

536
54 117-33 38/4 А-ХIII
Н. И. МЕРЦАЛОВЪ

Адъюнктъ-Профессоръ

ИМПЕРАТОРСКАГО

Московского Техническаго Училища.



Проект. 1935

624419

536
и 52н



Курсъ лекцій,
читанный на 3 курсъ
Механическаго Отдѣленія.



МОСКВА.

1904.

УЧЕНИЕ О ПАРАХЪ, НАСЫЩЕННЫХЪ И ПЕРЕГРѢТЫХЪ.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ НАСЫЩЕННАГО ПАРА.

Послѣ выясненія общихъ принциповъ термодинамики и нѣкоторыхъ частныхъ приложеній выводовъ ея къ парамъ, мы рассмотримъ въ этой главѣ приложенія уравненій термодинамики къ парамъ, какъ насыщеннымъ, такъ перегрѣтымъ |оба термина будутъ ниже разъяснены одинъ подробно|.

Парообразование есть состояніе переходное; намъ необходимо поэтому выяснить, чѣмъ обусловливается этотъ переходъ тѣла изъ одного состоянія въ другое, и какъ можно приложить принципы термодинамики къ такому неоднородному тѣлу, какъ испаряющаяся жидкость. Неоднороднымъ мы назвали его потому, что уже во время самаго процесса преобразования все тѣло, подвергающееся испаренію, переходитъ въ нѣкоторое смѣшанное состояніе, мы получаемъ нѣкоторое сложное тѣло, состоящее частью изъ жидкости, частью изъ пара, — слѣд., дѣйствительно, неоднородное. Самый процессъ парообразования представляется происходящимъ такъ:

Пусть нѣкоторое количество жидкости заключено въ цилиндръ вплотную подъ поршнемъ |фиг. 55|, и пусть на



этотъ поршень снаружи производится внѣшнѣ определенное давленіе. Начнемъ подогрѣвать нашу жидкость.

Температура жидкости начнет повышаться, сама жидкость начнет расширяться, но испарение во всей массѣ | -кипѣніе | начнется лишь тогда, когда температура жидкости достигнетъ определенной высоты, причемъ, какъ это извѣстно изъ курса физики, эта температура за виситъ отъ величины внѣшняго давленія, - такъ, если давленіе на жидкость равно атмосферному, то испарение во всей массѣ жидкости будетъ имѣть мѣсто лишь при 100°C . Далѣе, изъ экспериментальной физики извѣстно, что разъ внѣшнее атмосферное давленіе остается постояннымъ за все время нагрѣванія и испаренія жидкости, то температура, какъ испаряющейся жидкости, такъ и пара, изъ нея образующагося, остается также постоянной, сколько бы мы дальѣе ни нагрѣвали нашу жидкость, по вышенія температуры это нагрѣваніе не вызоветъ. Указанная температура можетъ измѣниться лишь при измѣненіи внѣшняго давленія.

Заклучивъ данное количество жидкости въ цилиндр | фиг. 35 | и нагрѣвая ее, мы такимъ образомъ въ нѣкоторый моментъ достигнемъ кипѣнія жидкости; продолжая нагрѣваніе дальѣе, мы будемъ затѣмъ имѣть въ цилиндрѣ жидкость, количество которой все будетъ уменьшаться, и паръ, который будетъ заполнять собою все остальное свободное пространство цилиндра. Такой паръ, находящійся въ присутствіи испаряющейся жидкости, мы будемъ на-

зывать НАСЫЩЕННЫМЪ ПАРОМЪ и притомъ влажнымъ, чтобы охарактеризовать присутствіе жидкости. УПРУГОСТЬ этого НАСЫЩЕННАГО ПАРА ЯВЛЯЕТСЯ, такимъ образомъ, ФУНКЦІЕЙ ОДНОЙ ЛИШЬ ТЕМПЕРАТУРЫ.

При дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ мы должны принять это свойство насыщенныхъ паровъ за основное и никогда не упускать его изъ виду.

Попробуемъ теперь изобразить графически процессъ происхожденія |пока| насыщеннаго пара, причемъ сначала воспользуемся системой координатъ (p, v) , а затѣмъ перейдемъ и къ системѣ (T, S) . Замѣтимъ, что сформулированное выше основное свойство насыщенныхъ влажныхъ паровъ характеризуется въ системѣ (p, v) тѣмъ, что, такъ какъ процессъ изотермическаго состоянія пара совпадаетъ съ процессомъ постояннаго давленія, то ИЗОТЕРМА ТАКОГО ПАРА СОВПАДАЕТЪ СЪ ЛИНІЕЙ ПОСТОЯННАГО ДАВЛЕНІЯ.

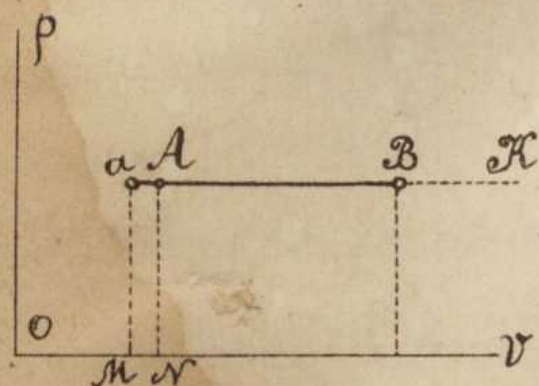
Мы видѣли, что давленіе пара есть функція одной лишь температуры.

$$p = f(T)$$

Изотерма характеризуется тѣмъ, что $T = \text{const}$ очевидно, что этому соотвѣтствуетъ $p = \text{const}$.

Въ виду этого, процессъ парообразованія изображается въ системѣ (p, v) такъ: сначала мы имѣемъ нѣкоторый объемъ жидкости опредѣленной температуры. Это

состояніе ея изобразится нѣкоторой точкой a |фиг. 56|
 |давленіе p_a равно внѣшнему, напр., атмосферному|. За-
 тѣмъ мы начинаемъ эту жидкость нагрѣвать, при этомъ
 она станетъ расширяться, но, какъ мы знаемъ, крайне не-
 значительно, и, если внѣшнее давленіе останется пос-
 тояннымъ, то точки, изображающія послѣдовательный ходъ
 этой части процесса, будутъ всѣ лежать на прямой пос-
 тояннаго давленія, проходящей черезъ a , — по прямой
 aK , и, притомъ весьма близко одна къ другой, ибо U бу-



фиг. 56.

детъ возрастать весьма медленно.
 Но вотъ температура жидкости, все
 повышаясь, достигаетъ, наконецъ,
 точки кипѣнія, начинается парооб-
 разованіе во всей массѣ жидкости,
 и мы получаемъ съ этого момента

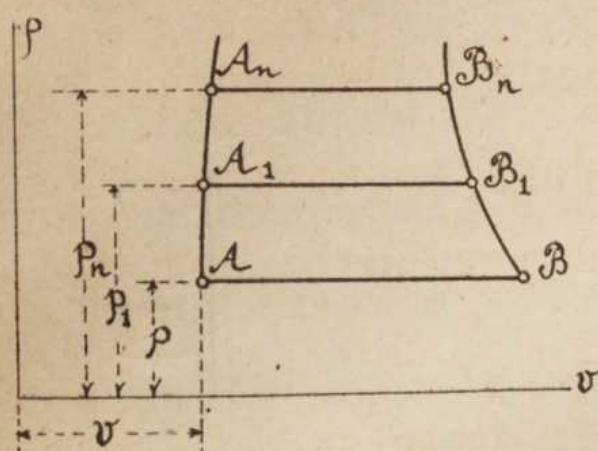
нѣкоторое сложное тѣло, — смѣсь влажнаго насыщеннаго
 пара съ жидкостью. Дальнѣйшее нагрѣваніе будетъ ска-
 зываться лишь въ уменьшеніи количества жидкости и
 увеличеніи количества пара, изъ нея образующагося, а
 такъ какъ объемъ пара гораздо больше объема жидкос-
 ти, то, начиная съ точки A , гдѣ началось парообразова-
 ніе, объемъ нашей массы станетъ расти уже довольно бы-
 стро, причемъ давленіе будетъ оставаться, по прежнему,
 одинаковымъ и равнымъ AM , |разъ внѣшнее не измѣнилось|
 Слѣдовательно, эта часть процесса будетъ опять изобра-

жена прямой АВ, служащей продолженіемъ прямой аА.

Такъ дѣло будетъ происходить до тѣхъ поръ, пока въ цилиндрѣ будетъ находиться хоть малая доля жидкости. При продолжающемся нагрѣваніи въ нѣкоторый моментъ соотвѣтствующій, допустимъ, точкѣ В діаграммы, жидкость, наконецъ испарится вся, — въ этотъ моментъ мы будемъ имѣть подъ поршнемъ паръ все еще насыщенный, но уже сухой, | жидкости уже не будетъ | если же нагрѣваніе будетъ продолжаться все дальше и дальше, то дальнѣйшій процессъ измѣненій состоянія пара уже будетъ отличенъ отъ измѣненій состоянія пара насыщеннаго. если при дальнѣйшемъ нагрѣваніи внѣшнее давленіе будетъ оставаться постояннымъ, то постоянной будетъ и упругость пара, такъ что дальнѣйшій процессъ изобразится опять прямой, параллельной оси OU, и составляющей продолженіе прямой аАВ, но температура его не будетъ уже оставаться постоянной, а станетъ возрастать, слѣд., постоянно мѣняться, между тѣмъ, какъ у насыщеннаго пара она оставалась постоянно на одной высотѣ. Слѣд., начиная съ точки В, изотерма сухого пара съ линіей постоянного давленія уже разойдется. Паръ за точкой В будетъ носить уже названіе ПЕРЕГРѢТАГО ПАРА, — это будетъ уже газообразное тѣло со всѣми свойствами, присущими газамъ вообще.

Такимъ образомъ, если состояніе жидкости, въ мо -

ментъ начала парообразованія во всей массѣ ея, мы обозначимъ, сообразно давленію на нее - p и объему ея



фиг. 57.

v точкой A [фиг. 57], то весь процесс дальнѣйшаго парообразованія, вплоть до момента получения сухого насыщеннаго пара [т.е. до полного исчезновенія жидкости], изобразится отрѣзком

AB прямой, параллельной оси $Оv$ и представляющей собою въ то же время прямую постояннаго давленія p . За точкой B паръ становится перегрѣтымъ и не отличающимся уже по своимъ свойствамъ отъ обыкновенныхъ газовъ.

Если ту же массу жидкости мы подвергнемъ другому давленію, положимъ p_1 , то парообразованіе начнетъ уже въ нѣкоторой другой точкѣ A_1 и будетъ характеризоваться уже другой прямой $A_1 B_1$, - опять прямой постояннаго давленія и постоянной температуры [при постоянствѣ внѣшняго давленія p_1]. За крайней точкой B_1 мы опять получимъ перегрѣтый паръ. Если мы такимъ образомъ нанесемъ на діаграмму рядъ точекъ A, гдѣ будетъ имѣть мѣсто начало парообразованія при разныхъ внѣшнихъ давленіяхъ, а съ другой стороны рядъ точекъ B, гдѣ это парообразованіе кончается, гдѣ, слѣд. кончается процессъ при постоянной температурѣ, то соединивъ эти

оба ряда точек непрерывными линиями, мы получимъ двѣ такъ называемыя ПРЕДѢЛЬНЫЯ КРИВЫЯ, которыя разграничатъ всю плоскость системы (p, v) на слѣдующія области: вправо отъ кривой BB_n | фиг. 58 | мы будемъ имѣть область перегрѣтаго пара | состояніе сухого насыщеннаго пара будетъ изображено различными точками самой кривой BB_n |.

Внутри кривыхъ | между AA_n и BB_n | получимъ область пара влажнаго насыщеннаго, причемъ начальные моменты парообразования будутъ даны точками кривой AA_n . Наконецъ, влево отъ кривой AA_n мы будемъ имѣть состояніе жидкости. Такимъ образомъ процессъ парообразования представляетъ собою нѣчто, совершенно отличное отъ того, что мы имѣли въ

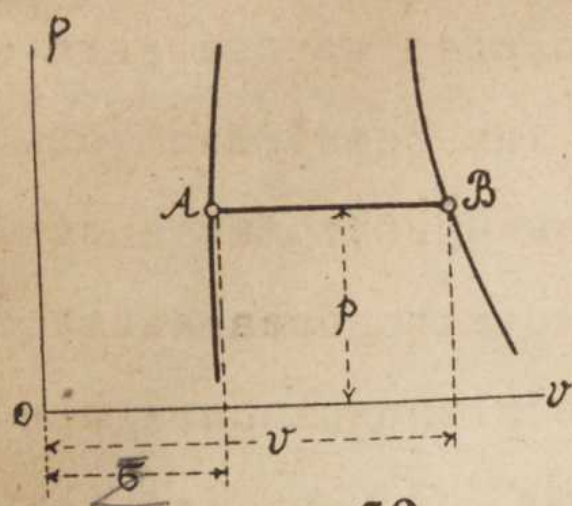


фиг. 58.

газахъ. Здѣсь мы имѣемъ возможность указать на 3 состоянія данной массы вещества, — состояніе жидкое, смѣшанное и газообразное. Въ газахъ мы изучали только одно послѣднее, въ настоящей же главѣ мы ограничимся изслѣдованіемъ состоянія смѣшаннаго, котораго тамъ мы не имѣли, т.е. изслѣдуемъ свойства влажнаго насыщеннаго пара, — пара въ присутствіи жидкости.

Пусть при нѣкоторомъ давленіи (p) данная масса жидкости, нпр., 1 килограммъ ея, даетъ прямую насыщеннаго

пара АВ [фиг. 59]. Если объемъ сухого насыщеннаго па-



фиг. 59.

ра мы обозначимъ черезъ V [это
объемъ, соотвѣтствующій предѣль-
ной точкѣ В], а объемъ жидкости
въ моментъ начала парообразован-
я у точки А| черезъ Σ , то раз-
ность $(V - \Sigma)$ представить собою

величину, на которую увеличился первоначальный объемъ
жидкости Σ , когда вся она обратилась въ сухой насы-
щенный паръ.

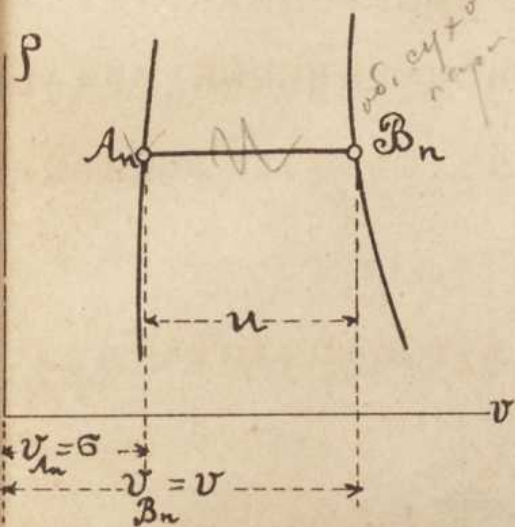
Назовемъ эту разность черезъ U , т.е. положимъ

$$U = V - \Sigma.$$

Очевидно, что Σ есть объемъ 1-го килограмма жидко-
сти при давленіи p и соотвѣтствующей этому p темпера-
турѣ кипѣнія, т.е. Σ есть удѣльный объемъ жидкости
при этихъ условіяхъ. Что касается V , то это будетъ
удѣльный объемъ пара, - объемъ, занимаемый однимъ ки-
лограммомъ его.

Такъ какъ массу жидкости мы все время полагаемъ
равной 1 килограмму, то очевидно, что V и Σ суть ве-
личины для каждаго отдѣльнаго p . постоянныя, - онѣ мѣ-
няются лишь съ измѣненіемъ давленія p , а отсюда вытѣ-
каетъ, что при данномъ p величина U есть также вели-
чина постоянная, - опредѣленному значенію p соотвѣт-
ствуетъ, такимъ образомъ, опредѣленное значеніе U .

Такъ нпр., если нѣкоторый другой процессъ испаренія начнется при давленіи p_n [фиг. 60], которое будетъ оставаться за все время опыта постояннымъ, то мы получимъ опредѣленную точку A_n — начало парообразования, опредѣленную точку B_n — конецъ его, и вполне опредѣленную величину u , причемъ u выразится такъ: $u = v - \delta, \dots$ (III)



фиг. 60.

гдѣ v есть объемъ сухого насыщеннаго пара, равный v_{B_n} а δ — объемъ жидкости, v_{A_n} . Слѣд., u есть длина отрезка $A_n B_n$.

Изъ [III] вытекаетъ, что

$$v = \delta + u \dots \dots (112)$$

Возьмемъ теперь на томъ же отрезкѣ $A_n B_n$ [фиг. 61], гдѣ либо между A_n и B_n , нѣкоторую точку C_n , — эта точка даетъ нѣкоторое смѣшанное состояніе, т.е. такое, гдѣ подъ поршнемъ имѣется и влажный насыщенный паръ, и жидкость. Спрашивается, какъ выразится объемъ всей этой смѣшанной массы, т.е. объемъ v_{C_n} .

Допустимъ, что въ точкѣ C_n имѣется X килограммовъ пара; замѣтимъ, что такъ какъ наши разсужденія мы относимъ къ ЕДИНИЦѢ МАССЫ жидкости, положимъ, къ одному килограмму ея, то это число X есть въ данномъ случаѣ правильная дробь: $0 < x < 1$

Такъ какъ по даннымъ кривымъ можемъ сейчасъ же опредѣлить $u = AB$, затѣмъ, намъ будетъ извѣстно $\sigma (= v_A)$ то для любой точки C , которой соотвѣтствуетъ объемъ v мы, понятно, сейчасъ же найдемъ по |II4| и x . Обратно если бы нужно было найти точку C , въ которой паросодержаніе было бы равно, нпр., $\frac{m}{n}$ то изъ ур-ія

$$\frac{m}{n} = \frac{v_c - \sigma}{u} \dots \dots \dots (115)$$

можно опредѣлить v_c , не рѣшая этого ур-ія на зѣмомъ дѣлѣ. Дѣйствительно, такъ какъ

$$v_c = OM$$

и

$$\sigma = OK,$$

то

$$v_c - \sigma = KM = AC;$$

а такъ какъ

$$u = AB,$$

то ур-іе |II5| принимаетъ видъ:

$$\frac{m}{n} = \frac{AC}{AB},$$

откуда затѣмъ

$$\frac{AC}{AB - AC} = \frac{AC}{CB} = \frac{m}{n - m};$$

такъ что, какъ видимъ, для нахожденія искомой точки C придется раздѣлить данный отрѣзокъ AB вполне опредѣленнымъ образомъ |въ отношеніи m къ $n - m$ |. Полученная точка и опредѣлитъ собою искомый объемъ v_c , зная который мы могли бы затѣмъ сейчасъ же опредѣ-

лить какъ количество пара для этого момента, такъ и испарившейся воды, — словомъ, опредѣлить всѣ обстоятельства явленія для даннаго момента.

Факторы u и σ , входящіе въ составъ уравненія

$$v = xu + \sigma \dots \dots (113)$$

могутъ быть оба выражены въ функціи одной лишь температуры.

Въ виду этого можно положить

$$\sigma = f(t) ; u = \varphi(t)$$

гдѣ f и φ суть двѣ функціи, намъ пока еще неизвѣстныя.

Теперь ур-іе |113| можетъ быть переписано такъ :

$$v = x\varphi(t) + f(t) ; \dots \dots (116)$$

здѣсь v есть объемъ упомянутаго сложнаго тѣла, состоящаго частью изъ жидкости, частью изъ пара.

Ур-іе |116| можно назвать ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМЪ УРАВНЕНІЕМЪ МОКРАГО НАСЫЩЕННАГО ПАРА. Зависимости

u и σ отъ температуры t въ видѣ опредѣленныхъ функцій не имѣется, — имѣются лишь опытыя таблицы, по которымъ для опредѣленныхъ значеній t можно подыскать значенія u и σ . Для значеній t промежуточныхъ не содержащихся въ таблицахъ, можно находить соотвѣтствующія u и σ путемъ интерполяціи.

Такимъ образомъ мы видимъ, что для мокраго насыщеннаго пара мы ^{не} имѣемъ такого хар. ур-ія, какое мы,

нпр., имѣли въ случаѣ газовъ .

§2. ПРИМѢНЕНІЕ ПЕРВАГО ПРИНЦИПА ТЕРМОДИНАМИКИ КЪ НАСЫЩЕННОМУ ПАРУ.

Прежде чѣмъ примѣнять ур-ія термодинамики къ смѣси пара и жидкости, остановимся на опредѣленіи измѣненія внутренней энергіи, какъ въ случаѣ жидкости, такъ и въ случаѣ пара.

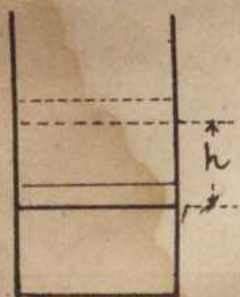
Процессъ парообразованія при постоянномъ давленіи, замѣчательный тѣмъ, что во все время его температура смѣси не мѣняется, повель къ нѣкоторымъ опредѣленіямъ въ физикѣ, основаннымъ именно на этомъ свойствѣ парообразованія, - въ физикѣ говорятъ, что вся теплота сверхъ той, которая была потребна для повышенія температуры жидкости до точки кипѣнія, идетъ исключительно на парообразованіе, внѣшняя теплота какъ бы скрывается уходить куда-то совершенно незамѣтно. Такъ явился терминъ "СКРЫТАЯ ТЕПЛОТА ПАРООБРАЗОВАНІЯ", т. е. теплота, не проявляющаяся въ повышеніи t -ры смѣси во время пар-нія.

Съ точки зрѣнія термодинамики болѣе раціональнымъ было бы раздѣленіе всего количества тепла, поступающаго въ жидкость извнѣ, на теплоту, явно проявляющуюся при парообразованіи и на собственно скрытую теплоту.

Дѣйствительно, разъ процессъ происходитъ при постоянномъ давленіи, когда, нпр., подогревается жидкость, заключенная въ цилиндръ съ поршнемъ и давленіе на этотъ послѣдній за все время опыта остается постояннымъ, то при развитіи все большаго и большаго количества пара, объемъ смѣси, понятно, долженъ все возрастать. Слѣдовательно, по мѣрѣ увеличенія количества пара, по мѣрѣ сообщенія смѣси все новыхъ и новыхъ количествъ тепла, одновременно съ возникновеніемъ новыхъ количествъ пара будетъ происходить постепенное поднятіе поршня [фиг. 62]. Легко видѣть, что на это поднятіе поршня будетъ потребна работа въ количествѣ

$$p \cdot F \cdot h, = p \cdot \Delta v$$

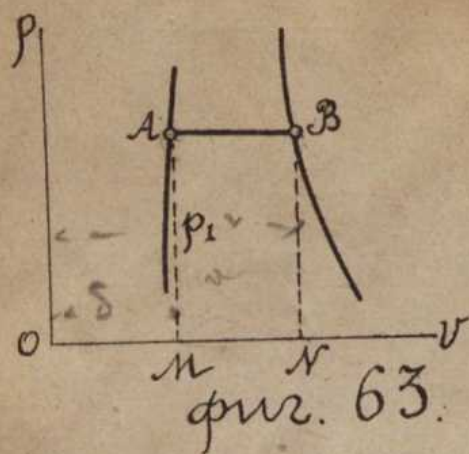
гдѣ p есть внѣшнее давленіе [на единицу поверхности],



фиг. 62.

F площадь поршня и h высота подъема поршня. Такъ какъ, далѣе, произведеніе Fh есть ничто иное, какъ увеличеніе первоначальнаго объема

Δv , вызванное появленіемъ пара, т.е., съ другой стороны, это произведеніе выразится отрѣзкомъ АВ прямой процесса [фиг. 63]. Слѣдовательно, на преодоленіе внѣшняго давленія будетъ потрачена работа въ размѣрѣ



фиг. 63.

или что то же, въ размѣрѣ площади $A \Delta M$ работа эта, въ видѣ эквивалентнаго ей количества тепла $A_{ри}$ и будетъ взята изъ общаго количества тепла, потраченнаго нами на обращеніе въ паръ всего килограмма жидкости.

Такимъ образомъ та скрытая теплота парообразованія, про которую говорится въ физикѣ и которую мы въ дальнѣйшемъ будемъ обозначать черезъ τ , складывается:

1 | изъ тепла $A_{ри}$, расходуемаго на преодоленіе внѣш-
наго давленія при появленіи все новыхъ и новыхъ ко-
личествъ пара; это тепло по Дейнеру мы будемъ назыв-
ать ВНѢШНЕЙ СКРЫТОЙ ТЕПЛОТой ПАРООБРАЗОВАНІЯ

2 | изъ собственно скрытой теплоты парообразованія.
мы назовемъ ВНУТРЕННЕЙ СКРЫТОЙ ТЕПЛОТОЙ и

обозначимъ черезъ ρ . Такимъ образомъ мы получаемъ урав-
неніе

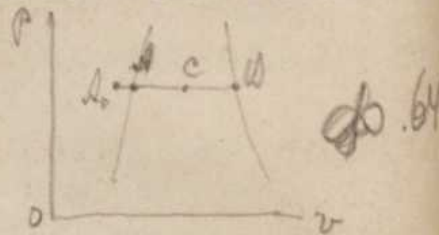
$$\tau = A_{ри} + \rho \dots \dots (118)$$

уравненіе это написано конечно, для единицы массы, -
одного килограмма жидкости, обращаеваемой въ паръ при
постоянномъ давленіи.

Пусть теперь процессъ доведенъ не до предѣльной
точки В, а до нѣкоторой промежуточной С, обозначимъ
паросодержаніе въ этой точкѣ черезъ x . Посмотримъ,
какъ при такихъ условіяхъ выразится внутренняя энер-
гія смѣси, находящейся въ состояніи С.

Пусть наша жидкость въ началѣ опыта была при 0°C . и состояніе ея изображалось точкой A . [фиг. 64]. Если теплоемкость жидкости мы обозначимъ черезъ c , а температуру кипѣнія - черезъ t , то количество тепла затраченное на такой нагрѣвъ жидкости, изобразится произведеніемъ ct . Выразить именно такимъ образомъ это количество тепла мы вправѣ только тогда, когда теплоемкость c есть величина постоянная; если же c есть величина переменная, то то же количество тепла выразится интеграломъ

$$\int_0^t c dt,$$



гдѣ $c dt$ есть количество тепла, потребное для повышения температуры 1 кж. жидкости на dt . Обозначивъ это полное количество тепла черезъ q , имѣемъ :

$$dq = c dt,$$

такъ что

$$q = \int_0^t c dt. \quad (119)$$

Какъ мы видѣли, объемъ жидкости, при такомъ нагрѣвѣ ея, измѣняется весьма мало; поэтому внѣшней работой такого измѣненія объема можно пренебречь и считать, что все это количество тепла ушло исключительно на нагрѣваніе жидкости, иными словами, на повышеніе ея внутренней энергіи.

Замѣтимъ здѣсь кстати, что величины q берутся обыкновенно изъ таблицъ Ренъо, опредѣлявшаго эти коли-

чества q при различныхъ давлєніяхъ. Для воды Ренъо далъ формулу

$$q = t + 0,00002 t^2 + 0,0000003 t^3, \dots (119')$$

вмѣсто которой съ весьма малой погрѣшностью, можно пользоваться формулой

$$q = t \quad (119)$$

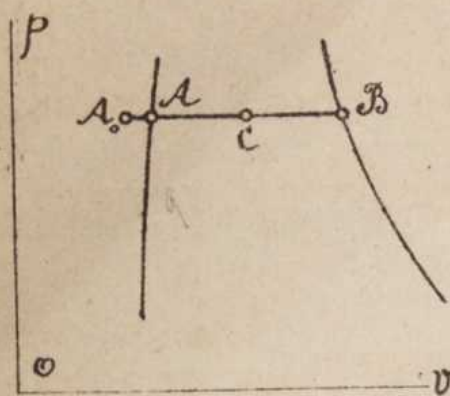
причемъ въ обѣихъ формулахъ t отсчитывается по воздушному термометру въ градусахъ Цельсія отъ обычнаго нуля. Такимъ образомъ здѣсь принимается, что кривая точекъ A_0 при разныхъ давлєніяхъ есть прямая, параллельная оси ординатъ | жидкость предполагается несжимаемой | и что эту прямую можно принять совпадающей съ пограничной кривой.

Всѣ указанная обстоятельства нужно имѣть въ виду и помнить, что дальнѣйшій выводъ выраженія для измѣненія внутренней энергіи есть выводъ приближительный. Замѣтивъ это, продолжимъ разсмотрѣніе процесса парообразованія.

$$\tau = A_{pi} + q \quad (118)$$

За точкой A , какъ мы указали, начинается парообразованіе. Если бы мы вели его вплоть до предѣльной точки B , то израсходовали бы количество тепла, равное τ и выражаемое уравненіемъ |118|. Но изъ всего этого тепла τ часть его, въ размѣрѣ A_{pi} , уходитъ на преодоленіе сопротивленія внѣшнихъ силъ, слѣд., на долю внутренней работы, т. е. работы дисгрегациі, уходитъ

тепло $(\tau - \text{Арн})$, т.е. ϑ . Такимъ образомъ мы видимъ,



приростъ внутренней энергіи за время прохожденія части процесса АБ, изображается величиной ϑ . По-

тому, если бы мы пожелали выразить приростъ внутренней энергіи за время

процесса переведенія одного ки-

грамма жидкости при 0° въ сухой насыщенный паръ при 0° то могли бы сдѣлать это, написавъ уравненіе :

$$u_v - u_o = q + \vartheta \dots \dots \dots (1)$$

Спрашивается, какъ теперь выразить подобное же приращеніе энергіи для точки С, — какъ выразится разность

$$u_c - u_o \dots \dots \dots (1)$$

Легко видѣть, что на доведеніе жидкости до состоянія А нужно потратить, по прежнему, количество тепла

q , но для доведенія смеси до состоянія С, характернаго паросодержаніемъ x , придется потратить тепла

не ϑ единицъ, какъ это имѣло мѣсто, когда мы обратились въ тепло весь килограммъ жидкости, а лишь $x \vartheta$, ибо

обращено въ паръ къ моменту С лишь x килограммовъ жидкости. Слѣдовательно, до точки А на повышеніе внут-

ренней энергіи было затрачено тепло q , а отъ точки А до точки С количество тепла ϑx ; слѣдов., разность

|121| выразится теперь такъ :

$$u_c - u_o = q + \vartheta x \dots \dots \dots (1)$$

въ виду чего приращеніе внутренней энергіи $d u$, и

$$v = xu + 5 \quad (113)$$

просто dU , напишется теперь такъ

$$dU = d(q + gx) \quad (123)$$

Нетрудно убѣдиться, что оно равно суммѣ отдѣльно
взятыхъ приращеній энергій жидкости (dq) и пара [$d(gx)$]

$$dQ = dU + A p dv \quad (29) \quad (123)$$

Два уравненія |123| и |113| даютъ намъ возможность
представить основное ур-іе |29| въ видѣ *безъ const.*

$$dQ = A p d(xu) + d(q + gx) \quad (124)$$

Прежде чѣмъ идти дальше, преобразуемъ нѣсколько это
уравненіе. Раскрывъ вторыя скобки имѣемъ :

$$dQ = A p d(xu) + dq + d(xg) \quad (125)$$

Такъ какъ изъ |118| мы имѣемъ :

$$g = \tau - A p u,$$

то

$$xg = x\tau - A p x u \quad (126)$$

откуда

$$d(xg) = d(x\tau) - A x u dp - A p d(xu),$$

(мы продифференцировали произведеніе $xu \cdot p$). Подстав-
ляя полученное выраженіе въ ур-іе |125|, находимъ:

$$dQ = A p d(xu) + dq + d(x\tau) - A x u dp - A p d(xu),$$

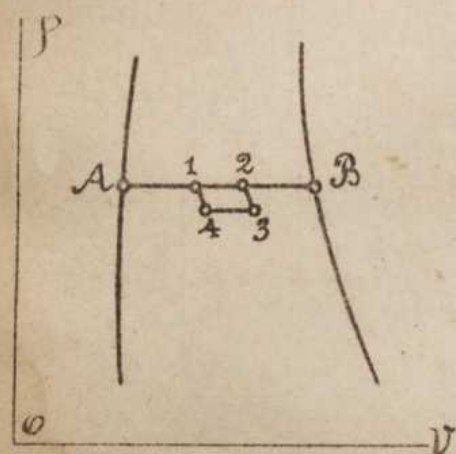
послѣ чего, произведя необходимыя сокращенія и соеди-
ненія, получаемъ :

$$dQ = d(q + x\tau) - A x u dp \quad (127)$$

Полученное выраженіе для dQ позволяетъ намъ подсчи-
тывать эти dQ при различныхъ скрытыхъ теплотахъ τ
и соотвѣствующихъ опыту : давленію p , температурѣ t
и паросодержанію x .

§3. УРАВНЕНИЕ КЛАПЕЙРОНА.

Представимъ себѣ теперь, что гдѣ либо между точками А и В у насъ совершенъ съ насыщеннымъ паромъ безконечно малый циклъ Карно. Двѣ его изотермы $|1,2|$ и $|3,4|$ см. фиг. 65 изображающія въ то же время кривыя постоянныхъ давленій, изобразятся отрывками прямыхъ,



фиг. 65.

параллельныхъ оси абсциссъ OV . Двѣ адиабаты $|2,3|$ и $|4,1|$, ур-ія которыхъ намъ пока еще неизвѣстны, можно считать *a priori* близкими къ параллелизму. Въ случаѣ совершенныхъ газовъ это были гиперболы мѣншого

раго высшаго порядка и тамъ 2 безконечно малыхъ отрывка двухъ гиперболъ также можно было считать отрывками параллельныхъ прямыхъ, тѣмъ болѣе, что пересѣченіе двухъ адиабатъ невозможно, ибо если бы какія либо двѣ адиабаты, av и se [фиг. 66], пересѣклись, нпр., въ точкѣ x , то, ограничивъ ихъ гдѣ либо изотермой kr , мы могли бы получить замкнутый циклъ съ однимъ источникомъ тепла, что невозможно (противъ толмаченія) ибо имѣло бы мѣсто только получение тепла по изотермѣ, а отдачи его не было бы. Замѣтимъ, что процессъ парообразова-

фиг. 66. в

нія есть процессъ обратимый, — мы можемъ идти какъ изъ A въ B , такъ и обратно изъ B въ A , тѣми же проме-

жучными стадіями, но только въ обратномъ порядкѣ, следовательно, осуществленіе упомянутаго цикла Карно возможно въполнѣ.

Обходя этотъ циклъ Карно, мы сначала пойдѣмъ по изотермѣ $|12|$, соотвѣтствующей температурѣ процесса АВ, положимъ T_1 и получимъ при этомъ количество тепла Q_1 ; за это время обратится въ паръ ~~еще~~ и некоторое количество жидкости. Затѣмъ спустимся по адиабатѣ $|2,3|$ до изотермы $|3,4|$ [фиг. 67], представляющей собою отрѣзокъ прямой MM , параллельной АВ и соотвѣтствующей температурѣ T_2 [при этомъ, какъ мы увидимъ ниже, можетъ произойти или частичная конденсація пара или же наоборотъ, дальнѣйшее частичное испареніе, — это будетъ зависѣть отъ паросодержанія въ точкѣ $|2|$].

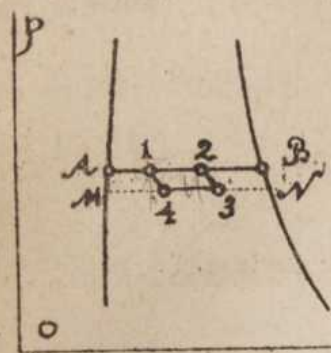
Далѣе мы пойдѣмъ по изотермѣ $|3,4|$, — здѣсь будетъ все время происходить конденсація пара, причемъ выдѣлится количество тепла Q_2 . Достигнувъ точки $|4|$, мы наконецъ, вернемся въ состояніе $|1|$ по адиабатѣ $|4,1|$.

Между температурами T и количествами теплотъ Q участвовавшими въ этомъ процессѣ, будетъ попрежнему существовать зависимость

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (128).$$

Выраженіе $|128|$ можно представить и истолковать такъ образомъ: мы упоминали, что адиабаты $|23|$ и $|4,1|$ можно принять за отрѣзки параллелей, а такъ какъ другія стороны этого четырехугольника, стороны

$|1,2|$ и $|3,4|$ представляют строгія параллели, то



весь четырехугольник $|1,2,3,4|$

можно принять за прямолинейный параллелограмм. Если одну сторону $|1,2|$

принять при этомъ за dv , а высоту,

фиг. 67

т.е. расстояние между $|1,2|$ и $|3,4|$

за dp , то площадь его выразится черезъ $dv \cdot dp$.

Площадь эта важна для насъ въ томъ отношеніи, что, будучи переведена въ тепловыя единицы, она дастъ намъ какъ разъ разность $Q_1 - Q_2$, ибо именно какъ разъ такой разностью и выражается количество тепла, даваемое всякимъ замкнутымъ процессомъ. Переводя, такимъ образомъ, произведение $dp \cdot dv$ въ тепловыя единицы, мы получаемъ количество тепла $A dp dv$, эквивалентное указанной работѣ, послѣ чего получимъ возможность написать уравненіе

$$Q_1 - Q_2 = A \cdot dp \cdot dv \quad (12)$$

Знаменатель Q_1 можно, далѣе, представить также въ другомъ видѣ, если мы замѣтимъ, что это количество тепла Q_1 несомнѣнно увеличитъ паросодержаніе на dx |если въ точкѣ $|1|$ пару было x килограммовъ, то въ точкѣ $|2|$ его будетъ $(x + dx)$ кгр. |, а такъ какъ количество тепла потребное для испаренія одного килограмма |при постоянномъ все время давленіи| мы называли черезъ χ , то для полученія dx кгр. пара потребу-

ся, очевидно, тепла въ количествѣ τdx , въ виду чего можно написать

$$\underline{Q_1 = \tau dx} \quad (130)$$

Далѣе, въ виду безконечной близости параллелей |1,2| |3,4|, температуры T_1 и T_2 можно принять также безмечно близкими, т.е. положить

$$\underline{T_1 - T_2 = dT} \quad (131)$$

Три послѣднія ур-ія |131|, |130| и |129| :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{T_1 - T_2 = dT} \quad (131) \\ \underline{Q_1 = \tau dx} \quad (130) \\ \underline{Q_1 - Q_2 = A dp dv} \quad (129) \end{array} \right.$$

имѣютъ возможность представить ур-іе |128| :

$$\underline{\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} \quad (128)$$

видѣ

$$\underline{\frac{A dp dv}{\tau dx} = \frac{dT}{T}} \quad (132)$$

Это ур-іе можно нѣсколько упростить. Выше мы имѣли, что объемъ V выражается такъ

$$\underline{v = xu + b} \quad (113)$$

откуда

$$\underline{dv = d(xu) + db ;}$$

такъ какъ членомъ db мы пренебрегаемъ, то можемъ писать :

$$\underline{dv = d(xu)} \quad (133)$$

Такъ какъ мы разсматриваемъ dv , — измѣненіе объема V при переходѣ изъ |1| во |2|, то здѣсь мѣняет

ея только величина x , величина же u , — отрезок AB ,
остается та же, — с AB мы не сходимъ. Поэтому ур-іе
|133| представится еще такъ :

$$dv = u \cdot dx ; \quad (134)$$

послѣ чего ур-іе |132| приметъ видъ :

$$\frac{A \cdot dp \cdot u \cdot dx}{v \cdot dx} = \frac{dT}{T}$$

а послѣ сокращенія :

$$\frac{A \cdot u \cdot dp}{v} = \frac{dT}{T}$$

откуда

$$v = A u T \frac{dp}{dT} \quad (135)$$

Это уравненіе носитъ названіе уравненія Клапейрона.

Въ составѣ ур-ія |135| входитъ, между прочимъ, от-
ношеніе дифференціаловъ $\frac{dp}{dT}$. Если мы вспомнимъ, что T
есть функція только одного p , что температура парооб-
разованія мѣняется только въ зависимости отъ измѣне-
нія давленія p , то, обратно, можемъ положить, что p есть
также нѣкоторая функція отъ T :

$$p = \psi(T) ;$$

а если такъ, то отношеніе дифференціаловъ $\frac{dp}{dT}$ предста-
витъ собою ничто иное, какъ производную отъ p по T

$$\frac{dp}{dT} = \frac{d\psi(T)}{dT} = \psi'(T)$$

Аналитическаго выраженія зависимости между p и
 T мы не имѣемъ, т.е. не знаемъ вида функціи ψ , но
за то имѣемъ рядъ таблицъ, дающихъ T по данному p ,
нпр., извѣстныя таблицы Ренъо.

По данным такой таблицы, где каждому $|p|$ соответствует свое $|T|$, можно нанести на плоскости координат $|p, T|$ ряд точек M и затем соединить их непрерывной кривой AB [фиг. 68]. Тогда для любой из этих точек можно определить соответствующее значение $\frac{dp}{dT}$, для чего придется провести касательную MT_0 в этой точке M . Тогда tg угла MT_0 и даст нам величину $\frac{dp}{dT}$.

Итак, значение производной $\frac{dp}{dT}$ можно так или иначе иметь всегда, а если так, то ур-ие [135] по данным T, A, γ и $\frac{dp}{dT}$ даст возможность определить единственно неизвестную тогда величину u . Ур-ие [135] послужит нам в дальнейшем, между прочим, для получения выражения энтропии насыщенного пара.

§ 4. ВЫРАЖЕНИЕ ЭНТРОПИИ НАСЫЩЕННОГО ПАРА.

Выражение для дифференциала энтропии, для dS , получим, если разделим dQ на T , как это следует из основного уравнения:

$$\frac{dQ}{T} = dS \quad (82)$$

Для насыщенного пара мы имеем:

$$dQ = d(q + xr) - A(xu) dp \quad (127)$$

или, что то же

$$dQ = dq + d(xr) - A(xu) dp \quad (127)$$

Для иа T , получаемъ :

$$\frac{dQ}{T} = \frac{dq}{T} + \frac{d(xr)}{T} - A \frac{xu \cdot dp}{T} \dots (13)$$

Такъ какъ $\frac{dQ}{T}$ или dS есть полный дифференціалъ то полнымъ диф-ломъ должна быть и вся правая часть уравненія |136|. Посмотримъ, выполняется ли это требованіе.

16

Выше |см. стр. 187|, мы обозначили черезъ q количество тепла, нужное для нагрѣва жидкости отъ 0° до то- ки кипѣнія и видѣли, что количество dq м.б. выражено такъ :

$$dq = c \cdot dT,$$

причемъ c зависитъ только отъ T . Если c постоянно, то дробь $\frac{dq}{T}$ переписется такъ :

$$\frac{dq}{T} = c \frac{dT}{T} = c d \lg T = d \lg T^c,$$

слѣдовательно выразится опять дифференціаломъ отъ нѣкоторой функціи τ , гдѣ

$$\tau = \lg T^c = \theta(T) \dots (136)$$

Если же c есть величина переменная, то выраженіе

$\frac{dq}{T}$ или $c \frac{dT}{T}$ опять все таки представится функціей одного лишь T , т.е. опять можно будетъ написать

$$\frac{dq}{T} = d\tau_1 = d[\theta_1(T)].$$

Поэтому мы и обозначимъ вообще членъ $\frac{dq}{T}$ черезъ $d\tau$ причемъ этотъ $d\tau$ будетъ нѣкоторымъ точнымъ диффере-

ціаломъ .

Второй и третій члены ур-ія |136|, т.е. члены :

$$\frac{d(xr)}{J} - A \frac{xu \cdot dp}{J} \quad (137)$$

также могутъ быть представлѣны въ видѣ точнаго дифференціала. Продифференцируемъ дробь $\frac{xr}{J}$, найдемъ:

$$d\left(\frac{xr}{J}\right) = \frac{d(xr)}{J} - (xr) \frac{dJ}{J^2} \quad (138)$$

Справа стоитъ вычитаемый членъ $\frac{xr \cdot dJ}{J^2}$, который мож
но преобразовать при помощи ур-ія Клапейрона |135|:

$$z = \frac{A \cdot J \cdot u \cdot dp}{dJ} \quad (135)$$

Изъ этого ір-ія имѣемъ :

$$z dJ = A \cdot J \cdot u \cdot dp, \quad 139$$

а, помножая обѣ части на x , найдемъ

$$xr dJ = A J (xu) dp$$

Нужный намъ членъ $\frac{(xr) dJ}{J^2}$ получимъ, раздѣливъ обѣ
части ур-ія |139| на J^2 ; такимъ образомъ мы получимъ:

$$\frac{xr \cdot dJ}{J^2} = \frac{A J (xu) dp}{J^2}$$

а послѣ сокращенія

$$\frac{xr \cdot dJ}{J^2} = \frac{A (xu) dp}{J}$$

Такимъ образомъ тождество |138| переписется такъ :

$$d\left(\frac{xr}{J}\right) = \frac{d(xr)}{J} - \frac{A (xu) dp}{J},$$

и слѣд., уменьшаемое выраженіе |137| т.е. членъ $\frac{d(xr)}{J}$

изобразится такъ:

$$\frac{d(xr)}{J} = d\left(\frac{xr}{J}\right) + \frac{A (xu) dp}{J} \quad (140)$$

Подставимъ теперь полученное выраженіе въ двучленъ

|I37|, тогда найдемъ, что приведенные тамъ 2 члена пишутся такъ :

$$\frac{d(xr)}{J} - \frac{A(xu)dp}{J} = d\left(\frac{xr}{J}\right) + \frac{A(xu)dp}{J} - \frac{A(xu)}{J}$$

Сокращая два послѣдніе члена, находимъ, что все выраженіе |I37| можетъ быть замѣнено равнымъ ему выраженіемъ $d\left(\frac{xr}{J}\right)$, въ виду чего ур. |I36| приметъ видъ :

$$\frac{dQ}{J} = dS = d(\tau) + d\left(\frac{xr}{J}\right)$$

Какъ видимъ, правая часть этого уравненія представляетъ полный дифференціалъ отъ функціи $\left(\tau + \frac{xr}{J}\right)$:

$$dS = d\left(\tau + \frac{xr}{J}\right) \quad (1)$$

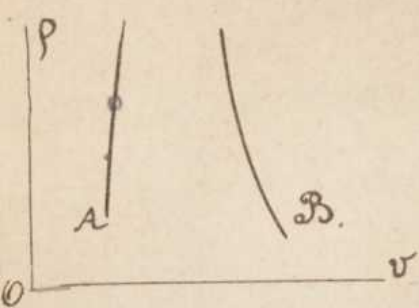
Интегрируя, находимъ S :

Интегралъ $S = S_0 + \tau + \frac{xr}{J} \quad (1)$

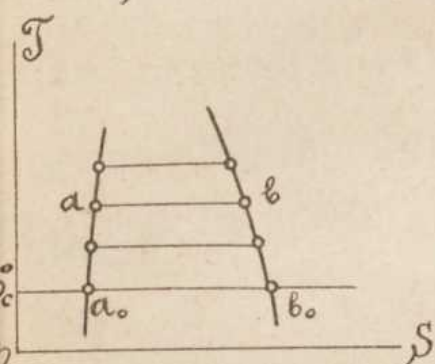
гдѣ S_0 есть некоторое начальное произвольное постоянное .

§ 5. ИЗОБРАЖЕНІЕ ПРОЦЕССОВЪ ПАРООБРАЗОВАНІЯ ВЪ СИСТЕМѢ КООРДИНАТЪ. |T, S|

Въ виду той важности, которую имѣли до сихъ поръ объ предѣльныя кривыя, прежде всего придется разсмотрѣть вопросъ о построеніи ихъ въ системѣ |T, S|. Очевидно, что и въ этой системѣ мы должны получить 2 различныя кривыя, которыя опять будутъ предѣльными и опять разграничатъ область координатъ на извѣстныя уже намъ частныя области. Для переноса этихъ предѣльныхъ кривыхъ поступаемъ такъ: вычерчиваемъ въ системѣ |p, v|



фиг. 69.



фиг. 70

объ предѣльные кривыя А и В. Температуры T будутъ опредѣляться различными точками А |каждой точкѣ А будетъ соответствовать свое давленіе и, слѣд., своя температура - точка кипѣнія|, слѣд., вся трудность будетъ состоять въ построеніи соответствующихъ энтропій S .

Присутствіемъ произвольнаго постоянного S_0 смущаться, какъ мы знаемъ, нечего, такъ какъ этотъ членъ вліяетъ только на выборъ начала координатъ 0, - поэтому вниманія на него мы обращать не будемъ.

Кривая А есть, какъ мы знаемъ, предѣльная кривая насыщенности; для нея паросодержаніе X равно нулю, слѣд., для всѣхъ точекъ кривой А энтропія S будетъ вѣдаться прямо величиной

$$S = S_0 + \tau + \frac{X R^0}{T} \quad X=0$$

$$S = \tau$$

$$\tau = \lg T^c \quad c = 1 - \text{const}$$

Если принять для воды теплоемкость c постоянной и равной притомъ единицѣ, то τ выразится прямо черезъ $\lg T$ |по ур-ію 136'|

$$\tau = \theta(T) = \lg T;$$

Такимъ образомъ для воды имѣемъ

$$S = \lg T$$

Въ случаѣ воды, какъ видимъ, построеніе кривой А ведется очень просто, - по оси OT придется откладывать

температуры T , а по оси $O S$, — натуральные логарифмы тех же температур — $\lg(T)$. В случае же других жидкостей нужно еще знать их теплоемкость c и зависимость их от температуры.

Как бы то ни было, но одну предельную кривую, для жидкостей мы построим. Пусть это будет кривая aa' [фиг. 70]. Помяту, что начальная ее точка a будет лежать, в случае воды, на изотерме $0^\circ C$, — ниже будем иметь уже ледь.

Теперь приступаем к построению второй предельной кривой — кривой сухого насыщенного пара, для которого, как мы знаем, $x = 1$.

Построение ординат T остается то же, меняется лишь способ построения энтропий S . Так как для этой кривой $x = 1$, то энтропии S придется строить по формуле

$$S = \tau + \frac{z}{T} \quad (14)$$

полученной из формулы

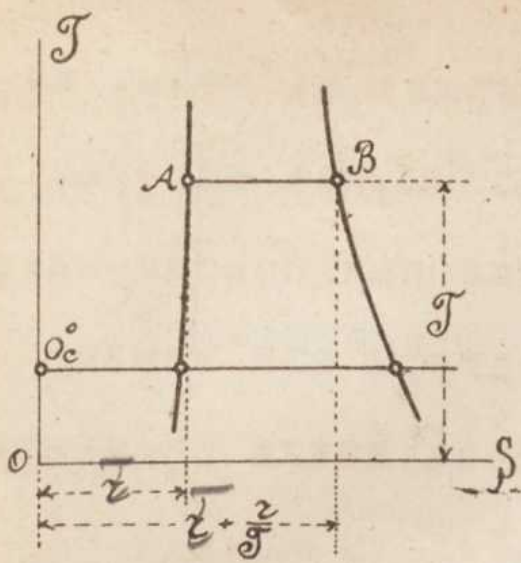
$$S = \tau + \frac{xz}{T}$$

путем приравнения $x = 1$.

Очевидно, что абсциссы этой второй, предельной кривой отличаются от абсцисс первой, где мы имели

$$S = \tau,$$

только прибавками $\frac{z}{T}$, определять величины которых не трудно. Ввиду того, что для каждой точки, след.



фиг. 71.

для каждой температуры будет известно, как z , так и T .

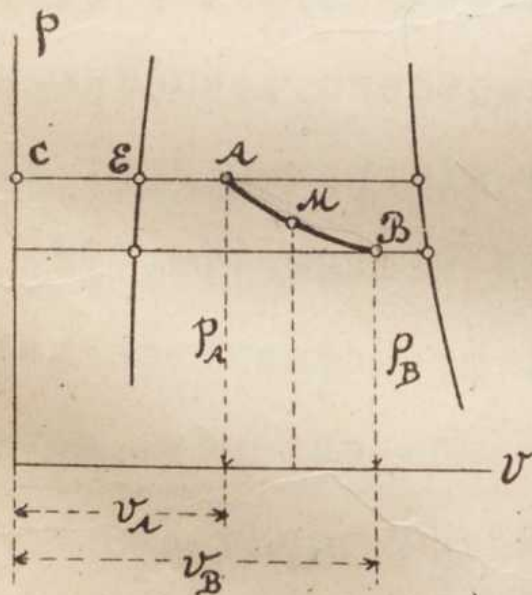
Такъ строятся двѣ предѣльныя кривыя насыщеннаго пара въ системѣ T ,

Приблизительный видъ ихъ показанъ на фиг. 71.

§6. ПОСТРОЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ДИАГРАММЫ ДЛЯ НАСЫЩЕННОГО ПАРА.

$$\chi = 2$$

Пусть въ рабочей диаграммѣ $|p, v|$, у насъ имѣется нѣкоторый отрѣзокъ кривой AB [фиг. 72], изображающій какой либо процессъ съ насыщеннымъ паромъ и требуется тотъ же процессъ изобразить на диаграммѣ тепловой,



фиг. 72.

перенести кривую AB на тепловую диаграмму. Очевидно, что переносъ этотъ можно совершить только тогда, когда для каждой точки процесса AB будетъ извѣстна какъ температура T , такъ и энтропія массы пара S . Что касается температуры T , то ее для любой

точки отрѣзка AB , и пр. для точки M , можно опредѣлить, замѣтивъ, что на всемъ протяженіи процесса AB паръ остается насыщеннымъ, а для такого пара, какъ мы это уже знаемъ, температура его есть функція давленія p .

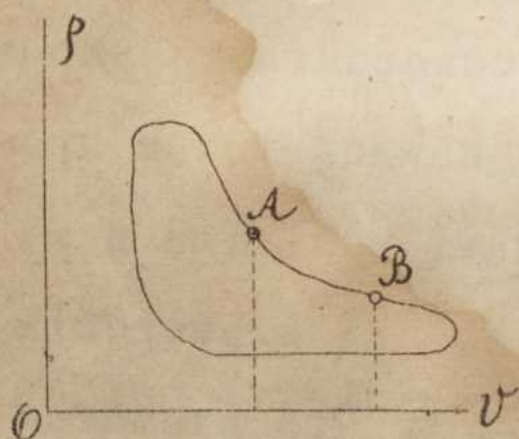
Рядъ опытныхъ данныхъ, произведенныхъ въ этомъ на-
правленіи, позволилъ составить таблицы, изъ которыхъ
можно такимъ образомъ или прямо, или при помощи инте-
рполяціи, опредѣлять затѣмъ температуры для каждой
точки M по давленію p_m въ этой точкѣ. Итакъ, ординаты
 T мы получимъ легко.

Что касается абсциссы S , то здѣсь дѣло обстоитъ
сложнѣе, въ виду того, что во время процесса AB парос-
держаніе x можетъ мѣняться, а оно непосредственно
входитъ въ составъ формулы для энтропіи :

$$S = S_0 + \tau + \frac{x\tau}{T} \dots \dots \dots (14)$$

Не обращая вниманія на S_0 , мы видимъ, дѣйствитель-
но, что при извѣстныхъ T , а, слѣд., τ и τ , для пост-
роенія S необходимо знать x .

Такъ какъ AB бываетъ, обыкновенно, частью какъ



фиг. 73.

либо рабочей діаграммы нпр., діаг-
раммы паровой машины [фиг. 73], то
здѣсь могутъ представиться два о-
чая: 1) масштабъ объемовъ можетъ
быть извѣстенъ, — тогда для каждо

точки A можно опредѣлить объемъ
 v пара, участвовавшего въ этотъ моментъ въ процес-
и 2) этотъ масштабъ можетъ и не быть извѣстенъ, такъ
что цифровой величины для объема v пара въ точкѣ
не имѣется, — можно имѣть лишь отношеніе объемовъ

v_A и v_B для любыхъ двухъ точекъ А и В процесса.
Разберемъ эти два случая отдѣльно.

1/. Масштабъ объемовъ извѣстенъ.

Пусть въ точкѣ А объемъ насыщеннаго пара v_A | собственно пара + воды | извѣстенъ. Если массу его назовемъ черезъ G , а удѣльный объемъ смѣси насыщен. пара и воды черезъ v_A , то получимъ соотношеніе

$$v_A = G v_A$$

Отсюда при извѣстномъ и неизмѣнномъ G , опредѣлится удѣльный объемъ пара v_A , а, слѣд., и паросодержаніе x_A , такъ какъ по ур-ію |113| мы имѣемъ:

$$v_A = x_A u + b \quad (113)$$

Величина u опредѣлится или прямо изъ таблицъ, или по ур-ію Клапейрона |135|, гдѣ будетъ извѣстно, по данному T , какъ $\frac{v}{\Delta T}$, такъ и $\frac{dp}{dT}$. Что касается члена b объема жидкости до начала кипѣнія, то онъ опредѣлится для каждаго p |или T | непосредственно изъ таблицъ или же его можно принять постояннымъ.

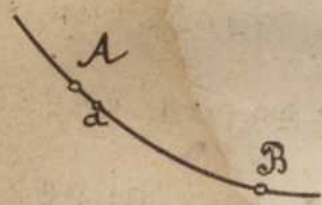
Какъ бы тамъ ни было, но на основаніи приведенныхъ соображеній можно принять коэффициентъ паросодержанія x извѣстнымъ для любой точки М, и, слѣд., получается возможность безъ всякихъ затрудненій перенести рабочую діаграмму въ тепловую.

2| Перейдемъ теперь ко второму случаю, когда масштабъ

объемовъ намъ неизвѣстенъ. Тогда вести опредѣленіе паросодержанія x по тому методу, который былъ выше изложенъ, становится уже невозможнымъ, ибо тогда намъ будетъ неизвѣстно ν , входившее въ формулу для опредѣленія удѣльнаго объема ν , слѣд., будетъ неизвѣстно и это количество ν . Здѣсь паросодержаніе для любой точки M отрѣзка AB можно опредѣлить только тогда, когда извѣстно паросодержаніе хотя бы въ одной, любой точке нпр., въ A . Итакъ, допустимъ, что для точки A извѣстны всѣ величины, входящія въ составъ формулы удѣльнаго объема :

$$\nu = x\mu + b \quad (113)$$

Возьмемъ какую либо слѣдующую за ней точку a |фиг. 74|



и обозначимъ всѣ факторы ур-ія |113| для нея тѣми же буквами, но только съ индексомъ I . Тогда для этой точки a мы можемъ

фиг. 74. написать ур-іе

$$\nu_1 = x_1\mu_1 + b_1 \quad (114)$$

(b_1 отъ b отличается вообще мало | Величина μ_1 для точки a будетъ получена прямо изъ таблицъ, какъ и μ для точки A . | Останется опредѣлить x_1 и ν_1 .

Опредѣлить ν_1 мы не можемъ, но за то можемъ теперь использовать замѣчаніе, сдѣланное нами въ началѣ этого параграфа. Мы указали тамъ, что въ случаѣ, если масштабъ объемовъ не данъ, мы тѣмъ не менѣе имѣемъ во-

-мощности

лучать прямо изъ діаграммы отношеніе объемовъ для
двухъ точекъ діаграммы.

Поэтому въ данномъ случаѣ отношеніе объемовъ V_a
|или v къ v_1 | можно также считать вполне
известнымъ, а такъ какъ

$$K = \frac{v}{v_1} = \frac{xu + \delta}{x_1 u_1 + \delta_1} \quad (145)$$

будетъ известна также величина отношенія

$$\frac{xu + \delta}{x_1 u_1 + \delta_1}$$

Замѣчая, что члены δ и δ_1 сравнительно съ xu и
 $x_1 u_1$ достаточно малы, мы ихъ пока отбросимъ, послѣ чего
|145| перейдетъ въ приближенное уравненіе:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{xu}{x_1 u_1} \quad (146)$$

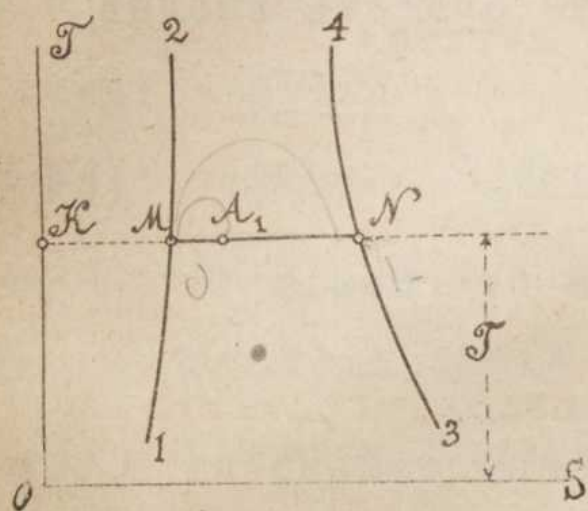
изъ котораго и опредѣлимъ приблизительную величину
коэффициента x_1 .

Такимъ образомъ опредѣлится паросодержаніе и въ лю-
бой другой точкѣ, а, слѣд., будутъ известны для каждой
точки всѣ факторы, опредѣляющіе собою ея энтропію. Какъ
идемъ, въ послѣднемъ случаѣ, когда масштабъ объемовъ
известенъ, необходимо знать паросодержаніе какой ли-
бо одной точки, — по нему опредѣлятся коэффициенты x
и всѣхъ остальныхъ точекъ діаграммы.

Допустимъ теперь, что для какой нибудь точки А діа-
граммы $|p, v|$ мы нашли какъ T , такъ и паросодержаніе x
и энтропію S — по формулѣ

$$S = S_0 + \tau + \frac{x\tau}{T} \quad (142)$$

Спрашивается, какъ построить эту точку въ системѣ (SOT) |фиг. 75|. Для этого прежде всего проводимъ 2 предѣльныя кривыя |1, 2| и |3, 4| и затѣмъ ведемъ изъ



фиг. 75.

терму M температуры T . Эта изтерма пересѣчетъ обѣ предѣльныя кривыя въ точкахъ M и N , между которыми и будетъ лежать искомое изображеніе точки A . Для точекъ M и N мы имѣемъ:

$$S_M = S_0 + \tau$$

$$S_N = S_0 + \tau + \frac{x\tau}{T}$$

Слѣдовательно, отрѣзокъ MN равенъ какъ разъ $\frac{x\tau}{T}$. Такъ какъ для искомой точки A_1 должно существовать соотношеніе

$$S_{A_1} = S_0 + \tau + \frac{x\tau}{T},$$

то значить

$$MA_1 = \frac{x\tau}{T},$$

т.е.

$$MA_1 : MN = x : 1,$$

т.е. точка A найдется путемъ раздѣленія отрѣзка MN въ отношеніи $x:1$, т.е. въ отношеніи паросодержанія. Совершенно подобнымъ же образомъ можно совершить переносъ и всѣхъ остальныхъ точекъ.

Теперь мы немного подробнѣе рассмотримъ тепловыя діаграммы, строить которыя въ каждомъ отдѣльномъ слѣ

аѢ мы теперь уже умѣемъ.

Свойства предѣльных кривыхъ

Разсмотримъ прежде всего свойства самихъ предѣль-

ныхъ кривыхъ въ системѣ (T, S) .

Пусть у насъ имѣются 2 предѣль-
ныя кривыя Xa и Yb |фиг. 76|.

Пусть затѣмъ въ этой системѣ имѣ-
ется нѣкоторая точка A , перене-
сенная сюда изъ діаграммы $|p, v|$

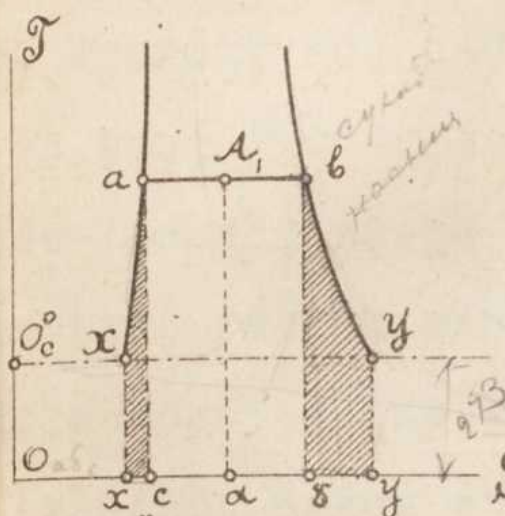
Проведемъ ея изотерму $ав$, а также

уловую изотерму XU .

Про предѣльныя кривыя можно сказать, что онѣ пред-
ставляютъ измѣненія пара при паросодержаніи $|0|$ при
кривой Xa и $|1|$ при кривой Yb . Для водянаго пара онѣ
идутъ такъ, какъ это показано на фиг. 76. Мы видимъ,
что кривая X все отступаетъ отъ оси OT, U - къ ней
приближается. Посмотримъ, какъ можетъ быть истолковано
это обстоятельство.

Обративъ вниманіе на участокъ второй предѣльной
кривой Yb , - мы видимъ, что переводя нѣкоторое количе-
ство сухого насыщеннаго пара изъ b въ U , гдѣ онъ
се еще остается сухимъ насыщеннымъ, мы должны сооб-
щить ему тепло въ количествѣ даваемомъ площадью YbU
|площадь эта заштрихована косыми линіями|.

, несмотря на такое сообщеніе тепла этому количеству
пара, температура его падаетъ съ $|T \text{ на } 273^\circ|$, которую



фиг. 76

имѣлъ онъ, находясь в, до 0°C въ точкѣ У. Параллельно съ пониженіемъ температуры будетъ понижаться давленіе его. Очевидно, что это тепло все уходитъ на поддержаніе паросодержанія на одной высотѣ | при измѣненіи по в У паросодержаніе все время равно I-цѣ. Итакъ, если верхняя предѣльная кривая имѣетъ наклонъ къ оси ОТ, то при переводѣ пара изъ одного состоянія въ другое, напр., У, приче́мъ онъ все время обязанъ оставаться сухимъ насыщеннымъ, намъ придется тратить известное тепло, — температура пара тѣмъ не менѣе будетъ понижаться, давленіе тоже, слѣд., будетъ увеличиваться его объемъ.

Легко видѣть, что это будетъ имѣть мѣсто лишь тогда, когда кривая сухого насыщеннаго пара имѣетъ видъ кривой вУ, какъ на фиг. 76. Но если она имѣла видъ , какъ нпр., на фиг. 77, то пришлось бы при такомъ переходѣ изъ в в У уже отнять нѣкоторое количество тепла.

Если въ точкѣ Х имѣется единица массы жидкости при 0° , то чтобы довести ее до кипѣнія при данномъ внѣшнемъ давленіи р, которому здѣсь будетъ соотвѣствовать изотерма Т | на фиг. 76 прямая ав |, нужно затратить количество тепла $X_{асх}$, равное q . Если же тѣмъ въ точкѣ а начнется парообразование, то на переводѣ пара отъ паросодержанія, равнаго нулю, къ

паросодержанію, равному единицѣ, т. е.

изъ точки a въ точку b [фиг. 76],

придется потратить количество тепла,

изображаемое площадью $авдс$ и равное

какъ мы его обозначили τ . Въ точкѣ

фиг. 77

получится такимъ образомъ сухой насыщенный паръ.

Если теперь давленіе начнетъ падать, то паръ станетъ

расширяться, температура его начнетъ понижаться и, ес

ли намъ желательно, чтобы онъ за время этого расшире

нія оставался тѣмъ не менѣе сухимъ насыщеннымъ, то

для этого нужно или сообщать пару извѣстное количе

ство тепла, если кривая сухого пара идетъ какъ пока

зано на фиг. 76, или отнимать, если кривая идетъ по

образцу фиг. 77:

Указанный фактъ существуетъ и можетъ быть наблю

даемъ непосредственно. Для воды нпр., обѣ предѣльныя

кривыя имѣютъ видъ, какъ на фиг. 76, а для эфира кри

вая сухого насыщеннаго пара имѣетъ видъ, какъ на

фиг. 77, такъ что при увеличеніи объема сухого насы

щеннаго пара эфира, если только мы желаемъ сохранить

паросодержаніе все время равнымъ единицѣ, придется

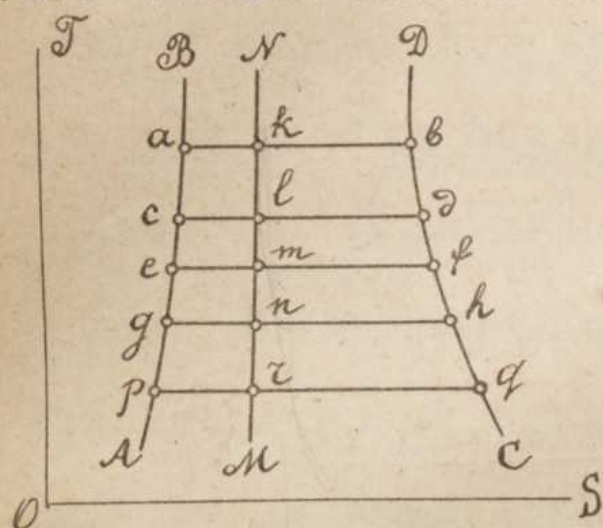
тепло отнимать.

Если бы мы задались вопросомъ, какъ располагаются

въ системѣ (T, S) всѣ точки съ однимъ и тѣмъ же па

росодержаніемъ x , то на основаніи правила для нахож

денія такихъ точекъ на изотермахъ процесса, мы долж-

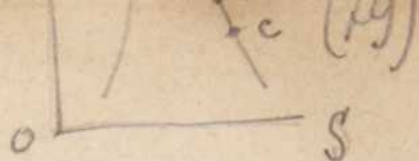


фиг. 78

ны были бы провести цѣлый рядъ изотермъ $ав, cd, ef, gh, pq$ и т.д. |фиг. 78| и раздѣлить отрѣзки ихъ между предѣльными кривыми въ отношеніи паросодержанія x . Та-

кимъ образомъ мы получили бы рядъ точекъ : k, l, m, n, z , соединивъ которыя непрерывной линіей, получили бы такимъ образомъ кривую — КРИВУЮ ПОСТОЯННАГО ПАРОСОДЕРЖАНІЯ x . Эта кривая можетъ оказаться наклоненной въ ту или другую сторону по отношенію къ оси ординатъ, и сообразно съ этимъ можно будетъ видѣть придется ли отнимать или сообщать тепло пару при измѣненіи его по этой кривой $МН$. Разобраться въ этомъ вопросѣ можно здѣсь при помощи тѣхъ же самыхъ разсужденій, которыя мы привели для верхней предѣльной кривой. Не останавливаясь поэтому дальше на этомъ частномъ вопросѣ мы обратимся къ дальнѣйшимъ изслѣдованіямъ свойствъ предѣльных кривыхъ. ~~х~~

Подсчитаемъ теперь количество тепла dQ , необходимое для перевода одного килограмма сухого насыщеннаго пара изъ состоянія $|в|$ въ сосѣднее бесконечно



близкое къ нему состояніе $|c|$ |см. фиг. 79|.

Количество тепла dQ участвующее въ какомъ либо безконечно маломъ процессѣ съ паромъ выражается , какъ мы видѣли, при помощи уравненія |127| :

$$dQ = dq + d(xr) - A(xu) dp \dots (127)$$

Къ этому можно прибавить еще уравненіе Клапейрона:

$$r = \frac{A u \cdot T \cdot dp}{dT} \dots (135)$$

Преобразуемъ немного уравненіе |127| и именно, его послѣдній членъ $A \cdot xu \cdot dp$. Изъ уравненія Клапейрона имѣемъ :

$$u dp = \frac{r \cdot dT}{AT}$$

въ виду чего ур-іе |127| приметъ видъ:

$$dQ = dq + d(xr) - \frac{A \cdot x r \cdot dT}{AT}$$

или

$$dQ = dq + d(xr) - \frac{xr dT}{T} \dots (146)$$

Такое выраженіе перваго принципа термодинамики при помощи ур-ія Клапейрона. Въ случаѣ $x=1$ ур-іе |146| приметъ видъ :

$$dQ = dq + dr - r \frac{dT}{T} \dots (147)$$

Это ур-іе можно нѣсколько преобразовать, замѣтивъ, что

$$dq = c \cdot dT,$$

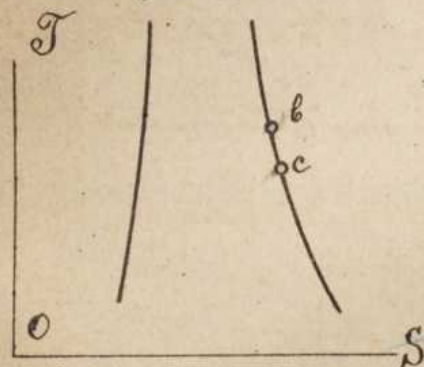
такъ что ур-іе |147| можно теперь дать видъ :

$$dQ = c dT + dr - r \frac{dT}{T}$$

или, вынося dT за скобки,

$$dQ = \left(c + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{T} \right) dT \quad (1)$$

Аргументы c и r этого ур-я суть функции одной температуры T , поэтому все выражение, стоящее въ ско-



ках, представляет собою въ се-

очередь, некоторую функцию отъ T :

$$\left(c + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{T} \right) = \psi(T) \quad (1)$$

Если мы замѣтимъ, что, вообще, гово-

. фиг. 79

между количествомъ тепла dQ и мѣненіемъ температуры dT можетъ существовать свя-

$$dQ = h \cdot dT \quad (1)$$

гдѣ h будетъ теплоемкостью, то увидимъ, что ур-

|148| построено именно по типу ур-я |150|, для чего за h въ немъ придется принять всю функцию |149|

т.е. положить

$$h = c + \frac{dr}{dT} - \frac{r}{T} \quad (1)$$

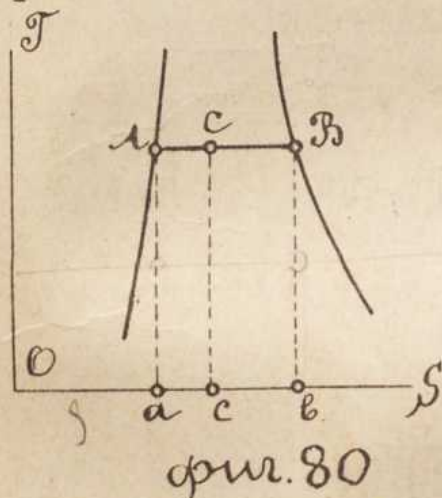
h есть, такимъ образомъ, теплоемкость пара при измѣненіи его состоянія по верхней пограничной кривой.

Для теплоемкости h можно составить таблицы въ зависимости отъ T и, такимъ образомъ, мы будемъ имѣть возможность опредѣлять въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ количество тепла, необходимое для перевода единицы массы сухого насыщеннаго пара изъ одного состоянія въ другое.

7. НѢКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ ПРОЦЕССЫ ИЗМѢНЕНІЙ НАСЫЩЕННАГО ПАРА.

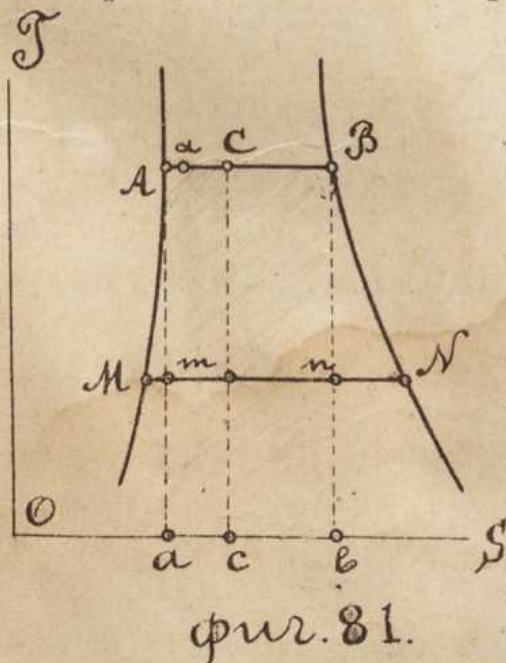
Разберемъ теперь нѣкоторые частные процессы измѣненій насыщеннаго пара и первымъ изъ нихъ разберемъ процессъ адиабатическій. Въ тепловой діаграммѣ такіе процессы изображаются какъ мы знаемъ, прямыми параллельными оси температуръ $O T$.

Допустимъ, что мы имѣли въ точкѣ В |фиг. 80| нѣкоторое количество пара, — это будетъ сухой насыщенный парь. Если мы заставимъ этотъ сухой парь адиабатиче-



ски расширяться, такъ что точка, изображающая его состояніе, выйдет ~~выйдетъ~~ изъ В и пойдетъ внизъ по адиабатѣ Вв, то, какъ легко видѣть, температура пара станетъ понижаться, объемъ его будетъ увеличиваться, но при томъ ха-

рактерѣ теченія верхней предѣльной кривой, какой мы



имѣемъ на фиг. 81, паросодержаніе

его станетъ убывать: въ точкѣ В

мы имѣемъ $x = 1$; если же парь

перейдетъ въ точку , напр., н,

|фиг. 81|, то его паросодержаніе

выразится, какъ мы знаемъ, отноше-

ніемъ $Mn : MN$. Это отношеніе

$$Mn : MN = x : 1$$

будетъ уже очевидно, меньше единицы и притомъ, по мѣрѣ дальнѣйшаго продолженія адиабатическаго процесса, оно будетъ убывать, — паръ все болѣе и болѣе будетъ отступать отъ состоянія сухости, будетъ становиться у мокрымъ, насыщеннымъ, слѣд., будетъ постепенно конденсироваться. Подобнымъ же образомъ легко показать, что если адиабатическій процессъ Aa будетъ начатъ съ точки α , близкой къ точкѣ A нижней пограничной кривой, то при расширеніи его, паросодержаніе станетъ возрастать, — въ точкѣ (α) x было приблизительно равно нулю, въ точкѣ m оно уже равно $Mm : M^N$, и слѣд., если мы заставимъ жидкость, начиная съ момента кипѣнія, проходить адиабатическій процессъ, то по мѣрѣ увеличенія объема, предоставленнаго смѣси, температура ея станетъ падать, будетъ происходить парообразование, причемъ паросодержаніе x , по мѣрѣ дальнѣйшаго теченія процесса, все будетъ увеличиваться.

Такимъ образомъ, въ двухъ крайнихъ состояніяхъ пара мы имѣемъ два рода теченія адиабатическаго процесса : если процессъ начатъ близко къ состоянію начала парообразования, то, по мѣрѣ адиабатическаго расширенія, мы будемъ констатировать паденіе температуры, а слѣд., и давленія, причемъ паросодержаніе все будетъ возрастать — будетъ происходить испареніе. Если же процессъ начнется вблизи состоянія сухого

Выведемъ теперь ур-іе адіабаты въ функціи аргумен-
товъ τ , x , z и T водянаго пара. Какъ мы знаемъ,
адіабата характеризуется тѣмъ, что, при измѣненіи по-
ней, энтропія системы остается постоянной.

Мы имѣли для насыщеннаго пара

$$dS = d\left(\tau + \frac{xz}{T}\right) \dots \dots (141)$$

Такъ какъ для адіабаты $dS=0$, то дифференціальнымъ
ур-іемъ адіабаты будетъ ур-іе

$$d\left(\tau + \frac{xz}{T}\right) = 0$$

которое въ интегральной формѣ будетъ имѣть видъ :

урав. адіабаты $\tau + \frac{xz}{T} = \text{const.} \dots \dots (142)$

Между прочимъ, оно можетъ послужить намъ для постро-
енія адіабаты водянаго пара въ системѣ (p, v) . Пост-
роеніе это придется вести по точкамъ, ибо, въ виду то-
го, что аналитическое выраженіе зависимости факторовъ
 τ , x , z отъ T , а слѣд., отъ p , намъ неизвѣстно, о
какомъ бы то ни было уравненіи такой адіабаты въ ко-
ординатахъ (p, v) не можетъ быть и рѣчи.

Построеніе этой адіабаты можно вести такъ: адіа-
бата характеризуется тѣмъ, что для нея

$$\tau + \frac{xz}{T} = \text{const.}, \dots \dots$$

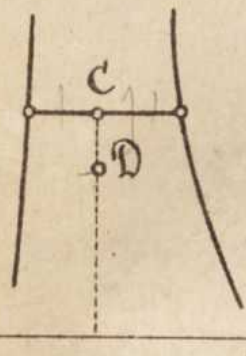
причемъ это const. для каждой отдѣльной адіабаты есть
величина неизмѣнная, — она принимаетъ другое значеніе
лишь при переходѣ отъ одной адіабаты къ другой.

кимъ образомъ, если для одной изъ точекъ какой-либо адиабаты аргументами служили величины (x, τ, T) , для какой либо другой точки той же адиабаты величины (x_1, τ_1, T_1) , то между этими двумя рядами величинъ существуетъ соотношеніе

$$\tau + \frac{x\tau}{T} = \tau_1 + \frac{x_1\tau_1}{T_1} \quad (153).$$

и перевода двухъ этихъ точекъ въ систему (p, v) можно, понятно, знать ихъ (p, v) и (p_1, v_1) .

Пусть въ одной изъ точекъ адиабаты, допустимъ въ С



содержаніе x намъ извѣстно; извѣстна, конечно, будетъ поэтому и температура T , а слѣд.

и прочіе факторы лѣвой части ур-ія

|153|, т.е. и величины τ и T . По тем-

пературѣ T точки С находимъ соотвѣст-

ствующее давленіе p_c , и затѣмъ удѣль-

фиг. 84

объемъ по формулѣ

$$v = x\mu + b, \quad (113).$$

, пренебрегая b ,

$$v = x\mu, \quad (113)$$

можно будетъ опредѣлить по ур-ію Клапейрона.

кимъ образомъ, мы получимъ въ системѣ (p, v) точку соотвѣтствующую точкѣ С системы (T, S) .

Беремъ теперь слѣдующую точку, C_1 адиабаты. Для нее будетъ опять извѣстна температура T_1 , а слѣд. и давленіе p_1 , и, кромѣ того, по таблицамъ, факторы τ_1 и T_1 .

Останется такимъ образомъ, лишь одно неизвѣстное x_1 , которое и опредѣлится по ур-ію |153| :

$$\tau + \frac{x\tau}{\mathcal{F}} = \tau_1 + \frac{x_1\tau_1}{\mathcal{F}_1}$$

Если же опредѣлится x_1 , то сейчасъ же опредѣлится и v_1 , ибо u_1 можно будетъ опредѣлить опять по формулѣ Клапейрона. — Такимъ образомъ, v_1 опредѣлится изъ условія :

$$v_1 = x_1 u_1$$

Величину v_1 можно также опредѣлить по ея отношенію къ v :

$$\frac{v_1}{v} = \frac{x_1 u_1}{xu}$$

Такимъ образомъ найдемъ вторую точку адіабаты D' и т.д. Какъ видимъ, построеніе адіабаты путемъ прямого переноса ея изъ системы $(\mathcal{F}, S)$ въ систему (p, v) довольно хлопотливо и сопряжено съ громоздкими вычисленіями. Сознаніе неудобствъ этого метода вызвало попытки выразить адіабату водянаго пара въ системѣ (p, v) уравненіемъ такого же типа, какъ и для газовъ, т.е. ур-іемъ вида

$$pv^m = \text{const} \dots \dots (15)$$

Попытки эти особенно удачными назвать нельзя, ибо нельзя сказать, чтобы дѣйствительныя значенія p и v особенно точно подчинялись ур-ію |154|. Показатель m можно было бы подыскать путемъ ряда пробъ,

построить сначала одну адиабату, затем вторую и т. Уравнение адиабаты водяного пара в форме [154] во многих сочинениях по термодинамике фигурирует довольно часто. При пользовании им никогда не надо забывать, что ур-е [154] есть, в сущности, эмпирическая, интерполяционная формула и, как таковая, может иметь применение только в тех пределах, для которых она была вычислена.

Перейдем теперь к другим линиям постоянного характера. Об изотермах мы говорить не будем на том основании, что в случае насыщенного пара они совпадают с линиями постоянного давления, слѣд., на обеих системах координат выражаются одинаково просто.

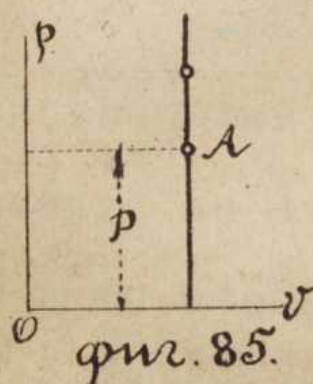
Линии постоянных объемов могут быть перенесены ^{с рабочей диаграммы} на тепловую диаграмму таким же образом, как адиабаты ^{с тепловой} переносятся на рабочую: для них мы будем иметь ур-я

$$v = \chi u + b = \text{const.} = \chi u_1 + b_1$$

Начальные данные предполагаются известными. Берем из диаграммы для какой либо точки А [фиг. 35] давление p - это последнее даст нам возможность определить T . По найденному T определяем затем u и наконец, по вышенаписанному уравнению, паросодержание x

Все это дастъ намъ возможность подсчитать энтропю S для даннаго состоянія A и, слѣд., перенести точку A на тепловую діаграмму.

Рассмотримъ еще одинъ важный процессъ, такъ называемый ИЗОДИНАМИЧЕСКІЙ процессъ, во время котораго внутренняя энергія U пара остается постоянной.



дифференціала внутренней энергіи полученнаго пара мы имѣли выраженіе :

$$dU = d(q + gx)$$

Такъ какъ для изодинамической кривой или просто изодинамы U есть const.

это же условіе съ другой стороны, выразится еще такъ

$$q + gx = \text{const.}$$

|ибо $dU = 0$ |.

Замѣтимъ кстати, что для совершенныхъ газовъ изодинамы совпадаютъ съ изотермами. Дѣйствительно, такъ какъ для совершенныхъ газовъ

$$U = U_0 + c_v T,$$

а для изодинамы должно быть

$$U = \text{const.}$$

то это равносильно требованію

$$c_v T + U_0 = \text{const.}$$

т.е.

$$T = \text{const.}$$

а это есть уравнение изотермы .

Построение изодинамы, проходящей через данную точку, въ системѣ (p, v) или (T, S) , по выполнению своему ничѣмъ въ сущности не отличается отъ построения адіабаты въ системѣ (p, v) . Опять если какія либо двѣ точки лежатъ на одной и той же изодинамѣ, то мы будемъ имѣть для нихъ условіе :

$$q + xg = q_1 + x_1g_1 \quad (156)$$

Далѣе, если мы строимъ изодинаму въ системѣ (T, S) , то задаемся какой-либо одной точкой этой системы, черезъ которую проходитъ изодинама, слѣд., получаемъ для нея какъ T, такъ и x. Затѣмъ находимъ для нея g, z и т.д. Для другого T опредѣляемъ соотвѣтствующія q, g по таблицамъ, а x - изъ уравненія |156| и, такимъ образомъ строимъ вторую точку и т.д. Такое же построение будетъ имѣть мѣсто и въ системѣ (p, v) .

§ 8. ПРОЦЕССЪ ПАРОВОЙ МАШИНЫ.

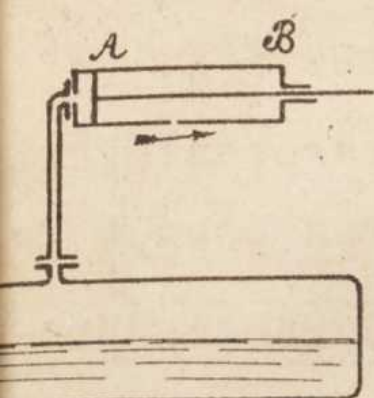
Мы теперь нѣсколько коснемся процессовъ, происходящихъ при работѣ паровой машины.

Работа, даваемая намъ паровой машиной, есть, конечно работа пара, въ ней дѣйствующаго, но нельзя сказать чтобы эта работа представлялась всегда работой опре-

дѣленнаго количества пара. Дѣйствительно, за все время впуска пара въ цилиндръ, паръ поступаетъ въ цилиндръ все въ большемъ и большемъ количествѣ и, следовательно, за этотъ промежутокъ времени мы вовсе не имѣемъ то, о чемъ говоримъ въ нашихъ приложеніяхъ, ибо количество пара въ цилиндрѣ за это время есть величина неопредѣленная, — за время впуска оно все увеличиваетъ. Опредѣленное количество пара работаетъ лишь послѣ момента прекращенія впуска, — когда паръ въ цилиндрѣ расширяется и производитъ работу насчетъ своей внутренней энергіи. Здѣсь условіе постоянства количества пара удовлетворено. За время выпуска это условіе не примѣнимо, ибо количество пара становится все меньшимъ и меньшимъ.

Когда мы приступаемъ къ такому детальному разсмотрѣнію условій работы пара въ цилиндрѣ, то не должны при этомъ упускать изъ виду, что паровая машина можетъ быть признана двигателемъ только тогда, когда имѣется еще генераторъ пара, — паровой котелъ, съ нимъ сообщенный. Паровая машина неотдѣлима отъ пароваго котла, а потому, изслѣдуя условія работы пара въ паровой машинѣ, мы должны разсматривать одновременно съ машиной и ея котелъ. Посмотримъ, что будетъ происходить въ этой системѣ во время движенія поршня.

Когда поршень доходить до своего крайняго положе-



фиг. 86.

нія А, |фиг. 86|, то между цилиндромъ и паровымъ пространствомъ котла устанавливается непосредственное сообщеніе. Во время обратнаго движеніи поршня |по стрѣлкѣ|, въ цилиндръ впускается извѣстное количество па-

но разъ оно берется изъ котла, то вмѣсто взятаго количества пара появляется нѣкоторое новое |если давленіе и прочія обстоятельства работы котла остаются же, то это новое количество будетъ въ точности равно ушедшему въ цилиндръ|, слѣд., происходитъ новое пареніе, такъ что, если мы возьмемъ систему |цилиндръ и котелъ|, то ПРОЦЕССЪ ВПУСКА БУДЕТЪ ничѣмъ инымъ, кромѣ ПРОЦЕССОМЪ ИСПАРЕНІЯ; если же притомъ давленіе оставалось постояннымъ, то этотъ процессъ испаренія происходитъ при постоянной температурѣ.

Такимъ образомъ, съ точки зрѣнія термодинамики, на-
стоящий процессъ работы паровой машины будетъ процес-
сомъ испаренія при постоянной температурѣ. Очевидно, въ такомъ случаѣ мы не имѣемъ полнаго соответствія между тѣмъ, что изображается на рабочей діаграммѣ, что предполагается совершающимся въ дѣйстви-
тельности на основаніи выводовъ термодинамики. Въ ра-

бочей діаграммѣ показывается давленіе переменнаго количества пара, находящагося въ цилиндрѣ, между тѣмъ какъ въ сущности количество работающаго въ системѣ „цилиндръ-котелъ“ пара и жидкости остается одно и то же. Далѣе, если при изслѣдованіи работы пара въ цилиндрѣ мы отвлечемся отъ котла, то легко будетъ показать, что мы не будемъ въ состояніи опредѣлить паросодержанія находящагося въ цилиндрѣ пара ни для какого момента. Дѣйствительно, если бы за время впуска въ процессъ участвовала нпр., единица массы при удѣльномъ объемѣ V , то мы могли бы написать извѣстное ур-

$$V = x u + b ;$$

если бы участвовала не одна единица массы, а G единицъ, то это ур-іе приняло бы видъ

$$V = (x u + b) G , \dots$$

и мы могли бы опредѣлить x ; но все дѣло въ томъ, что за время движенія поршня количество G пара постоянно мѣняется, а слѣд. ур-іе $|A|$ будетъ уже ур-іемъ съ двумя неизвѣстными, x и G и опредѣлить изъ него x , понятно, становится невозможнымъ.

Эти очевидныя соображенія убѣждаютъ насъ, что если мы желаемъ вести дѣло изученія дѣйствія пара вполне рационально, то должны представлять себѣ и изучать одновременно всю дѣйствительно работающую здѣсь си-

тому, — машину и котелъ. Мы видимъ, что при движеніи поршня на извѣстной части его хода происходитъ испареніе при постоянномъ давленіи и къ концу впуска въ цилиндръ имѣется определенное количество пара съ определеннымъ паросодержаніемъ.

Далѣе, послѣ прекращенія впуска и, слѣд., послѣ прекращенія сообщенія цилиндра съ котломъ, начинается расширеніе пара, — паросодержаніе, конечно, начинаетъ мѣняться, но тѣмъ не менѣе мы будемъ имѣть возможность сравнивать паросодержанія для различныхъ моментовъ этой части хода, ибо будемъ знать | нпр., по диаграммѣ |, какъ давленія, такъ и объемы пара.

Дальше наступаетъ періодъ сообщенія цилиндра съ холодильникомъ, причемъ паръ можетъ поступать или въ атмосферу или въ какое-либо замкнутое пространство, въ которомъ производится извѣстное разрѣженіе. Сюда поступаетъ паръ изъ подъ поршня и здѣсь онъ конденсируется.

Затѣмъ мы должны себѣ представить, что изъ конденсатора поступаетъ въ котелъ такое же количество жидкости, какое появилось въ конденсаторѣ послѣ конденсациіи всего поступившаго въ него количества пара, иначе въ конденсаторѣ происходило бы постоянное поднятіе уровня жидкости, ея непрерывное накопленіе и

одновременно съ этимъ въ котлѣ - непрерывная убыль воды. И то и другое нежелательно, поэтому предполагаемъ, что путемъ соответственныхъ приспособленій достигается такой эффектъ, что изъ конденсатора въ котелъ поступаетъ столько же воды, сколько ея въ видѣ пара уходитъ изъ котла черезъ машину въ конденсаторъ.

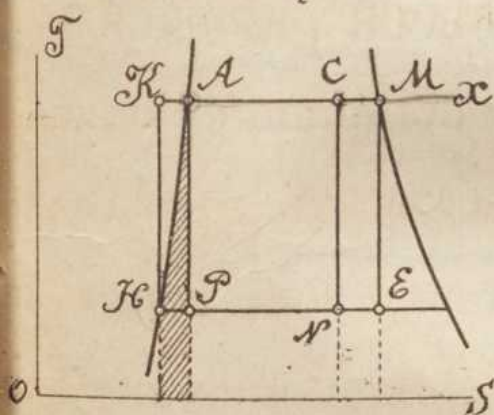
Таковъ будетъ идеальный типъ системы котла и паровой машины и съ точки зрѣнія такого идеальнаго устройства изобразить процессъ паровой машины на тепловой діаграммѣ довольно легко. Легко видѣть, что такой процессъ, изображенный на тепловой діаграммѣ, вовсе не представляетъ собою рабочей діаграммы, перенесенной въ систему (T, S) изъ системы (p, v) . Здѣсь, вмѣсто этой рабочей діаграммы, снятой, нпр., при помощи индикатора мы принимаемъ нѣкоторую другую, подставную, для системы "котелъ, паровая машина, холодильник". Отметимъ кстати, что мы также предполагаемъ, что въ нашихъ машинахъ вредныхъ пространствъ нѣтъ и что всѣ линіи стнхъ процессовъ могутъ быть очерчены вполне строго и правильно. Посмотримъ, какъ изобразится такой процессъ въ тепловой діаграммѣ.

Къ моменту начала хода мы имѣемъ нѣкоторое количество жидкости, которая затѣмъ, въ продолженіе періода впуска, должна испариться. Испареніе это будетъ протекать параллельно поступленію пара въ цилиндръ,

ричемъ, какъ это очевидно, испаряться будетъ жидкость, уже нагрѣтая до точки кипѣнія, — жидкость къ кипѣнію подготовленная. Понятно, что поступившая изъ конденсатора жидкость при своемъ вступленіи въ котель, имѣетъ температуру конденсатора; въ котлѣ она нагрѣвается и готовится къ испаренію. Такимъ образомъ, начальное состояніе жидкости, возмѣщающей убыль пара, должно быть изображено нѣкоторой точкой A , лежащей на нижней предѣльной кривой HA насыщеннаго пара [фиг. 87]. Такъ какъ давленіе въ котлѣ держится все время на одной высотѣ, то ПРОЦЕССЪ ИСПАРЕНІЙ БУДЕТЪ ПРОЦЕССОМЪ ПРИ ПОСТОЯННОМЪ ДАВЛЕНІИ, т.е. ^(постоянная температура) ИЗОТЕРМИЧЕСКИМЪ, — следовательно, изобразится изотермой AX .

Это испареніе будетъ продолжаться вплоть до конца впуска до нѣкоторой точки C . Конечно, можно себѣ представить, что процессъ дойдетъ и до точек M , лежащей на верхней предѣльной кривой, когда паръ будетъ сухимъ насыщеннымъ или очень близкимъ къ этому состоянію, но, вообще говоря, процессъ до этой крайней точки M не дойдетъ, — пусть онъ прекращается въ точкѣ C .

Дальше паръ расширяется, причемъ вполне естественно требовать и устраивать цилиндръ такъ чтобы это РАСШИРЕНІЕ ПРОИСХОДИЛО АДІАБАТИЧЕСКИ, — такимъ именно



фиг. 87.

мы и будемъ его считать. Онъ изобразится, слѣд., адиабатой CM . Температура пара все будетъ понижаться вплоть до T_M - температуры конденсатора, куда онъ начнетъ вступать, начиная съ момента выпуска. Дальнѣйшія измѣненія его состоянія будутъ происходить все время при ПОСТОЯННОМЪ ДАВЛЕНІИ КОНДЕНСАТОРА, а слѣд., при постоянной температурѣ его, т.е. ПО ИЗОТЕРМѢ MN .

Вся масса этого пара пройдетъ, такимъ образомъ, по изотермѢ отъ точки M до нижней предѣльной N , гдѣ она вся обратится въ жидкость съ температурой T_M или T_N . Затѣмъ она будетъ передана насосомъ въ котель, гдѣ станетъ нагрѣваться, температура ея станетъ повышаться и дальнѣйшія измѣненія ея состоянія будутъ протекать вплоть до точки A , - ПО ПРЕДѢЛЬНОЙ КРИВОЙ НА завершая собою, такимъ образомъ, нѣкоторый замкнутый цикл $ACMNA$. (циклъ Ранкина)

Понятно, что площадь этого цикла получится тѣмъ большей, чѣмъ ближе процессъ парообразованія будетъ доведенъ до предѣльной точки M .

Такая машина | собственно система "машина, котель, холодильник" |, можетъ быть названа ИДЕАЛЬНОЙ ПАРОВОЙ МАШИНОЙ. Процессъ этой "идеальной" машины, какъ видимъ, отличенъ отъ другого, извѣстнаго намъ, также идеальнаго процесса, - процесса Карно. Казалось бы

поэтому, что цикл Карно считать теперь самым выгодным нельзя. Легко, однако, усмотреть, что наш процесс, в большей или меньшей мере, но все таки может быть процессом действительным, ^{х)} вполне соответствующим тому, что имѣет мѣсто в действительности, между тѣмъ какъ процессъ Карно есть процессъ, совершаемый при нѣкоторыхъ идеальныхъ, и, слѣд., обыкновенно, невыполнимыхъ на практикѣ условіяхъ.

Въ данномъ случаѣ процессъ Карно могъ бы быть осуществленъ такъ: исходя изъ точки А, мы имѣли бы опять тотъ же самый изотермическій процессъ по АХ, — процессъ испаренія при постоянномъ давленіи. Положимъ, что доходимъ мы при этомъ до крайней точки М. Затѣмъ паръ изъ точки М, расширяясь, пошелъ бы по адиабатѣ до изотермы холодильника НЕ, но при этомъ мы должны были бы идти уже не до точки Н, какъ это мы имѣли въ нашемъ действительномъ процессѣ, а до нѣкоторой Р, представляющей собою точку встрѣчи изотермы НЕ съ адиабатой АР точки А. Далѣе, доведя массу пара до состоянія Р, слѣдовало бы ее, по правилу цикла Карно, адиабатически сжимать вплоть до точки А, и вотъ это, именно

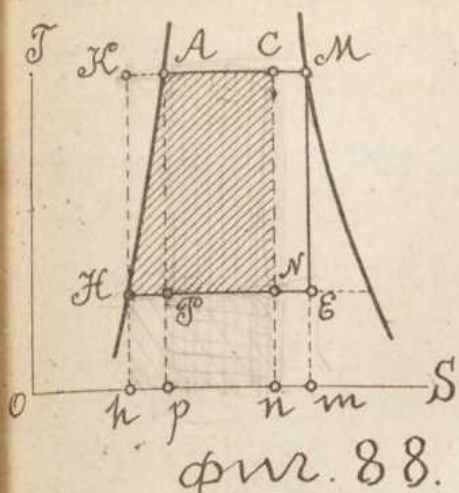
х) При разборѣ процесса паровой машины мы предположили, что бесполезныхъ потерь нѣтъ никакихъ, — это было существенное для выгодности процесса условіе.

УСЛОВІЕ СЖАТІЯ ВСЕЙ МАССЫ ПАРА И СОСТАВЛЯЕТЪ
ОТЛИЧІЕ ЦИКЛА КАРНО ОТЪ НАШЕГО ДѢЙСТВИТЕЛЬНОГО
ПРОЦЕССА : въ дѣйствительности такое сжатіе мѣста
 не имѣетъ, а то сжатіе, которое происходитъ во вред-
 номъ пространствѣ пароваго цилиндра за промежутокъ
 времени между моментами прекращенія выпуска и нача-
 ла выпуска, какъ это очевидно, ничего общаго съ требу-
 емымъ по циклу Карно адиабатическимъ сжатіемъ всей
 массы работающаго пара не имѣетъ.

Такимъ образомъ, циклъ Карно АМЕР совершенно не
 соотвѣтствуетъ тому, что происходитъ въ дѣйствитель-
 ности, а потому циклъ паровой машины съ нимъ и не
 сравниваютъ, принимая идеальнымъ цикломъ для сравне-
 нія вышеразобранный циклъ идеальной паровой машины,
 называемой "ЦИКЛОМЪ РАНКИНА".

Легко убѣдиться, однако, что ЭКОНОМИЧНОСТЬ ЦИК-
ЛА РАНКИНА НИЖЕ, чѣмъ у цикла Карно, хотя на пе-
 рвый взглядъ кажется, что это не такъ. Какъ мы зна-
 емъ, экономическій коэффициентъ представляетъ собою
 отношеніе всего использованнаго количества тепла къ
 общему количеству тепла, полученнаго отъ верхняго
 источника. Основываясь на этомъ опредѣленіи, мы и
 подсчитаемъ теперь значенія этихъ коэффициентовъ
 какъ для цикла Ранкина, такъ и для цикла Карно. -

Возьмемъ циклъ Ранкина $ACNM$ |фиг. 88|. Въ немъ слѣд.



отъ верхняго источника будетъ получено количество тепла $hNACn$, -

обозначимъ его черезъ Q_1 , - а нижнему источнику отдано тепло $hNMn$,

обозначимъ его черезъ q , - такъ что

въ работу перейдетъ тепло, измѣряемое заштрихованной площадью $hNACn$, его придется обозначить разностью

$Q_1 - q$. Экономическій коэффициентъ этого цикла

выразится такъ :

$$\eta_1 = \frac{Q_1 - q}{Q_1} = 1 - \frac{q}{Q_1}$$

Сравнимъ этотъ циклъ съ цикломъ Карно $ACNDA$, взятымъ между тѣми же предѣльными температурами, T_A и T_n .

Экономическій коэффициентъ его, η выразится такъ :

$$\eta = \frac{\text{пл. } ACNDA}{\text{пл. } ACND} = \frac{\text{пл. } ACND - \text{пл. } DND}{\text{пл. } ACND} = 1 - \frac{\text{пл. } DND}{\text{пл. } ACND}$$

Проводя черезъ точку N прямую NK , параллельную оси ординатъ до пересѣченія съ AC въ точкѣ K, находимъ :

$$\frac{\text{пл. } DND}{\text{пл. } ACND} = \frac{DP}{AP} = \frac{Kk}{Kh} = \frac{\text{пл. } hKCN}{\text{пл. } hKCN} = \frac{q}{Q}$$

гдѣ черезъ Q обозначена площадь $hKCN$, такъ что получаемъ :

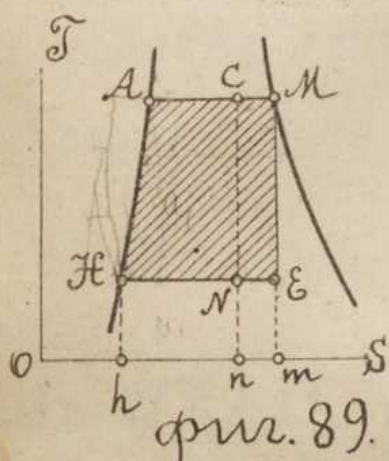
$$\eta = 1 - \frac{q}{Q} \quad \left. \begin{array}{l} \text{циклъ Ранкин} \\ \text{циклъ Карно} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \eta = 1 - \frac{q}{Q} \\ \eta_1 = 1 - \frac{q}{Q_1} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q > Q_1 \\ \frac{q}{Q} < \frac{q}{Q_1} \end{array} \right.$$

Но такъ какъ $Q > Q_1$, то

$$\eta > \eta_1$$

что опять доказываетъ термическое превосходство цикла Карно и для этого случая.

Полученное неравенство справедливо для всякаго цикла Ранкина, гдѣ бы на прямой АМ ни лежала точка вблизи ли А или въ самой точкѣ М, — цикл Карно, взятый между тѣми же температурами, всегда будетъ выгоднѣе. Но съ другой стороны легко показать, что наибѣе выгоднымъ цикломъ Ранкина будетъ тотъ, который будетъ доведенъ до предѣльной точки М [фиг. 89], гдѣ



парасодержаніе станетъ равнымъ единицѣ. //

Дѣйствительно, если сравнимъ прежній цикл $HACN$ съ новымъ $HAME$, то для ихъ экономическихъ коэффициентовъ

[прежняго] и η_2 [новаго] найдемъ выраженія:

$$\eta_1 = \frac{\text{пл. } HACN}{\text{пл. } hHACn}; \quad \eta_2 = \frac{\text{пл. } HAME}{\text{пл. } hHAMm}$$

Легко видѣть, что второе отношеніе больше перваго.

Дѣйствительно, обозначимъ большую площадь $hACn$ ^{малую, $HACN$ — черезъ a} черезъ A ; затѣмъ, площадь $hAMm$ черезъ B , а площадь $HAME$ — черезъ b ; наконецъ, площадь $CMEn$ — черезъ c . Тогда находимъ:

$$\eta_1 = \frac{a}{A} \quad \dots \quad (I)$$

$$\eta_2 = \frac{b}{B} \quad \dots \quad (II)$$

причемъ

$$b = a + c$$

$$B = A + c$$

какъ что

$$\eta_2 = \frac{b}{B} = \frac{a+c}{A+C} \quad (\text{III})$$

Цикль $CMEN$ есть цикл Карно и коэффициентъ полез-
наго его дѣйствія есть какъ разъ отношеніе $\frac{c}{C}$, а такъ
какъ цикл Карно выгоднѣе любого другого цикла, меж-
ду тѣми же температурами совершеннаго, то мы имѣемъ :

$$\frac{c}{C} > \frac{a}{A}$$

Такъ какъ всѣ элементы этого неравенства суть чи-
сла положительныя, то путемъ перестановки среднихъ
элементовъ мы можемъ преобразовать его къ виду :

$$\frac{c}{a} > \frac{C}{A}$$

дѣлѣмъ, прибавляя къ обѣимъ частямъ полученнаго нера-
венства по единицѣ, находимъ :

$$\frac{a+c}{a} > \frac{A+C}{A}$$

Переставляя средніе члены, находимъ неравенство

$$\frac{a+c}{A+C} > \frac{a}{A}$$

которое въ виду неравенствъ |I| и |III| даетъ окон-
чательно

$$\eta_2 > \eta_1$$

т.е. коэффициентъ полезнаго дѣйствія цикла Ранкина

$CMEN$ съ паросодержаніемъ въ конечной точкѣ M , равнымъ

единицѣ, больше, чѣмъ для любого другого цикла $ACNH$, гдѣ

паросодержаніе въ конечной точкѣ C меньше единицы ($x_c < 1$)

Подсчитаемъ теперь тепло , участвующее въ циклѣ Ранкина. Замѣтимъ, что счетъ придется вести отъ температуры холодильника T_1 , наинизшей въ системѣ, ибо вода поступаетъ въ котель именно при этой температурѣ.

Такимъ образомъ, температурой нижняго тепловаго источника приходится считать температуру T_1 холодильника, температурой верхняго будемъ считать температуру кипѣнія T_2 .

Прежде всего придется учесть количество тепла, потребное для перевода данной массы жидкости, положимъ ради простоты, 1-го килограмма ея, изъ состоянія Н, въ которомъ она находится, выходя изъ холодильника въ состояніе А, при которомъ и начинается парообразование.

Очевидно, что это количество тепла, изображаемое площадью $HAah$ |фиг. 90|, выразится интеграломъ

$$\int_{T_1}^{T_2} c. dT, \quad (157)$$

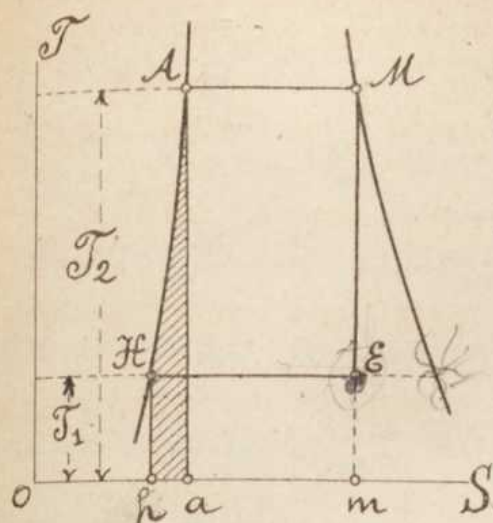
гдѣ c есть теплоемкость воды .

Если бы теплоемкость c была величиной постоянной, то интегралъ |157| выразился бы прямо произведеніемъ $c (T_2 - T_1)$:

$$c (T_2 - T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c. dT.$$

На самомъ дѣлѣ этого не будетъ, такъ какъ c не есть величина постоянная ; поэтому величину интеграла |157| мы представимъ въ видѣ разности теплотъ

$q_2 - q_1$, гдѣ черезъ q_2 обозначено тепло , потребное для



перевода данной массы жидкости от
 0° до верхней температуры T_2° , а q_1
 - для перевода ~~опять~~ от 0° до
 нижней температуры процесса T_1°

Такъ, полагаемъ

pur. 90. $\int_{\mathcal{T}_1}^{\mathcal{T}_2} c d\mathcal{T} = q_2 - q_1 \dots \dots (158)$

Далѣе, полагая, что процессъ парообразованія доводится
вплоть до конечной точки M на верхней предѣльной кри-
вой, гдѣ паросодержаніе $x = 1$, заключаемъ, что на пере-
водъ данной массы изъ A въ M потребно количество те-
пла $A M_{\text{тп}}$, равное, конечно, τ_2 , скрытой теплотѣ па-
рообразованія.

Такимъ образомъ все количество Q_2 тепла, которое долженъ дать верхній источникъ для перевода одного килограмма жидкости изъ состоянія Н въ состояніе М, выразится такъ :

$$Q_2 = q_2 - q_1 + \tau_2 \dots \dots (159)$$

Идемъ далѣе. Переводъ по адіабатѣ изъ М въ Е затраты
тепла отъ насъ не потребуетъ.

Поэтому придется подсчитать еще количество тепла, потребное для возвращенія пара изъ состоянія Е въ начальное состоянiе А. Процессъ этотъ, понятно, обратенъ процессу перевода изъ состоянія А въ состоянiе Е,

а такъ какъ этотъ послѣдній переводъ, изъ A въ E, паросодержаніе равно x_1 , потребуетъ тепла $x_1 \tau_1$, гдѣ τ_1 есть скрытая теплота для температуры T_1 , т.е. количество тепла, потребное для перевода одного килограмма жидкости при T_1° въ паръ при T_1° ; такъ какъ въ точкѣ E имѣется такого пара x_1 килограммовъ, то для полученія этого количества пара и потребовалось тепло $x_1 \tau_1$, то въ прямомъ процессѣ, при переходѣ изъ состоянія E въ состояніе A, такое же количество тепла $x_1 \tau_1$ будетъ, наоборотъ, выдѣлено, т.е. сообщено низшему источнику, — холодильнику. Обозначая это тепло развѣ Q_1 имѣемъ

$$Q_1 = x_1 \tau_1 \quad \dots \quad (1)$$

Слѣдовательно, будетъ использовано, т.е. возвращено намъ въ видѣ работы, количество тепла $Q_2 - Q_1$; обозначая его черезъ Q , находимъ :

$$Q = Q_2 - Q_1 = q_2 - q_1 + \tau_2 - x_1 \tau_1 \quad \dots \quad (2)$$

Такъ выражается тепло, получаемое нами въ видѣ работы при обходѣ однимъ килограммомъ жидкости всего контура цикла Ранкина.

Количество Q было бы вполне опредѣленно, если мы знали паросодержаніе x_1 въ точкѣ E. Его можно опредѣлить изъ того условія, что ME есть адіабата, ходящая изъ предѣленной точки M, гдѣ паросодержаніе

х равно единицѣ. Ур-іе адіабаты есть , какъ мы знаемъ

$$\tau + \frac{x\tau}{J} = \text{const.}$$

Примѣнительно къ точкамъ М и Е найдемъ

$$\tau_2 + \frac{x_2\tau_2}{J_2} = \tau_1 + \frac{x_1\tau_1}{J_1}.$$

Такъ какъ $x_2 = 1$, то это ур-іе переходитъ въ слѣдующее

$$\tau_2 + \frac{\tau_2}{J_2} = \tau_1 + \frac{x_1\tau_1}{J_1},$$

изъ котораго паросодержаніе x_1 сейчасъ же и опредѣляется.

Остается опредѣлить экономическій коэффиціентъ η цикла Ранкина.

Какъ мы знаемъ, это есть отношеніе количества теп-
ла, дѣйствительно использованнаго нами при обходѣ цик-
ла, т.е. нашего Q , ко всему количеству тепла, сообщен-
ному внѣшнимъ источникомъ, т.е. къ Q_2 ур-іе |159|.

Имѣемъ такимъ образомъ

$$\eta = \frac{Q}{Q_2} = \frac{q_2 - q_1 + \tau_2 - x_1\tau_1}{q_2 - q_1 + \tau_2} \dots (162)$$

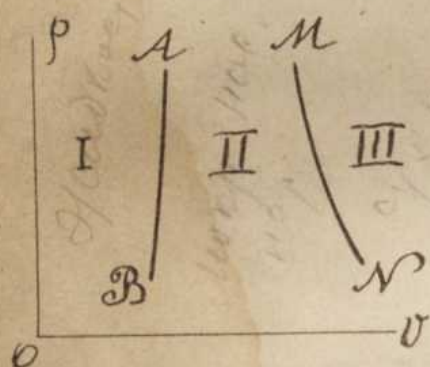
Это все , что мы можемъ получить при работѣ такой иде-
альной паровой машины.

Цикль Ранкина будетъ служить , такимъ образомъ, ба-
зисомъ при изслѣдованіи паровыхъ машинъ общаго типа.
Въ нашемъ курсѣ мы, однако, не будемъ говорить о сра-

неніи этого цикла съ циклами дѣйствительныхъ машинъ, не будемъ также касаться вопроса о частностяхъ этихъ дѣйствительныхъ цикловъ, такъ какъ всѣ эти разсмотрѣнія составляютъ предметъ спеціального курса паровыхъ машинъ и, закончивъ эту статью выводомъ коэффициента η для цикла Ранкина, перейдемъ теперь въ порядкѣ послѣдовательности нашего курса, къ изученію нѣкоторыхъ свойствъ перегрѣтыхъ паровъ, т.е. паровъ, которые уже не находятся въ присутствіи жидкости.

§9. СВОЙСТВА ПЕРЕГРѢТЫХЪ ПАРОВЪ.

Въ началѣ этой главы мы показали, что въ системѣ (р, v)



существуютъ двѣ кривыя: предѣльная кривая жидкости АВ [фиг. 91] и предѣльная кривая сухого насыщеннаго пара MN. Эти двѣ кривыя разграничиваютъ собою три

фиг. 91. области : область | I | - жидкости, | II | - мокраго насыщеннаго пара и | III | - перегрѣтаго, сухого пара.

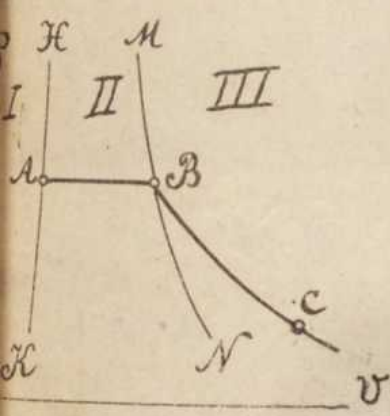
Этотъ перегрѣтый паръ уже не будетъ характеризоваться тѣми же соотношеніями, которыя мы имѣли для мокраго насыщеннаго пара, нпр., изотермами въ области | III | уже не будутъ линіи постояннаго давленія, какъ это имѣетъ мѣсто въ области | II | : для того, чтобы паръ

расширяясь, сохраняя ту же упругость, нужно будет
 здесь повышать температуру, т.е. поступать аналогично
 тому, что имѣетъ мѣсто въ случаѣ совершенныхъ газовъ,
 и т.д. Это сходство съ совершенными газами идетъ и
 дальше: для перегрѣтыхъ паровъ мы имѣемъ нѣкоторое
 характеристическое уравненіе, выражающее связь между
 p , v и T данной массы газа, какъ это мы имѣли въ совер-
 шенныхъ газахъ.

Представимъ себѣ теперь, что состояніе данной мас-
 сы перегрѣтаго пара изображается въ системѣ (p, v)
 въ данный моментъ нѣкоторой точкой C [фиг. 92].

Если мы начнемъ изотермически сжимать эту массу
 пара, то точка C пойдетъ по своей изо-
 термѣ, — нѣкоторой кривой CB , пока не
 достигнетъ предѣльной кривой MN въ нѣ-
 которой точкѣ B . Въ этотъ моментъ
 нашъ паръ окажется паромъ сухимъ насы-
 щеннымъ.

Если изотермическое сжатіе
 будетъ продолжено и далѣе, то паръ сдѣлается уже мо-
 крымъ насыщеннымъ, будетъ происходить его постепенная
 конденсація, степень паросодержанія будетъ уменьшаться
 пока, наконецъ, онъ весь не перейдетъ въ жидкость, — въ
 тотъ моментъ точка C окажется на второй предѣльной
 кривой, KN , въ нѣкоторой ея точкѣ A , причемъ, какъ это
 мы уже знаемъ, изотерма BA будетъ въ то же время ли-



фиг. 92

ней постояннаго давленія.

Такимъ образомъ мы можемъ себѣ представить, что гдѣ бы ни лежала въ области перегрѣтаго пара точка по мѣрѣ такого сжатія мы будемъ подходить этой точкой С все ближе и ближе къ кривой MN сухого насыщеннаго пара, рано или поздно достигнемъ ея въ нѣкоторой точкѣ В, и, сжимая дальше, сконденсируемъ въ точкѣ А нашъ паръ въ жидкость. Оказывается однако, что такъ на практикѣ дѣло обстоитъ далеко не всегда. Когда мы, на примѣръ, станемъ подвергать такому сжатію пары углекислоты CO_2 при температурѣ ниже $31^\circ C$, то окажется, что въ извѣстный моментъ она перейдетъ въ жидкость, но, если тотъ же опытъ и съ тѣмъ же газомъ мы произведемъ при температурѣ выше $31^\circ C$, то, какъ бы высока ни было внѣшнее давленіе, сгущенія и перехода въ жидкость не произойдетъ, — области насыщенія достигнуть не удастся совсѣмъ.

Какъ этотъ фактъ, такъ и рядъ другихъ, ему аналогичныхъ [съ другими газами] далъ поводъ Эндрюсу заключить, что въ дѣлѣ достиженія области насыщеннаго пара замѣшана температура сжимаемаго газа, что не по всякой изотермѣ можно достигнуть упомянутой области и что ДЛЯ ВСЯКАГО ГАЗА СУЩЕСТВУЕТЪ СВОЯ ОСОБАЯ ТЕМПЕРАТУРА, ВЫШЕ КОТОРОЙ ОНЪ НИ ПРИ КАКИХЪ ДО-

СТУПНЫХЪ НАМЪ ДАВЛЕНІЯХЪ НЕ МОЖЕТЪ БЫТЬ ПЕРЕ-
ВЕДЕНЪ ВЪ СОСТОЯНІЕ НАСЫЩЕНІЯ. Эта температура
 называется, какъ извѣстно, КРИТИЧЕСКОЙ : для CO_2 она
 равна $+31^\circ \text{C}$, азота - $[-146^\circ \text{C}]$ и т.д.

И дѣйствительно, стоило Эндрьюсу повести сжатіе
 углекислоты по изотермѣ температуры, низшей 31°C и
 конденсація этого газа удавалась всегда, съ другой
 стороны, прямымъ увеличеніемъ давленія, но при обыкно-
 венной температурѣ, ни разу не удалось достичь сжиже-
 нія ни одного изъ „постоянныхъ“ газовъ, какъ ихъ на-
 зывали раньше-, такъ, напр., Наттереръ доходилъ до
 2800 атмосферъ и тѣмъ не менѣе даже не замѣтилъ при-
 знаковъ насыщенія | опыты его производились при обы-
 кновенныхъ температурахъ |.

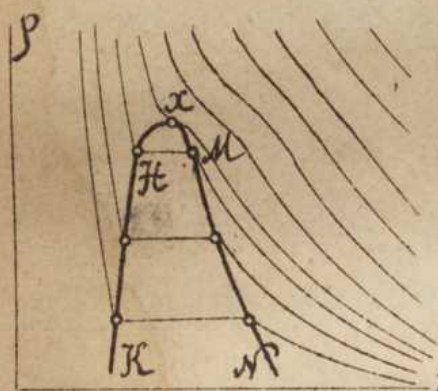
Итакъ, достиженіе состоянія насыщенія возможно для
 даннаго пара ^{x)} далеко не всегда; бываютъ случаи, что ни
 при какихъ доступныхъ для насъ давленіяхъ достигнуть
 этой области не удастся.

Въ нашей плоскости (p, v) эта особенность пере-
 грѣтаго пара отражается на кривыхъ, изображающихъ ходъ
 измѣненій его состоянія тѣмъ, что изотермы перегрѣтаго
 пара пересѣкаютъ кривую сухого насыщеннаго пара лишь

^{x)} То, что мы называемъ газомъ, и есть именно пере-
 грѣтый паръ.

до нѣкоторой, вполне определенной для каждаго отдѣльнаго газа, температуры. Но разъ мы, идя по какой либо изотермѣ, не достигаемъ кривой сухого насыщеннаго пара то это показываетъ, что эта кривая насыщ. пара до этой изотермы не доходитъ, не подымается, такимъ образомъ, выше нѣкотораго определеннаго давленія;— слѣдовательно, въ безконечность не уходитъ, такъ какъ въ противномъ случаѣ она непремѣнно пересѣкалась бы со всѣми изотермами.

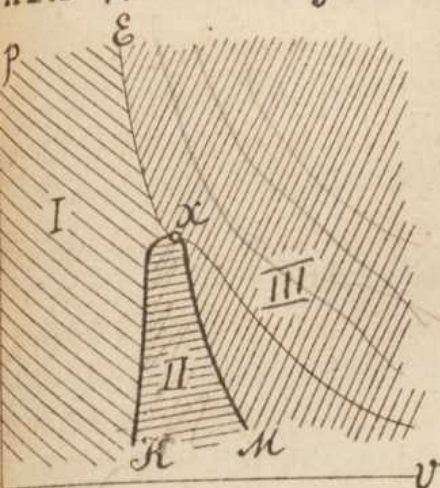
Вполнѣ очевидно, далѣе, что если какая либо изотерма пересѣкаетъ одну предѣльную кривую сухого пара,



фиг. 93.

и, значитъ, рано или поздно пересѣкаетъ и вторую предѣльную кривую [жидкости] НК, то и наоборотъ, если которая нибудь изъ этихъ изотермъ не пересѣкаетъ одной предѣльной кривой MN, то она не пересѣчетъ и второй предѣльной кривой. Это будетъ вполнѣ возможнымъ, если обѣ предѣльныя кривыя MN и НК гдѣ-либо сливаются. Естественно полагать, что это слияніе происходитъ въ точкѣ, лежащей на изотермѣ критической температуры, точкѣ, положимъ X. Это будетъ самая верхняя точка сухого насыщеннаго пара, — критическая точка его. Очевидно, что разъ температура изотермы будетъ выше кри-

ческой, то сжатіемъ по этой изотермѣ области насы-
щенія достигнуть не удастся совсѣмъ. Такимъ образомъ



фиг. 94.

Теперь легко видѣть, что, собственно, можетъ служить
приломъ того, приближается ли данный паръ къ состоя-
ю совершеннаго газа или нѣтъ. Если точка, изобра-
жающая состояніе пара въ области III, находится на
отермѣ, идущей выше критической, то никакими доступ-
ными намъ давленіями она въ жидкость обращена быть

можетъ, оставаясь всегда газомъ и, значить, чѣмъ даль-
ше удаляемся отъ критической температуры, чѣмъ выше
температура нашего пара, тѣмъ больше приближается
отъ газъ къ состоянію совершеннаго газа, тѣмъ болѣе
отношеніе Мариотта-Гей-Люссака становится для него
раведливымъ.

Съ другой стороны, если точка находится въ области

лежащей ниже критической изотермы, то паръ, состояніе котораго этой точкой и изображается, по своимъ свойствамъ уже совершенно удаляется отъ свойствъ совершеннаго газа, и, слѣд., закону Мариотта-Гей-Люссака уже не подчиняется совсѣмъ. Такимъ образомъ, двѣ эти области, раздѣляемыя критической температурой, должны для насъ представляться совершенно отличными одна отъ другой; въ области |I|, выше критической, мы имѣемъ тѣло, похожее на совершенный газъ, а въ области |2| - на него не походящее.

Законъ Эндрюса зачастую обобщается и на произвольныя давленія, что, строго говоря, совершенно несправедливо, такъ какъ мы не имѣемъ никакихъ данныхъ для того, чтобы сказать, что область жидкости не встретится намъ еще разъ при какихъ либо недоступныхъ намъ давленіяхъ.

Что касается практическаго примѣненія, которое находятъ у насъ всѣ эти соображенія, то по отношенію къ водяному пару мы сталкиваемся съ тѣмъ непріятнымъ обстоятельствомъ, что въ нашихъ машинахъ приходится имѣть все время дѣло съ такими его состояніями, которыя лежатъ, вообще говоря, ниже критической его температуры, - слѣд., о примѣненіи закона Мариотта-Гей-Люссака здѣсь не можетъ быть и рѣчи. Является поэтому

просто, какъ выражается для водянаго пара зависимость между p , V и T въ областяхъ, лежащихъ ниже критическихъ температуръ. Нужно замѣтить, что когда мы выводимъ зависимость закона Джауля отъ закона Мариотта-Гей-Люссака, то принимали, что измѣненія внутренней энергии, dU , зависятъ лишь отъ измѣненій температуры, такъ что, когда мы, на основаніи опредѣленія понятія "энтропійности", писали уравненіе :

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{A.p.dv}{T}, \quad (83)$$

при справедливости закона Мариотта-Гей-Люссака,

$$pv = RT \quad (18)$$

второй членъ правой части ур-ія |83| оказывался точнымъ дифференціаломъ, равно какъ и первый. Но если бы зависимость между факторами (p, v, T) выражалась, нпр. -іемъ вида :

$$pv = RT - B, \quad (163)$$

гдѣ функція B являлась бы функціей какъ фактора p , такъ и факторовъ V и T , то о точности дифференціала не могло быть и рѣчи. Выходило бы, такимъ образомъ, что въ случаѣ, если бы для данной системы имѣло силу ур-іе |63|, приравнивать нулю работу дисгрегации было бы невозможно, - пришлось бы, такимъ образомъ, положить, что эта работа зависитъ уже и отъ p , и отъ V .

Обратно, если принять, что работа дисгрегации не равна нулю, то в случае, если бы мы пожелали сохранить характеристическое уравнение в форме, близкой к форме уравнения [18], нам пришлось бы добавить некоторый новый член В, как это сделано в уравнении [163], — этот член очевидно, должен зависеть и от p и от U . К сожалению, относительно действительного состава члена В сказать мы не можем ничего, — несмотря на ряд многочисленных опытов, не удалось вывести никакой правильной зависимости между p , U и T для водяного пара; поэтому осталось подыскать более или менее удачную гипотезу, — таковых было предложено не мало и о некоторых из них мы и будем говорить ниже.

Формулы, служащие основаниями для этих гипотез, обыкновенно представляют собою простые интерполяционные формулы, основанные на ряде опытных данных.

Что касается до ценности каждой такой эмпирической формулы, то она обуславливается, между прочим, обширностью предельного своего применения. Это имеет значение в том отношении, что расширять каждую такую формулу за пределы опытных данных, служащих ей основанием, как говорят, экстраполировать, — мы права не имеем. В таких случаях пришлось бы расширить область применения формулы, введя в нее новые данные, а

это неминуемо отозвалось бы на ея коэффициентахъ.

Мы упоминаемъ теперь о характеристическомъ уравненіи водянаго пара въ формѣ Цейнера:

неверно

Цейнеръ

$$p v = RT - C p^n, \quad (164)$$

гдѣ C есть нѣкоторое *const*. Такимъ образомъ Цейнеръ полагаетъ, что упомянутый нами факторъ B есть функція одного давленія p . Методъ ея составленія чисто эмпирическій: изъ ряда опытовъ составляется таблица параллельныхъ значеній p , v и T , затѣмъ уже при помощи методовъ теоріи вѣроятностей, находятъ C и n . Гирнъ далъ подобную же формулу :

Гирнъ

$$p v = RT - K v^m,$$

въ которой K и m также постоянны. Здѣсь, какъ видимъ, B является функціей уже объема.

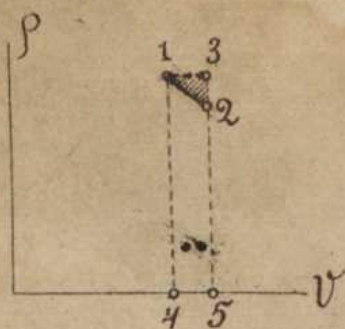
Обѣ формулы, какъ Цейнеровская, такъ и Гирна, принципиально не справедливы, но съ практической точки зрѣнія, въ своихъ примѣненіяхъ даютъ удовлетворительные результаты. Оговариваемся, что хотя мы и называли уравненіе [164] характеристическимъ, но въ сущности, называть и считать его таковымъ, равно какъ и уравненіе Гирна, нельзя: не слѣдуетъ также упускать изъ виду, что обѣ вышенаписанныя формулы справедливы лишь въ тѣхъ предѣлахъ, въ которыхъ онѣ были выведены. Принимая исходнымъ пунктомъ дальнѣйшихъ разсужденій соотноше-

ніе Цейнера |164|, можно теперь какъ подсчитать вн
раннюю энергію перегрѣтаго пара, такъ и написать о
уравненія термодинамики.

Слѣдуетъ уже, *a priori*, ожидать, что выводъ вы
женія внутренней энергіи не будетъ уже такимъ нес
жнимъ, какъ это было въ случаѣ совершенныхъ газовъ.
Въ данномъ случаѣ мы не имѣемъ того упрощенія, кот
рое было возможно въ случаѣ совершенныхъ газовъ, а
именно, теперь уже нельзя не принять во вниманіе |пр
равнять нулю| работу дисгрегаціи, — очевидно, что
это обстоятельство не можетъ не сказаться въ усло
неніи какъ вывода, такъ и окончательной формулы.

Прежде чѣмъ приступить къ выводу выраженія U
мы сначала приведемъ нѣсколько общихъ соображеній
относительно связи между основными элементами на
шихъ дальнѣйшихъ выводовъ.

Прежде всего напомнимъ положеніе, которымъ мы
уже пользовались раньше, что всякій безк^{онеч}но ма



фиг. 95.

лый процессъ |1,2| можно замѣнить 2
частными процессами, нпр., |1,3| при
постоянномъ давленіи и |2,3| при по
стоянномъ объемѣ |фиг. 95|, — замѣнить
въ томъ смыслѣ, что количества тепла
полученныя, какъ въ прямомъ процессѣ |1,2|, такъ и

замѣняющѣмъ его $|1,3,2|$ можно съ точностью до без-
конечно малыхъ 2-го порядка считать между собою рав-
ными.

Вмѣсто взятыхъ нами двухъ процессовъ: $|1,3|$ при $p = \text{const.}$ и $|3,2|$ при $v = \text{const.}$, можно было бы, конечно
взять любые 2 другіе, нпр., по адиабатѣ и изотермѣ и т.д.

Положеніе это почти очевидно, но мы можемъ еще
еще прочно обосновать его, если вспомнимъ, какъ вы-
ражается I-й принципъ термодинамики. Мы имѣли для не-
го уравненіе

$$dQ = dU + A p dv.$$

Величина количества dQ тепла, какъ видимъ, зави-
ситъ и отъ приращенія внутренней энергіи dU и отъ
внѣшней работы $A p dv$.

Что касается приращенія внутренней энергіи dU ,
то оно совершенно не зависитъ отъ того, по какому пу-
ти тѣло перейдетъ изъ одного конечнаго положенія $|1|$
другое $|2|$ (фиг. 95), — по кривой ли $|1,2|$ непосред-
ственно или по прямымъ $|1,3|$ и $|3,2|$, ибо какъ мы зна-
емъ, приращеніе внутренней энергіи обусловливается
расположеніемъ однихъ лишь конечныхъ точекъ процесса
отъ самаго характера перехода отъ одной конечной
точки до другой не зависитъ. Слѣдовательно, та или дру-
гая величина dQ обусловливается лишь измѣненіемъ, ко

торое претерпитъ отъ указанной замѣны членъ $Ap \cdot dv$. Ясно, однако, что измѣненіе этого члена, выражающееся при такой замѣнѣ площадью безконечно малаго треугольника $|1, 3, 2|$, по отношенію къ площади $|1, 2, 5, 4|$, выражающееся въ переводѣ на тепловыя единицы черезъ $Ap \cdot dv$, очень мало, ибо площадь этого треугольника есть безконечно малая второго порядка $(= \frac{1}{2} dp \cdot dv)$, а, слѣд., можетъ быть безъ всякой замѣтной погрѣшности отброшена.

Такимъ образомъ можно считать подобную замѣну вполне допустимой, такъ какъ сколь нибудь замѣтнаго вліянія на получаемыя результаты она имѣть не можетъ. Но съ практической стороны такая замѣна ведетъ къ несомнѣннымъ удобствамъ въ смыслѣ аналитическаго выраженія измѣненій нѣкоторыхъ факторовъ. На самомъ дѣлѣ, на основаніи высказаннаго выше положенія можно замѣнить процессъ перехода изъ состоянія $|1|$ въ состояніе $|2|$ двумя другими процессами, — въ настоящее время удобнѣе всего взять именно какъ разъ процессъ $|1, 3|$ при постоянномъ давленіи и процессъ $|3, 2|$ при постоянномъ объемѣ. Количества тепла въ этихъ двухъ процессахъ $|1, 2|$ и $|1, 3, 2|$ можно принять другъ другу равными. Выразятся же эти количества тепла такъ: Пусть при прямомъ процессѣ $|1, 2|$ количество тепла

въ немъ участвовавшее было равно dQ . Въ процессѣ |1,3|, при постоянномъ давленіи, количество тепла выразится черезъ $c_p dT$, гдѣ c_p есть теплоемкость при постоянномъ давленіи, а dT - повышение температуры. Произведеніе это можно преобразовать, замѣтивъ, что T есть функція отъ p и v . Дѣйствительно, разъ

$$T = \psi(p, v),$$

то dT , какъ полный дифференціалъ функціи двухъ переменныхъ, выразится такъ:

$$dT = \frac{\partial T}{\partial p} dp + \frac{\partial T}{\partial v} dv. \quad (165)$$

Очевидно, что нужное намъ приращеніе температуры dT въ случаѣ процесса |1,3| т.е. при постоянномъ давленіи, выразится такъ:

$$dT = \frac{\partial T}{\partial v} dv.$$

Такъ какъ, въ силу условія $p = \text{const}$, dp теперь равно нулю. Такимъ образомъ количество тепла $c_p dT$, участвовавшее въ процессѣ |1,3| выразится такъ

$$c_p dT = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv.$$

Наконецъ при процессѣ |3,2|, - при постоянномъ объемѣ для количества тепла, въ немъ участвовавшего, имѣемъ выраженіе $c_v dT$, а такъ какъ dT теперь выразится

черезъ

$$d\mathcal{T} = \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} dp,$$

|ибо $v = \text{const}$ и, слѣд., $dv = 0$), то это же количество тепла изобразится такъ :

$$c_v d\mathcal{T} = c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} dp.$$

Такимъ образомъ уравненіе количества тепла, участвовавшихъ въ процессѣ |1,3,2|, напишется такъ :

$$dQ = c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} dv + c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} dp. \dots$$

Съ другой стороны, количество тепла, участвовавшее въ процессѣ |1,2| по первому принципу можетъ быть выражено такъ :

$$dQ = d\mathcal{U} + A p dv. \dots$$

Слѣд., съ точностью до безконечно малыхъ второго порядка, мы можемъ приравнять другъ другу правыя части ур-ій |166| и |29| и написать

$$d\mathcal{U} + A p dv = c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} dv + c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} dp$$

откуда

$$d\mathcal{U} = \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} - A p \right) dv + \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) dp. \dots$$

Такъ какъ $d\mathcal{U}$ должно быть полнымъ дифференціаломъ, — это справедливо для всѣхъ тѣлъ природы, — то этимъ обстоятельствомъ мы воспользуемся для вывода нѣкоторыхъ общихъ соотношеній между факторами C_v и C_p .

Прежде чѣмъ приступить къ этому выводу, мы кстати напишемъ выраженіе второго принципа, гласящее, что частное $\frac{dQ}{T}$ есть ТОЧНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬ^{*)}. Составляемъ это частное, для чего всѣ члены ур-ія |I66| дѣлимъ на T , | — T не равно нулю|. Получаемъ :

$$\frac{dQ}{T} = dS = \left(\frac{1}{T} \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial v} \right) dv + \left(\frac{1}{T} C_v \frac{\partial T}{\partial p} \right) dp \quad (168)$$

Таково выраженіе принципа существованія энтропіи S . Перейдемъ теперь, послѣ вывода трехъ основныхъ ур-ій: |I66|, |I67| и |I68| къ выводу общей зависимости между C_p и C_v .

Мы указали, что $d\mathcal{U}$ есть точный дифференціалъ; значитъ, точнымъ дифференціаломъ долженъ быть также и двучленъ, стоящій во второй части уравненія |I67| и имѣющій видъ

$$M dv + N dp,$$

*) Отмѣтимъ, кстати, что факторъ $\frac{1}{T}$ по отношенію къ выраженію dQ играетъ роль интегрирующаго множителя, переводя dQ въ точный дифференціалъ.

причемъ M и N представляютъ собою функцію отъ p , такъ и отъ v .

Изъ анализа извѣстно, что необходимымъ условіемъ того, чтобы выраженіе типа $Xdx + Ydy$, гдѣ X и Y суть функціи однихъ лишь аргументовъ x и y :

$$X = \varphi(x, y), \quad Y = \psi(x, y),$$

представляло собою точный дифференціалъ, является удовлетвореніе равенства

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}, \quad \dots \quad (170)$$

ибо, если $(Xdx + Ydy)$ есть точный д-ль, нѣкоторый $d[F(x, y)]$, то должно быть

$$X = \frac{\partial F}{\partial x}; \quad Y = \frac{\partial F}{\partial y}$$

и тогда равенство |170| будетъ, дѣйствительно, удо-

влетворено, ибо оба выраженія, его дающія, будутъ по-
рознь равны $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$

Примѣнительно къ нашему случаю, т.е., принимая, что dU есть полный дифференціалъ, находимъ, что условіе |170| для нашего двучлена $(Mdv + Ndp)$ имѣетъ въ

$$\frac{\partial M}{\partial p} = \frac{\partial N}{\partial v} \quad (170)$$

|Здѣсь роль x играетъ v , а y -ка - p |. Подставляя вмѣсто M и N ихъ выраженія изъ |167|, получаемъ усло-
віе |170| въ видѣ:

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial F}{\partial v} - A_p \right) = \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial F}{\partial p} \right) \quad \dots \quad (171)$$

Выполняя дифференцирование, получаемъ :

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) - \mathcal{A} = \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) \quad (172)$$

Такъ какъ dS должно быть также полнымъ дифференціаломъ, то правая часть ур-ія |168| также должна удовлетворять условію |170|, т.е. мы должны имѣть :

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{\mathcal{T}} \cdot c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{\mathcal{T}} \cdot c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) \quad (173)$$

Дифференцируя, находимъ :

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) + \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) \cdot \left(-\frac{1}{\mathcal{T}^2} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) = \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) + \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) \cdot \left(-\frac{1}{\mathcal{T}^2} \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right),$$

или

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) - \frac{1}{\mathcal{T}^2} c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} = \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) - \frac{1}{\mathcal{T}^2} c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v},$$

откуда

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \left\{ \frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) \right\} = \frac{1}{\mathcal{T}^2} (c_p - c_v) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \quad (174)$$

Выраженіе, стоящее въ витыхъ скобкахъ, |въ лѣвой части ур-ія |174|, есть ничто иное, какъ $\mathcal{A}$, — это видно изъ сравненія его съ уравненіемъ |172|, приведеннымъ путемъ соотвѣтственнаго переноса членовъ къ виду :

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \right) = \mathcal{A}.$$

Въ силу этого ур-іе |174| сразу упрощается, принимая видъ

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \cdot \mathcal{A} = \frac{1}{\mathcal{T}^2} (c_p - c_v) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v},$$

или послѣ помноженія на T^2 :

$$A\mathcal{T} = (c_p - c_v) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \quad (175)$$

Таково соотношеніе между теплоемкостями c_p и c_v , справедливое для всѣхъ тѣлъ, слѣд., вполне общее.

Такъ на примѣръ, для совершенныхъ газовъ мы имѣемъ

$$p v = R\mathcal{T},$$

такъ что

$$\mathcal{T} = \frac{1}{R} p v,$$

и, слѣд.,

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} = \frac{v}{R}; \quad \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} = \frac{p}{R};$$

Поэтому соотношеніе |175| въ этомъ случаѣ приметъ видъ

$$A\mathcal{T} = (c_p - c_v) \frac{p \cdot v}{R^2} \quad (1)$$

но такъ какъ

$$p v = R\mathcal{T},$$

то соотношеніе |1| принимаетъ видъ :

$$A\mathcal{T} = (c_p - c_v) \frac{R\mathcal{T}}{R^2}$$

или

$$A\mathcal{T} = (c_p - c_v) \frac{\mathcal{T}}{R},$$

или, послѣ очевидныхъ упрощеній

$$AR = c_p - c_v,$$

выраженіе знакомое намъ уже изъ предыдущаго .

Выраженіе |175| выведенное нами помимо всякихъ ча-

стныхъ предположеній относительно C_p и C_v . Примѣни-
тельно къ совершеннымъ газамъ, для которыхъ, какъ мы
видѣли, существуетъ соотношеніе

$$C_p - C_v = AR \quad (37).$$

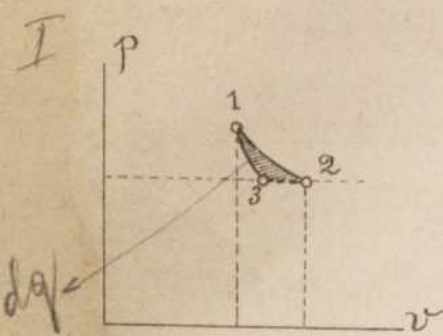
мы говорили, что объ эти теплосмкости суть величины
постоянныя. Если бы, однако, оказалось, что одна изъ
нихъ, нпр., C_p явилась функціей температуры, то дру-
гая, C_v , явилась бы также функціей температуры, функ-
ціей, отличающейся отъ первой лишь постояннымъ при-
даткомъ AR :

$$C_v = C_p - AR.$$

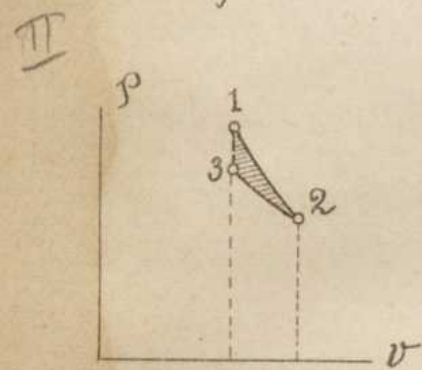
Подобнымъ образомъ, если бы для какого либо тѣла была
выведена зависимость, нпр., C_p отъ p и v , то, на
основаніи соотношенія |175|, мы сейчасъ же могли бы
опредѣлить зависимость отъ тѣхъ же факторовъ и дру-
гой теплосмкости C_v .

Основываясь на томъ же принципѣ замѣны дѣйстви-
тельнаго безконечно малаго процесса |1,2| двумя дру-
гими, также безконечно малыми |1,3| и |3,2|, можемъ
вывести еще нѣсколько общихъ соотношеній. (Замѣнимъ
нашъ процессъ |1,2| одинъ разъ процессомъ |1,3|
изотермическимъ и |3,2| - при постоянномъ давленіи
|фиг. 96|, а второй разъ - процессомъ |1,3| при по-
стоянномъ объемѣ и |3,2| изотермическимъ |фиг. 97|

Въ первомъ изъ этихъ podstawныхъ процессовъ мы по-



фиг. 96.



фиг. 97.

лучаемъ прежде всего тепло I) по изотермѣ |1,3|, - обозначимъ его черезъ

dq | температура здѣсь оставалась постоянной |, и, кромѣ того, 2) тепло при процессѣ |3,2|, когда давленіе остава-

лось все время постояннымъ | температура, понятно, мѣнялась |. Если измѣненіе температуры, имѣвшее мѣсто въ этомъ послѣднемъ случаѣ, мы обозначимъ черезъ

dT , а теплоемкость при постоянномъ давленіи черезъ C_p , то второе ко-

личество тепла | по |3,2| | выразится черезъ $C_p \cdot dT$, и, слѣд., все тепло dQ , участвовавшее въ процессѣ |1,2|, съ точностью до безконечно малыхъ второго порядка, можетъ быть выражено ур-іемъ

$$dQ = dq + C_p dT \quad \dots (176)$$

Остается выразить тепло dq , полученное въ изотермическомъ процессѣ. Для этого мы возьмемъ наше общее ур-іе |166| и примѣнимъ его къ рассматриваемому частному изотермическому процессу.

Ур-іе |166| имѣетъ видъ :

$$dQ = C_v \frac{\partial T}{\partial p} dp + C_p \frac{\partial T}{\partial v} dv \quad \dots (166)$$

акъ какъ это уравненіе мы желаемъ примѣнить къ изотермическому процессу |1,3|, то 1) замѣняемъ dQ черезъ dq , и 2) можемъ использовать то отличительное свойство такихъ процессовъ, что при нихъ не происходитъ ни какихъ измѣненій температуры, т.е., что $dT=0$. Такъ какъ T есть функція какъ p , такъ и v , то это послѣднее условіе принимаетъ видъ :

$$dT = \frac{\partial T}{\partial p} dp + \frac{\partial T}{\partial v} dv = 0. \quad (177)$$

Слѣдовательно, въ случаѣ изотермическаго процесса имѣемъ условіе |177|, изъ котораго находимъ :

$$\frac{\partial T}{\partial v} dv = - \frac{\partial T}{\partial p} dp. \quad (178)$$

такъ какъ для изотермическаго процесса |1,3| имѣемъ по |166| ур-іе

$$dq = c_v \left[\frac{\partial T}{\partial p} dp \right] + c_p \left[\frac{\partial T}{\partial v} dv \right]. \quad (166')$$

о, послѣ замѣны выраженія, стоящаго во вторыхъ [] скобкахъ, его значеніемъ изъ |178|, находимъ

$$dq = c_v \left[\frac{\partial T}{\partial p} dp \right] - c_p \left[\frac{\partial T}{\partial p} dp \right],$$

ли

$$dq = (c_v - c_p) \frac{\partial T}{\partial p} dp. \quad (179)$$

Выше мы вывели, что

$$A\mathcal{T} = (c_p - c_v) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} \cdot \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v} \quad (175)$$

отсюда

$$(c_p - c_v) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} = \frac{A\mathcal{T}}{\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v}},$$

такъ что, послѣ перемѣны знаковъ |для полученія второй части ур-ія |179|, находимъ :

$$(c_v - c_p) \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial p} = - \frac{A\mathcal{T}}{\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v}},$$

въ силу чего ур-іе |179| принимаетъ видъ :

$$dq = - \frac{A\mathcal{T}}{\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v}} dp \quad (180)$$

такъ что теперь основное ур-іе |176| приметъ видъ :

$$dQ = c_p d\mathcal{T} - \frac{A\mathcal{T}}{\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial v}} dp \quad (181)$$

Если бы тѣ же самыя вычисленія мы продѣлали для второго случая, — когда прямой процессъ |1,2| замѣняется процессомъ |1,3| при постоянномъ объемѣ и процессомъ |2,3| изотермическимъ, — то получили бы выраженіе, составленное почти такъ же, какъ и выраженіе |181|, разнящееся отъ него лишь знакомъ, а также тѣмъ, что факторъ p вездѣ будетъ замѣненъ факторомъ v и обратно, а именно, для этого случая мы бы нашли

$$dQ = c_v dT + \frac{A T}{\frac{\partial T}{\partial p}} dp \quad (182)$$

Выводомъ этого уравненія мы и покончимъ съ изслѣдованіемъ общихъ соотношеній между факторами p , v и T и перейдемъ теперь къ приложенію нѣкоторыхъ изъ этихъ соотношеній къ перегрѣтому водяному пару.

сухихъ паръ!

10. ОСНОВНЫЯ УР-ІЯ ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ПЕРЕГРѢТАГО ВОДЯНОГО ПАРА.

Характеристическимъ ур-іемъ перегрѣтаго водянаго пара примемъ по Цейнеру, ур-іе :

$$p v = R T - C_p p^n \quad (164)$$

Затѣмъ, ради краткости писанія, примемъ обозначеніе

$$\frac{A R}{C_p} = m \quad (183)$$

введенное также Цейнеромъ, указавшимъ на основаніи ряда опытовъ, что для водянаго пара m есть нѣкоторая постоянная величина. Соотношеніе это есть просто эмпирическая формула : R намъ извѣстно, A — также, для C_p имѣется таблица опытныхъ данныхъ и вотъ Цейнеръ указалъ, что составленная такимъ образомъ величина есть болѣе или менѣе постоянное число, по крайней мѣрѣ въ тѣхъ предѣлахъ, въ которыхъ наши машины рабо-

таютъ съ перегрѣтымъ паромъ. Если бы, напротивъ, оказалось, что какая либо машина работаетъ внѣ предѣловъ этой формулы, то примѣнять формулу |183| къ этому случаю слѣдовало бы уже съ осторожностью. —

— Прежде всего, пользуясь формулой |181| :

характеристическая формула

$$dQ = c_p dT - \frac{A T}{\frac{\partial T}{\partial v}} dp \quad (18)$$

выведемъ выраженіе dQ для случая перегрѣтаго водяного пара. Находимъ изъ характеристическаго ур-ія |164|

$$p v = R T - c_p^n$$

выраженіе производной $\frac{\partial T}{\partial v}$.

Имѣемъ

$$R T = p v + c_p^n$$

отсюда

$$R \frac{\partial T}{\partial v} = p,$$

такъ что

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{p}{R} \quad (18)$$

въ силу чего ур-іе |181| принимаетъ видъ :

$$I \quad dQ = c_p dT - \frac{A R T}{p} dp \quad (18)$$

Такъ какъ для внутренней энергіи мы имѣемъ уравненіе

$$dU = dQ - A p dv,$$

[см. ур. |129|, то выражение для dU получимъ, вычтя изъ обѣихъ частей ур. |185| по $A p dv$. Такимъ образомъ найдемъ :

$$dU = c_p dT - A \cancel{p} \frac{dp}{p} - A p dv. \quad (186)$$

Такъ какъ dU должно быть точнымъ дифференціаломъ, то правая часть также должна быть точнымъ дифференціаломъ, въ чемъ мы теперь и попробуемъ убѣдиться непосредственно. Подставимъ вмѣсто $R T$ его значеніе изъ ур-ія |164|, тогда найдемъ : ^{(1/2) Грессе Цейлеръ $p v = R T - c_p$}

$$dU = c_p dT - A (p v + c p^n) \frac{dp}{p} - A p dv,$$

откуда

$$dU = c_p dT - A v dp - A c p^{n-1} dp - A p dv ;$$

соединяя подчеркнутые члены и преобразуя третій,

$c p^{n-1} dp$, находимъ

$$dU = c_p dT - A (v dp + p dv) - A c \frac{1}{n} d(p^n)$$

замѣчая, что

$$v dp + p dv = d(p v)$$

получаемъ окончательно :

$$dU = c_p dT - A d(p v) - \frac{1}{n} A c d(p^n).$$

Оставъ правой части убѣждаетъ насъ въ томъ, что правая часть есть также полный дифференціалъ.

Для нахождения U интегрируемъ это уравненіе; получаемъ :

$$U = U_0 + c_p T - A p v - \frac{1}{n} A c p^n. \quad (187)$$

Упростимъ нѣсколько это ур-іе, для чего вмѣсто T подставимъ его выраженіе изъ характеристическаго ур-ія

$$|I64| \quad p v = R T - C p^n; \quad (16)$$

отсюда

$$T = \frac{1}{R} p v + \frac{C}{R} p^n;$$

подставляя въ |I87| находимъ :

$$U = U_0 + \frac{C_p}{R} p v + C \frac{C_p}{R} p^n - A p v - \frac{1}{n} A C p^n.$$

Соединяя подчеркнутые члены , найдемъ :

$$U = U_0 + \frac{1}{R} (C_p - A R) p v + \frac{C}{R} (C_p - \frac{A R}{n}) p^n. \quad (17)$$

А такъ какъ по Цейнеру

$$(C_p = \frac{A R}{m}, \quad (18)$$

то ур-іе |I88| можетъ быть переписано такъ :

$$U = U_0 + \frac{1}{R} (\frac{A R}{m} - A R) p v + \frac{C}{R} (\frac{A R}{m} - \frac{A R}{n}) p^n,$$

т.е.

$$U = U_0 + A (\frac{1}{m} - 1) p v + C p^n (\frac{A}{m} - \frac{A}{n}). \quad (189)$$

Цейнеръ нашелъ, что для водянаго пара аргументы m и n почти равны , а въ такомъ случаѣ послѣдній членъ уравненія |I89| обращается въ нуль и мы получаемъ

$$U = U_0 + A p v (\frac{1}{m} - 1)$$

ли

$$U = \left(\frac{1-m}{m} \right) A p v + U_0 \quad (190)$$

Таково, по Цейнеру, выражение внутренней энергии. Оно имѣетъ нѣкоторое сходство съ выраженіемъ внутренней энергии для совершенныхъ газовъ :

$$U = c_v T + U_0 \quad (32)$$

Дѣйствительно, если въ ур. |32| мы замѣнимъ T черезъ $p v$, то найдемъ:

$$U = \left(\frac{c_v}{R} \right) p v + U_0 ; \quad (32')$$

такъ какъ, затѣмъ

$$c_p - c_v = A R$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa,$$

$$c_p = \kappa c_v; c_p - c_v = c_v (\kappa - 1) = A R,$$

$$\frac{c_v}{R} = \frac{A}{\kappa - 1},$$

въ силу чего ур. |32'| принимаетъ видъ

$$U = \frac{1}{\kappa - 1} A p v + U_0 \quad (32'')$$

такъ видимъ, между уравненіями |190| и |32''| существуетъ полная виѣшняя аналогія, но только виѣшняя, ибо между аргументами m и κ связи не установлено никакой.

Остается теперь вывести выраженіе для энтропіи пере

грѣтаго пара. Для этого воспользуемся вышевыведенным уравненіемъ |185| :

$$dQ = c_p dT - \frac{AR T}{p} dp \quad (185)$$

Замѣтивъ, что

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

дѣлимъ, для полученія уравненія энтропіи, обѣ части уравненія |185| на T ; найдемъ, такимъ образомъ :

$$dS = c_p \frac{dT}{T} - \frac{AR T}{p T} dp$$

или

$$dS = c_p \cdot d(\lg T) - AR d(\lg p);$$

вынося c_p за скобки и принимая во вниманіе условіе |183|, находимъ :

$$dS = c_p [d(\lg T) - m d(\lg p)]$$

или

$$dS = c_p d[\lg T - \lg(p^m)]$$

Какъ видимъ, въ правой части этого ур-ія дѣйствительно стоитъ точный дифференціалъ, интегрированіе вполне возможно и мы находимъ

$$S = S_0 + c_p (\lg T - \lg p^m),$$

или

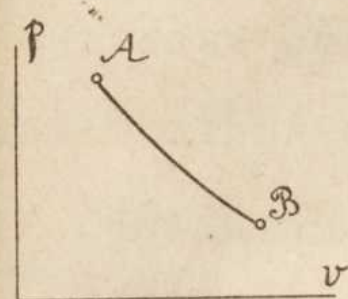
$$S = S_0 + c_p \lg \frac{T}{p^m} \quad (19)$$

|Факторъ $\frac{1}{T}$ сыгралъ роль интегрирующаго множителя здѣсь|.

Аналогія ур-ія |191| съ ур-іемъ энтропіи для соверш

ныхъ газовъ дальше виѣшняго сходства этихъ ур-ій не идетъ.

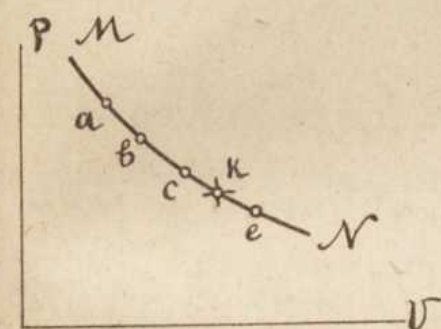
Ур-іе $|191|$ даетъ возможность по даннымъ p и v данной массы пара опредѣлить его S ; температура же



фиг. 98.

T опредѣлится по характеристическому уравненію. Такимъ образомъ при помощи ур-ій $|191|$ и $|164|$ любой процессъ AB , изображенный въ діаграммѣ (p, v) |фиг.

98|, можетъ быть перенесенъ въ систему (T, S) . При этомъ переносъ заслуживаетъ вниманія слѣдующее обстоятельство:



фиг. 99.

Пусть въ системѣ (p, v) мы имѣемъ нѣкую кривую MN |фиг. 99|, о которой мы знаемъ, что она относится къ нѣкоторому процессу съ водянымъ паромъ, но не сказано, съ какимъ, — насыщеннымъ

или перегрѣтымъ, |именно дѣло такъ и обстоитъ на практикѣ, — по индикаторной діаграммѣ мы вѣдь не можемъ сказать, каковъ былъ паръ, давшій діаграмму|. Требуется эту кривую перенести въ тепловую діаграмму.

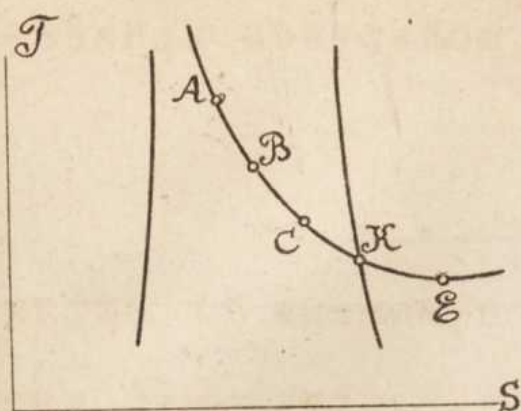
Въ зависимости отъ характера водянаго пара вопросъ этотъ распадается на 2, и вотъ именно какіе: 1) допустимъ, что данная намъ кривая на нѣкоторой своей части выражаетъ состояніе насыщеннаго пара. Если намъ извѣстны для точекъ этого участка кривой, массы и объ-

^{уравнение}
 емы участвовавшего здѣсь пара, то, пользуясь уравне-
 ніем :

$$v = xm + b,$$

справедливымъ для насыщеннаго пара, можемъ опредѣлить паросодержаніе x , такъ какъ намъ будетъ извѣстно u затѣмъ u , которое представляетъ собою функцію температуры T и давленіе p и, наконецъ, b . Опредѣливъ такимъ образомъ x , мы получаемъ возможность выдѣлить на соотвѣтствующей изотермѣ между двумя предѣльными кривыми, нѣкоторую точку A , соотвѣтствующую взятой нами выше точкѣ, нпр., a системы (p, v) .

Допустимъ, что мы такимъ образомъ перенесли на тепловую діаграмму точки a, b, c діаграммы (p, v) |фиг. 99| и получили въ системѣ (T, S) рядъ соотвѣтствующихъ имъ точекъ A, B, C |фиг. 100|, причемъ паросодержаніе получалось вездѣ ниже единицы, слѣд., паръ былъ насыщеннымъ. Но допустимъ, что для слѣдующей точки E паросодержаніе x оказалось > 1 . Это показываетъ, что этой точкой мы уже вышли изъ области насыщеннаго пара и перешли въ область перегрѣтаго. Слѣдовательно, гдѣ-то между точками c и E непремѣнно лежитъ точка K , паросодержаніе x которой равно единицѣ, а въ такомъ случаѣ выходитъ, что соотвѣтствующ-



фиг. 100.

щая ей точка К системы (T, S) непременно окажется на предельной кривой сухого насыщенного пара. Такимъ образомъ за точкой $|к|$ лежитъ уже область перегрѣтаго пара. Такъ какъ ур-іе

$$v = \alpha m + b$$

здѣсь уже непременно, то строить соответствующія точки по прежнему методу уже нельзя, — здѣсь придется обращаться уже къ построению энтропій перегрѣтаго пара. Что касается масштаба, въ которомъ придется откладывать ихъ дальше за точкой К, то разобратъ здѣсь можно такъ: пусть на кривой сухого насыщенного пара имѣются 2 точки К и K_1 |фиг. 101|. Для точки К имѣемъ по ур. |191| :

$$S = S_0 + c_p \lg \frac{T}{p^m},$$

для точки K_1

$$S_1 = S_0 + c_p \lg \frac{T_1}{p_1^m}.$$

Вычитая, находимъ :

$$S - S_1 = c_p \lg \left[\frac{T}{T_1} \cdot \left(\frac{p_1}{p} \right)^m \right].$$

Но съ другой стороны

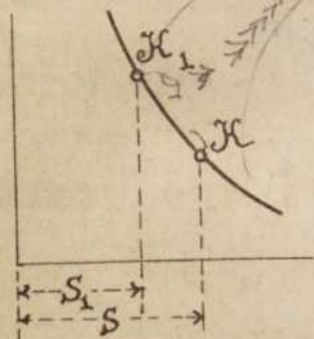
$$S - S_1 = \tau + \frac{\tau}{T} - \left(\tau_1 + \frac{\tau_1}{T_1} \right) = a,$$

гдѣ a — известное число миллиметровъ; отсюда находимъ,

чему соответствует I^m въ новомъ выраженіи разности энтропій :

$$I_{mm} = \frac{c_p \lg \left[\frac{T}{T_1} \cdot \left(\frac{p_1}{p} \right)^m \right]}{a}$$

Такимъ образомъ, если намъ данъ въ системѣ (p, v) нѣкоторый смѣшанный процессъ, на одной части котораго мы имѣемъ паръ насыщенный, а на другой - перегрѣтый, то нужно всегда уловить точку съ паросодержаніемъ $=1$, и



фиг. 101.

тогда одна часть діаграммы АК, - передъ этой точкой, - построится по одному способу; другая же KB, - по другому. Очевидно, что температуры точекъ

лежащихъ въ этой второй части KB, могутъ быть опредѣлены по характеристическому уравненію перегрѣтаго пара и если для точки В [фиг. 102] по данному для нея давленію p_B опредѣлится температура T_B , то энтропія S_B опредѣлится по ур. [191]. Если энтропію, температуру и давленіе для предѣльной точки К мы обозначимъ черезъ S_K, T_K и p_K , то, подобно вышеналис

ному, получимъ :

фиг. 102.

$$S_B - S_K = c_p \lg \left[\frac{T_B}{T_K} \cdot \left(\frac{p_K}{p_B} \right)^m \right],$$

и такимъ образомъ опредѣлимъ, сколько миллиметрамъ соответствуетъ это количество.



Намъ остается теперь посмотрѣть, каковы будутъ уравненія изотермы, адіабаты и изодинамы для перегрѣтаго пара.

I) Ур-іе АДІАБАТЫ, какъ мы знаемъ, можетъ быть выведено на основаніи условія $dS=0$, или $S = \text{const.}$, т.е. представляется въ данномъ случаѣ въ формѣ

$$S_0 + c_p \lg \frac{T}{p^m} = \text{const.};$$

иначе

$$\lg \frac{T}{p^m} = \text{const.};$$

ибо $\frac{\text{const.} - S_0}{c_p}$ есть опять нѣкоторое const.

Если $\lg$ есть const. , то и аргументъ его также равенъ const. , т.е.

$$\frac{T}{p^m} = \text{const.}$$

Такъ какъ для какой либо другой точки съ аргументами p_1 и T_1 , мы будемъ опять имѣть

$$\frac{T_1}{p_1^m} = \text{const.},$$

то два послѣднихъ ур-ія можно соединить въ одно, написавъ

$$\frac{T}{p^m} = \frac{T_1}{p_1^m},$$

что, наконецъ, даетъ намъ окончательную форму ур-ія адіабаты

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1} \right)^m. \quad (192)$$

Аналогическую формулу можно вывести также и для совершенных газов .

2) УР-ІЕ ИЗОТЕРМЫ получится изъ условія

$$T = \text{const.}$$

Принимая это во вниманіе, получаемъ ур-іе изотермы изъ характеристическаго ур-ія |164|, въ которомъ R и T теперь будутъ оба постоянными. Такимъ образомъ мы получаемъ ур-іе изотермы въ видѣ :

Изотерма $pv + Cp^n = \text{const.}$ (1)

Зависимость между количествомъ тепла, участвующимъ въ изотермическомъ процессѣ съ перегрѣтымъ паромъ, и прочими факторами можетъ быть установлена хотя бы на основаніи того же основнаго уравненія |185|:

$$dQ = Cp dT - AR T \frac{dp}{p} (18)$$

Такъ какъ при изотермическомъ процессѣ

$$dT = 0$$

то ур-іе |185| для этого случая принимаетъ видѣ :

$$dQ = - AR T \frac{dp}{p} .$$

Если процессъ начался въ точкѣ |1|, гдѣ имѣлось давленіе p_1 и температура T_1 и кончился въ точкѣ гдѣ давленіе было равно p_2 |температура осталась той же, равной T_1 |, то въ немъ участвовало тепло выражаемое въ видѣ :

$$Q = - AR T_1 \int_1^2 \frac{dp}{p} = + AR T_1 \int_2^1 \frac{dp}{p}$$

$$Q = AR T_1 (\lg p_1 - \lg p_2) = AR T_1 \lg \frac{p_1}{p_2} \quad (195)$$

ИЗОДИНАМА имѣетъ своимъ дифференціальнымъ урав-
іемъ ур-іе вида

$$dU = 0,$$

$$U = U_0 + \frac{1-m}{m} p v$$

орое въ данномъ случаѣ въ виду |190|, напишется
интегральной формѣ такъ :

$$\frac{1-m}{m} A p v = \text{const.}$$

ѣ какъ коэффициентъ при (p, v) есть также величи-
постоянная

$$A \frac{1-m}{m} = \text{const.},$$

предыдущее ур-іе принимаетъ видъ

$$\text{Изодинама } p v = \text{const.} \quad (194)$$

Таково ур-іе изодинамы. Въ данномъ случаѣ это
есть нѣкоторая гипербола. Какъ видимъ, изотерма и изо-
ама въ случаѣ перегрѣтаго водянаго пара одна отъ
гой отличны |въ случаѣ совершенныхъ газовъ эти
выя совпадали|. Мы видимъ здѣсь, что тепло, получае-
по изотермѣ, уже не уходитъ исключительно на виѣш-
работу, ибо часть его должна будетъ уйти еще на
ѣненіе, dU , внутренней энергіи, чего въ случаѣ со-
вершенныхъ газовъ не было. Нетрудно вывести и выраже-
для Q , здѣсь участвующаго. -

§ II ЦИКЛЬ ПАРОВЫХЪ МАШИНЪ, РАБОТАЮЩИХЪ ПЕРЕГРѢТЫМЪ ПАРОМЪ.

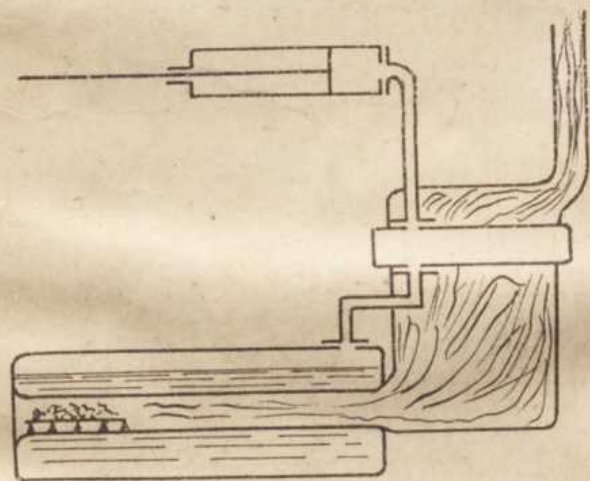
Перегрѣвъ пара играетъ большую роль въ нѣкоторыхъ паровыхъ машинахъ. Паръ поступаетъ къ нимъ изъ котла, проходя по пути черезъ спеціальную систему трубъ, такъ наз. ПЕРЕГРѢВАТЕЛЬ, нагрѣваемый, обыкновенно, тѣми же горячими газами, которые омываютъ котелъ и уходятъ обыкновенно бесполезно въ трубу. Въ виду широкаго распространенія перегрѣвателей, особенно въ послѣднее время, мы остановимся немного на этомъ вопросѣ. —

Въ топкѣ котла Температура доходитъ обыкновенно до 1500° C | даже при плохихъ качествахъ употребленнаго въ дѣло матеріала она не опускается при работѣ его ~~не~~ ниже 1200° |, между тѣмъ какъ самый котелъ, значитъ вода и паръ имѣютъ температуру лишь около 200° съ небольшимъ. Такимъ образомъ система „котелъ-топка“ совершенно не удовлетворяетъ тѣмъ основнымъ требованіямъ, которымъ должна удовлетворять хорошая тепловая машина, работающая по циклу Ранкина: отдаваемое тепло должно быть получаемо при температурѣ верхняго источника, т.е. топки, а мы его получаемъ при температурѣ котла, много низшей; это сильно понижаетъ коэффициентъ полезнаго дѣйствія машины.

Въ нашихъ машинахъ мы, такимъ образомъ, используемъ лишь малую часть развиваемаго въ топкѣ тепла,

большая же часть его пропадает совершенно для нас бесполезно, — частью уносится продуктами горѣнія черезъ трубу наружу, частью уходитъ на нагрѣваніе самой трубы, дымовыхъ ходовъ, котельной и проч. Является вопросъ объ утилизаціи этой доли тепла для перегрѣва пара на пути его къ машинѣ, путемъ перевода его черезъ перегрѣватель.

Разбирая процессъ идеальной паровой машины, мы разбирали, въ сущности, условія работы цѣлой системы состоявшей изъ машины, котла и холодильника. Вводя перегрѣватель мы тѣмъ самымъ измѣняемъ прежнюю систему



фиг. 103.

вводимъ въ нее воздѣйствіе нѣкоторой добавочной доли тепла, до того уходившей для насъ совершенно бесполезно. Спрашивается какъ велика выгода такимъ образомъ приобретаемая?

Для этого рассмотримъ, какъ велико количество тепла, требующееся въ случаѣ машины работающей насыщеннымъ паромъ, а затѣмъ — въ случаѣ машины, работающей паромъ перегрѣтымъ? Подсчетъ этотъ сдѣлаемъ для I-го килограмма жидкости.

Въ первомъ случаѣ, когда машина работаетъ насыщеннымъ паромъ, мы, какъ это уже было выяснено выше, рас-

ходуемъ тепло прежде всего на нагрѣваніе воды съ температурой T_0 холодильника до температуры T_1 въ котлѣ; на это уйдетъ количество тепла q , выражаемое интеграломъ

$$q_{T_1} = \int_{T_0}^{T_1} c dT$$

Для того, чтобы затѣмъ получить паръ съ паросодержаніемъ x_1 , мы должны затратить еще тепло $x_1 r_1$, гдѣ r_1 есть скрытая теплота парообразованія. Такимъ образомъ для полученія насыщеннаго до степени X пара требуется на каждый килограммъ воды тепло Q_1 въ размѣрѣ

$$Q_1 = q_{T_1} + x_1 r_1 \quad (B)$$

Въ случаѣ перегрѣтаго пара расходъ тепла будетъ больше. Затративъ опять на такой же нагрѣвъ воды то же количество тепла q_{T_1} , мы затѣмъ нагрѣваемъ этотъ килограммъ воды уже до тѣхъ поръ, пока не получимъ сухой насыщеннаго пара [$X_1 = 1$], на что уйдетъ количество тепла r_1 (въ первомъ случаѣ уходило $x_1 r_1$). Но нагрѣваніе на этомъ не прекращается, — оно идетъ дальше, причемъ давленіе перегрѣваемого пара поддерживается на той же высотѣ, какъ обыкновенно, — повышать его мы не имѣемъ возможности, ибо это грозило бы цѣлости нашей системы. Такимъ образомъ паръ перегрѣвается съ температуры t_1 , которую онъ имѣлъ находясь въ котлѣ, до температуры t_2 перегрѣвателя. Такъ какъ процессъ про-

исходить при постоянномъ давленіи, то это послѣднее количество тепла выразится произведеніемъ

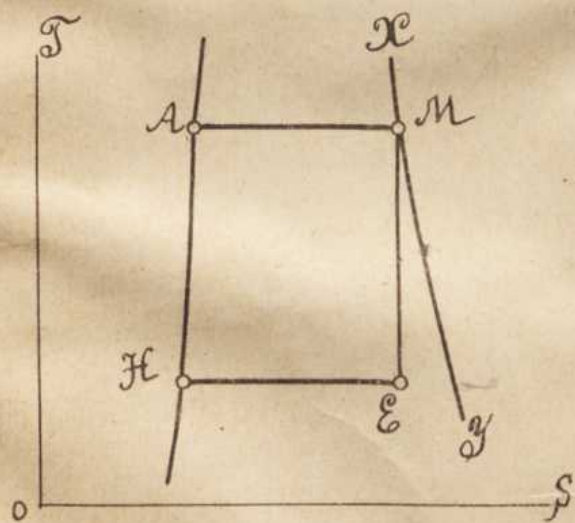
$$C_p (t_2 - t_1)$$

Слѣдовательно, все количество тепла, Q_2 , подлежащее
полученію изъ топки въ случаѣ перегрѣтаго пара, выра-
жается уравненіемъ :

$$Q_2 = q_1 + z_1 + C_p(t_2 - t_1) \quad \dots \quad (c)$$

Чтобы судить объ экономичности перегрѣва, мы должны сравнить оба количества тепла $|v|$ и $|c|$ съ тою работою, которую производитъ паръ въ первомъ и второмъ случаяхъ, причемъ, въ интересахъ простоты и наглядности, обратимся къ тепловымъ діаграммамъ, иллюстрирующимъ оба эти случая //

Допустимъ, что наша машина есть машина идеальная, работающая по циклу Ранкина. Построимъ этотъ циклъ



сначала для случая насыщенного
пара, - пусть это будетъ циклъ
NAME, изображенный на фиг. 104,
а затѣмъ перейдемъ къ случаю
перегрѣтаго пара. Діаграмма на
на должна будетъ изобразить

фил. 104.

фиг. 104. здѣсь слѣдующее: проводя паръ
черезъ нагрѣватель, мы во-первыхъ, доводимъ его до
паросодержанія, равнаго единицѣ, — ведемъ до точки М
фиг. 104, но на этомъ не останавливаемся и ведемъ на-

грѣвъ дальше. Температура пара повышается, но давленіе какъ мы уже указывали, остается прежнимъ, такъ что на грѣваніе происходитъ по кривой постояннаго давленія, выходящей изъ точки М. Строить эту кривую въ координатахъ (T, S) мы будемъ по прежнему методу, находя по даннымъ p и V температуры T , — энтропіи же найдутся по формулѣ

$$S = S_0 + C_p \lg \frac{T}{p^m}, \dots (191)$$

гдѣ придется въ данномъ случаѣ положить

$$p = \text{const.},$$

въ силу чего уравненіе энтропіи приметъ видъ :

$$S = C + C_p \lg T,$$

гдѣ черезъ C мы обозначимъ новое постоянное, выражаемое суммой

$$C = S_0 - C_p \lg p^m.$$

Такимъ образомъ разность энтропій для какихъ либо двухъ точекъ діаграммы $|2|$ и $|1|$ выразится уравненіемъ

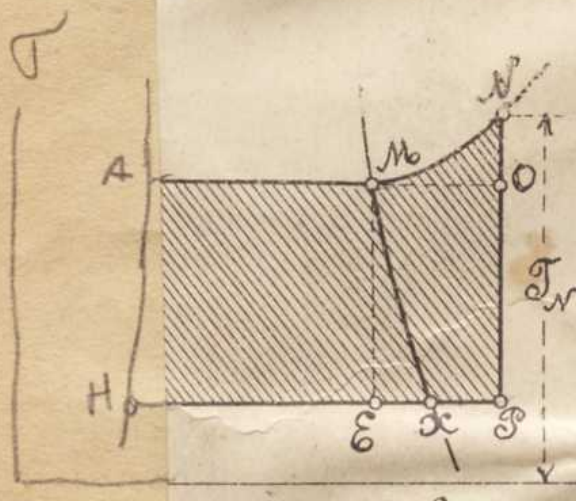
$$S_2 - S_1 = C_p \lg \frac{T_2}{T_1}$$

Относительно соблюденія однородности масштаба мы уже говорили раньше. Подобное же выраженіе мы имѣли, когда рассматривали политропическій процессъ измѣненій совершеннаго газа, — мы также имѣли тамъ извѣстную логарифмическую кривую, исследовали ея теченіе и видѣли,

то при известных предположениях потерь или вовсе
или и въ случаѣ перегрѣтаго пара, или имеет видъ
изображенный на фиг. 105.

Такимъ образомъ, начиная съ точки M , процессъ рабо-
ты нашей машины пойдетъ дальше по при-
вой MN |фиг. 106| кончаясь въ некоторой
точкѣ ея N , когда температура T пара до-
стигнетъ той высшей температуры, которую
спитъ въ данной машинѣ.

Закончивъ процессъ нагрева въ точкѣ N , мы затемъ пре-
доставимъ пару расширяться
подъ поршнемъ адиабатически
по адиабатѣ NR , послѣ чего по
изотермѣ RN холодильника пре-
доставимъ ему возвратиться
опять въ начальную точку про-
цесса A . Такимъ образомъ этотъ



фиг. 106.

новый циклъ отличается отъ цикла Ранкина тѣмъ что
имѣетъ придатокъ MNR въ области перегрѣтаго пара, ко-
торого тамъ не было. Что работа этого нового ци-
кла выгоднѣе нежели работа по циклу Ранкина, можно
показать на основаніи тѣхъ же рассужденій, что и въ
случаѣ сравненія цикловъ Ранкина при пересодержаніи
 X и паросодержаніи $=1$. Мы тамъ увидѣли, что при добавленіи
приращенія $CMEN$ |см. фиг. 89| сдѣлаемъ то, что сдѣлаемъ

на повышеніе коэффициента η . Понятно, что если бы мы увеличили площадь цикла АМЕН новымъ прямоугольникомъ, МОРЕ, ограниченнымъ обѣими изотермами и адиабатами, то коэффициентъ η увеличился бы опять. Но въ дѣйствительности мы прибавляемъ еще больше, — мы прибавляемъ ту же площадь МОРЕ плюсъ еще площадь МНО, — очевидно, что это вызоветъ еще большій подъемъ коэффициента η .

Къ тому же заключенію мы пришли бы, если бы замѣтили, что средняя температура, при которой происходитъ ученіе тепла, въ процессѣ съ перегрѣтымъ паромъ несомнѣнно выше, чѣмъ въ процессѣ съ паромъ насыщеннымъ. Дѣйствительно, въ этомъ послѣднемъ полученіи тепла происходило все время по изотермѣ АМ. Въ процессѣ же съ перегрѣтымъ паромъ, начиная отъ точки М, температура начинаетъ подыматься до нѣкоторой T_N ; очевидно, что средняя температура процесса несомнѣнно будетъ выше температуры прежней изотермы АМ, а такъ какъ η — функция температуры, вообще говоря, сейчасъ же скажется на увеличеніи коэффициента η , то увеличеніе экономичности путемъ перегрѣва пара не подлежитъ никакому сомнѣнію.

К О Н Е Ц Ъ.

Настоящее изданіе перепечатано
изъ предыдущаго изданія, составле

