

621.914.6

ПРОФИЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ УСТАНОВКИ ШЛИФОВАЛЬНЫХ КРУГОВ ДЛЯ ЗАТЫЛОВАНИЯ ПРЕЦИЗИОННЫХ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ

Ассист. С.В. МИШКИН

Разработана математическая модель радиального затылования червячной модульной фрезы. Описано профилирование шлифовального круга, предназначенного для затылования прецизионной червячной модульной фрезы. Предложен численный критерий для отбраковки установок круга, приводящих к самопересечению расчетного профиля круга.

The model of radial grinding of an involute gear hob is developed. This study is focused on some features of profiling of abrasive wheel intended for hob clearance face grinding. The numerical criterion for rejection of abrasive wheel position leading to crossing in calculated profile of the wheel is offered.

При радиальном затыловании червячных модульных фрез с эвольвентным основным червяком необходимо определить профиль затыловочного шлифовального круга и такие параметры его установки при шлифовании, при которых вновь получаемые при переточках режущие кромки фрезы на всём сроке её службы до полного использования имеют отклонения от поверхности основного червяка, не выходящие за пределы допусков, регламентированных стандартами на прецизионные червячные модульные фрезы.

Разработана математическая модель формообразования режущих кромок, позволяющая профилировать и оптимизировать установку затылованных шлифовальных кругов с целью снижения погрешностей, возникающих по мере переточки фрезы. Разработанная модель позволяет: отбраковывать установки круга, приводящие к самопересечению на его расчетном профиле; задавать угол стачивания при условии сохранения параметров точности; избегать задевания торцом круга кромки на соседнем витке; получать заданные задние углы на боковых сторонах и по вершинам фрезы; сохранять заданную точность обработки (при сохранении максимального угла стачивания). Поиск оптимального решения эквивалентной задачи проводился генетическим методом, т. е. определялся глобальный оптимум, а затем найденное решение уточнялось методом главных направлений, т. е. проводилась локальная оптимизация.

Одной из составляющих частей модели, рассматриваемой ниже, является точное профилирование шлифовального круга, предназначенного для затылования червячной модульной фрезы.

Для радиального затылования боковой поверхности зуба фрезы используется коническая поверхность чашечного шлифовального круга любые кривые при профилировании описываются конечным множеством точек, заданных своими обобщенными координатами и векторами касательных к кривой в каждой точке. На данном этапе известна форма режущей кромки, полученная как линия пересечения поверхности основного червяка и передней поверхности. Требуется определить профиль затыловочного круга и параметры его установки, обеспечивающие требования, сформулированные выше.

Схемы установки показаны на рис. 1 и 3, схема расчета — на рис. 2.

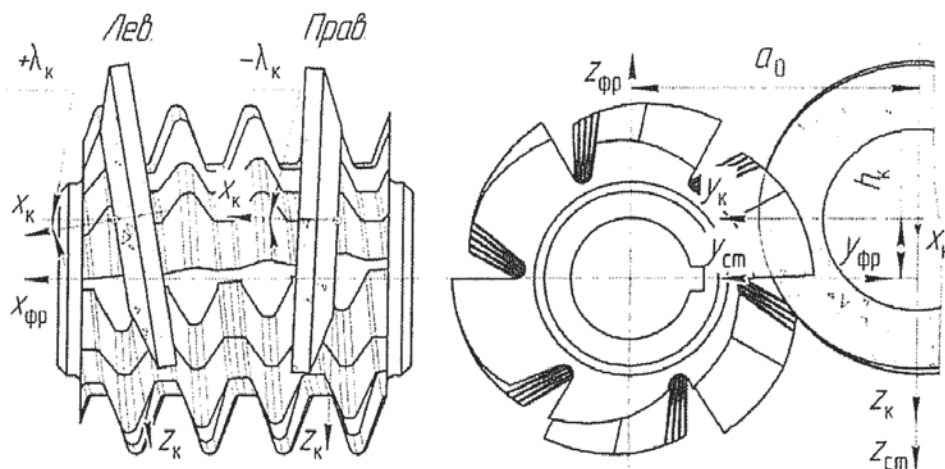


Рис. 1. Схема установки дискового шлифовального круга

Каждая точка режущей кромки фрезы и прилегающий к ней элементарный участок лезвия фрезы обрабатывается шлифовальным кругом в такой момент движения (т.е. при таком угле ее поворота θ), при котором относительная скорость v точки кромки фрезы в системе осей круга и касательная к режущей кромке T являются касательными к поверхности

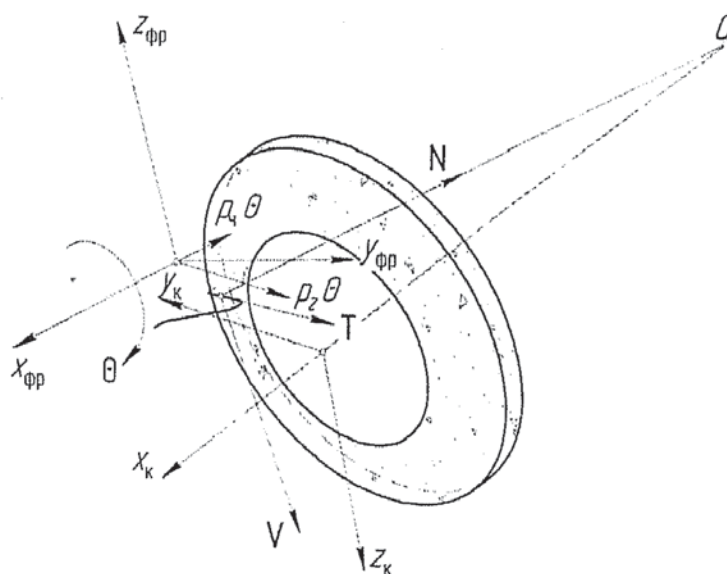


Рис. 2. Расчетная схема профилирования круга

круга*. Математическим условием, позволяющим получить уравнение для определения угла θ , соответствующего этому моменту движения, является выражение

$$N_y z - N_z y = 0,$$

где N_y и N_z — проекции вектора N , который в этот момент равен векторному произведению двух векторов касательных к поверхности круга v и T , т.е. является нормалью к поверхности

* Цепков А. В. Профилирование заточенных инструментов. — М.: Машиностроение, 1979. — 150 с.

круга; y, z — координаты рассматриваемой точки режущей кромки, пересчитанные в систему осей шлифовального круга.

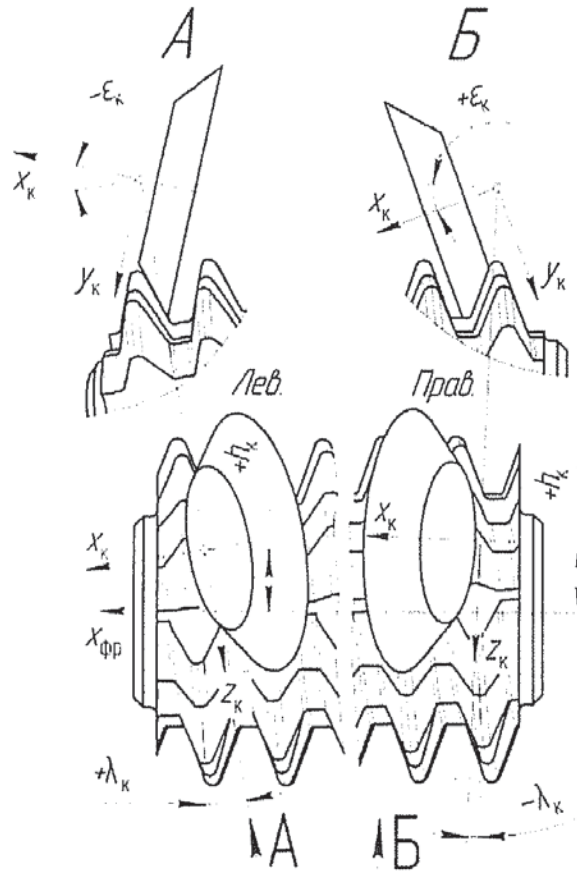


Рис. 3. Схема установки чашечного шлифовального круга

Для получения входящих в уравнение величин следует составить матрицы для последовательного пересчета координат точки режущей кромки фрезы и вектора касательной к кромке в этой точке в систему координат шлифовального круга. Кроме поворота на угол θ вокруг своей оси придадим фрезе движение, равное по величине и противоположное по направлению движению затыловочного круга, а сам круг будем считать неподвижным (метод обращенного движения). Тогда в соответствии с принятым способом задания положения круга на станке (рис. 1 и 3) матрицы, не зависящие от угла поворота фрезы θ , с помощью которых осуществляется переход от системы круга в систему станка и обратно, можно записать в виде

$$M_{\text{ск}} = M_3(-h_k) M_6(-\epsilon_k) M_5(-\lambda_k) = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_k \cos \lambda_k & \sin \epsilon_k & -\cos \epsilon_k \sin \lambda_k & 0 \\ -\sin \epsilon_k \cos \lambda_k & \cos \epsilon_k & \sin \epsilon_k \sin \lambda_k & 0 \\ \sin \lambda_k & 0 & \cos \lambda_k & -h_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\text{ск}} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_k \cos \lambda_k & \sin \epsilon_k & -\cos \epsilon_k \sin \lambda_k \\ -\sin \epsilon_k \cos \lambda_k & \cos \epsilon_k & \sin \epsilon_k \sin \lambda_k \\ \sin \lambda_k & 0 & \cos \lambda_k \end{bmatrix}, \quad M_{\text{ск}} = M_{\text{ск}}^{-1}; \quad L_{\text{ск}} = L_{\text{ск}}^{-1},$$

где M_3 — матрица перемещения вдоль оси Oz , M_6 и M_5 — матрицы поворотов вдоль осей Oz и Oy соответственно. Матрицы, обозначенные как M , служат для пересчета координат радиусов-векторов, а матрицы, обозначенные как L , служат для пересчета координат векторов касательных и нормалей.

Матрицы, зависящие от угла поворота фрезы θ , посредством которых осуществляется переход от системы фрезы в систему станка и обратно (с помощью обратных матриц), можно вывести из рис. 2. и записать так:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -p_\psi\theta \\ 0 & -\cos\theta & -\sin\theta & a_0 - p_\psi\theta \\ 0 & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; L(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

где p_ψ — винтовой параметр основного червяка фрезы, p_ψ — параметр затылования (приближение круга к фрезе в миллиметрах при повороте фрезы на один радиан), a_0 — расстояние между системами координат фрезы и станка, измеренное вдоль оси Oy фрезы при $\theta = 0$ (рис. 4). Расстояние a_0 рассчитывается из условия равенства габаритного радиуса шлифовального круга наперед заданной величине.

Пересчет точки кромки в систему круга $r = M_{\text{кк}} M(\theta) r_K$. Направление касательной к кромке в системе круга $T = L_{\text{кк}} L(\theta) T_K$.

Для определения относительной скорости точки кромки v продифференцируем выражение радиуса-вектора точки в системе осей круга по аргументу θ

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{\partial M_{\text{кк}} M(\theta) r_K}{\partial \theta} = L_{\text{кк}} \frac{\partial M(\theta) r_K}{\partial \theta} = L_{\text{кк}} \frac{\partial M(\theta)}{\partial \theta} r_K.$$

Таким образом, скорость точки кромки в системе координат круга

$$v = L_{\text{кк}} M'(\theta) r_K, \text{ где } M'(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -p_\psi \\ 0 & \sin\theta & -\cos\theta & -p_\psi \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Нормаль к затылованной поверхности $N = T \times v$

Условие пересечения нормали и оси круга $f(\theta) = 0$ (1), где

$$f(\theta) = \frac{N_y(\theta) r_z(\theta) - N_z(\theta) r_y(\theta)}{|r(\theta)| |N(\theta)|}.$$

Корень уравнения (1) находится численными методами. Для первой точки кромки уточняем корень сначала методом деления пополам, а когда промежуток станет достаточно малым (чтобы считать функцию монотонной и имеющей один корень на этом промежутке) для ускорения сходимости уточнение проводим методом Ньютона.

При отсутствии нормирующего множителя $\frac{1}{|r(\theta)| |N(\theta)|}$ в (1) алгоритм поиска корня

работает не устойчиво, поэтому рекомендуется сохранять этот множитель при расчетах. При вычислении угла поворота фрезы для последующих точек кромки использовалось предсказание корней. Основываясь на том факте, что кромки на фрезе почти прямые, предполагаем, что закон изменения угла поворота фрезы от точки к точке также близок

к линейному, и, зная значения двух предыдущих корней, можно экстраполировать следующее:

$$\begin{cases} \theta_1 = bt_1 + c \\ \theta_2 = bt_2 + c \end{cases}. \text{ Пусть } \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 0 \end{cases}, \text{ тогда } \begin{cases} \theta_1 = -b + c \\ \theta_2 = c \end{cases}; \begin{cases} c = \theta_2 \\ b = \theta_2 - \theta_1 \end{cases}.$$

Подставив коэффициенты в полином, получим генерирующее отношение

$$\theta_3(t_1) = \theta_3(1) = b + c = 2\theta_2 - \theta_1.$$

С учетом всего сказанного выше для первой точки кромки

$$\theta = \text{Корень}(f(\theta) = 0, \theta_{\text{нач}}, \text{ шаг } 0.05, \varepsilon); \theta_1 = \theta; \theta_2 = \theta,$$

для последующих точек кромки

$$\theta = \text{Корень}(d(\theta) = 0, 2\theta - \theta_1, \varepsilon); \theta_1 = \theta_2; \theta_2 = \theta,$$

где «Корень» — имя процедуры поиска корня.

Погрешность $\varepsilon = 10^{-12}$.

Вычислив углы затылования для каждой точки режущей кромки, можно найти координаты точек профиля круга в осевом сечении и углы наклона касательных в этих точках

$$x_{\text{пк}} = r_x; y_{\text{пк}} = \sqrt{r_y^2 + r_z^2}; \varphi = \varphi_{\text{пол}}(r_y, r_z); \alpha_{\text{пк}} = \varphi_{\text{пол}}(n_y \cos \varphi + n_z \sin \varphi, -n_x).$$

Данная задача решается для каждой стороны и для каждой точки кромки (с номером i), лежащей на основном червяке.

При изготовлении прецизионных червячных фрез точный участок и фланк обрабатывают одним затыловочным шлифовальным кругом. При некоторых установках круга относительно фрезы могут возникать самопересечения на расчетном профиле круга. Самопересечение возникает потому, что для обработки участка 1 (рис. 4, а) требуется участок круга вплоть до точки 13, а для обработки участка 2 нужен круг от 16-ой точки. Позиция 13 указывает на линию контакта круга с кромкой — геометрическое множество точек, в которых круг контактирует с кромкой. Участки круга А—13 и А—16 будут подрезать кромку. Участок кромки, соответствующий точкам 13—16, при данной установке обработать нельзя, так как круг контактирует с кромкой в этих точках стороной своей поверхности, обращенной внутрь тела круга. Если исключить самопересечение, то круг не обработает участок кромки фрезы, соответствующий вырезанному участку профиля круга. Чтобы обрабатывать одним кругом точный участок кромки (от которого образуется эвольвента на колесе), скругление головки зуба фрезы, фланк и, возможно, дно зуба фрезы, нужно найти такие установки круга, при которых явление самопересечения не возникает (эта же установка должна обеспечить сохранение точности фрезы при переточках, заданный запас на переточки и другие важные параметры фрезы).

Избежать явления самопересечения можно подбором параметров положения круга относительно фрезы так, чтобы свести расстояние между точками 13 и 16 к нулю. Для выделения крайних точек из всего множества предлагается следующий критерий.

На нормальном участке профиля круга вектор касательной в i -ой точке составляет с хордой $i, i+1$ небольшой острый угол (можно считать, что при достаточной плотности точек этот угол не должен превышать наперед заданной величины, например 30°). В точке 13 этот угол становится тупым (рис. 4, а), а в точке 16 снова острым. Таким образом, по смене угла с острого на тупой и наоборот определяются точки, по которым вычисляется расстояние $d = |13, 16|$. Если самопересечения нет (рис. 4, б), то касательная всегда имеет малый острый угол с сопряженной хордой. В этом случае принимаем $d = 0$.

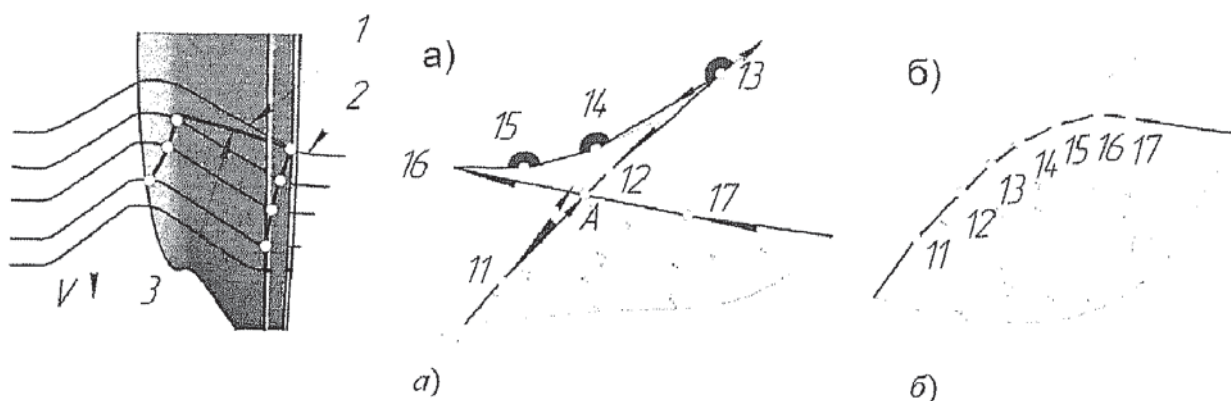


Рис. 4. Возможные варианты профиля круга

Расстояние d увеличивает целевую функцию на величину $\alpha_d d$, где α_d — коэффициент влияния (метод штрафов). Минимизация целевой функции генетическим алгоритмом позволяет легко находить установки круга, при которых явление самопересечения не возникает.

Моделирование показало возможность снижения органической погрешности червячной фрезы до 4 мкм (по стандарту допускаемая погрешность для фрезы $m = 10$ составляет 6 мкм) при затыловании и заточке коническими кругами, что позволит изготавливать червячные фрезы класса точности ААА. Однако максимальные углы стачивания невелики и не превышают 60% от требований стандартов. Это происходит из-за того, что круг упирается во фланк или во впадину фрезы. Исключение фланка и впадины из расчета позволяет достигнуть нужных величин углов стачивания при сохранении высокой точности кромок. Возникает задача поиска новых форм впадин червячных фрез (включающих и фланк), оптимальных с точки зрения получения максимального угла стачивания, но сохраняющих возможность образования закруглений на нарезаемом колесе, которые обеспечат плавность его работы. Моделирование позволяет выявить возможности повышения точности профиля фрез, а практическая реализация результатов расчета — повысить точность профиля эвольвентных зубчатых колес, если фреза является чистовым инструментом или уменьшить припуск на их последующую чистовую обработку шевингованием или шлифованием.