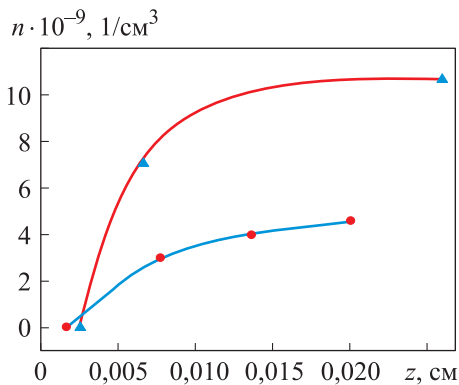


Рис. 4. Распределение концентрации заряженных частиц в слое плазмы для данных из [7] (▲) и [8] (●)

Закключение. Пространственное разрешение предлагаемого метода резонансной диагностики может достигать примерно 100 радиусов Дебая, что существенно выше, чем

при использовании традиционных методов диагностики плазмы низкого давления.

Временное разрешение метода диагностики на резонансах Тонкса — Даттнера определяется временем установления спектра стоячих волн $\tau = b / V_T \approx 10^2 \omega_p^{-1}$, сравнимым с длительностью пролета пристеночного плазменного слоя тепловыми электронами, т. е. фактически определяется временем регистрации спектра стоячих волн. Это позволяет применять его как прецизионный метод диагностики для нестационарных плазменных слоев с характерным временем нестационарности $t \geq 10^2 \omega_p^{-1}$.

Этот метод также может найти применение в устройствах, в которых необходимо исследовать плазму в достаточно динамичных рабочих условиях, как, например, это происходит на установках, описанных в [16–20].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чирков А.Ю. Нелинейные дрейфовые волны в сдвиговых течениях плазмы. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 3 (30), с. 3–15. EDN: KBADRN
- [2] Heald M.A., Wharton C.B. *Plasma diagnostic with microwaves*. Wiley, 1965.
- [3] Dattner A. Experiments on plasma resonance. *Ericsson Technics*, 1963, vol. 19, no. 1, pp. 3–28.
- [4] Parker J.V., Nickel J.C., Gould R.W. Resonance oscillations in a hot nonuniform plasma. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, pp. 1489–1500. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1711404>

- [5] Hart D.A., Oleson N.L. Experimental study of Tonks — Dattner resonances in rare-gas plasmas. *J. Appl. Phys.*, 1969, vol. 40, no. 11, pp. 4541–4553. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1657230>
- [6] Голант В.Е., Пилия А.Д. Линейная трансформация и поглощение волн в плазме. *УФН*, 1971, т. 104, № 3, с. 413–457. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0104.197107c.0413>
- [7] Kay A., Mentzoni M. Tonks — Dattner resonances and their application in plasma diagnostic. *Phys. Scr.*, 1978, vol. 18, no. 2, art. 146. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/18/2/010>
- [8] Mentzoni M. Tonks — Dattner diagnostics of electron density profiles. *Phys. Scr.*, 1983, vol. 27, no. 4, art. 311. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/27/4/014>
- [9] Lustig C.D. Microwave noise resonances from a plasma column. *Phys. Lett.*, 1964, no. 9, pp. 315–316. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)90379-8](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)90379-8)
- [10] Козырев А.В. Диагностика распределений заряженных частиц пристеночной плазмы на резонансах Тонкса — Даттнера. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 1994, № 4 (17), с. 81–86.
- [11] Бурыкина Ю.И., Козырев А.В. Сплайновый программный модуль для резонансной диагностики пристеночной плазмы. *Необратимые процессы в природе и технике. Тр. 7 Всерос. конф.* Т. 2. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, с. 102.
- [12] Рухадзе А.А., Силин В.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., URSS, 2012.
- [13] Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. М., Мир, 1971.
- [14] Козырев А.В. Резонансная диагностика плавно неоднородной плазмы на модах Бернштейна. *Необратимые процессы в природе и технике. Тр. 12 Всерос. конф.* Т. 2. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023, с. 360–361. EDN: FJJKVY
- [15] Батанов Т.М., Силин В.А. Экспериментальное изучение нелинейной диссипации электромагнитных волн в неоднородной плазме с редкими столкновениями. *Труды ФИАН*, 1985, т. 92, с. 3–34.
- [16] Shiozawa T., Seikai S. Scattering of electromagnetic waves from an inhomogeneous magnetoplasma column moving in the axial direction. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1972, vol. 20, no. 4, pp. 455–463. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1972.1140241>
- [17] Ramakrishnan P., Raffetto M. Accuracy of finite element approximations for two-dimensional time-harmonic electromagnetic boundary value problems involving non-conducting moving objects with stationary boundaries. *ACES Journal*, 2021, vol. 33, no. 6, pp. 585–596.
- [18] Гусаков Е.З., Попов А.Ю. Способы снижения аномальных потерь в ЭЦРН-экспериментах на второй гармонике резонанса. *Физика плазмы*, 2022, т. 48, № 4, с. 306–316. EDN: OYNAHK

[19] Жуков В.И., Карфидов Д.М. СВЧ газовый разряд низкого давления, поддерживаемый полем стоячей поверхностной волны дипольной моды. *Физика плазмы*, 2023, т. 49, № 3, с. 260–269. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292122600820>

[20] Котвицкий А.Я., Моралёв И.А., Устинов М.В. и др. Возбуждение стационарных мод неустойчивости поперечного течения с помощью плазменного актуатора на основе диэлектрического барьерного разряда. *ТВТ*, 2023, т. 61, № 6, с. 830–835. DOI: <https://doi.org/10.31857/S004036442306008X>

Козырев Александр Валентинович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Докукин Михаил Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Козырев А.В., Докукин М.Ю. Диагностика неоднородных плазменных слоев с помощью резонансов Тонкса — Даттнера. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2026, № 1 (124), с. 69–80. EDN: XLQYLD

**DIAGNOSTICS OF INHOMOGENEOUS PLASMA LAYERS
USING TONKS — DATTNER RESONANCES**

A.V. Kozyrev

M.Yu. Dokukin

kozyrevav@bmstu.ru

dmv252@bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russian Federation

Abstract

When diagnosing thin plasma inhomogeneous layers formed near the walls of various types of electric discharge devices (near the surfaces of electrodes, metal and dielectric screens), it can be difficult, and sometimes impossible, to use traditional methods of active (Langmuir and microwave probes) and optical (spectroscopy) diagnostics. These methods have some disadvantages related to the possible distortion of the plasma under study and the relatively low spatial resolution. In addition, the use of these contact methods in narrow wall layers is often limited by large heat fluxes, and the use of passive optical methods is hampered by the problem of radiation output from very small areas. In an inhomogeneous plasma, there is a connection between electro-

Keywords

Plasma waves, refractive index, plasma resonances, electron temperature, plasma density, Debye radius

magnetic waves excited from the outside and plasma waves (provided that there is a region where the phase velocities and frequencies of these waves are close). Then, the incident electromagnetic wave transforms into a plasma wave, and resonant effects may occur in the plasma formation. The article substantiates the possibility of using Tonks — Dattner resonances for the diagnosis of plasma wall layers and provides a numerical verification of the proposed technique based on known experimental data

Received 05.05.2025

Accepted 16.09.2025

© Author(s), 2026

REFERENCES

- [1] Chirkov A.Yu. Nonlinear drift waves in shearing motion of plasma. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2008, no. 3 (30), pp. 3–15 (in Russ.). EDN: KBADRN
- [2] Heald M.A., Wharton C.B. Plasma diagnostic with microwaves. Wiley, 1965.
- [3] Dattner A. Experiments on plasma resonance. *Ericsson Technics*, 1963, vol. 19, no. 1, pp. 3–28.
- [4] Parker J.V., Nickel J.C., Gould R.W. Resonance oscillations in a hot nonuniform plasma. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, pp. 1489–1500.
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1711404>
- [5] Hart D.A., Oleson N.L. Experimental study of Tonks — Dattner resonances in rare-gas plasmas. *J. Appl. Phys.*, 1969, vol. 40, no. 11, pp. 4541–4553.
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1657230>
- [6] Golant V.E., Piliya A.D. Linear transformation and absorption of waves in a plasma. *Sov. Phys. Usp.*, 1972, vol. 14, no. 4, pp. 413–437.
DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1972v014n04ABEH004730>
- [7] Kay A., Mentzoni M. Tonks — Dattner resonances and their application in plasma diagnostic. *Phys. Scr.*, 1978, vol. 18, no. 2, art. 146.
DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/18/2/010>
- [8] Mentzoni M. Tonks — Dattner diagnostics of electron density profiles. *Phys. Scr.*, 1983, vol. 27, no. 4, art. 311. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/27/4/014>
- [9] Lustig C.D. Microwave noise resonances from a plasma column. *Phys. Lett.*, 1964, no. 9, pp. 315–316. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)90379-8](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)90379-8)
- [10] Kozyrev A.V. Diagnostics of charged particle distributions of edge plasma at Tonks — Dattner resonances. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 1994, no. 4 (17), pp. 81–86 (in Russ.).
- [11] Burykina Yu.I., Kozyrev A.V. [Spline software module for resonance diagnostics of edge plasma]. *Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike. Tr. 7 Vseros. konf. T. 2* [Irreversible Processes in Nature and Technology. Proc. 7th Russ. Conf. Vol. 2]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, p. 102 (in Russ.).

- [12] Rukhadze A.A., Silin V.A. *Elektromagnitnye svoystva plazmy i plazmopodobnykh sred* [Electromagnetic properties of plasma and plasma-like media]. Moscow, URSS Publ., 2012.
- [13] Bekefi G. *Radiation processes in plasmas*. Wiley, 1966.
- [14] Kozyrev A.V. [Resonance diagnostics of smoothly inhomogeneous plasma on Bernstein modes]. *Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike. Tr. 12 Vseros. konf. T. 2* [Irreversible Processes in Nature and Technology. Proc. 12th Russ. Conf. Vol. 2]. Moscow, BMSTU Publ., 2023, pp. 360–361 (in Russ.). EDN: FJJKVY
- [15] Batanov T.M., Silin V.A. Experimental study of nonlinear dissipation of electromagnetic waves in an inhomogeneous plasma with rare collisions. *Trudy FIAN*, 1985, vol. 92, pp. 3–34 (in Russ.).
- [16] Shiozawa T., Seikai S. Scattering of electromagnetic waves from an inhomogeneous magnetoplasma column moving in the axial direction. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1972, vol. 20, no. 4, pp. 455–463.
DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1972.1140241>
- [17] Ramakrishnan P., Raffetto M. Accuracy of finite element approximations for two-dimensional time-harmonic electromagnetic boundary value problems involving non-conducting moving objects with stationary boundaries. *ACES Journal*, 2021, vol. 33, no. 6, pp. 585–596.
- [18] Gusakov E.Z., Popov A.Yu. Methods for reducing anomalous losses in ECRH experiments at second resonance harmonic. *Plasma Phys. Rep.*, 2022, vol. 48, no. 4, pp. 327–336. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063780X22040067>
- [19] Zhukov V.I., Karfidov D.M. Microwave low-pressure gas discharge sustained by a standing surface wave in the dipolar mode. *Fizika plazmy*, 2023, vol. 49, no. 3, pp. 260–269 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292122600820>
- [20] Kotvitskiy A.Ya., Moralev I.A., Ustinov M.V., et al. Excitation of stationary cross-flow instability modes using a plasma actuator based on dielectric barrier discharge. *High Temp.*, 2023, vol. 61, no. 6, pp. 764–769.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X23060020>

Kozyrev A.V. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Dokukin M.Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Kozyrev A.V., Dokukin M.Yu. Diagnostics of inhomogeneous plasma layers using Tonks — Dattner resonances. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2026, no. 1 (124), pp. 69–80 (in Russ.). EDN: XLQYLD