

УДК 681.513.52

Вертикальное перемещение груза на крановой установке для оптимального гашения маятниковых колебаний грузового каната

С.П. Круглов¹, С.В.Ковыршин¹, Н.В. Федорешченко², К.Ф. Коденев³

¹ ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения»

² Иркутский национальный исследовательский технический университет

³ ООО «Мехатронные, автоматизированные системы и технологии»

Vertical movement of cargo on a crane installation for optimal damping of pendulum oscillations of the cargo rope

S.P. Kruglov¹, S.V. Kovyrshin¹, N.V. Fedoreshchenko², K.F. Kodeniyov³

¹ Irkutsk State Transport University

² Irkutsk National Research Technical University

³ LLC Mechatronic Automated Systems and Technologies

Рассмотрена задача гашения колебаний подвешенного груза на крановой установке с помощью циклического в такт маятниковых колебаний вертикального перемещения груза с сохранением средней длины грузового каната. Задача решена в оптимизационной постановке: требовалось достичь наибольшего эффекта гашения маятниковых колебаний груза в условиях ограничений максимальной скорости его вертикального перемещения и времени разгона–торможения, что характерно для современных систем управления краном с асинхронными сервоприводами и частотными преобразователями. Решение найдено на основе подхода оптимизации на линеаризованной модели с упрощенными постановками. Полученные выражения для формирования ускорения и скорости вертикального перемещения груза зависят от сигнатуры и фазы сигнала, равного произведению угла отклонения грузового каната от вертикали на его угловую скорость, названного условным углом сигнала двойной частоты. Предложено поднимать раскачивающийся груз с переменной скоростью вертикального перемещения, чтобы не вызывать его раскачку. Указаны ограничения на использование предложенного метода. Результаты исследования проверены на компьютерной модели и экспериментальной установке.

EDN: CEJJUS, <https://elibrary/cejjus>

Ключевые слова: подвешенный груз, маятниковые колебания груза, оптимальное гашение колебаний, вертикальное перемещение груза

It is considered the task of damping oscillations of suspended load on crane by means of vertical movement of load cyclic in stroke of pendulum oscillations with preservation of average length of cargo rope. The problem is solved in an optimization formulation: it is necessary to achieve the greatest effect of damping the pendulum oscillations of the load under conditions of limitations of the maximum speed of vertical movement of the load and the acceleration-braking time of this movement, which is typical for modern crane control systems with asynchronous servo drives and frequency converters. The solution was found based on the optimization approach on a linearized model with simplified settings. The obtained dependences of the formation of acceleration and the speed of vertical movement of

the load depend on the signature and phase of the signal, equal to the product of the angle of deviation of the load rope from the vertical and its angular velocity, called the conditional angle of double frequency. Based on the obtained conclusions, it is proposed to lift a swinging load with a variable lifting speed so as not to cause swinging of the load. Restrictions on the use of the method in question are also indicated. The conclusions obtained were tested on a computer model and on an experimental installation.

EDN: CEJJUS, <https://elibrary/cejjus>

Keywords: suspended load, pendulum oscillations of load, optimal suppression of oscillations, vertical movement of load

Снижение колебаний подвешенного груза на грузоподъемном кране (далее кран) является актуальной задачей, связанной с безопасностью и производительностью крановых работ, уменьшением эксплуатационных затрат и др. Известно много методов гашения колебаний путем автоматического горизонтального перемещения точки подвески грузового каната, описанных во многих работах, в частности [1–7]. Они включают в себя разные способы достижения поставленной цели, в том числе оптимальные на основе принципа максимума Понтрягина.

Метод снижения колебаний груза за счет его вертикального перемещения предложен в публикациях [8, 9]. Однако он связан с дискретным перемещением груза в вертикальном направлении, что является сложно реализуемым в современных типовых кранах с ограничениями на максимальную скорость перемещения груза и ускорение.

Также известен подход с гармоническим вертикальным отклонением груза [10], но он не увязан с вопросом оптимизации получения нужного результата.

Цель работы — устранить указанные недостатки, определив закон вертикального перемещения груза для наиболее быстрого гашения его маятниковых колебаний в условиях применения в современных системах управления краном асинхронных сервоприводов с ограничениями по скорости перемещения и ускорению и с сохранением средней заданной длины грузового каната.

Постановка задачи, метод решения. Без снижения общности рассуждений для класса грузоподъемных машин с подвешенным грузом рассмотрим движение тележки мостового крана при перемещении груза по вертикальной и одной горизонтальной осям, кинематическая схема которого приведена на рис. 1.

Введем следующие обозначения: $m_{\text{тел}}$ — приведенная масса тележки (с учетом инерции

вращающихся при движении колес); m_r — масса переносимого груза (включая массу грузозахватного механизма); r_r — радиус инерции груза; l — длина каната подвеса груза (расстояние от точки его крепления на тележке до центра масс груза); x — линейное перемещение тележки; f_y — управляющая сила со стороны привода тележки; $f_{\text{тр}}$ — сила трения, противодействующая линейному перемещению тележки; $f_{\text{вн}}$ — сила внешнего воздействия (например, ветра) на груз, приложенная к центру его масс; φ — угол отклонения каната подвеса груза относительно вертикальной оси; v_b — скорость вертикального перемещения (подъема) груза, $v_b = -dl/dt$ (t — текущее время); v_r — скорость горизонтального перемещения груза (линейная скорость перемещения груза).

Будем полагать, что на вертикальное перемещение груза наложены следующие ограничения:

$$|v_b| \leq v_b^{\max}; \quad |\dot{v}_b| \leq \dot{v}_b^{\max}; \quad \kappa = v_b^{\max} / \dot{v}_b^{\max}, \quad (1)$$

где $v_b^{\max}$ и $\dot{v}_b^{\max}$ — границы по скорости и ускорению вертикального перемещения; κ — время разгона–торможения привода подъемного двигателя (один из настраиваемых параметров частотных приводов).

Приведенная механическая система является двухзвенной. Первое звено — тележка с линейным перемещением x , которая согласно теореме Пуансо находится под действием об-

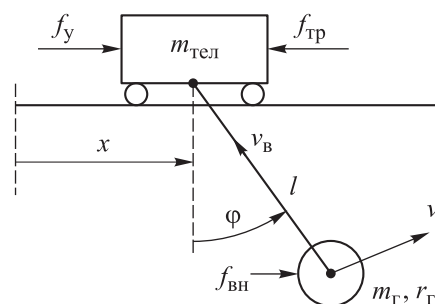


Рис. 1. Кинематическая схема движения тележки мостового крана

щей силы $f_{\Sigma} = f_y - f_{\text{тр}} + f_{\text{вн}}$. Второе звено — подвес груза с угловым движением φ , на которое воздействует (также на основе теоремы Пуансо) внешний момент $l f_{\text{вн}} \cos \varphi$.

Поэтому динамику движения системы можно описать известным в теоретической механике уравнением Эйлера — Лагранжа для неконсервативных систем с учетом только внешних сил и моментов (пренебрегая массой каната и его воздушным сопротивлением)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = f_{\Sigma}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = l f_{\text{вн}} \cos \varphi. \quad (2)$$

Здесь L — полная энергия механической системы,

$$L = K - \Pi,$$

где K и Π — полная кинетическая и потенциальная энергия.

По законам физики, полная кинетическая энергия

$$K = 0,5(m_{\text{тел}} \dot{x}^2 + m_r v_r^2 + m_r r_r^2 \dot{\varphi}^2),$$

где v_r^2 — квадрат линейной скорости перемещения груза, определяемый через проекции на горизонтальную и вертикальную оси,

$$v_r^2 = (\dot{x} + l \dot{\varphi} \cos \varphi - v_{\text{в}} \sin \varphi)^2 + (l \dot{\varphi} \sin \varphi + v_{\text{в}} \cos \varphi)^2.$$

Полная потенциальная энергия

$$\Pi = g m_r l (1 - \cos \varphi),$$

где g — ускорение свободного падения.

После подстановки указанных выражений в формулу (2) получаем решение в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} (m_{\text{тел}} + m_r) \ddot{x} + (m_r l \cos \varphi) \ddot{\varphi} = \\ = m_r l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + f_{\Sigma} + 2m_r \dot{\varphi} v_{\text{в}} \cos \varphi + m_r \dot{v}_{\text{в}} \sin \varphi; \\ (m_r l \cos \varphi) \ddot{x} + m_r (l^2 + r_r^2) \ddot{\varphi} = \\ = l (f_{\text{вн}} \cos \varphi - g m_r \sin \varphi) + 2m_r l \dot{\varphi} v_{\text{в}}. \end{cases} \quad (3)$$

Учитывая, что на обычных кранах угол φ (не более $10...15^\circ$) и его угловая скорость небольшие, а $\dot{\varphi}^2 \sin \varphi \approx 0$, выражаем $x = x(t)$ и $\varphi = \varphi(t)$ следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{x} \approx \left[m_r (l^2 + r_r^2) f_{\Sigma} - m_r l^2 (f_{\text{вн}} - g m_r \varphi) + \right. \\ \left. + m_r^2 (l^2 + r_r^2) \left(\frac{2r_r^2}{l^2 + r_r^2} \dot{\varphi} v_{\text{в}} + \varphi \dot{v}_{\text{в}} \right) \right] \frac{1}{\alpha}; \\ \ddot{\varphi} \approx \left[-m_r l f_{\Sigma} + l (m_{\text{тел}} + m_r) (f_{\text{вн}} - g m_r \varphi) \right] / \alpha + \\ + \Delta \ddot{\varphi}(v_{\text{в}}, \dot{v}_{\text{в}}). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь

$$\alpha = m_r^2 [0,5\gamma(l^2 + r_r^2) + r_r^2] > 0;$$

$\Delta \ddot{\varphi}(v_{\text{в}}, \dot{v}_{\text{в}})$ — приращение углового ускорения, зависящее от сигналов $v_{\text{в}}$ и $\dot{v}_{\text{в}}$,

$$\Delta \ddot{\varphi}(v_{\text{в}}, \dot{v}_{\text{в}}) = (l m_r^2 / \alpha) (\gamma \dot{\varphi} v_{\text{в}} - \varphi \dot{v}_{\text{в}}),$$

где $\gamma = 2m_{\text{тел}}/m_r$.

Поставлена следующая задача: определить зависимости от времени t скорости вертикального перемещения груза $v_{\text{в}} = v_{\text{в}}(t)$ и его ускорения $\dot{v}_{\text{в}} = \dot{v}_{\text{в}}(t)$, порождающие максимально быстрое затухание свободных колебательных движений рассматриваемой механической системы (без учета действия внешней силы $f_{\text{вн}}$) при ограничениях (1), причем среднее значение длины подвеса груза должно оставаться неизменным.

Методами решения поставленной задачи служат положения линейной алгебры.

Традиционным методом решения этой оптимизационной задачи является использование принципа максимума Понтрягина с очевидной минимизацией системы уравнений (4) функционала

$$\int \dot{\varphi}^2(t) dt.$$

Но это приводит к очень сложно решаемым нелинейным дифференциальным уравнениям.

Рассмотрен более простой для получения искомого результата метод оптимизации, основанный на соотношении первой и второй производных углового движения и особенностей скалярного произведения векторов.

Методика решения поставленной задачи.

Можно утверждать, что при текущем сигнале $\dot{\varphi}(t)$ максимальное гашение угловых колебаний будет достигнуто, если обеспечивать в этот момент такое значение $\ddot{\varphi}(t)$, чтобы выполнялось условие

$$[-\ddot{\varphi}(t)/\dot{\varphi}(t)] \triangleq k(t) \rightarrow \max.$$

Интегрирование по времени этого уравнения дает решение

$$|\dot{\varphi}(t)| = \exp \left[- \int k(t) dt \right].$$

Если в каждый момент времени $k(t)$ будет максимально возможным, то это породит минимум выражения в квадратных скобках и минимум модуля скорости углового движения.

Из несложных рассуждений можно утверждать, что при текущем (фиксированном) зна-

чении $\dot{\phi}(t)$ условие $[-\ddot{\phi}(t)/\dot{\phi}(t)] \rightarrow \max$ можно заменить на однозначно соответствующее $[-\ddot{\phi}(t)\dot{\phi}(t)] \rightarrow \max$.

Требование $[-\ddot{\phi}(t)/\dot{\phi}(t)] \rightarrow \max$, сформированное на основании второго уравнения в системе (4), предполагает, что при текущем значении $\dot{\phi}(t)$ следует найти такое значение $\ddot{\phi}(t)$ путем выбора v_B и $\dot{v}_B$, чтобы удовлетворить это требование. При этом сигнал $\dot{\phi}(t)$ не подвергается вариации, оставаясь фиксированным.

На основании этого запишем указанное требование как

$$[-\ddot{\phi}(t)\dot{\phi}(t)/\dot{\phi}^2(t)] \rightarrow \max,$$

откуда следует однозначно соответствующее исходному требованию

$$[-\ddot{\phi}(t)\dot{\phi}(t)] \rightarrow \max.$$

Так как сигналы v_B и $\dot{v}_B$ в угловом движении порождают только составляющую $\Delta\ddot{\phi}$ по (4), указанное условие запишем в виде

$$\max_{v_B, \dot{v}_B} [-\Delta\ddot{\phi}].$$

Раскрывая значение $\Delta\ddot{\phi}$ согласно системе уравнений (4), имеем, что последнее соотношение будет выполняться, если получено следующее экстремальное значение:

$$\max_{v_B, \dot{v}_B} [-(\gamma\dot{\phi}v_B - \phi\dot{v}_B)\dot{\phi}] = \max_{v_B, \dot{v}_B} [\gamma(-\dot{\phi}^2)v_B + \tilde{\phi}\dot{v}_B]. \quad (5)$$

Здесь $\tilde{\phi} = \phi\dot{\phi}$ — условный угол сигнала двойной частоты, названный так, потому что сигнал $\tilde{\phi}$ имеет частоту $2\omega_0$, где ω_0 — собственная частота колебательных движений, $\omega_0 = \sqrt{gl/(r_g^2 + l^2)}$, которой соответствует период колебаний груза на подвесе $T_0 = 2\pi/\omega_0$ [11].

Выражение в квадратных скобках соотношения (5) можно представить как скалярное произведение двух векторов

$$\rho \triangleq [-\gamma\dot{\phi}^2, \tilde{\phi}]^T \text{ и } v \triangleq [v_B, \dot{v}_B]^T.$$

Известно, что это произведение

$$|\rho||v|\cos\theta = |\rho||v_\rho|,$$

где θ — угол между этими двумя векторами в двумерном евклидовом пространстве; v_ρ — проекция вектора v на вектор ρ .

Отсюда следует однозначное соответствие для соотношения (5):

$$\max_{v_B, \dot{v}_B} [\gamma(-\dot{\phi}^2)v_B + \tilde{\phi}\dot{v}_B] = \max_{v_B, \dot{v}_B} (\rho v) \Leftrightarrow \max_{v_B, \dot{v}_B} |v_\rho|. \quad (6)$$

Для обсуждения условий достижения правой части выражения (6) принимаем исходное

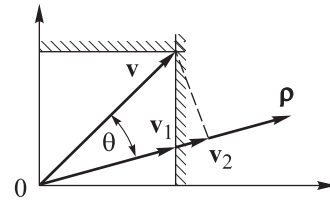


Рис. 2. Схема соотношения векторов ρ и v

предположение, что $\theta = \theta_1 = 0$. Это значит, что вектор $v = v_1$ при максимально возможной длине в пределах по ограничениям (1) сонаправлен с вектором ρ , т. е.

$$v_1 = \max_{v_B, \dot{v}_B} (\eta) \cdot \rho,$$

где η — коэффициент связи, $\eta > 0$. Последнее означает, что как минимум по одной координате вектор v_1 находится на своей границе.

Этот случай изображен на рис. 2. Здесь показана система координат двумерного евклидова пространства в одном квадранте, а заштрихованными областями обозначены ограничения на вектор v , соответствующие выражениям (1). Пусть вектор v_1 имеет максимум по одной координате, но не вышел на ограничение по другой координате. Тогда можно выбрать вектор v , который в рассматриваемом квадранте имеет максимум по обеим координатам. Так как рассматривается только один квадрант двумерного евклидова пространства и границы (1) ограничены по величине, можно утверждать, что $\theta < 90^\circ$. Следовательно, проекция вектора v дает вектор $v_2 = v_\rho$ со свойством $|v_2| > |v_1|$, т. е. вектор v дает большее значение для правой части выражения (6), и это есть абсолютный максимум.

Обобщая полученный результат на все варианты, можно заключить, что достижению требования (5), если считать координаты вектора v — величины v_B и $\dot{v}_B$ — независимыми, соответствуют соотношения

$$v_B = -v_B^{\max} \text{sign}(\dot{\phi}^2); \quad \dot{v}_B = \dot{v}_B^{\max} \text{sign}(\tilde{\phi}). \quad (7)$$

Первое из соотношений (7) всегда предполагает $v_B \leq 0$, т. е. постоянное удлинение каната подвеса груза, что противоречит условиям решаемой задачи. Чтобы скорректировать соотношения (7), рассмотрим сигналы $\phi(t)$ и $\dot{\phi}(t)$. По поставленной задаче следует учитывать только свободные колебательные движения (здесь принимаем $f_{вн}(t) \equiv 0$), а они в силу принятого близки к гармоническим сигналам.

Предполагаем, что отсчет времени t происходит с момента времени t_0 , когда $\phi = 0$ и

$\dot{\varphi} > 0$. Этому соответствуют следующие выражения для описания угла отклонения каната подвеса и его скорости:

$$\varphi(t) \approx \varphi_{\max} \sin(\omega_0 t); \quad \dot{\varphi}(t) \approx \dot{\varphi}_{\max} \cos(\omega_0 t), \quad (8)$$

где $\varphi_{\max}$ — максимальное значение модуля угла отклонения каната подвеса от вертикальной оси; $\dot{\varphi}_{\max}$ — максимальное значение модуля угловой скорости, $\dot{\varphi}_{\max} = \varphi_{\max} \omega_0$.

После тригонометрических преобразований имеем

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t)^2 &\approx (\dot{\varphi}_{\max}^2/2)[\cos(2\omega_0 t) + 1]; \\ \ddot{\varphi}(t) &\approx (\varphi_{\max} \dot{\varphi}_{\max}/2) \sin(2\omega_0 t). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя формулу (9) без постоянной составляющей в первое из соотношений (7), что необходимо для обеспечения неизменной средней длины каната, получаем

$$\begin{aligned} v_B &= -v_B^{\max} \operatorname{sign}[\cos(2\omega_0 t)]; \\ \dot{v}_B &= \dot{v}_B^{\max} \operatorname{sign}[\sin(2\omega_0 t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Соотношения (10) также не могут быть выполнены одновременно вследствие взаимозависимости управляющих сигналов v_B и $\dot{v}_B$. Так, первое соотношение в момент переключения требует бесконечного значения $|\dot{v}_B|$, а оно ограничено согласно (1). Реализация второго соотношения не обеспечивает выполнения первого,

что продемонстрировано на рис. 3. Здесь и на следующем рисунке по горизонтальной оси абсцисс отложены значения фазы периода колебаний подвеса по углу φ (фаза φ в градусах). Видно, что для обоих случаев одно из условий (10) не соблюдено, вследствие чего будем рассматривать частные случаи.

Случай 1, когда параметр $\gamma \rightarrow \infty$, что соответствует $m_{\text{тел}} \gg m_T$. Это также имеет место быть при любых массах тележки и груза, но с автоматическим управлением тележкой по положению или скорости (для рассматриваемой динамики угловых движений это соответствует $m_{\text{тел}} \approx \infty$). Тогда в соотношении (5) слагаемым с множителем $\dot{v}_B$ можно пренебречь в силу его малости и вместо формулы (10) с учетом соотношения (9) записать закон вертикального перемещения груза как

$$\begin{cases} v_B = v_B^{\max} \{\operatorname{sign}[-\cos(2\omega_0 t)]\} = \\ = v_B^{\max} \{\operatorname{sign}[-\ddot{\varphi}(t)]\}; \\ |\dot{v}_B| \leq \dot{v}_B^{\max}. \end{cases} \quad (11)$$

Закону вертикального перемещения груза (11) соответствуют графики, приведенные на рис. 4, где T_v — ширина импульса периода вертикального ускорения, выраженного градусами фазы периода колебаний подвеса. Этот параметр в соответствии с ограничениями (1) и ри-

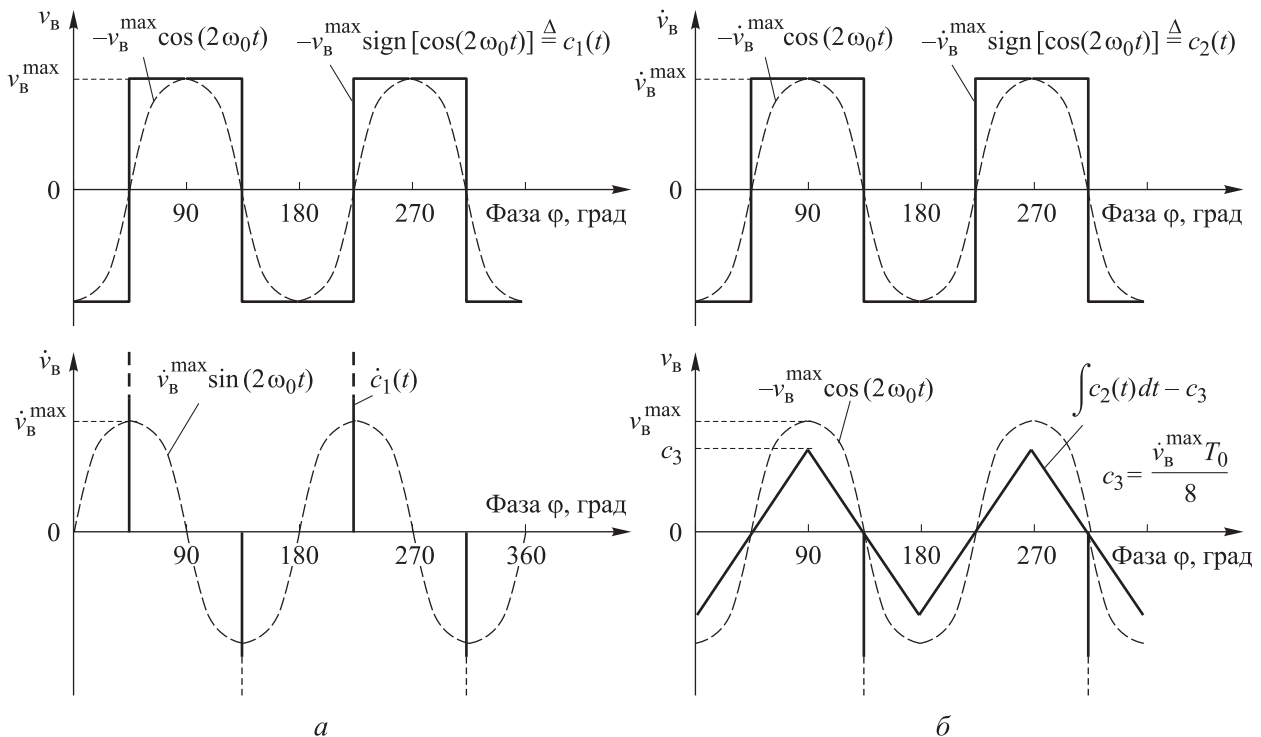


Рис. 3. Соотношения скорости и ускорения вертикального перемещения груза при задании сигнатурным сигналом скорости (а) и ускорения (б)

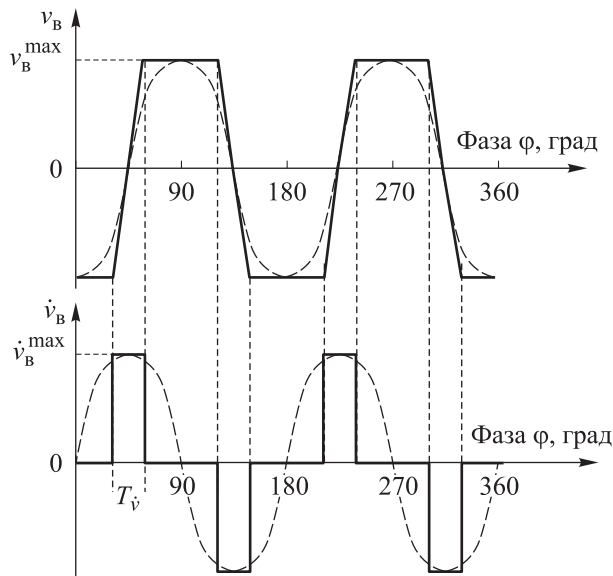


Рис. 4. Соотношения скорости и ускорения вертикального перемещения груза при законе (11)

сунком в рассматриваемом случае соответствует времени 2κ .

Случай 2, когда параметр $\gamma \rightarrow 0$, что соответствует $m_{\text{тел}} \ll m_r$, и тележка находится в свободном движении ($f_{\Sigma} \equiv 0$). Тогда в соотношении (5) слагаемым с множителем v_B можно пренебречь в силу его малости и вместо формулы (10) с учетом выражений (9) и (11) записать закон вертикального перемещения груза как

$$\dot{v}_B = \dot{v}_B^{\max} \text{sign}[\sin(2\omega_0 t)] = \dot{v}_B^{\max} \text{sign}[\tilde{\varphi}(t)]. \quad (12)$$

Этому закону соответствуют графики, приведенные на рис. 3, б и рис. 4 с $T_{\dot{v}} = T_0/4$.

Случай 3 — промежуточный (общий). Введем в рассмотрение настроечный параметр $\mu = \mu(\gamma)$ в виде

$$\mu(\gamma) = e^{-\chi\gamma} \in [1, 0), \quad (13)$$

где χ — выбираемый коэффициент, $\chi > 0$; $\gamma \in [0, \infty)$.

На основе выражений (9), (11) (12), рис. 3 и 4 и указанных значений получаем следующие зависимости:

$$\begin{cases} \dot{v}_B \equiv 0 & \text{при } |\tilde{\varphi}/\tilde{\varphi}_{\max}| < \lambda; \\ \dot{v}_B = \text{sign}(\tilde{\varphi}) k_{\text{sign}} \dot{v}_B^{\max} & \text{при } |\tilde{\varphi}/\tilde{\varphi}_{\max}| \geq \lambda; \\ v_B = \int_t \dot{v}_B(t) dt, \quad |v_B| \leq v_B^{\max}, \end{cases} \quad (14)$$

где λ — доля переменной $|\tilde{\varphi}/\tilde{\varphi}_{\max}|$, при которой происходит дискретное переключение сигнала $\dot{v}_B$; $\tilde{\varphi}_{\max}$ — максимальное значение модуля $\tilde{\varphi}$, определяемое на предыдущем полупери-

оде маятниковых колебаний; k_{sign} — коэффициент корректировки амплитуды сигнала $\dot{v}_B$, $k_{\text{sign}} \in [k_+, k_-]$, $0 < k_{\text{sign}} \leq 1$,

$$k_{\text{sign}} = \begin{cases} k_+ & \text{при } \tilde{\varphi} \geq 0; \\ k_- & \text{при } \tilde{\varphi} < 0. \end{cases}$$

Для поддержания неизменной средней длины подвеса груза из-за появляющейся разницы полупериодов колебаний сигналов φ и $\tilde{\varphi}$ при затухании колебательного движения, эти коэффициенты можно задавать заранее на основе предварительных испытаний или определять из соотношения

$$k_+/k_- = \left(\int_t v_B^- dt \right) / \left(\int_t v_B^+ dt \right),$$

где v_B^- и v_B^+ — отрицательная и положительная скорости вертикального перемещения груза.

В выражении (14):

$$\lambda = \begin{cases} \sin[\pi(0,25 - T_{\dot{v}}/T_0)] & \text{при } T_{\dot{v}}/T_0 < 0,25; \\ 0 & \text{при } T_{\dot{v}}/T_0 \geq 0,25, \end{cases} \quad (15)$$

где

$$T_{\dot{v}} = \begin{cases} \mu(\gamma) T_0/4 \in [2\kappa, T_0/4] & \text{при } \kappa < T_0/8; \\ T_0/4 & \text{при } \kappa \geq T_0/8. \end{cases} \quad (16)$$

Из формул (15) и (16) следует, что если $\kappa \geq T_0/8$, то $\lambda = 0$. Используя поясняющие зависимости по выражению (8), можно описать этот случай приблизительно как

$$l \leq 17\kappa^2, \quad l \leq 1,62g\kappa^2.$$

Для типовых систем привода промышленных и строительных кранов время разгона составляет нескольких секунд [12], поэтому можно сделать вывод, что для типовых кранов последнее соотношение выполнено всегда, вследствие чего алгоритм (14) имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{v}_B &= \text{sign}(\tilde{\varphi}) k_{\text{sign}} \dot{v}_B^{\max}; \\ v_B &= \int_t \dot{v}_B(t) dt; \quad |v_B| \leq v_B^{\max}. \end{aligned} \quad (17)$$

Чтобы среднее заданное значение длины подвеса не менялось, дополнительно необходимо «включать» и «выключать» закон управления вертикальным перемещением груза (14) в определенные моменты времени. Так, для $T_{\dot{v}} = T_0/4$ момент «включения» соответствует фазе колебаний угла φ , равной $52,7^\circ$ или $232,7^\circ$, а момент «выключения» — $142,7^\circ$ или $322,7^\circ$ (значения получены моделированием колебательного процесса в среде MathCad). Для этого случая на основании изложенного установлено, что указанные моменты управления можно

формировать по максимумам («включениям») или минимумам («выключениям») сигнала $\tilde{\varphi}$ по (5) с задержкой после этого приблизительно 1/12 полупериода указанного сигнала.

Также несложно показать, что приближении к закону (14), (17) является закон гармонического вертикального перемещения груза, описанный в работе [10], но без сигнатурной функции и ограничения по ускорению.

Следствие 1. Рассмотрим условия неподвижной тележки крана и $f_{\text{вн}} \equiv 0$. Этому также соответствует случай использования сервопривода тележки, характерный для большей части современных крановых установок ($\gamma \rightarrow \infty$). Тогда система уравнений (4) вырождается только в его второе уравнение, которое с учетом соотношения $f_{\Sigma} \equiv 0$ можно записать через стандартное выражение колебательного процесса [13]

$$\ddot{\varphi} + 2\omega_0 \xi_0(v_{\text{в}}) \dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0,$$

где $\xi_0(v_{\text{в}})$ — относительный коэффициент затухания, $\xi_0(v_{\text{в}}) \approx -v_{\text{в}} l / [\omega_0 (l^2 + r_{\text{г}}^2)]$.

Отсюда можно оценить эффект затухания через относительный коэффициент затухания, который прямо пропорционально зависит от отрицательной скорости вертикального перемещения груза. Рассмотрим типовой случай: длина каната подвеса груза равна 10 м и $r_{\text{г}}^2 \ll l^2$. Тогда для получения максимального значения коэффициента затухания более 0,1 требуется максимальная скорость вертикального перемещения груза $v_{\text{в}}^{\text{max}} > 1$ м/с.

В силу характеристик кранов метод гашения колебаний путем вертикального перемещения груза эффективен только на таких машинах с высокой скоростью вертикального перемещения груза, к которым относятся строительные краны, где она может достигать 3,3 м/с и более [12].

Следствие 2. Из рассмотренного следует, что на кранах с высокой скоростью вертикального перемещения опасно поднимать груз с постоянной скоростью при исходно раскачивающемся грузе вдоль одной горизонтальной оси, так как раскачка может усилиться. Поэтому имеет ограничение по этой скорости [12]. Чтобы устранить эту раскачку, вместо постоянной скорости вертикального перемещения груза, необходимо использовать закон управления (14) или (17) только в фазе подъема.

Следствие 3. Если колебания груза происходят одновременно вдоль двух осей его переме-

щения, то рассуждения останутся прежними, но только для так называемых плоских колебаний (вдоль одной фиксированной плоскости), в основном встречающихся на практике. В этом случае зависимость (14) сохраняется, но используемый в ней сигнал будет определяться соотношением

$$\varphi = \text{sign}(\varphi) \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2},$$

где φ_1, φ_2 — углы отклонения каната подвеса груза по двум осям перемещения груза; $\text{sign}(\varphi)$ — знак вычисляемого значения φ , равный знаку φ_1 или φ_2 с выбором по превосходству интенсивности колебаний.

Если колебания являются объемными (асинфазные колебания по разным горизонтальным осям), например круговыми, управление вертикальным перемещением груза для гашения колебаний использовать нельзя, так как требования вдоль разных горизонтальных осей могут противоречить друг другу. Выбранное решение по одной оси может способствовать гашению колебаний, а по другой — выполнять раскачку.

Пример. Рассмотрим кран со следующими параметрами: $m_{\text{т}} = 3000$ кг; $r_{\text{т}} = 1$ м; $l = 15$ м; $v_{\text{в}}^{\text{max}} = 3$ м/с; $\kappa = 2$ с. Предполагаем, что управление подъемом и спуском груза осуществляется сервоприводом с точным отслеживанием заданной скорости вертикального перемещения груза. Поэтому считаем, что тележка крана неподвижна, чему соответствуют параметры $\gamma = \infty$, $\omega_0 \approx 0,81$ с⁻¹, $T_0 \approx 7,8$ с и $\lambda = 0$. Моделирование крановой установки в соответствии с выражениями (3) проведено в среде Matlab/Simulink/Multibody.

Результаты исследования гашения колебаний с помощью закона формирования скорости вертикального перемещения груза (17) приведены на рис. 5, где Δl — приращение длины подвеса за счет вертикального перемещения груза; $\varphi_{\text{исх}}$ — угол исходного колебания подвеса груза без гашения. Угловое движение соответствует начальному значению угла отклонения грузового каната от вертикали 3°. Этот алгоритм «включается» в момент времени, когда проходит 1/12 полупериода колебаний сигнала $\tilde{\varphi}$, после достижения его максимума. Приняты коэффициенты корректировки $k_{+} = 0,983$ и $k_{-} = 1,000$.

Из приведенных графиков следует явное затухание колебаний. Аналогичное гашение колебаний за счет вертикального перемещения

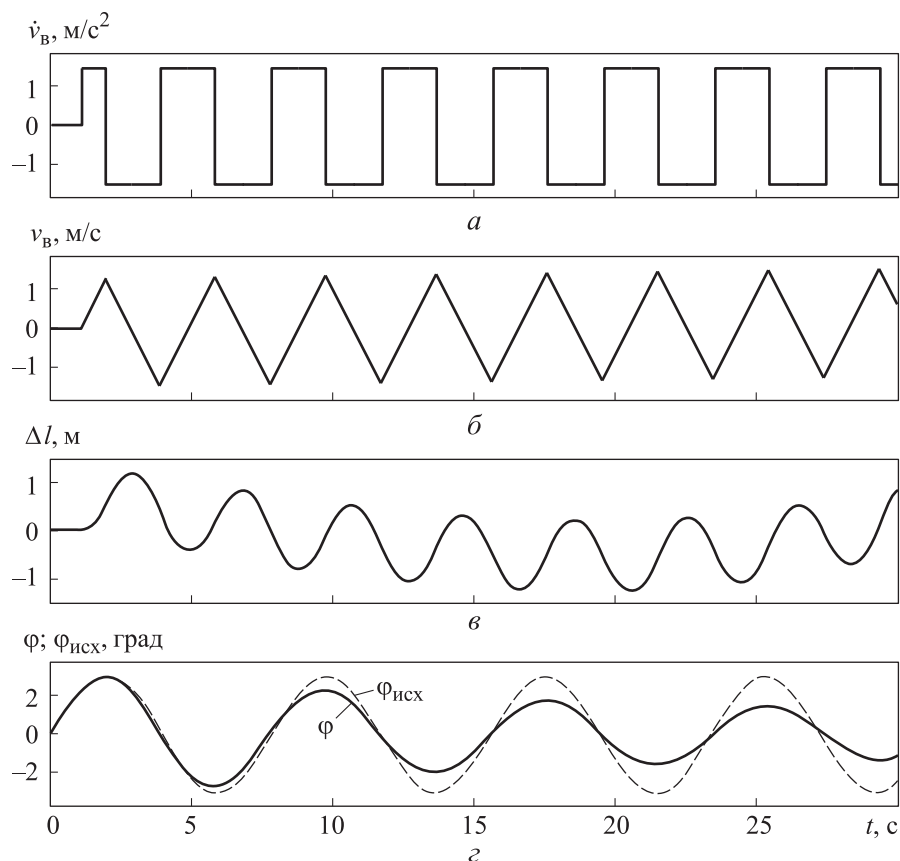


Рис. 5. Зависимости параметров крана от времени t при гашении колебаний грузового каната с помощью закона формирования скорости вертикального перемещения груза (17):

a и b — ускорения $\dot{v}_B$ и скорости v_B вертикального перемещения груза;

c — приращения длины подвеса Δl ;

d — углов колебаний подвеса груза φ и исходных колебаний $\varphi_{\text{исх}}$

груза было получено на экспериментальной установке [14].

Выводы

1. На основе подхода оптимизации с использованием соотношения первой и второй производных углового движения и особенностей скалярного произведения векторов получен оптимальный закон вертикального перемещения груза для гашения колебаний грузового каната при назначенных ограничениях на параметры вертикального перемещения: максимальную скорость перемещения и время разгона–торможения. В общем случае ускорение и скорость вертикального перемещения груза можно описать соотношениями (13)–(16). Для большей

части кранов эти соотношения более простые — (17). Основой для формирования ускорения и скорости вертикального перемещения груза являются сигнатура и фазы условного угла сигнала двойной частоты.

2. Установлено, что подход гашения колебаний грузового каната путем вертикального перемещения груза с неизменной средней заданной длиной подвеса является эффективным только для кранов с высокой (более 1 м/с) скоростью вертикального перемещения груза (что характерно для строительных кранов) и при плоских колебаниях груза. Предложено поднимать раскачивающийся груз с плоскими колебаниями не с постоянной скоростью, а с переменной, чтобы исключить дальнейшее увеличение амплитуды колебаний груза.

Литература

- [1] Смехов А.А., Ерофеев Н.И. *Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами*. Москва, Машиностроение, 1975. 239 с.

- [2] Герасимьяк Р.П., Лещев В.А. *Анализ и синтез крановых электромеханических систем*. Одесса, СМИЛ, 2008. 192 с.
- [3] Enin S., Omelchenko E., Maksimov I. Crane anti-sway control system algorithm. *IEEE Russian Workshop on PEAM*, 2019, pp. 54–58, doi: <https://doi.org/10.1109/PEAMI.2019.8915227>
- [4] Mohamed K.T., Abdel-Razak M.H., Haraz E.H. et al. Fine tuning of a PID controller with inlet derivative filter using Pareto solution for gantry crane systems. *Alex. Eng. J.*, 2022, vol. 61, no. 9, pp. 6659–6673, doi: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.12.017>
- [5] Qiang H.Y., Sun Y.G., Lyu J.C. et al. Anti-sway and positioning adaptive control of a double-pendulum effect crane system with neural network compensation. *Front. Robot. AI*, 2021, vol. 8, art. 639734, doi: <https://doi.org/10.3389/frobt.2021.639734>
- [6] Антипов А.С., Ткачева О.С. Робастное управление ходовой тележкой однобалочного мостового крана при действии несогласованных возмущений и при неполных измерениях. *Управление большими системами*, 2023, № 105, с. 41–64, doi: <https://doi.org/10.25728/ubs.2023.105.3>
- [7] Крутлов С.П., Ковыршин С.В. Идентификационное скоростное управление мостовым краном с сокращенной моделью переноса груза. *Проблемы управления*, 2023, № 4, с. 28–37, doi: <https://doi.org/10.25728/pu.2023.4.3>
- [8] Лобанов А.Н., Федорещенко Н.В. *Способ гашения колебаний системы*. Патент СССР 1800879. Заявл.16.01.1991, опубл. 20.05.1999.
- [9] Федорещенко Н.В. Гашение колебаний груза подъемно-транспортных механизмов. *iPolytech Journal*, 2023, т. 27, № 1, с. 61–73, <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2023-1-61-73>
- [10] Лещев В.А. Параметрическое управление гашением колебаний подвешенного на кране груза. *Электрические и компьютерные системы*, 2011, № 4, с. 39–41.
- [11] Сивухин Д.В. *Общий курс физики*. Т. 1. Механика. Москва, Наука, 1979. 519 с.
- [12] Гохберг М.М., ред. *Справочник по кранам*. Т. 2. Москва, Машиностроение, 1988. 559 с.
- [13] Первозванский А.А. *Курс теории автоматического управления*. Санкт-Петербург, Лань, 2010. 624 с.
- [14] Ковыршин С.В., Крутлов С.П., Буторин Д.В. и др. Экспериментальная установка для разработки и исследования алгоритмов успокоения груза на кранах мостового типа с системой управления на основе промышленных элементов. *Молодая наука Сибири*, № 3, 2023. URL: <https://ojs.ircgups.ru/index.php/mns/article/view/1503>

References

- [1] Smekhov A.A., Erofeev N.I. *Optimalnoe upravlenie podemno-transportnymi mashinami* [Optimal control of lifting and transport machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 239 p. (In Russ.).
- [2] Gerasimiyak R.P., Leshchev V.A. *Analiz i sintez kranovykh elektromekhanicheskikh sistem* [Analysis and synthesis of crane electromechanical systems]. Odessa, SMIL Publ., 2008. 192 p. (In Russ.).
- [3] Enin S., Omelchenko E., Maksimov I. Crane anti-sway control system algorithm. *IEEE Russian Workshop on PEAM*, 2019, pp. 54–58, doi: <https://doi.org/10.1109/PEAMI.2019.8915227>
- [4] Mohamed K.T., Abdel-Razak M.H., Haraz E.H. et al. Fine tuning of a PID controller with inlet derivative filter using Pareto solution for gantry crane systems. *Alex. Eng. J.*, 2022, vol. 61, no. 9, pp. 6659–6673, doi: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.12.017>
- [5] Qiang H.Y., Sun Y.G., Lyu J.C. et al. Anti-sway and positioning adaptive control of a double-pendulum effect crane system with neural network compensation. *Front. Robot. AI*, 2021, vol. 8, art. 639734, doi: <https://doi.org/10.3389/frobt.2021.639734>
- [6] Antipov A.S., Tkacheva O.S. Robust control of the trolley of a single girder overhead crane under the action of unmatched perturbations and incomplete measurement. *Upravlenie bolshimi sistemami*, 2023, no. 105, pp. 41–64, doi: <https://doi.org/10.25728/ubs.2023.105.3> (in Russ.).
- [7] Kruglov S.P., Kovyreshin S.V. Identification-based speed control of an overhead crane with a reduced cargo transfer model. *Problemy upravleniya* [Control Sciences], 2023, no. 4, pp. 28–37, doi: <https://doi.org/10.25728/pu.2023.4.3> (in Russ.).

- [8] Lobanov A.N., Fedoreshchenko N.V. *Sposob gasheniya kolebaniy sistemy* [Method of damping system oscillations]. Patent USSR 1800879. Appl.16.01.1991, publ. 20.05.1999. (In Russ.).
- [9] Fedoreshchenko N.V. Damping of oscillations of load lifted by handling equipment. *iPolytech Journal*, 2023, vol. 27, no. 1, pp. 61–73, <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2023-1-61-73> (in Russ.).
- [10] Leshchev V.A. Parametric control of a hanged at a crane load vibrations. *Elektricheskie i kompyuternye sistemy* [Electrotechnic and Computer Systems], 2011, no. 4, pp. 39–41. (In Russ.).
- [11] Sivukhin D.V. *Obshchiy kurs fiziki*. T. 1. Mekhanika [General course of physics. Vol. 1. Mechancis]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 519 p. (In Russ.).
- [12] Gokhberg M.M., ed. *Spravochnik po kranam*. T. 2 [Handbook of cranes. Vol. 2]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 559 p. (In Russ.).
- [13] Pervozvanskiy A.A. *Kurs teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Course in the theory of automatic control]. Sankt-Peterburg, Lan Publ., 2010. 624 p. (In Russ.).
- [14] Kovyrshin S.V., Kruglov S.P., Butorin D.V. et al. Experimental installation for development and research of algorithms for stilling load on bridge-type cranes with a control system based on industrial elements. *Molodaya nauka Sibiri* [Young Science of Siberia], no. 3, 2023. URL: <https://ojs.ircgups.ru/index.php/mns/article/view/1503> (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 21.07.2025

Информация об авторах

КРУГЛОВ Сергей Петрович — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов». ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения» (664074, Иркутск, Российская Федерация, ул. Чернышевского, д. 15, e-mail: kruglov_s_p@mail.ru).

КОВЫРШИН Сергей Владимирович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов». ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения» (664074, Иркутск, Российская Федерация, ул. Чернышевского, д. 15, e-mail: sergkova@mail.ru).

ФЕДОРЕЩЕНКО Николай Васильевич — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и электрический транспорт». Иркутский национальный исследовательский технический университет (664074, Иркутск, Российская Федерация, ул. Лермонтова, д. 83, e-mail: n-fed38@mail.ru).

КОДЕНЕВ Кирилл Федорович — инженер-программист. ООО «Мехатронные, автоматизированные системы и технологии» (664048, Иркутск, Российская Федерация, ул. Баумана, д. 229/1, кв. 31, e-mail: kirill_kodenev@mail.ru).

Information about the authors

KRUGLOV Sergey Petrovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Professor of Automation of Production Processes Department. Irkutsk State Transport University (664074, Irkutsk, Russian Federation, Chernyshevsky St., Bldg. 15, e-mail: kruglov_s_p@mail.ru).

KOVYRSHIN Sergey Vladimirovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of Automation of Production Processes Department. Irkutsk State Transport University (664074, Irkutsk, Russian Federation, Chernyshevsky St., Bldg. 15, e-mail: sergkova@mail.ru).

FEDORESHCHENKO Nikolai Vasilievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of Electric Drive and Electric Transport Department. Irkutsk National Research Technical University (664074, Irkutsk, Russian Federation, Lermontov St., Bldg. 83, e-mail: n-fed38@mail.ru).

KODENYOV Kirill Fedorovich — Programmer Engineer. LLC Mechatronic Automated Systems and Technologies (664048, Irkutsk, Russian Federation, Bauman St., Bldg. 229/1, apt. 31, e-mail: kirill_kodenev@mail.ru).

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Круглов С.П., Ковыршин С.В., Федорещенко Н.В., Коденев К.Ф. Вертикальное перемещение груза на крановой установке для оптимального гашения маятниковых колебаний грузового каната. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 4, с. 46–55.

Please cite this article in English as:

Kruglov S.P., Kovyrshin S.V., Fedoreshchenko N.V., Kodenov K.F. Vertical movement of cargo on a crane installation for optimal damping of pendulum oscillations of the cargo rope. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 4, pp. 46–55.