

УДК 621.9.06.921.822.572.001.04

Многомерная динамическая модель асинхронного электродвигателя в приводах технологического оборудования

А.Н. Щепин, М.В. Брунгардт, А.В. Брунгардт, Е.В. Брюховецкая

ФГАУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Multidimensional dynamic model of an asynchronous electric motor in drives of technological equipment

A.N. Shchepin, M.V. Brungardt, A.V. Brungardt, E.V. Bryukhovetskaya

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University

Повышение качественных показателей машин и их составных частей — систем приводов требует учета при проектировании динамических процессов, неизбежно возникающих в технологических машинах. Эти процессы проявляются в форме колебаний инерционных масс на упругих элементах привода, вызывающих увеличение нагрузок в звеньях и кинематических парах, снижающих характеристики надежности и экономические показатели машины. Особенно важное значение это имеет в металлообрабатывающих станках с трехфазным асинхронным электродвигателем, где вибрации в рабочих органах машин снижают качество обрабатываемой поверхности и стойкость инструмента, что влияет на производительность. Большинство механических приводов технологического оборудования являются многозвенными. В общем случае для оценки динамики разрабатываемой конструкции привода необходимо использовать уравнения движения с большим числом обобщенных координат. Применение упрощенных двух- и трехмассовых приведенных динамических моделей приводов технологического оборудования не дает достаточной информации для совершенствования конструкции.

EDN: BBGSPS, <https://elibrary/bbgspss>

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, динамическая модель, крутильные колебания, поперечные колебания, момент инерции

Improving the quality indicators of machines and their components — drive systems — requires taking into account the dynamic processes that inevitably arise in the operation of technological machines when designing. These processes manifest themselves in the form of oscillations of inertial masses on the elastic elements of the drive, causing an increase in loads in the links and kinematic pairs, reducing the reliability characteristics and economic indicators of the machine. This is especially important in metalworking machines with a three-phase asynchronous electric motor, where vibrations in the working parts of the machines reduce the quality of the surface being processed, reduce the durability of the tool and, consequently, affect productivity. Most mechanical drives of technological equipment are multi-link. In the general case, to assess the dynamics of the developed drive design, it is necessary to use motion equations with a large number of generalized coordinates. The use of simplified two- and three-mass reduced dynamic models of drives of technological equipment will not provide sufficient information for improving the design.

EDN: BBGSPS, <https://elibrary/bbgspss>

Keywords: asynchronous electric motor, dynamic model, torsional oscillations, transverse oscillations, moment of inertia

Упрощенные методики оценки динамических характеристик приводов, как правило, основаны на рассмотрении крутильных колебаний в системе, т. е. динамики одномерных систем [1–5]. Однако в реальных системах приводов, наряду с крутильными колебаниями, возникают колебания инерционных масс в поперечном и продольном (относительно осей валов) направлениях вследствие деформации валов и опор подшипников. Более полная оценка динамического качества привода требует рассмотрения его многомерных систем с увеличенным числом обобщенных координат.

Все это приводит к необходимости нового подхода к проектированию шпиндельных приводов. Если ранее при проектировании на первый план выдвигались кинематические требования, то в настоящее время доминирующее значение приобретают проблемы динамики, в частности проектирование приводов все больше связано с задачами динамического синтеза.

Распространенной методикой оценки динамического качества на начальных этапах проектирования привода является рассмотрение различных упрощенных схем. К таким упрощениям относятся: замена нелинейных элементов систем линейными, расчет только крутильных колебаний в системе, переход от многозвенных систем к мало- или однозвенным. Упрощаются и методики расчета параметров динамических элементов. Все это приводит к снижению качества самих оценок, уменьшению их информативности и невозможности улучшения конструктивных решений.

Отсюда возникают задачи поиска таких методов оценки динамического качества шпиндельных приводов, чтобы уже на начальной стадии проектирования обеспечить повышение их эксплуатационных свойств и ресурса.

Одним из элементов механической системы технологического оборудования при создании динамической модели является асинхронный электродвигатель (АЭД).

Цель исследования — разработка расчетной динамической модели крутильно-поперечных колебаний консольной части ротора АЭД, учитывающей приведенную массу ротора и приведенную деформацию его вала и подшипниковых опор для оценки динамического качества в составе конструкций шпиндельных приводов.

Для стационарных динамических режимов движения линеаризованную модель АЭД с короткозамкнутым ротором при крутильных ко-

лебаниях привода записывают в виде дифференциального уравнения [6, 7]

$$\tau_{\text{я}} \dot{M}_{\text{д}} + M_{\text{д}} = M_{\text{с}}.$$

Здесь $\tau_{\text{я}}$ — электромагнитная постоянная времени; $M_{\text{д}}$ — вращающий момент; $M_{\text{с}}$ — статический момент,

$$M_{\text{с}} = \frac{\omega_{\text{хх}} - \omega}{v\omega_{\text{хх}}},$$

где ω и $\omega_{\text{хх}}$ — угловая скорость АЭД и ее значение на холостом ходу; v — коэффициент крутизны статической характеристики.

Уравнение движения имеет вид

$$\frac{dM_{\text{д}}}{dt} + \frac{1}{\tau_{\text{я}}} M_{\text{д}} + \frac{J_{\text{р}}}{\tau_{\text{я}} \tau_{\text{м}}} \omega = \frac{1}{v\tau_{\text{я}}}, \quad (1)$$

где $J_{\text{р}}$ — момент инерции ротора; $\tau_{\text{м}}$ — механическая постоянная времени АЭД, $\tau_{\text{м}} = v\omega_{\text{хх}} J_{\text{р}}$.

В зависимости от соотношения параметров $\tau_{\text{м}}$ и $\tau_{\text{я}}$ АЭД представляет собой либо колебательное звено, либо апериодическое.

Модель (1) можно сопоставить с механической моделью движения ротора [8, 9]. В такой модели параметры пружины и демпфера в линейном приближении определяются выражением

$$J_{\text{р}} \ddot{\varphi}_{\text{р}} + b \dot{\varphi}_{\text{р}} + c \varphi_{\text{р}} = M_{\text{м}},$$

где $\varphi_{\text{р}}$ — угол поворота ротора; b — коэффициент демпфирования, $b = \omega_{\text{э}} s_{\text{кр}} J_{\text{р}}$ ($\omega_{\text{э}}$ — круговая частота электрической сети; $s_{\text{кр}}$ — критическое скольжение, $s_{\text{кр}} = \lambda s_{\text{ном}} (1 + \sqrt{1 - 1/\lambda^2})$ (λ — кратность критического момента АЭД, $s_{\text{ном}}$ — номинальное скольжение); c — коэффициент жесткости, $c = 2pM_{\text{кр}}$ (p — число пар полюсов; $M_{\text{кр}}$ — критический момент АЭД); $M_{\text{м}}$ — момент, действующий со стороны механической системы.

Формула для определения коэффициента демпфирования b получена по результатам обработки экспериментальных данных АЭД типа АД-42-4.

В работах [10, 11] приведено другое выражение для определения коэффициента демпфирования в АЭД

$$b = \frac{2M_{\text{кр}}}{\omega_{\text{хх}} s_{\text{кр}}}.$$

В работе [12] показано, что коэффициент относительного затухания колебаний зависит от отношения механической постоянной вре-

мени T_m к электромагнитной постоянной времени АЭД $T_{дв}$:

$$\xi = 0,5\sqrt{T_m/T_{дв}};$$

$$T_m = J_p/S; \quad T_{дв} = 1/\omega_{xx}s_{кр}.$$

Здесь S — крутизна статической характеристики,

$$S = M_{ном}/(\omega_{xx} - \omega_{ном}),$$

где $M_{ном}$ — номинальный крутящий момент на валу АЭД; $\omega_{ном}$ — номинальная угловая частота ротора АЭД.

Коэффициент относительного рассеяния энергии при крутильных колебаниях

$$\Psi_\phi = \frac{2\pi b}{\sqrt{J_p c}}.$$

Относительный коэффициент демпфирования, учитываемый при определении динамических податливостей привода:

$$\xi_\phi = \frac{\Psi_\phi}{4\pi}.$$

В работе [13] приведено выражение для окружной скорости вращения АЭД, из которого можно найти критическое скольжение для различных значений частоты тока сети:

$$\omega = \omega_0 \left(1 - s_{кр} \frac{M_{ном}}{2M_{кр}} \right),$$

где ω_0 — круговая частота вращения электрического поля, $\omega_0 = 2\pi f_0/p$ (f_0 — частота тока сети).

В работе [13] предложено упрощенное уравнение (передаточная функция) динамической механической характеристики АЭД

$$M(p) = \frac{2M_{кр}}{(1 + T_\phi p) \left[(s_{кр}/s_{ном})(1 + T_\phi p) \right] + s_{ном}/s_{кр}},$$

где T_ϕ — электромагнитная постоянная времени, $T_\phi = 1/\omega_{xx}s_{кр}$; p — оператор Лапласа.

Для АЭД постоянного тока с независимым возбуждением динамическую характеристику описывают дифференциальным уравнением

$$\tau_\phi \dot{M}_d + M_d = rU - S\phi;$$

$$t_\phi = L_\phi/R_\phi,$$

где M_d — движущий момент на валу АЭД; rU — номинальный крутящий момент, $r = K_\phi/R_\phi$ — полное сопротивление якорной цепи (K_ϕ — конструктивный параметр; R_ϕ — сопротивление якорной цепи); U — напряжение на якоре; ϕ — скорость углового отклоне-

ния вала АЭД; L_ϕ — индуктивность якорной цепи.

Крутильная жесткость

$$C_{ЭДП} = \frac{107P_{ном}}{5n_{ном}T_\phi},$$

где $P_{ном}$ — номинальная мощность; $n_{ном}$ — номинальная частота вращения АЭД; T_ϕ — электромагнитная постоянная времени, которую можно принять равной 0,02...0,10 с.

Для получения расчетной модели крутильно-поперечных колебаний в консольной части ротора АЭД (месте установки передающего элемента привода) использованы приведенные масса ротора и деформация его вала и подшипниковых опор (рис. 1).

В общем виде дифференциальное уравнение для любой линейной колебательной системы имеет вид

$$a\ddot{q} + b\dot{q} + cq = Q(t),$$

где a — обобщенный инерционный коэффициент; q — обобщенная координата; b — обобщенный диссипативный коэффициент; c — квазиупругий коэффициент; $Q(t)$ — составляющая внешних сил.

Уравнение движения свободных колебаний в консервативной системе (в рассматриваемом случае демпфирование отсутствует) для многомерной динамической модели АЭД, учитывающей крутильные и поперечные колебания, принимает вид

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_z & 0 \\ 0 & C_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

где m_p — приведенная масса ротора; C_z и C_ϕ — приведенные поперечная и крутильная жесткости.

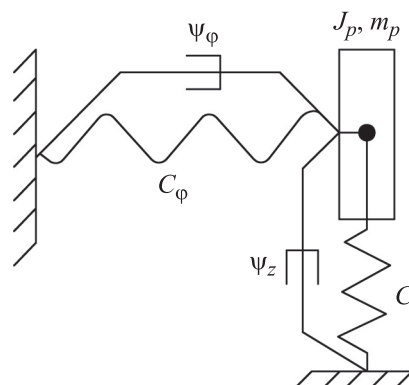


Рис. 1. Двухмерная динамическая модель АЭД (ψ_z — коэффициент относительного рассеяния энергии при поперечных колебаниях)

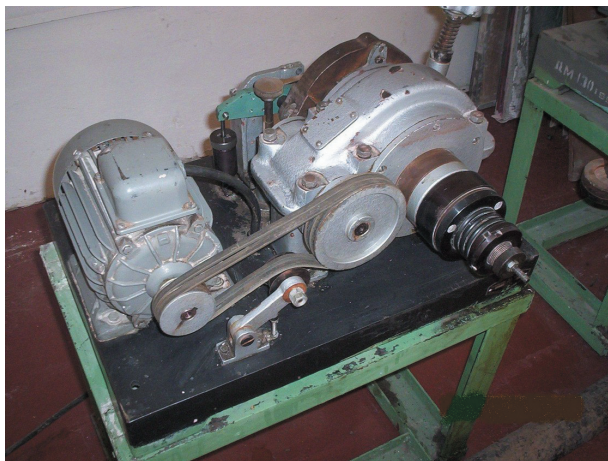


Рис. 2. Внешний вид экспериментального стенда

Проверка адекватности предложенной динамической модели проведена сопоставлением расчетных собственных частот и частот, измеренных виброизмерительным прибором «Корсар+» на экспериментальном стенде (рис. 2).

Исходные данные: модель АЭД — 4АХ7136; число пар полюсов $p = 3$; мощность $N = 0,55$ кВт; синхронная частота вращения $n_c = 940$ мин⁻¹; номинальное скольжение — 8,5 %; кратность максимального момента $\lambda = T_{\max}/T_{\text{ном}} = 2,2$ ($T_{\max}$ и $T_{\text{ном}}$ — максимальный и номинальный моменты); момент инерции ротора $J_p = 0,002$ кг·м²; масса АЭД $m_{\text{дв}} = 9,4$ кг; масса ротора $m_p = 0,4$ м^{дв} = 3,76 кг.

Для определения радиальной жесткости C_z составлена схема расчета реакций подшипниковых опор, приведенная на рис. 3, где R_A , R_B и δ_A , δ_B — реакции подшипниковых опор и их деформации от единичной нагрузки в точках А и В соответственно; l_1 , l_2 — длины участков АЭД.

Реакции опор в точках А и В рассчитываются как

$$R_A = 1 + \frac{l_1}{l_2}; \quad R_B = -\frac{l_1}{l_2}.$$

Деформации опор от единичной нагрузки в точках А и В определяются выражениями

$$\delta_A = \frac{R_A}{C_A}; \quad \delta_B = \frac{R_B}{C_B},$$

где C_A и C_B — радиальные жесткости опор в точках А и В.

Из соотношения

$$\frac{\Delta + \delta_B}{l_1 + l_2} = \frac{\delta_A + \delta_B}{l_2}$$

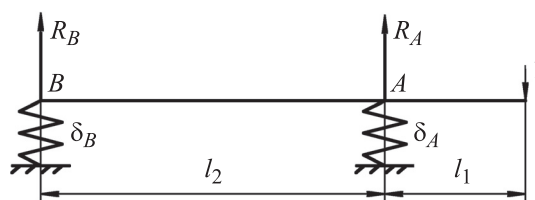


Рис. 3. Схема расчета реакций подшипниковых опор в точках А и В

выражаем приведенную податливость опор вала ротора

$$\Delta = \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)(\delta_A + \delta_B) - \delta_B, \text{ м/Н},$$

и находим приведенную радиальную жесткость опор вала ротора

$$C_z = \frac{1}{\Delta}, \text{ Н/м}.$$

Окружная скорость вращения АЭД

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \text{ с}^{-1},$$

где n — частота вращения АЭД.

Крутящий момент

$$M_{\text{крут}} = \frac{N n_c}{\omega}, \text{ Н·м}.$$

Радиальное усилие в подшипниковых опорах

$$F_r = \frac{M_{\text{крут}}}{0,03}, \text{ Н}.$$

Радиальная жесткость при установке на вал ротора АЭД подшипников одного типоразмера вычисляется как

$$C_A = C_B = \frac{F_r}{\delta}, \text{ Н/м},$$

где δ — деформация системы вал — подшипник — корпус.

При приближенных расчетах (без учета зазора или натяга в подшипнике) деформацию системы вал — подшипник — корпус определяют по выражению [14, 15]

$$\delta = 4,19 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{(4F_r)^2}{D_w}} + \frac{4F_r k}{\pi d B} \left(1 + \frac{d}{D}\right), \text{ м/Н},$$

где D_w — диаметр тел качения, мм; k — численный коэффициент, $k = 0,05 \dots 0,25$ мм³/Н; B , d и D — ширина, внутренний и наружный диаметр подшипника соответственно, мм.

Таблица 1

**Основные размеры
радиального однорядного подшипника серии 204**

Параметр	Значение	Параметр	Значение
d , мм	20	z , шт.	8
D , мм	47	C , Н	12 700
B , мм	14	C_0 , Н	6200
D_w , мм	7,94	$m_{\text{п}}$, кг	0,1

Таблица 2

Расчетные параметры

Параметр	Значение
Номинальная угловая скорость ротора $\omega_{\text{ном}}$, с^{-1}	90
Номинальный крутящий момент на валу АЭД $M_{\text{ном}}$, Н·м	6,1
Критический крутящий момент $M_{\text{кр}}$, Н·м	13,4
Крутящий момент $M_{\text{крут}}$, Н·м	5,25
Коэффициент крутильной жесткости $c = C_{\varphi}$, Н·м/рад	80,6
Критическое скольжение $s_{\text{кр}}$	0,35
Круговая частота электрической сети $\omega_{\text{э}}$, с^{-1}	314
Диссипативный коэффициент крутильных колебаний, Н·м·с/рад	0,22
Коэффициент относительного рассеяния энергии при крутильных колебаниях ψ_{φ}	3,47
Относительный коэффициент демпфирования при крутильных колебаниях ξ_{φ}	0,27
Угловая скорость АЭД ω , с^{-1}	98,4
Радиальное усилие в опорах F_r , Н	175
Деформация: системы вал — подшипник — корпус δ	0,13
опоры в точке А δ_A	$9,4 \cdot 10^{-7}$
опоры в точке В δ_B	$-1,17 \cdot 10^{-7}$
Радиальная жесткость подшипников C_A , Н/м	$1,346 \cdot 10^6$
Реакция опоры: в точке А R_A	1,23
в точке В R_B	-0,23
Приведенная податливость опор вала ротора Δ , м/Н	$1,12 \cdot 10^{-6}$
Приведенная радиальная жесткость опор вала ротора C_z , Н/м	$8,89 \cdot 10^5$

На АЭД установлены шариковые радиальные однорядные подшипники серии 204 (по ГОСТ 8338–75), основные размеры которых указаны в табл. 1, где z — число тел качения (шариков); C и C_0 — динамическая и статическая грузоподъемность; $m_{\text{п}}$ — масса.

При частоте вращения $n_c = 940 \text{ мин}^{-1}$ возникают следующие рассеивающие возмущающие частоты подшипника:

- в наружном кольце

$$f_{\text{нар}} = 0,4 \frac{n_c z}{60} = \frac{0,4 \cdot 940 \cdot 8}{60} = 50,13 \text{ Гц};$$

- во внутреннем кольце

$$f_{\text{вн}} = 0,6 \frac{n_c z}{60} = \frac{0,6 \cdot 940 \cdot 8}{60} = 75,2 \text{ Гц};$$

- в сепараторе

$$f_{\text{сеп}} = 0,4 \frac{n_c}{60} = \frac{0,4 \cdot 940}{60} = 6,26 \text{ Гц}.$$

Расчетные параметры приведены в табл. 2.

Получены следующие поперечные f_z и крутильные f_{φ} собственные частоты АЭД:

$$f_z = \frac{\omega_z}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{C_z}{m_{\text{дв}}}}}{2\pi} = \sqrt{\frac{8,89 \cdot 10^5}{3,76}} = 77,39 \text{ Гц};$$

$$f_{\varphi} = \frac{\omega_{\varphi}}{2\pi} = \frac{\sqrt{\frac{C_{\varphi}}{J_p}}}{2\pi} = \sqrt{\frac{80,6}{0,002}} = 31,95 \text{ Гц}.$$

С помощью метода модального анализа построена амплитудно-частотная характеристика АЭД при совместном действии крутильных и поперечных колебаний (рис. 4).

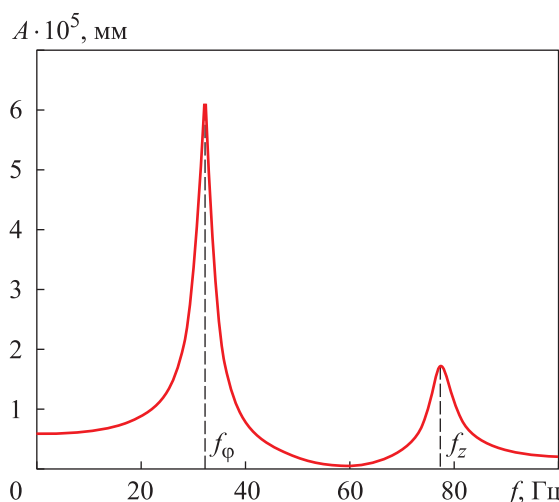


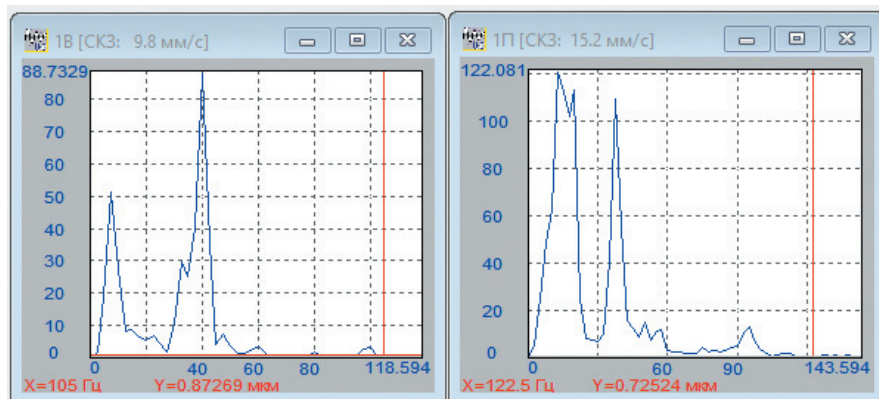
Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика АЭД 4АХ7136 при крутильных и поперечных колебаниях

Экспериментальные данные АЭД 4АХ7136.

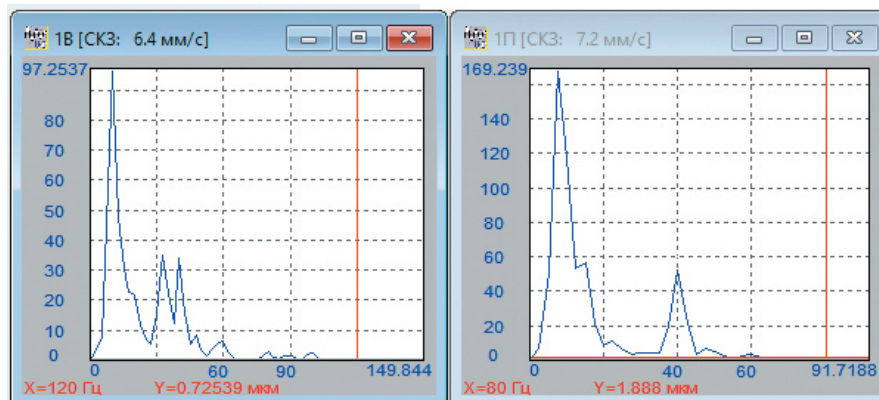
Как уже указывалось, для измерения данных экспериментальной установки, работающей на холостом ходу, использовали прибор «Корсар+». Небольшую нагрузку на конце вала обеспечивала муфта. Показания прибора обрабатывали в программном пакете Atlant.

Измерения проводили на передней и задней опоре АЭД в вертикальном и в горизонтальном направлениях. Спектр измеренных частот показан на рис. 5, а их гармоники — на рис. 6.

По результатам обработки графиков гармоник виброперемещений в опорах АЭД в вертикальном и горизонтальном направлениях

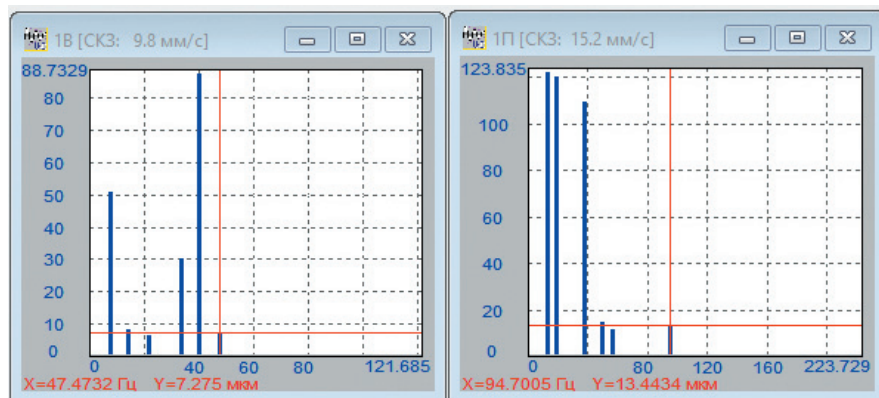


а



б

Рис. 5. Распределение виброперемещений по передней (а) и задней (б) опорам АЭД в вертикальном (слева) и горизонтальном (справа) направлениях



а

Рис. 6 (начало). Распределение гармоник виброперемещений по передней (а) и задней (б) опорам АЭД в вертикальном (слева) и горизонтальном (справа) направлениях



б

Рис. 6 (окончание). Распределение гармоник виброперемещений по передней (а) и задней (б) опорам АЭД в вертикальном (слева) и горизонтальном (справа) направлениях

Таблица 3

Спектр экспериментальных частот АЭД 4АХ7136 на холостом ходу

Направление измерения	Частоты, Гц	
	на передней опоре	на задней опоре
Вертикальное	8,69; 24,75; 32,10; 36,86; 42,50	7,8; 17,2; 25,6; 29,9; 37,5; 42,5; 49,4; 55,5; 64,6; 85; 162,9; 327,0
Горизонтальное	7,50; 13,81; 22,50; 32,97; 42,50; 50,00; 162,80	7,6; 26,8; 44,3; 49,8; 54,5; 59,4; 99,9; 162,5; 299,5; 326,7; 623,5; 982,3

получены экспериментальные частоты (табл. 3).

Степень удаления собственных частот от рабочего диапазона возмущающих частот можно оценить, используя резонансные частотные полосы возмущающих воздействий [16]:

$$0,7f_{Br} < f_{0k} < 1,3f_{Br},$$

где f_{Br} — экспериментальный спектр частот АЭД; f_{0k} — собственные частоты АЭД, $f_{01} = f_z$ для поперечных колебаний, $f_{02} = f_\phi$ для крутильных колебаний.

Динамическое качество многомерной системы АЭД можно оценить, определив коэффициент близости к резонансу K_{Drk} и сравнив его с нормативными значениями (табл. 4):

Таблица 4

Нормативные значения коэффициента близости к резонансу

Коэффициент близости к резонансу	Оценка качества
$K_{Drk} < 0,75$	Удовлетворительное
$0,75 < K_{Drk} < 0,80$	Плохое
$K_{Drk} > 0,80$	Недопустимое

$$K_{Drk} = 1 - |1 - K_{Brk}|,$$

где K_{Brk} — коэффициент отношения частот, $K_{Brk} = f_{0k} / f_{Br}$.

Для спектра измеренных частот, попадающих в резонансные полосы, получены следующие расчетные значения коэффициента близости к резонансу:

- для поперечной собственной частоты $f_z = 31,95$ Гц

$$K_{D_{r1}} = 0,72; 0,75; 0,85; 0,87; 0,96; 1,00; 1,07; 1,19; 1,25; 1,28; 1,29;$$

- для крутильной собственной частоты $f_\phi = 77,39$ Гц

$$K_{D_{r2}} = 0,78; 0,91; 1,20; 1,29; 1,30.$$

Результаты расчета позволяют оценить динамическое качество многомерной системы АЭД и обосновать рекомендации по совершенствованию выбранной конструкции.

Вывод

Результаты анализа расчетных и экспериментальных данных рассмотренной многомерной динамической модели АЭД подтверждают ее применимость как при проектировании новых, так и при оценке динамического качества существующих технологических приводов.

Литература

- [1] Самойлов Д.К., Тувин А.А. Математическая модель анализа двухмассовой динамической модели механической системы ткацкий станок — электродвигатель. *Молодые ученые — развитию Национальной технологической инициативы*, 2024, № 1, с. 1301–1303.
- [2] Shestakov A.V. Modeling and experimental analysis of dynamic characteristics of asynchronous motor. *ICIEAM*, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/ICIEAM.2019.8743061>
- [3] Kral M., Gono R. Dynamic model of asynchronous machine. *18th Int. Sci. Conf. on EPE*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/EPE.2017.7967320>
- [4] Афоничев Д.Н., Аксенов И.И., Пиляев С.Н. Математическая модель асинхронного электродвигателя в программном комплексе SimInTech. *Энергоэффективность и энергосбережение в современном производстве и обществе. Мат. межд. науч.-практ. конф.* Воронеж, ВГАУ, 2024, с. 63–69.
- [5] Федоров А.Н. Исследование модели асинхронного электропривода для моделирования в неполнофазных режимах со связанными и развязанными фазами. *Аспирант*, 2022, № 8, с. 30–34.
- [6] Коловский М.З. *Динамика машин*. Ленинград, Машиностроение, 1989. 263 с.
- [7] Dache C.R., Rosu E., Gaiceanu M. et al. Linearized model of the variable flux induction motor drive. *Int. Sci. Conf. on EPE*, 2016, pp. 658–663, doi: <https://doi.org/10.1109/ICEPE.2016.7781421>
- [8] Решетов Д.Н. *Работоспособность и надежность деталей машин*. Москва, Высшая школа, 1974. 206 с.
- [9] Маляр В.С., Маляр А.В., Андреишин А.С. Метод расчета механических характеристик асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. *Электротехника и электро-механика*, 2019, № 2, с. 9–13.
- [10] Вейц В.Л., Гидаспов И.А., Царев Г.В. *Динамика приводов с замкнутыми кинематическими цепями*. Саранск, Изд-во Мордов. ун-та, 1991. 178 с.
- [11] Крейнин Г.В., ред. *Динамика машин и управление машинами*. Москва, Машиностроение, 1988. 240 с.
- [12] Решетов Д.Н. *Детали и механизмы металлорежущих станков*. Т. 2. Москва, Машиностроение, 1972. 520 с.
- [13] Лимаренко Г.Н., Шевчугов М.В., Щепин А.Н. Динамическая модель двигателя при крутильных и поперечных колебаниях. В: *Вестник КГТУ*. Вып. 36. Машиностроение. Красноярск, ИПЦ КГТУ, 2004, 168 с.
- [14] Вульфсон И.И. *Динамические расчеты цикловых механизмов*. Ленинград, Машиностроение, 1976. 328 с.
- [15] Guay P., Frikha A. Ball bearing stiffness. A new approach offering analytical expressions. *Proc. 16th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*, 2015, pp. 23–25.
- [16] Брунгардт А.В., Щепин А.Н., Брунгардт М.В. и др. Оценка динамического качества шпинделя. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2024, № 7, с. 29–39. EDN: UTPDYA

References

- [1] Samoylov D.K., Tuvin A.A. Mathematical model of analysis of two-mass dynamic model of mechanical system weaving machine - electric motor. *Molodye uchenye — razvitiyu Natsionalnoy tekhnologicheskoy initsiativy*, 2024, no. 1, pp. 1301–1303. (In Russ.).
- [2] Shestakov A.V. Modeling and experimental analysis of dynamic characteristics of asynchronous motor. *ICIEAM*, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/ICIEAM.2019.8743061>
- [3] Kral M., Gono R. Dynamic model of asynchronous machine. *18th Int. Sci. Conf. on EPE*, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/EPE.2017.7967320>
- [4] Afonichev D.N., Aksenov I.I., Pilyaev S.N. [Mathematical model of an asynchronous electric motor in the SimInTech software package]. *Energoeffektivnost i energosberezhenie v sovremennom proizvodstve i obshchestve. Mat. mezhd. nauch.-prakt. konf.* [Energy Efficiency and Energy Saving in Modern Production and Society. Proc. Int. Sci.-Pract. Conf.]. Voronezh, VGAU Publ., 2024, pp. 63–69. (In Russ.).

- [5] Fedorov A.N. Analysis of a model of an asynchronous electric drive for modeling in open-phase modes with coupled and decoupled phases. *Aspirant*, 2022, no. 8, pp. 30–34. (In Russ.).
- [6] Kolovskiy M.Z. *Dinamika mashin* [Dynamics of machines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1989. 263 p. (In Russ.).
- [7] Dache C.R., Rosu E., Gaiceanu M. et al. Linearized model of the variable flux induction motor drive. *Int. Sci. Conf. on EPE*, 2016, pp. 658–663, doi: <https://doi.org/10.1109/ICEPE.2016.7781421>
- [8] Reshetov D.N. *Rabotosposobnost i nadezhnost detaley mashin* [Performance and reliability of machine parts]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1974. 206 p. (In Russ.).
- [9] Malyar V.S., Malyar A.V., Andreishin A.S. A method for calculating mechanical characteristics of induction motors with squirrel-cage rotor. *Elektrotehnika i elektromekhanika* [Electrical Engineering & Electromechanics], 2019, no. 2, pp. 9–13. (In Russ.).
- [10] Veyts V.L., Gidasov I.A., Tsarev G.V. *Dinamika privodov s zamknutymi kinematicheskimi tsepyami* [Dynamics of drives with closed kinematic chains]. Saransk, Izd-vo Mordov. un-ta Publ., 1991. 178 p. (In Russ.).
- [11] Kreytin G.V., ed. *Dinamika mashin i upravlenie mashinami* [Dynamics of machines and machine control.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 240 p. (In Russ.).
- [12] Reshetov D.N. *Detali i mekhanizmy metallovezhushchikh stankov*. T. 2 [Parts and mechanisms of metal-cutting machines. Vol. 2]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 520 p. (In Russ.).
- [13] Limarenko G.N., Shevchugov M.V., Shchepin A.N. Dinamicheskaya model dvigatelya pri krutilnykh i poperechnykh kolebaniyakh [Dynamic model of the engine with torsional and transverse vibrations]. V: *Vestnik KGTU. Vyp. 36. Mashinostroenie* [In: Vestnik of KSTU. Iss. 36. Mechanical Engineering]. Krasnoyarsk, IPTs KGTU Publ., 2004, 168 p. (In Russ.).
- [14] Vulfson I.I. *Dinamicheskie raschety tsiklovyykh mekhanizmov* [Dynamic calculations of cyclic mechanisms]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1976. 328 p. (In Russ.).
- [15] Guay P., Frikha A. Ball bearing stiffness. A new approach offering analytical expressions. *Proc. 16th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*, 2015, pp. 23–25.
- [16] Brungardt A.V., Shchepin A.N., Brungardt M.V. et al. Assessing the spindle dynamic quality. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2024, no. 7, pp. 29–39. EDN: UTPDYA (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 10.07.2025

Информация об авторах

ЩЕПИН Александр Николаевич — старший преподаватель кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660041, Красноярск, Российская Федерация, Свободный пр-т, д. 79, e-mail: ashchepin@sfu-kras.ru).

БРУНГАРДТ Максим Валерьевич — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660041, Красноярск, Российская Федерация, Свободный пр-т, д. 79, e-mail: MBrungardt@sfu-kras.ru).

Information about the authors

SHCHEPIN Alexander Nikolaevich — Senior Lecturer, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660041, Krasnoyarsk, Russian Federation, Svobodniy Ave., Bldg. 79, e-mail: ashchepin@sfu-kras.ru).

BRUNGARDT Maxim Valerievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Head of Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660041, Krasnoyarsk, Russian Federation, Svobodniy Ave., Bldg. 79, e-mail: MBrungardt@sfu-kras.ru).

БРУНГАРДТ Артем Валерьевич — аспирант кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660041, Красноярск, Российская Федерация, Свободный пр-т, д. 79, e-mail: abrungardt@sfu-kras.ru).

BRUNGARDT Artem Valerievich — Postgraduate, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660041, Krasnoyarsk, Russian Federation, Svobodniy Ave., Bldg. 79, e-mail: abrungardt@sfu-kras.ru).

БРЮХОВЕЦКАЯ Елена Викторовна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств». ФГАУ ВО «Сибирский федеральный университет» (660041, Красноярск, Российская Федерация, Свободный пр-т, д. 79, e-mail: Ebruhoveckaya@sfu-kras.ru).

BRYUKHOVETSKAYA Elena Viktorovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Design and Technology Support of the Machine Building Production Department. Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education — Siberian Federal University (660041, Krasnoyarsk, Russian Federation, Svobodniy Ave., Bldg. 79, e-mail: Ebruhoveckaya@sfu-kras.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Щепин А.Н., Брунгардт М.В., Брунгардт А.В., Брюховецкая Е.В. Многомерная динамическая модель асинхронного электродвигателя в приводах технологического оборудования. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 4, с. 36–45.

Please cite this article in English as:

Shchepin A.N., Brungardt M.V., Brungardt A.V., Bryukhovetskaya E.V. Multidimensional dynamic model of an asynchronous electric motor in drives of technological equipment. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 4, pp. 36–45.



**Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
предлагает читателям материалы конференции**

**«Будущее машиностроения России.
XVIII Всероссийская конференция
молодых ученых и специалистов
(с международным участием)»**

Том 1, том 2

В сборник включены доклады, представленные на XVIII Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России», которая состоялась в сентябре 2025 г. в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Структура сборника отражает тематическую направленность конференции. В первый том сборника вошли доклады секций А и Б. Во второй том вошли доклады секций В–И. Тексты докладов размещены в Научной электронной библиотеке eLIBRARY.RU.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; <https://press.bmstu.ru>