

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.833.6

Соосные передачи с многопарным зацеплением

М.М. Ермолаев, Ю.В. Синицына, А.В. Зайцева

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Coaxial transmissions with multipair gearing

M.M. Ermolaev, Y.V. Sinitsyna, A.V. Zaytseva

Bauman Moscow State Technical University

Показано, что одним из факторов, оказывающих наибольшее влияние на удельный момент редуктора, является суммарный коэффициент перекрытия. В передачах с многопарным зацеплением этот коэффициент может достигать половины общего числа зубьев тихоходного колеса. Проанализированы виды таких передач, изготавливаемые в настоящее время. Отмечены преимущества волновой передачи с промежуточными телами качения и двумя волнами деформации перед другими видами передач. Приведены формулы для построения профиля колеса и генератора волн такой передачи. Указаны возможные пути ее оптимизации.

EDN: DARWFF, <https://elibrary/darwff>

Ключевые слова: передачи с многопарным зацеплением, планетарно-цевочная передача, волновая зубчатая передача, промежуточные тела качения, свободная обойма

The paper shows that one of the factors having the greatest impact on the specific torque of the gearbox is the total overlap coefficient. In gears with multi-pair gearing, this coefficient can reach half of the total number of teeth of a slow-moving wheel. The types of transmissions currently manufactured are analyzed. It is shown that wave transmission with intermediate rolling elements and two deformation waves, which has not been described in the literature to date, has certain advantages. Formulas for constructing the profile of a wheel and a wave generator of a similar transmission are given. Possible ways for its optimization are indicated.

EDN: DARWFF, <https://elibrary/darwff>

Keywords: transmissions with multipair gearing, cycloidal transmission, wave gear transmission, intermediate rolling elements, free cage

Современные технологические, транспортирующие и транспортные машины (станки с числовым программным управлением, промышленные и мобильные роботы и др.) можно рассматривать как совокупность отдельных приводов, обеспечивающих линейные и круговые перемещения рабочих органов [1, 2]. В машинах с последовательной кинематикой

(например, в шестиосевых роботах-манипуляторах) каждый привод вращения наряду с рабочим органом (захватом) перемещает элементы несущей конструкции, а также другие приводы, как правило, меньшего размера.

Таким образом, помимо энергоэффективности, точности и жесткости, на технические характеристики машины существенно влияет

удельный момент на выходном валу привода T_m , представляющий собой отношение развиваемого приводом крутящего момента T к его массе m : $T_m = T/m$. Согласно ГОСТ 31592–2012 (Редукторы общемашиностроительного применения), обратная величина удельного момента на выходном валу привода названа относительной массой $m_T = m/T = 1/T_m$.

Удельный момент электропривода зависит от удельного крутящего момента редуктора, который он может обеспечивать на выходном валу в течение срока службы, а также от удельной мощности электродвигателя — отношения развиваемой им мощности к его массе. Крутящий момент на выходном валу электродвигателя зависит от размеров ротора и силы тока в обмотках, а частота вращения вала — от напряжения питания и возможностей системы управления. Таким образом, наибольшую удельную мощность будут иметь электродвигатели с высокой частотой вращения выходного вала. Это приводит к необходимости использования редукторов с большими передаточными числами, допускающих высокую частоту вращения быстроходного вала.

В редукторах, построенных на базе традиционных передач (цилиндрической, конической, гипоидной и червячной), крутящий момент на выходной вал в каждый момент времени передается небольшим количеством пар зубьев, среднее число которых равно коэффициенту перекрытия ϵ_γ , составляющему до двух в прямозубой передаче и, как правило, до трех в косозубой [2]. При общем числе зубьев тихоходного колеса $z_2 = 40 \dots 320$ доля его зубьев, участвующих в передаче нагрузки, $\epsilon_z = \epsilon_\gamma/z_2 = 0,006 \dots 0,008$. В многопоточных и планетарных передачах этот параметр увеличивается

пропорционально числу потоков или сателлитов, достигая $\epsilon_z = 0,250$ [3, 4].

Теоретически одновременно под нагрузкой может находиться половина общего числа зубьев тихоходного колеса, что соответствует $\epsilon_z = 0,500$ и реализуется в передачах с многопарным зацеплением. К последним можно отнести планетарно-цевочные передачи (ПЦП, рис. 1, а) [5–7], волновые зубчатые передачи (ВЗП, рис. 1, б) [2], волновые передачи с промежуточными телами качения (ВПТК, рис. 1, в) [8–11] и передачи с промежуточными телами качения и свободной обоймой (ПТКСО, рис. 1, г) [12–14].

Цель статьи — разработка унифицированных зависимостей для описания геометрических характеристик зубчатых профилей плоских передач с многопарным зацеплением в пригодном для их прочностного расчета и оптимизации виде.

В ПЦП функцию тихоходного колеса выполняет обойма с цевками — цилиндрическими роликами, обкатывающимися по рабочему профилю сателлитов, представляющему собой эквидистанту к укороченной эпициклоиде (реже — гипоциклоиде). Опоры сателлитов установлены на эксцентриках быстроходного (эксцентриксового) вала, вращение которого приводит сателлиты в плоскопараллельное движение относительно корпуса передачи. Чтобы сателлиты не могли поворачиваться относительно корпуса, в ПЦП предусмотрен механизм параллельных кривошипов, муфта Ольдгейма или шарнирный четырехзвенник, образованный несколькими эксцентриковыми валами. Для статической балансировки ПЦП, как правило, изготавливают с несколькими сателлитами, установленными в противофазе.

Силы в зацеплении цевок с сателлитами действуют в различных плоскостях, что приво-

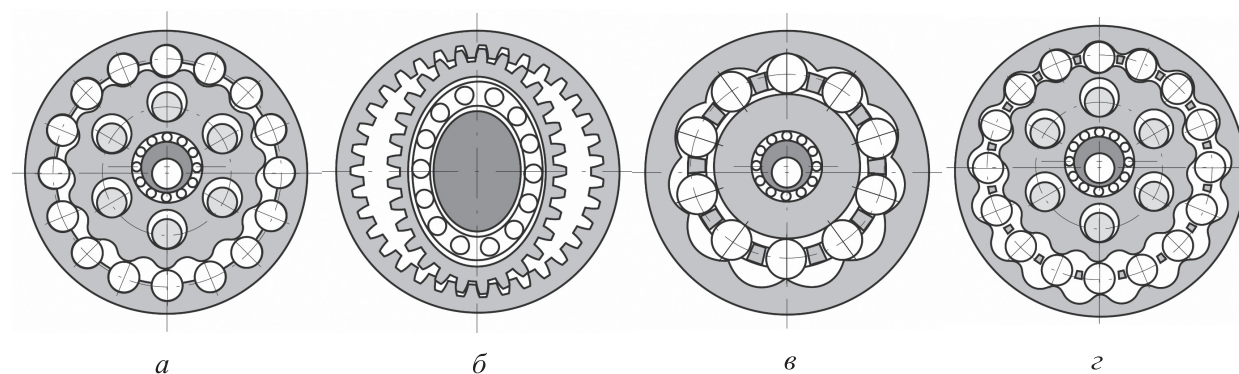


Рис. 1. Схемы соосных передач с многопарным зацеплением:
а — ПЦП; б — ВЗП; в — ВПТК; г — ПТКСО

дит к перераспределению нагрузки между сателлитами, их перекоосу относительно цевок и нежелательной концентрации нагрузки в ПЦП. Центробежные силы, действующие на сателлиты при большой частоте вращения эксцентрикового вала, увеличивают концентрацию нагрузки в ПЦП. В связи с этим частота вращения быстроходного вала ПЦП ограничена, что не позволяет использовать двигатели большой мощности при ограниченном размере привода.

Еще одним недостатком ПЦП можно считать трение скольжения между цевкой и ободом, что ограничивает коэффициент полезного действия (КПД). Эта проблема решена в передачах с промежуточными телами качения и свободной ободом. В ПТКСО цевки одновременно зацепляются с рабочими поверхностями сателлитов, созданными эквидистантами к укороченным эпициклоидам, и рабочей поверхностью тихоходного колеса, образованной эквидистантой к укороченной гипоциклоиде. В зависимости от параметров этих кривых обода с цевками оказывается нагруженной незначительным крутящим моментом (в двухполюсных ПТКСО) или его не передает (в однополюсных ПТКСО), выполняя функцию сепаратора. Несмотря на повышенный КПД, вследствие схожей конструкции ПТКСО имеет большую часть недостатков ПЦП: динамическую неуравновешенность, концентрацию нагрузки и дополнительные механизмы, ограничивающие подвижность сателлитов.

В отличие от ПЦП и ПТКСО, ВЗП может быть полностью уравновешенной в плоскости зацепления. Ее тихоходное колесо, как правило, жесткое эвольвентное с внутренними зубьями числом z_2 с малым модулем. С ним зацепляется гибкое колесо (ГК), имеющее меньшее число зубьев z_1 и деформированное генератором волн (ГВ) так, чтобы оно могло зацепляться с жестким колесом того же модуля. Если в ВЗП реализовано не менее двух волн деформации ГК, то силы в плоскости зацепления будут уравновешены. При наличии двух волн деформации ГВ, установленный на быстроходном валу, может быть создан на основе гибкого подшипника, надетого на эллиптический кулачок. Для фиксации ГК относительно корпуса ВЗП (или относительно выходного вала) его выполняют достаточно габаритным в осевом направлении, либо на нем нарезают шлицы.

К недостаткам ВЗП можно отнести сложность изготовления ГК, увеличенные осевые

габаритные размеры редуктора, связанные с необходимостью обеспечения свободной деформации ГК при передаче им крутящего момента на корпус или выходной вал, а также пониженный КПД при передаче крутящего момента меньше номинального, обусловленный тратой энергии на деформацию ГК.

Подобных недостатков лишены волновые ПТКСО, где в качестве ГК выступают шарики или ролики, находящиеся в сепараторе, передающем крутящий момент на корпус или выходной вал. Профиль тихоходного колеса в таких передачах представляет собой эквидистанту к кривой, по которой перемещаются центры тел качения относительно этого колеса. Быстроходный вал в ВПТК, как и в ВЗП, связан с ГВ. Для уменьшения трения о ГВ его выполняют с подшипником качения.

К настоящему времени подробно исследованы и описаны в литературе ВПТК с одной волной деформации, где ГВ представляет собой эксцентрик. Несмотря на некоторые преимущества таких передач перед ПЦП и ПТКСО (отсутствие необходимости использования дополнительного механизма для снятия крутящего момента с сателлита), силы в плоскости зацепления ВПТК с одной волной деформации не уравновешены, что приводит к таким же недостаткам: неравномерности распределения нагрузки между эксцентриками и по длине контактных линий, динамической неуравновешенности и изгибающему моменту на эксцентриковом валу. Однако, в отличие от ПЦП и ПТКСО, подобных недостатков можно избежать в ВПТК с несколькими волнами деформации.

Радиальные силы, действующие на ГВ, будут уравновешены в любой плоскости, если ГВ будет обеспечивать, как минимум, две волны деформации (рис. 2, а). Для уменьшения трения тел качения о ГВ, на ГВ целесообразно установить гибкий подшипник, как в ВЗП с кулачковым генератором. В этом случае для двух волн деформации форма ГВ должна быть близка к эллипсу.

Введем следующие обозначения: z_w — число тел качения; $z_c = z_w + 2$ — число зубьев колеса. В каждый момент времени ГВ будет синхронизировать положение двух пазов сепаратора, расположенных напротив друг друга, с парой так называемых лунок между зубьями колеса. За полный оборот ГВ каждая пара пазов будет синхронизирована с какой-нибудь парой лунок. Так как $z_c > z_w$, колеса совершат поворот относительно сепаратора на два зуба.

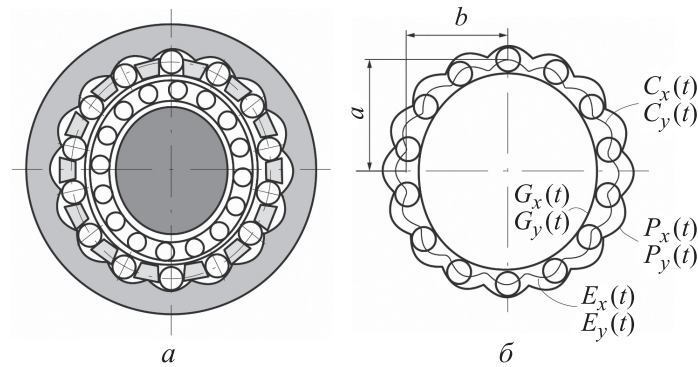


Рис. 2. ВПТК с двумя волнами деформации:

а — конструктивная схема; б — схема к расчету кривых, образующих профиль зуба

Передаточные числа определяем следующим образом:

- при закреплённом колесе

$$u_c = \frac{z_w}{z_c - z_w} = \frac{z_w}{2};$$

- при закреплённом сепараторе

$$u_w = \frac{z_c}{z_c - z_w} = \frac{z_c}{2} = u_c + 1.$$

В передаче с закреплённым колесом сепаратор будет вращаться в сторону, противоположную направлению вращения ГВ. В передаче с закреплённым сепаратором направления вращения колеса и ГВ будут совпадать.

Будем полагать, что центры тел качения находятся на эллипсе радиус-вектором $\mathbf{E}(s)$ с такими полуосями a и b , что $a > b$, где $s = 0 \dots 2\pi$ — свободный параметр (рис. 2, б). Тогда в системе координат ГВ компоненты радиус-вектора $\mathbf{E}(s)$ определяются выражениями

$$E_x(s) = b \sin s; \quad E_y(s) = a \cos s. \quad (1)$$

Профиль ГВ $\mathbf{G}(s)$ будет представлять собой эквидистанту к этому эллипсу. Обозначая диаметр тела качения через d_w , получаем

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{E}(s) - \frac{d_w}{2} \mathbf{N}_G(s), \quad (2)$$

где $\mathbf{N}_G(s)$ — вектор нормали к эллипсу, определяемому выражениями (1).

Компоненты вектора нормали $\mathbf{N}_G(s)$ имеют следующий вид:

$$N_{G_x}(s) = \frac{-\frac{dE_y}{ds}}{\sqrt{\left(\frac{dE_x}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dE_y}{ds}\right)^2}} = \frac{\sin s}{\sqrt{1 - (\varepsilon \cos s)^2}};$$

$$N_{G_y}(s) = \frac{\frac{dE_x}{ds}}{\sqrt{\left(\frac{dE_x}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dE_y}{ds}\right)^2}} = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2} \cos s}{\sqrt{1 - (\varepsilon \cos s)^2}},$$

где ε — эксцентриситет эллипса,

$$\varepsilon = (1 - b^2/a^2)^{0.5}.$$

Уравнение (2) представляет собой кривую, близкую к эллипсу с полуосями $a = d_w/2$ и $b = d_w/2$.

Чтобы определить кривую $\mathbf{C}(\varphi)$, по которой тела качения перемещаются в системе координат колеса, удобно перевести уравнения (1) в полярную систему координат. Введем обозначения: ρ — длина радиус-вектора из центра передачи до центра некоторого тела качения; φ — угол между большей полуосью эллипса и направлением на это тело качения. Тогда после некоторых преобразований получаем

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} \tan s;$$

$$\rho^2 = E_x^2 + E_y^2 = (b \sin s)^2 + (a \cos s)^2 = \frac{b^2}{1 - (\varepsilon \cos \varphi)^2}.$$

В системе координат колеса угол $\varphi = u_w t$, где t — угол поворота сепаратора, $t = 0 \dots 2\pi$. Так как направление на каждое тело качения задано геометрическими параметрами сепаратора, компоненты кривой $\mathbf{C}(\varphi)$ имеют вид

$$\begin{aligned} C_x &= \rho \sin t = \frac{b \sin t}{\sqrt{1 - [\varepsilon \cos(u_w t)]^2}}; \\ C_y &= \rho \cos t = \frac{b \cos t}{\sqrt{1 - [\varepsilon \cos(u_w t)]^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рабочий профиль колеса представляет собой эквидистанту к кривой $C(\varphi)$, определяемую векторным уравнением

$$P(t) = C(t) + \frac{d_w}{2} N(t). \quad (4)$$

Здесь $N(t)$ — вектор нормали к кривой $C(\varphi)$, имеющий компоненты $N_x(s)$ и $N_y(s)$,

$$\begin{aligned} N_x(s) &= -\frac{dC_y}{ds} / \sqrt{\left(\frac{dC_x}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dC_y}{ds}\right)^2} = \\ &= \frac{\sin t - \gamma(t) \cos t}{\sqrt{\gamma^2(t) + 1}}; \\ N_y(s) &= \frac{dC_x}{ds} / \sqrt{\left(\frac{dC_x}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dC_y}{ds}\right)^2} = \\ &= \frac{\gamma(t) \sin t + \cos t}{\sqrt{\gamma^2(t) + 1}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\gamma(t) = \frac{u_w \sin 2u_w t}{2[\varepsilon \cos(u_w t)]^2}.$$

Анализируя формулы (3)–(5), заметим, что основным фактором, определяющим габаритные размеры передачи, можно считать длину малой полуоси эллипса b , на котором находятся центры тел качения. В ПЦП введено понятие модуля, равного отношению диаметра обоймы к числу цевок. В рассматриваемой волновой передаче модуль $m = 2b/z_w$. Тогда, помимо габаритного размера b и числа тел качения z_w , конфигурацию профиля зацепления (4) можно охарактеризовать двумя безразмерными параметрами: эксцентриситетом ε и относительным диаметром тела качения $\psi_{dm} = d_w/m$.

С ростом эксцентриситета ε возрастает высота зуба колеса, снижается действующая на тело качения сила, уменьшается радиус кривизны вершины зуба колеса, что должно приводить к повышению контактных напряжений, а также увеличивается деформация гибкого подшипника, что может ограничить его ресурс. С ростом относительного диаметра тела качения ψ_{dm} возрастает приведенный радиус кривизны, что снижает контактные напряжения,

а также увеличивается толщина и, соответственно, прочность сепаратора. В то же время с ростом ψ_{dm} уменьшается расстояние между соседними телами качения, что может привести к ослаблению стенки сепаратора между ними. Указанную проблему можно частично устранить, расставляя тела качения в шахматном порядке, если их число кратно четырем (в противном случае передача перестает быть симметричной).

Так как изменение безразмерных параметров ε и ψ_{dm} неоднозначно влияет на работоспособность передачи, по результатам силового расчета можно найти их оптимальные значения, позволяющие достичь наибольшего удельного крутящего момента на выходном валу, по аналогии с известными расчетами ПЦП [15–17].

Выводы

1. Основным параметром передач, применяемых в робототехнике, можно считать отношение крутящего момента на выходном валу к их массе. Наибольшее значения оно достигает в тех передачах, где одновременно в зацеплении участвует наибольшее число зубьев тихоходного колеса.

2. При высокой точности изготовления в некоторых соосных передачах с многопарным зацеплением в нем одновременно принимают участие до половины общего числа зубьев. К таким передачам относятся ПЦП, ВЗП, ВПТК, а также ПТКСО.

3. Показано, что использование волновых передач с промежуточными телами качения и двумя волнами деформации является перспективным. Такие передачи, не имеющие деформируемого ГК, более технологичны, чем ВЗП. По сравнению с другими рассмотренными передачами они динамически уравновешены, так как на ГВ действует только крутящий момент.

4. Профиль зубьев колеса волновой передачи с промежуточными телами качения и двумя волнами деформации можно построить по формулам (3)–(5).

Литература

- [1] Захаров М.Н., Синицына Ю.В. *Лекции о деталях машин*. Вологда, Инфра-Инженерия, 2025. 224 с.
- [2] Решетов Д.Н. *Детали машин*. Москва, Машиностроение, 1989. 496 с.

- [3] Синицына Ю.В. Влияние кинематики мотор-редуктора на удельный момент. *Евразийское Научное Объединение*, 2017, т. 1, № 10, с. 56–58.
- [4] Синицына Ю.В., Ермолаев М.М. Модели оценки распределения нагрузки в планетарно-цевочных передачах. *Механики XXI века*, 2019, № 18, с. 301–304.
- [5] Ермолаев М.М., Чиркин А.В. *Расчет планетарно-цевочных редукторов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. 64 с.
- [6] Иванов А.С., Ермолаев М.М., Чиркин А.В. Метод расчета нагрузочной способности планетарно-цевочного редуктора с пластиковыми сателлитами. *Вестник машиностроения*, 2020, № 4, с. 15–20.
- [7] Чуфистов Е.А., Чуфистов О.Е. Силы в зацеплении планетарно-цевочной передачи с сателлитом, имеющим эксцентриситет. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки*, 2024, № 3, с. 128–141, doi: <https://doi.org/10.21685/2072-3059-2024-3-12>
- [8] Янгүлов В.С. Волновые передачи с промежуточными телами (состояние, результаты и задачи). *Известия Томского политехнического университета*, 2007, т. 311, № 2, с. 14–18.
- [9] Беляев А.Е. *Механические передачи с шариковыми промежуточными телами*. Томск, ТПУ, 1992. 231 с.
- [10] Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. Исследование крутильной жесткости волновой передачи с промежуточными телами качения. *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*, 2020, № 3, с. 95–104, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-341-3-95-104>
- [11] Абдулин Р.Р., Подшибнев В.А., Самсонович С.Л. Определение коэффициента неравномерности между рядами тел качений в волновой передаче с промежуточными телами качения. *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*, 2021, № 5, с. 58–67, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2021-349-5-58-67>
- [12] Ефременков Е.А., Ефременкова С.К., Пашков Е.Н. *Проектирование циклоидальных механических передач с промежуточными телами качения и свободной обоймой*. Томск, Изд-во ТПУ, 2022. 90 с.
- [13] Ефременков Е.А. Определение усилий в передаче с промежуточными телами качения и свободной обоймой. *Сб. тр. VI межотраслевой науч.-тех. конф. Автоматизация и прогрессивные технологии в атомной отрасли*. Т. 1. Новоуральск, НГТИ, 2009, с. 123–126.
- [14] Ефременков Е.А., Кобза Е.Е. Анализ усилий в зацеплении двухполусной передачи с промежуточными телами качения и свободной обоймой. *Теория и практика зубчатых передач. Сб. тр. Межд. симп.* Ижевск, ИЖГТУ им. М.Т. Калашникова, 2014, с. 457–462.
- [15] Синицына Ю.В. *Метод определения долговечности планетарно-цевочных редукторов с учетом точности их изготовления*. Дисс. ... канд. тех. наук. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 124 с.
- [16] Захаров М.Н., Ермолаев М.М., Зайцева А.В. Оценка распределения нагрузки между сателлитами планетарно-цевочного редуктора. *Вестник машиностроения*, 2020, № 6, с. 34–39.
- [17] Ермолаев М.М., Зайцева А.В. Метод оценки коэффициентов нагрузки планетарно-цевочных передач. *Современное машиностроение. Наука и образование*, 2024, № 13, с. 245–256.

References

- [1] Zakharov M.N., Sinitsyna Yu.V. *Leksii o detalyakh mashin* [Lectures on parts of machines]. Vologda, Infra-Inzheneriya Publ., 2025. 224 p. (In Russ.).
- [2] Reshetov D.N. *Detali mashin* [Parts of machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 496 p. (In Russ.).
- [3] Sinitsyna Yu.V. The influence of the kinematics of the geared motor on the specific torque. *Evrasiyskoe Nauchnoe Obedinenie*, 2017, vol. 1, no. 10, pp. 56–58. (In Russ.).

- [4] Sinitsyna Yu.V., Ermolaev M.M. Calculation models to estimate cycloid reducer force distribution. *Mekhaniki XXI veku* [Mechanical Engineers to XXI Century], 2019, no. 18, pp. 301–304. (In Russ.).
- [5] Ermolaev M.M., Chirkin A.V. *Raschet planetarno-tsevochnykh reduktorov* [Calculation of planetary-pinion gearboxes]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2020. 64 p. (In Russ.).
- [6] Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Chirkin A.V. Reliability functions for specific mechanical faults. *Vestnik mashinostroeniya*, 2020, no. 4, pp. 15–20. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 4, pp. 275–282, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X20040103>)
- [7] Chufistov E.A., Chufistov O.E. Forces in the engagement of planetary-pinion gear with satellite having eccentricity. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki* [University Proceedings. Volga Region. Technical Sciences], 2024, no. 3, pp. 128–141, doi: <https://doi.org/10.21685/2072-3059-2024-3-12> (in Russ.).
- [8] Yagulov V.S. Wave transfers with intermediate bodies (condition, results and problems). *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2007, vol. 311, no. 2, pp. 14–18. (In Russ.).
- [9] Belyaev A.E. *Mekhanicheskie peredachi s sharikovymi promezhutochnymi telami* [Mechanical transmissions with ball intermediate bodies]. Tomsk, TPU Publ., 1992. 231 p. (In Russ.).
- [10] Abdulin R.R., Podshibnev V.A., Samsonovich S.L. Research of torsional stiffness of harmonic gear with intermediate rolling bodies. *Fundamentalnye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology], 2020, no. 3, pp. 95–104, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2020-341-3-95-104> (in Russ.).
- [11] Abdulin R.R., Podshibnev V.A., Samsonovich S.L. Determining load distribution unevenness ratio between rows of rolling bodies in harmonic gear with intermediate rolling bodies. *Fundamentalnye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology], 2021, no. 5, pp. 58–67, doi: <https://doi.org/10.33979/2073-7408-2021-349-5-58-67> (in Russ.).
- [12] Efremenkova E.A., Efremenkova S.K., Pashkov E.N. *Proektirovanie tsikloidalnykh mekhanicheskikh peredach s promezhutochnymi telami kacheniya i svobodnoy oboymoy* [Design of cycloidal mechanical transmissions with intermediate rolling elements and a free cage]. Tomsk, Izd-vo TPU Publ., 2022. 90 p. (In Russ.).
- [13] Efremenkova E.A. [Determination of efforts in transmission with intermediate rolling elements and a loose cage]. *Sb. tr. VI mezhotraslevoy nauch.-tekhn. konf. Avtomatizatsiya i progressivnye tekhnologii v atomnoy otrasli. T. 1* [Proc. VI Interbranch Sci.-Tech. Conf. Automation and Progressive Technologies in the Nuclear Industry. Vol. 1]. Novouralsk, NGTI, 2009, pp. 123–126. (In Russ.).
- [14] Efremenkova E.A., Kobza E.E. [Analysis of efforts in the engagement of a two-pole transmission with intermediate rolling elements and a loose cage]. *Teoriya i praktika zubchatykh peredach. Sb. tr. Mezhd. Simp* [Theory and practice of gear transmissions. Proc. Int. Symp.]. Izhevsk, IzhGTU im. M.T. Kalashnikova, 2014, pp. 457–462. (In Russ.).
- [15] Sinitsyna Yu.V. *Metod opredeleniya dolgovechnosti planetarno-tsevochnykh reduktorov s uchetom tochnosti ikh izgotovleniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Method for determining the service life of planetary-pinion reducers taking into account accuracy of their manufacture. Kand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2021. 124 p. (In Russ.).
- [16] Zakharov M.N., Ermolaev M.M., Zaytseva A.V. Assessment of the load distribution between satellites of a planetary-lantern gearbox. *Vestnik mashinostroeniya*, 2020, no. 6, pp. 34–39. (In Russ.).
- [17] Ermolaev M.M., Zaytseva A.V. Method for estimating the load factors of planetary gears. *Sovremennoe mashinostroyeniye. Nauka i obrazovaniye*, 2024, no. 13, pp. 245–256. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 04.07.2025

Информация об авторах

ЕРМОЛАЕВ Михаил Михайлович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: mmermolaev@bmstu.ru).

СЕНИЦЫНА Юлия Владимировна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

ЗАЙЦЕВА Анастасия Валерьевна — кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: av-zaytseva@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ермолаев М.М., Сеницына Ю.В., Зайцева А.В. Соосные передачи с многопарным зацеплением. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 4, с. 20–27.

Please cite this article in English as:

Ermolaev M.M., Sinitsyna Y.V., Zaytseva A.V. Coaxial transmissions with multipair gearing. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 4, pp. 20–27.

Information about the authors

ERMOLAEV Mikhail Mikhailovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: mmermolaev@bmstu.ru).

SINITSYNA Yulia Vladimirovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

ZAYTSEVA Anastasiya Valerievna — Candidate of Science (Eng.), Senior Lecturer, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: av-zaytseva@bmstu.ru).



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям учебник**

**«Инженерная графика.
Компьютерное геометрическое
моделирование изделий»**

Авторы: А.Ю. Горячкина, О.М. Корягина, Н.Г. Суркова

Представлены требования, предъявляемые к электронной конструкторской документации. Изложен алгоритм компьютерного геометрического моделирования. Приведены способы построения и редактирования электронных моделей, а также ассоциативных чертежей, построенных с использованием российской системы автоматизированного проектирования КОМПАС-3D v23.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по программам подготовки бакалавров и специалистов технических специальностей.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>