

P1238a

НА ДОМ
НЕ ВЫДАЕТСЯ

64/17

П Р И К Л А Д Н А Я М Е Х А Н И К А .

Часть I.

Теорія механизмовъ.

✓
p/23800
ПРОВЕРЕНО
1952

Провер. 1935



ПРОВЕРЕНО
1945
Л Е К Ц И И

Адъюнктъ-профессора Н. И. МЕРПАЛОВА,

читанная на 2-мъ курсѣ И. Т. У.

М о с к в а .

1899 - 900 ак. год.

Литографированіе лекцій разрѣшаю

Ад. проф.

Мерзлановъ



В В Е Д Е Н І Е.

Прикладная механика, какъ это видно изъ самого названія, занимается приложеніемъ нашихъ знаній о соотношеніяхъ между силами природы къ изысканію способовъ пользованія этими силами въ нашихъ цѣляхъ. Эти способы пользованія силами и цѣли, имѣющіяся въ виду при этомъ, можно раздѣлить на двѣ большія группы. Въ одной мы пользуемся извѣстными силами для того, чтобы устранить нежелательное дѣйствіе другихъ силъ. Перекидывая, на примѣръ, мостъ черезъ рѣку, мы устраняемъ нежелательное дѣйствіе тяжести; возводя зданіе - устраняемъ нежелательное дѣйствіе температуры и другихъ атмосферическихъ дѣятелей - и т.д. Здѣсь наши знанія о молекулярныхъ силахъ сцѣпленія, упругости и т.п. даютъ намъ возможность избѣжать вреднаго для насъ дѣйствія другихъ силъ. Та часть прикладной механики, которая занимается изысканіемъ этихъ способовъ устраненія извѣстныхъ дѣйствій внѣш-

нихъ силъ, называется вообще СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКОЙ.

Другая группа способовъ пользованія силами носить гораздо болѣе активный характеръ. Тутъ мы заставляемъ силы производить движеніе въ опредѣленномъ желательномъ для насъ направленіи, совершать извѣстную нужную для насъ работу. Орудія, при помощи которыхъ мы производимъ эти дѣйствія, называются машинами, и та часть прикладной механики, которая занимается изслѣдованіемъ этой второй группы способовъ пользованія силами, называется МАШИНОСТРОЕНІЕМЪ. — Уже изъ самой сущности задачи, которую ставимъ мы себѣ при такомъ пользованіи силами, вытекаетъ опредѣленіе машины. Однако это послѣднее было дано впервые, какъ это ни странно, только въ концѣ шестидесятихъ годовъ извѣстнымъ *Reuleaux* и выражается слѣдующимъ образомъ: МАШИНОЙ НАЗЫВАЕТСЯ СИСТЕМА ТѢЛЪ, ПРИ ПОМОЩИ КОТОРЫХЪ ДАННЫЯ СИЛЫ ПРОИЗВОДЯТЪ ДВИЖЕНІЕ ТОЛЬКО ВЪ ЗАРАНЕЕ ОПРЕДѢЛЕННЫХЪ НАПРАВЛЕНІЯХЪ, ВСѢ ЖЕ ДРУГІЯ ДѢЙСТВІЯ СИЛЪ УСТРАНЯЮТСЯ СООТВѢТСТВЕННЫМЪ СОПРОТИВЛЕНІЕМЪ ЭТОЙ СОВОКУПНОСТИ ТѢЛЪ. Какъ видимъ, и это

опредѣленіе есть собственно описаніе, но такое, которое коротко формулируетъ сущность рѣшаемой нами при помощи машинъ задачи. Замѣтимъ, что изъ опредѣленія вытекаетъ непосредственно подраздѣленіе науки о машинахъ на соотвѣтственные отдѣлы. Впервыхъ основнымъ требованіемъ является произведеніе заранее опредѣленнаго движенія; а т.к. всякое сложное движеніе, какъ извѣстно, можно составить изъ простыхъ, то на первый планъ ставится вопросъ: какой комбинаціей простѣйшихъ движеній мы можемъ воспроизвести требуемое движеніе? Слѣдовательно, первымъ и основнымъ отдѣломъ науки машиностроенія будетъ отдѣлъ кинематическій, въ которомъ разсматриваются, впервыхъ, способы воспроизведенія простѣйшихъ движеній, а затѣмъ - различныя ихъ комбинаціи. - Далѣе, силы, производя при помощи машины опредѣленныя движенія, совершаютъ нужную для насъ работу. Но эта работа является результатомъ не свободнаго дѣйствія силъ, а принужденнаго. Устраняя нежелательныя для насъ движенія при помощи сопротивленія частей машины, мы должны ожидать извѣстной

потери въ дѣйствиі силъ. Слѣдовательно является вопросъ, ка-
кимъ образомъ свести эту потерю на *minimum*, т.е. является
вопросъ объ экономическомъ коэффициентѣ машины и о вредныхъ
сопротивленіяхъ. Рѣшеніе этого вопроса посвящается второй
отдѣлъ машиностроенія, носящій обыкновенно названіе ОБЩЕЙ
ТЕОРІИ МАШИНЪ, и такъ какъ различныя потери въ дѣйствіяхъ
силъ несомнѣнно зависятъ отъ природы самихъ силъ, то этотъ
отдѣлъ естественно распадается на группы сообразно съ осо-
быми свойствами силъ; такъ что, на примѣръ, термодинамика
является частью этого отдѣла. Наконецъ требованіе устране-
нія нежелательныхъ дѣйствиі силъ порождаетъ вопросъ о до-
статочной сопротивляемости частей машинъ этимъ, такъ ска-
зать, вреднымъ дѣйствіямъ силъ, и является такимъ образомъ
третьей отдѣлъ науки машиностроенія: ученіе О ПРОЧНОСТИ ЧА-
СТЕЙ МАШИНЪ. Каждый изъ этихъ отдѣловъ представляетъ оди-
наковую важность для инженера, но каждый имѣетъ свои осо-
бенности для изученія и пользованія выводами, — особен-
ности, на которыхъ я нѣсколько остановлюсь. Первый, кинема-

тическій отдѣлъ видѣлился въ особую науку сравнительно недавно. Извѣстно, что еще *Атаре* настаивалъ на выдѣленіи изъ общей механики особой отрасли, занимающейся исключительно изслѣдованіемъ движеній безъ разсмотрѣнія силъ, производящихъ эти движенія и указывалъ на важное значеніе этой дисциплины для потребностей практической механики. Въ дѣйствительности конечно инженеру прежде всего приходится рѣшать вопросъ объ относительныхъ движеніяхъ частей машины, производящихъ въ совокупности желательное движеніе, и для рѣшенія его вовсе не нужно принимать во вниманіе, какія силы заставляютъ механизмъ двигаться. Вопросъ этотъ въ весьма большомъ числѣ случаевъ машиностроенія является даже первенствующимъ; такъ, наприимѣръ, во всѣхъ обрабатывающихъ дерево или металлы машинахъ, гдѣ требуется куску дать опредѣленную форму съ помощью извѣстнаго инструмента, мы должны прежде всего рѣшить вопросъ объ относительномъ движеніи этого инструмента, такъ чтобы онъ могъ придать заданную форму обрабатываемому куску. Точно также и при

устройствъ ткацкихъ станковъ требуется прежде всего рѣ-
шить извѣстной комбинаціи движеній сложную задачу объ от-
носительномъ движеніи нитей основы и утка въ цѣляхъ вос-
произведенія даннаго узора ткани; всѣмъ извѣстно, какія
остроумныя и въ высшей степени сложныя комбинаціи движеній
встрѣчаются, на примѣръ, въ новѣйшихъ Жанкардовыхъ машинахъ,
работающихъ одновременно съ нѣсколькими челноками. Здѣсь
и во многихъ подобныхъ случаяхъ вопросъ о силахъ, произ-
водящихъ движеніе, даже вопросъ объ экономичности - отсту-
паютъ на второй планъ. Но легко видѣть, что разъ мы опу-
скаемъ на время вопросъ о силахъ, а рассматриваемъ только
движеніе, изслѣдованіе пріобрѣтаетъ тогда характеръ чисто
геометрической и Амперъ былъ правъ, когда назвалъ эту но-
вую отрасль прикладной механики геометрией четырехъ измѣ-
реній, гдѣ четвертымъ измѣреніемъ будемъ имѣть элементъ
времени. Слѣдовательно первый основной отдѣлъ прикладной
механики будетъ обладать тѣмъ преимуществомъ, которымъ
обладаетъ геометрія или чистая математика вообще. Этимъ

преимуществом является, какъ извѣстно, наибольшая легкость и доступность для изученія, — ибо не требуется ни сложныхъ опытовъ, ни кропотливыхъ наблюденій, — и строгая доказательность положеній и выводовъ. Далѣе и въ пользованіи результатами будетъ полное тождество съ геометрией. Какъ въ геометріи, обладая только нѣкоторой долей воображенія, мы можемъ комбинаціей извѣстныхъ пространственныхъ соотношеній создавать новыя формы, *a priori* заключать о новыхъ соотношеніяхъ, такъ и здѣсь для творчества требуется только воображеніе и способность къ комбинаціи и рѣшеніе какого-либо кинематическаго вопроса, по существу не отличается отъ рѣшенія геометрическихъ задачъ построенія. Ошибочно, конечно, думать, что это рѣшеніе можетъ быть подведено подъ извѣстныя формулы или даже облегчено введеніемъ разныхъ условныхъ обозначеній для механизмовъ, какъ полагалъ, напримѣръ *Reuleaux*. Эти обозначенія скорѣе даже затрудняютъ творчество, ибо вмѣсто непосредственной наглядности является отвлеченная условность — а только

интуиція и можетъ здѣсь ~~создаётъ~~ что-либо новое. Въ дѣйствительности хорошее воображеніе и способность къ комбинаціямъ встрѣчаются далеко не рѣдко и потому не удивительно, что творчество въ этой области машиностроенія развито весьма сильно. Стоитъ только посмотрѣть, какая масса всевозможныхъ механизмовъ на различные случаи движенія патентуется ежегодно, чтобы убѣдиться въ справедливости сказаннаго. Почему же однако не всѣ эти механизмы, а только ничтожно-малая часть ихъ вводится потомъ въ дѣйствительную жизнь? Вѣдь въ большинствѣ случаевъ эти механизмы весьма остроумны съ кинематической точки зрѣнія? Здѣсь мы должны обратиться къ остальнымъ отдѣламъ машиностроенія и прежде всего къ общей теоріи машинъ. Механизмъ, совершенный съ точки зрѣнія движенія, можетъ быть совсѣмъ негоднымъ, вслѣдствіе своей неэкономичности и второй основной отдѣлъ машиностроенія долженъ бы давать намъ соотвѣтственныя указанія. Тутъ однако дѣло обстоитъ гораздо сложнее: мы должны теперь ввести въ изслѣдованіе вопросъ о силахъ и задача сразу становится

труднѣйшей. Извѣстно изъ исторіи развитія теоретической механики, какъ трудно поддаются изученію даже рудиментарныя силы: у древнихъ была въ высшей степени развита геометрія, но они и отдаленнаго понятія не имѣли хотя-бы о принципѣ инерціи, или независимости дѣйствія. Нужно было появиться необыкновенному генію Галилея, чтобы выяснитъ эти основные принципы. Но въ машиностроеніи мы имѣемъ дѣло не съ простымъ дѣйствіемъ тяжести, а съ несравненно болѣе сложными явленіями молекулярныхъ силъ. Изслѣдованіе дѣйствія этихъ силъ сопряжено съ трудными опытами, но и одни опыты намъ часто мало дадутъ, ибо, вслѣдствіе совмѣстнаго существованія силъ, ускользаетъ отъ насъ сущность дѣйствія каждой силы и нуженъ необыкновенный геній, чтобы усмотрѣть главное въ явленіи и отвѣчаться отъ побочнаго. Естественно, что этотъ отдѣлъ ученія о машинахъ развивается крайне медленно, теорія въ большинствѣ случаевъ весьма несовершенна и, напримеръ, мы очень мало знаемъ объ одномъ изъ самыхъ важныхъ факторовъ въ вопросѣ объ экономичности механизма, именно:

о треніи. До сихъ поръ мы не можемъ даже опредѣленно сказать, зависитъ-ли треніе въ твердыхъ тѣлахъ отъ относительной скорости, или нѣтъ. Правда, въ термодинамикѣ мы имѣемъ благодаря геніямъ *Mayera* и *Carnot* предѣленные указанія, которыми должно руководствоваться инженеръ при построеніи этого класса машинъ, но практическое выполненіе этихъ указаній весьма трудно и именно вслѣдствіе весьма малаго знанія о другихъ молекулярныхъ силахъ. Еще въ 1824 году появилось изслѣдованіе *Carnot* и въ 42-мъ работа *Mayer'a* однако хотъ нѣсколько приблизиться къ теоретическимъ требованіямъ удалось только въ самое послѣднее время благодаря энергіи германскаго инженера *Diesel'a* и нуженъ былъ многолѣтній трудъ, нужна была большая изобрѣтательность въ конструкціи, чтобы достигнуть этого, въ дѣйствительности небольшого, приближенія къ научнымъ требованіямъ. Итакъ этотъ отдѣлъ механики представляетъ необыкновенныя трудности какъ для его теоретической разработки, такъ и для использованія добытыхъ результатовъ; только въ

немногихъ случаяхъ даетъ онъ намъ вполне опредѣленный отвѣтъ по вопросу о пригодности того или другого механизма.

Если мы обратимся къ третьему основному отдѣлу, къ ученію о прочности частей машинъ, то здѣсь встрѣтимся съ такими-же, если не большими, затрудненіями. Правда мы здѣсь имѣемъ дѣло только съ опредѣленнымъ классомъ явленій. именно - упругости; однако они достаточно сложны и хотя мы можемъ дѣлать нѣкоторыя предположенія о сущности дѣйствія упругихъ силъ, однако въ дѣйствительныхъ случаяхъ мы имѣемъ часто настолько сложныя комбинаціи этихъ силъ, что теоретически разобратъся бываетъ невозможно и мы принуждены прибѣгать къ болѣе или менѣе произвольнымъ, упрощающимъ дѣло предположеніямъ. Но даже и при этомъ прѣмѣ удастся найти рѣшеніе только въ немногихъ, наиболѣе простыхъ и въ дѣйствительности рѣдко имѣющихъ мѣсто случаяхъ. Примѣняютъ однако эти выводы къ сложнымъ явленіямъ, гораздо болѣе частымъ, стараясь поправить неточности введеніемъ опытныхъ коэффициентовъ. Такой путь конечно мало рациона-

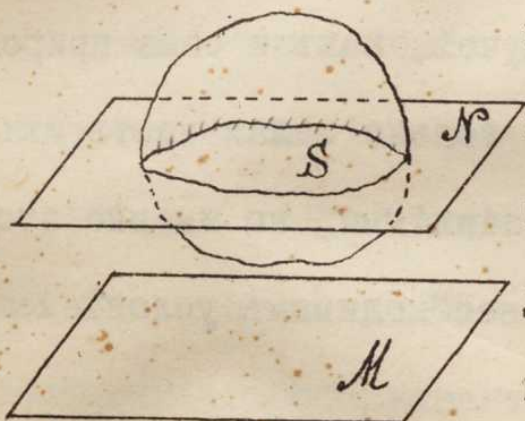
ленъ, ибо самый видъ соотношенія можетъ вовсе не подходить къ данному случаю и коэффициенты совсѣмъ не поправляютъ дѣла, такъ какъ поправленная формула будетъ выражать соотношенія только для тѣхъ опытовъ, изъ которыхъ выведены коэффициенты, что конечно мало интересно. Обыкновенно руководствуется аналогіями съ испытанными уже механизмами; но и этотъ путь представляетъ мало рациональнаго по весьма понятнымъ причинамъ. Тѣмъ не менѣе приходится пока мириться, вслѣдствіе необыкновенной трудности дѣла, съ этими мало научными приемами. - Итакъ понятно, почему только немногіе изъ изобрѣтаемыхъ механизмовъ удерживаются въ дѣйствительности. Вслѣдствіе несовершенства общей теоріи машинъ и ученія о достаточной прочности частей механизма нельзя съ полной опредѣленностью во всякомъ данномъ случаѣ сказать о пригодности того или другого новаго механизма. Мы не обладаемъ достаточнымъ запасомъ знаній о вредныхъ сопротивленіяхъ, чтобы устранить, по возможности заранее, ихъ дѣйствіе; мы не можемъ еще распоряжаться силами такъ, какъ распоряжаемся

геометрическими формами: мы принуждены испробовать. Но тѣмъ нужнѣе становится для насъ обладаніе достаточнымъ запасомъ придуманныхъ механизмовъ и богатство творчества въ кинематической части является однимъ изъ необходимыхъ условий успѣшной борьбы инженера съ вредными сопротивленіями. Мы будемъ поступать въ этомъ случаѣ, какъ и сама природа: она производитъ массу сѣмянъ, и только малая часть ихъ выдерживаетъ борьбу съ вредными вліяніями; но именно это богатство произведенія и служитъ необходимымъ условіемъ успѣшной борьбы.

ОБЩІЯ КИНЕМАТИЧЕСКІЯ СВЯЗЫ

Движеніе всякой неизмѣняемой системы вполне опредѣляется движеніемъ какихъ-либо трехъ точекъ этой системы. Зная положеніе этихъ послѣднихъ въ каждый данный моментъ, мы легко опредѣлимъ положеніе любой точки системы, такъ какъ положеніе ея относительно трехъ выбранныхъ нами точекъ

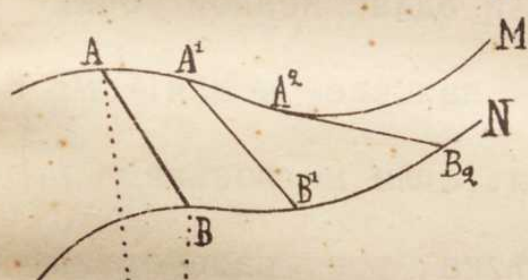
вполнѣ намъ извѣстно, при данной конфигураціи системы. Если система движется параллельно какой-либо плоскости [направляющая плоскость], а съ такимъ преимущественно движеніемъ мы имѣемъ дѣло въ кинематикѣ механизмовъ, то какое-либо сѣченіе S [фиг. I] этой системы плоскосты параллельной



направляющей плоскости M будетъ все время находиться въ этой сѣкущей плоскости. Тогда, намъ достаточно будетъ для опредѣленія движенія системы разсмотрѣть только движеніе этого

сѣченія въ его плоскости, а такъ какъ положеніе всякой ^{неизмѣняющейся въ одной плоскости} неизмѣняемой плоской системы ^{вполнѣ} опредѣляется положеніемъ двухъ какихъ-либо ея точекъ, то все изслѣдованіе движенія въ такомъ случаѣ сводится къ разсмотрѣнію движенія какого-нибудь прямого отрѣзка, движущагося въ данной плоскости. Простѣйшими движеніями такого отрѣзка будутъ: поступательное и прямолинейное - тогда всѣ его точки будутъ описывать прямыя параллельныя со скоростями равными - и вращательное около какой-либо неподвижной точки плоскости - тогда точки

будутъ описывать концентричныя окружности съ центромъ въ неподвижной точкѣ. Замѣтимъ, что первый случай можно | съ какой-угодно степеней точности | также разсматривать, какъ нѣкоторое вращеніе, если только взять достаточно далеко неподвижную точку. Точно также, мы можемъ сказать, что, если концы отрѣзка принуждены во все время его движенія оставаться на двухъ концентрическихъ окружностяхъ, движеніе будетъ вращеніемъ отрѣзка около центра этихъ окружностей. Но разсмотримъ какое-либо движеніе отрѣзка | фиг. 2 | Пусть кон-



фиг. 2.



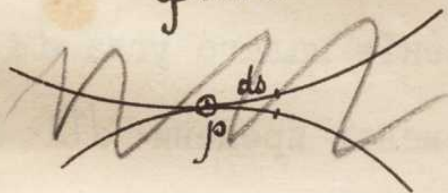
цы его описывать кривыя М и N. Передвиженіе конца А по кривой М можно, если только достаточно близко взять сосѣднія положенія A^1 разсматривать какъ движеніе по нѣкоторой окружности, касательной къ М въ точкѣ А; то же самое можно

сказать и о точкѣ В. Но центры всѣхъ окружностей, касательныхъ къ кривой М въ точкѣ А, лежатъ на нормали къ кривой въ

точкѣ А; точно также и для точки В кривой $\mathcal{M}$. Если я возьму точку p пересѣченія этихъ нормалей за центръ окружностей, касательныхъ къ кривымъ $\mathcal{M}$ и $\mathcal{M}'$ соответственно въ точкахъ А и В, то можно сказать [съ какой-угодно степенью точности], что изъ положенія АВ въ положеніе AB' отрѣзокъ перешелъ, опираясь своими концами на двѣ концентрическія окружности $|pA$ и $pB|$, т.е. вращаясь около точки p . Слѣдовательно всякое перемѣщеніе отрѣзка за промежутокъ времени, взятый достаточно малымъ, можно разсматривать какъ вращеніе около нѣкоторой вполне определенной и единственной точки p неподвижной плоскости. Точка p называется ЦЕНТРОМЪ ИЛИ ПОЛЮСОМЪ МГНОВЕННАГО ВРАЩЕНІЯ, и, если мы возьмемъ рядъ послѣдовательныхъ положеній отрѣзка, т.е. разсмотримъ его движеніе за извѣстный промежутокъ времени, то найдемъ попрежнему рядъ точекъ p , около которыхъ отрѣзокъ, а слѣдовательно и вся плоская система послѣдовательно вращается. Такой рядъ точекъ p будетъ представлять нѣкоторую кривую, лежащую въ неподвижной плоскости и называемую НЕПОДВИЖНОЙ ПОЛОИДОЙ. Скорости различныхъ точекъ подвижной системы въ

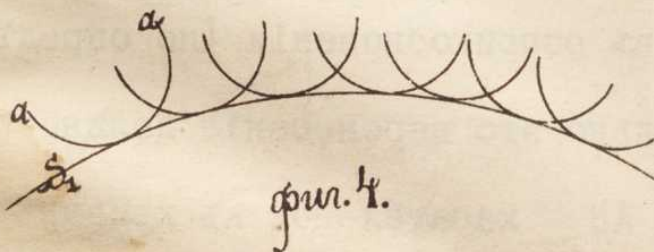
каждый данный момент пропорциональны разстояніямъ ихъ отъ соотвѣтствующаго полкса мгновеннаго вращенія. Пусть угловая скорость мгновеннаго вращенія для системы въ данный моментъ будетъ ω , а разстояние какой-нибудь точки М отъ полкса равно ρ , тогда линейная скорость точки будетъ равняться $\rho \cdot \omega$ — совпаденія слѣдующихъ равныхъ элементовъ ds обѣихъ кривыхъ [фиг. III]. При этомъ всегда линія, соединяющая точку [въ ея положеніи въ данный моментъ] съ центромъ мгновеннаго вращенія, НОРМАЛЬНА КЪ ТРАЕКТОРІИ точки, а перпендикуляръ къ этой линіи, черезъ точку проведенный, есть касательная къ траекторіи. Если мы возьмемъ въ подвижной системѣ не точку, а нѣкоторую кривую aa , то [ф. 4] кривая будетъ конечно занимать различныя положенія на неподвижной плоскости при движеніи системы. Можно представить себѣ кривую, въ неподвижной плоскости лежащую [ф. 5] и касающуюся постоянно кривой подвижной. Такая кривая бу-

фиг. 3.



нящая точку [въ ея положеніи въ данный моментъ] съ центромъ мгновеннаго вращенія, НОРМАЛЬНА КЪ ТРАЕКТОРІИ точки, а перпендикуляръ къ этой линіи, черезъ точку проведенный, есть касательная къ траекторіи. Если мы возьмемъ въ подвижной системѣ не точку, а нѣкоторую кривую aa , то [ф. 4]

кривая будетъ конечно занимать различныя положенія на не-



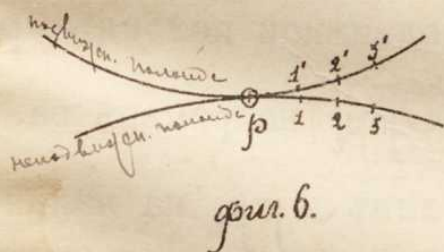
фиг. 4.

подвижной плоскости при движеніи системы. Можно представить себѣ кривую, въ неподвижной плоскости лежащую [ф. 5] и касающуюся постоянно кривой подвижной. Такая кривая бу-

и касающуюся постоянно кривой подвижной. Такая кривая бу-

направленіе перенесенія! есть нормаль къ обѣимъ кривымъ въ точкѣ А, т.е., что нормаль къ огибающей и огибаемой въ точкѣ ихъ прикосновенія всегда проходитъ черезъ центр мгновеннаго вращенія. Не трудно найти мѣру скольженія огибаемой по огибающей: вращеніе около А скольженія не даетъ, а при параллельномъ перенесеніи кривая S' за время dt передвинется на $w \cdot \rho \cdot dt$, что и будетъ измѣрять скольженіе S по S' . Сама неподвижная поллоида можетъ быть разсматриваема, какъ огибающая нѣкоторой кривой, принадлежащей подвижной системѣ. Въ этомъ случаѣ огибаемая не скользитъ по своей огибающей, такъ какъ здѣсь $\rho A = 0$, она толь-

ко катится по ней, вращаясь въ каждый данный моментъ около соотвѣтствующей точ-



ки p . Отмѣтимъ на той и на другой кривой [фиг. 6] рядъ точекъ 1, 2, 3, ... и 1', 2', 3', ... такихъ, чтобы дуги $p1$, $p2$, $p3$, и т.д.

равнялись соотвѣтственно $p1'$, $p2'$, $p3'$ и т.д. Тогда мы можемъ сказать, что при своемъ каченіи огибаемая будетъ послѣдовательно совпадать точками 1', 2', 3' и т.д. съ точками 1, 2, 3,

и т.д. огибающей. Но точки $I, 2, 3$ и т.д. служат послѣдова-
тельно полксами мгновеннаго вращенія, и, значить, точки $I,$
 $2, 3$ и т.д. суть тѣ точки подвижной системы, которая при
движеніи системы совпадаетъ, каждая въ извѣстный моментъ,
съ полксами вращенія. Наша огибаемая, соединяющая такіа
точки, будетъ носить названіе ПОДВИЖНОЙ ПОЛЛОИДЫ.

Все движеніе системы можно поэтому разсматривать, какъ происходящее отъ каченія подвижной полоиды по неподвижной. Легко построить траекторію какой-либо точки подвижной системы, если даны полоиды. Въ самомъ дѣлѣ, возьмемъ какую-нибудь точку А [фиг. 7], безъ труда можно построить ея положеніе, когда центромъ мгновеннаго вращенія будетъ, напримѣръ, точ-

ка r_2 . Для этого откладываем на подвижной полосоиде $\rho r_2 =$

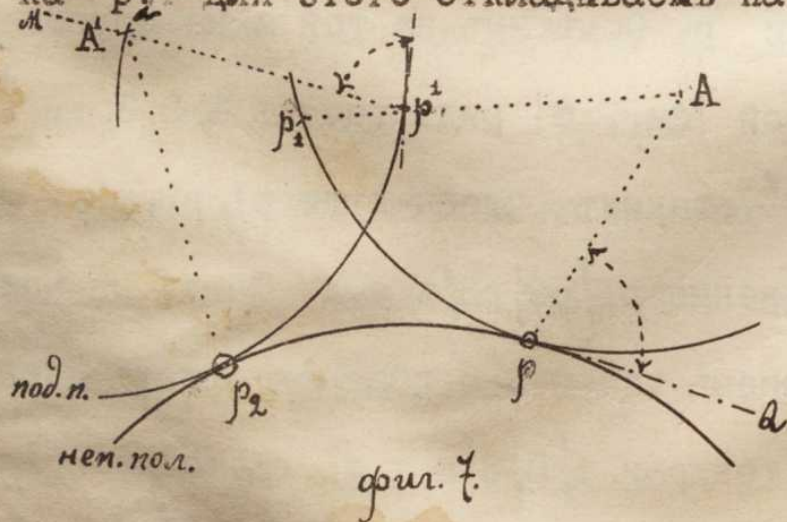
$$= \cup j j_2 \mid \text{напримѣръ раздѣ-}$$

ливъ $\cup \int \int_2$ на малыя ча-

СТИ И ОТКЛАДЫВАЯ ИХЪ НА

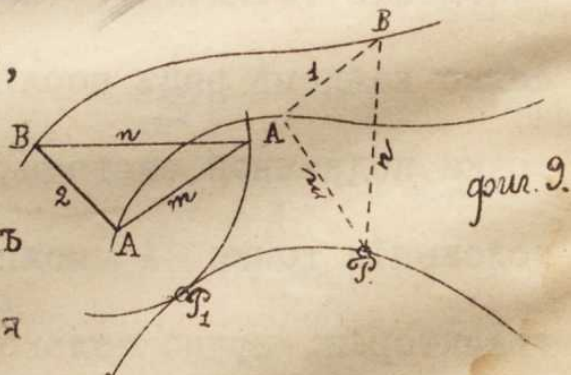
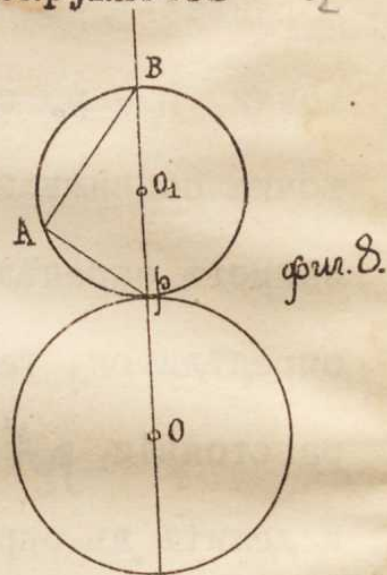
подвижной полондѣ, на-

чина отъ точки p , при

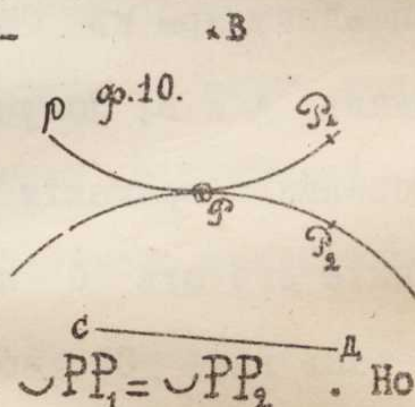


страиваемъ подвижную полоиду къ неподвижной такъ, чтобы точки p_1 и p_2 совпали |и кривая касалась точки p_2 |, тогда точка подвижной полоиды, совпадавшая раньше съ точкой p , займетъ определенное положеніе p^1 и положеніе точки A определится, такъ какъ она должна находится отъ p_2 на разстояніи $\int_2 A^1 = \int_1 A$ и отъ p^1 на разстояніи $\int_1 A^1 = \int_2 A$ и лежитъ въ определенную сторону относительно $\int_2 \int_1$. Или же можно найти ея положеніе, построивъ въ p^1 касательную къ полоидѣ, проведя къ касательной въ точкѣ p^1 линіи mp^1 подъ угломъ, равнымъ $\angle A p A$ и, отложивъ въ определенную сторону на этой линіи отъ точки p^1 отрезокъ $\int_1 A^1 = \int_2 A$. Такъ или иначе |можно конечно различными способами определить положеніе точки A относительно подвижной полоиды| всегда легко найдемъ рядъ послѣдовательныхъ положеній какой-угодно точки подвижной системы, т.е. ея траекторію. Въ каждомъ положеніи точки A можно также провести касательную къ ея траекторіи, нужно только помнить, что линія, соединяющая точку съ центромъ мгновеннаго вращенія, есть нормаль къ траекторіи, а перпендикуляръ къ этому вектору будетъ слѣ-

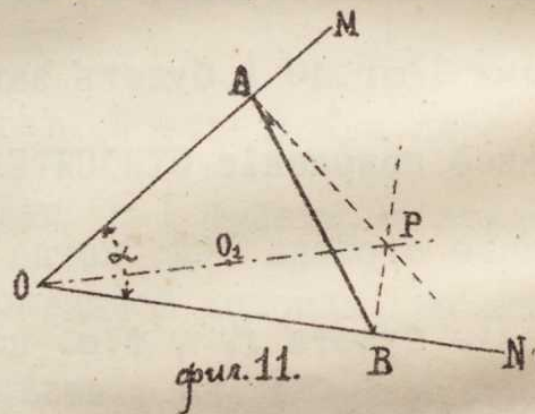
довательно касательная. Напримѣръ: если окружность o_2 |фиг. 8.| катится по окружности o , то извѣстно, что какая-либо точка A окружности o_2 описываетъ эпициклоиду. Легко построить ее по точкамъ, находя рядъ положеній точки A , и по предыдущему PA будетъ нормалью къ эпициклоидѣ въ точкѣ A , а AB |гдѣ B есть точка пересѣченія линіи центровъ oo_2 съ окружностью o_2 | будетъ касательной. Что же касается до отысканія подвижной полойды, то можно поступать согласно самому опредѣленію ея, то-есть замѣчать тѣ точки подвижной системы, которыя послѣдовательно совпадаютъ съ центрами мгновеннаго вращенія. Напримѣръ |фиг. 9. |: Точка, принадлежащая системѣ AB , и совпадающая съ P при 1-омъ положеніи AB , займетъ при 2-омъ положеніи мѣсто, опредѣляемое ея неизмѣнными разстояніями отъ A и B . — Такимъ образомъ мы найдемъ сколько угодно точекъ подвижной полойды и будемъ



въ состояніи начертить ее на плоскости. Но часто лучше поступать другимъ образомъ. При нахожденіи неподвижной полойды мы рассматривали, согласно условіямъ движенія [траекторіямъ двухъ какихъ-либо точекъ], рядъ положеній системы относительно неподвижной плоскости, т.е. какой-нибудь совокупности ея точекъ; и, на примѣръ, точка В подвижной системы [фиг. 10] будетъ занимать опредѣленное положеніе ОТНОСИТЕЛЬНО неподвижнаго отрѣзка СД, когда центромъ вращенія будетъ P_1 , т.е. полойда подвижная PP_1 покатится по неподвижной на $\cup PP_1 = \cup PP_2$. Но очевидно, что то же самое ОТНОСИТЕЛЬНОЕ положеніе я могъ бы получить, оставивъ полойду PP_1 [а съ ней и всю систему В] неподвижной и прокативъ по ней полойду PP_2 до совпаденія P_1 и P_2 . При этомъ система СД, то-есть вся прежняя неподвижная система, какъ неразрывно связанная съ полойдой PP_2 , будетъ двигаться относительно системы В. Это относительное движеніе намъ извѣстно изъ условій движенія В и, слѣ-

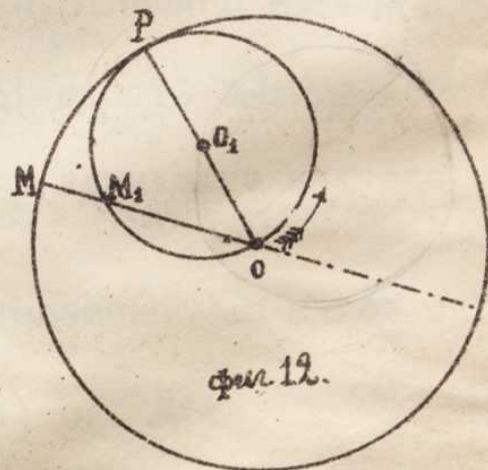


довательно, нахождение полоиды PP_1 сведется къ нахожденію неподвижной долоиды для движенія CD относительно системы B . — Для примѣра возьмемъ одну изъ самыхъ извѣстныхъ задачъ: задачу о движеніи отрѣзка AB постоянной величины, опирающагося концами на стороны угла MON (фиг. 11). Здѣсь даны траекторіи двухъ точекъ системы — A и B . Возставляя перпендикуляры къ OM и ON въ точкахъ A и B , получимъ центръ мгновеннаго вращенія P . Расстояние его отъ O неизмѣнно, такъ какъ OP всегда



служить діаметромъ окружности $OAPB$, а эта послѣдняя вмѣщаетъ данный уголъ α , опирающійся на отрѣзокъ AB , и, следовательно, имѣетъ единственный опредѣленный радіусъ, каково-бы ни было положеніе AB относительно угла α . Неподвижной полоидой является окружность радіуса OP . Подвижную можемъ найти, заставляя уголъ MOB двигаться относительно AB . Въ этомъ случаѣ стороны OM и ON угла будутъ проходить постоянно черезъ неподвижныя точки A и B , которыя явятся

такимъ образомъ огибающими положеній OM и ON Отсюда слѣ-
дуетъ, что векторы, соединяющіе A и B съ центромъ враще-
нія, при этомъ движеніи угла всегда перпендикулярны къ его
сторонамъ, то-есть образуетъ между собою постоянный уголъ
равный или α или $90^\circ - \alpha$ и мѣсто центровъ вращенія бу-
детъ окружность, проходящая черезъ A и B и вмѣщающая
данный уголъ, т.е. - окружность съ діаметромъ OP . Такимъ
образомъ подвижной полондой будетъ окружность вдвое мень-
шаго радіуса, сравнительно съ неподвижной, и движеніе AB
и всей системы, съ AB неразрывно связанной, приводится
къ каченію окружности внутри другой вдвое большаго радіу-
са. - Возьмемъ окружность O [фиг. 12] въ какомъ-нибудь
положеніи. Точка ея M совпадала съ однимъ изъ прежнихъ
центровъ мгновеннаго вращенія,
коего мѣсто можемъ найти, отло-
живши по большой окружности
 $\sphericalangle PM = \sphericalangle PM_1$, или просто про-
ведя радіусъ OM_1 до пересѣченія
съ окружностью O [дуги будутъ



тогда равны вследствие того, что угол $\angle POM_1$ имѣетъ мѣрою

$$\frac{PM_1}{2PO_1} \text{ и, съ другой стороны, уголъ } \angle MOR - \text{ мѣрою } \frac{PM}{PO}$$

$$\frac{PM_1}{2PO_1} = \frac{PM}{PO}, \text{ откуда } PM_1 = PM \quad |. \text{ Точка } M_1 \text{ будетъ, слѣдо-}$$

вательно, всегда находится на радиусѣ MO или, другими

словами, ВСЯКАЯ ТОЧКА МАЛОЙ ОКРУЖНОСТИ ОПИШЕТЪ ОПРЕДѢЛЕННЫЙ

ДІАМЕТРЪ БОЛЬШОЙ. — Какая-нибудь точка m |фиг. 13|, связан-

ная съ окружностью O_1 , опи-

шетъ кривую, уравненіе коей легко

найти. Соединивъ m съ O_1 , най-

демъ точки A и B пересѣченія

mO_1 съ окружностью O_1 , кото-

рая будутъ описывать діаметры

OA и OB . Принявъ эти діаметры за оси координатъ x, y , най-

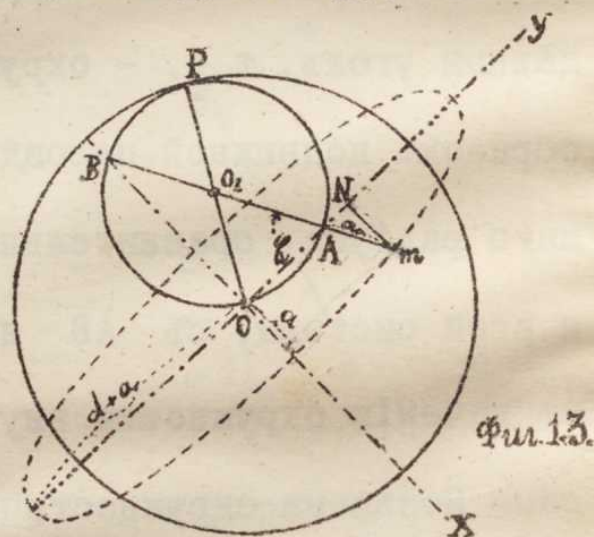
$$\text{демъ: } Nm = x = Am \cdot \sin \angle NAm = a \sin \varphi; \quad ON = y = (OA + AN) =$$

$$= (BA + Am) \cos \varphi = (d + a) \cos \varphi. \text{ Отсюда |опредѣляя } \sin \varphi \text{ и } \cos \varphi, \text{ возводя во}$$

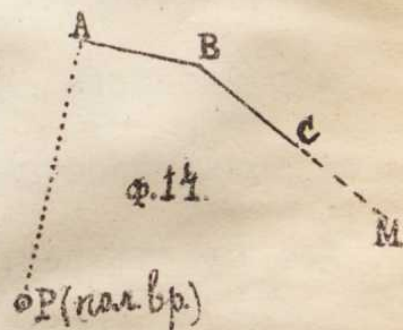
$$2\text{-ю степень и складывая по частямъ| получимъ: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(d+a)^2} = 1$$

то-есть точка m описываетъ эллипсъ съ полуосями

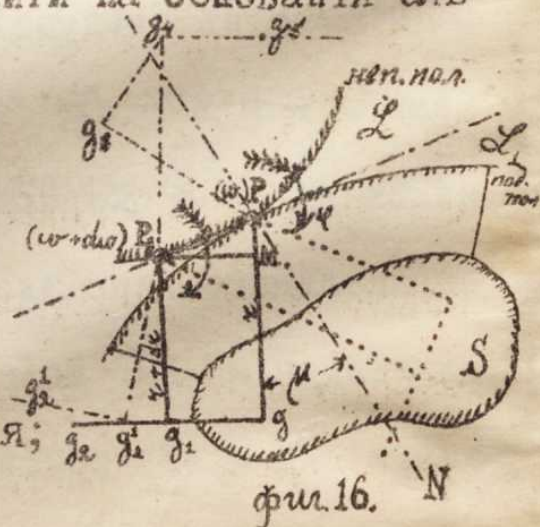
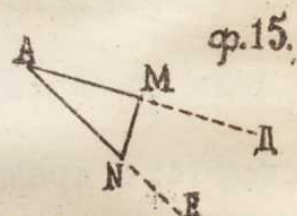
$$(a \text{ и } (d+a))$$



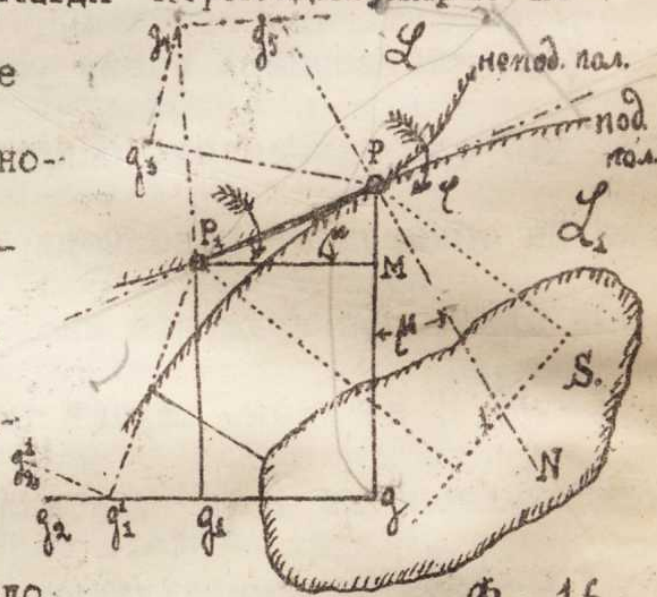
Итакъ, движеніе плоской системы за элементъ времени dt мы свели къ вращенію около опредѣленной точки. Пусть угловая скорость вращенія будетъ ω , тогда, какъ во всякомъ вращательномъ движеніи неизмѣняемой системы, линейныя скорости точекъ будутъ пропорціональны разстояніямъ ихъ отъ центра вращенія, и, слѣдовательно, если разстояніе какой-либо точки системы отъ центра мгновеннаго вращенія есть r то скорость этой точки будетъ $r\omega$. Такъ какъ движеніе точки будетъ, вообще говоря, какимъ-нибудь криволинейнымъ, то скорость точки будетъ измѣняться и по величинѣ, и по направленію. Такъ, если за промежутокъ времени отъ t до $t + dt$ точка, двигаясь со скоростью $v = r\omega$ [фиг. 14], пройдетъ по своей траекторіи элементъ $AB = v \cdot dt = ds$, то въ слѣдующій промежутокъ времени отъ $t + dt$ до $t + 2dt$ она, измѣнивъ свою скорость, уклонится отъ первоначальнаго направленія и пройдетъ пространство BC въ направленіи BM . Если мы изъ точки A [фиг. 15] проведемъ линіи AD и AE соответственно параллельныя линіямъ AB и BC



и на нихъ отложимъ соотвѣтственно величины $AM = AB$ и $AN = BC$ | см. фиг. 15 | , то соединивъ точки M и N , получимъ отрѣзокъ MN , характеризующій измѣненіе скорости за промежутокъ времени dt , раздѣливъ его на элементъ времени dt , найдемъ ускореніе въ движеніи рассматриваемой точки системы. Вообще измѣненіе скоростей точекъ неизмѣняемой плоской системы и по величинѣ, и по направленію зависитъ какъ отъ того, что мѣняется положеніе центра мгновеннаго вращенія, такъ и отъ того, что и угловая скорость вращенія тоже мѣняется. Но легко видѣть, что ЕСТЬ ДЛЯ КАЖДАГО МОМЕНТА ТОЧКА СИСТЕМЫ, НЕ ИМѢЮЩАЯ УСКОРЕНІЯ, то-есть двигающаяся за время отъ t до $|t + dt|$ и отъ $|t + dt|$ до $|t + 2dt|$ прямолинейно и равномерно, и положеніе ея можно найти на основаніи слѣдующихъ соображеній. Пусть P (фиг. 16) будетъ центръ МГНОВЕННАГО ВРАЩЕНІЯ въ промежутокъ времени отъ t до $|t + dt|$, а g - точка системы S , не имѣющая въ данный моментъ ускоренія;



вращение совершается по стрѣлкѣ $|\varphi|$ съ угловою скоростью ω . За время dt точка пройдетъ $qq_1 = \omega \omega dt$. Если обозначимъ скорость передвиженія центра мгновеннаго вращенія по неподвижной полюидѣ черезъ u , то въ промежутокъ отъ $|t + dt|$ до $|t + 2dt|$ мгновеннымъ центромъ вращенія будетъ служить точка P_1 , отстоящая на разстоянїи $PP_1 = udt$ отъ точки P въ направленїи движенія полюса. Такъ какъ направленіе скорости точки q всегда перпендикулярно къ радіусу вектору, соединяющему ее съ соотвѣтствующимъ центромъ мгновеннаго вращенія, то прямолинейность движенія, которому должна удовлетворять точка q по нашему предположенію не имѣющая ускоренія возможна лишь при усло-



віи параллельности радіусовъ - векторовъ Pq и P_1q_1 въ самомъ дѣлѣ, если предположимъ, что P_1q_1 займетъ положеніе $P_1q_1^1$, непараллельное Pq , то прямымъ слѣдствіемъ такого предположенія явится измѣненіе первоначальнаго на-

правленія скорости-она въ этомъ случаѣ пойдётъ по $q_1 q_2$
 уклонившись отъ направленія $q_1 q_2$. Заключение это позволя-
 етъ намъ судить о томъ, въ какую сторону отъ линіи PR_1 | ка-
 сательная къ полоидѣ | лежитъ точка q : ОНА ДОЛЖНА ЛЕЖАТЬ
 ТАКЪ, ЧТОБЫ НАБЛЮДАТЕЛЬ, ОБЕРНУВШИСЬ СПИНОЮ КЪ R_1 -ВТОРО-
 МУ ПОЛОЖЕНІЮ ЦЕНТРА МГНОВЕННАГО ВРАЩЕНІЯ И, СМОТЯ НА P
 ПО НАПРАВЛЕНІЮ PR_1 , ВИДѢЛЪ ЕЕ ВСЕГДА ПО ТУ СТОРОНУ PR , ВЪ
 КАКУЮ СОВЕРШАЕТСЯ ВРАЩЕНІЕ. На нашемъ чертежѣ | фиг. 16 | то-
 ка q удовлетворяетъ этому условію; но еслибъ мы предположи-
 ли, что она находится, напримѣръ, въ q_3 , то сейчасъ мы мо-
 гли бы обнаружить невозможность такого предположенія; въ са-
 момъ дѣлѣ, при вращеніи около P за промежутокъ отъ t до
 $|t + dt|$ въ этомъ случаѣ точка q_3 пошла бы по $q_3 q_4$, пер-
 пендикулярно къ Pq_3 , а дальше, за промежутокъ отъ $|t + dt|$
 до $|t + 2dt|$ - перпендикулярно къ радіусу-вектору $P_1 q_4$ | за вто-
 рой промежутокъ вращеніе совершается уже около R_1 |, но
 этотъ послѣдній перекрещивается съ Pq_3 , какъ видно изъ
 чертежа, а между тѣмъ при нашемъ предположеніи, что q_3 не
 имѣетъ ускоренія, они должны быть параллельными. Этому

условія удовлетворяетъ при данномъ вращеніи около $P, P_1 \dots$ выбранная нами, согласно вышеизложенному правилу, въ области $\mathcal{L}_1$ - точка q , но этого условія еще недостаточно: точка q , не имѣющая ускоренія, по нашему предположеніи, сохраняя направленіе прямолинейное за два безконечно-малыхъ промежутка времени, должна въ то же время двигаться равномерно, т.е. такъ, чтобы приращеніе скорости при переходѣ отъ одного до другого промежутка равнялось нулю; принимая во вниманіе, что скорость точки q при вращеніи около $P = \omega r$, условіе это выразимъ уравненіемъ $d(\omega r) = 0$

. Дифференцируя его, получимъ $\omega dr + r d\omega = 0$, отсюда $dr = -\frac{r d\omega}{\omega}$; формула показываетъ, что приращеніе радіуса-вектора r противоположно по знаку приращеніи угловой скорости, что можно было сказать заранѣе | при условіи равномерности движенія точки q въ два безконечно-малые промежутка времени произведеніе изъ скорости ея на соответствующее разстояніе отъ полюса мгновеннаго вращенія - есть величина постоянная, отсюда понятно, что съ увеличеніемъ радіуса-вектора уменьшается угловая скорость и на-

оборотъ, а слѣдовательно приращенія ихъ имѣютъ разные зна-
ки. Изъ треугольника PP_1M , гдѣ $P_1M \parallel gq_1$ нахо-

димъ: $(dr)^2 = u^2(dt)^2 - r^2\omega^2(dt)^2 =$

$$= \frac{r^2(dw)^2}{\omega^2} \left[dr \text{ - по} \right.$$

абсолютной величинѣ.] и, слѣдовательно, $r = \frac{u \cdot \omega}{\sqrt{\omega^4 + \left(\frac{dw}{dt}\right)^2}}$
при чемъ знаки $\pm$ отбрасываются въ силу

того, что направленіе или, вѣрнѣе, расположеніе радіуса -
вектора характеризуется вполнѣ направленіемъ вращенія отно-
сительно PP_1 . Обращаясь къ чертежу [фиг. 16], видимъ,
что уголъ PP_1M будетъ острый или тупой въ зависимости
отъ того, уменьшается-ли или увеличивается-ли радіусъ - век-
торъ r , т.е. увеличивается или уменьшается-ли угловая
скорость вращенія ω , если мы проведемъ нормаль PN къ по-
лоидѣ въ точкѣ P , или, что все-равно, перпендикуляръ къ

PP_1 , то линія Pq будетъ лежать отъ этой нормали въ сто-
рону вращенія, когда угловая скорость увеличивается и въ
противуположную, - когда она уменьшается [см. фиг. 16]

пунктиръ. Она составитъ съ нормалью уголъ $\angle MPN = \angle RPP_1 =$

$$= \mu, \text{ tg которого } = \frac{PM}{P_1M} = \frac{r \cdot dw}{\omega \cdot r \cdot \omega \cdot dt} = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{dw}{dt}$$

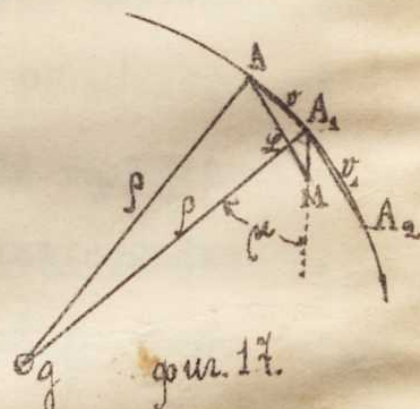
по абсолютной величинѣ |уголъ μ - всегда острый|. Если мы теперь вращеніе системы замѣнимъ послѣдовательно: - около P - съ угловою скоростью ω - вращеніемъ около q съ той-же угловою скоростью и параллельнымъ перенесеніемъ вдоль qq_1 на величину $qq_1 = \omega r dt$, и вращеніе около P_1 - съ угловою скоростью $\omega + d\omega$ - вращеніемъ около q_1 съ |такою-же скоростью и параллельнымъ перенесеніемъ $q_1 q_2$ на величину $q_1 q_2 = (\omega + d\omega)(r + dr).dt$, то все движеніе системы представится такъ: система въ промежутокъ времени отъ t до $t + 2dt$ переносится равномерно вдоль линіи $qq_1 q_2$ (см. фиг. 16) и въ то же время вращается около послѣдовательныхъ положеній точки q на линіи $qq_1 q_2$ - отъ точки q до q_1 по qq_1 съ угловою скоростью ω , а отъ точки q_1 до q_2 съ угловою скоростью $\omega + d\omega$, или, другими словами, вращается на протяженіи $qq_1 q_2$ съ ускореніемъ $d\omega$. Такъ какъ при этомъ параллельныя перенесенія qq_1 и $q_1 q_2$ (см. выше), какъ равныя и одинаково направленные, не дадутъ ничего для ускоренія какой-нибудь точки системы, то все ускореніе выразится, какъ результатъ

двухъ послѣдовательныхъ вращеній около q съ угловыми скоростями ω и $\omega + d\omega$. Полное ускореніе можно выразить тогда, какъ составленное изъ двухъ: центростремительнаго, равнаго $\frac{v^2}{\rho} = \rho \cdot \omega^2$ | ибо $v = \rho \cdot \omega$ |, и тангенціальнаго $\rho \cdot \frac{d\omega}{dt}$, и въ такомъ видѣ будетъ равно $\rho \cdot \sqrt{\omega^4 + \left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2}$ и для каждой точки системы выразится величиной пропорциональной ея разстоянію отъ точки q . Направленіе этого ускоренія составляетъ съ ρ | фиг. 17 | уголъ qA_1M , $\tan$ котораго, какъ видно изъ треуголь-

ника LA_1M прямоугольнаго при L

$$\left[A_1A_2 = v_1 \perp A_1q, \text{ а } AM \parallel A_1A_2, \right. \\ \left. \text{слѣд. } LM \perp A_1q. \right] \text{ равняется } \frac{LM}{A_1L} =$$

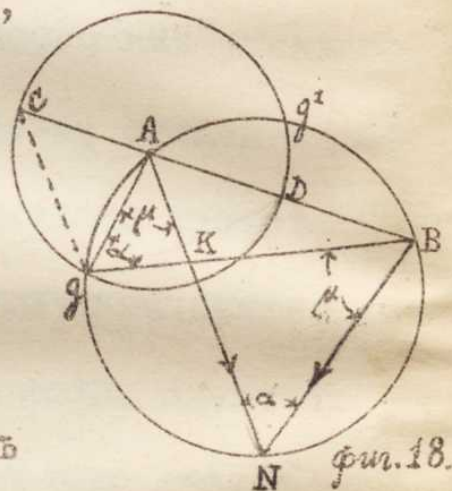
$$\frac{\text{тангенц. уск.}}{\text{центростр. уск.}} = \frac{\rho \cdot \frac{d\omega}{dt}}{\rho \cdot \omega^2} = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{d\omega}{dt},$$



т.е. НАПРАВЛЕНІЕ УСКОРЕНІЯ ДЛЯ КАКОЙ-ЛИБО ТОЧКИ СИСТЕМЫ СОСТАВЛЯЕТЪ СЪ РАДІУСОМЪ-ВЕКТОРОМЪ, СОЕДИНЯЮЩИМЪ ЭТУ ТОЧКУ СЪ ТОЧКОЙ q . УГОЛЬ μ ЕДИНСТВЕННЫЙ ДЛЯ ВСѢХЪ ТОЧЕКЪ СИСТЕМЫ ВЪ КАЖДЫЙ ДАННЫЙ МОМЕНТЪ. Точка q называется ЦЕНТРОМЪ

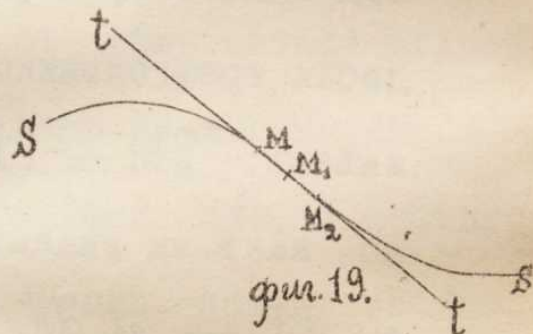
ТРОМЬ УСКОРЕНІЯ по аналогіи съ центромъ мгновеннаго вращенія | подобно тому, какъ центръ мгновеннаго вращенія служитъ для опредѣленія скоростей всѣхъ точекъ системы, такъ и центръ ускореній служитъ для опредѣленія ускореній всѣхъ точекъ системы|. Отысканіе положенія центра ускоренія также аналогично отысканію положенія центра мгновеннаго вращенія, только здѣсь одного направленія ускореній двухъ какихъ-либо точекъ системы недостаточно | для опредѣленія центра мгновеннаго вращенія достаточно знать направленіе скоростей двухъ точекъ въ данный моментъ времени, пересѣченіе перпендикуляровъ къ нимъ дастъ точку полюса мгновеннаго вращенія для того же момента времени|, необходимо знать, кромѣ того, ихъ величину или отношеніе. Положимъ: даны направленія AN и BN ускореній точекъ A и B , отношеніе этихъ ускореній $= m$, и требуется найти центръ ускореній для данного момента. Пусть это будетъ точка q . |фиг. 18| такъ какъ радіусы-векторы qA и qB дѣлаютъ съ направленіями ускореній одинаковые углы μ , то, изъ треугольниковъ AKq и KBN , видно, что $\angle AqB = \alpha = \angle ANB$

между ускореніями, и, слѣдовательно, точка g лежитъ на окружности, проходящей черезъ A и B , и выходящей данный уголъ α между направленіями ускореній; далѣе, по условію, отношеніе ускоренія точки A къ ускоренію точки $B = m$, а, по доказанному выше, ускоренія точекъ A и B пропорціональны радіусамъ gA и gB , отсюда $Ag:Bg = m$ и, слѣдовательно, точка g должна лежать также на окружности, описанной на CD , какъ на діаметрѣ, гдѣ C и D суть точки на прямой AB , дѣлящія отрѣзокъ AB внѣшнимъ и внутреннимъ образомъ въ данномъ отношеніи m . Такимъ образомъ пересѣченіе этихъ окружностей дастъ иско- мухъ точку g , положеніе которой есть единственное и вполне определенное, ибо вторая точка g^1 устраивается въ силу того, что радіусы-векторы Bg и Ag должны лежать въ одну сторону отъ BN и AN . Кромѣ точки g , единственной двигающейся за два малыхъ промежутка времени прямолинейно и равномерно можно найти точки системы, двигающіяся прямолинейно, хотя



конечно неравномерно, за тѣ-же промежутки времени. Замѣтимъ, что каждая изъ такихъ точекъ, напримѣръ M , [ф. 19] будетъ въ данный моментъ въ томъ мѣстѣ своей траекторіи (SS) , гдѣ два послѣдовательные элемента MM_1 и M_1M_2 послѣдней, совпадая съ касательной tt къ траекторіи въ этой точкѣ M , будутъ имѣть одинаковое направленіе, т.е., когда онѣ будутъ находиться, какъ говорятъ обыкновенно, въ перегибахъ своихъ траекторій. Въ

этомъ случаѣ касательная tt будетъ въ то же время служить и окружностью кривизны траекторій SS въ точкѣ M ,



при чемъ ρ [радіусъ кривизны] $= \infty$. Такъ какъ центростремительное ускореніе $= \frac{v^2}{\rho}$ при этомъ значеніи ρ обращается въ нуль, то, очевидно, что точка M , движущаяся въ этомъ мѣстѣ своей траекторіи, будетъ имѣть только тангенціальное ускореніе, и, если P [фиг. 20]-центръ мгновеннаго вращенія, а J точка, находящаяся въ перегибѣ своей траекторіи, то направленіе ускоренія будетъ $JN \perp JP$

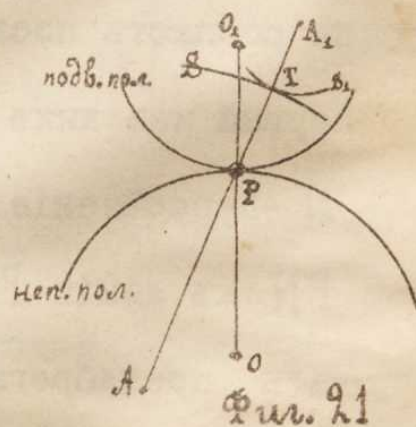
Если q будетъ центръ ускоренія для данного момента, то

ВИЗНЫ ТРАЭКТОРИИ. Извѣстно, что изъ всѣхъ круговъ, касательныхъ къ кривой въ какой-либо ея точкѣ, кругъ, наиболѣе близко подходящій къ кривой, называется кругомъ кривизны. Можно считать, что онъ имѣетъ не одинъ, какъ всѣ другіе касательные круги, а два общихъ элемента съ кривой и, слѣдовательно, радіусъ его измѣряетъ величину взаимнаго отклоненія этихъ элементовъ, то-есть большук или меньшук кривизну кривой: чѣмъ больше радіусъ, тѣмъ меньше отклоненіе и наоборотъ. Допустимъ, что намъ извѣстны центры кривизны обѣихъ полоидъ: O и O_1 [фиг. 21], и пусть дана кривая S_1 и ея огибающая S . Тогда, какъ извѣстно, общая нормаль ихъ пройдетъ черезъ центръ мгновеннаго вращенія P и на ней пусть лежатъ центры кривизны: огибающей

S въ A и огибаемой S_1 въ A_1 .

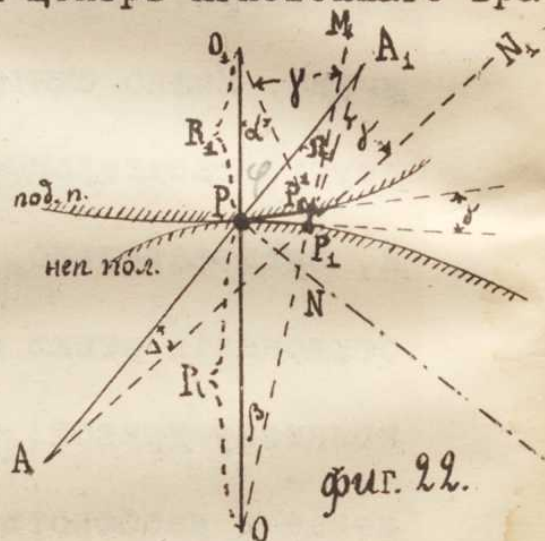
Найдемъ зависимость между радіусами кривизны огибающей и огибаемой въ точкѣ T ихъ прикосновенія

Такъ какъ кругъ A_1 имѣетъ два общихъ элемента съ S_1 , а кругъ



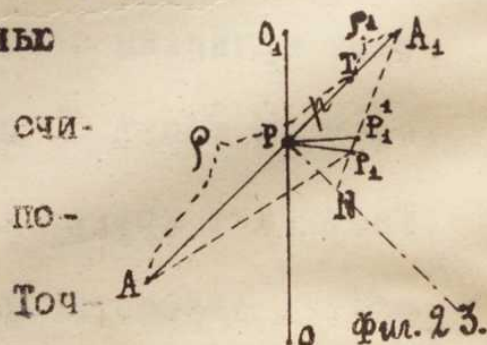
Фиг. 21

А - съ S , то общая нормаль въ слѣдующей точкѣ прикосно-
венія пройдетъ опять черезъ А, черезъ новое положеніе A_1 и, какъ мы знаемъ, черезъ новыи центръ мгновеннаго вра-
щенія P_1 . Подвижная полоида по-
вернется около Р до совпаде-
нія P_1^1 съ новымъ центромъ вра-
щенія P_1 и на уголь, равныи =
 $= \gamma = \angle P_1 P P_1^1 = w \cdot dt =$ углу $O_1 P_1^1 M$
между $O_1 P_1^1$ и $O P_1$ | эти радиу-



сы должны совпасть послѣ вращенія | = суммѣ угловъ $PO_1 P_1^1 (\alpha)$
и $PO P_1 (\beta) = \frac{PP_1^1}{O_1 P} + \frac{PP_1}{OP} = \frac{dS}{R_1} + \frac{dS}{R}$, гдѣ R_1 и R сун. ра-
діусы кривизны полоидъ. Тотъ-же уголь равенъ, очевидно,
углу $A_1 P_1 N_1$ между $P_1^1 A_1$ и $P_1 A$ | ибо $P_1 A$ и $P_1^1 A_1$ долж-
ны совпасть послѣ вращенія | = суммѣ угловъ $PA_1 P_1^1 (\Omega)$ и $PA P_1 (\Delta)$
Первый изъ нихъ — Ω измѣряется $\frac{PN}{PA_1}$, гдѣ | фиг. 23 |

N -пересѣченіе $P_1^1 A_1$ съ нормалью
 PN къ линіи PA_1 , а PN можно счи-
тать | пренебрегая малыми второго по-
рядка | за $PP_1 \cos \varphi = dS \cdot \cos \varphi$ Точ



но также уголъ $\angle P A P_1 = \frac{dS \cdot \cos \varphi}{PA}$. Если расстояние точки Тоть Р назовемъ черезъ p , а радиусы кривизны $A_1 T$ и $A T$ черезъ ρ_1 и ρ , то: $PA_1 = p + \rho_1$, $PA = \rho - p$, и, следовательно, имѣемъ: $\frac{dS}{R} + \frac{dS}{R_1} = \frac{dS \cos \varphi}{\rho - p} + \frac{dS \cos \varphi}{\rho_1 + p} = \omega \cdot dt$ или, дѣля все на $dS = u \cdot dt$, получимъ:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} = \cos \varphi \left(\frac{1}{\rho - p} + \frac{1}{\rho_1 + p} \right) = \frac{\omega \cdot dt}{dS} = \frac{\omega}{u},$$

гдѣ u , какъ всегда, есть скорость перемѣщенія центра мгновеннаго вращенія. Соотношеніе это называется ТЕОРЕМОЙ САВАРИ и даетъ возможность строить положеніе центра кривизны огибающей, или огибаемой. Дѣйствительно, проведемъ

AO [фиг. 24] до пересѣченія съ PN [нормаль къ PA_1 въ точкѣ Р] въ точкѣ М; тогда:

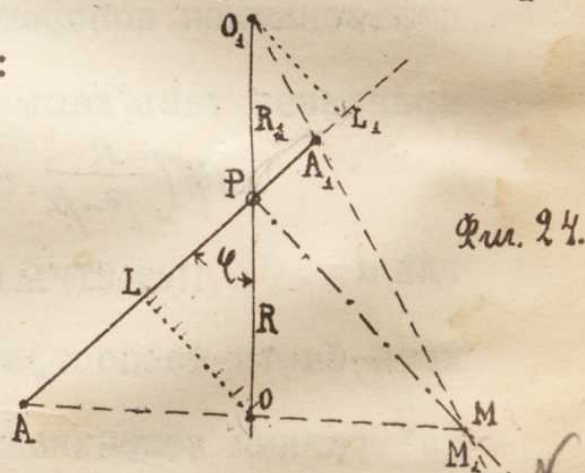
$$PM = OL(AP:AL), \text{ гдѣ } OL \parallel$$

$$\parallel PN \text{ и равно } R \sin \varphi; \text{ или}$$

$$PM = R \sin \varphi \cdot \frac{(\rho - p)}{(\rho - p) - R \cos \varphi} = \frac{\sin \varphi}{\frac{1}{R} - \frac{\cos \varphi}{\rho - p}} \quad \text{Точно такъ же}$$

пересѣченіе $O_1 A_1$ съ PN даетъ точку M_1 и $PM_1 = O_1 L_1 \cdot \frac{PA_1}{A_1 L_1} =$

$$= R_1 \sin \varphi \cdot \frac{\rho_1 + p}{R_1 \cos \varphi - (\rho_1 + p)} = \frac{\sin \varphi}{\frac{\cos \varphi}{\rho_1 + p} - \frac{1}{R_1}}.$$



Выраженія эти равны между собой $\left| \frac{\cos \varphi}{\rho_1 + \rho} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{\cos \varphi}{\rho - \rho} \right|$
 по теоремѣ Савари¹ и, слѣдовательно, точки M и M_1 сов-
 падаютъ. Слѣдовательно, если известны O, O_1 и A_1 , то
 для нахождения A нужно A_1 соединить съ O_1 , продол-
 жить до пересѣченія съ PM $| PN \perp PA_1 |$, точку M
 этого пересѣченія соединить съ O и точка A пересѣченія

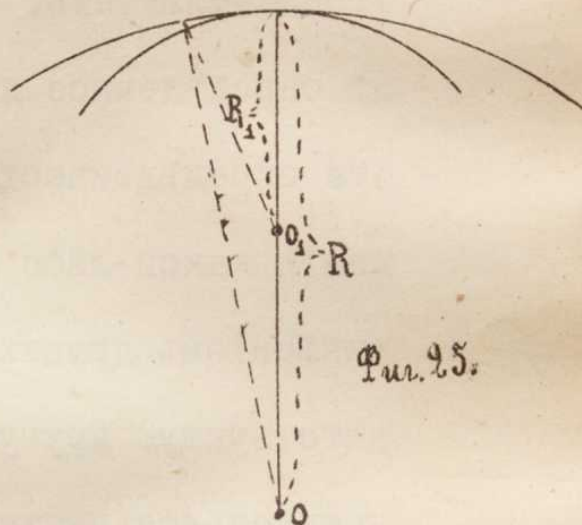
OM съ PA_1 будетъ искомымъ центромъ. Если вмѣсто какой-
 либо огибаемой кривой возьмемъ просто точку, то найдемъ
 такимъ-же образомъ центръ кривизны траекторіи этой точки.
 Здѣсь только роль A [центръ кривизны огибаемой] займетъ
 очевидно сама точка. Соотношеніе Савари позволяетъ также
 пользоваться поворотнымъ кругомъ для построенія центровъ
 кривизны, такъ какъ соотношеніе можно написать иначе

$$\cos \varphi \left(\frac{1}{\rho - \rho} + \frac{1}{\rho_1 + \rho} \right) = \frac{w}{u} = \frac{1}{d} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{2d},$$

гдѣ d = діаметръ поворотнаго круга; и можно приложить
 хотя-бы то-же построеніе, только мѣсто R и R_1 займутъ
 двѣ равныя величины $2d$.—

Замѣтимъ, что если-бы подвижная полоида была ВНУТРИ
 неподвижной, то уголъ поворота за время dt определялся-бы

не суммой: $\frac{dS}{R} + \frac{dS}{R_1}$, а очевидно разностью: $\frac{dS}{R} - \frac{dS}{R_1}$,
соотвѣтственно чему и въ выраженіи савари вошла-бы не сум-
ма обратныхъ величинъ радіусовъ кривизны полоидъ, а раз-
ность [Фиг. 25].-



Итакъ, заканчивая это ки-
нематическое введеніе, мы мо-
жемъ сказать, что для составле-
нія понятія о движеніи какой-
либо плоской системы, намъ нуж-
но прежде всего отыскать полоиды, пользуясь условіями дви-
женія. По полоидамъ мы не только найдемъ траекторіи каждой
точки, но и будемъ въ состояніи замѣнить любую малую часть
этой траекторіи подходящей окружностью, что часто весьма
важно.

Т Е О Р І Я М Е Х А Н И З М О В Ъ.

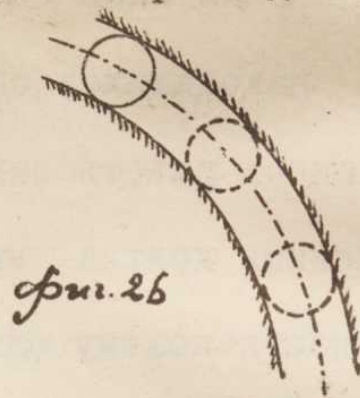
КИНЕМАТИЧЕСКІЯ ПАРЫ.

Согласно общему опредѣленію всякій механизмъ служитъ

намъ орудіемъ, при помощи котораго мы заставляемъ силы производить только опредѣленныя, нужныя для насъ, движенія. Отсюда слѣдуетъ, что и каждая деталь механизма имѣетъ въ себѣ опредѣленное движеніе относительно прочихъ деталей, а эта опредѣленность достигается тѣмъ, что всѣ нужныя движенія какой-либо части устраняются соотвѣтственнымъ сопротивленіемъ другихъ частей. Каждая деталь имѣетъ себѣ соотвѣтствующую другую деталь, такъ или иначе опредѣляющую ея относительное движеніе первой. Въ механизмѣ слѣдовательно всегда имѣемъ ПАРНОЕ сочетаніе деталей и простѣйшимъ механизмомъ будетъ пара такихъ деталей, или, какъ говорятъ, НЕМАТИЧЕСКАЯ ПАРА. Если одинъ изъ ЭЛЕМЕНТОВЪ такой пары сдѣлать неподвижнымъ, то другой будетъ имѣть вполне опредѣленное движеніе въ пространствѣ. Наоборотъ, если дано заранее это движеніе, то можно, при данной формѣ одного элемента, найти, вообще говоря, форму второй детали. Для выполненія своего назначенія - ограничивать движеніе первой - вторая должна конечно БЫТЬ въ постоянномъ соприкосновеніи съ первой и, слѣдовательно, если первая деталь

имѣть, напримеръ, форму шара, центръ котораго долженъ описывать опредѣленную кривую

[фиг. 26], то мы можемъ построить вторую деталь въ видѣ желоба, огибающаго всѣ положенія шара.

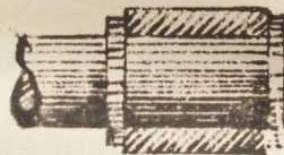


фиг. 26

СОПРИКОСНОВЕНІЕ элементовъ пары можетъ происходить или ПО ЛИНИИ ИЛИ ТОЧКАМЪ, или ПО ЦѢЛЫМЪ ПОВЕРХНОСТЯМЪ; въ последнемъ случаѣ пары называются НИЗШИМИ. При этомъ поверхность соприкосновенія должна очевидно обладать тѣмъ свойствомъ, что ЭЛЕМЕНТЪ ЭЯ, переносимый въ направленіи движенія одной детали по другой, долженъ вездѣ ВПОЛНѢ СОВПАДАТЬ СЪ ПОВЕРХНОСТЮ. Слѣдовательно начерченная на поверхности кривая, въ направленіи которой совершается постоянно движеніе, должна имѣть тоже СВОЙСТВО СОВМѢСТИМОСТИ ея частей. Такой кривой будетъ винтовая линія постоянного шага, начерченная на кругломъ цилиндрѣ. — Низшей парой будетъ такимъ образомъ ВИНТОВАЯ ПАРА или винтъ и гайка — КАКЪ ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ НИЗШЕЙ ПАРЫ будутъ. Пара ВРАЩАТЕЛЬНАЯ и пара ПОСТУПАТЕЛЬНАЯ. Первую можно еще пред-

ставить въ видѣ двухъ цилиндровъ: полнаго и полаго (фиг.

находящихся одинъ внутри другого; при этомъ полный цилиндръ имѣеть закраины или насаженные кольца, не дающія возможности полному сдвинуться въ



фиг. 27.

сторону; вторую въ видѣ пустой призмы, скользящей по другой, проходящей внутри первой. Этими тремя парами и исчерпывается область низшихъ кинематическихъ паръ. Если въ такой низшей парѣ обратить движеніе, т.е. элементъ неподвижный сдѣлать подвижнымъ и наоборотъ, то характеръ движенія отъ этого не измѣнится, т.е. есть оно опять будетъ винтовымъ, вращательнымъ или поступательнымъ, и траекторіи точекъ будутъ тѣ-же; напримѣръ, въ случаѣ винта и гайки — опять винтовая линія того-же шага. Такое свойство низшихъ паръ называется СВОЙСТВОМЪ ОБРАТИМОСТИ. ВЫСШІЯ ПАРЫ очевидно такого свойства не имѣють. Точка, соединенная неразрывно съ однимъ элементомъ, при движеніи этого элемента будетъ описывать вообще траекторію отличную отъ той, которую опишетъ та-же точка, если соединить ее съ другимъ

элементом и двигать его, оставляя первый неподвижным.

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ. ШАРНИРНЫЙ ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКЪ.

Всякій механизмъ можно разложить на кинематическія пары и обратно: изъ совокупности паръ можно составить механизмъ. Если мы имѣемъ нѣсколько паръ, — обозначимъ ихъ элементы цифрами: $|1,2|$, $|3,4|$, $|5,6|$ — то, соединяя неразрывно 2 съ 3, 4 съ 5 и т.д., получимъ такъ называемую КИНЕМАТИЧЕСКУЮ ЦЕПЬ. Соединивъ послѣдній изъ этого ряда элементовъ съ 1, получимъ ЗАМКНУТУЮ ЦЕПЬ, и можно подобрать соединеніе такимъ образомъ, что относительное движеніе каждаго элемента или ЗВЕНА ^х цепи будетъ опредѣленное. Если теперь оставимъ какое-нибудь звено неподвижно, то движенія всѣхъ другихъ звеньевъ будутъ вполне опредѣленныя и мы получимъ МЕХАНИЗМЪ: какая-нибудь сила при помощи такой замкнутой цепи будетъ совершать опредѣленные дѣйствія. — Мы обратимся

х/здесь подъ словомъ элементъ или звено цепи разумѣется НЕРАЗРЫВНОЕ соединеніе, напр 2 съ 3, или 4 съ 5 и т.д.

сначала къ механизмамъ, составленнымъ изъ простѣйшихъ паръ и въ частности - изъ паръ вращательныхъ.

Соединеніе трехъ вращательныхъ паръ

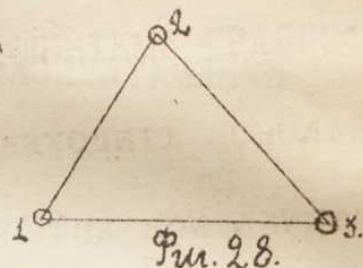
[фиг. 28] не даетъ очевидно никакого

механизма. Нужно взять четыре такихъ

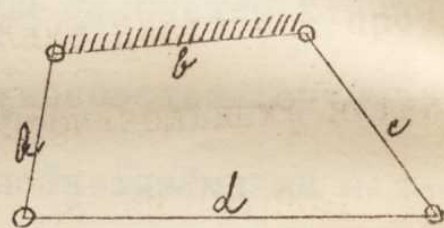
паръ и мы получимъ **ШАРНИРНЫЙ ЧЕТЫРЕ-**

УГОЛЬНИКЪ со сторонами a , b , c и d

[фиг. 29]. Если какая-либо сторона,



Фиг. 28.



Фиг. 29.

например b , неподвижна, то другія будутъ имѣть вполнѣ опредѣленныя движенія; при этомъ c и a будутъ вращаться около конечныхъ точекъ b и d будутъ носить названіе **КРИВО-**

ШИПОВЪ, ЕСЛИ МОГУТЪ СДѢЛАТЬ ПОЛНЫЙ ОБОРОТЪ, и **КОРОМЫСЛЬ**

въ противномъ случаѣ. Звено d носитъ тогда названіе **ШАТУНА**.

ТЕОРЕМА ГРАСГОФА. Чтобы a или c могло быть кривоши-

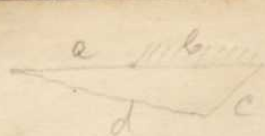
помъ, нужны нѣкоторыя условія, которыя мы и постараемся

вывести. Пусть длины звеньевъ расположены такимъ образомъ:

$d > b$, $c > a$; мы ставимъ механизмъ на b [дѣлаемъ b не

подвижнымъ]. Чтобы a могло быть кривошипомъ, мы должны

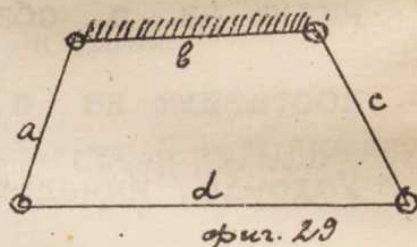
имѣть возможность построить треугольники, во-первыхъ, на



- 51 -

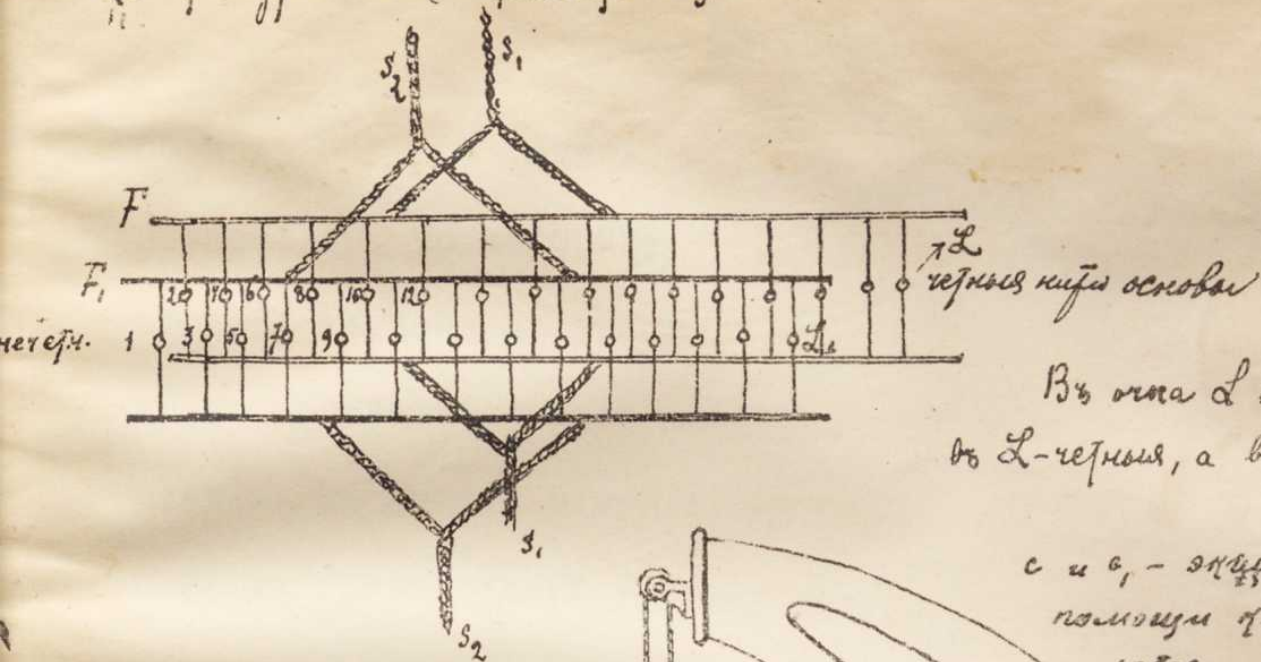


$|a+b|$, c и d и, в которых, на $|b-a|$, c и d , такъ какъ а при своемъ вращеніи непремѣнно совпадаетъ какъ съ продолженіемъ b , такъ и съ самимъ b . Для этихъ построеній необходимы условія: 1) $|a+b| < |c+d|$ - это условіе очевидно выполняется при данномъ выборѣ звеньевъ; 2) $|b-a| > d-c$ или $b+c > d+a$ - это условіе существенно; оно говоритъ, что СУММА КРАЙНИХЪ [по величинѣ] ЗВЕНЬЕВЪ ДОЛЖНА БЫТЬ МЕНЬШЕ СУММЫ СРЕДНИХЪ [второе условіе для перваго треугольника: $|a+b| > d-c$, очевидно, тогда выполняется; условіе же: $|b-a| < d+c$ [второе для втораго треугольника] само по себѣ удовлетворено]. Тогда a - наименьшее изъ звеньевъ - можетъ быть кривошипомъ. - Для c имѣемъ условіе: $|b-c| > d-a$ или $b+a > c+d$; оно, очевидно, не выполнимо и c кривошипомъ быть не можетъ. Легко видѣть, что если-бы мы сдѣлали неподвижнымъ d , то a могло бы быть кривошипомъ при прежнемъ условіи: $b+c > d+a$; звено же c опять не могло-бы быть кривошипомъ. Такъ какъ a является [при введенномъ условіи] кривошипомъ и по отношенію къ b и по отношенію къ d , то



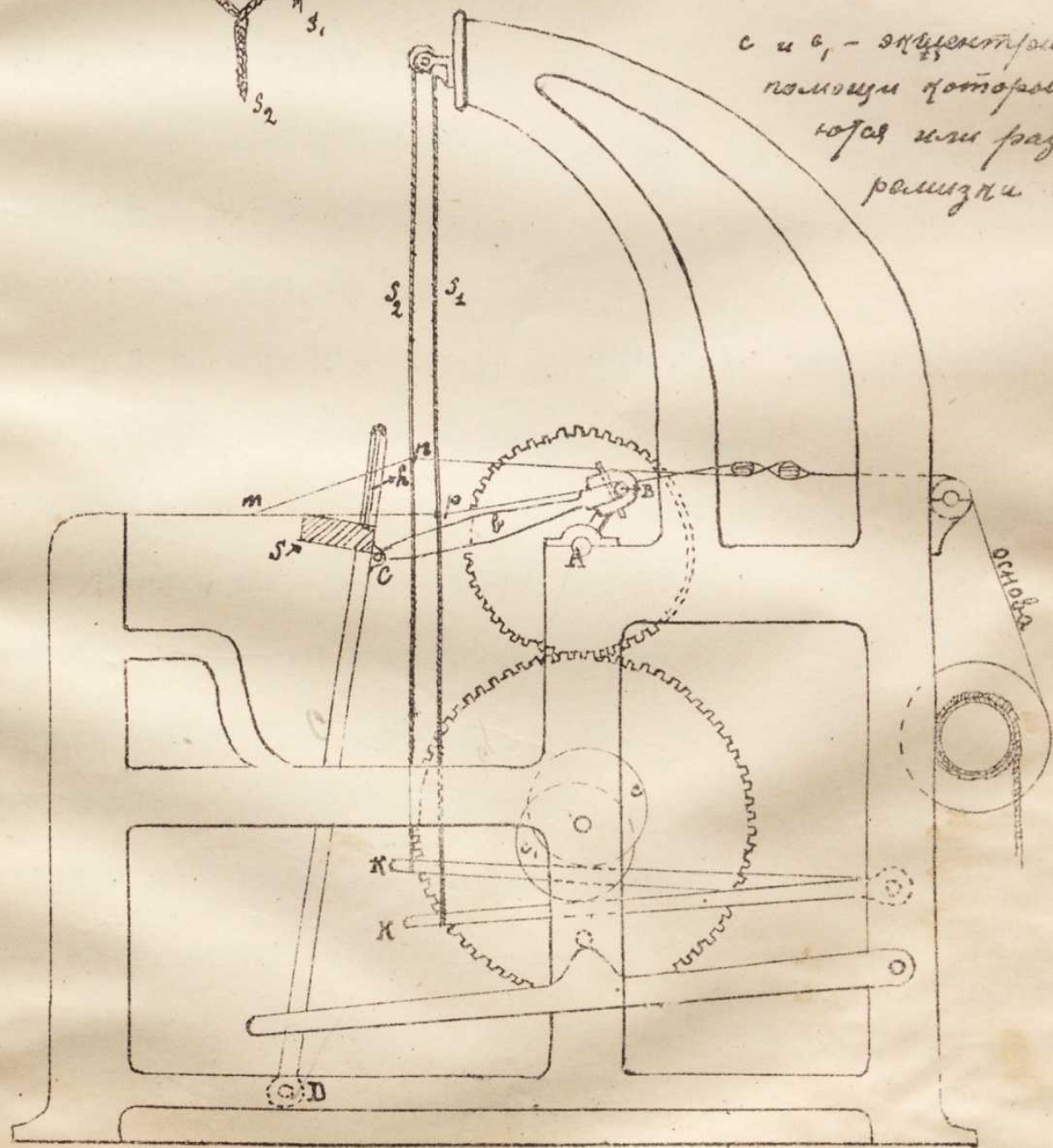
фиг. 29

обратно |въ силу обратимости паръ|, если поставимъ механизмъ на a , оба звена b и d явятся кривошипами; если же поставимъ на c , то и b и d будутъ только коромыслами. Условіе, введенное нами, называется СООТНОШЕНІЕМЪ ГРАСГОФА. Шарнирный механизмъ въ общемъ своемъ видѣ находитъ довольно частна примѣненія. Напримѣръ, онъ употребляется при движеніи БОТАНА в |фиг. 29| ткацкихъ станковъ. Какъ извѣстно, процессъ тканія состоитъ въ томъ, что рядъ произвольныхъ нитей |основа| переплетается рядомъ поперечныхъ нитей |утокъ|. Въ простѣйшемъ видѣ этого |переплетеніе можно себѣ представить происходящимъ такимъ образомъ, что одинъ разъ поднимаются нечетныя нити основы, четныя остаются на мѣстѣ и между ними пропускается нить утка, затѣмъ поднятыя нити опускаются; въ слѣдующій разъ поднимаются четныя нити, пропускается утокъ и т.д. | На чертежѣ |фиг. 30| представлена |схематически| часть продольнаго разрѣза ткацкаго станка; какъ видно здѣсь имѣется шарнирный механизмъ со звеньями a , b , c и четвертымъ неподвижнымъ звеномъ d , которое въ этомъ случаѣ представляется станиной станка. Коромысло c и представляетъ

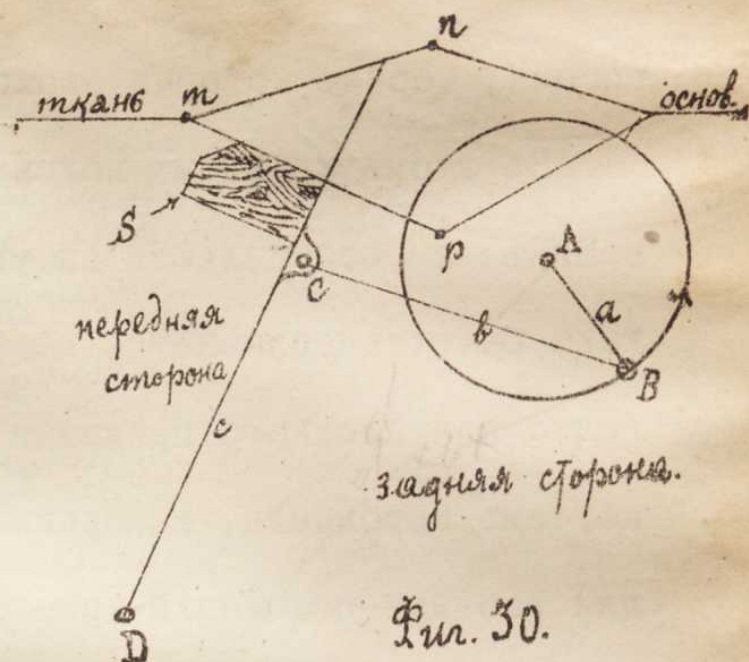


Въ нити L и L , проходящихъ
въ L -черной, а въ L , черной

c и c_1 - эллиптические, при
помощи которыхъ сдвигаетъ
или раздвигаетъ
рамки F и F_1 .



ботанъ, на немъ сидитъ
брусокъ S , по которому
сбѣгаетъ челнокъ съ уткомъ
въ въ поперечномъ направленіи
станка. Въ данный моментъ
имѣется приподнятыми | при
помощи обыкновеннаго меха-
низма | рядъ нитей основы,
другой рядъ остается опу-



Фиг. 30.

щеннымъ и въ образовавшееся пространство нить пропускается
вдоль бруска челнокъ съ уткомъ. Нетрудно видѣть, что около
того положенія, въ которомъ при вращеніи кривошипа шатунъ в
составитъ съ нимъ одну прямую и которое будетъ однимъ изъ
крайнихъ положеній механизма, коромысло с будетъ двигаться
довольно медленно. А это и выгодно въ данномъ случаѣ, такъ
какъ челнокъ умѣетъ свободно пройти по ширинѣ основы. При
дальнѣйшемъ вращеніи кривошипа ботанъ с возвращается на-
задъ къ м, приподнятыя нити основы спускаются, а пропу-
щенная нить утка прижимается бердомъ h | представляющимъ видъ

гребня, через который проходят нити основы | къ краѣ ткани m .

Въ этомъ крайнемъ положеніи механизма шатуны B и кривошипъ A составляютъ опять одну прямую и коромысло опять какъ-бы останавливается на время, что въ свое очередь выгодно для плотнаго прижатія нити. Легко прослѣдить за движеніемъ коромысла, вычерчивая различныя положенія механизма для разныхъ положеній кривошипа. Можно также прослѣдить за измѣненіемъ скоростей точки C , дѣйствительно точка C принадлежитъ системѣ шатуна, также и точка B . Обѣ точки двигаются по кругамъ m , слѣдовательно, полюсъ мгновеннаго вращенія шатуна найдется на пересѣченіи прямыхъ AB и CD |ф.31|.

Назовемъ угловую скорость вращенія

около P черезъ ω , а угловую скорость вращенія кривошипа черезъ θ ,

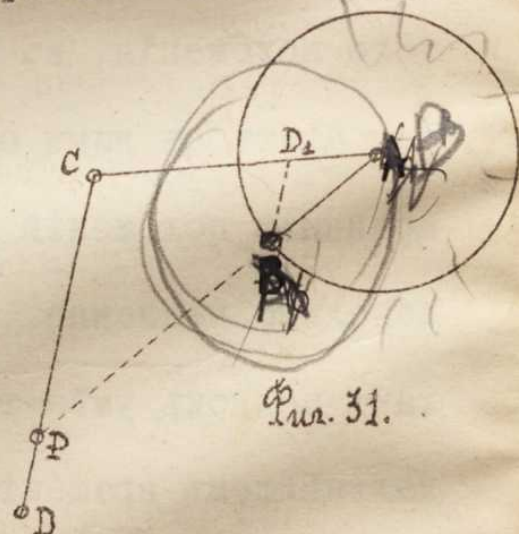
тогда скорость точки C будетъ =

$= PC \cdot \omega$, а точки B равна $PB \cdot \omega$,

но съ другой стороны скорость точки

B равна также $AB \cdot \theta$, откуда имѣемъ $\omega \cdot PB = AB \cdot \theta$ или $\omega =$

$= \theta \frac{AB}{PB}$, слѣд. $PC \cdot \omega = \theta \frac{AB}{PB} PC$. Проведемъ $BD_1 \parallel CD$, тогда $\frac{PC}{PB} =$



Фиг. 31.

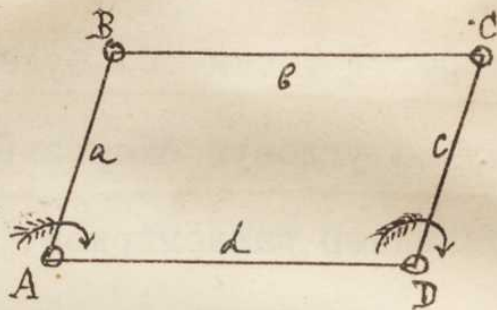
$= \frac{AD_1}{AB}$ и, следовательно, $PC.\omega = \theta.AD_1$. Изъ этого видно, что скорость точки С будетъ равняться отръзку AD_1 , умноженному на угловую скорость вращенія кривошипа $|\theta|$. Принимая последнюю равномерной, можемъ сказать, что скорость С будетъ пропорціональна отръзкамъ AD_1 прямыхъ, проведенныхъ черезъ А параллельно соотвѣтствующимъ положеніямъ коромысла до пересѣченія съ направлениемъ шатуна. Строя эти отръзки AD_1 , можемъ получить полное представленіе о скоростяхъ точки С, а также объ угловыхъ скоростяхъ коромысла СD.

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ШАРНИРНАГО ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКА.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ И СИММЕТРИЧНЫЙ [АНТИПАРАЛЛЕЛЬН.] КРИВОШИПЫ. МЕРТВООЕ ПОЛОЖЕНІЕ.

Обратимся къ частнымъ случаямъ шарнирнаго четырехугольника. Если длинныя звенья равны другъ другу и короткія также — между собой —, то мы получаемъ механизмъ ABCD [фиг. 32], называемый ПАРАЛЛЕЛЬНЫМЪ КРИВОШИПОМЪ. Здѣсь оба звена а и з будутъ кривошипами, если мы поставимъ механизмъ на d или на $в$, а также в и d явятся кривошипами, если мы поставимъ на

а [или с]. При такомъ же попарномъ равенствѣ звеньевъ можно получить другой механизмъ съ симметричнымъ относительно стойки d [фиг. 33] расположеніемъ звеньевъ а и с. Такой механизмъ носить названіе СИММЕ-

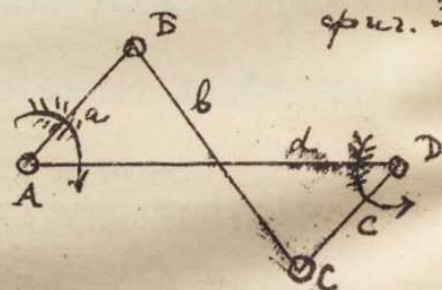


фиг. 32.

ТРИЧНАГО или АНТИПАРАЛЛЕЛЬНАГО кривошипа. Вращеніе кривошиповъ совершается въ первомъ случаѣ въ одну сторону, во второмъ - въ противоположныя. Положимъ,

фиг. 33

что въ первомъ случаѣ движущимъ звеномъ является а; тогда въ опредѣленный



моментъ звенья АВ, ВС и CD совпадутъ съ АД [фиг. 34].

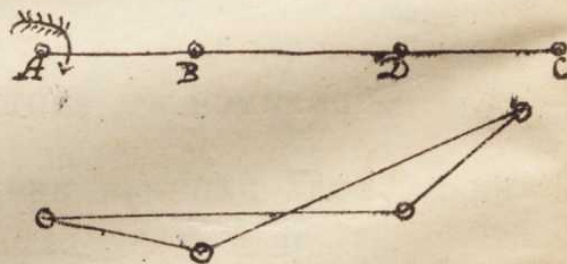
При дальнѣйшемъ вращеніи звена АВ

кривошипъ CD очевидно можетъ или

продолжать въ прежнемъ направленіи

- и механизмъ останется параллель-

нымъ кривошипомъ-, или начать вра-



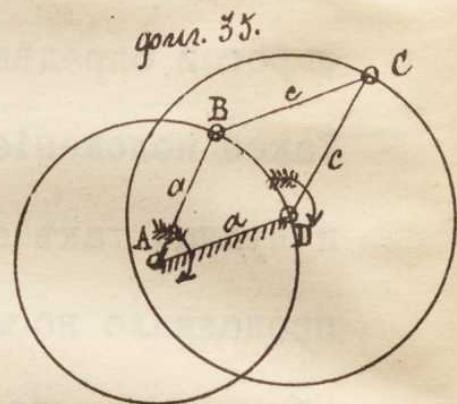
фиг. 34

щаться въ обратную сторону [фиг. 35] и изъ параллельнаго

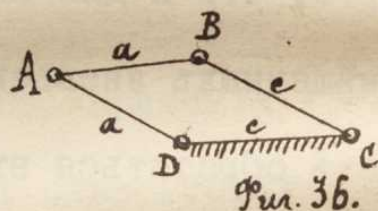
кривошипа явится симметричный. Слѣдовательно въ положеніи

совмещенных звеньевъ механизмъ теряетъ свое сущность — строгой опредѣленности относительнаго движенія звеньевъ. Такое положеніе называется МЕРТВЫМЪ ПОЛОЖЕНІЕМЪ механизма и нужна, такъ сказать, посторонняя помощь, чтобы движеніе продолжало носить прежній характеръ. Легко, конечно, видѣть, что и для антипараллельнаго кривошипа положеніе совмещенныхъ звеньевъ есть также мертвое положеніе: онъ можетъ обратиться въ параллельный кривошипъ. Мы увидимъ далѣе, какъ можно переходить мертвыя положенія; пока же будемъ разсматривать дальнѣйшіе частные случаи. Если смежныя звенья попарно равны и мы поставимъ механизмъ на меньшее звено, то опять явится двойной кривошипъ. |—Всѣ три случая являются предѣльными случаями соотношенія Грасгофа — именно когда сумма крайнихъ звеньевъ равна суммѣ среднихъ|. Для механизма со смежными равными |попарно| звеньями |фиг. 35| имѣются мертвыя положенія, когда движеніе происходитъ отъ большаго звена α , и опять при совмещеніи АВ, ВС и СД съ АД — оба звена α могутъ вращаться, какъ одно, около α , а α можетъ остаться неподвижнымъ. Если мы поставимъ меха-

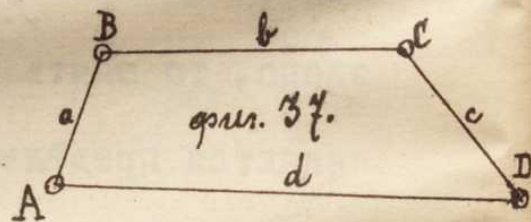
низмъ на c [фиг. 35], то a явится кривошипомъ, другое же звено c - коромысло. При движеніи отъ a опять имѣемъ мертвыя положенія того-же характера. - ЗАМѢНА ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ПАРЫ ПОСТУПАТЕЛЬНОЮ. ПОЛЗУНЪ.



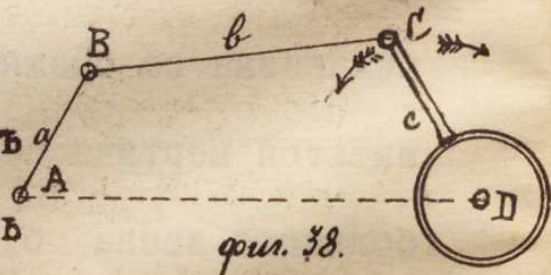
Гораздо большее значеніе, чѣмъ разсмотрѣнные сейчасъ случаи, имѣютъ тѣ частныя виды шарнирнаго четырехугольника, въ которыхъ одна изъ вращательныхъ паръ замѣнена поступательной.



Замѣну эту, напримѣръ, пары D [фиг. 37] можно себѣ представить произшедшей ОТЪ УВЕЛИЧЕНІЯ ДИАМЕТРА шипа D, около центра котораго канается коромысло C. Увеличивая

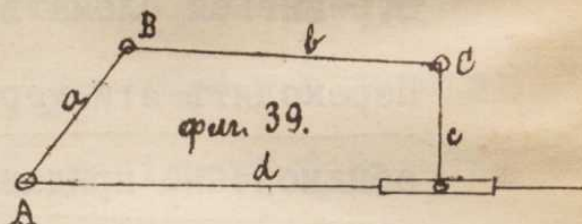


постепенно [фиг. 38], мы въ предѣлѣ перейдемъ отъ круглой поверхности къ плоской, по которой будетъ скользить

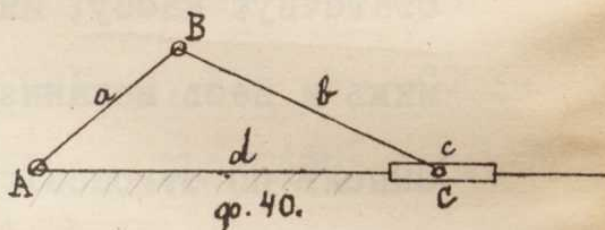


взадъ и впередъ также плоская поверхность звена c , то-есть пара D и обратится въ поступательную пару [фиг. 39]. Напра-

вление этого поступательного движения можно выбрать проходящим через A и получить таким образом общий случай МЕХАНИЗМА КРИВОШИПА И ШАТУНА. Если



же центр шарнира C взять также на линии поступательного движения d [фиг. 40], то получим обыкновенный механизм. Въ немъ, конечно, звено a должно



быть меньше звена b . Такъ какъ этотъ механизмъ - одинъ изъ самыхъ употребительныхъ въ машиностроении, то на немъ мы остановимся подробнѣе. Обратимъ d въ стойку. Если движение происходитъ отъ звена c , называемаго ПОЛЗУНОМЪ, то положенія, въ которыхъ центръ B также придется на d , будутъ мертвыми положеніями и не только въ томъ смыслѣ, что вращеніе кривошипа можетъ измѣнить свой характеръ, но и въ томъ, что сила, дѣйствующая на ползунъ, вообще не въ состояніи одвинуть механизмъ съ этого положенія безъ посторонней помощи [фиг. 41], такъ какъ тогда слогашая ея въ направленіи

x/a звено b наз. ШАТУНОМЪ.

d - она и является всегда движущей силой - будет только стремиться сломать звенья b и a .

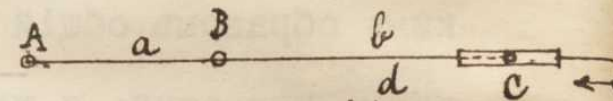
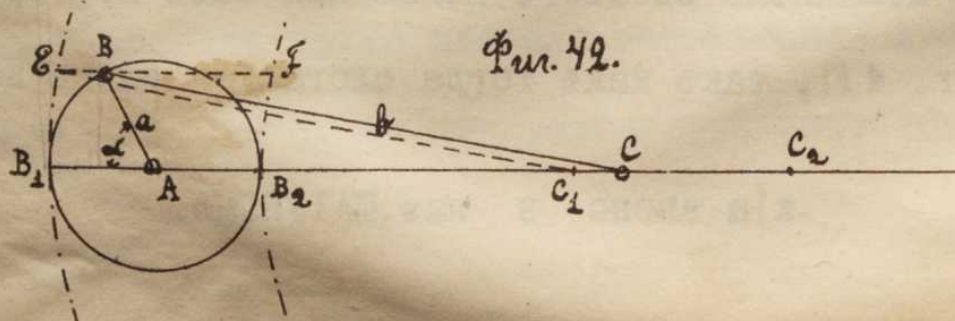
Переходят эти мертвые положенія A a B b c d 
обыкновенно придавая звену a до- фиг. 41.
статочную массу, инерція которой и увлекает звено a , а съ нимъ и весь механизмъ въ дальнѣйшее движеніе въ прежнемъ смыслѣ по отношенію къ вращенію a . Можно выбрать эту массу такой, что вращеніе кривошипа будетъ мало отличаться отъ равномернаго; поэтому мы будемъ принимать, что въ такомъ механизмѣ кривошипъ a вращается равномерно.

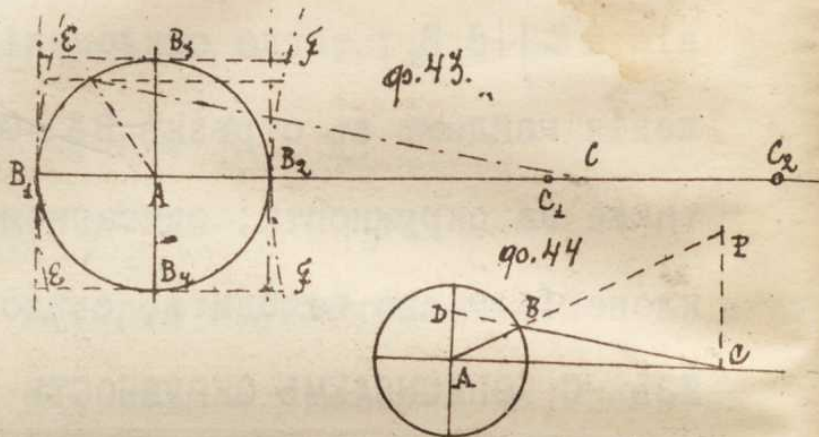
ДИАГРАММА ОТКЛОНЕНІЙ ПОЛЗУНА

Разсмотримъ, какъ соотвѣтствуетъ другъ другу отклоненіе кривошипа и ползуна отъ крайнихъ положеній. Если ШИПЪ или ПАЛЕЦЬ B кривошипа [фиг. 42] былъ въ МЕРТВОЙ ТОЧКѢ B_1 , то ползунъ былъ въ точкѣ C_1 , стоящей отъ B_1 на длину b шатуна. Для положенія BA кривошипа находимъ ползунъ въ точкѣ



с $|BC = v|$; проведемъ изъ C_1 линію $C_1E \parallel BC$, а изъ B - линію $BE \parallel B_1B_2$; тогда отклоненіе ползуна отъ крайняго положенія найдемъ въ отрѣзкѣ $BE = CC_1$; но $C_1E = v = C_1B$ и E лежитъ также на окружности, описанной изъ C_1 радіусомъ C_1B_1 . Отклоненіе можно находить, слѣдовательно, такимъ образомъ: изъ C_1 описываемъ окружность радіусомъ $= v$, изъ B - соответственнаго положенія пальца кривошипа - проводимъ параллель "линіи мертвыхъ точекъ" до пересѣченія съ этой окружностью и отрѣзокъ BE будетъ искомымъ отклоненіемъ ползуна отъ его мертваго положенія C_1 . Аналогично находимъ въ отрѣзкѣ BF отклоненіе отъ втораго крайняго положенія C_2 ползуна [F - точка пересѣченія BE съ окружностью центра C_2 и радіуса $= v$]. Точно также можно строить и отклоненіе отъ средняго положенія ползуна. Если отложить отрѣзки BE на соответствующихъ положеніяхъ кривошипа [стѣ точки A] и соединить кривой концы отрѣзковъ, то получимъ такъ называемую ПОЛЯРНУЮ ДІАГРАММУ ПОЛОЖЕНІЙ ПОЛЗУНА. Можно построить также и другую - прямоугольную - діаграмму, въ которой на оси абсциссъ откладываемъ углы отклоненія кривошипа α ; этими

углами измѣряется тогда время; [фиг. 43], а на оси ординатъ соответственна отклоненія ползуна. Легко видѣть что движеніе ползуна не симме-



трично: при поворотѣ кривошипа на 90° отъ положенія $B_1 A$ ползунъ не придетъ еще до своего средняго положенія [$EB_3 < B_3 F$]; наоборотъ, при поворотѣ на 90° отъ AB_2 - ползунъ уже успѣлъ перейти среднее положеніе. Эта несимметричность уменьшается съ увеличеніемъ длины шатуна и при ∞ окружности $EB_1 E$ и $FB_2 F$ становятся прямыми перпендикулярными къ $B_1 AB_2$. Тогда отклоненія ползуна отъ средняго положенія, какъ видно изъ чертежа, пропорціональны *сину* угла α .

СКОРОСТЬ ПОЛЗУНА.

Найдемъ, какъ выражается скорость ползуна. Центръ мгновеннаго вращенія для движенія шатуна лежитъ [фиг. 44] очевидно на пересѣченіи AB съ нормалью къ AC въ точкѣ

То построение, которое мы дали для общего случая четырех-
звенной цепи, применимо очевидно и здѣсь, только, такъ какъ
здѣсь РС всегда перпендикулярно къ АС, то и параллель къ
РС черезъ А обратится въ прямую $AD \perp$ къ АС и, слѣдо-
вательно, скорость ползуна будетъ выражаться отрезкомъ AD,
умноженнымъ на угловую скорость вращенія кривошипа. Какъ
видно непосредственно скорость ползуна будетъ различна |при
разныхъ положеніяхъ кривошипа| и въ мертвыхъ положеніяхъ
 $w=0$. Можно также извѣстными способами построить диаграммы
скоростей полярную и прямоугольную.-

УСКОРЕНИЕ ПОЛЗУНА |построение Ritter'shausa

Ускореніе ползуна, въ каждый данный моментъ будетъ вы-
ражаться черезъ $\frac{d}{dt} |\dot{\omega}_r \cdot AD|$, или $\omega_r \cdot \frac{d}{dt} |AD|$. Для нахожде-
нія его найдемъ приращеніе |положительное или отрицатель-
ное| отрезка AD при движеніи ползуна. Для этого замѣнимъ
вращеніе шатуна около Р |фиг. 45| - вращеніемъ около С
и поступательнымъ перенесеніемъ вдоль АС со скоростью =
(см. страницу 54) $= \omega_r \cdot AD$

Обозначимъ ВD черезъ z , тогда вращеніе около С |съ

изъ треугол. DCI видно, что $\frac{EC}{DC} = \frac{1}{\cos \psi}$ и, слѣдовательно,

$$EF = \frac{x}{\cos \psi}$$

Откуда $FA = EF - EA = \frac{x}{\cos \psi} - DA \sin \psi$. Теперь

можемъ построить $\frac{x^2}{b}$, проведя черезъ D параллель AB до пересѣченія съ AB въ точкѣ L и $LM \parallel AD$, тогда изъ подобія треугольниковъ

BLM и DVA получимъ

$$\frac{BM}{DL} = \frac{LB}{AB} \text{ или } 1$$

$$BM = \frac{x \cdot BL}{AB}, \text{ но } \frac{BL}{AB}$$

изъ подобн.треуг. ABC

и $DL \parallel AC$ $\frac{BL}{AB} = \frac{DL}{AC} = \frac{x}{b}$, и слѣдоват. $BM = x \cdot \frac{x}{b} = \frac{x^2}{b}$. Если

провести $MK \perp DC$, то найдемъ изъ тр. MKF , въ которомъ

$MK \parallel BM$; что $FK = \frac{BM}{\cos \psi} = \frac{x^2}{b \cos \psi}$ и, слѣдовательно, $KA = FA + FK$

$= \left(\frac{x}{\cos \psi} - DA \sin \psi + \frac{x^2}{b \cos \psi} \right)$ представляетъ выраженіе въ скоб-

кахъ, а ускореніе $= \omega^2 KA$ по величинѣ и направлено отъ

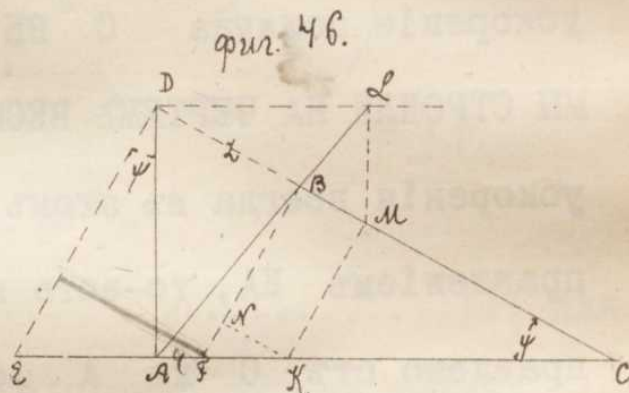
точки K къ точкѣ A , такъ какъ скорость ползуна умень-

шается. Такимъ образомъ построеніе будетъ слѣдующее: про-

вести изъ D параллель линіи AC , продолжить AB до пере-

сѣченія съ этой параллелью въ точкѣ L , провести LM пер-

пендикулярно къ AC до пересѣченія съ BC



ВЪ ТОЧКѢ М И ДАЛѢЕ МК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО КЪ ВС ДО ПЕРЕСѢЧЕНІЯ СЪ АС ВЪ ТОЧКѢ К ; ОТРѢЗОКЪ КА И БУДЕТЪ ИСКОМЫМЪ; его нужно будетъ помножить на ω^2 | если дано число n оборотовъ машины въ минуту, то $\omega = \frac{\pi n}{30}$ | и получимъ ускореніе ползуна С ВЪ ТОМЪ ЖЕ МАСШТАБѢ, ВЪ КОТОРОМЪ МЫ СТРОИЛИ НА ЧЕРТЕЖѢ ВЕСЬ МЕХАНИЗМЪ. Направленіе этого ускоренія всегда въ этомъ построеніи *Mohr's* дается направлениемъ КА, то-есть въ данномъ положеніи будетъ направлено отъ С къ А | скорость ползуна будетъ уменьшаться |. Если бы кривошипъ | при томъ-же направленіи вращенія | находился еще влѣво отъ А *D* , то точка К получилась-бы влѣво отъ А и ускореніе было-бы направлено отъ А къ С, то-есть положительно. —

УСКОРЕНІЕ ПОЛЗУНА ПРИ МЕРТВОМЪ ПОЛОЖЕНІИ МЕХАНИЗМА.

Построенія нельзя выполнить для мертвыхъ положеній, но тамъ легко выразить ускореніе ползуна. Такъ какъ выпадаетъ поступательное движеніе вдоль АС | фиг. 47 |; точка

С въ это мгновеніе сама служить полюсомъ мгновеннаго вращенія для ВС|, то приращеніе

АД выразится |для мертваго

положенія А₀| черезъ

$$\frac{l-r}{\cos \psi} \cdot \omega_r \cdot \frac{r}{l} dt, \text{ или } | \text{здѣсь } l=r,$$

$$\cos \psi = 1 \quad | \frac{l-r}{l} \cdot \omega_r \cdot r dt \quad \text{и}$$

$$\text{ускореніе будетъ: } | \frac{l-r}{l} | \cdot \omega_r^2 r$$

$$\text{или } | 1 - \frac{r}{l} | \omega_r^2 \cdot r ; \dots \dots \dots | 1 | \text{ для}$$

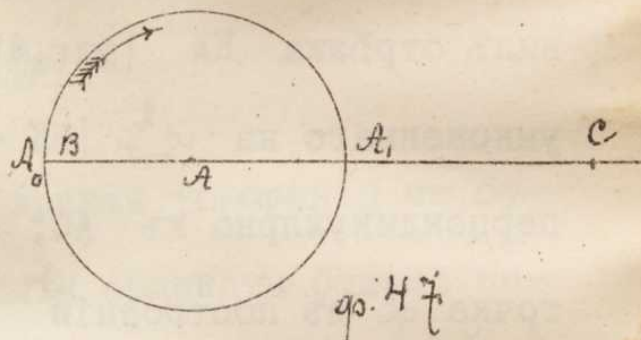
второго мертваго положенія аналогично будемъ имѣть: |в -
длина шатуна; формула получается изъ выраженія ускоренія
ползуна |на стр. 64-65|.

$$| 1 + \frac{r}{l} | \omega_r^2 \cdot r \dots \dots \dots | 2 |$$

СЛУЧАЙ, КОГДА ШАТУНЪ БЕЗКОНЕЧНО ВЕЛИКЪ.

Для безконечнаго большаго шатуна оба выраженія |1| и
|2| были-бы одинаковы. Въ этомъ частномъ случаѣ выраженія
какъ скорости, такъ и ускоренія значительно упрощаются.

Изъ построенія видно, что скорость будетъ пропорціональна
sinus угла отклоненія α |фиг. 48| кривошипа и выра-



зится через: $\omega_r \cdot r \sin \alpha. (A^D = r \sin \alpha)$

Ускореніе же получимъ въ видѣ отрѣзка КА [фиг. 49], умноженнаго на ω_r^2 |ВК - перпендикулярно къ АС;

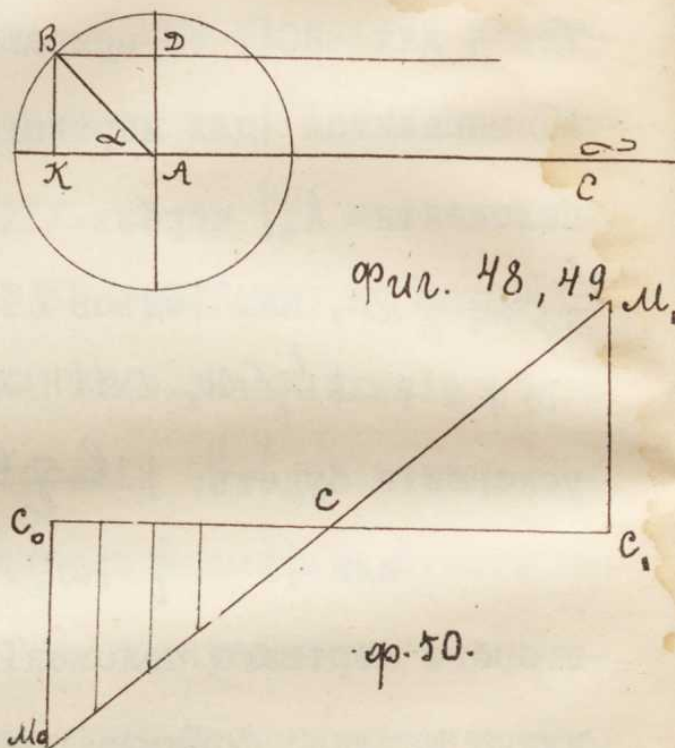
точка L въ построеніи

Мотр'а |см. фиг. 46| совпадаетъ съ точкою В и LM съ MK , а, слѣдовательно, - съ ВК|. Такъ

какъ $KA = r \cos \alpha$, то уско-

реніе $= \omega_r^2 r \cos \alpha$. Отклоненія ползуна отъ средняго положенія выражаются черезъ $r \cos \alpha$, и, слѣдовательно, ускоренія будутъ пропорціональны отклоненіямъ. Поэтому, если мы въ соответствующихъ положеніяхъ ползуна возставимъ ординаты и на нихъ будемъ откладывать уско-

ренія [фиг. 50], мы получимъ прямую $M_0 C M_1$, проходящую черезъ среднее положеніе ползуна |черезъ



точку C и имѣющую крайними ординатами $C_0 M_0 = C_1 M_1 = \omega_c^2 r$.

КРИВАЯ УСКОРЕНІЙ ПОЛЗУНА ВЪ СЛУЧАѢ

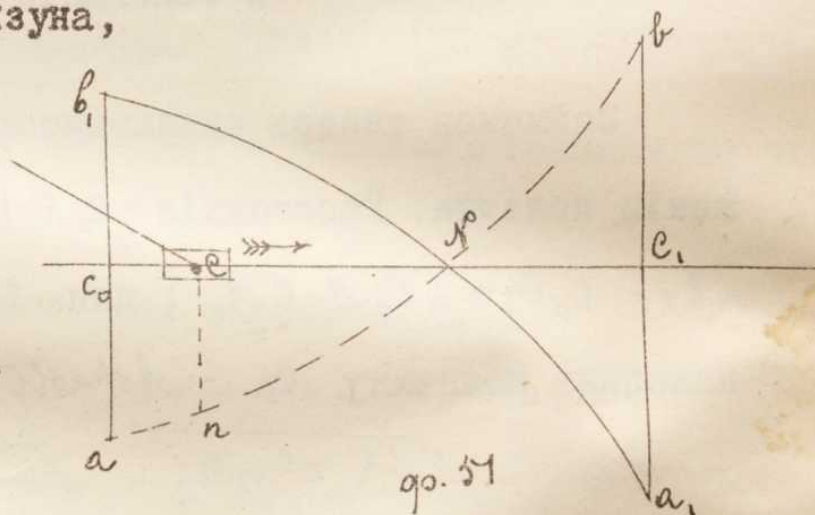
КОНЕЧНАГО ШАТУНА.

Для случая конечнаго шатуна кривая ускореній не будетъ симметрична [фиг. 51] и крайнія ординаты будутъ неравны [для одного мертваго положенія ускореніе = $\frac{l-r}{r} \omega_c^2 r$, для другого = $\frac{l+r}{r} \omega_c^2 r$ по абсолютной величинѣ] и пересѣкать ось абсциссъ кривая будетъ не въ серединѣ отрѣзка $C_0 C_1$, изображающаго ходъ ползуна,

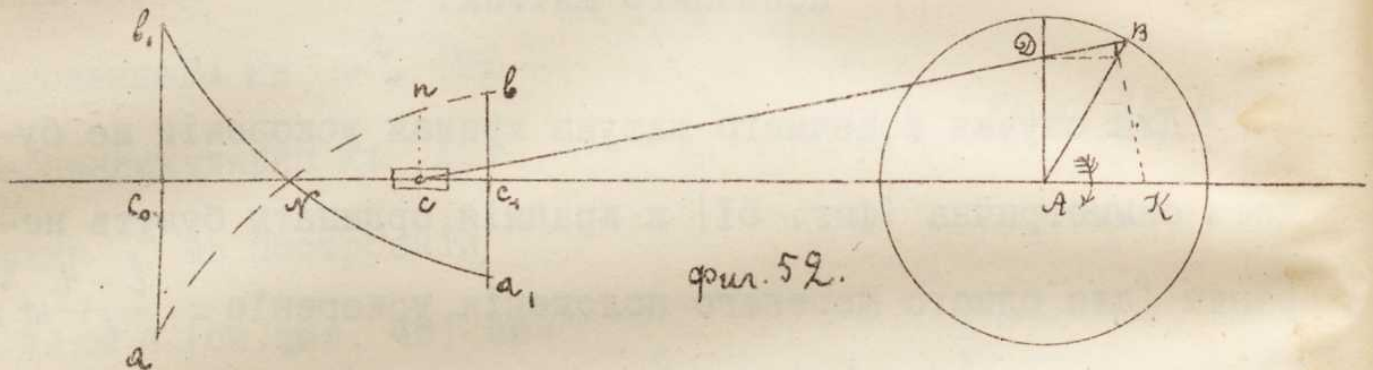
такъ какъ *максимум* скорости ползуна не приходится теперь на его среднее положеніе.

Для движенія ползуна обратнаго, то-есть отъ C_1 къ C_0 [при слѣдующемъ

полуоборотѣ кривошипа] кривая изобразится симметричною [по отношенію къ первой итрихованной кривой] вѣтвь $a, N^o b$,



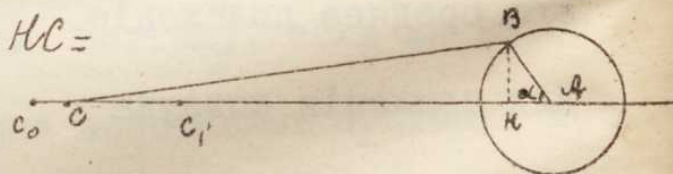
и ординаты $c, a_1 = c, b, c, b_1 = c, a$. Какая-либо ордината C_n (фиг. 52) пропорциональна отрезку KA , полученному построением *Mohr'a*. В точке N имеем *максимум* скорости ползуна.



АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ПОЛЗУНА.

Займемся теперь аналитическим решением вопроса о движении ползуна. Расстояние C_0A [мертвое положение] (фиг. 53) $= l + r$; $C_0C = x = C_0A - CA$; для CA из треугольника CBA находим величину $CA = AN + NC =$

$$= r \cos \alpha + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha}.$$



Следовательно:

$$C_0C = l + r(1 - \cos \alpha) - \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \alpha} = l + r(1 - \cos \alpha) - r \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \alpha}.$$

Отношение $\frac{r}{l}$ есть всегда правильная дробь и редко превышает $\frac{1}{5}$. Поэтому радикал можно разложить в сходящийся ряд

по биному *Newtona* |Ньютона|; имѣемъ: $(1 - \frac{v^2}{l^2} \sin^2 \alpha)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{l^2} \sin^2 \alpha - \frac{1}{8} \frac{v^4}{l^4} \sin^4 \alpha \dots$ и послѣ подстановки получимъ:

$$C_0 C = r(1 - \cos \alpha) + \frac{l}{2} \left[\left(\frac{v}{l} \sin \alpha \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{v}{l} \sin \alpha \right)^4 + \dots \right]$$

Если бы для обратнаго движенія ползуна вели счетъ отъ положенія C_1 |фиг. 54|, то $C_1 C = AC - AC_1 = \sqrt{l^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - r \cos \alpha - (l - r) = r(1 - \cos \alpha) - \frac{l}{2} \left[\left(\frac{v}{l} \sin \alpha \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{v}{l} \sin \alpha \right)^4 + \dots \right]$

Какъ нетрудно убѣдиться не-

посредственнымъ вычисленіемъ,

рядъ этотъ |какъ и первый| -

быстро-сходящійся и для прибли-

женнаго вычисленія можно пренебречь членами, начиная со вто-

рого, т.е. съ члена: $\frac{1}{4} \left(\frac{v}{l} \sin \alpha \right)^4 \cdot \frac{l}{2}$

Тогда путь поршня |или ползуна| выразится такъ:

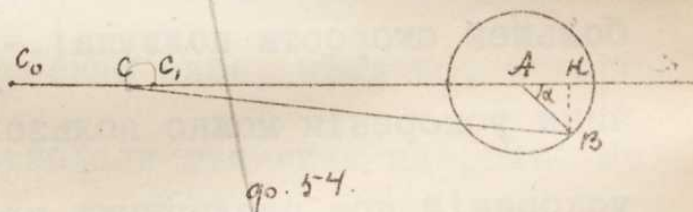
$$S = r(1 - \cos \alpha) \pm \frac{v^2}{2l} \sin^2 \alpha$$

скорость $v = \frac{dS}{dt} = (r \sin \alpha \pm \frac{v^2}{l} \sin \alpha \cos \alpha) \frac{d\alpha}{dt} = (r \sin \alpha \pm \frac{v^2}{l} \sin 2\alpha) \omega_r$ гдѣ ω_r есть угловая скорость вращенія

кривошипа. Ускореніе опредѣлится изъ выраженія:

$$\frac{d^2 S}{dt^2} = (r \cos \alpha \pm \frac{v^2}{l} \cos 2\alpha) \cdot \omega_r^2$$

и можно изъ него опредѣлить |приблизительно, какому положе-



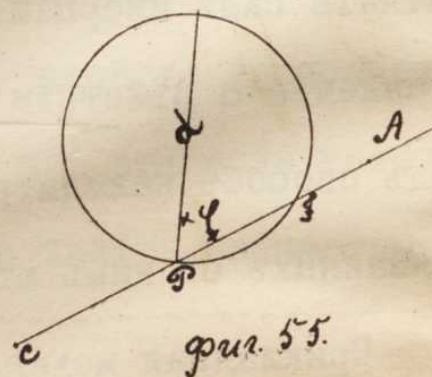
нїе кривошипа соотвѣтствуетъ *максимуму* скорости, а именно тамъ α должно удовлетворять условію: $\cos \alpha + \frac{r}{l} \cos 2\alpha = 0$ | мы сократили выраженіе второй производной на $\omega^2 r$ и на r , т.к. ни то, ни другое $\neq 0$ |; вставляя вмѣсто $\cos 2\alpha$ равную ему величину $|2\cos^2 \alpha - 1|$ и рѣшая квадратное уравненіе, найдемъ приблизительную величину α |уголъ, опредѣляющій то положеніе кривошипа, которое соотвѣтствуетъ наибольшей скорости ползуна|. - Формулой приблизительной величины ускоренія можно пользоваться для составленія таблицы ускореній при различныхъ углахъ отклоненія кривошипа и построить съ помощью этой таблицы діаграмму ускореній |вмѣсто графическаго приѣма|. - Кромѣ ускореній самого ползуна требуется часто знать и ускоренія различныхъ точекъ шатуна для того, чтобы выяснить вполне, каковы будутъ силы инерціи качающихся частей |т.е. шатуна и ползуна| въ механизмѣ паровой машины. Какъ въ паровыхъ машинахъ - отчасти скоростныхъ, такъ и въ машинахъ, имѣющихъ такой же кривошипный механизмъ |напримѣръ, лѣсопилкахъ и т.п.| эти силы инерціи играютъ весьма важную роль, и нетрудно видѣть на частныхъ

примѣрахъ, что, на примѣръ, въ лѣсопилкахъ давленіе на палецъ кривошипа отъ силъ инерціи качающихся частей можетъ въ нѣсколько разъ превосходить рабочее усиліе. Точно также въ скороходныхъ паровыхъ машинахъ сила инерціи частей можетъ быть такъ велика, что все давленіе на поршень въ началѣ хода идетъ на преодоленіе только силъ инерціи, въ зависимости отъ этого распредѣленіе давленій на палецъ кривошипа за полный оборотъ машины будетъ совершенно иное, чѣмъ то, которое имѣло бы мѣсто, если бы отсутствовали эти силы инерціи. Не трудно убѣдиться также на частныхъ примѣрахъ, какъ велико будетъ вліяніе силъ инерціи качающихся частей на устойчивость машины на ея фундаментѣ, если машина неподвижная, или, на движеніе ея, если имѣемъ дѣло о паровозомъ. Тоже можно сказать и о расчетѣ прочности частей механизма: расчетъ этотъ былъ бы совершенно готовымъ, если бы мы упустили изъ виду вліяніе силъ инерціи. Поэтому необходимо имѣть ясное представленіе о дѣйствіи этихъ силъ. Построеніе *Mohr'a* даетъ намъ способъ находить ускореніе ползуна $|i|$, слѣдовательно, связанныхъ съ нимъ штока и поршня, по этимъ ускореніямъ, зная

масс, мы найдемъ и силы инерціи. Но и относительно различныхъ точекъ шатуна, мы можемъ судить объ ускореніяхъ этихъ точекъ, если въ связи съ построеніемъ *Mohr'a* воспользуемся известными свойствами центра ускореній. Замѣтимъ однако, что построеніе *Mohr'a* около мертвыхъ положеній механизма становится довольно неудобнымъ, вслѣдствіе того, что вспомогательныя линіи пересѣкаются подъ очень острыми углами. Въ самомъ же мертвомъ положеніи оно не имѣетъ мѣста. Поэтому не лишнимъ будетъ видоизмѣнить это построеніе. Но для этого останемся нѣсколько на выборѣ ускоренія ползуна и предварительно вспомнимъ нѣкоторыя свойства поворотнаго круга. Известно изъ теоремы Савари, что, если P [фиг. 55] есть полюсъ мгновеннаго вращенія, A - точка и C - центръ кривизны ея траекторіи, то $\frac{1}{CA - PA} + \frac{1}{PA} = \frac{1}{d \cos \varphi}$, гдѣ d - діаметръ поворотнаго круга, а φ уголъ вектора

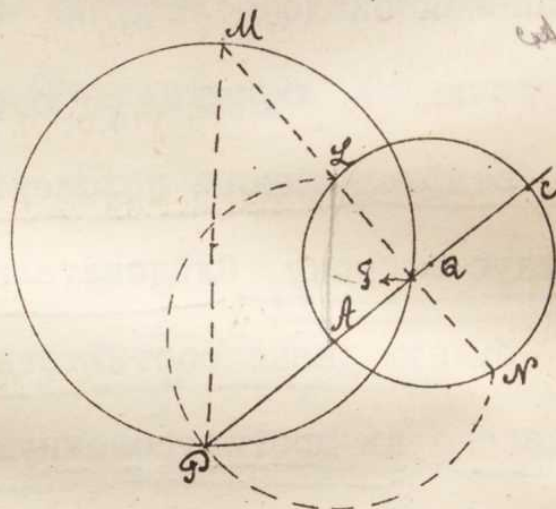
PA съ нормалью къ полоидамъ. Но $d \cos \varphi$ есть отрѣзокъ PJ , который дѣлаетъ на векторѣ поворотный кругъ. Поэтому уравненіе Савари можно написать такъ:

$$CA \cdot PJ = (CA - PA) \cdot PA$$



т.е. $PA^2 = CA(PA - PF) = CA \cdot AF$. Соотношение это является общимъ, какъ бы ни лежали точки A и C относительно P . Оно легко вытекаетъ также и изъ построения центра кривизны при помощи поворотнаго круга, или же изъ разсмотрѣнія центростремительнаго ускоренія точки A . Это соотношение даетъ намъ удобный способъ найти точку F поворотнаго круга, если даны P , A и C . Для этого [фиг. 56] изъ середины Q отрезка AC описываемъ дугу радиусомъ AQ и изъ A засѣкаемъ радиусомъ PA на этой дугѣ точки L и N по ту и другую сторону.

Прямая LN , перпендикулярная къ AC своимъ пересѣченіемъ съ AC да-



фиг. 56.

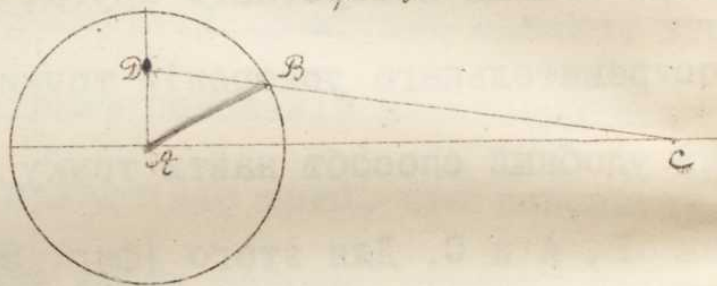
етъ точку F . Прямая эта пройдетъ конечно черезъ полюсъ поворота M . Обратимся теперь къ ускореніямъ ползуна. Имѣемъ

механизмъ ABC [фиг. 57]. Какъ извѣстно, скорость C выража-
ется отрезкомъ QA , умноженнымъ на θ [угловую скорость

Стр 63

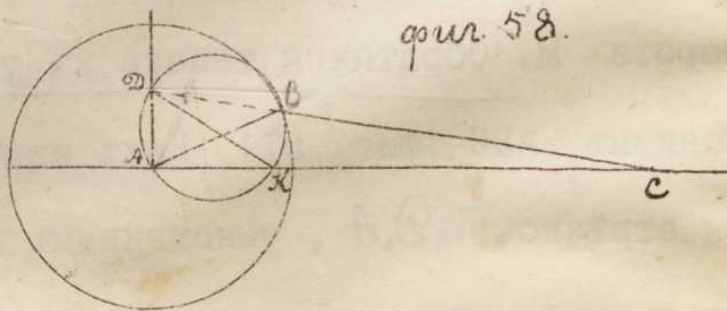
Бер. верн.

вращенія кривошипа|. Представимъ теперь себѣ систему отрѣзка АВ, одинъ конецъ коего двигается по АС, а другой по окружности, описанной изъ D радиусомъ ВС. Центръ мгновеннаго вращенія для этого отрѣзка будетъ въ точкѣ D и, если мы будемъ двигать такъ отрѣзокъ, что угловая



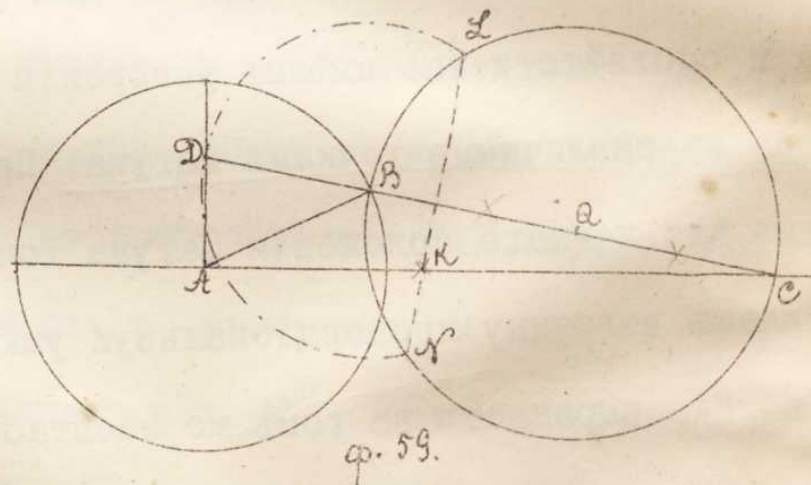
фиг. 57.

скорость вращенія около полюса D всегда будетъ равна θ , то скорость точки А будетъ $= DA \cdot \theta$, т.е. равна скорости ползуна въ соответствующемъ положеніи и только направлена еѣ противуположную сторону. Слѣдовательно, и ускореніе точки А отрѣзка АВ будетъ равно соответствующему ускоренію ползуна и тоже направлено въ противуположную сторону. Теперь далѣе, поворотный кругъ для системы отрѣзка пройдетъ непремѣнно черезъ D и А и путь онъ [фиг. 58] пересѣчетъ АС въ точкѣ К. Тогда DK будетъ діаметромъ поворотнаго круга [уголъ А - прямой] и К будетъ полюсомъ поворота. Но



фиг. 58.

у насъ угловая скорость вращенія около $\mathcal{Q}$ есть постоянно θ , следовательно $\frac{d\theta}{dt} = 0$ и центростремительныя ускоренія для отрезка АВ совпадаютъ съ полемъ поворота. Ускореніе точки А равно $AK \cdot \theta^2$ и направлено отъ А къ К, а значитъ ускореніе ползуна выражается черезъ $KA \cdot \theta^2$ и направлено отъ К къ А. Но точку К мы можемъ найти легко, ибо С есть центръ кривизны для траекторіи точки В въ системѣ отрезка АВ. Примѣняя указанное только что построеніе, мы [фиг. 59] изъ середины $\mathcal{Q}$ шатуна ВС описываемъ радіусомъ BQ дугу и на ней засѣкаемъ радіусомъ DB точки $\mathcal{L}$ и $\mathcal{N}$. Прямая $\mathcal{LN}$ отмѣчаетъ на АС искомую точку К. Построеніе имѣетъ мѣсто при всякомъ положеніи кривошипа АВ и на примѣръ, въ мертвомъ положеніи роль DB будетъ играть радіусъ кривошипа.



Точки $\mathcal{L}$ и $\mathcal{N}$ получаются всегда отчетливо и, если онѣ будутъ

близки другъ къ другу! около положенія кривошипа^x, то прямая $L\mathcal{N}$ можетъ быть тѣмъ не менѣе проведена совершенно точно, такъ какъ она перпендикулярна къ BC . Построеніе для различныхъ положеній кривошипа ведется очень быстро, особенно, если имѣть масштабную и два циркуля; одинъ изъ нихъ будетъ съ постояннымъ отверстіемъ, равнымъ половинѣ длины шатуна. Масштабной линейкой легко находимъ для даннаго положенія кривошипа соответствующее положеніе шатуна и проводимъ тутъ-же его направление DC , однимъ циркулемъ описываемъ изъ A дугу, а другимъ | съ отверстіемъ DB | отмѣчаемъ на дугѣ точки L и $\mathcal{N}$ затѣмъ, приставивъ линейку къ L и $\mathcal{N}$, отмѣчаемъ точку K . Такимъ образомъ находятся точки K для разныхъ положеній кривошипа и соответственно имѣемъ ускоренія ползуна. Но обратимся теперь къ различнымъ точкамъ шатуна. Предположимъ, что мы уже имѣемъ для даннаго положенія шатуна точку K , такъ, что KA выражаетъ величину пропорціональную ускоренію ползуна. Но радиусъ BA выражаетъ въ томъ же масштабѣ ускореніе точки B шатуна. Пусть центръ ускоренія системы шатуна будетъ гдѣ-нибудь въ точкѣ $\mathcal{G}$. По свойству центра ускоренія, мы

^x перпендикулярнаго къ линіи мертвыхъ точекъ.

знаемъ, что треугольникъ $B\zeta C$ подобенъ тр. BAK [фиг. 60]:

уголъ $B\zeta C$ = углу BAC ,

стороны $B\zeta$ и ζC пропорціональны сторонамъ BA

и CA , такъ какъ и тѣ, и

другія пропорціональны

ускореніямъ точекъ B и C

шатуна. При этомъ BA на-

клонено къ B подъ угломъ μ

$$\text{и } |\zeta g| = \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{d\omega}{dt},$$

точно также CA и $C\zeta$,

слѣдовательно BK и BC наклонены также подъ угломъ μ .

Возьмемъ на сторонѣ BC какую-нибудь точку M . Чтобы найти

соотвѣтствующую ей точку въ треугольникѣ BAK , нужно раздѣ-

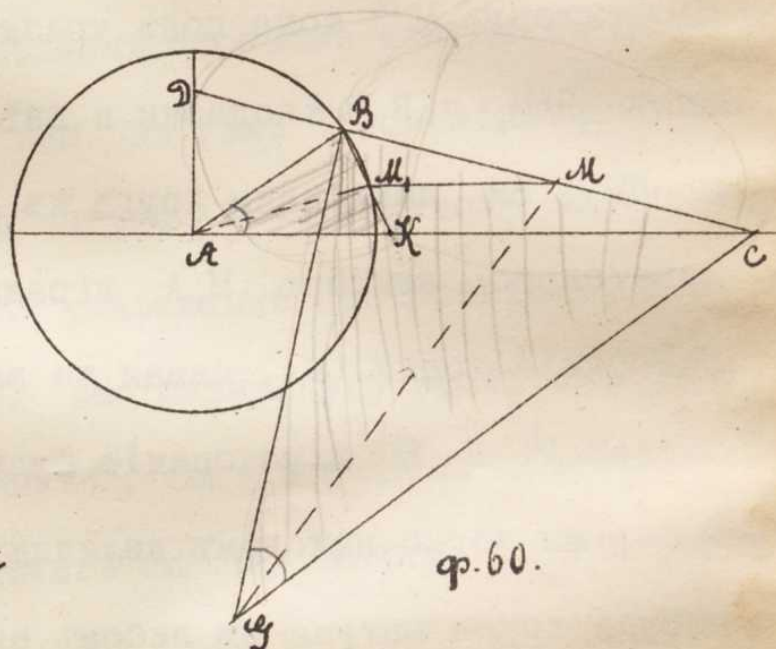
лить BK въ томъ же отношеніи, въ какомъ M дѣлитъ BC , а

это получаемъ, если проведемъ изъ M параллель AC до пере-

сѣченія съ BK въ точкѣ M_1 . Векторъ $M\zeta$ есть величина про-

порціональная ускоренію точки M . Векторъ M_1A есть величина

также очевидно пропорціональная ускоренію точки M и выра-



ф. 60.

жаетъ это ускореніе въ томъ же масштабѣ, въ какомъ KA и BA выражаютъ ускоренія точекъ C и B . Но векторъ M_1A наклоненъ къ вектору M^C тоже подъ угломъ μ | такъ какъ опять треугольники BAM_1 и $B M^C$ подобны и двѣ пары сторонъ, т.е. BA , B^C и BM_1 , BM наклонены другъ къ другу подъ угломъ μ |. Следовательно, векторъ M_1A выражаетъ собой и направленіе и ускореніе точки M , самая же величина ускоренія выражается черезъ $M_1A \cdot \theta^2$ и ускореніе будетъ направлено отъ M_1 къ A .

Итакъ мы легко находимъ величину и направленіе ускоренія какойнибудь точки шатуна въ любомъ его положеніи: для этого проводимъ только изъ рассматриваемой точки параллель линіи мертвыхъ точекъ до пересѣченія съ соотвѣтствующимъ отрѣзкомъ BK , векторъ, соединяющій полученную точку пересѣченія съ центромъ A даетъ направленіе ускоренія точки, а величина ускоренія выразится черезъ этотъ векторъ, помноженный на квадратъ угловой скорости вращенія кривошипа. Если шатуны очень длинны, то около линіи мертвыхъ точекъ отрѣзокъ BK получается очень малыми и различныя точки M сливаются. Но это указываетъ только на то, что и въ дѣйствительности ускоренія различныхъ то-

чекъ шатуна становятся тутъ почти одинаковыми, какъ по величинѣ, такъ и по направленіи. Отношеніе ускореній различныхъ точекъ M шатуна сводится такимъ образомъ всегда къ дѣленію соответствующихъ отрѣзковъ KB въ тѣхъ отношеніяхъ, въ какихъ точки M дѣлятъ длину шатуна. И въ мертвомъ положеніи легко находимъ отрѣзокъ BK указаннымъ построеніемъ, т.е. изъ середины A шатуна BC записываемъ дугу радиусомъ Bq и на ней отмѣчаемъ точки L и N , такъ что $Bq = BK = AB$. [фиг. 61]. Прямая LN отмѣтитъ на BC точку K . При этомъ изъ самаго построенія видно, что $AB^2 = BK \cdot BC = LB^2$

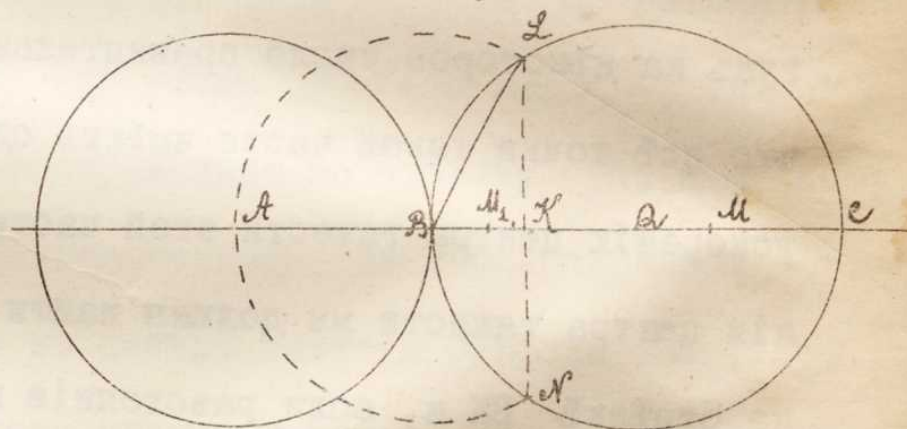
[изъ прям. тр. BLC],

$$\text{т.е. } BK = \frac{AB^2}{BC} = \frac{r^2}{l}$$

$$\text{и } KA = r + \frac{r^2}{l} = r \left(1 + \frac{r}{l}\right)$$

т.е. ускореніе

точки $C = \omega^2 r \left(1 + \frac{r}{l}\right)$, что было уже нами выведено. Теперь ускореніе точки M найдемъ, если раздѣлимъ BK въ точкѣ M_1 въ отношеніи $BM : MC$, оно будетъ равно $M, A. \theta^2$, а само дѣленіе здѣсь производимъ или при помощи масштабной линейки



или обыкновеннымъ способомъ пропорціональнаго дѣленія. Какъ видно изъ чертежа, когда шатунъ весьма длиненъ, окружность радиуса BA очень велика, точка K падаетъ около точки B и, слѣдовательно, ускоренія различныхъ точекъ шатуна становятся почти одинаковыми. При бесконечно большомъ шатунѣ всѣ точки шатуна имѣли-бы въ мертвомъ положеніи одинаковое ускореніе $BA \cdot \theta^2$ [точки B и K совпали-бы]. Если требуется разсчитать силы инерціи, то отъ ускореній переходимъ къ силамъ, помноживъ ускоренія на МАССЫ и помня, что силы инерціи противоположны по направленію ускореніямъ. Можно раздѣлить шатунъ на нѣкоторое число сравнительно малыхъ частей и считать, что всѣ точки такой части имѣютъ одинаковое ускореніе, равное ускоренію центра тяжести этой части. Но для нахождения ускоренія центра тяжести мы должны найти соответствующую ему точку на отрѣзкѣ BK и, если расстояние найденной точки отъ центра A назовемъ черезъ ρ , то сила инерціи будетъ равна $\rho \omega^2 m$ гдѣ m — масса рассматриваемой части шатуна. Слѣдовательно, дѣло сводится къ тому, что мы дѣлимъ отрѣзокъ BK на такія же части, какъ шатунъ, и считаемъ эти части снабженными

массами соответствующих частей шатуна, т.е. считаемъ, что вся масса шатуна какъ бы распределѣна по ВК и при томъ совершенно такъ же, какъ она распределѣна по длинѣ шатуна. Положимъ, что намъ требуется найти слагающую въ какомъ либо направленіи дѣйствія силъ инерціи шатуна; тогда отъ каждой части, на которыя мы разложили шатунъ, слагающая выразится черезъ $m \rho \omega^2 \cos \varphi$, гдѣ φ уголъ вектора ρ съ даннымъ направленіемъ, а отъ всего шатуна получимъ $\omega^2 \sum m \rho \cos \varphi$. Здѣсь $\rho \cos \varphi$ есть проекція вектора ρ на данное направленіе, проведя прямую черезъ А въ данномъ направленіи, можемъ считать ее за ось x ^{по}, тогда $\rho \cos \varphi$ есть x рассматриваемой точки отрѣзка ВК. При этомъ $\sum m x = M \cdot x_0$, гдѣ M вся масса шатуна, распространенная по отрѣзку ВК, а x_0 координата центра тяжести этого отрѣзка. Въ свою очередь $x_0 = \rho_1 \cos \varphi_1$, гдѣ ρ_1 и φ_1 относятся къ центру тяжести отрѣзка ВК |т.е. $\rho_1 \cos \varphi_1$ есть проекція вектора центра тяжести ВК на данное направленіе, поэтому искомая слагающая выразится черезъ $M \omega^2 \rho_1 \cos \varphi_1$ | откуда видно, что слагающая силъ инерціи будетъ такова, какъ если бы вся масса шатуна была сосредото-

чена въ центрѣ тяжести отрѣзка ВК. Но легко видѣть, что центръ тяжести отрѣзка ВК есть ничто иное, какъ точка отрѣзка, соответствующая центру тяжести шатуна, т.е. дѣлящая ВК въ томъ же отношеніи, въ какомъ центръ тяжести дѣлитъ длину шатуна. Поэтому для выясненія дѣйствія силъ инерціи шатуна въ какомъ либо направленіи нужно знать массу его, центръ тяжести его, затѣмъ находить на отрѣзкѣ ВК точку, соответствующую центру тяжести. Разстояніе этой точки отъ центра А опредѣлитъ дѣйствіе силъ инерціи въ любомъ направленіи, указаннымъ только что способомъ.

ЗАДАЧИ.

- 1| - Указать, что всякое каченіе окружности по другой окружности можно свести на поступательное движеніе окружности и на вращательное около своего центра. Каковы будутъ скорости обоихъ движеній, если радіусъ одной окружности |ка-
тящейся| = r , радіусъ неподвижной R , а центръ катящейся окружности успѣваетъ дѣлать n оборотовъ въ минуту?
- 2| - Найти, гдѣ будетъ центръ ускоренія для движенія, даннаго

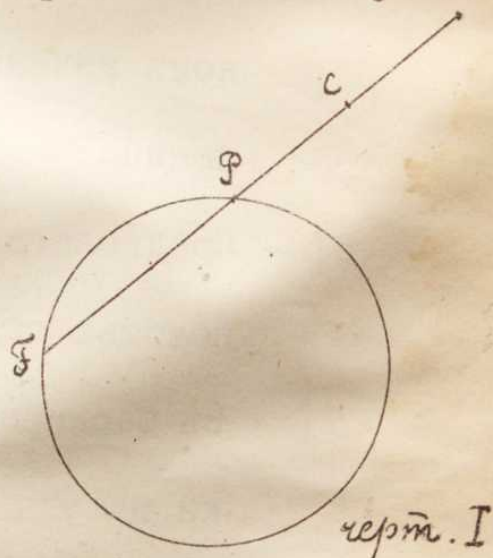
въ предыдущей задачѣ. Опреѣлить поворотный кругъ.

3| - Прямая катится равномерно по окружности, найти ускореніе какой-нибудь точки прямой при помощи центра ускоренія. Опреѣлить центръ кривизны траекторіи точки, связанной съ прямой: а| когда точка лежитъ внѣ прямой и в| когда она находится на прямой.

4| - Извѣстно изъ теоремы Савари, что, если P есть полюсъ мгновеннаго вращенія, A какая либо точка подвижной системы и C центръ кривизны ея траекторіи, то существуетъ соотношеніе $\frac{1}{PA} + \frac{1}{PC} = \frac{1}{d \sin \varphi}$, гдѣ d - диаметръ поворотнаго круга, а φ - уголъ PA съ нормалью къ полюидамъ. Но $d \sin \varphi = PF$ | черт. I| и потому A

$$\frac{1}{PA} + \frac{1}{PC} = \frac{1}{PF}$$

Предполагая, что здѣсь извѣстны точки P , A и C , мы легко найдемъ еще и точку F поворотнаго круга. Такъ какъ у насъ A и C лежатъ по одну сторону отъ точки P , то одинъ изъ отрѣзковъ войдетъ съ отрицательнымъ



знакомъ и, слѣдовательно, $\frac{1}{PA} - \frac{1}{PC} = \frac{1}{PF}$ или $AC \cdot 9$
 $= PA \cdot PC$. Повѣрить это соотношеніе на основаніи обыч-
го построенія центра кривизны при помощи поворотнаго круга
и далѣе найти F , зная P , A и C . Обратно, зная поворотный
кругъ, найти C при помощи точки F , вмѣсто того, чтобы при-
мѣнять построеніе, указанное въ лекціяхъ.

Такъ какъ при данномъ полесѣ P , точкѣ A и центрѣ кривизмы
ея траекторіи является возможнымъ |см. пред. задачу| найти то-
ку поворотнаго круга, то на основаніи этого рѣшить слѣдующіе
задачи:

- 5| - Найти поворотный кругъ для системы шатуна въ обыкновен-
номъ механизмѣ паровой машины при данномъ положеніи криво-
шипа.
- 6| - Предполагая, что кривошипъ вращается равномерно, Найти
помощью поворотнаго круга центръ ускоренія шатуна.
- 7| - Въ шарнирномъ четырехугольникѣ найти для какой либо точ-
ки шатуна центръ кривизны траекторіи этой точки.
- 8| - Тяжелый дискъ катится подъ угломъ α къ горизонту.
Опредѣлить положеніе центра ускоренія въ любой моментъ

и рассмотреть ускорения различных точек диска. Предполагается, что диск не имѣлъ начальной скорости.

- 9| - Показать, что если двѣ точки имѣютъ равныя и параллельно направленныя ускоренія, то и всѣ точки плоской системы будутъ имѣть тѣ же ускоренія.
- 10| - Пара дисковъ съ опредѣленными разстояніями между центрами катится съ извѣстной скоростью v по горизонтальной прямой. Эти диски несутъ на себѣ параллельный кривошипъ. Извѣстны массы, какъ кривошиповъ, такъ и шатуна. Пренебрегая массами дисковъ, указать каково будетъ давленіе на прямую отъ системы катящихся дисковъ.
- II| - Извѣстно, что если будемъ искать геометрическое мѣсто точекъ, не имѣющихъ тангенціального ускоренія въ данный моментъ, то найдемъ кругъ, проходящій черезъ полюсъ мгновеннаго вращенія P и Q - центръ ускоренія, и пересекающій поворотный кругъ подъ прямымъ угломъ α . Доказать это и примѣнить къ нахожденію центра ускоренія въ общемъ четырехшарнирномъ кривошипномъ механизмѣ, предполагая, что кривошипъ вращается равномерно. Рассмотрѣть

влівнїє инерції качающихся частей на палець кривошипа, на-
примѣръ, въ механизмѣ ткацкого станка, задавшись массами и
числомъ оборотовъ $[150 - 200]$.

12| - Ускореніе точки при ея движеніи по траекторіи можно
представить, какъ результирующую изъ ускореній по нор-
мали къ траекторіи и ускоренія по касательной. Пусть
радіусъ - векторъ, соединяющій точку A съ полюсомъ P
мгновеннаго вращенія, пересѣкаетъ поворотный кругъ еще
въ точкѣ M . Доказать разсужденіемъ, подобнымъ приве-
денному въ лекціяхъ [когда рассматривали роль центра
ускоренія], что нормальное ускореніе точки выражается
черезъ $\omega^2 \cdot AM$, гдѣ ω есть скорость вращенія около
полюса мгновеннаго вращенія.

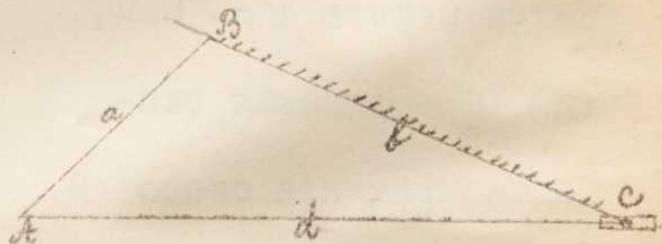
13| - Пусть тотъ же векторъ пересѣкаетъ другой кругъ - кругъ
точекъ, не имѣющихъ тангенціального ускоренія - въ точ-
кѣ N . Доказать, что тангенціальное ускореніе точки =
$$= AN \frac{d\omega}{dt}.$$

14| - Сталокъ пильной машины на лѣсопилкѣ приводится въ движе-
ніе - обыкновеннымъ кривошипнымъ механизмомъ [паровой

машин| . Найти каково будетъ давленіе на палецъ криво-
 шипа въ мертвыхъ положеніяхъ механизма |въ зависимости
 отъ силъ инерцій|, если вѣсъ станка съ пилами 242 kg. ,
 вѣсъ шатуна 48 kg. , радіусъ кривошипа $= 0,4 \text{ mt}$ и чи-
 сло оборотовъ 200. Сравнить съ полезнымъ |рабочимъ| да-
 вленіемъ, если извѣстно, что при расшивкѣ потребность ра-
 бота въ 5 лошадиныхъ силъ |1 л.с. = 75 kg. mt |.
 Шатунъ предполагается безконечно длиннымъ.

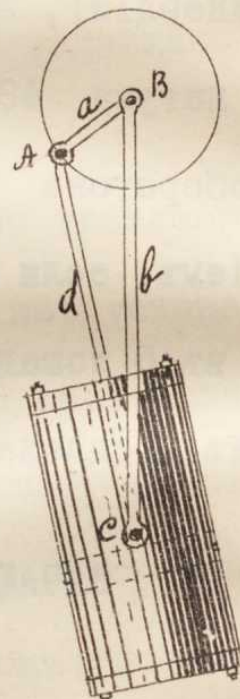
КАЧАЮЩАЯСЯ ПАРОВАЯ МАШИНА.

Познакомившись съ обыкновеннымъ кривошипнымъ механизмомъ,
 перейдемъ къ дальнѣйшимъ частнымъ случаямъ четырехзвенной цѣ-
 пи съ поступательной парой. Механизмъ можетъ быть поставленъ
 на в |фиг. 62| вмѣсто d . Въ
 такомъ случаѣ звено C будетъ
 имѣть только вращательное дви-
 женіе около оси C |перпендику-
 лярной къ плоскости чертежа|.



Звено d будетъ участвовать концомъ A во вращеніи кривошипа

около В и въ то-же время скользить по звену С. Если пред-
ставить себѣ послѣднее |С| въ видѣ цилиндра |фиг. 63|, мо-
гудаго качаться на шипахъ, звено
же d - оканчивающимся поршнемъ,
соотвѣтствующимъ цилиндру, - то по-
лучимъ механизмъ качающейся паро-
вой машины.



ф. 63.

Не трудно найти СКОРОСТЬ ПОРШНЯ.

По общему правилу находимъ центр
мгновеннаго вращенія |фиг. 64|

для d на пересѣченіи АВ съ перпендикуляромъ въ точкѣ С къ
линіи АС |точка С является огибающей положеній d |; тогда

скорость поршня выра-
зится черезъ $v = PC \cdot \omega$,

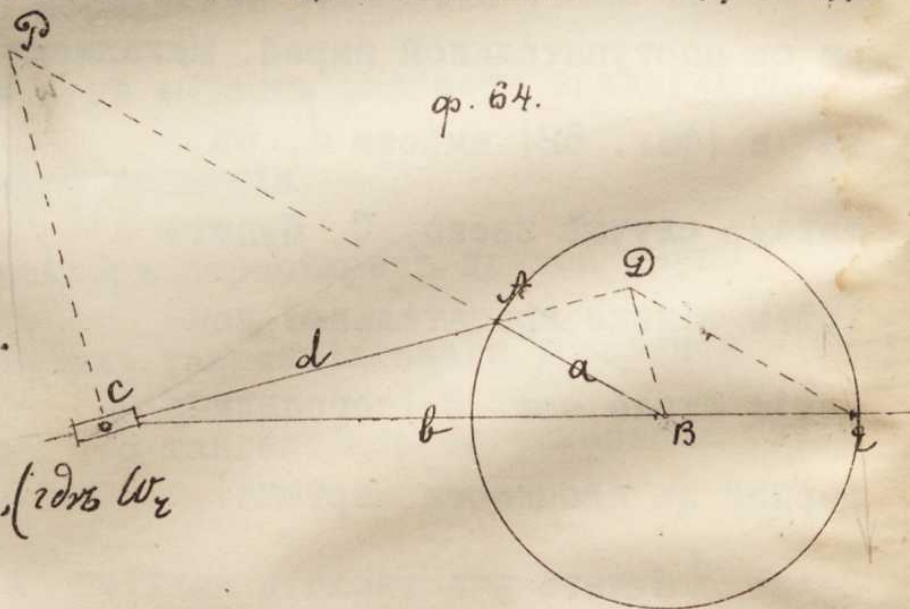
гдѣ ω - угловая ско-

рость вращенія около Р.

Но изъ равенства:

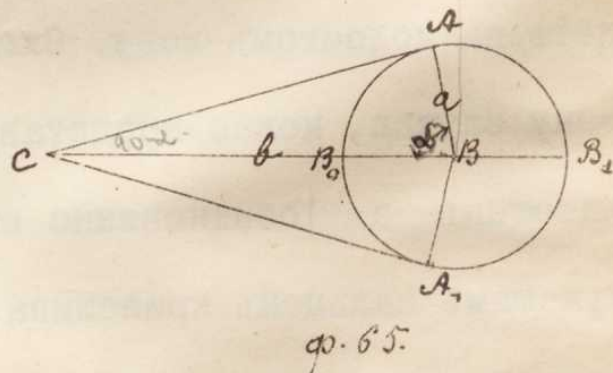
$$\omega \cdot PA = AB \cdot \omega_2 = r \cdot \omega_2, \text{ (гдѣ } \omega_2$$

есть угловая скорость



ф. 64.

равномѣрнаго вращенія кривошипа | найдемъ $\omega = \frac{\gamma \cdot \omega_z}{PA}$
 слѣдов. $v = \frac{PC}{PA} \cdot \gamma \cdot \omega_z$; опустивъ изъ В перпендикуляръ
 ВД на АС, имѣемъ: $\frac{PC}{PA} = \frac{BD}{\gamma}$; слѣдовательно: $v = \omega_z \cdot BD$
 то-есть скорость будетъ пропорціональна отрезку ВД. — Такъ
 какъ ω есть въ то-же время и угловая скорость качанія ци-
 линдра [геометрическая ось котораго направлена по d], то мы
 можемъ получить ω , проведя изъ Д параллель линіи АВ до
 пересѣченія съ ВС въ точкѣ Е, въ видѣ выраженія:
 $\omega = \omega_z \cdot \frac{BE}{BC}$, ибо $\frac{\gamma}{PA} = \frac{AD}{AC} = \frac{BE}{BC}$ | изъ подобія
 треугольниковъ PCA, АДВ, ДСЕ и АВС, то-есть угловая ско-
 рость качанія цилиндра пропорціональна отрезку ВЕ. Эта ско-
 рость качанія будетъ мѣняться; дѣйствительно, возьмемъ поло-
 женіе СА [фиг. 65], въ кото-
 ромъ СА является касатель-



ной къ окружности В₀АВ₁;
 пока кривошипъ описываетъ
 уголъ $\angle B_0BA = \alpha$, ци-
 линдръ поворачивается на

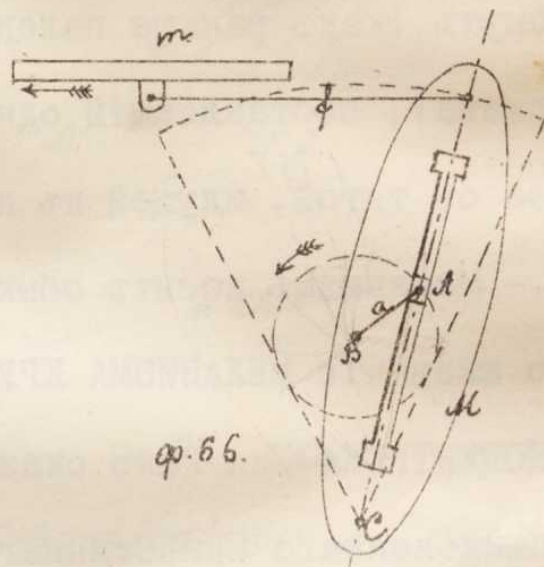
уголъ $ACB = 90^\circ - \alpha$; но на тотъ-же уголъ онъ повернется въ

обратную сторону при вращеніи кривошипа на уголъ $ABV_1 = 180 - \alpha$. Следовательно, качаніе цилиндра въ одну сторону | кривошипъ поворачивается на $\angle A_1BA = 2\alpha$ | будетъ быстрое, въ другую будетъ медленное | кривошипъ описываетъ уголъ ABA_1 | соотвѣтствующій дугѣ AB_1A_1 | $= 360 - 2\alpha$ | при РАВНОМѢРНОМЪ вращеніи кривошипа. Отношеніе временъ качаній = отношенію угла B_0BA къ углу ABV_1 , то-есть равняется отношенію:

$$= \frac{2}{180 - \alpha} = \frac{\arccos \frac{a}{b}}{\pi - \arccos \frac{a}{b}} \quad \left(\cos \alpha = \frac{a}{b}, \text{ слѣд. } \arccos \frac{a}{b} = \alpha \right)$$

Можно пользоваться этимъ свойствомъ качаній въ тѣхъ случаяхъ, когда какому-нибудь предмету требуется сообщить быстрое движеніе въ одну сторону и медленное - въ обратную. Такъ въ строгальныхъ машинахъ рѣзецъ медленно движется въ то время, когда деретъ стружку и быстро - въ обратную сторону, когда идетъ на холостомъ ходу. Схему механизма, примененнаго къ этому случаю, можно представить себѣ такимъ образомъ (фиг. 66) | кривошипъ a | обыкновенно въ видѣ круглой шайбы съ шиномъ, служащимъ пальцемъ кривошипа | имѣетъ на своемъ пальцѣ вольно сидящій ползунъ, могущій ходить въ прорѣзѣ рычага M . Послѣдній качается около C , къ другому-же концу его приделана тя-

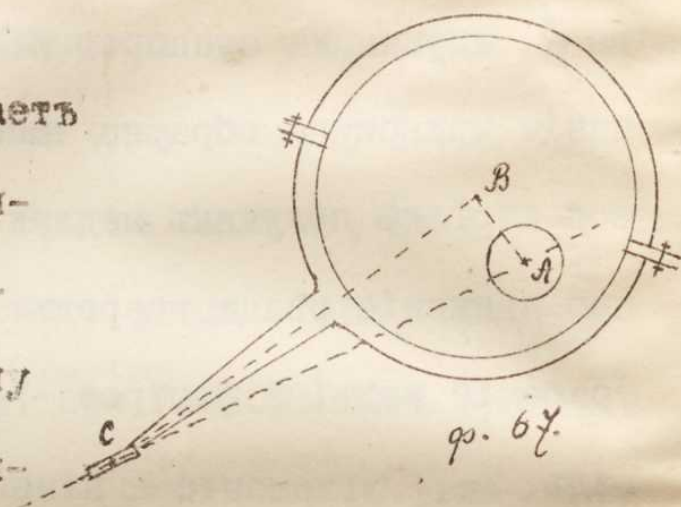
га f , идущая къ суппорту m для рѣза. При равномерномъ вращеніи кривошипа обратно часовой стрѣлкѣ получимъ медленное движеніе рѣза впередъ рабочій ходъ и быстрое - назадъ.



КРУГЛЫЙ ЭКСЦЕНТРИКЪ.

Механизмъ кривошипа и шатуна [а также качающейся паровой машины] можетъ имѣть нѣкоторое внѣшнее видоизмѣненіе. Дѣло въ томъ, что если радіусъ кривошипа очень малъ, то трудно или невозможно сдѣлать палецъ кривошипа должныхъ размѣровъ. Въ такомъ случаѣ діаметръ пальца увеличиваютъ такъ, что онъ захватываетъ уже ось вращенія кривошипа и тогда приходится этотъ палецъ дѣлать въ видѣ круглой шайбы [фиг. 67], посаженной эксцентрично на ось вращенія A кривошипа. Эксцентриситетъ AB этой шайбы и есть теперь длина кривошипа, и шайба

посажена наглухо на валъ A .
 Съ внешней стороны ее охватываетъ
 хомутъ |какъ раньше палецъ криво-
 шипа|, составляющій одно цѣ-
 лое съ тягой, идущей къ ползуну
 C . — Механизмъ носитъ обыкновен-
 но названіе МЕХАНИЗМА КРУГЛАГО



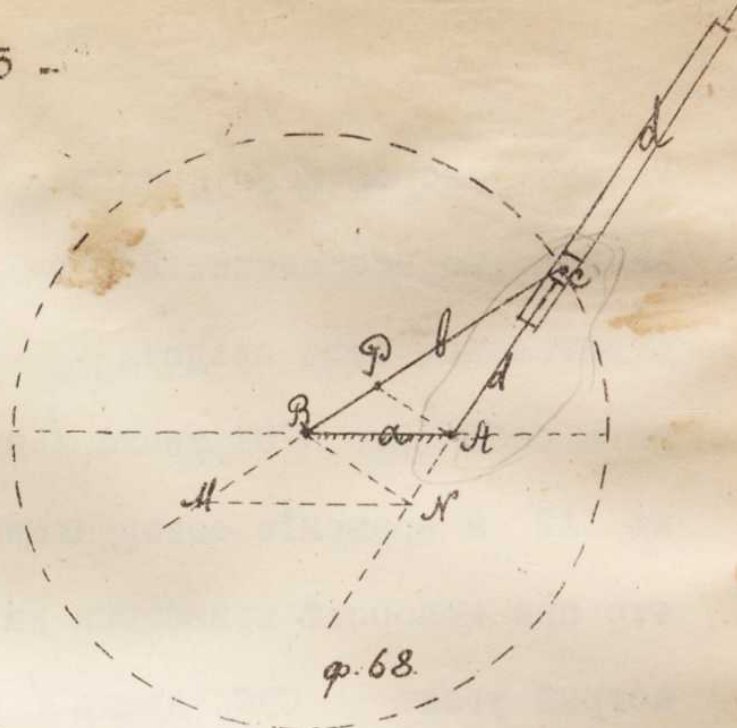
ЭКСЦЕНТРИКА - и, какъ сказано, не отличается по существу отъ
 обыкновеннаго кривошипнаго механизма.

СЛУЧАЙ, КОГДА ЗВЕНО a |прежній кривошипъ|

СДѢЛАНО НЕПОДВИЖНЫМЪ.

Дальнѣйшій частный случай мы имѣемъ въ механизмѣ, въ ко-
 торомъ неподвижнымъ является звено a , служившее раньше криво-
 шипомъ. Звенья b и d являются тогда конечно оба кривоши-
 пами - въ томъ смыслѣ, что оба могутъ совершать полный обо-
 ротъ около точекъ A и B |фиг. 68|. Центръ мгновеннаго вра-
 щенія для движенія ползуна найдется на пересѣченіи перпенди-
 куляра PA къ d съ BC въ точкѣ P . Угловая скорость вра-

щенія d есть конечно и
угловая скорость вращенія
С около Р; но для точки
С имѣемъ: скорость ея =
 $= v \cdot \omega_b$, гдѣ ω_b есть
угловая скорость равнобръ-
наго вращенія криволиния в.



Съ другой стороны, та-же скорость = $\omega \cdot PC$, гдѣ ω - угло-
вая скорость вращенія около Р. Слѣдовательно: $\omega = \frac{\omega_b \cdot v}{PC}$

Проведя $BN \parallel AP$ до пересѣченія съ d въ точкѣ N , да-
лѣе, - $NM \parallel AB$ до пересѣченія съ d въ точкѣ M , найдемъ:

$$\frac{v}{PC} = \frac{CN}{AC} = \frac{CM}{b} \text{ и } \omega = \omega_b \frac{CM}{b},$$

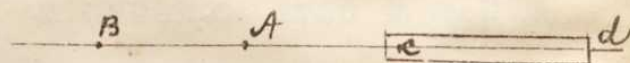
то-есть угловая скорость вращенія звена d выражается величи-
нами пропорціональными отрѣзку CM . - Въ положеніяхъ совмѣ-
щенныхъ звеньевъ b и d съ a , см. фиг. 69 | угловая

скорость $\omega = \omega_b \cdot \frac{BC}{AC}$, такъ какъ тогда можно написать: ско-
рость точки С = $\omega_b \cdot BC = \omega \cdot AC$ и слѣдовательно: $\omega = \omega_b \cdot \frac{b}{b-a}$

Для другого положенія получимъ аналогичнымъ образомъ:

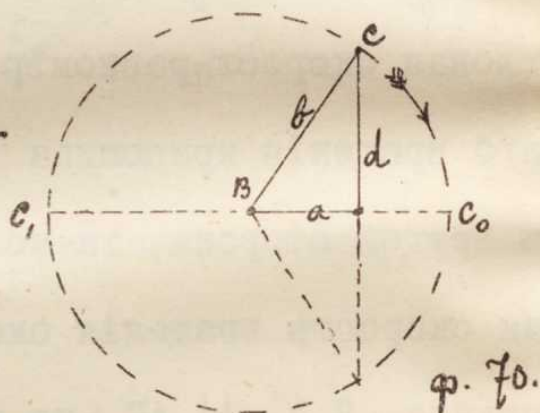
$$\omega = \omega_b \cdot \frac{b}{b+a}$$

Угловая скорость ω , какъ
видимъ, не постоянна. И дѣй-
ствительно, если предста-



ф. 69.

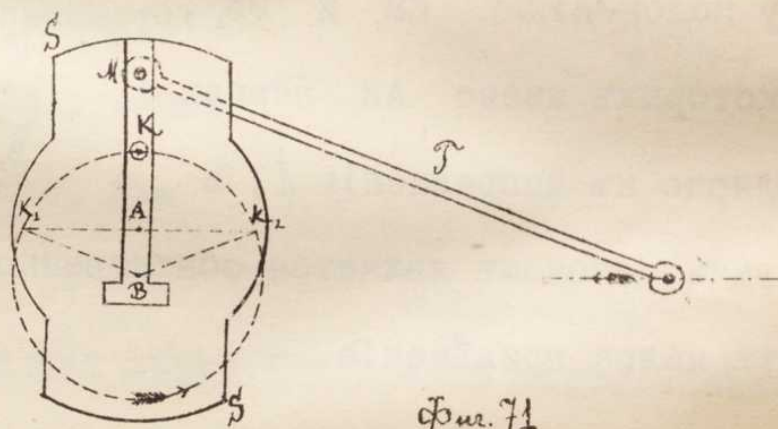
вить себѣ [фиг. 70] звено d въ положеніи перпендикулярномъ
къ АВ и вращеніе совершающимъ по стрѣлкѣ, тогда окажется,
что при поворотѣ кривошипа на
острый уголъ CBC_0 звено d по-
вернется на прямой уголъ; но
раньше, при поворотѣ кривошипа
на тупой уголъ C_1BC , звено d



повернулось на тотъ-же прямой уголъ. Слѣдовательно, пока
кривошипъ описываетъ острый уголъ CBC_2 , звено d вращается
быстро и совершаетъ полъ-оборота; вторую-же половину оборо-
та оно совершаетъ медленно - кривошипъ поворачивается тогда
на уголъ $|2\pi - CBC_2|$. Отношеніе временъ той и другой
половинъ оборота = $\frac{\arcsin \frac{a}{r}}{\pi - \arcsin \frac{a}{r}} =$ отношеніе угловъ: CBC_0
и C_1BC . - Выраженіе это такое-же, какъ и для механизма ма-
шинъ съ качающимся цилиндромъ. - Опять мы можемъ воспользо-
ваться неравномерностью вращенія для движенія какого-нибудь

рѣзущаго инструмента, движенія медленнаго въ одну сторону и
быстраго - въ другую. Напримѣръ, въ строгальныхъ машинахъ упо-
требляется подобный механизмъ. Кулачекъ К [фиг. 71], вращаю-
щійся около оси В, входитъ въ то-же время въ прорѣзь шейки S ,
могущей вращаться

около А. Съ другой
стороны шейки прикре-
плена тяга T , иду-
щая къ суппорту |па-
лецъ М этой тяги
можетъ быть устанав-

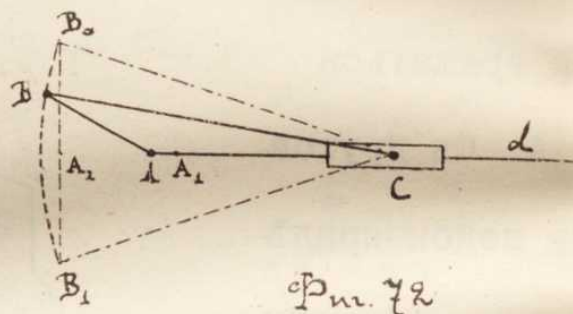


ливаясь на желаемомъ разстояніи отъ А. При равномерномъ
вращеніи кулачка, указанномъ стрѣлкой, шейба будетъ совершать
половину оборота быстро, другую - медленно, соотвѣтственно
повороту кулачка на уголъ $K_2 BK_1$, или на уголъ дополни-
тельный ему до 2π . Первое будетъ соотвѣтствовать движенію суп-
порта назадъ |холостой ходъ, показанный стрѣлкой|, второе
впередъ |рабочій ходъ|.

ЧЕТВЕРТЫЙ МЕХАНИЗМЪ ИЗЪ КРИВОШИПНАГО МЕХАНИЗМА СЪ ПОСТУПАТЕЛЬНОЙ ПАРОЙ получимъ тогда, если сдѣлаемъ НЕПОДВИЖНЫМЪ ЗВЕНО С. Въ такомъ случаѣ А [фиг. 72] будетъ ходить взадъ и впередъ вмѣстѣ съ звеномъ d ,

ВС будетъ качаться около С между положеніями CB_0 и CB_1 , при которыхъ звено АВ перпендикулярно къ направленію d , и

движущимъ звеномъ является обыкновенно АВ. Механизмъ этотъ имѣетъ малое примѣненіе. -



ПЛОСКАЯ ЧЕТЫРЕХЗВЕННАЯ ШАРНИРНАЯ ЦѢПЬ

СЪ ДВУМЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫМИ ПАРАМИ.

Разсмотрѣвъ механизмы съ одной поступательной парой, перейдемъ къ тому случаю, когда плоская четырехзвенная цѣпь имѣетъ двѣ поступательныя пары. Въ такомъ случаѣ нужно РАЗЛИЧАТЬ механизмы смотря по тому, СМЕЖНЫЯ-ЛИ ДВѢ ВРАЩАТЕЛЬНЫЯ ПАРЫ ОБРАТИЛИСЬ ВЪ ПОСТУПАТЕЛЬНЫЯ, ИЛИ ПРОТИВОЛЕЖАЩІЯ. Мы займемся механизмами ПЕРВАГО РОДА, какъ наиболѣе важными.

Если въ шарнирной цѣпи пары С и D |фиг. 73| обратились въ поступательныя, то ничто не

мѣшаетъ намъ взять направле-
нія этихъ поступательныхъ дви-
женій проходящими черезъ В и

А. Тогда механизмъ принимаетъ
слѣдующій видъ |фиг. 74|: звено

а имѣетъ, какъ и прежде, два
шарнира А и В, звенья в и d

обратились въ ползунки для двухъ неразрывно скрѣпленныхъ

стержней, которне представляютъ теперь звено С. Механизмъ

можетъ быть поставленъ на звено С. Тогда движеніе звена а

есть ничто иное, какъ движеніе неизмѣняемаго отрѣзка внутри
опредѣленнаго угла. Какъ извѣстно, каждая точка, связанная съ

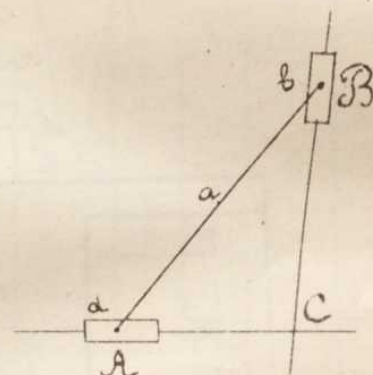
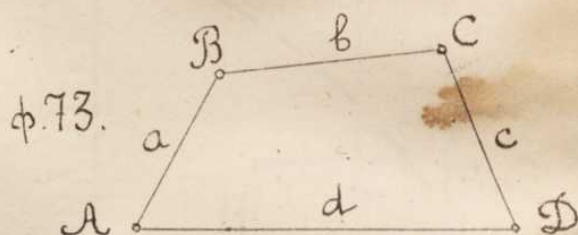
а, опишетъ тогда эллипсъ и механизмъ имѣетъ примѣненіе какъ

ЭЛЛИПСОГРАФЪ. Звено с |фиг. 75| дѣлается въ видѣ двухъ,

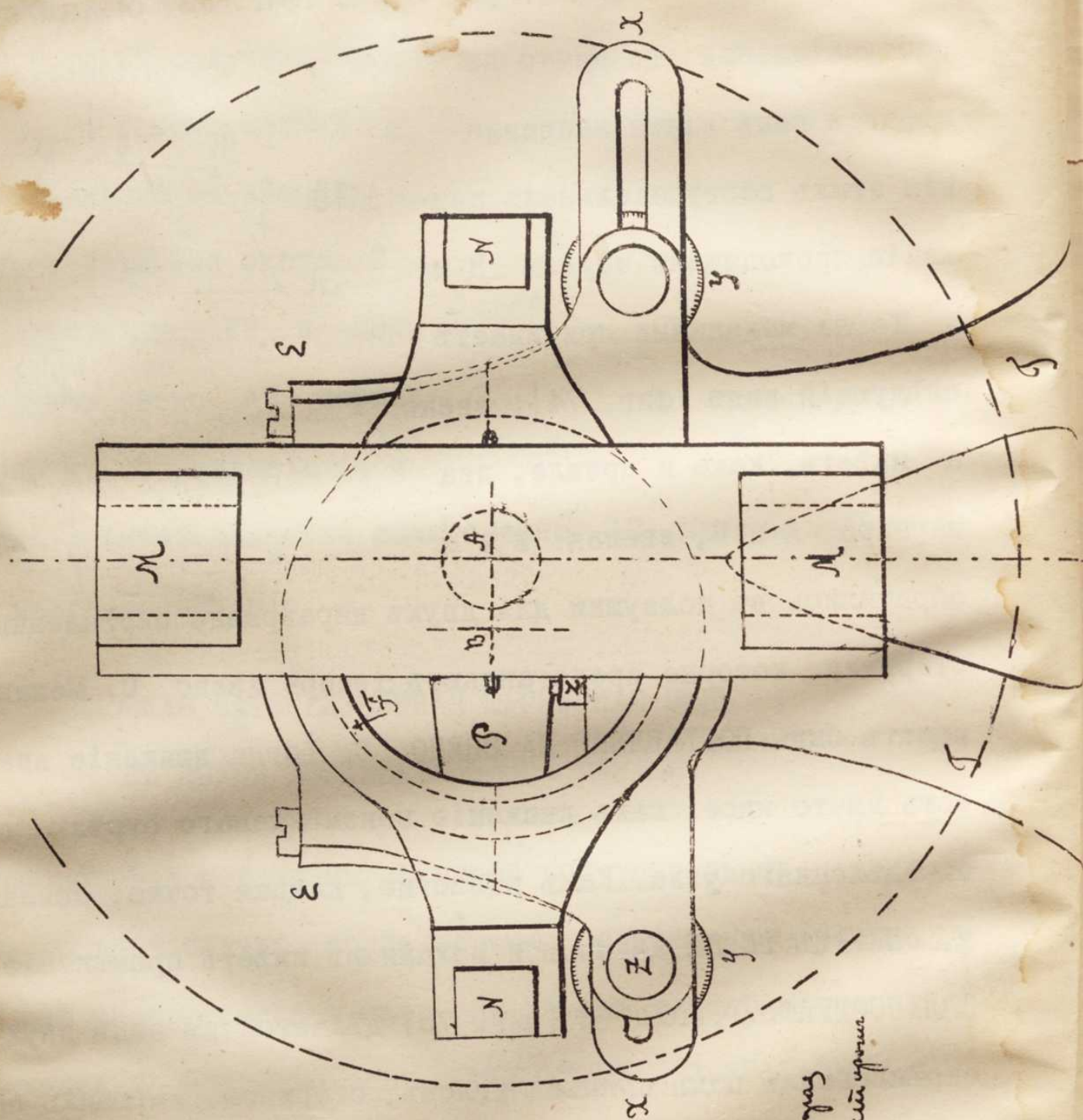
скрѣпленныхъ подѣ прямымъ угломъ, стержней, имѣющихъ прорѣзы,

въ которыхъ и ходятъ ползуны d и в. Какая либо точка L звена

а опишетъ эллипсъ. Если назовемъ черезъ S разстояніе L отъ

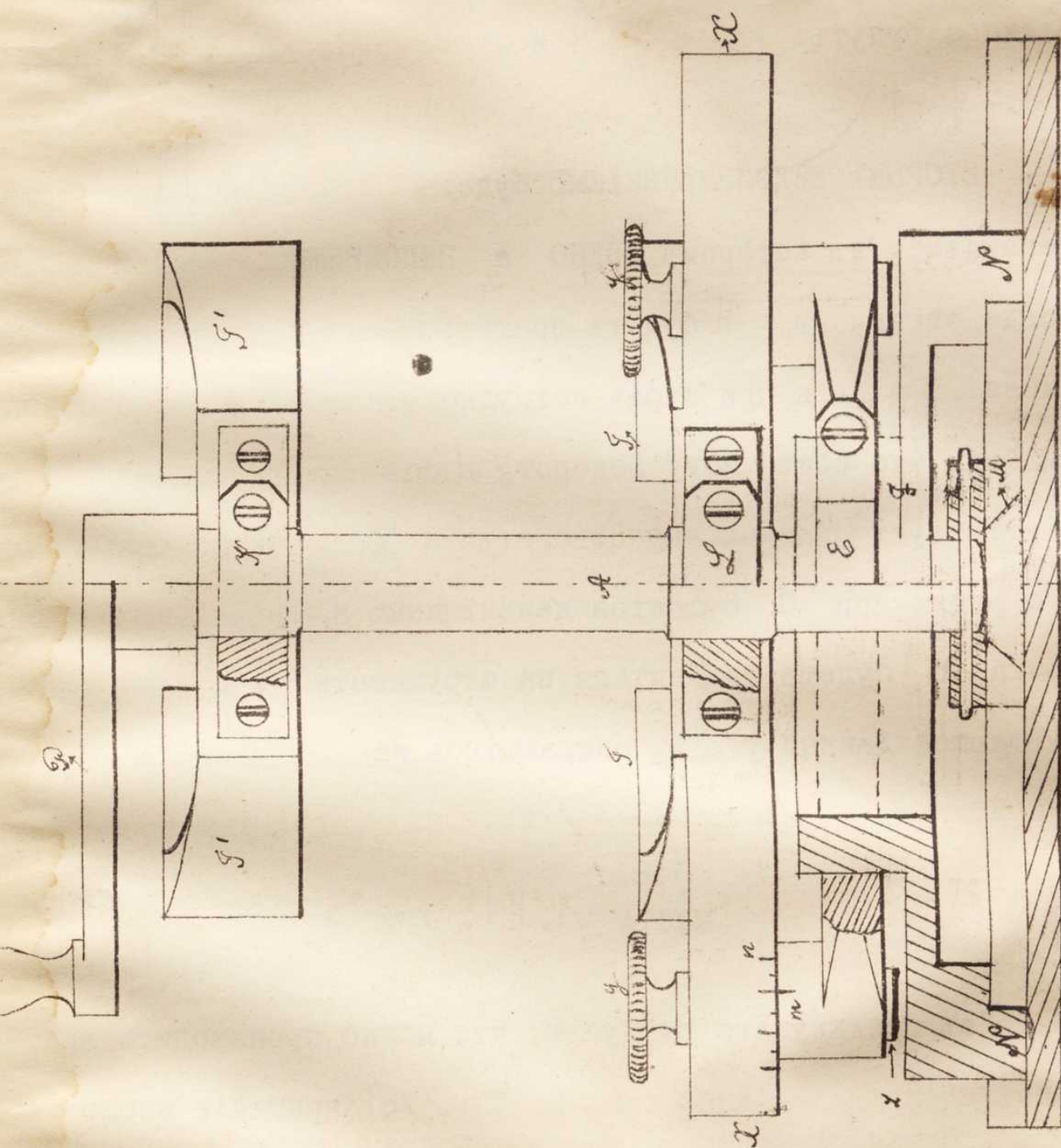


Чертеж Leonardo-da-Vinci (ф. 103.)



Чер. 79

Рис. со чертёж
механизма, который
показан в чертёже



80.

средины отрезка a , то полуоси этого эллипса будут: $|S + \frac{a}{2}|$ и

$$|S - \frac{a}{2}|.$$

ВТОРЫМЪ ВИДОИЗМѢНЕНІЕМЪ будетъ механизмъ, въ которомъ ЗВЕНО a НЕПОДВИЖНО.

Тогда звенья b и d будутъ вращаться

около B и A и при этомъ нетрудно

видѣть, что извѣстному повороту d со-

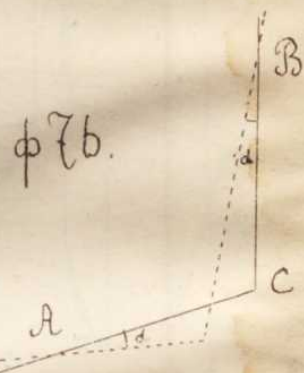
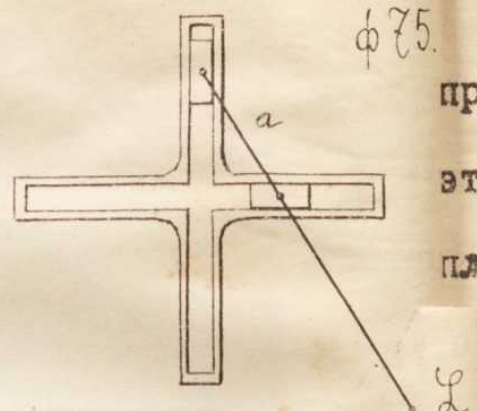
отвѣтствуетъ равный ему поворотъ b [фиг. 76], въ силу того,

что уголъ при C остается неизмѣннымъ и

точка C будетъ находится на окружности

описанной даннымъ угломъ, опирающійся на

A и B .



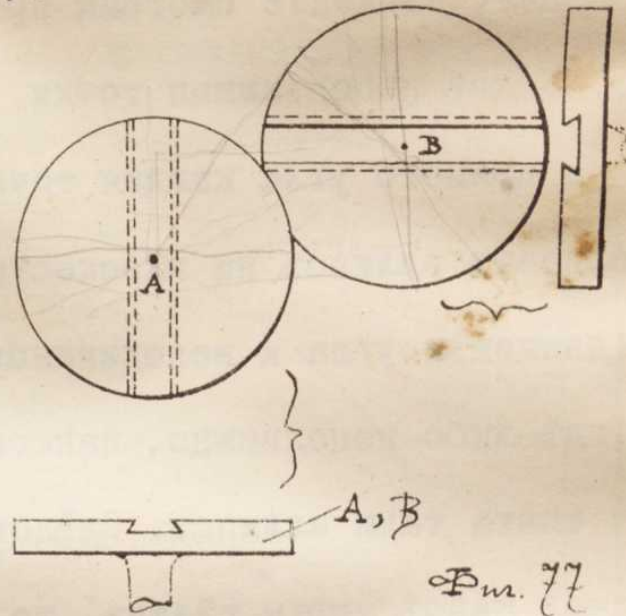
МУФТА Oldham'a

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что можно производить враще-
ніе около какой либо оси. В [фиг. 76] вращеніе около A

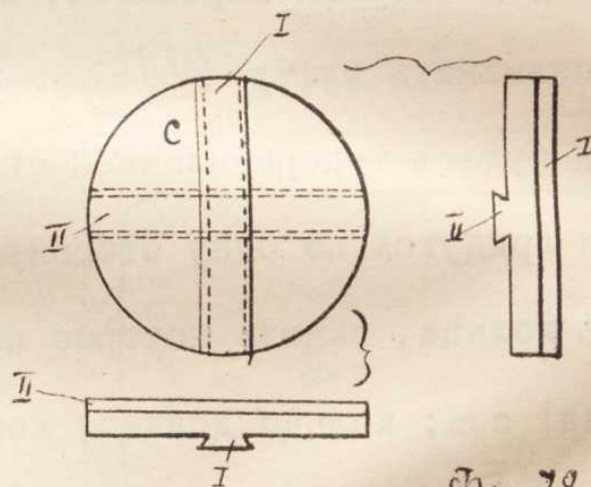
одинаковой угловой скоростью при помощи подобнаго механизма.

Если представить себѣ на осяхъ B и A [фиг. 77] двѣ шайбы съ

прорѣзми обращенными другъ къ другу, то стоитъ только въ
и прорѣзы вставить скрѣ-
енные подѣ прямымъ угломъ
ержки и передача осуще-
вится въ видѣ МУФТЫ Oldham'a
и стержни дѣлаются въ видѣ
шейбы С [фиг. 78],
шейбы выступи: I-ый - съ
ной стороны и II-ой съ
ругой, расположенные пер-
идикулярно другъ къ другу.
йба С вставляется между
йбами А и В такъ что
нъ выступъ будетъ вхо-
тъ въ прорѣзъ шейбы А,
ругой - въ прорѣзъ шейбы



Фиг. 77



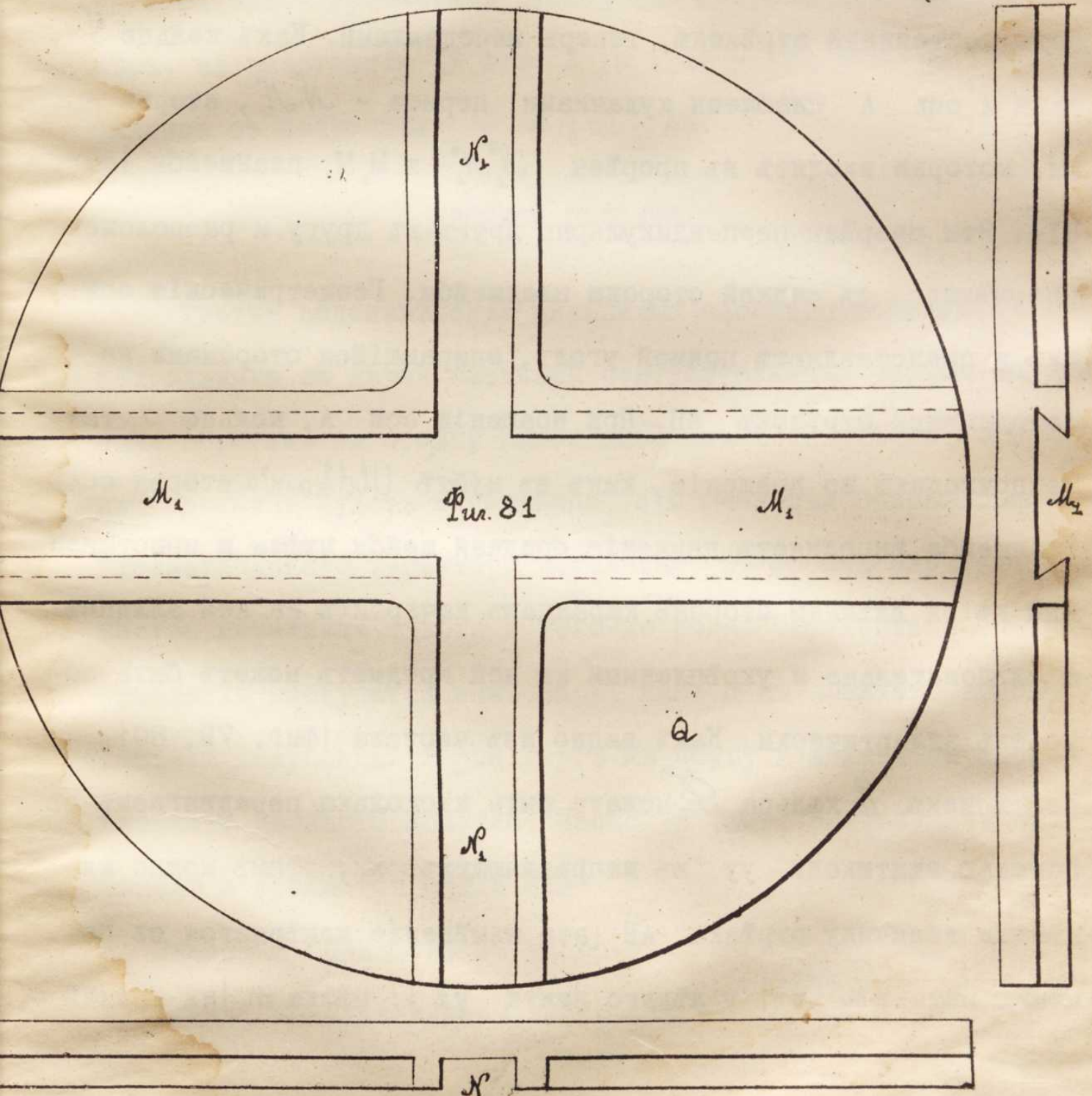
Фиг. 78

СТАНОКЕ Леонардо - da - Vinci. (стр. 100, 101, 103)

Движеніе средней шейбы въ муфтѣ Oldham'a есть, какъ

мы видѣли, движеніе системы прямого угла, опирающагося сторонами на двѣ неподвижныя точки. Такъ какъ при движеніи отрѣзка внутри прямого угла каждая точка, соединенная съ отрѣзкомъ, описываетъ эллипсъ на плоскости прямого угла, то и обратно при движеніи угла и неподвижномъ отрѣзкѣ карандашъ, помѣщенный гдѣ-либо неподвижно, нанесетъ на плоскость двигающагося угла опять такіе эллипсы. Слѣдовательно, если приставить къ средней шейбѣ муфты рѣзецъ, то онъ обточитъ шейбу по эллипсу. Этимъ замѣчаніемъ можно воспользоваться для устройства станка, обтачивающаго овальныя предметы; придется только внѣшнимъ образомъ видоизмѣнить муфту *Oldham's* для удобства работы. Средняя шейба будетъ теперь планшейбой токарнаго станка, поэтому обѣ оси придутся по одну сторону ея. Одну изъ осей одѣлаемъ въ видѣ кольца, сквозь которое проходитъ [эксцентрично] другая [полная] ось; кольцо должно, конечно, имѣть соотвѣтствующій подшипникъ, въ которомъ оно и вращается. Какъ кольцо, такъ и полная ось должны быть снабжены кулачками, входящими въ прорѣзы планшейбы. Прорѣзы эти замѣняютъ прежніе выступы въ средней шейбѣ муфты *Oldham's* и перпендикулярны

другъ другу. Получимъ такимъ образомъ станокъ, носящій назва-
 ние станка *Leonardo - da - Vinci*, и представленный въ ске-
 мѣ на чертежѣ фиг. 79, 80, 81.



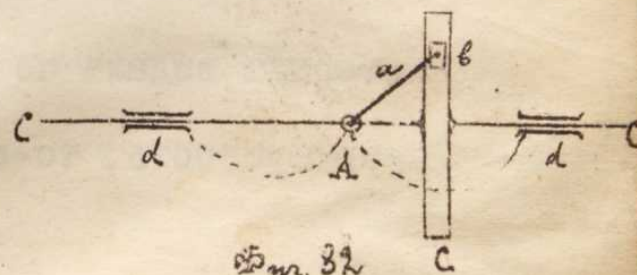
Здѣсь A — полная ось, имѣющая подшипниками K и L ; F — кольцо, могущее вращаться въ подшипникѣ L . Геометрическая ось этого кольца прозектируется на фиг. 79 въ точку B . AB и есть постоянный отрѣзокъ, теперь неподвижный. Какъ кольцо F , такъ и ось A снабжены кулачками: первое — N, N' , вторая — M, M' , которые входятъ въ прорѣзы N, N' и M, M' планшейбы [фиг. 81]. Эти прорѣзы перпендикулярны другъ къ другу и расположены разумеется, съ задней стороны планшейбы. Геометрическія оси ихъ и представляютъ прямой уголъ, опирающійся сторонами на неподвижный отрѣзокъ AB . При вращеніи оси A , кольцо F также приходитъ во вращеніе, какъ въ муфтѣ *Oldham's* вторая ось. Планшейба выполняетъ движеніе средней шейбы муфты и приставленный къ ея внешней сторонѣ карандашъ начертитъ на ней эллипсъ а слѣдовательно и укрѣпленный на ней предметъ можетъ быть обточенъ эллиптически. Какъ видно изъ чертежа [фиг. 79, 80], подшипникъ E кольца F можетъ быть нѣсколько передвигаемъ съ помощью винтиковъ uu въ направляющихъ xx ; этимъ можно измѣнять величину отрѣзка AB [это измѣненіе измѣряется съ помощью мѣтокъ m и n у лѣваго винта uz]: мѣтка m на нижней

части подшипника $\mathcal{E}$ — подвижная; а мѣтки n являются неподвижными дѣленіями $|$, и, слѣдовательно, получаютъ эллипсы различныхъ видовъ. — Установивъ рѣзецъ $|$ въ направленіи AB , напри-
мѣръ, на разстояніи $\mathcal{S}$ отъ A и $| \mathcal{S} - AB |$ отъ B , получимъ эллипсъ съ полуосями: $\mathcal{S}$ и $| \mathcal{S} - AB |$. —

ДВОЙНОЙ ПОЛЗУНЪ.

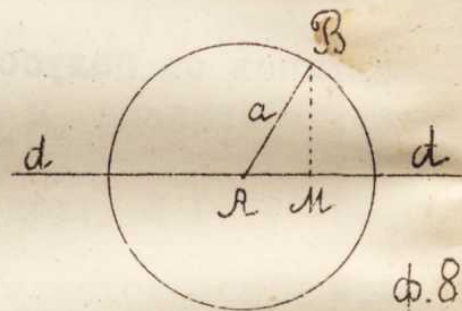
Третье видоизмѣненіе механизма плоскаго шарнирнаго четы-
реугольника съ двумя смежными поступательными парами получимъ
если обратимъ въ стойку какое-либо изъ звеньевъ b , d . Какое
изъ звеньевъ будетъ неподвижно, это очевидно безразлично для
кинематическаго характера механизма. Въ обоихъ случаяхъ полу-
чается механизмъ одного и того-же рода. Обыкновенно оба на-
правленія поступательныхъ паръ, какъ и въ прежнихъ видоизмѣ-
неніяхъ, перпендикулярны другъ къ другу и механизмъ носитъ
названіе двойного ползуна. Звено a [фиг. 82] служитъ криво-
шипомъ и вращается около оси

А. Звено b ползаетъ въ напра-
вляющихъ, принадлежащихъ звену



се, а это последнее ходитъ въ направляющихъ, перпендикулярныхъ къ первымъ и принадлежащихъ неподвижному теперь звену d при этомъ, если a вращается равномерно, то движеніе всякой точки звена c тождественно съ движеніемъ точки M |фиг. 83

служащей проекціей центра B пальца кривошипа на діаметръ dd . Движеніе это будетъ такъ называемое гармоническое и соотвѣтствуетъ, какъ видно изъ



чертежа, движенію ползуна въ обыкновенномъ кривошипномъ механизмѣ при бесконечно большомъ шатунѣ. Такимъ образомъ то, что для кривошипнаго механизма было только приблизительнымъ, здѣсь является вполне точнымъ. -

Этими тремя видоизмѣненіями и исчерпывается четырехзвенная цѣпь съ двумя смежными поступательными парами. Мы не будемъ останавливаться на дальнѣйшихъ преобразованіяхъ цѣпи, какъ не имѣющихъ большого практическаго значенія, и намъ остается теперь разобрать вопросъ о тѣхъ положеніяхъ въ нѣкоторыхъ видахъ четырехзвенной цѣпи, когда механизмъ теряетъ свою сущность, то-есть опредѣленность относительныхъ движеніи

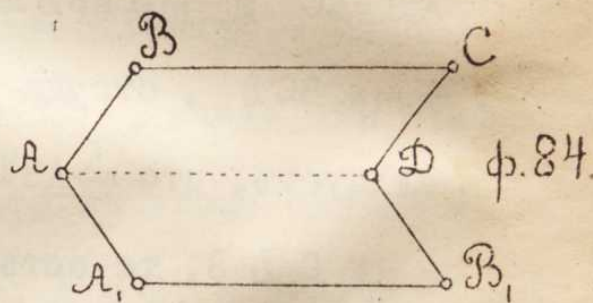
звеньевъ. Эти мертвыя положенія должны быть перейдены съ помощью постороннихъ приспособленій. -

ПЕРЕХОДЪ ЧЕРЕЗЪ МЕРТВЫЯ ПОЛОЖЕНІЯ.

Въ обыкновенномъ кривошипномъ механизмѣ паровой машины |гдѣ мертвыя положенія и являются дѣйствительно мертвыми, а не только положеніями неопредѣленности движенія| ПРИСУТСТВІЕ БОЛЬШИХЪ МАССЪ на валу, вращаемомъ кривошипомъ, обезпечиваетъ инерціей ихъ надлежащій переходъ черезъ мертвыя положенія. -

Въ механизмѣ параллельнаго кривошипа ПРИСОЕДИНЯЮТЪ ДРУГОЙ, тоже параллельный, КРИВОШИПЪ |фиг. 84|, но имѣющій мертвыя положенія, отличныя по времени отъ перваго |АВСД и АА₁В₁Д|.

Пара кривошиповъ: АВ и АА₁ соединена конечно наглухо съ валомъ А, точно также



ломъ А, точно также СД и В₁Д - съ валомъ Д и неопредѣленность движенія теперь исчезаетъ. - Въ другихъ случаяхъ устраняютъ неопредѣленность такъ называемомъ ЗАЦѢПЛЕНІЕМЪ.

Сущность способа заключается въ томъ, что опредѣляютъ движе-

ніе какого либо звена по отношенію къ другому и пристраива-
ють на этихъ звеньяхъ приспособленія, удерживающія звенья
около мертвыхъ положеній въ прежнее относителіиое движеніи.
Въ симметричномъ кривошипѣ можно удобно воспользоваться этимъ
методомъ. Опредѣлимъ движеніе BC по отношенію къ AD | фиг.
85 |. Центръ мгновен-

наго вращенія для BC
найдется на пересѣченіи

AB и CD въ точкѣ P ;

при этомъ $AB = CD$,

$AD = BC$ и $mp. AB \dot{D} =$

$= mp. BC \dot{D}$, откуда

слѣдуетъ, что $mp. AB \dot{D} =$

$= mp. C \dot{D} B$, то-есть

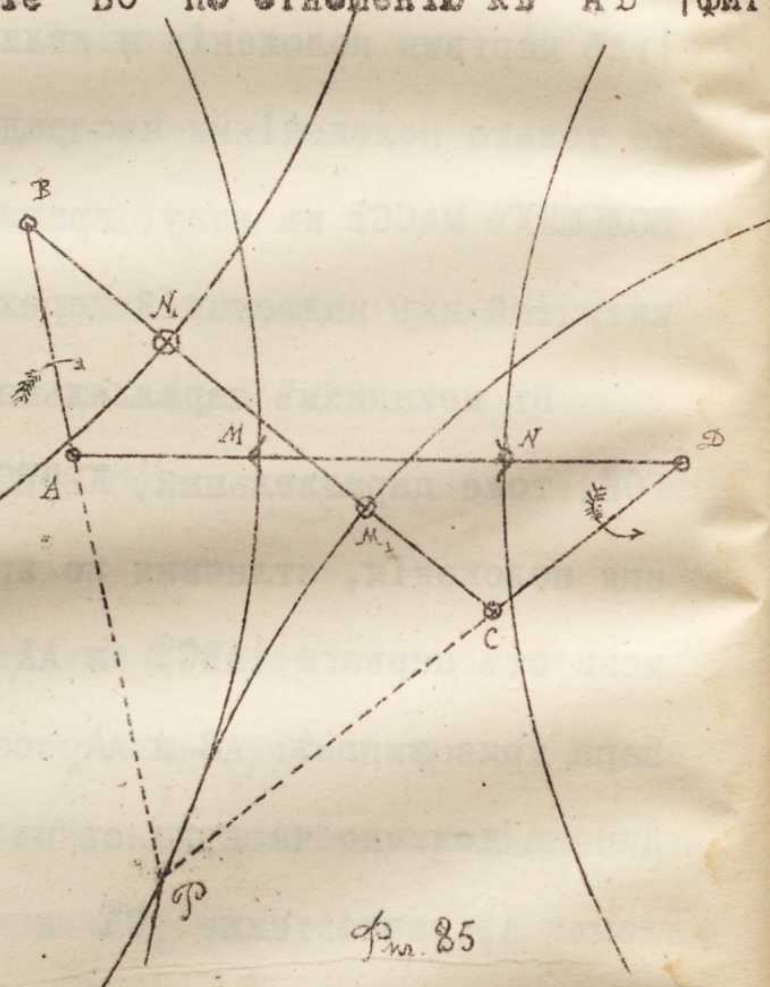
что $mp. PB \dot{D}$ - равно-

бедренный и $PB = PD$.

Далѣе: $PD - PA = AB = const.$, геометрическое мѣсто точекъ

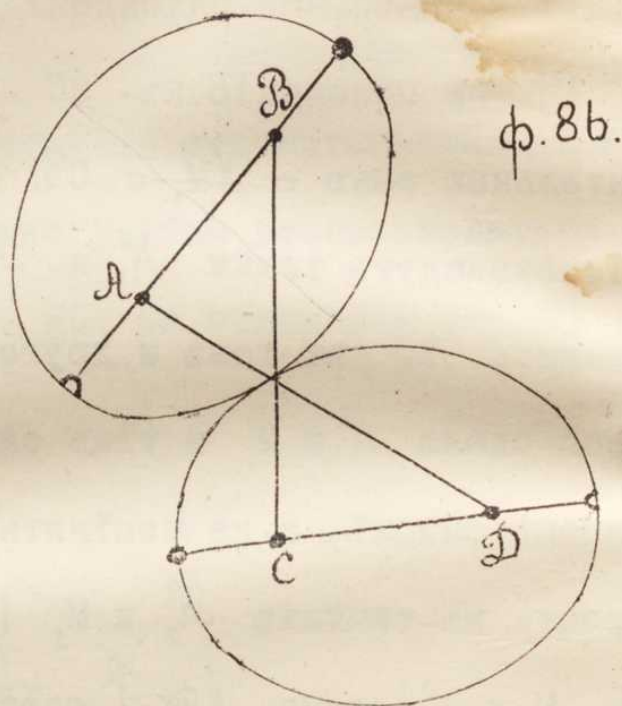
P есть такимъ образомъ гипербола, коей фокусы суть A и D .

Дѣйствительная ось ея $MN = AB$. Точки M и N служатъ по-

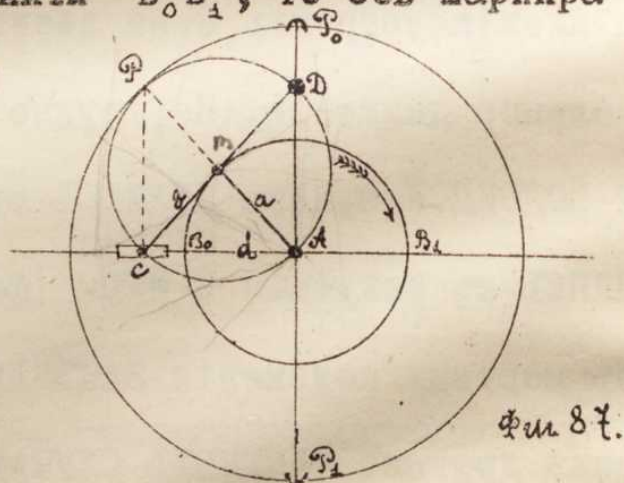


люсами мгновеннаго вращенія для ВС въ обоихъ мертвыхъ положеніяхъ. — Подвижной полондой для ВС, то-есть полондой движенія A^0D по отношенію къ ВС будетъ также гиперболою съ действительною осью $= N_1M_1 = CD = AB$. Въ одномъ мертвомъ положеніи совпадутъ точки N_1 и N , въ другомъ M_1 и M . Чтобы заставить ВС въ томъ и другомъ положеніи действительно вращаться около N^0 и M и тѣмъ самымъ продолжать двигаться въ прежнемъ смыслѣ, а не измѣнять характера движенія, мы можемъ устроить въ точкахъ N_1 и M_1 звена ВС кулачки, а въ точкахъ M и N^0 звена A^0D соответствующія этимъ кулачкамъ вилы, тогда — при вращеніи АВ въ опредѣленную сторону — CD будетъ вращаться всегда въ сторону противоположную. — Можно зацѣпленіе устроить и на звеньяхъ АВ и CD , найдя ихъ относительное движеніе. Не трудно видѣть, что въ этомъ случаѣ одной полондой будетъ эллипсъ съ фокусами: А и В, а другой — ин эллипсъ съ фокусами С и D [фиг. 88]. Подобные переходы черезъ мертвыя положенія ЗАЦѢПЛЕНІЕМЪ употребляются и въ нѣкоторыхъ другихъ частныхъ случаяхъ плоской четырехзвенной кинематической цѣпи. Такъ, если имѣемъ кривошипный механизмъ, въ ин

которовъ длина кривошипа
равна длинѣ шатуна, полу-
чимъ здѣсь мертвня поло-
женія и въ томъ случаѣ,
когда движеніе происхо-
дитъ отъ кривошипа - въ
противоположность общему
случаю механизма кривошипа
и шатуна. Дѣйствительно,
когда кривошипъ АВ | фиг.



87 | вращаясь придетъ въ
положеніе перпендикулярное къ линіи B_0B_1 , то ось шарнира С
ползуна совпадетъ съ осью А и
шатуны приметъ направленіе та-
кое-же, какъ и кривошипъ; при
дальнѣйшемъ вращеніи кривошипа
около А ничто не мѣшаетъ ша-
туну вращаться вмѣстѣ съ нимъ около оси С, совпавшей съ А;
ползунъ при этомъ останется неподвижнымъ и механизмъ обратит-



ся въ простую вращательную пару. Устранить эту неопредѣленность можемъ заставивъ шатунъ BC и въ мертвыхъ положеніяхъ сохранить характеръ его движенія по отношенію, напирѣмъ, къ неподвижному звену d . Полюсъ P мгновеннаго вращенія шатуна найдется обыкновеннымъ способомъ, при этомъ, вслѣдствіе равенства: $BC = AB$ имѣемъ также равенство: $BC = PB = AB$, то-есть: $AP = 2AB$. Неподвижная подоида есть слѣдовательно окружность центра A и радіуса $2a$ $(= 2AB)$. Подвижную подоиду найдемъ -, сдѣлавъ CB неподвижнымъ -, въ видѣ окружности съ центромъ B и вдвое меньшимъ радіусомъ. Движеніе шатуна есть въ данномъ случаѣ движеніе отрѣзка $C'D$ гдѣ $B'D = BC$ есть продолженіе шатуна! внутри прямого угла $CA'D$. Въ мертвыхъ положеніяхъ полюсами мгновеннаго вращенія шатуна будутъ точки P_0 и P_1 ; заставимъ шатунъ дѣйствительно вращаться около этихъ точекъ, устроивъ въ P_0 и P_1 вилы, а въ точкѣ D шатуна, совпадающей въ мертвыхъ положеніяхъ съ P_0 и P_1 - кулакъ, сцѣпляющійся съ этими вилами. Тогда неопредѣленность уже мѣста не имѣетъ. - Въ томъ же механизмѣ, ЕСЛИ ПОСТАВИМЪ ЕГО НА AB , будемъ имѣть мертвыя положенія того-же

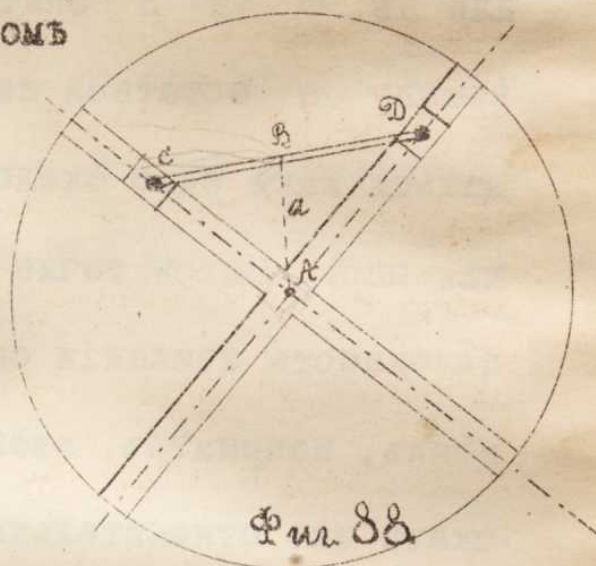
реда и подобнымъ же образомъ устранимъ. Здѣсь, когда движущимъ звеномъ является B , при равномерномъ его вращеніи около A , звено d будетъ также равномерно вращаться около A , но съ угловою скоростью, вдвое меньшей |въ то время, какъ звено B одѣлаетъ два оборота, — звено d только одинъ|. При этомъ мертвыхъ положеній не будетъ. Но въ томъ случаѣ, когда движущимъ звеномъ является d — слѣдовательно, вращеніе около A передается вращенію около B съ угловою скоростью, вдвое большей — опять получимъ неопредѣленность въ движеніи механизма въ томъ его положеніи, когда ось шарнира C совпадетъ съ осью A ; тутъ ничто не мѣшаетъ B остаться неподвижнымъ, а ползуны вращаться вмѣстѣ съ d около совпавшихъ осей C и A — и механизмъ обратится въ простую вращательную пару. — Возьмъ опять на продолженіи шатуна въ разстояніи отъ B равномъ BC точку $\textcircled{D}$ и устроимъ въ ней кулакъ, заставляемъ его оцѣпляться |въ мертвыхъ положеніяхъ| съ вилами, соединенными теперь съ движущимъ звеномъ $\textcircled{D}$. — Но можно въ $\textcircled{D}$ пристроить такой же ползунъ, какъ и въ C и звену d придать соответствующія направляющія, перпендикулярныя къ направляю-

щимъ ползуна С [фиг. 88]; и, собственно говоря, этотъ по-
слѣдній способъ будетъ уже способомъ

перехода черезъ мертвыя положенія прибавленіемъ механизма,
имѣющаго другія мертвыя положенія сравнительно съ даннымъ.

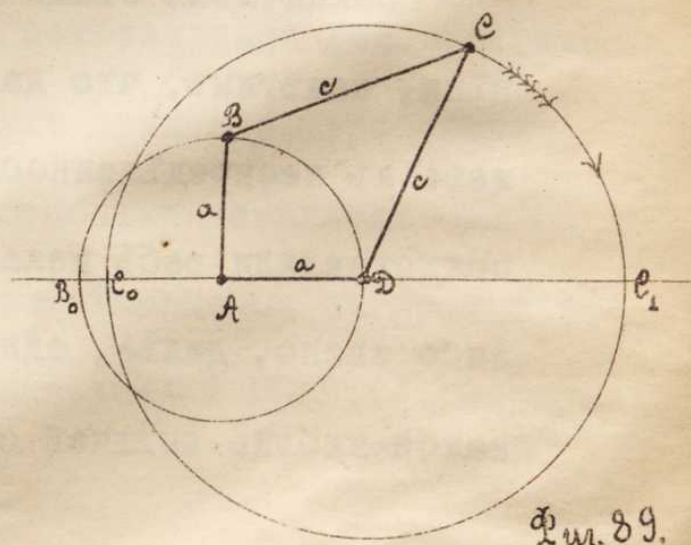
Разсмотрѣнный механизмъ употре-
бляется иногда для передачи

вращательнаго движенія между параллельными осями при отноше-
ніи скоростей, равномъ отношенію: $1 : 2$.



Подобные же способы перехода черезъ мертвыя положенія
употребляются и въ тѣхъ [гораздо болѣе рѣдкихъ] случаяхъ,
когда имѣемъ частные виды четырехзвенной шарнирной цѣпи съ
двумя равными смежными звеньями [фиг. 89].

Какъ мы знаемъ, механизмъ,
поставленный на короткое звено,
даетъ тогда двойной кривошипъ,
и, если движущимъ является
большій кривошипъ, то мертвыя



положенія будутъ, когда ось C придетъ въ C_1 | а B въ D |, или въ C_0 | а B опять въ D |. Тогда ничто не мѣшаетъ кривошипну a остаться неподвижнымъ, а оба звена c будутъ вращаться какъ одно около оси D и получится простая вращательная пара. Здѣсь точно также можно устранить подобную неопредѣленность движенія сцѣпленіемъ въ соотвѣтственныхъ положеніяхъ, напримѣръ, звеньевъ AB и CD , для чего нужно отскачать ихъ относительныя полоиды. — Если механизмъ поставленъ на c , то, какъ нетрудно видѣть, мертвыя положенія будутъ въ случаѣ движенія отъ кривошипа a | c является тогда коромысломъ | и опять того же рода. —

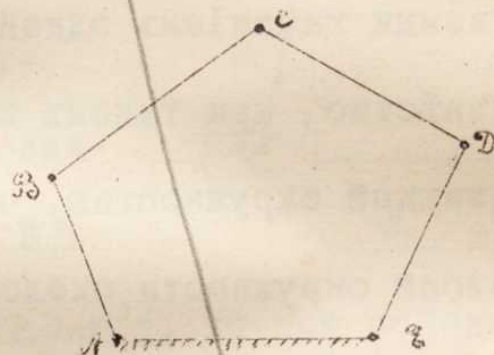
КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ЦѢПЬ СЪ ПЯТЬЮ ШАРНИРАМИ. —

СТАНОКЪ КОХА И МОЛЛЕРА. —

Заканчивая этимъ изслѣдованіе плоской четырехшарнирной цѣпи, замѣтимъ, что дальнѣйшее увеличеніе числа шарнировъ ведетъ къ неопредѣленности движенія механизма. До сихъ поръ мы представляли себѣ механизмъ, поставленнымъ на одно какое либо звено, далѣе, одно изъ звеньевъ приводилось въ движеніе какой-нибудь внѣшней силой и всѣ остальные тѣмъ самымъ приво-

дились въ движеніе вполнѣ опредѣленное. — Очевидно, что если мы имѣемъ пять вращательныхъ паръ: A, B, C, D, E и поставимъ эту цѣпь, на примѣръ, на звено AE , то при вращеніи звена AB звенья BC и CD не будутъ имѣть вполнѣ опредѣленнаго движенія; оно будетъ зависѣть еще и отъ звена DE |фиг. 90|

Если DE неподвижно, то мы опять получимъ обыкновенную четырехзвенную цѣпь; но мы можемъ двигать самостоятельно звено DE ; тогда BC и CD получаютъ нѣко-



Фиг. 90.

торое сложное движеніе, зависящее и отъ движенія AB и отъ движенія DE . Слѣдовательно, въ такой цѣпи можно самостоятельно (до извѣстной степени, конечно) двигать два звѣна и тогда движеніе двухъ остальныхъ будетъ опредѣленнымъ.

Этимъ обстоятельствомъ можно пользоваться для практическаго выполненія нѣкоторыхъ сложныхъ движеній, требуемыхъ, на примѣръ, въ частныхъ случаяхъ обработки металловъ. Мы остановимся здѣсь на одномъ примѣрѣ, встрѣчающемся въ практикѣ, именно на механизмѣ ТОКАРНАГО СТАНКА КОХА И МОЛЛЕРА, служаща

го для обтачиванія некруглыхъ предметовъ. Мы уже имѣли дѣло
со станкомъ *Leonardo - da - Vinci*, могущимъ обтачивать по
эллипсамъ, станокъ Коха и Мюллера даетъ возможность выпол-
нить не только эллипсъ, но и другія циклическія кривыя, полу-
чаемыя каченіемъ одной окружности внѣ или внутри другой. Какъ
извѣстно, при такомъ каченіи каждая точка, связанная съ по-
движной окружностью, совершить оборотъ внѣсь съ центромъ
своей окружности около неподвижнаго центра другой и въ то же
время повернется нѣсколько разъ около центра своей окружно-
сти. Слѣдовательно, если представимъ себѣ нѣкоторую планшеч-
ку, центръ коей будетъ описывать окружность, а планшечка сама
въ то же время будетъ поворачиваться около своего центра, то
какой либо пишущій или рѣжущій инструментъ оставить на план-
шечкѣ слѣдъ определенной циклической кривой. Первое движеніе
планшечки будетъ круговымъ поступательнымъ, второе - враща-
тельнымъ около своей оси. Выполнить это сложное движеніе мож-
но при помощи пятизвенной цѣпи, гдѣ движеніе будетъ передават-
ся одновременно отъ двухъ звеньевъ. - Представимъ себѣ опять
муфту *Oldham*'а ; какъ мы знаемъ, она есть частный случай

четырёхшарнирной цепи и при помощи ея можно отъ оси А |фиг. 91| передавать вращеніе параллельной оси В; представимъ да-
лѣе, что мы придали этому механизму пя-
тую вращательную пару $\mathcal{E}$ и звено $\mathcal{EA}$ уста-
вили неподвижнымъ; тогда, какъ мы сейчасъ
видѣли, движеніе всего механизма бу-
детъ зависѣть также и отъ движенія зве-
на В $\mathcal{E}$: при неподвижномъ звенѣ В $\mathcal{E}$

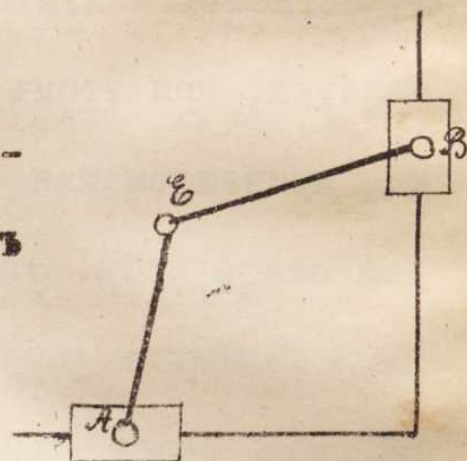


Fig. 91

мы будемъ имѣть простую муфту Oldham'a, но при подвижномъ-
движеніе будетъ уже болѣе сложнымъ. Ничто не мѣшаетъ намъ за-
ставить ось шарнира $\mathcal{E}$ совпасть съ осью шарнира А; тогда
мы можемъ А взять въ видѣ пустотѣлаго вала |фиг. 92|, свя-
зать съ нимъ ползунку, а $\mathcal{E}$ - въ видѣ
полнаго вала, входящаго внутрь А;
оба вала получаютъ вращеніе независимо
одинъ отъ другого. Если валъ $\mathcal{E}$ непо-
движенъ, |а слѣдовательно и связанное съ нимъ звено В $\mathcal{E}$ |,
то имѣемъ, какъ уже было сказано, муфту Oldham'a; но если
валъ А неподвиженъ, а $\mathcal{E}$ |звено В $\mathcal{E}$ | вращается равномер-

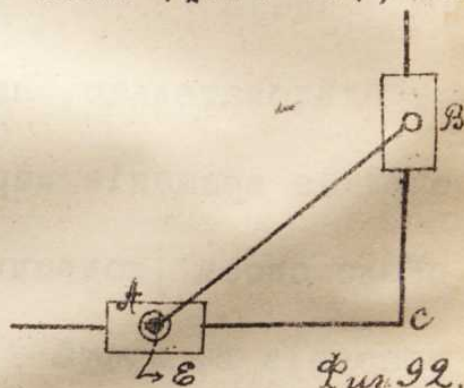
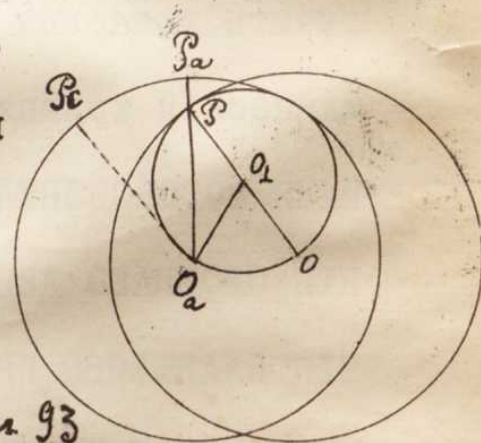


Fig. 92.

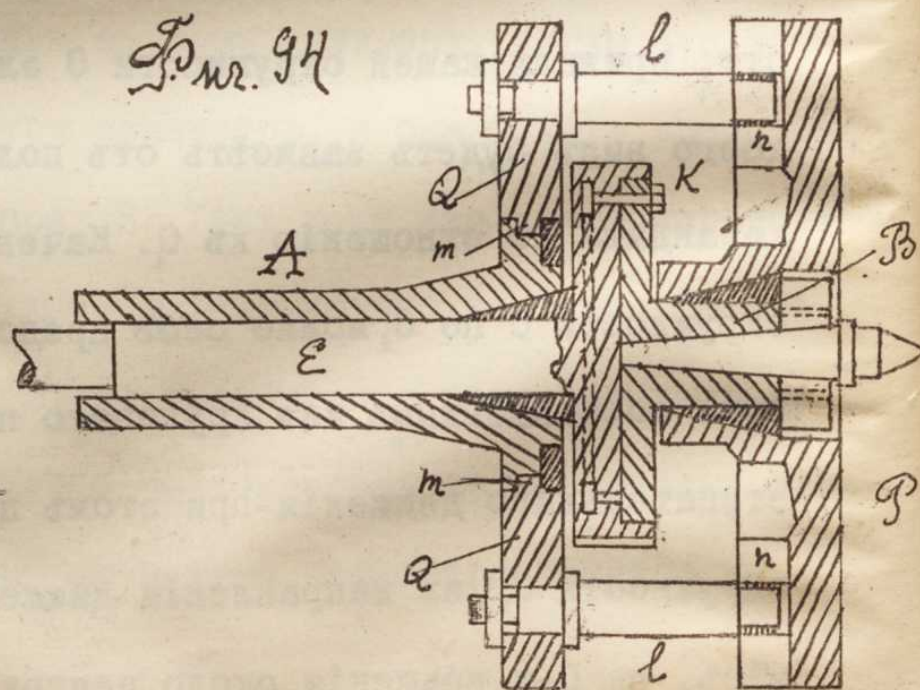
но, тогда направление движенія ползушки, связанной съ валомъ А, остается неизмѣннымъ и мы получаемъ механизмъ двойного ползуна; при этомъ В будетъ описывать окружность, а ползушка, принадлежащая В, будетъ оставаться все время параллельной самой себѣ. Эту ползушку, сидящую вольно на оси В, можемъ замѣнить [подобно тому, какъ въ муфтѣ Олльгема или станке *da-Vinci*] цѣлой планшайбой, имѣющей соответствующія ползунки направляющія. Тогда при неподвижномъ пустотѣльномъ валѣ А планшайба будетъ перемѣщаться параллельно самой себѣ, а центръ ея опишетъ окружность около геометрической оси А и $\mathcal{C}$. Но никто не мешаетъ намъ выстѣ съ этимъ вращеніемъ вала $\mathcal{C}$ или звена В $\mathcal{C}$ | вращать самостоятельно пустотѣльный валъ А и, слѣдовательно, связанную съ нимъ ползушку; тогда это послѣднее вращеніе передается планшайбѣ, и она будетъ вращаться около своей |подвижной| оси В. Такъ какъ характеръ передачи вращенія въ муфтѣ *Olaham*'а нисколько не зависитъ отъ того, гдѣ находится ось В, то равномерное вращеніе вала А будетъ передаваться планшайбѣ равномернымъ же вращеніемъ около ея оси. Такимъ образомъ мы можемъ придать планшайбѣ два

движенія: круговое поступательное — вращеніемъ |равномѣрнымъ| вала Е-и равномѣрное вращательное-вращеніемъ вала А.Такъ какъ мы можемъ по своему произволу выбирать то или другое число оборотовъ какъ для вала А, такъ и для вала Е, то тѣмъ самымъ мы заставимъ планшайбу совершить любое число оборотовъ около своего центра въ то время, какъ этотъ послѣдній опишетъ одну окружность около геометрической оси А и Е, а это значить, что мы можемъ воспроизвести любую циклическую кривую. Положимъ, напримѣръ, что мы хотимъ какимъ-нибудь пишущимъ орудіемъ оставить на планшайбѣ слѣдъ эллипса. Мы знаемъ, что, если какая-нибудь окружность O |фиг. 93| катится по окружности O_1 вдвое меньшаго радіуса и находящейся внутри первой, то неподвижный карандашъ начертитъ на плоскости, принадлежащей окружности O эллипсъ, коего видъ будетъ зависѣть отъ положенія карандаша по отношенію къ O_1 . Каченіе окружности O по O_1 можно себѣ представить составленнымъ изъ кругового поступательнаго движенія-при этомъ центръ O перемѣстится по окружности O_1 |въ направленіи движенія часовой стрѣлки|напримѣръ, въ O_a -и вращенія около центра O_a на уголъ равный, какъ



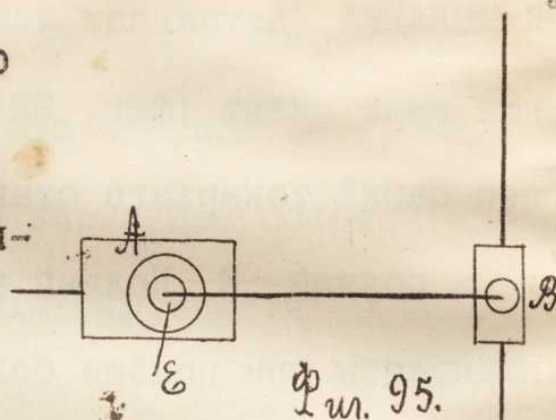
Фиг. 93

мы знаемъ, половинный уголъ $\alpha\alpha\alpha$: дѣйствительно, точка Р теперь находится въ P_a на радиусъ $O_a P$; но при параллельномъ перенесеніи всей окружности она перешла бы въ P_c , гдѣ $O_a P_c \parallel OP$, и чтобы привести ее въ настоящее положеніе (происходящее отъ дѣйствительнаго каченія окружности 0 по O_1), нужно повернуть окружность 0 около O_a на уголъ $\angle P_c O_a P_a = \frac{1}{2} \alpha\alpha\alpha$ и также по часовой стрѣлкѣ. Отсюда слѣдуетъ, что мы должны вращать оси А и Е (фиг. 92) въ одну сторону, но ось Е — съ угловой скоростью вдвое большей, чѣмъ А. Тогда карандашъ начертитъ на планшетахъ эллипсъ. Задаваясь различными окружностями и представляя себѣ каченіе подобно только что разобранному случаю, мы всегда можемъ узнать, какъ нужно вращать оси, чтобы получить желаемыя циклическія кривыя. ИДЕЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНІЯ СЛОЖНАГО ДВИЖЕНІЯ ПЛАНШЕТЫ ПРИ ПОМОЩИ ТАКОЙ ПЯТИШАРНИРНОЙ ЦѢПИ И ЛЕЖИТЪ ВЪ ОСНОВѢ МЕХАНИЗМА КОКА

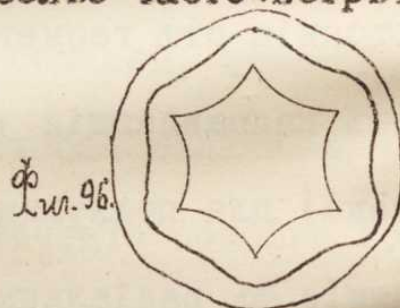


И МОЛЛЕРА. Детальное устройство его соответствует приведенной выше схемѣ [фиг. 92] и представлено на фиг. 94. Въ передней бабкѣ токарнаго станка устраиваются два вала: пустотѣлый А и полный Е. Полный валъ соединяется накрѣпко съ шиномъ В планшайбы при помощи болтовъ К, но, какъ видно изъ чертежа, шипъ В можетъ быть передвигаемъ перпендикулярно къ плоскости чертежа и тѣмъ самымъ его можно установить въ желаемомъ разстояніи отъ геометрической оси А и Е. Пустотѣлый валъ А имѣетъ направляющія *mm* [тоже перпендикулярныя къ плоскости чертежа] для ползушки Q. Эта послѣдняя имѣетъ кулаки *ll*, входящіе въ радіальныя направляющія *nn* планшайбы Р. Направленіе направляющихъ *nn* перпендикулярно къ направленію *mm* въ установленной машинѣ. Сравнивая детальный чертежъ съ схематическимъ [фиг. 92], видимъ, что ползушкѣ при А схематическаго чертежа соответствуетъ здѣсь направляющія *mm*, а звену с соответствуетъ ползунъ Q выѣстъ съ кулаками *ll*. Направляющія планшайбы представляютъ ползушку при В схематическаго чертежа. Если представить себѣ шипъ В отодвинутымъ за плоскость чертежа, то это будетъ соответствовать въ

схематическомъ чертежѣ положенію шарнира В, когда онъ находится какъ-разъ въ направленіи оси ползушки А [фиг. 95]. На этомъ станкѣ можно, какъ сказано, по-



лучать разныя фигурныя вещи, на примѣръ, приведенныя здѣсь профили [фиг. 96]. Разсмотрѣвъ наиболѣе часто встрѣчающіеся механизмы, получаемые изъ вращательныхъ паръ съ параллельными осями, перейдемъ теперь къ сочетанію винтовыхъ паръ, представляющихъ общій случай вращательной и поступательной пары, но также ограничимся осями, имѣющими одинаковое направленіе.



О ВИНТОВЫХЪ ПАРАХЪ.

Замѣтимъ прежде всего, что винтовныя пары различаются обыкновенно на ПРАВЫЯ и ЛѢВЫЯ. Винтовое движеніе, какъ мы знаемъ, есть сочетаніе вращательнаго около известной оси и поступательнаго вдоль той-же оси; но одно и то же вращатель-

ное движеніе - скажемъ, по часовой стрѣлкѣ - можно сочетать съ поступательнымъ въ ту или другую сторону, отъ этого и происходитъ различіе въ винтовыхъ парахъ. Будемъ смотрѣть вдоль оси винтовой пары, находящейся передъ нами; нарезка этой пары можетъ быть такова, что при вращеніи ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКѢ одного элемента относительно другого, остающагося неподвижнымъ, первый будетъ УДАЛЯТЬСЯ отъ насъ; здѣсь сочетаніе вращательнаго движенія съ поступательнымъ въ направленіи - отъ насъ: такая нарезка, а винтъ и вся пара, называется ПРАВОЙ. Но можно устроить нарезку такъ, чтобы элементъ пары, вращаясь ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКѢ, приближался къ намъ - сочетаніе того же вращательнаго движенія съ поступательнымъ въ другую сторону. Тогда пара называется ЛЕВОЙ. Обѣ нарезки схематически изображены на фиг. 97 и 98 и стрѣлками указаны соотвѣтствующія направленія вращательнаго и поступательнаго движеній. Легко видѣть, что, если мы будемъ вращать элементъ пары противъ часовой стрѣлки, то въ первомъ случаѣ (въ случаѣ правой пары - фиг. 97) элементъ будетъ приближаться къ намъ, во второмъ (фиг. 98) - удаляться отъ насъ. При вращеніи элемента (по ча-

часовой стрѣлкѣ на 360° , онъ, въ случаѣ правой наръзки, уда-
лится отъ насъ на величину h = шагъ

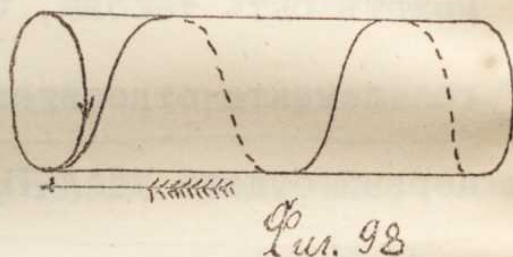
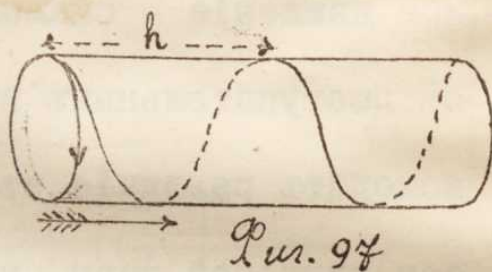
винтовой линіи, равную разстоянію
двухъ сосѣднихъ точекъ винтовой ли-

ніи, лежащихъ на одной образующей

цилиндра. Изъ самаго образованія

винтовой линіи на поверхности кру-

глаго цилиндра слѣдуетъ, что, въ



случаѣ поворота элемента пары вообще на нѣкоторый уголъ φ ,

элементъ подвинется вдоль оси цилиндра на величину равную $\frac{\varphi}{2\pi} \cdot h$

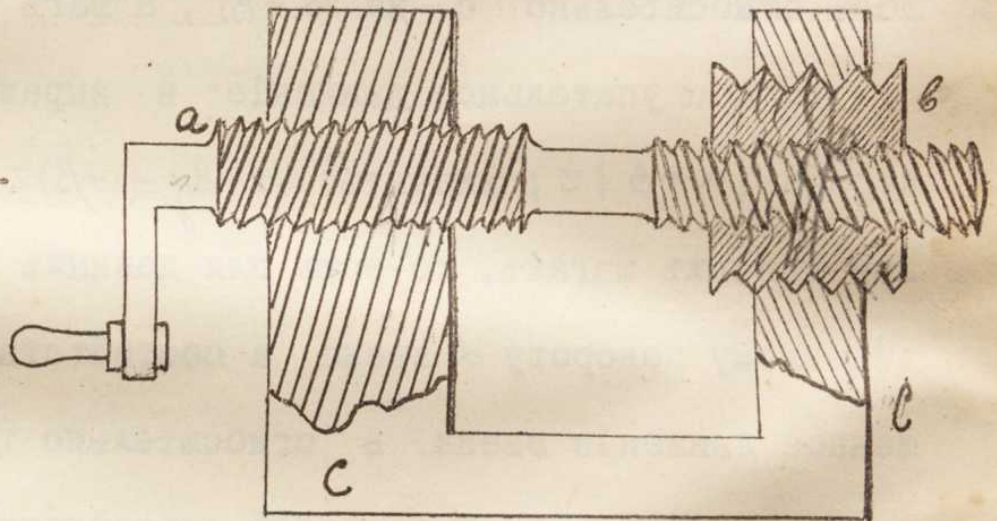
, или $\alpha \cdot h$, гдѣ α есть величина поворота въ частяхъ
полнаго оборота. При томъ же поворотѣ α элементъ лѣвой пары,
имѣющей тотъ же шагъ h , подвинется на ту же величину $\alpha \cdot h$,
но въ другую сторону |къ намъ|; если первую величину считать
положительной, то вторую можно считать отрицательной. Такимъ
образомъ мы можемъ различать алгебраически правя и лѣвыя па-
ры тѣмъ, что у первыхъ будемъ считать шагъ положительнымъ, у
вторыхъ - отрицательнымъ; повороты же, какъ обыкновенно счи-
таются положительными въ направленіи часовой стрѣлки и отри-

цательными въ обратную сторону. —

ТРЕХЗВЕННАЯ ВИНТОВАЯ ЦѢПЬ.

Обратимся теперь къ сочетанію винтовыхъ паръ, ограничиваясь простѣйшими. Здѣсь, въ противоположность вращательнымъ и поступательнымъ парамъ, можно составить замкнутую цѣпь изъ паръ, коихъ оси совпадаютъ и именно изъ трехъ паръ. Дѣйствительно, не трудно представить себѣ винтъ а [фиг. 99], на оси коего имѣется другой какой-нибудь винтъ; гайка в этого послѣдняго имѣ-

етъ и на внѣшней сторонѣ на- рѣзку, служа въ то же время винтомъ, гайка котораго с сое-



Фиг. 99

динена неразрывно съ гайкой для а. Получаемъ такимъ образомъ цѣпь изъ трехъ одноосныхъ винтовыхъ паръ: А | с и а |, В

Въ германск. 99, 100, 102, 103^е изд. направилъ кареткою винтов (и гайку) възятъ изъ изобрѣт. и изъ не слѣдуетъ принимать во вниманіе при выводахъ отъ этихъ фигуръ (стр. 127-134) въ немаломъ числѣ случаевъ, когда для развѣснѣнія вѣсѣтъ

| в и а | и с | в и с |. Рассмотрим относительныя движенія звеньевъ этой цѣпи. Повертываемъ а относительно с на α | α выражено въ частяхъ 2π | и пусть в повернется относительно а на β , тогда относительно с оно повернется на $(\alpha + \beta)$ и, если назовемъ шаги паръ соотвѣтственно черезъ x, y, z , имѣемъ поступательное движеніе а относительно с равнымъ αx , а в относительно а $= \beta y$, слѣдовательно в относительно с подвинулось на $(\alpha x + \beta y)$; но такъ какъ оно повернулось относительно с на $(\alpha + \beta)$, а шагъ этой пары |с, в| есть z , то поступательное движеніе в выразится въ то же время черезъ $|\alpha + \beta| z$; значить: $\alpha x + \beta y = (\alpha + \beta) z$. Отсюда видимъ, что при данныхъ шагахъ, то-есть для данныхъ винтовыхъ паръ определенному повороту α звена а соотвѣтствуетъ вполнѣ определенное движеніе звена в относительно того же с, другими словами, цѣпь является вполнѣ определенной. Если механизмъ былъ поставленъ на звено с, то движеніе звена в относительно с является абсолютнымъ и, слѣдовательно, при поворотѣ а на α , в повернется на $\alpha + \beta = \alpha \cdot \frac{x-y}{z-y}$ и подвинется на $|\alpha + \beta| z = \alpha z \frac{x-y}{z-y}$, какъ это видно изъ уравненія, свя-

звущаго α и β . — Если механизм поставленъ на звено a , тогда абсолютнымъ движеніемъ звена b будетъ его движеніе относительно a ; у насъ α было поворотомъ a относительно c , слѣдовательно, $|\alpha|$ являлось поворотомъ c относительно a , поэтому теперь $|\alpha|$ будетъ выражать абсолютный поворотъ звена c , а β — абсолютный поворотъ звена b , гдѣ α и β опять связаны прежнимъ уравненіемъ; изъ него получимъ: $\beta =$

$= (-\alpha) \cdot \frac{x-z}{y-z}$; звено c подвинется на $|\alpha| x$, а b на $\beta y = (-\alpha) y \frac{x-z}{y-z}$. Точно также при неподвижномъ b имѣемъ абсолютный поворотъ a равнымъ $|\beta|$, а c — равнымъ

$|\alpha + \beta|$, гдѣ опять α и β связаны приведеннымъ выше уравненіемъ и опять не трудно получить передвиженія a и c . — Меха-

низмъ однако въ такомъ общемъ видѣ почти не имѣетъ примѣненій. Гораздо чаще встрѣчаются ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ этой трехзвенной винтовой цѣпи, когда какая-либо пара обращается въ поступательную или вращательную. — Предположимъ, что пара $C |b, c|$ обратилась въ ПОСТУПАТЕЛЬНУЮ пару съ направленіемъ движенія параллельнымъ общей оси оставшихся винтовъ [фиг. 100]. Поставивъ механизмъ на c , мы можемъ вращеніемъ α винта a пере-

двигать взадъ или впередъ гайку в второго винта, имѣющую извѣстныя направляющія, параллельныя оси винта а | поступательная пара С|. Обозначимъ, какъ и прежде, шаги обоихъ винтовъ черезъ x и y ;

поворотъ α звена

а относительно с

теперь будетъ так-

же и поворотомъ а

относительно в

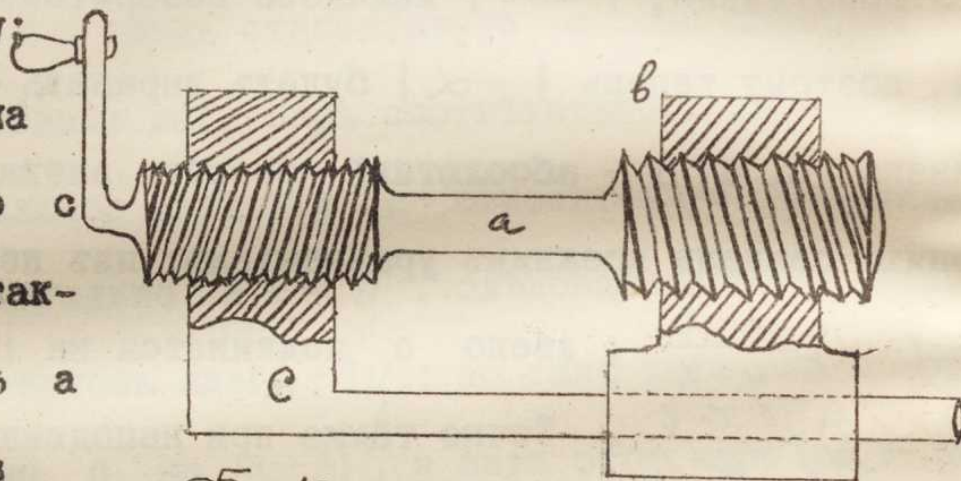


Fig. 100

такъ какъ гайка в сама вращаться не можетъ, или, другими

словами, β | поворотъ в относительно а | будетъ теперь $= -\alpha$

Поэтому в подвинется относительно а на величину $= -\alpha y$;

но а подвинется относительно звена с | т.е. абсолютно | на

αx , слѣдовательно, гайка в подвинется абсолютно на вели-

чину $= \alpha |x - y|$. Это выраженіе могло быть получено и изъ най-

деннаго выше: $|\alpha + \beta|z = \alpha z \frac{x-y}{z-y}$, если положить $z = \infty$

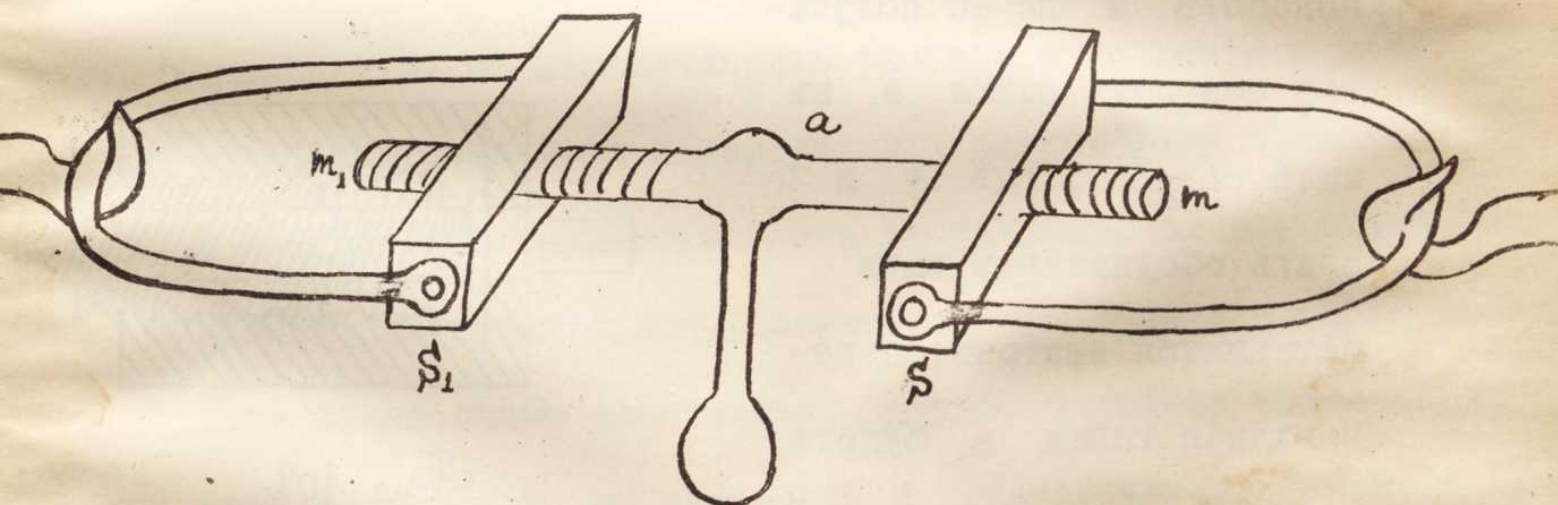
|поступательная пара|, произведеніе же $|\alpha + \beta|z$, равное те-

перь $0 \cdot \infty$ | $\alpha + \beta = 0$ | попрежнему остается осевымъ пере-

движеніемъ гайки в. Какъ видимъ изъ выраженія: $\alpha |x - y|$,

передвиженіе гайки в можетъ быть сдѣлано весьма малымъ, стоитъ только шаги обоихъ винтовъ при одинаковой |правой или лѣвой| НАРѢЗКѢ сдѣлать мало разнящимися другъ отъ друга. Механизмъ носитъ названіе ДИФФЕРЕНЦІАЛЬНАГО ВИНТА и имъ можно пользоваться для измѣренія малыхъ отрѣзковъ числомъ оборотовъ винта а, а также во воѣхъ случаяхъ, гдѣ требуется весьма малое передвиженіе.- Если |въ этомъ видоизмѣненіи цѣпи| нарѣзки обоихъ винтовъ сдѣлать противоположными, то передвиженіе гайки будетъ равно $\propto |x+y|$. Механизмъ въ такомъ видѣ |фиг. 101| употребляется для соединенія вагоновъ. Здѣсь винты m и m_1 ,

Fig. 101



принадлежащіе звену а, имѣютъ: одинъ правую | m |, а другой лѣвую | m_1 | нарѣзку. Гайки S и S_1 для этихъ винтовъ соеди-

няется при помощи крѣпокъ соотвѣтственно съ однимъ и другимъ вагономъ. Если мы будемъ вращать звено a по часовой стрѣлкѣ (смотря со стороны S_1), то очевидно винтъ m будетъ входить въ гайку S , то-есть гайка S будетъ приближаться къ серединѣ a , точно такъ же и гайка S_1 будетъ приближаться къ серединѣ a , слѣдовательно, оба вагона будутъ сдвигаться на величину $|x + y|$ при одномъ оборотѣ звена a .

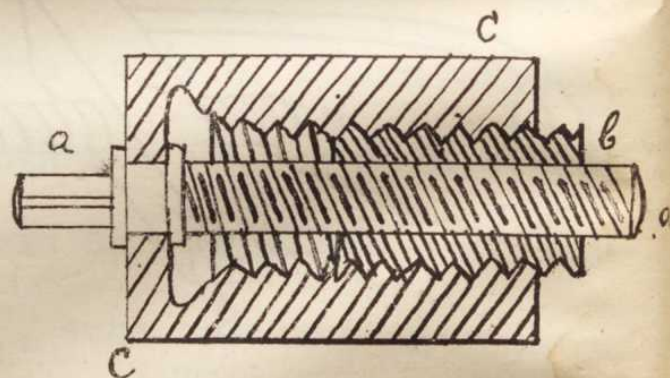
ВТОРОЕ частное видоизмѣненіе трехзвенной цѣпи получимъ, если сдѣлаемъ пару A $|c, a|$ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ, то-есть одинъ изъ винтовъ a обратимъ въ простой шипъ, сидящій въ подшипникѣ неподвижнаго звена c (фиг. 102). Въ этомъ случаѣ шагъ $x = 0$ и при поворотѣ a на α получа-

емъ поворотъ гайки b въ видѣ $\alpha \frac{y}{y-z}$, гдѣ y и z опять обозначаютъ шаги

оставшихся винтовъ; передвиженіе гайки b будетъ

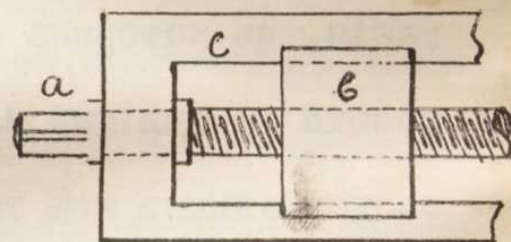
выражаться черезъ $\alpha x \frac{y}{y-z}$

(это и предыдущее выраженіе получаютъ изъ уравненія на стр.



Фиг. 102

131|. Здѣсь наоборотъ: передвиженіе при данномъ поворотѣ α можетъ быть сдѣлано достаточно большимъ, если одѣлать шаги z и u мало различающимися другъ отъ друга. - Если мы далѣе пару А |а,с| возьмемъ ВРАЩАТЕЛЬНУЮ и вмѣстѣ съ тѣмъ пару С |в,с| - ПОСТУПАТЕЛЬНУЮ, то получимъ очень часто встрѣчающееся видоизмѣненіе механизма |фиг. 103|. Здѣсь при поворотѣ α винта а гайка в будетъ подвигаться въ ту или другую сторону на величину αx , гдѣ x - шагъ винта; другими словами, одинъ элементъ винтовой пары В |в,а| имѣетъ только вращательное движеніе |а|, другой же |в| только поступательное. Механизмъ примѣняется въ параллельныхъ тискахъ и во многихъ машинахъ по обработкѣ металловъ и дерева, гдѣ равномерное вращательное движеніе хотятъ преобразовать въ равномерное и довольно медленное поступательное, напримѣръ, при движеніи суппорта на такъ называемыхъ самоточкахъ. Суппортъ имѣетъ тогда гайку, соотвѣтствующую в, звено же а представляетъ шпиндель, снабженный нарезкой и вращающійся въ подшипникахъ, укрѣпленныхъ



Фиг. 103

въ станинѣ |звено о| самоточки. - Этими ми и закончимъ раз-
смотрѣніе винтовыхъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ и вообще низшихъ кинематическихъ паръ. -

КЛАССИФИКАЦІЯ МЕХАНИЗМОВЪ.

Вышними кинематическими парами, какъ мы знаемъ, будутъ такія, въ которыхъ соприкосновеніе элементовъ происходитъ только по линіямъ или точкамъ. При изслѣдованіи механизмовъ, составленныхъ изъ такихъ паръ, приходится держаться иного порядка изложенія, нежели при разсмотрѣніи низшихъ паръ. Тамъ, въ виду ограниченнаго числа самихъ паръ, можно было до извѣстной степени систематически исчерпать наиболѣе важныя ихъ комбинаціи; здѣсь-же при безграничномъ числѣ какъ самихъ паръ, такъ и ихъ комбинацій, нельзя провести подобный систематическій обзоръ механизмовъ, какъ возможныхъ сочетаній изъ тѣхъ или другихъ вышнихъ паръ. Является поэтому необходимость положить заранѣе въ основу изложенія болѣе или менѣе искусственную классификацію механизмовъ, а такъ какъ во всякомъ механическомъ движеніи какого либо звена должно передаваться въ опре-

Прикладная механика.

дѣленкомъ видѣ другимъ звеньямъ, то въ основу классификаціи можно положить именно ХАРАКТЕРЪ ПЕРЕДАЧИ движенія; механизмъ здѣсь разсматривается какъ преобразователь даннаго движенія въ желаемое для насъ. Это преобразование можетъ заключаться какъ въ измѣненіи направленія движенія, такъ и въ измѣненіи его скорости. При этомъ измѣненіи факторы движенія | скорость и направленіе | могутъ оставаться или въ постоянномъ отношеніи съ основными или въ переменномъ: наприѣръ, можно передавать вращеніе отъ одной оси другой въ сторону, скажемъ, противоположную и съ отношеніемъ скоростей постояннымъ или переменнымъ по извѣстному закону. Далѣе, можно различать, происходитъ-ли передача при помощи непосредственнаго соприкосновенія двухъ звеньевъ, или при помощи промежуточныхъ звеньевъ. Наприѣръ, въ кривошипномъ механизмѣ вращательное движеніе кривошипа передается въ видѣ возвратнаго поступательнаго движенія ползуна | то-есть отношеніе и скоростей, и направленій здѣсь переменнo |, но не непосредственно, а при помощи промежуточнаго звена - шатуна. - Эти признаки характера передачи, то-есть отношенія факторовъ движенія, а также отсутствіе или осуществленіе

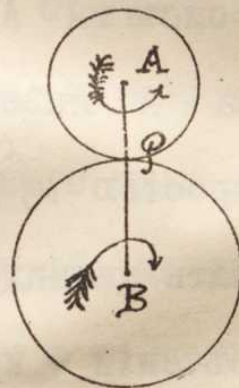
ніе промежуточных звеньевъ и легли въ основу классификаціи
ВИЛЛИСА [англ. учен.], коей мы будемъ [по примѣру проф. Д.С.
Зернова] держаться въ изложеніи. Механизмы здѣсь раздѣлены
3 КЛАССА: къ ПЕРВОМУ отнесени тѣ, въ которыхъ передача проис-
ходитъ НЕПОСРЕДСТВЕННЫМЪ ПРИКОСНОВЕНІЕМЪ; ко ВТОРОМУ - меха-
низмы съ передачей движенія ПРИ ПОМОЩИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХЪ ТВЕР-
ДЫХЪ, и къ ТРЕТЬЕМУ - ЖИДКИХЪ и ГИБКИХЪ ТѢЛЪ. Каждый классъ
дѣлится на ТРИ ОТДѢЛА сообразно тому, каковы отношенія факто-
ровъ движенія: ВЪ ПЕРВОМЪ отдѣлѣ отношенія НАПРАВЛЕНІЙ и СКО-
РОСТЕЙ ПОСТОЯННЫ, ВО ВТОРОМЪ - отношеніе СКОРОСТЕЙ ПЕРЕМѢН-
И ВЪ ТРЕТЬЕМЪ - ТО И ДРУГОЕ отношенія МѢНЯЮТСЯ. - Согласно та-
кой классификаціи мы обратимся прежде всего къ механизмамъ,
передающимъ движеніе непосредственнымъ прикосновеніемъ и съ
постояннымъ отношеніемъ какъ между направленіями, такъ и ме-
ду скоростями движеній. -

ПЕРЕДАЧА ДВИЖЕНІЯ НЕПОСРЕДСТВЕННЫМЪ ПРИКОСНОВЕНІЕМЪ.

ОТНОШЕНІЯ МЕЖДУ СКОРОСТЯМИ И НАПРАВЛЕНІЯМИ ПОСТОЯННО.

Цилиндрическая Фрикціонная передача.

Здѣсь важнѣйшими являются механизмы для передачи вращательныхъ движеній между двумя какими-либо осями. Рассмотримъ, какъ можно устроить такую передачу въ случаѣ осей параллельныхъ. Пусть имѣются двѣ оси A и B [фиг. 104]. Система, связанная съ A , вращается съ угловой скоростью ω ; система B должна вращаться со скоростью ω_1 ; постоянное отношеніе скоростей пусть $= n = \omega : \omega_1$. Вращенія около параллельныхъ осей суть движенія параллельныя плоскости; поэтому рассмотримъ какое-либо плоское сѣченіе



фиг. 104

[обѣихъ системъ], одѣланное перпендикулярно къ направленію

осей. Предположимъ, что направленія вращеній у A и B противоположны, то-есть вращеніе A противъ часовой стрѣлки съ угловой скоростью ω должно передаться B вращеніемъ въ сторону по часовой стрѣлкѣ и съ угловой скоростью ω_1 , гдѣ $\omega : \omega_1 = n =$ извѣстному заранее данному числу. Предположивъ, что мы уже устроили систему, передающую движеніе, рассмотримъ, какъ движется система A относительно системы B . Для этого придаемъ обѣмъ системамъ вращательное движеніе около B со скоростью ω_1 , но направленное въ сторону, противоположную дѣйствительному вращенію системы B . Тогда очевидно система B придетъ въ покой, а получаемое абсолютное движеніе системы A и дастъ намъ ея движеніе относительно B . Система A имѣетъ теперь два движенія: она вращается около B со скоростью ω_1 ; ^(x) вслѣдствіе перваго движенія ось A будетъ описывать цилиндрическую поверхность около B или - въ плоскомъ сѣченіи - кругъ центра B . Въ каждый данный моментъ оба вращенія [около A и B] можно замѣнить однимъ около промежуточной оси P , положеніе которой находится по общимъ правиламъ сложенія вращательныхъ движеній между параллельными ося-

^(x) и около A со скор. ω

ми: Р будетъ дѣлить разстояніе между А и В на части, обрат-
но пропорціональныя угловымъ скоростямъ, то-есть $\frac{AP}{BP} = \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{1}{n}$
и вращеніе около Р будетъ конечно въ ту же сторону, какъ и
оба составныхъ [въ данномъ случаѣ одинаковаго направленія].

Такъ какъ разстояніе АВ не мѣняется, а отношеніе $\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{1}{n}$
равно постоянной величинѣ, то и разстояніе точки Р [въ пло-
скости сѣченія] отъ В будетъ неизмѣненнымъ: $BP = const =$

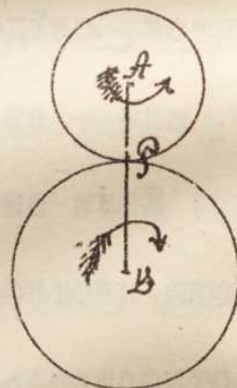
$$= AB \cdot \frac{\omega}{\omega + \omega_1} = AB \cdot \frac{n}{n+1}. \quad | n - \text{передаточное число} | \text{ и}$$

неподвижной полондой плоской системы А въ ея движеніи отно-
сительно В будетъ окружность центра В и радіуса ВР. Не
трудно видѣть, что полондой подвижной будетъ окружность цен-
тра А и радіуса АР. Движеніе системы А относительно В
приводится, слѣдовательно, къ каченію одной окружности по
другой, или - въ пространствѣ - каченію одного цилиндра по
другому. Если выполнимъ въ дѣйствительности оба цилиндра такъ,
чтобы они плотно прикасались другъ къ другу и не могли бы
имѣть относительнаго скольженія, то при вращеніи одного изъ
нихъ около А съ угловой скоростью ω , получимъ вращеніе
другого около В съ угловой скоростью ω_1 , | гдѣ $\omega : \omega_1 = n$ |;

онъ будетъ увлекаться вслѣдствіе тренія ~~первымъ~~, и такъ какъ мы предполагаемъ отсутствіе скольженія, то относительное движеніе цилиндровъ будетъ каченіемъ одного по другому, а они нами построены именно для даннаго опредѣленнаго отношенія:

$\omega : \omega_1$. Такимъ способомъ мы, слѣдовательно, можемъ устроить передачу вращательныхъ движеній съ постояннымъ отношеніемъ скоростей, и передачи этого вида называются ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ФРИКЦІОННЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ. Слѣдовательно, чтобы построить такую передачу между данными осями А и В при опредѣленномъ отношеніи и направленіи скоростей, дѣлимъ разстояніе АВ [фиг. 105] на отрѣзки АР и РВ, находящіеся въ отношеніи, обратномъ отношенію скоростей, вы-

полняемъ круглые цилиндры съ осями А и В и радіусами окружностей АР и ВР; устраиваемъ плотное соприкосновеніе между ними, для чего потребуется накатіе ихъ другъ къ другу съ



Фиг. 105

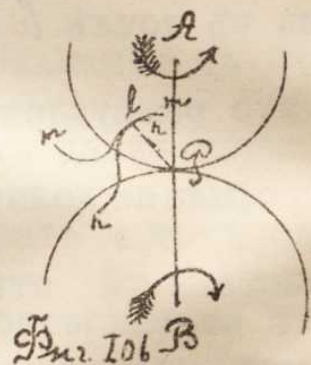
опредѣленнымъ усиліемъ, зависящемъ, конечно, отъ относительнаго тренія матеріаловъ, изъ коихъ сдѣланы цилиндры; этимъ не

катіємъ устраняемъ относительное скольженіе цилиндровъ.- Въ такомъ видѣ передача примѣняется довольно часто. Но гораздо чаще во избѣжаніе накатія осей A и B другъ къ другу замѣняютъ эту фрикціонную передачу зацепленіемъ.-

ЗАМѢНА КАТЯЩИХСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХЪ ПОВЕРХНОСТЕЙ СКОЛЬЗЯЩИМИ.

Если мы представимъ себѣ въ системѣ A [фиг. 106] цилиндрическую поверхность, коей профиль есть mm , а въ системѣ B - поверхность съ профилемъ nn , находящуюся въ соприкосновеніи съ первой, то вращая A , мы

можемъ заставить вращаться и B именно при помощи давленія поверхности mm на поверхность nn . Спрашивается, какое соотношеніе должны имѣть эти



два профиля, чтобы вращеніе A съ скоростью ω передавалось B вращеніемъ со скоростью ω_1 , гдѣ $\omega : \omega_1 = n =$ данному числу. Система B должна вращаться со скоростью ω_1 ; поэтому, если мы въ какой-либо моментъ придадимъ обѣимъ системамъ еще общее

вращение около оси В со скоростью ω , но направленной в противоположную сторону, система В должна придти в покой; система А [в плоском сечении], а, следовательно, и профиль mm в этот момент будет вращаться около полюса Р, находящегося известным уже способом. Но профиль mm должен по условию находиться в соприкосновении с профилем nn , скажем - в точке ℓ для рассматриваемого момента, и для того, чтобы при своем вращении около Р он не стремился сдвинуть профиль nn [система В остается в покое], движение ℓ должно происходить в этот момент по касательной к профилю nn в точке ℓ , а это будет выполнено, если нормаль к обоим профилям в точке ℓ будет проходить через полюс Р. так как это рассуждение справедливо для всякого момента, то ясно, что профиль nn должен служить огибающей профилю mm при движении системы А относительно В. Итак, задаваясь каким-нибудь профилем mm в системе А, мы для данной определенной передачи найдем ему соответствующий профиль системы В в виде огибающей профиля mm при качении ползунка, связанной с А, по ползунку, связанной с В. Устроив далее цилиндрические

Прикладная механика.

поверхности mm и mn |съ направляющими, параллельными осямь|, мы будемъ въ состояніи передать вращеніе около А вращеніемъ около В желаемымъ отношеніемъ скоростей. При этомъ вращеніи mm и mn будутъ находиться въ соприкосновеніи и общая ихъ нормаль въ точкѣ прикосновенія въ какой-либо моментъ пройдетъ черезъ полюсъ Р, вполнѣ и единственно опредѣляемый на линіи АВ для данной передачи. Относительное движеніе профиля mm по mn при вращеніи обѣихъ системъ будетъ, какъ мы знаемъ изъ свойствъ огибающихъ и огибаемыхъ, сопровождаться скольженіемъ. Такъ какъ угловая скорость вращенія mm около полюса Р будетъ для данной передачи |вращенія А и В противоположны| выражаться черезъ $\omega + \omega_1$, то скорость скольженія въ данный моментъ равна $|\omega + \omega_1| \cdot r$, гдѣ r есть длина нормали PR .

Не трудно подобно изложенному разобрать и тотъ случай, когда вращенія около А и В должны оба совершаться ВЪ ОДНУ СТОРОНУ съ отношеніемъ угловыхъ скоростей $\omega : \omega_1 = N =$ данному числу. Предположимъ, что $\omega > \omega_1$; тогда полюсъ мгновеннаго вращенія въ движеніи А относительно В |фиг. 107| найдется |по общимъ правиламъ| въ точкѣ Р на линіи АВ внѣ отрѣзка

АВ въ сторону А, и разстоянія РА и РВ должны удовлетво-
рять соотношенію: $РА:РВ = \omega : \omega_1$.

Полоидами здѣсь будутъ опять окружности
центровъ А и В и радіусовъ АР и

ВР; только одна |А| будетъ теперь

внутри другой |В|. Съ полоидами этими

ми, какъ и въ случаѣ передачи вращенія

въ противоположную сторону, можемъ представить связанными два

профиля, выполнить по нимъ цилиндрическія поверхности и при

помощи послѣднихъ производить передачу. Опять, какъ и въ томъ

случаѣ, профили должны имѣть то-же соотношеніе, то-есть по

данному одному ми найдемъ другой, какъ огибающую положеній

перваго въ относительномъ движеніи полоиды, принадлежащей

первому, по полоидѣ, принадлежащей второму. Разница здѣсь бу-

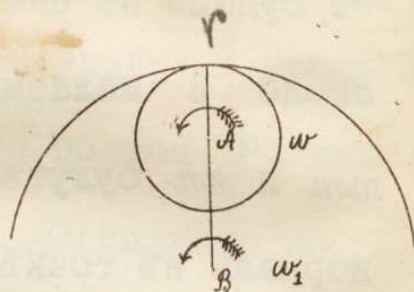
детъ только въ скорости относительнаго скольженія профилей и

не трудно видѣть, что здѣсь она будетъ выражаться черезъ r ,

$|\omega - \omega_1|$, гдѣ r — опять отрѣзокъ нормали |общей| отъ полюса

до точки прикосновенія, такъ какъ относительная скорость вра-

щенія здѣсь равна разности угловыхъ скоростей обѣихъ системъ.



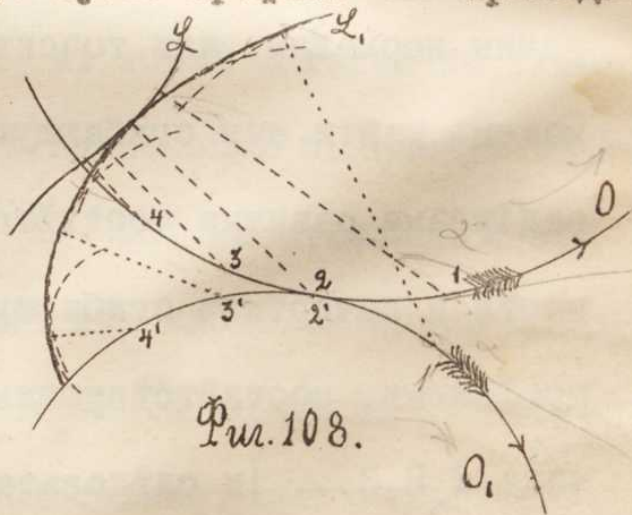
Фиг. 107.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ, СООТВѢСТВУЮЩАГО [или СОПРЯЖЕННАГО] ДАННОМУ.

Разсмотримъ теперь вообще, какъ можно графически находить по данному профилю ему соотвѣтствующій, или, какъ говорить, сопряженный. Построение здѣсь сведется къ отысканію огибающей по данной огибаемой, и для этого существуютъ два удобные метода, предложенные - одинъ *Poncelet*, а другой - *Reuleaux*. Основой какъ для того, такъ и для другого, служить свойство огибающей имѣть съ огибаемой общую нормаль въ точкѣ прикосновенія, проходящую черезъ полюсъ мгновеннаго вращенія. -

СПОСОБЪ *Poncelet* [Понселе]. Пусть профиль $\mathcal{L}$ принадлежитъ полюдѣ O [фиг. 108]; соотвѣтственные вращенія системы O и O_1 указаны стрѣлками: вращеніе O - противъ стрѣлки часовъ - требуется передать вращеніемъ O_1 -

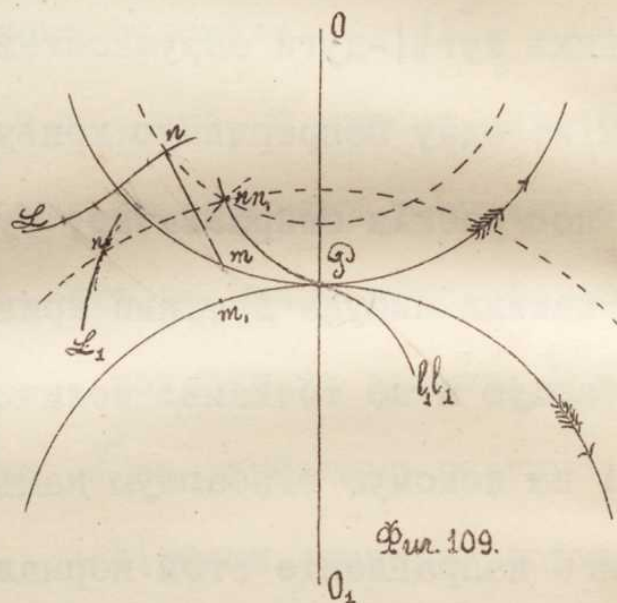
Прикладная механика.



по стрѣлкѣ. Последовательность точекъ соприкосновенія полсиды O въ движеніи этой системы относительно O_1 будетъ очевидно идти по стрѣлкѣ часовъ, то-есть точками соприкосновенія будутъ послѣдовательно, наприм., 1, 2, 3, 4 и т.д. Соотвѣтственныя точки на полсидѣ O_1 найдемъ отложивъ: $\cup 21' = \cup 21$, $\cup 23' = \cup 23$, $\cup 3'4' = \cup 34$ и т.д., что мы можемъ сдѣлать довольно точно циркулемъ, если только возьмемъ достаточно малыми дуги и будемъ тогда считать ихъ за прямыя отрѣзки. Опустимъ теперь изъ точекъ 1, 2, 3... нормали на профиль L ; ничто намъ не мѣшаетъ считать профиль L за огибающую окружностей, описанныхъ изъ точекъ 1, 2, 3... радіусами, равными нормалямъ, и, слѣдовательно, касающихся профиля L ; но нормали на искомую огибающую профиля L изъ точекъ $1^1, 2^1, 3^1, 4^1$... должны быть равны нормалямъ изъ точекъ 1, 2, 3... на L ; слѣдовательно, мы можемъ найти эту огибающую, описавъ изъ точекъ $1^1, 2^1, 3^1$... радіусами равными соотвѣтственнымъ нормалямъ профиля L окружности и начертивъ огибающую этихъ окружностей. Она и будетъ профилемъ, соотвѣтствующимъ профилю L . Чѣмъ больше взято точекъ 1, 2, 3... [и слѣдовательно точекъ $1^1, 2^1, 3^1$...], то-есть чѣмъ

ближе онѣ другъ къ другу, тѣмъ точнѣе можно построить соот-
вѣствующій профиль и при достаточномъ числѣ взятыхъ точекъ,
а также при правильности построения нормалей, |откладыванія
равныхъ дугъ|-дуги окружностей изъ $1^1, 2^1, 3^1$ и т.д. какъ-бы сов-
ются въ одну непрерывную кривую. - Само собою разувѣется, что
для построения безразлично, будутъ-ли полсида окружностями.
или какими-нибудь другими кривыми. - Мы можемъ также найти
огibaющую и по точкамъ: величина нормали, на примѣръ, изъ точ-
ки I на искомую огibaющую намъ извѣстна; стоитъ только опре-
дѣлить направленіе этой нормали - и мы получимъ одну изъ то-
чекъ огibaющей; а направленіе мы можемъ опредѣлить хотя-бы
изъ того обстоятельства, что нормаль изъ точки I на $\mathcal{L}$ дѣла-
етъ съ касательной къ полоидѣ O въ точкѣ I такой-же уголъ,
какой должна дѣлать нормаль изъ I^1 на искомую огibaющую съ ка-
сательной въ точкѣ I^1 къ полоидѣ O_1 - обѣ касательныя и обѣ
нормали должны совпасть, когда полоиды касаются другъ друга
въ точкѣ I^1 . - Для нашего случая передачи вращенія съ постоян-
нымъ отношеніемъ скоростей, слѣдовательно, при полоидахъ-
окружностяхъ, удобенъ способъ *Реллеах* |Рело| построения

огнивающей по точкамъ; основанъ онъ на отысканіи мѣста точекъ сопряженія профиля $\mathcal{L}$ [фиг. 109] съ соотвѣтствующимъ ему профилемъ системы O_1 при вращеніи обѣихъ системъ одной около O , другой — около O_1 съ требуемымъ отношеніемъ скоростей, т.е. при каченіи полондъ O и O_1 другъ по другу. Возьмемъ какую-либо точку m на полондѣ O и опустимъ изъ нея нормаль mn на $\mathcal{L}$.



Въ тотъ моментъ, когда при вращеніи системъ O и O_1 профиль $\mathcal{L}$ коснется точкой n соотвѣтствующаго ему профиля системы O_1 , нормаль mn , какъ мы знаемъ, пройдетъ черезъ P , т.е. точка m придетъ въ точку P линіи OO_1 ; но точка n , какъ связанная неразрывно съ системой O , все время будетъ находиться на окружности центра O и радіуса On , и, слѣдовательно, мы найдемъ положеніе точки n въ моментъ сопряженія на пересѣченіи окружностей: одной — изъ O радіуса On , а другой — изъ P радіуса mn . Здѣсь совпадетъ точка n съ соотвѣтствующимъ

щей ей точкой n_1 профиля, принадлежащего системѣ O_1 . Въ свою очередь точка n_1 все время находится на окружности центра O_1 и радиуса $O_1 n_1$, а точкѣ m въ первомъ ея положеніи соответствуетъ въ системѣ O_1 точка m_1 , отстоящая по полюидѣ O_1 на дугу: $Rm_1 = \cup mP$. Отъ этой точки m_1 точка n_1 находится на разстояніи $= mn$. Поэтому мы найдемъ начальное положеніе точки n_1 , соответствующее первому положенію точки n на пересѣченіи окружностей: одной изъ O_1 радиуса $O_1 n n_1$, а другой-изъ m_1 радиуса $= mn$. Такимъ образомъ мы найдемъ для каждой точки n профиля L соответствующую ей точку n_1 профиля L_1 и дагѣе - мѣсто ихъ совпаденія при вращеніи системъ O и O_1 , т.е. геометрическое мѣсто точекъ взаимнаго соприкосновенія профилей при движеніи обѣихъ системъ въ видѣ нѣкоторой кривой $nn_1 P n_1$; кривая эта носитъ названіе **ЛИНИИ ЗАЦѢПЛЕНІЯ**. - Итакъ способъ *Reuleaux*, хотя и болѣе сложный, даетъ возможность найти послѣдовательныя точки соприкосновенія обоеихъ профилей. При этомъ, какъ не трудно убедиться, точка соприкосновенія на профилѣ, принадлежащемъ системѣ ведущей, будетъ постепенно удаляться отъ центра [оси] вращенія этой системы; наоборотъ,

на профиль ведомой системы точка прикосновения будет приближаться къ центру вращенія системы. Если мы возьмемъ произвольный профиль въ ведущей системѣ, то можемъ на этомъ основаніи судить о томъ, какая часть взятаго профиля можетъ намъ служить для передачи, помня послѣдовательность точекъ сопряженія какъ полонидъ, такъ и профилей. — Замѣтимъ, что на практикѣ для профилей берутъ по большей части нѣкоторыя опредѣленныя кривыя, на примѣръ, ЦИКЛИЧЕСКІЯ — и можно въ этомъ случаѣ убѣдиться въ томъ, что ЕСЛИ ДЛЯ ОДНОГО ПРОФИЛЯ ВЗЯТА ЦИКЛИЧЕСКАЯ КРИВАЯ, ТО СОПРЯЖЕННЫЙ ПРОФИЛЬ БУДЕТЪ ТАКЖЕ ЦИКЛИЧЕСКАЯ КРИВАЯ.

Какая-либо циклическая кривая есть, какъ мы знаемъ, траекторія точки, связанной съ какой-нибудь окружностью, катящейся по другой окружности. Въ нашемъ случаѣ, слѣдовательно, мы можемъ за профиль ведущей системы взять циклическую кривую, образованную при катеніи какой-нибудь окружности по полонидъ ведущей системы, а затѣмъ отсоединять сопряженный профиль въ ведомой системѣ. Но не трудно видѣть, что этимъ профилемъ, т.е. огибающей для первой циклической кривой, будетъ

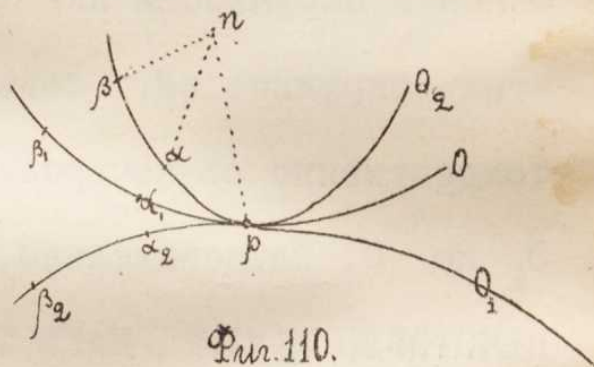
Прикладная механика.

тоже циклическая кривая, образованная той-же точкой при качении ея окружности, но уже по второй полоидѣ. Соотношеніе это можно доказать въ самомъ общемъ видѣ |теорема Камуса|. Возьмемъ двѣ системы, имѣющія полоидами кривыя O и O_1 |фиг. 110|; представимъ себѣ нѣкоторую кривую O_2 ; точка n , съ ней связанная, опишетъ опредѣленную

кривую въ системѣ O , если мы заставимъ O_2 катиться по O .

Построить траекторію точки n

мы можемъ по способу *Poncelet*



а именно: соединяемъ n съ различными точками $\alpha, \beta, \dots$,

служащими послѣдовательными точками соприкосновенія кривой O_2 при каченіи по O , находимъ имъ соотвѣтствующія точки $\alpha_1, \beta_1, \dots$

на кривой O , откладывая дуги: $p\alpha_1 = p\alpha, \alpha_1\beta_1 = \alpha\beta$ и т.д.:

затѣмъ изъ точекъ: $\alpha_1, \beta_1, \dots$ описываемъ окружности радіусами

$\alpha n, \beta n, \dots$ |такъ какъ нормали на траекторію точки n изъ

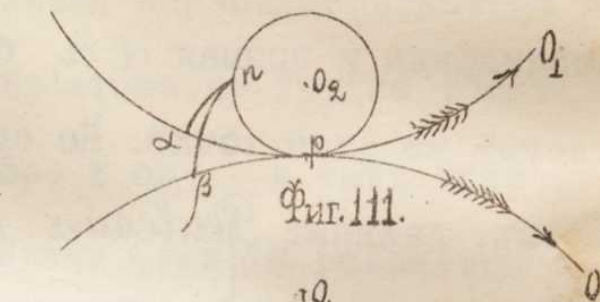
$\alpha_1, \beta_1, \dots$ должны быть равны $\alpha n, \beta n, \dots$ |и поопи-

скиваемъ огибающую этихъ окружностей - она и будетъ траекто-

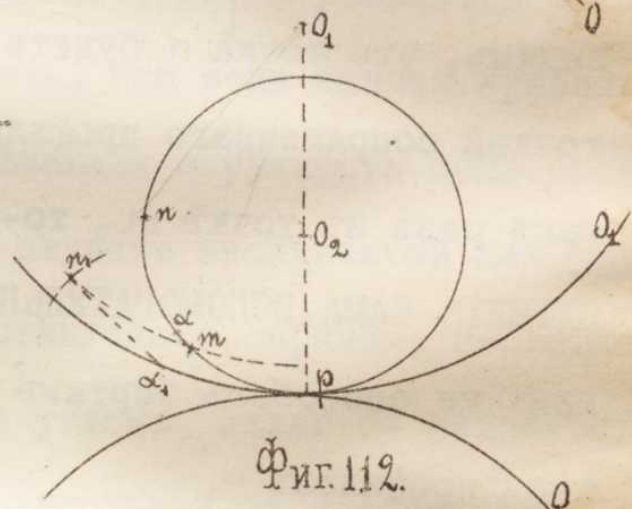
ріей точки. Но если мы теперь оставимъ для этой кривой катя-

дять ея огибающую при качении O по O_1 , то должны будем отложить дуги: $\rho\alpha_2, \alpha_2\beta_2, \dots$, равныя соответственно дугам $\rho\alpha_1, \alpha_1\beta_1, \dots$ (которыя въ свою очередь равны $\rho\alpha, \beta\alpha$), нормальными изъ $\alpha_1, \beta_1, \dots$ на траекторію, т.е. радіусами $\alpha n, \beta n$ описать окружности изъ $\alpha_2\beta_2, \dots$ и вычертить огибающую этихъ окружностей. Очевидно, что построение этой огибающей тождественно съ построениемъ траекторіи точки n при качении O_2 по O . Следовательно, вообще, ЕСЛИ ИМѢЕМЪ ВЪ СИСТЕМѢ O НЕКОТОРУЮ КРИВУЮ, КАКЪ ТРАЕКТОРІЮ ТОЧКИ n ПРИ КАЧЕНИИ КРИВОЙ O_2 СЪ ТОЧКОЙ СВЯЗАННОЙ, ПО ПОЛОИДѢ СИСТЕМЫ O_1 , ТО ОГИБАЮЩЕЙ ЭТОЙ ТРАЕКТОРІИ ПРИ ДВИЖЕНІИ СИСТЕМЫ O_1 ОТНОСИТЕЛЬНО СИСТЕМЫ O БУДЕТЬ ТРАЕКТОРІА ТОЧКИ n , ОБРАЗОВАННАЯ ПРИ КАЧЕНИИ ТОЙ-ЖЕ КРИВОЙ O_2 , НО УЖЕ ПО ПОЛОИДѢ, ПРИНАДЛЕЖАЩЕЙ СИСТЕМѢ O . Это соотношеніе называется ТЕОРЕМОЙ КАМУСА. — Примѣняя эту теорему къ нашему частному случаю круговыхъ полоидъ, мы можемъ сказать, что, если за профиль въ системѣ O_1 вѣдущей; фиг. III мы взяли кривую αn , образованную точкой нѣкоторой окружности O_2 при качении ея по O_1 , т.е. гипоциклоиду, то сопряженнымъ ему профилемъ будетъ эпициклоида βn ,

образованная точкой при качении O_2 по O . Выполнение на чертежѣ гипо-и эпициклоидъ можетъ быть ведено или при помощи метода *Poncellet*, или -же по точкамъ. Чтобы найти точку, на примѣръ, гипоциклоиды, соответствующую прикосновенію окружности O_2 [фиг. II2] съ окружностью O въ точкѣ α первой, откладываемъ, какъ всегда,



Фиг. 111.



Фиг. 112.

$\cup \rho \alpha_1 = \cup \rho \alpha$, затѣмъ описываемъ изъ α , радиусомъ αn окружность и ищемъ, на какомъ разстояніи отъ центра O_1 будетъ находится точка n въ моментъ соприкосновенія окружностей точками α и α_1 ; такъ какъ въ этотъ моментъ точка α окружности O_2 будетъ имѣть то-же значеніе, что теперь точка p , то разстояніе найдемъ, отойдя отъ p по окружности O_2 на $\cup \rho m = \cup \alpha n$ [засѣкая изъ p радиусомъ $\rho m = \alpha n$ дугу]; точка m находится въ такомъ разстояніи отъ O_1 , въ какомъ очевидно будетъ точка n въ моментъ

соприкосновенія окружностей точками α и α_1 ; проведя по этому окружность изъ O_1 радіусомъ $O_1 m$, найдемъ въ пересѣченіи ея съ окружностью изъ α , радіусомъ αn | искомую точку n , гипциклоиды и прямая α, n , будетъ служить нормалью къ гипциклоидѣ въ этой точкѣ. Но сравнивая это построение съ построениемъ, даннымъ *Ренвеа* для нахождения линіи зацѣпленія, видимъ, что точка n , будетъ соприкасаться съ соотвѣтствующей точкой сопряженнаго профиля |при вращеніи системъ O и O_1 | какъ разъ въ точкѣ m , то-есть здѣсь линіей зацѣпленія будетъ служить САМА ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ОКРУЖНОСТЬ O_2 . Совершенно такимъ же способомъ чертимъ и эпициклоиду, служащую сопряженнымъ профилемъ.-

Другимъ изъ употребительныхъ профилей служить ПРОФИЛЬ ЭВОЛЬВЕНТНЫЙ. Эвольвентой окружности, какъ извѣстно, называется траекторія точки касательной къ окружности при каченіи этой касательной по окружности. Если касательная mm |фиг. 113| катится по окружности O , то точка m описываетъ кривую эвольвентную. Касательная служитъ конечно нормалью къ эвольвентѣ и при томъ, по самому способу образованія кривой, раз-

ность между длинами $r_1 n$ и $r n$ равна дугѣ rr_1 окружности O , такъ что длина $r n$ равна дугѣ $r n_0$. Какую-нибудь окружность concentричную съ первой касательная пересѣкаетъ всегда подѣ однимъ и тѣмъ же угломъ, какъ въ этомъ не трудно убѣдиться изъ равенства треугольниковъ $ор_1$ и $ор_1 s_1$, и такъ какъ $s_1 r$ равно $s_1 r_1$, то разность между длинами $s_1 n$ и $s n$ равняется дугѣ rr_1 . — Обратно, мы можемъ замѣтить, что если данная кривая имѣетъ нормальными прямыми, пересѣкающія окружность подѣ постояннымъ угломъ, то такая кривая служить эвольвентой для круга concentричнаго съ первымъ. Дѣйствительно, прямая, пересѣкающія окружность подѣ постояннымъ угломъ, являются непремѣнно касательными къ окружности concentричной съ данной, какъ въ этомъ не трудно изъ ^{убѣдиться} чертежа, слѣдовательно, всѣ нормали кривой являются касательными къ нѣкоторой окружности. Взявъ какую-нибудь точку n кривой и ея нормаль rn , мы можемъ очевидно заставить точку n проходить послѣдовательно точки кривой качениемъ нормалей по окружности. Возьмемъ, переходя къ за-
дѣленію, въ системѣ O_1 окружность O_2 concentричную съ по-
дойдой O_1 |фиг. II4| и за ведущій профиль — эвольвенту окруж-

ности O_2 . Нормали къ этой эвольвентѣ пересѣкаютъ полоиду O_1 подъ однимъ и тѣмъ же угломъ.

Въ моментъ соприкосновенія

точки n съ соотвѣтствующей точ-

кой профиля нормаль nm должна

пройти черезъ точку P прико-

сновенія полоидъ и, слѣдовательно

она совпадетъ съ касательной

Pv изъ P къ окружности O_2 и

такъ какъ это справедливо для

какой угодно нормали, то линіей

защѣпленія будетъ здѣсь каса-

тельная изъ P къ окружности

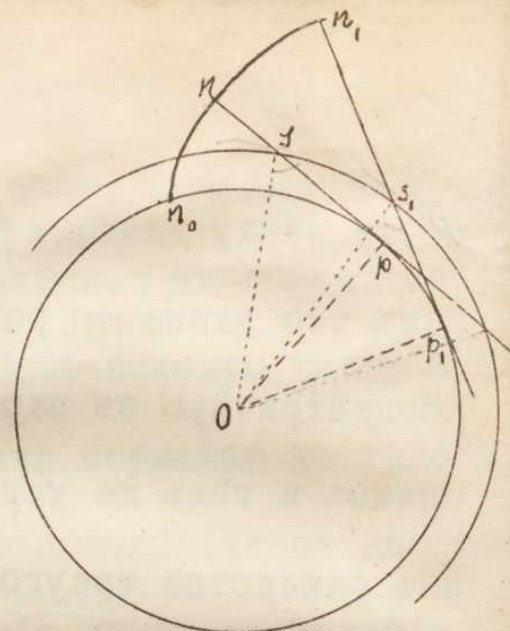
O_2 . Изъ этого слѣдуетъ, что въ

профилѣ, сопряженномъ съ nm_0

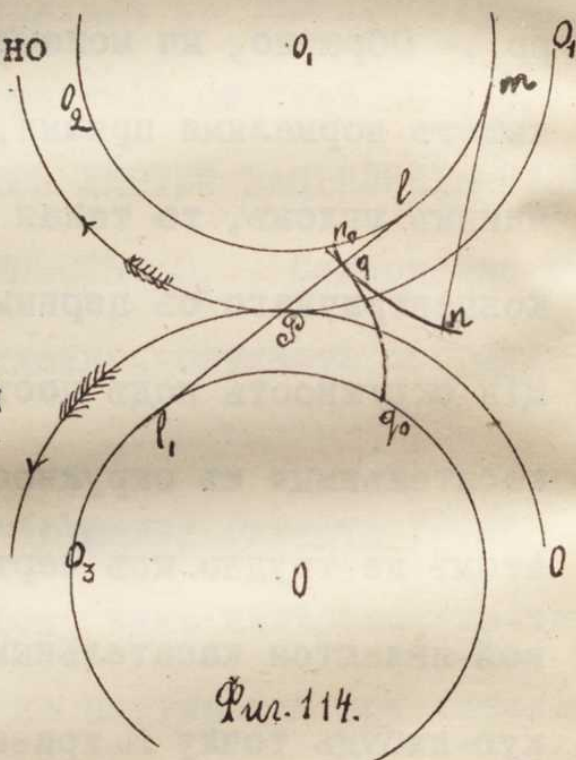
нормали къ нему будутъ пересѣкать соотвѣтственную полоиду

также подъ постояннымъ угломъ, равнымъ конечно первому, дру-

гими словами, это |сопряжен. профиль| будетъ эвольвента окрy



Фиг. 113.



Фиг. 114.

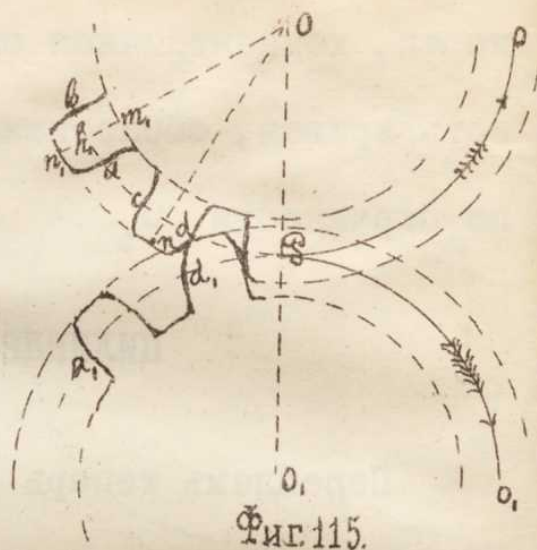
ности, концентричной съ полоидой O и касающейся $P\ell$, то-
есть кривая, образованная точкой q при каченіи касательной $P\ell$,
по окружности O_3 .

ЦИЛИНДРИЧЕСКІЯ ЗУБЧАТЫЯ КОЛЕСА.

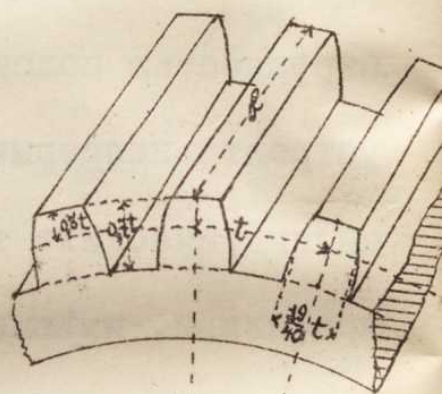
Перейдемъ теперь къ дѣйствительному выполненію передачи.
Въ дѣйствительности профили цилиндрическихъ тѣлъ, при помощи
которыхъ мы устраиваемъ передачу, имѣютъ конечно опредѣлен-
ную длину въ радіальномъ направленіи, находясь частью между
окружностью полоиды и центромъ, частью - внѣ полоиды. Чтобы
устроить непрерывную передачу, придется взять рядъ такихъ
цилиндрическихъ тѣлъ съ образующими параллельными осямъ и съ
профилями, имѣющими найденныя выше соотношенія. Тогда мы по-
лучимъ рядъ зубцовъ, принадлежащихъ той и другой системѣ [фиг.
II5 и II6]. Если мы мысленно проведемъ полоиду, принадлежащую
системѣ O [въ дѣйствительности конечно не выполняемую], то,
какъ сказано, она раздѣлитъ каждый зубецъ въ радіальномъ на-
правленіи на двѣ части: n, h_1 и h, m , [фиг. II5] первая [лежа-
щая внѣ полоиды] называется ГОЛОВКОЙ зуба, вторая - ОСНОВА-

НІЕМЪ или НОЖКОЙ зубца. Принято также окружность радіуса O_n , гдѣ n - крайняя внѣшняя точка рабочаго профиля, называть ОКРУЖНОСТЬЮ ВЕРШИНЪ, точно также окружность, проведенную черезъ крайнія внутреннія точки - Окружностью ОСНОВАНІЙ. Длина дуги ab измѣряетъ толщину зубца. Вчертаніи зубца бывають обыкновенно симметричны по отношенію къ радіусу, проходящему черезъ средину ab , хотя собственно говоря, если движеніе совершается всегда въ одну сторону, только рабочій профиль наприимѣръ, mt , rs долженъ быть построенъ по правиламъ изложеннымъ выше, стороны же не рабочія могутъ быть ограничены какими-либо кривыми. Размѣръ $|oc|$ считая по полюсу O as называется ШИРИНОЮ ВПАДИНЫ. Разстояніе между рабочими профилями

Прикладная механика.



Фиг. 115.



Фиг. 116.

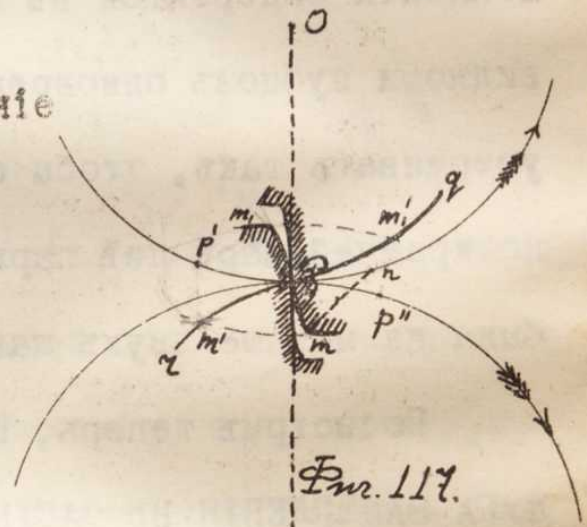
пары смежных зубцовъ, считая по полоидѣ, называется **ШАГОМЪ ЗАЦѢПЛЕНІЯ**; на примѣръ, дуга α, d_1 есть шагъ зацѣплениа. Шагъ зацѣплениа долженъ быть у обоихъ колесъ одинаковъ, иначе мы не получимъ непрерывной передачи съ желаемымъ отношеніемъ скоростей; Какъ не трудно видѣть, d и d_1 , а и d_2 и т.д. должны быть соотвѣтственными точками обѣихъ полоидъ, а потому:
 $ad = a_1 d_1$ и т.д. Назовемъ черезъ z и z_1 соотвѣтственно числу зубцовъ той и другой системы; радіусы полоидъ - R и R_1 . Тогда, какъ мы знаемъ, $R : R_1 = \omega_1 : \omega$, или $R\omega = R_1\omega_1$; если шагъ зацѣплениа равенъ t , то $2\pi R = z \cdot t$ и $2\pi R_1 = z_1 t$ и, следовательно; $R : R_1 = z : z_1 = \omega_1 : \omega$, а называя числа оборотовъ въ минуту того и другого колеса черезъ n и n_1 , имѣемъ также |помя, что $\omega = \frac{2\pi n}{60}, \omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60}$ |: $R : R_1 = z : z_1 = \omega_1 : \omega = n_1 : n$, т.е. обратную пропорціональность чиселъ зубцовъ числамъ оборотовъ. Размѣры зубцовъ выражаются обыкновенно нѣкоторыми долями шага зацѣплениа; такъ берутъ всю высоту зуба |см. ф. II в| равную $0,7t$, высоту головки |н. h_1 | $= 0,3t$, - ножки $0,4t$, толщина зуба берется въ передачахъ металлическихъ $= \frac{19}{40}t$, такъ что ширина впадины будетъ $= \frac{21}{40}t$; длина в зубахъ, т.е.

размѣры въ направленіи осевомъ берутся разные въ зависимости отъ условій, подробно указываемыхъ въ курсахъ деталей машинъ | часто = $2t$ |, точно также какъ и условія передачи съ зубьями деревянными на одномъ колесѣ и чугунными на другомъ. Дугу, на которую прокатятся другъ по другу полуиди, пока одна пара зубцовъ находится въ соприкосновеніи, принято называть ДУГОЮ ЗАЦѢПЛЕНІЯ. Очевидно, что ДУГА ЗАЦѢПЛЕНІЯ ДОЛЖНА БЫТЬ БОЛЬШЕ ШАГА ЗАЦѢПЛЕНІЯ, иначе произошло-бы, что одна пара уже вышла изъ зацѣплениа, а другая еще не вошла и передача не была бы непрерывной. Для плавной передачи и для меньшаго изнашивания зубцовъ выгодно, чтобы по возможности большее число зубцовъ находилось одновременно въ зацѣплениі - требованіе однако часто невыполнимое. Легко найти, зная профили зубцовъ и шагъ зацѣплениа, СКОЛЬКО ПАРЪ ЗУБЦОВЪ БУДУТЪ НАХОДИТЬСЯ ОДНОВРЕМЕННО ВЪ СОПРИКОСНОВЕНІИ. Дѣйствительно, найдемъ сначала гдѣ началось соприкосновеніе пары зубцовъ, т.е. гдѣ крайняя точка M профиля на ведомомъ колесѣ |фиг. II7| вступила въ соприкосновеніе съ соотвѣтствующей ей точкой на ведущемъ колесѣ: если начерчена была линія зацѣплениа |напр. по методу

Решая $\frac{1}{r} \frac{dr}{dt}$, то проведя изъ точки O окружность радиуса Om [окружность вершинъ], найдемъ въ пересѣченіи ея съ линіей зацѣпленія точку m , — положеніе точки m въ моментъ начала соприкосновенія и далѣе — точку p' профиля, приходящуюся на полоидъ [нижнюю точку головки зуба],

помня, что профиль неизмѣнно связанъ съ полоидой [напр: разстояние r_m — неизмѣнно]; тогда дуга

$p'R$ будетъ часть дуги зацѣпленія за время прикосновенія паръ зубцовъ передъ линіей центровъ OO_1 . Можемъ найти вели-



чину этой дуги также въ точкѣ m профиля, ^{проведе} нормаль къ нему до пересѣченія съ соотвѣтствующей полоидой въ точкѣ n : точка n очевидно придется на линіи центровъ въ моментъ начала соприкосновенія и дуга pn будетъ $= \overset{\circ}{r} \overset{\circ}{\theta} =$ части дуги зацѣпленія за время прикосновенія передъ линіей центровъ — Подобнымъ же образомъ найдемъ и конецъ зацѣпленія, проведя черезъ O_1 окружность вершинъ для другого колеса O_1 до пересѣченія съ

линей зацѣпленія въ точкѣ m' , а также и часть дуги зацѣпленія Pp'' за время соприкосновенія за линей центровъ. Можно отложить на полюидѣ O дугу Pp'' и получить такимъ образомъ длину дуги зацѣпленія, равную суммѣ дугъ Pp' и $\cup Pp''$, и одной полюидѣ. Теперь мы можемъ узнать, сколько разъ шагъ зацѣпленія содержится въ дугѣ зацѣпленія — столько будетъ очевидно и зубцовъ одновременно въ соприкосновеніи. Старайтесь устроить такъ, чтобы одновременно въ соприкосновеніи было по крайней мѣрѣ двѣ пары зубцовъ, т.е. чтобы дуга зацѣпленія была не меньше двухъ шаговъ зацѣпленія.

Посмотримъ теперь, КАКОЕ СООТНОШЕНІЕ БУДУТЪ ИМѢТЬ ЛИНІЯ ДУГА ЗАЦѢПЛЕНІЯ ВЪ ЧАСТНОМЪ СЛУЧАѢ ЦИКЛИЧЕСКИХЪ ПРОФИЛЕЙ, зная, что линей зацѣпленія будетъ въ этомъ случаѣ дуга вспомогательной окружности. Вспомогательная окружность O_2 [фиг. 118] можетъ намъ служить очевидно только для образованія головки зуба колеса O_1 [эпициклоида] и ножки зуба колеса O [гипоциклоида], чтобы получить головку на первомъ колесѣ и основаніе на второмъ, беремъ еще вспомогательную окружность. Точка ея при каченіи по O опишетъ эпициклоиду, которую мы

возьмемъ за профиль головки зуба колеса O , а при качении по O_1 - гипоциклоиду, служащую по

теоремѣ Камуса профилемъ сопряженнымъ эпициклоидѣ; по этой

гипоциклоидѣ и очерчиваемъ осно-

ваніе зуба у колеса O_1 . Колесо

O , какъ видно изъ чертежа, ве-

дущее; поэтому соприкосновеніе

пары зубцовъ начинается въ тотъ моментъ, когда профиль ведо-

маго колеса, находясь еще передъ линіей центровъ, вступаетъ

своей крайней точкой m_1 на линію заѣмленія, т.е. на окруж-

ность O_2 . Проведя поэтому изъ O_1 окружность вершинъ [ра-

діуса $= O_1 m_1$] до пересѣченія съ O_2 передъ линіей центровъ въ

m'_1 , находимъ начало соприкосновенія. Такъ какъ профиль $m_1 P$

есть эпициклоида, образованная качениемъ O_2 по O_1 , то поло-

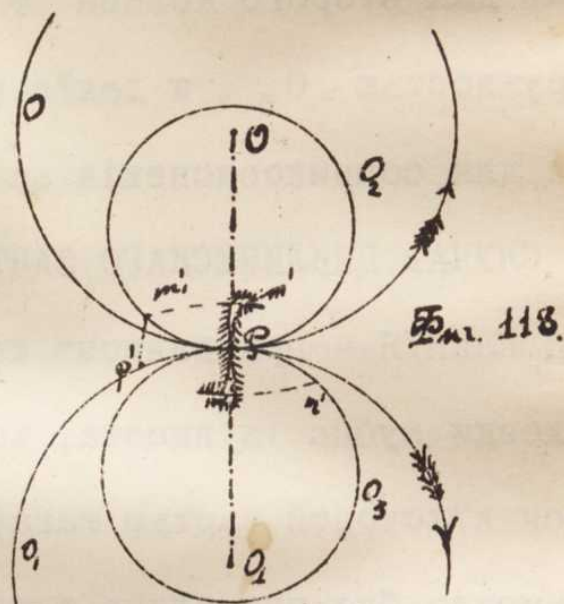
женіе точки P профиля въ моментъ начала соприкосновенія

найдемъ отложивъ по полюидѣ дугу $Pp' = \overset{\frown}{Pm'_1}$. Дуга Pp' есть

часть дуги заѣмленія до линіи центровъ и, какъ видимъ, разна

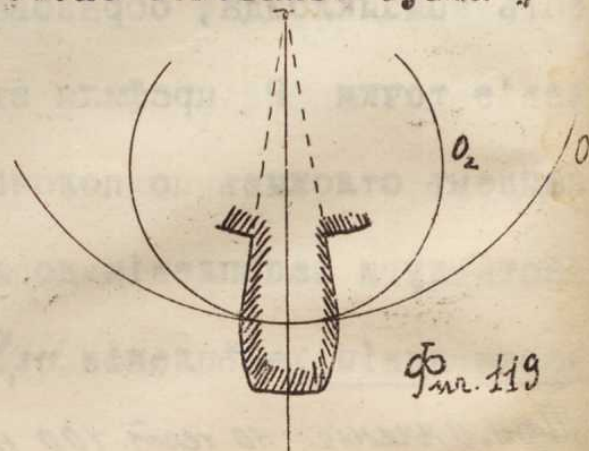
части линіи заѣмленія $m_1 P$. Точно также найдемъ конецъ заѣ-

Примѣчаніе: на черт. 100 напѣски должны быть одинаковы.



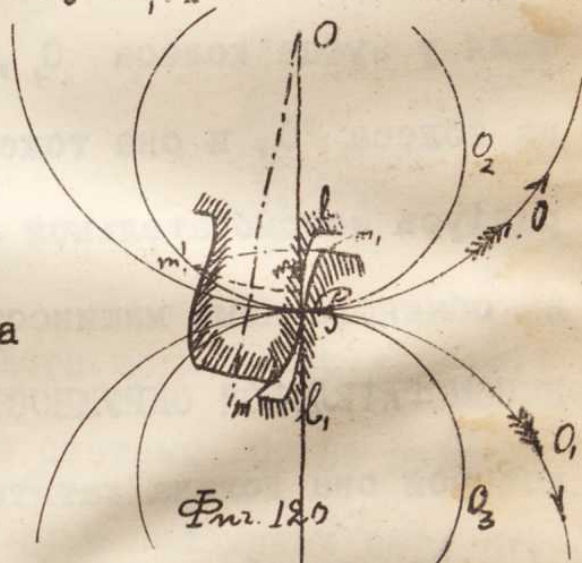
плени въ точкѣ m' окружности O_3 , проведя окружность вер-
шинъ для второго колеса O [радіуса $O m$] до пересѣченія съ
окружностью O_3 , и даѣе найдемъ, что и часть дуги зацѣпле-
нія для соприкосновенія за линіей центровъ равна $\mathcal{P} m'$, т. е.
въ случаѣ циклическаго зацѣпленія, дуга зацѣпленія равна линіи
зацѣпленія. — При данномъ шагѣ зацѣпленія и при данной высотѣ
головки зуба [а высота, какъ извѣстно, обыкновенно выража-
ется нѣкоторой частью шага] для плавности зацѣпленія выгодна
возможно большая длина линіи $m' \mathcal{P} m'$, такъ какъ она равна
длинѣ дуги зацѣпленія; а длина этой линіи будетъ тѣмъ больше,
тѣмъ больше радіусы вспомогательныхъ окружностей O_2 и O_3 ,
какъ это видно непосредственно изъ чертежа.

Однако здѣсь является другое неудобство: мы знаемъ, что
если діаметръ вспомогательной окружности равенъ радіусу поло-
иды, то гипоциклоида, по которой очерчено основаніе зуба у
колеса O [фиг. 119] обращается въ
этомъ случаѣ въ радіусъ окружности
 O при очертаніяхъ зуба симметрич-
ныхъ по отношенію къ радіусу, про-



фиг. 119

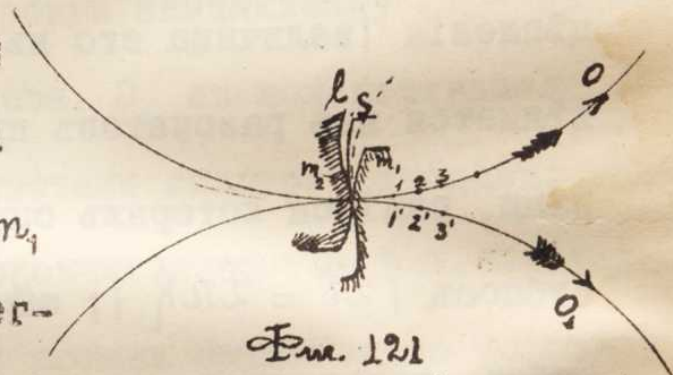
ходящему через середину толщины зуба; мы получимъ въ такомъ случаѣ утоненіе зуба къ основанію, что конечно вредно отъ-
важется на прочности зуба. Еще большее утоненіе получимъ мы,
если возьмемъ діаметръ вспомогательной окружности больше ра-
діуса начальной, какъ это можно непосредственно видѣть, вы-
черчивая для этого случая гипоциклоиду. Кромѣ того, здѣсь
только малая часть ножки зуба дѣйствительно работает. Что-
бы отнестись вообще, КАКАЯ ЧАСТЬ НОЖКИ | ИЛИ ГОЛОВКИ | ЗУБЦА
РАБОТАЕТЪ СЪ СООТВѢСТВУЮЩЕЙ ГОЛОВКОЙ | ИЛИ ОСНОВАНІЕМЪ | ДРУ-
ГОГО ЗУБЦА, находимъ какъ раньше точку m' | фиг. 120 | гдѣ за-
ключенія, гдѣ начинается закру-
ченіе; профили у насъ начерчены въ
соприкосновеніи на линіи центровъ
въ точкѣ Р; та точка профиля зуба
колееса О, которая соприкасалась
съ крайней точкой m , сопряженного
профиля | въ началѣ | закрученія | занимаетъ теперь очевидно поло-
женіе m_2 , гдѣ m_2 - точка пересѣченія окружности радіуса Om' съ
профилемъ mPl въ его настоящемъ положеніи. Часть Pm_2



профиля и есть та часть, которая работала со всей головкой $\mathcal{P}m_1$ сопряженного зубца за время отъ начала соприкосновенія до соприкосновенія на линіи центровъ. Эта часть, какъ видимъ, тѣмъ меньше, чѣмъ больше радіусъ окружности O_2 . На ней сосредоточивается давленіе за время работы передъ линіей центровъ. Поэтому естественно ожидать при небольшой длинѣ $\mathcal{P}m_2$ быстрого изнашиванія |истиранія| зубца въ этой части для тѣхъ передачъ, гдѣ имѣемъ дѣло съ болѣе или менѣе значительными давленіями, какъ это и бываетъ въ большей части случаевъ машиностроенія. Точно также нашли-бы ту часть профиля у зубца колеса O_1 , которая работаетъ съ головкой зубца колеса O , и она тоже была-бы тѣмъ меньше, чѣмъ больше радіусъ вспомогательной окружности O_3 . Отсюда понятно, что въ обыкновенномъ машиностроеніи ИЗБѢГАЮТЪ БРАТЬ ДИАМЕТРЪ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТИ БОЛЬШЕ РАДІУСА НАЧАЛЬНОЙ, внутри которой она должна катиться для образованія профиля основанія. Въ случаѣ, если при избранномъ шагѣ зацепленія |выборъ его зависитъ обыкновенно отъ условій прочности передачи| выходитъ слишкомъ короткая дуга зацепленія, такъ что только

пара зубцовъ находится одновременно въ соприкосновеніи, лучше увеличить радіусъ полоидъ, если обстоятельства позволяютъ увеличить разстояніе между осями передачи. Въ тѣхъ случаяхъ, когда дорожатъ мѣстомъ, какъ, напримѣръ, во многихъ грузоподъемныхъ машинахъ, или когда усилія, передаваемые колесами, незначительны, берутъ діаметры вспомогательныхъ окружностей и больше радіусовъ начальныхъ. Тогда можемъ основаніе зубца нѣсколько усилить, замѣтивъ, что часть

m_2 (фиг. 121) профиля совершенно не работаетъ, а потому можетъ быть очерчена по любой кривой, лишь-бы она не мѣшала свободному движенію вершины m_1 сопряженнаго зубца. Но мы всегда



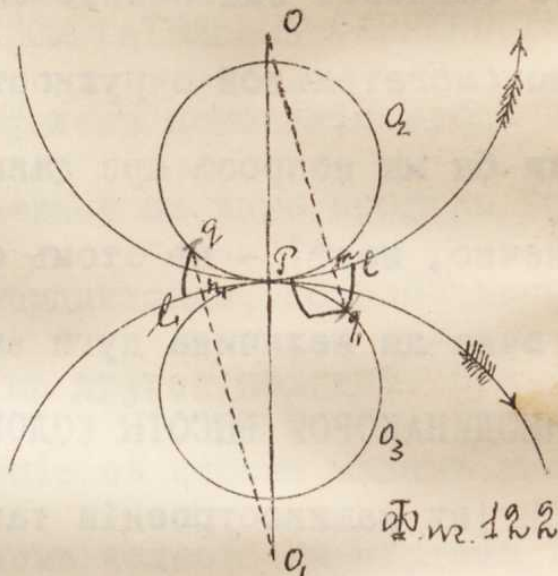
можемъ найти геометрическое мѣсто вершинъ m_1 (фиг. 121) въ движеніи системы O_1 относительно системы O . Въ данномъ случаѣ, напримѣръ, отложимъ по обоимъ полоидамъ дуги $pI = pI'$, $I2 = I'2'$ и т.д., затѣмъ изъ точекъ $I, 2, 3 \dots$ радіусами m_1I' , m_12' , m_13' и т.д. описываемъ малыя дуги, огибающая ихъ и будетъ траекторіей точки m_1 въ относительномъ движеніи; она

должна конечно пройти черезъ точку m_2 профиля $P-l$. Отъ точки m_2 начиная, мы можемъ, следовательно, вѣсто m_2 взять любую кривую за очертаніе основанія, лишь-бы она была вѣ траекторіи $m_2 m_1$ | напр. $m_2 \delta$ | и тѣмъ самымъ дать болѣе прочность основанію зубца. —

Нужно также замѣтить, что если возьмемъ какой-либо вспомогательный кругъ слишкомъ малаго радіуса, то иногда и не въ состояніи будемъ выполнить данную передачу. Дѣйствительно, пусть намъ требуется устроить передачу съ даннымъ шагом зацепленія | величина его въ обыкновенномъ машиностроеніи опредѣляется изъ расчетовъ прочности зубцовъ | и данными полондами, радіусы которыхъ опредѣляются изъ величины шага и числа зубцовъ | $zt = 2\pi R$ |; обыкновенно знаемъ и высоту головки зубца, находящуюся въ опредѣленномъ соотношеніи съ величиною шага | $0,3t$ |, или же задаемся величиною дуги зацепленія — всегда не меньшей длины шага зацепленія; въ этомъ послѣднемъ случаѣ при выбранныхъ вспомогательныхъ мы можемъ опредѣлить высоту головки зубца: откладываемъ на вспомогательныхъ окружностяхъ | фиг. 122 | двѣ такіа дуги: Pq и Pq_1 ,

чтобы ось въ суммѣ дала дугу зацѣпленія и чтобы точка q отъ полюсовъ O_1 , а точка q_1 отъ полюсовъ O находились на одинаковомъ разстояніи, если считать

по соответствующим радиусам
 $|q_1 = q_n|$; построим теперь
 дугу эллипса q_1 и качели
 емь O_3 по O найдем очевидно



положеніе рабочаго профиля зубца ведущаго колеса O въ моментъ конца зацѣпленія; а построивъ эпициклоиду q/l_1 - положеніе профиля зубца ведомаго колеса O_1 въ моментъ начала зацѣпленія. $q n_1$ и $q_1 n$ будутъ высотами головокъ зубцовъ; зацѣпленіе начнется въ точкѣ q и окончится въ точкѣ q_1 . Очевидно, что дуга $n l$ равно какъ и $l_1 n_1$ должна быть меньше половины толщины зубца, такъ какъ зубецъ обыкновенно бываетъ симметриченъ относительно радіуса, проведеннаго черезъ середину толщины его, а головка не оканчивается остріемъ, и если-бы было $n l$ больше половины толщины, что, какъ видно изъ чер-

тежа, может случиться при малом радиусе окружности O_3 , - то заданное зацепление было-бы невозможно выполнить с такой вспомогательной окружностью. - Точно также, разумеется, решали-бы мы вопрос при данной высоте головки [и данном, конечно, шагѣ] - в этомъ случаѣ пришлось-бы повѣрить, достаточно-ли величина дуги зацепленія. - Могутъ быть СЛУЧАИ и НЕОДИНАКОВОЙ ВЫСОТЫ ГОЛОВОКЪ ЗУБЦОВЪ НА ТОМЪ И ДРУГОМЪ КОЛЕСѢ [въ машиностроеніи такіе случаи рѣдки]; тогда намъ или даны сами высоты, или части дуги зацепленія до и послѣ линіи центровъ [каждая отдѣльно], и рѣшеніе сводится къ прежнему. Точно также можетъ быть ОТСУТСТВІЕ ГОЛОВКИ НА ОДНОМЪ КОЛЕСѢ [и головки на другомъ] - слѣдовательно, ПРОФИЛИРОВАНИЕ ПРИ ОДНОМЪ ВСПОМОГАТЕЛЬНОМЪ КРУГѢ, или несимметричное строеніе зубца, и не трудно въ каждомъ такомъ случаѣ рѣшить вопросъ о возможности зацепленія. - Необходимость брать вспомогательныя окружности съ діаметрами больше радиусовъ полоидъ является, какъ видимъ, неизбѣжной для выполненія возможности зацепленія, когда мѣстомъ дорожатъ и радиусы полоидъ, и радиусы полоидъ увеличить нельзя. - Въ нѣкоторыхъ грузоподъемникахъ

машинахъ встрѣчается даже ПРЕДѢЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ ЦИКЛИЧЕСКАГО ЗАЦѢПЛЕНІЯ, именно тогда, когда ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЯ ОКРУЖНОСТИ СОВПАДАЮТЪ СЪ ПОЛОИДАМИ; тогда профилемъ основанія зуба является точка самой полоиды, сопряженный съ нимъ профиль головки зуба другого колеса будетъ эпициклоида, образованная этой точкой при каченіи полоиды по другой полоидѣ. При этомъ способъ возможно бываетъ зацѣпленіе съ весьма малымъ числомъ зубцовъ, напримѣръ, - 4 на меньшемъ колесѣ. На чертѣхъ [фиг. 123] представлено схематиче-

ски такое зацѣпленіе: здѣсь

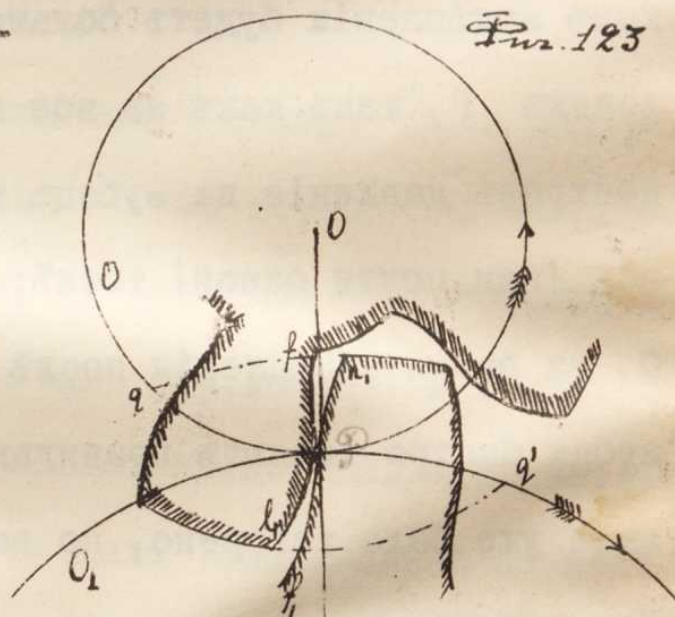
$\mathcal{P}_n$ есть эпициклоида, образованная точкой окружности

O при каченіи ея по O_1 ;

а $\mathcal{P}_l$ - эпициклоида, описанная точкой полоиды O_1 при

каченіи ея по O : это будутъ профили обѣихъ головокъ у сопряженныхъ зубцовъ; основанія же обращаются здѣсь въ точки полоиды. Проведя окружности вершинъ для того и другого колеса,

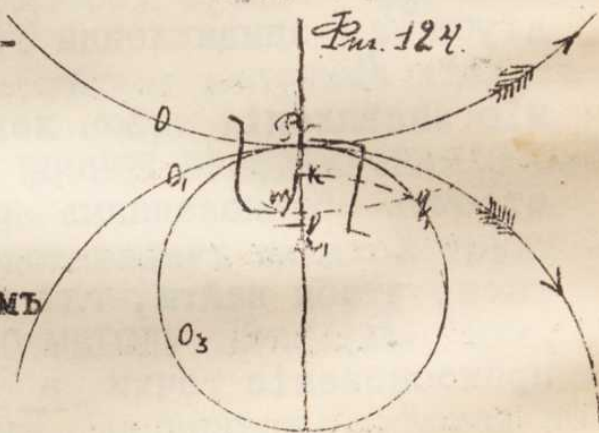
найдемъ линію зацѣпленія $q\mathcal{P}q_1$: на части $q\mathcal{P}$ точка P зуба



l_f , лежащая на полюидѣ O_1 , работаетъ съ эпициклоидой $n_1 P$;
дальше, на части Pq_1 , работаетъ головка Pv зуба lf съ
точкой P зуба $n_1 f_1$. Основанія зубцовъ, какъ профили не
работающіе, могутъ быть ограничены произвольными кривыми,
лишь-бы не было защемленія зубцовъ, для чего находимъ пред-
варительно траекторіи вершинъ l и n_1 въ относительномъ дви-
женіи какъ O по O_1 , такъ и O_1 по O и выбираемъ кривыя
однако лежащія къ этимъ траекторіямъ. Какъ видимъ, въ та-
комъ зацѣпленіи будетъ большое изнашиваніе зубцовъ около
точекъ P , такъ какъ за все время зацѣпленія передъ линіей
центровъ давленіе на зубецъ колеса O сосредоточено въ од-
ной |или почти одной| точкѣ; точно также и для зуба колеса
 O_1 за время зацѣпленія послѣ линіи центровъ. Благодаря этому
зубцы быстро теряютъ правильную форму, и такіа зацѣпленія,
какъ уже было говорено, по возможности избѣгаются и употре-
бляется только въ исключительныхъ случаяхъ. — Мало употреби-
тельно въ обыкновенномъ машиностроеніи и профилированіе съ
однимъ вспомогательнымъ кругомъ и прямолинейнымъ профилемъ
на одномъ колесѣ. Въ этомъ случаѣ вспомогательная окружность

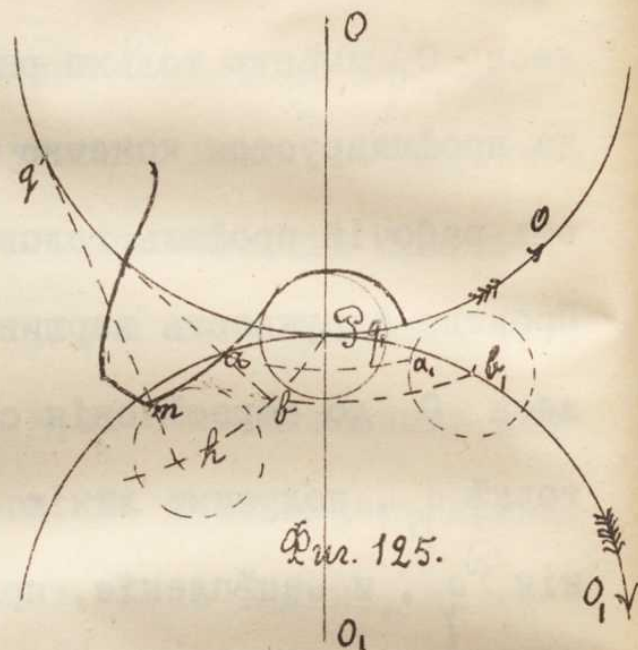
O_3 |фиг. 124| имѣть діаметръ равный радіусу полоиди O_1 . Колесо O_1 имѣть только рабочее основаніе зубца, которое тогда профилируется конечно по радіусу PO_1 , колесо-же O имѣетъ рабочій профиль головки, который будетъ эпициклоидой P_m .

Проведя окружность вершинъ для колеса O до пересѣченія съ O_3 въ точкѣ q_1 , получимъ линію зацѣпленія Pq_1 , и зацѣпленіе, при вращеніи колесъ O , будетъ все происходить

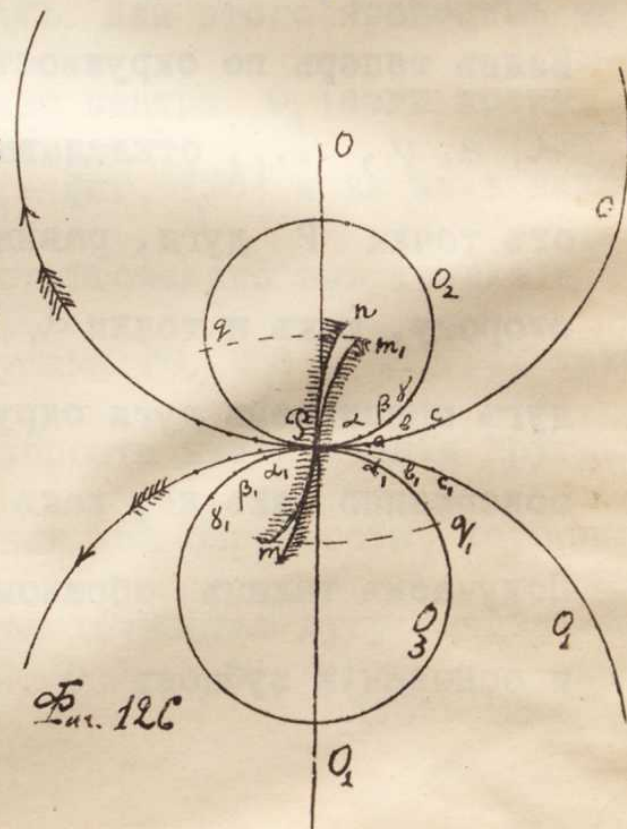


за линіей центровъ. Проведя окружность центра O_1 и радіуса O_1q_1 до пересѣченія съ профилемъ Pk въ точкѣ k , найдемъ дѣйствительно работающую часть Pk профиля Pq_1 ; осталая часть kq_1 работать не будетъ. — Рѣдко употребляется теперь и такъ называемое ЦВВОЧНОЕ ЗАЦѢПЛЕНІЕ, представляющее частный случай циклическаго. Здѣсь за профиль |обыкновенно на ведомомъ колесѣ| берутъ окружность нѣкотораго радіуса Pq_1 , такъ что зубцы на этомъ колесѣ будутъ представлять собой круглые цилиндры |фиг. 125|, называемые ЦВВКАМИ. Профиль на ведущемъ колесѣ O найдется, какъ огибающая окружности Pq_1 при каче-

ніи полоиди O_1 по O . При
 этомъ каченіи точка P опишетъ
 эпициклоиду и огибающей будетъ
 равноотстоящая на величину ра-
 діуса R_q эпициклоиды R_h . Ли-
 ній зацѣпленія здѣсь легко по-
 строить обыкновеннымъ пріемомъ;
 такъ, чтобы найти, гдѣ будетъ
 прикосновеніе точки a зубца съ цѣвкой, проводимъ въ точкѣ
a нормаль къ профилю зубца до пересѣченія съ эпициклоидой
 R_h въ точкѣ b, или, иначе говоря, отскиваемъ на R_h такое
 положеніе центра круга R_q , въ которомъ послѣдній касается
 профиля въ точкѣ a, и находимъ дѣйствительное положеніе
 цѣвки въ моментъ соприкосновенія ея съ точкой a профиля,
 проведя изъ центра O полоиди окружность радіуса Oa до
 пересѣченія съ полоидой O_1 въ точкѣ b; дѣйствительное по-
 ложеніе точки a въ этотъ моментъ найдемъ, описавъ изъ O
 окружность радіуса Oa до пересѣченія съ окружностью цѣвки
 въ точкѣ a, которая и будетъ такимъ образомъ одной изъ



точекъ линіи зацѣпленія. Дугу зацѣпленія можемъ найти, если проведемъ изъ крайней точки m профиля зуба нормаль къ профилю до пересѣченія съ полойдой въ точкѣ q , Pq и будетъ дугою зацѣпленія, которая должна быть больше шага зацѣпленія, сообразно чему и устраивать высоту зуба. — Зацѣпленіе, какъ сказано, употребляется теперь рѣдко; ведущимъ дѣлають зубчатое колесо. — Что же касается ВООБЩЕ ПРОФИЛИРОВАНІЯ ЗУБЦОВЪ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ФОРМЫ, то не представляетъ никакой трудности начертить профили точно или ПО МЕТОДУ *Poncelet*, или, какъ было указано, по точкамъ. Если, на примѣръ, имѣются полойды O и O_1 [фиг. 126]; ихъ опредѣляемъ изъ условій передачи и расчета прочности зубцовъ и выбранн вспомогательныя окружности O_2 и O_3 , то для полученія при точкѣ P профиля головки зуба у колеса O_1 [ведущаго], мы должны катить окружность O_2 по O_1 , для чего намѣчаемъ на O_2 рядъ точекъ



Фиг. 126

$\alpha, \beta, \gamma, \dots$ недалеко другъ отъ друга отстоящихъ, и рядъ точекъ на $O_1 - a, b, c, \dots$ такъ что дуги $Pa, ab, bc, \dots$ соответственно равны дугамъ $P\alpha, P\beta, P\gamma, \dots$; изъ точекъ $a, b, c, \dots$ описываемъ дуги окружностей соответственно радиусами: $P\alpha, P\beta, P\gamma, \dots$, огибающая которыхъ даетъ профиль P_m головки зубца (если точки $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ выбраны близко другъ отъ другу, то дуги сливаются въ одну непрерывную кривую). Профиль основанія зубца у колеса O найдемъ, отложивъ по полондѣ O въ ту-же сторону дуги, равныя $P\alpha, \alpha\beta, \beta\gamma, \dots$ и описывая изъ концовъ $a, b, c, \dots$ этихъ дугъ тѣми же радиусами $P\alpha, P\beta, P\gamma, \dots$ окружности; получимъ искомый профиль P_n . Взявъ теперь по окружности O_3 въ другую сторону рядъ точекъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, откладываемъ на обѣихъ полондахъ, начиная отъ точки P дуги, равныя $P\alpha, \alpha\beta, \beta\gamma, \dots$ (разумѣется въ ту-же сторону, какъ и точки $\alpha, \beta, \gamma, \dots$), и изъ концовъ этихъ дугъ описываемъ дуги окружностей радиусами $P\alpha, P\beta, P\gamma, \dots$ совершенно такъ-же, какъ мы дѣлали это для точекъ $a, b, c, \dots$. Получаемъ такимъ образомъ профили для головокъ зубцовъ O и основаній зубцовъ O_1 . - Проведемъ окружность вершинъ для ко-

леса O , а также и для колеса O_1 , найдемъ на окружностяхъ O_3 и O_2 точки q_1 и q - начало и конецъ зацепленія, при этомъ нужно всегда помнить, что на ведущемъ колесѣ точка соприкосновенія удаляется отъ центра, а на ведомомъ - приближается къ центру. Ограничивъ профиль въ высоту, въ ту и другую сторону отъ локонды, откладываемъ на локондахъ толщину зубца и строимъ ограничивающій съ другой стороны профиль зубца симметрично по отношенію къ радіусу, проходящему черезъ середину толщины зубца, а далѣе - вычерчиваемъ и другіе зубцы, зная шагъ зацепленія. Точно также, хотя и менѣе удобно, можемъ вычертить профиль по точкамъ. Для этого проводимъ черезъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ окружности изъ центра O_1 |если хотимъ найти головку профиля зубца O_1 - фиг. 126| и на нихъ находимъ точки профиля, засѣкая соотвѣтственно изъ точекъ: $a, b, c, \dots$ дуги окружностей радіусами $R_\alpha, R_\beta, \dots$, какъ это было указано раньше. Для скорости вычерчиванія другихъ зубцовъ удобно подобрать одну или двѣ окружности, которыя могли-бы замѣнить съ достаточной точностью дугу эпициклоиды

детъ съ полондой O_1 , слѣдовательно, мы прямо можемъ найти точку n эпициклоиды, отстоящую отъ полонды O_1 на $\frac{2}{3}$ высоты головки, если отложимъ на полондѣ O_1 отъ точки P дугу $P\alpha_1 = P\alpha$ и изъ точки α_1 зашлемъ дугой радиуса $P\alpha$ точку n на окружности O_2 . Теперь нужно отыскать окружность, проходящую черезъ P и касающуюся эпициклоиды въ точкѣ n ; такъ какъ $n\alpha_1$ есть нормаль къ эпициклоидѣ въ точкѣ n , то центръ такой окружности придется на прямой $n\alpha_1$; отыскиваемъ путемъ пробъ на линіи $n\alpha_1$ центръ окружности, проходящей черезъ P и n или же можемъ найти этотъ центръ, возставивъ въ срединѣ отрѣзка Pn къ нему перпендикуляръ и продолживъ его до пересѣченія съ $n\alpha_1$, но первый способъ удобнѣе. Дуга Pnt этой окружности съ достаточной точностью, какъ не трудно убѣдиться, замѣняетъ эпициклоиду. Совершенно также находимъ и для основанія зуба приближенную дугу окружности: опять ищемъ окружность, кившую съ гипоциклоидой общую точку P и касающуюся ея въ точкѣ S , лежащей отъ полонды [считая по радиусу] на разстояніи двухъ третей всей высоты основанія зуба. — Обыкновенно этотъ способъ употребля-

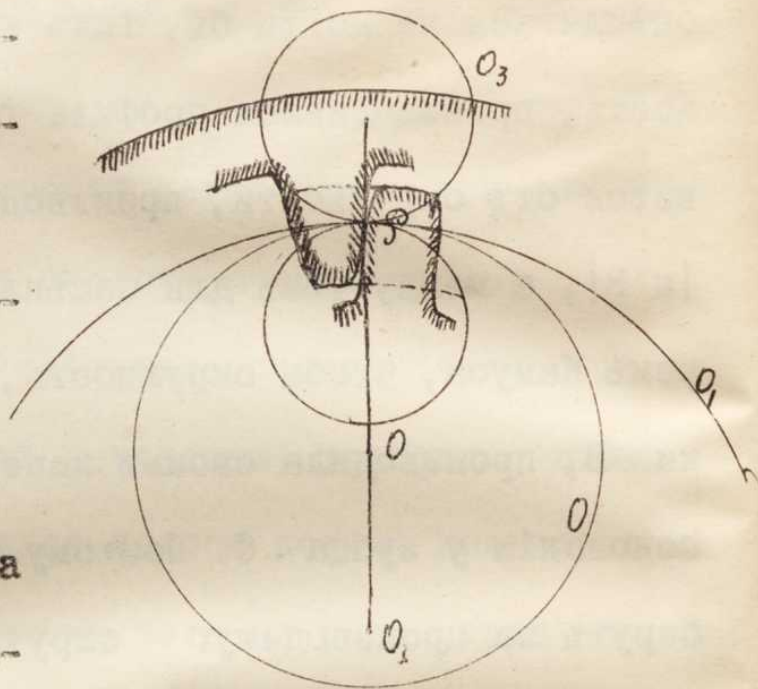
ютъ для вычерчиванія профилей вмѣсто того, чтобы вычерчивать точныя элли-и гиподиклоиды. Не трудно видѣть, что центры этихъ подходящихъ окружностей легко находятся для очертаній другихъ зубцовъ колеса благодаря симметріи.-

Мы должны замѣтить еще слѣдующее: часто |напр., въ различныхъ машинахъ по обработкѣ металловъ| требуется цѣлый рядъ колесъ, въ которомъ каждое колесо должно правильно зацѣпляться съ какимъ-либо другимъ того-же ряда, такъ что получается возможность имѣть тѣ или другія комбинаціи, а слѣдовательно, - ту или другую передачу. Не трудно видѣть, что въ такомъ случаѣ всѣ вспомогательныя окружности, при помощи которыхъ произведены профили, должны быть одинаковаго радиуса, и шагъ зацѣпленія долженъ быть одинаковъ. Если-бы вспомогательныя окружности были не одинаковы, то тогда вышло-бы, что какое-нибудь колесо А, у котораго профили произведены двумя неодинаковыми окружностями, могло-бы сцепляться съ колесомъ В, если профили послѣдняго образованы тѣми-же окружностями, также и съ колесомъ С, имѣющимъ профили того-же происхожденія; но колеса В и С между собой

ощипляться не могли-бы, такъ какъ по предположенію окружность, производившая профиль головки колеса B [и C], разнится отъ окружности, производившей профиль ножки колеса C [и B], а между тѣмъ для зацѣпленія B съ C нужно по теоремѣ Камуса, чтобы окружность, производящая профиль головки B , производила своимъ каченіемъ сопряженный профиль основанія у зубца C . Поэтому въ такихъ смѣнныхъ колесахъ берутъ за производящую — окружность нѣсколько меньшаго диаметра, чѣмъ радіусъ меньшаго колеса; при этомъ дуга зацѣпленія и въ случаѣ работы большихъ колесъ остается конечно сравнительно малой, что представляетъ невыгоду такого способа профилированія. — Колеса съ ВНУТРЕННИМЪ ЗАЦѢПЛЕНІЕМЪ и циклическими профилями профилируются по тѣмъ-же правиламъ, какъ и колеса внѣшняго зацѣпленія: выбираютъ опять двѣ вспомогательныя окружности O_2 и O_3 [фиг. 128] и образуютъ каченіемъ O_2 по O основаніе зубца колеса O , а каченіемъ O_2 по O_1 — профиль головки у колеса O_1 . Точно также окружность O_3 дастъ профиль головки у колеса O и основанія у колеса O_1 . Понятно само собой, что здѣсь точка прикосно-

венія одновременно удалит-
ся или приближается къ цен-
тру на обоихъ профиляхъ.

Какъ видно изъ способа про-
изведенія профилей, здѣсь
гипоциклоида работаетъ съ
гипоциклоидой и эпициклоида
съ эпициклоидой. Линіей за-



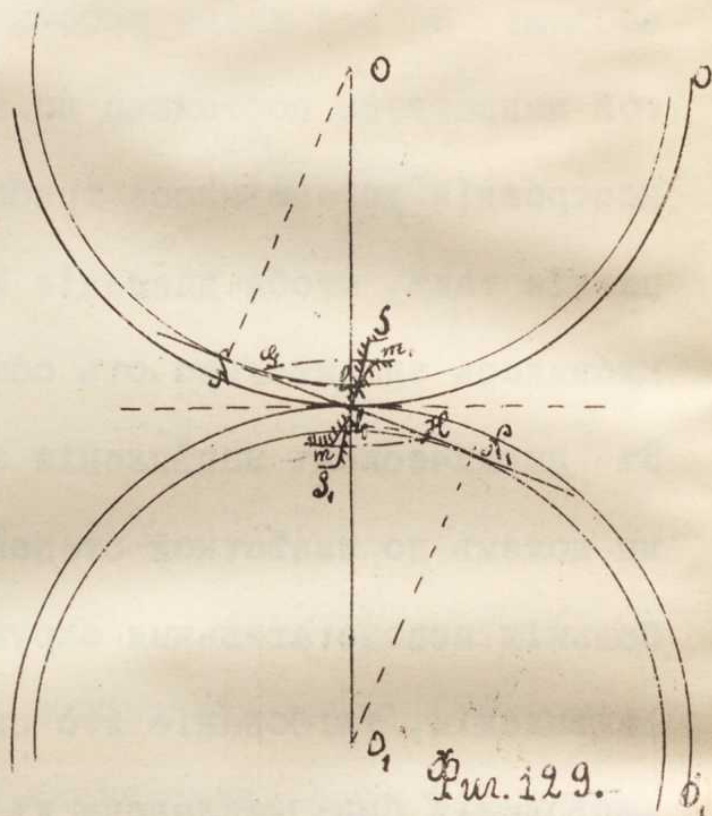
цѣвленія будутъ опять части вспомогательныхъ окружностей,
которыя мы найдемъ, проведя окружности вершинъ для того и
другого колеса; при этомъ нужно всегда помнить последова-
тельность точекъ соприкосновенія вспомогательной окружности
при каченіи по полоидамъ, а также и то, что эти точки будутъ
последовательными точками соприкосновенія самихъ полоидъ.
Дуга зацѣвленія здѣсь также равна линіи зацѣвленія и должна
быть больше шага зацѣвленія...

ОБЪ ЭВОЛЬВЕНТНОМЪ ЗАЦѢПЛЕНІИ.

Въ зацѣплении эвольвентномъ линіей зацѣвленія, какъ мы ви-
дѣли, является прямая касательной къ вспомогательнымъ окруж-

ностямъ. За все время работы давленіе одного зубца на другой направлено постоянно по этой прямой. Въ практикѣ машиностроенія установилось требованіе устраивать вообще зацепленіе такъ, чтобы давленіе зубцовъ другъ на друга не отклонялось значительно отъ общей касательной къ полоидамъ. Въ циклическомъ зацепленіи это требованіе, какъ извѣстно, мы можемъ до извѣстной степени выполнить, взявъ возможно большія вспомогательныя окружности. Здѣсь, въ эвольвентномъ зацепленіи, требованіе это сводится къ тому, чтобы прямая зацепленія была наклонена къ касательной къ полоидамъ подъ небольшимъ угломъ; обыкновенно берутъ уголъ въ 15° . При данныхъ полоидахъ этимъ угломъ опредѣляются вспомогательныя окружности, а, слѣдовательно, и профили зубцовъ: черезъ точку P прикосновенія [фиг. 129] полоидъ проводимъ прямую PN_1 подъ угломъ въ 15° къ линіи центровъ OO_1 , изъ точекъ O и O_1 опускаемъ на эту прямую перпендикуляры ON и O_1N_1 , которые и будутъ радіусами вспомогательныхъ окружностей. Точка P при каченіи касательной PN по окружности ON дастъ профиль зубца колеса O , а при каченіи PN_1

по окружности O, N_1 - сопряженный ему профиль зубца колеса O_1 . Проведем окружности вершин зубцов для того и другого колеса, найдем начало и конец зацепления в пересечениях $\mathcal{C}$ и $\mathcal{H}$ этих окружностей



с прямой NPN_1 . Далее найдем рабочие части профилей, проведем через $\mathcal{C}$ окружность радиуса $O\mathcal{C}$ до пересечения с профилем $mPLS$ в точках l и окружность радиуса $O_1\mathcal{H}$ до пересечения с профилем $m_1P_1L_1S_1$ в точках l_1 . Рабочими будут части: mPl первого профиля и $m_1P_1l_1$ - второго. Остальные части, как мы знаем, могут быть очерчены произвольными кривыми. Заметим, что радиусы ON и O_1N_1 вспомогательных окружностей относятся между собой как радиусы полюиды - из подобия треугольников ONP и $O_1N_1P_1$; но мы для радиусов полюиды γ и γ_1 имеем соотношение: $\gamma\gamma_1 = r_1^2$

гдѣ ω и ω_1 — соотвѣтствующія угловыя скорости; слѣдовательно, и для радиусовъ r и r_1 вспомогательныхъ окружностей будемъ имѣть: $r \cdot \omega = r_1 \cdot \omega_1$. — Представимъ себѣ окружности ON и O_1N_1 , неразрывно соединенными съ полоидами [фиг. 129]; вмѣсто того, чтобы катить касательную PN по окружности ON , для образованія профиля мы можемъ вращать эту окружность вмѣстѣ съ системой O и тогда точка нити, намотанной на окружности ON и наткнутой въ направленіи PN , дастъ на этой системѣ очертаніе эвольвентнаго профиля. Представимъ теперь нить продолженной и намотанной другимъ концомъ на окружности O_1N_1 ; вращаемъ систему O со скоростью ω , а систему O_1 со скоростью ω_1 , — получаемъ каченіе полоидъ другъ по другу и, далѣе, сматываніе [или наматываніе] нити съ окружности ON и наматываніе [или сматываніе] на окружность O_1N_1 , при этомъ за время t сматывается съ окружности ON длина $= \omega \cdot r \cdot t$ и, какъ видно изъ соотношенія: $\omega r = \omega_1 r_1$, — столько-же наматывается на окружность O_1N_1 . Точка этой нити, описывая на системѣ O профиль, описываетъ въ то-же время на системѣ O_1 сопряженный профиль и путь ея вдоль нити за время t , равный

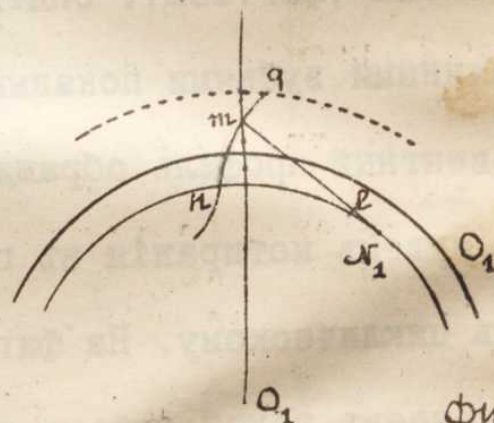
Прикладная механика. Листъ 24.

$\omega.r.t$, будетъ частью линіи зацѣпленія за время t ; но точка полоиды за то-же время описала дугу $\omega.r.t$ и, такъ какъ $p = r.\cos\alpha$, гдѣ α есть уголъ наклона NPN_1 , къ касательной къ полоидамъ, то, слѣдовательно, часть линіи зацѣпленія за время t равна части дуги зацѣпленія за то-же время умноженной на косинусъ угла линіи зацѣпленія съ касательной къ полоидамъ. То, что справедливо относительно части за время t , справедливо очевидно и для всей дуги зацѣпленія, поэтому, называя ЧЕРЕЗЪ y ДЛИНУ ЛИНІИ ЗАЦѢПЛЕНІЯ, а ЧЕРЕЗЪ s - ДЛИНУ ДУГИ ЗАЦѢПЛЕНІЯ, мы можемъ написать:

$s.\cos\alpha = y$. - ЭВОЛЬВЕНТНЫЙ ПРОФИЛЬ вообще легко вычертить точно по методу *Poncelet* или по точкамъ, но и здѣсь употребляютъ ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫЧЕРЧИВАНІЕ профиля, аналогичное вычерчиванію циклическихъ профилей. Раздѣляютъ часть высоты зуба, считая отъ вспомогательной окружности ^{до окружности} вершинъ, на 3 части, берутъ точку m |фиг. 130|, отстоящую отъ вспомогательной окружности на разстояніи двухъ такихъ частей и проводятъ касательную mN_1 къ вспомогательной окружности, дѣлятъ отрезокъ mN_1 на 4 части; тогда точку l , отстоящую отъ N_1 на

одну такую часть, берутъ за центръ круга радиуса hm и дугой mnq этого круга замѣняютъ эвольвенту. Часть профиля зубца, лежащая внутри вспомогательной окружности, можетъ быть начерчена произвольно [лишь-бы не было препятствія движенію вершины сопряженнаго зубца]. Эвольвентное зацѣпленіе имѣетъ ту особенность, что можно нѣсколько отодвинуть другъ отъ друга оси колесъ и зацѣпленіе останется правильнымъ [если длина дуги зацѣпленія остается достаточной]. Дѣйствительно, измѣненіе разстоянія между центрами полюидъ имѣло-бы слѣдствіемъ только измѣненіе наклона линіи зацѣпленія къ линіи центровъ и увеличеніе радиусовъ полюидъ;

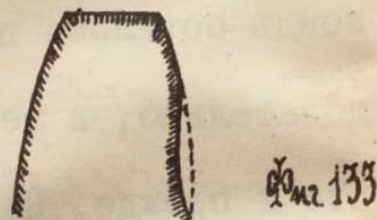
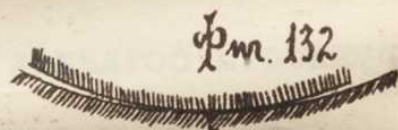
но такъ какъ вспомогательныя окружности остались тѣ-же, то отношеніе между радиусами полюидъ осталось прежнее, а, слѣдовательно, и передача та-же,



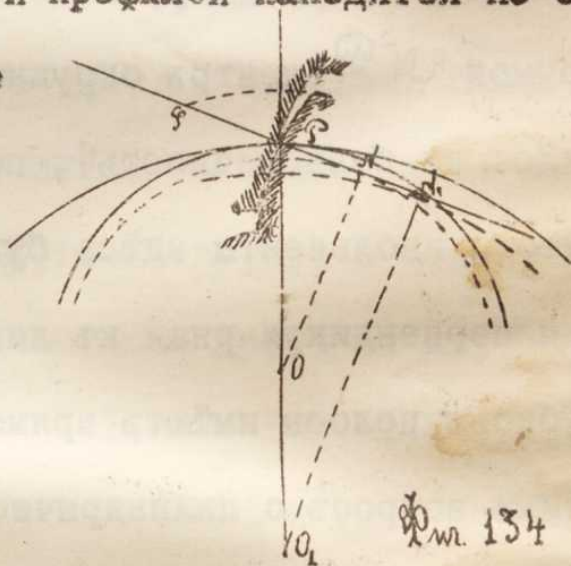
фиг. 130.

что и прежде. Подобнаго свойства циклическое зацѣпленіе не имѣетъ и въ этомъ, какъ извѣстно, заключается удобство эвольвентнаго зацѣпленія: оно не требуетъ особенно точной установ-

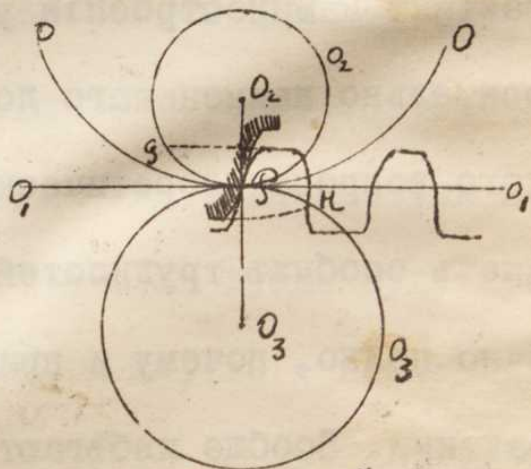
ки. Однако эвольвентное зацепление имѣетъ невыгодную сторону, выясненную изъ опытовъ Баромъ. Здѣсь выпуклая поверхность работаетъ по выпуклой и, какъ не трудно видѣть, соприкосновение въ этомъ случаѣ имѣетъ мѣсто на меньшей поверхности - вслѣдствие упругости матеріала оно никогда не происходитъ по линіи - нежели тогда, когда выпуклая поверхность работаетъ съ вогнутой; между тѣмъ какъ именно въ циклическомъ зацепленіи выпуклая поверхность работаетъ вогнутой. Поэтому изнашивание зубцовъ будетъ больше при одинаковыхъ условіяхъ въ эвольвентномъ зацепленіи [фиг. I31] и меньше въ циклическомъ [фиг. I32]. Опыты Бара надъ деревянными зубьями показываютъ, что эвольвентный профиль обращается постепенно путемъ истиранія въ профиль близкій къ циклическому. На фигурѣ I33-й представленъ такой зубецъ, у котораго работала всегда только одна правая сторона; нерабочая сторона сохранила эвольвентное очертаніе, рабочая же приняла форму циклическаго. Поэтому предпочтительно



зацепленіе циклическое, особенно тамъ, гдѣ имѣетъ мѣсто болѣе или менѣе значительная угловая или окружная скорость колесъ. — Зацепленіе эвольвентное ВНУТРЕННЕЕ не представляетъ никакихъ трудностей для вычерчиванія, здѣсь только вспомогательныя окружности будутъ конечно лежать по одну сторону касательной къ полоидамъ. Начало и конецъ зацепленія, а также соотвѣтственные величины рабочихъ частей профилей находятся по общимъ правиламъ [фиг. 134]. — Также не представляетъ затрудненій и ЗАЦѢПЛЕНІЕ ЗУБЧАТОЙ ПОЛОСЫ СЪ КОЛЕСОМЪ. Выбираемъ вспомога- тельныя окружности [фиг. 135] и строимъ циклическіе профили на общихъ основаніяхъ; у зубцовъ полосы профили будутъ простыя циклоиды, образованныя при каченіи вспомогательныхъ окружностей по прямой, въ которую обра- тилась здѣсь полоида O_1 . — Иногда

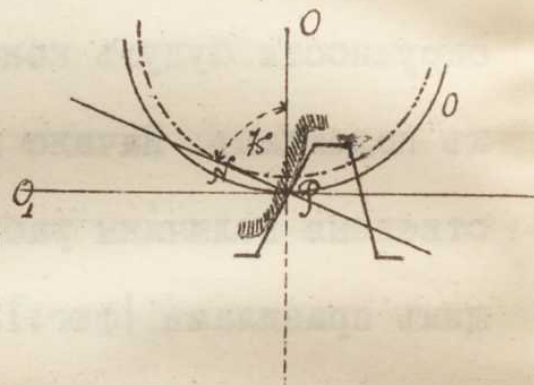


фиг. 134



фиг. 135

|теперь рѣдко| употребляютъ на полосѣ цѣвки вмѣсто зубцовъ. — Можно также построить эвольвентное зацѣпленіе: проводимъ, какъ и прежде, прямую PN |фиг. 136| подъ угломъ въ 75° къ линіи OP |линія цантровъ|; профиль зуба колеса будетъ эвольвента окружности ON ; для полосы же соотвѣтствующая вспомогательная окружность слилась съ прямой N^S |центръ окружности удаленъ въ бесконечность|, поэтому вмѣсто эвольвенты здѣсь будетъ прямая перпендикулярная къ линіи N^S ; такимъ образомъ профили зубцовъ полосы имѣютъ прямолинейное очертаніе. — Заканчивая этимъ вопросъ о цилиндрическихъ колесахъ, замѣтимъ, что въ практикѣ машиностроенія установились нѣкоторые требованія относительно наименьшаго допустимаго числа зубцовъ. Рѣшеніе этого вопроса теоретически въ отдѣльныхъ случаяхъ не представляетъ особнхъ трудностей, но не можетъ быть, конечно, достаточно полно, почему и приходится здѣсь руководиться правилами практики. Вообще избѣгаютъ малаго числа зубцовъ и передачи,



фиг. 136

упомянутыя выше, съ 4 зубцами на маломъ колесѣ, встрѣчаются только въ видѣ исключенія въ нѣкоторыхъ небольшихъ грузоподъемныхъ машинахъ; для передачъ съ малой скоростью !въ ручныхъ воротахъ, кранахъ и т.п. ! не берутъ меньше 11 зубцовъ на меньшемъ колесѣ; въ передачахъ приводныхъ, отъ паровыхъ машинъ и т.д. не берутъ меньше 24 зубцовъ. Что-же касается передаточнаго числа, т.е. отношенія чиселъ зубцовъ, то вообще нужно замѣтить, что тамъ, гдѣ рѣчь идетъ о передачѣ болѣе или менѣе значительнаго постояннаго усилія, выгодно, чтобы зубцы какъ можно скорѣе приработались другъ къ другу, а это будетъ тогда, когда одни и тѣ-же зубцы работаютъ другъ съ другомъ. Въ этомъ смыслѣ выгодны передачи: $1:1$, или $1:2$, $1:3$; всѣмъ невыгодны такія, какъ $11:17$, или $23:31$ и т.п. Но когда рѣчь идетъ о передачѣ усилія, періодически измѣняющагося, на-примѣръ : за одинъ оборотъ усиліе будетъ переходить черезъ *maximum* и *minimum*, тогда очевидно простыя передачи, какъ $1:2$, невыгодны, потому что одни зубцы будутъ испытывать постоянно наибольшія усилія, а другіе — наименьшія; для болѣе равномернаго изнашиванія зубцовъ по крайней мѣрѣ у

того колеса, которому передается усилие, выгоднѣе брать отношенія менѣе простыя, на примѣръ: 2 : 5, 3 : 7 и т.д.

ПЕРЕДАЧА МЕЖДУ ОСЯМИ ПЕРЕСѢКАЮЩИМИСЯ.

КОНИЧЕСКІЯ ФРИКЦІОННЫЯ И ЗУБЧАТЫЯ КОЛЕСА.

Допустимъ теперь, что требуется передать вращеніе отъ оси А [фиг. 137] другой оси В, пересѣкающейся съ первой.

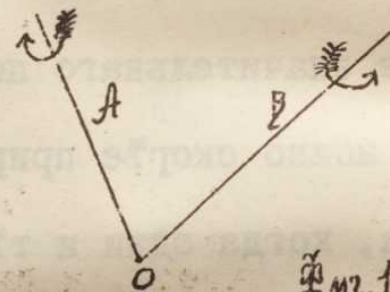
Вращеніе около А совершается со ско-

ростью ω , вращеніе около В должно

совершаться со скоростью ω_1 , отно-

шеніе $|\omega : \omega_1|$ есть нѣкоторое по-

стоянное число. Оба вращенія, скажемъ,



направлены въ противоположныя стороны. Разсмотримъ опять,

какъ и въ передачѣ между параллельными осями, движеніе си-

стемы А относительно В; для этого даемъ обѣимъ системамъ

общую скорость вращенія около В равную ω_1 , но направлен-

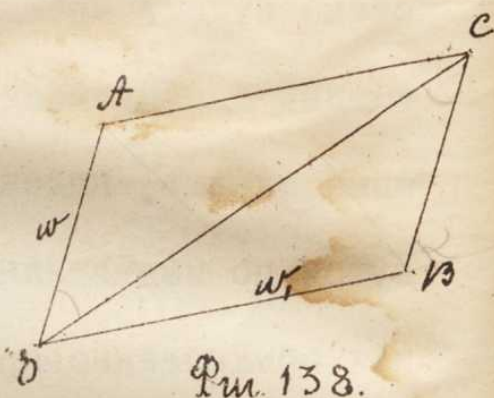
ную въ сторону противоположную дѣйствительному вращенію около

В. Тогда система А будетъ имѣть сложное движеніе: ось А

будетъ вращаться около В съ угловой скоростью ω_1 , а си-

система будетъ вращаться около оси A со скоростью ω . Въ каждый данный моментъ оба вращенія можно представить замѣненными однимъ, положеніе оси и угловая скорость котораго найдутся по извѣстнымъ правиламъ механики. Замѣтимъ, что вращенія обыкновенно представляютъ въ видѣ векторовъ, величина которыхъ даетъ въ извѣстномъ масштабѣ угловую скорость, а направление опредѣляетъ вращенія такимъ образомъ, что мы, смотря съ конца вектора на его начало, видимъ вращеніе совершающимся по часовой стрѣлкѣ. Тогда, какъ извѣстно, вращенія около пересѣкающихся осей складываются по правилу параллелограмма движенія. Система A участвуетъ въ каждый данный моментъ, какъ сказано, въ двухъ вращеніяхъ: около A и около B , направленныхъ въ одну и ту-же сторону |вращеніе системы B около ея оси было направлено по предположенію въ сторону противоположную вращенію около A |. Поэтому мы найдемъ составное вращеніе, замѣняющее въ данный моментъ эти два вращенія, если отложимъ отъ точки O |фиг. 138| два вектора OA и OB въ направленіи осей вращенія и по величинѣ представляющіе угловую скорость ω и ω' , построимъ на нихъ параллелограммъ и прове-

демъ діагональ OC этого параллело-
грамма. Она и даетъ направленіе оси
и величину угловой скорости состав-
ного вращенія. Уголъ между осями OA
и OB предполагается неизмѣннымъ,



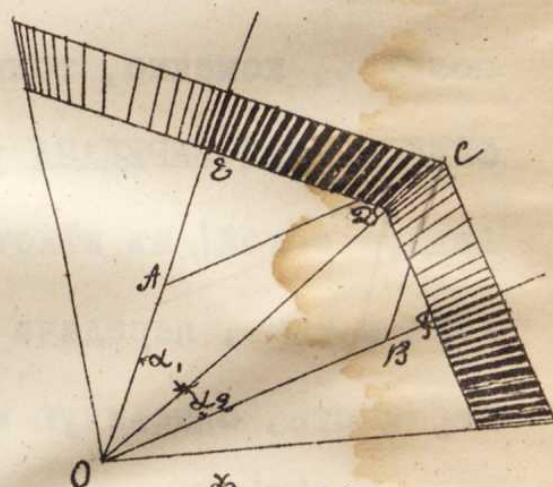
поэтому ось A въ движеніи системы A относительно B опи-
шетъ круглый конусъ; въ каждый моментъ мы можемъ построениемъ
параллелограмма опредѣлить положеніе оси OC составного вра-
щенія или оси мгновеннаго вращенія, при этомъ всегда имѣемъ
соотношеніе:

$$\frac{OB}{OA} = \frac{w_1}{w} = \frac{\sin AOC}{\sin COB} = \text{const.},$$

откуда при постоянствѣ угла AOB слѣдуетъ и постоянство угла
 COB , т.е. ось мгновеннаго вращенія будетъ лежать на кругломъ
конусѣ, описанномъ OC около OB . Точно такъ-же найдемъ, что
ось мгновеннаго вращенія въ движеніи системы B относительно
 A будетъ лежать на конусѣ, описанномъ OC около OA ; движе-
ніе A относительно B можно слѣдовательно представить ка-
ченіемъ безъ скольженія второго конуса по первому. - Передачу
мы можемъ здѣсь осуществить подобно тому, какъ это было въ

цилиндрической передачъ, т.е. при данныхъ направленіяхъ осей и данномъ отношеніи угловыхъ скоростей [или чиселъ оборотовъ] строкъ на направленіяхъ осей параллелограмма, стороны котораго пропорціональны угловымъ скоростямъ, находимъ діагональ этого параллелограмма и выполняемъ два конуса, одинъ — описанный діагональю около одной оси, — другой — около другой оси; заставляемъ эти конусы плотно прижиматься другъ къ другу и тогда, вращая одинъ съ угловой скоростью ω , получимъ вращеніе другого съ угловой скоростью ω' . Возьмемъ какую-нибудь точку D прикосновенія конусовъ [фиг. 139]; рассматривая ее, какъ принадлежащую конусу A ,

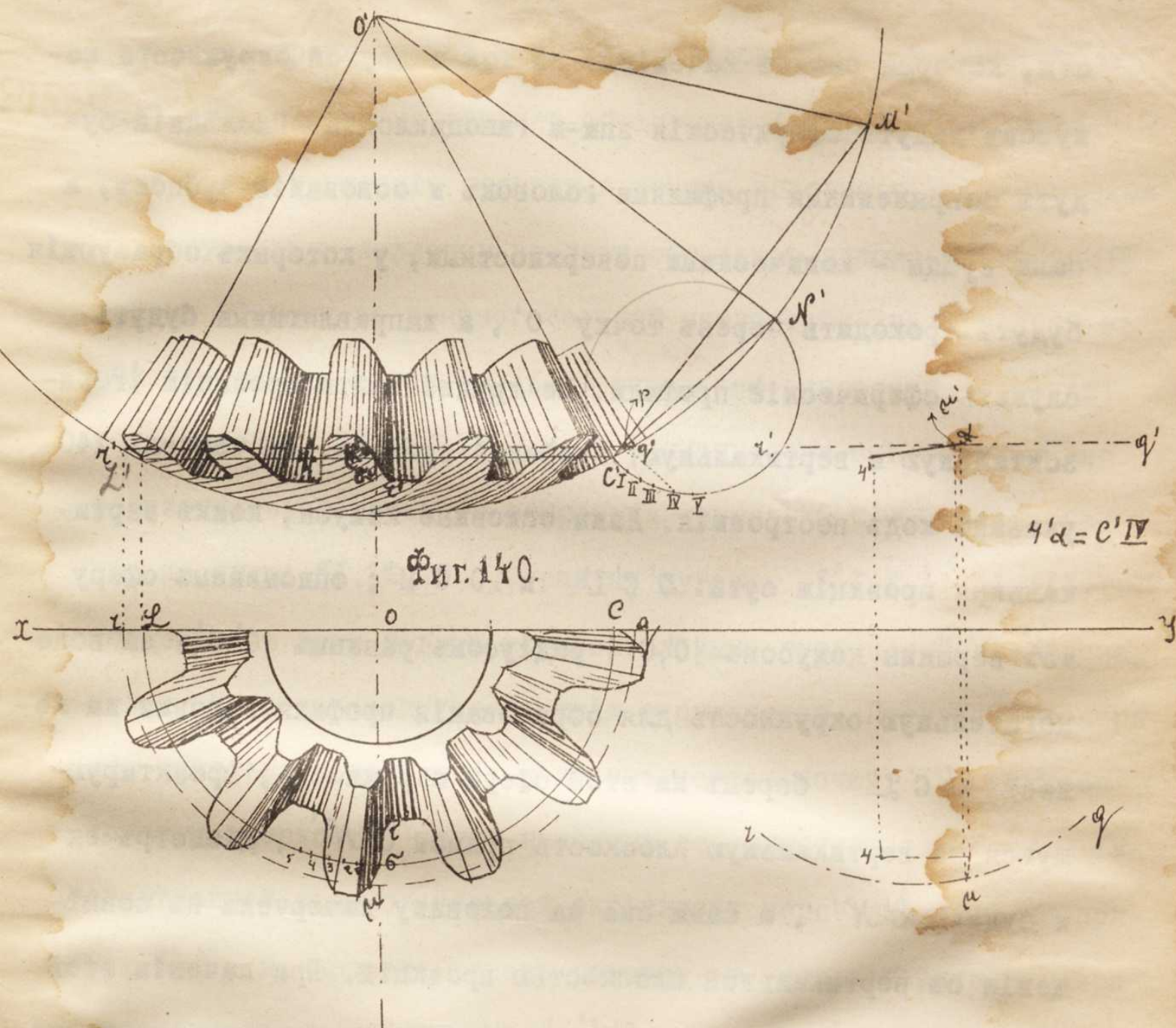
найдемъ ея линейную скорость въ видѣ $DE \cdot \omega$; при отсутствіи скольженія конусовъ другъ по другу ту-же скорость должна имѣть точка D , если рассматривать ее какъ принадлежащую



Фиг. 139.

конусу B , и, предположивъ, что этотъ второй конусъ вращается съ какою-нибудь угловой скоростью ω' , мы найдемъ: $DE \cdot \omega = DF \cdot \omega'$ а такъ какъ точка D принадлежитъ діагонали OC параллело-

грамма $OACB$, то $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial f} = \frac{AC}{CB}$; но отношение $\frac{AC}{CB}$ у насъ равно $= \frac{w'}{w}$, откуда заключаемъ, что $w' = w$, т.е. что дѣйствительно, построивъ конусы около A и около B діагональю OC и устранивъ ихъ взаимное скольженіе, получимъ требуемую передачу; при этомъ угловая скорость одной системы въ ея движеніи относительно другой, выражаясь діагональю OC , будетъ равна $\sqrt{w^2 + w'^2 + 2ww' \cos \alpha}$, [гдѣ α - уголъ между осями], какъ это слѣдуетъ изъ треугольника OBC ; или же можно написать, что она равна $(w' \cos \alpha_2 + w \cos \alpha_1)$, гдѣ α_2 и α_1 - углы діагонали со сторонами OB и OA . Для осуществленія передачи можно выполнить, конечно, только отрѣзки конусовъ, и такая **КОНИЧЕСКАЯ ФРИКЦИОННАЯ ПЕРЕДАЧА** употребляется [подобно фрикціонной цилиндрической] въ нѣкоторыхъ случаяхъ. Болѣе употребительна, какъ и тамъ, передача **ЗУБЧАТАЯ**. Представимъ себѣ шаровую поверхность, описанную изъ точки O' [фиг. 149] какимъ-либо радиусомъ $O'S$; она пересѣчетъ конусы по двумъ окружностямъ. При каченіи конусовъ другъ по другу, окружности, оставаясь на сферѣ, будутъ также катиться другъ по другу; взявъ на сферѣ профиль, связанный съ одной изъ окружностей, получимъ сопря-



жеиний съ нимъ профиль другой окружности, катя первую по вто-
рой и отскакивая на сферѣ огибающую перваго профиля. Какъ и въ
цилиндрическихъ колесахъ можно взять вспомогательныя окружно-

сти, которыя своимъ качениемъ по той и другой окружности конусовъ дадутъ сферическія эпи-и гипоциклоиды. Последнія будутъ сопряженными профилями головокъ и оснований зубцовъ, а сами зубцы - коническими поверхностями, у которыхъ образующія будутъ проходить черезъ точку O' , а направляющими будутъ служить сферическіе профили. Не трудно найти проэкціи |горизонтальную и вертикальную| профилей зубцовъ. На чертѣхъ 140 указаны ходъ построения. Даны основныя конусы, конхъ вертикальныя проэкціи суть: $O'S'L'$ и $O'S'M'$; описываемъ сферу изъ вершини конусовъ $|O', O|$ радиусомъ равнымъ $O'S'$ и за вспомогательную окружность для образованія профиля головки на колесѣ $O'S'L'$ беремъ на этой сферѣ окружность, проецирующуюся на вертикальную плоскость прямой $S'N'$, діаметръ ея и будетъ $S'N'$, а сама она на половину начерчена въ совмѣщеніи съ вертикальной плоскостью проэкціи. При каченіи этой окружности по окружности $S'L'$ основанія конуса, или, что то-же, при каченіи конуса $O'S'N'$ по конусу $O'S'L'$, точка окружности $S'N'$ образуетъ профиль головки, лежащій на сферѣ $L'S'M'$. Чтобы построить горизонтальную проэкцію этой сферической эпи-

циклоиды, предположимъ, что конусы | основной и вспомо-
гатель-
ный | прикасаются по средней образующей | $06'$, $0'6'$ |. За-
мѣтимъ, что окружность основанія конуса основного проецируется
въ натуральную величину на горизонтальную плоскость проеци-
цій; беремъ поэтому на вспомогательной окружности | начерченной въ
дѣйствительную величину въ вертикальной плоскости проеци-
цій |
рядъ точекъ I, II, III, IV, V... и откладываемъ отъ точки 6 по
горизонтальной проекціи основанія конуса $0'c'z'$ последова-
тельно дуги: $6I, I2, 23, \dots$ равныя дугамъ: $c'I, I II, II III, \dots$
концы этихъ дугъ будутъ горизонтальными проекціями последова-
тельныхъ точекъ соприкосновенія окружностей. Проведемъ теперь
для начального положенія конусовъ черезъ точку IV горизон-
тальную плоскость; легко находимъ ее, опустивъ изъ точки IV
совмѣщенной вспомогательной окружности перпендикуляръ на пря-
мую $c'N'$ и, проведя черезъ подошву p этого перпендикуляра
горизонтальную прямую $c'p'q'$, послѣдняя и будетъ слѣдомъ ис-
комой горизонтальной плоскости; вмѣстѣ съ тѣмъ она будетъ и
вертикальной проекціей окружности, по которой плоскость пере-
сѣкаетъ сферу; горизонтальную проекцію той-же окружности най-

демъ, опустивъ изъ c' и q' перпендикуляры на ось проекцій и помня, что эта окружность будетъ проектироваться въ натуральную величину на горизонтальную плоскости проекцій въ видѣ окружности $q\mu c$. Теперь, аналогично тому, какъ мы имѣли при построеніи плоскихъ эпициклоидъ, мы можемъ сказать, что въ тотъ моментъ, когда прикосновеніе окружностей будетъ въ точкѣ $[4, 4']$, точка вспомогательной окружности, прикасавшаяся съ основною въ начальный моментъ, будетъ находиться на горизонтальной окружности $[c\mu q, c'\mu'q']$, при этомъ разстояніе ея отъ точки $[4, 4']$ дается непосредственно отрѣзкомъ $C'IV$. Ища по правиламъ начертательной геометріи проекціи точки, отстоящей отъ данной на известное разстояніе и лежащей на данной горизонтальной окружности [справа указана схема построенія]; находимъ точку $[\mu, \mu']$, которая и будетъ одной изъ точекъ эпициклоиды. Подобнымъ же образомъ отыскиваемъ и другія точки, а, слѣдовательно, найдемъ вертикальную и горизонтальную проекціи профиля головки. Взявъ на окружности LbC толщину зуба и ширину впадины и повторяя построеніе, получаемъ безъ труда горизонтальныя и вертикальныя проекціи профилей

тельныхъ къ сферѣ по окружностямъ $\mathcal{L}$ и $\mathcal{M}$. Но мы можемъ раз-
 вернуть поверхности дополнительныхъ конусовъ $\mathcal{PLC}$ и $\mathcal{QCM}$ на
 плоскость чертежа, тогда и профили развернутся въ плоскость,
 и мы можемъ тогда построение ихъ свести къ построению профи-
 лей у цилиндрическихъ колесъ, считая, что подоидами будутъ
 окружности S_x и S_y радиусовъ PC и QC [дугами этихъ окруж-
 ностей и будутъ теперь развернуты на плоскость окружности
 $\mathcal{L}$ и $\mathcal{M}$]. Шагъ, толщина зубца и т.д. будутъ, разумѣется, от-
 кладываться на окружностяхъ S_x и S_y въ дѣйствительную вели-
 чину и все построение, какъ видимъ, значительно облегчается.
 Вычертивъ профили, наворачиваемъ ихъ на поверхности дополни-
 тельныхъ конусовъ $\mathcal{PLC}$ и $\mathcal{QCM}$ и строимъ зубцы совершенно
 такъ-же, какъ и въ случаѣ сферическихъ профилей, ограничивая
 ихъ — одною въ длину не сферической поверхностью, а кониче-
 ской, какъ это видно на чертежѣ, гдѣ на лѣвой сторонѣ дана
 часть разрѣза колеса вертикальной плоскостью. — Если назовемъ
 числа зубцовъ у колесъ черезъ z и z_1 , то имѣемъ, аналогично
 цилиндрическимъ колесамъ, соотношенія: $z : z_1 = w_1 : w = \mathcal{R} : \mathcal{R}_1$,
 гдѣ $\mathcal{R}$ и $\mathcal{R}_1$ соотвѣтствующіе радиусы окружностей $\mathcal{L}$ и $\mathcal{M}$;

$zt = 2\pi R$, $z_1 t = 2\pi R_1$; изъ чертежа имѣемъ также:

$$Rc = r = \frac{R}{\cos \alpha}, \quad Ca = r_1 = \frac{R_1}{\cos \alpha_2} ; \text{ углы } \beta \text{ и } \beta_1, \text{ секторовъ, въ}$$

которые развернутся боковыя поверхности дополнительныхъ конусовъ, опредѣляются условіями: $r\beta = 2\pi R$, $r_1\beta_1 = 2\pi R_1$.

Если шагъ t зацепленія данъ, то задаваясь числомъ зубцовъ, опредѣляемъ радіусы R и R_1 , проводимъ параллель оси OP въ разстояніи R и параллель оси OQ въ разстояніи R_1 , находимъ въ пересѣченіи параллелей точку C и, слѣдовательно, линію OC , или можемъ найти направленіе OC и ранѣе — построеніемъ параллелограмма на осяхъ, какъ это было указано. При обычномъ расчетѣ шагъ относится не къ окружности CL , а къ средней [по длинѣ зуба] окружности; ея радіусъ и опредѣляется непосредственно по принятому числу зубцовъ; но тогда, зная радіусы этихъ среднихъ окружностей для обоихъ колесъ, опредѣляемъ направленіе OC проведеніемъ параллелей той и другой оси въ разстояніяхъ, равныхъ радіусамъ, а затѣмъ находимъ и точку C , отложивъ отъ точки пересѣченія параллелей половину длины зуба по длинѣ образующей OC . Проведя прямую PCQ перпендикулярно къ OC до пересѣченія съ той и другой

осью, имѣемъ длины CP и CA образующихъ дополнительныхъ конусовъ; далѣе, изъ чертежа, или вычисленіемъ опредѣляемъ $\mathcal{R}$ и

$\mathcal{R}_1$, по числу зубцовъ находимъ шагъ зацепленія, отнесенный къ окружностямъ CL и CM и, слѣдовательно, имѣемъ всѣ нужные для построенія элементы. Для вычисленія $\mathcal{R}$ или $\mathcal{R}_1$ имѣемъ

$$\mathcal{R} = \rho + \frac{l}{2} \sin \alpha, \quad \text{и} \quad \mathcal{R}_1 = \rho_1 + \frac{l}{2} \sin \alpha_2; \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\rho_1}{\rho}.$$

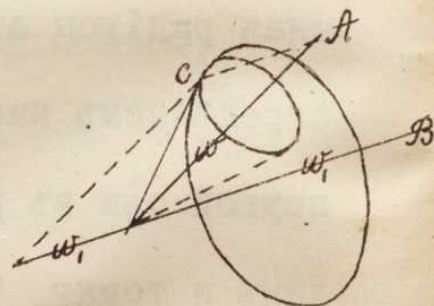
$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha = \text{углу между осями.}$$

ВНУТРЕННЯЯ КОНИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАЧА не представляетъ послѣ сказаннаго никакихъ затрудненій; это будетъ передача вращенія между двумя пересѣкающимися осями въ одинаковую сторону. Тутъ дѣло сводится къ каченію одного конуса внутри другого [фиг. 142].

Замѣтимъ, что КОНИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАЧА

УПОТРЕБЛЯЕТСЯ ПО БОЛЬШЕЙ ЧАСТИ МЕЖДУ ОСЯМИ ВЗАИМНО-ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ.

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ СКОЛЬЖЕНІЕ какой-либо точки зуба по другому имѣетъ скоростью очевидно произведеніе изъ относительной угловой скорости вращенія на разстояніе точки отъ оси мгновеннаго вращенія, т. е.



Фиг. 142.

$p \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 - 2\omega\omega_1 \cos \alpha}$, гдѣ p есть разстояніе точки отъ оси, или-же $p | \omega \cos \alpha_1 \pm \omega \cos \alpha_2 |$; положивъ $\alpha = 0$, получимъ формулу скольженія для цилиндрической передачи:

$p | \omega \pm \omega_1 |$, гдѣ знакъ $| - |$ относится къ внутренней пе-

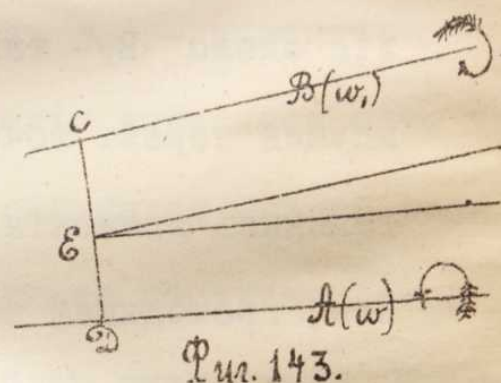
Н.Н. рещи. - Обратимся теперь къ ПЕРЕДАЧѢ МЕЖДУ ОСЯМИ НЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ И НЕ ПЕРЕСѢКАЮЩИМИСЯ. Предположимъ, что требуется устроить передачу отъ оси A [фиг. 143] къ оси B ; вращеніе около A совершается со скоростью

ω , около B - со скоростью ω_1 ,

и въ противоположную сторону; отно-

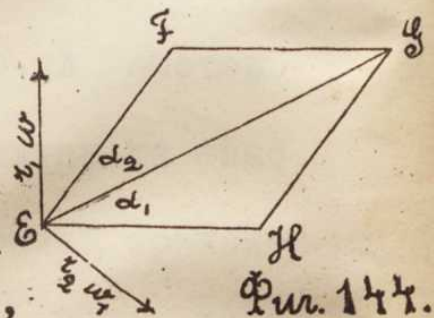
шеніе $\frac{\omega}{\omega_1} =$ постоянному числу.

Какъ и въ предшествовавшихъ зада-



чакъ, для рѣшенія этого вопроса рассмотримъ движеніе B относительно A , для чего даемъ обѣмъ системамъ скорость около A , равную $= \omega$, но направленную въ противоположную сторону. Система A станетъ неподвижной, а B будетъ участвовать сразу въ двухъ движеніяхъ: около оси A и около оси B - это сложное движеніе и будетъ относительнымъ движеніемъ B . Какъ извѣстно изъ теоретической механики, сложеніе двухъ враща-

тельныхъ движеній около осей не параллельныхъ и не пересѣкающихся приводитъ къ результирующему вращательному движенію около нѣкоторой оси и къ поступательному движенію вдоль той-же оси. Ось эта будетъ осью вращенія и скользянія, и положеніе ея не трудно найти. Дѣйствительно, проведемъ линію CD кратчайшаго разстоянія между прямыми A и B и возьмемъ на ней точку E ; замѣнимъ вращеніе около оси A вращеніемъ около оси, параллельной A и проходящей черезъ точку E ; вращеніе около B — также вращеніемъ около оси, параллельной B и идущей черезъ точку E . Обѣ замѣны дадутъ еще два поступательныхъ движенія, коихъ направленія будутъ лежать въ плоскости, проходящей черезъ E и перпендикулярной къ CD , т.е. въ плоскости, содержащей, какъ направленіе A , такъ и направленіе B . Вращенія мы откладываемъ въ этой плоскости какъ векторы EF и EH [фиг. 144], гдѣ EF параллельно B [фиг. 143], а EH — параллельно A , и складываемъ по правилу параллелограмма; результирующее вращеніе будетъ діагональю его и имѣетъ величину $= \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1 \cos \alpha}$,

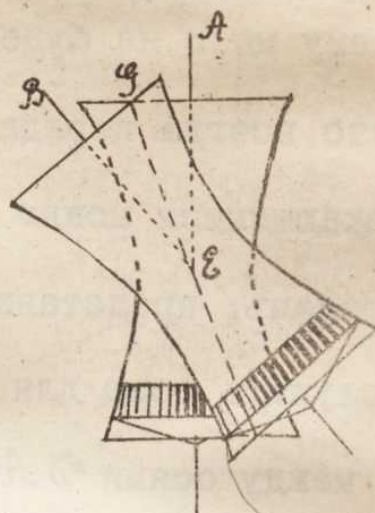


$\mathcal{E}\mathcal{F} = \sqrt{\omega^2 + \omega_1^2 + 2\omega\omega_1\cos\alpha}$, гдѣ α — уголъ между осями. Каждое изъ поступательныхъ движеній будетъ перпендикулярно къ соответствующей оси: поступательное движеніе отъ перенесенія вращенія около Z — перпендикулярно $\mathcal{E}\mathcal{F}$, поступательное же движеніе отъ замѣны вращенія A — перпендикулярно EH ; величина каждого будетъ выражаться произведеніемъ разстоянія точки E отъ оси на соответствующую угловую скорость; назовемъ $\mathcal{E}D$ [фиг. 143] черезъ τ_1 , а EC — черезъ τ_2 , — значить: $\tau_1 + \tau_2 = CD = \tau$ —, тогда поступательныя движенія выразятся одно черезъ $\tau_1 \omega$, а другое — черезъ $\tau_2 \omega_1$; складывая ихъ по правилу параллелограмма, получимъ результирующее поступательное движеніе, направленіе котораго будетъ осью скольженія. Чтобы эта ось совпадала съ осью вращенія, точка E должна быть выбрана опредѣленнымъ образомъ; дѣйствительно, въ этомъ случаѣ величины: $\tau_1 \omega$ и $\tau_2 \omega_1$ должны быть таковы, что слагающія ихъ въ направленіи перпендикулярномъ $\mathcal{E}\mathcal{F}$ взаимно уничтожаются; послѣднее-же требованіе выразится равенствомъ: $\tau_1 \omega \cos(\mathcal{F}EH) = \tau_2 \omega_1 \cos(\mathcal{F}EC)$, или, называя углы $\mathcal{E}\mathcal{F}$ съ осями A и B черезъ α_1 и α_2 : $\tau_1 \omega \cos\alpha_1 = \tau_2 \omega_1 \cos\alpha_2$; такъ какъ α_1 и α_2 суть

вполнѣ опредѣленныя величины при данномъ отношеніи угловыхъ скоростей вращеній, а $\tau_1 + \tau_2 = \tau =$ опредѣленной величины, то τ_1 или τ_2 опредѣлится единственнымъ образомъ, т.е. точка E есть вполнѣ опредѣленная точка кратчайшаго разстоянія

CD . Въ каждый данный моментъ относительнаго движенія системы B мы можемъ произвести такую замѣну сложнаго движенія однимъ вращательнымъ и однимъ поступательнымъ и геометрическое мѣсто осей $\mathcal{C}\mathcal{C}$ -осей вращенія и скользянія - будетъ очевидно поверхность, описанная прямой $\mathcal{C}\mathcal{C}$, наклоненной подъ опредѣленнымъ угломъ α , къ A и находящейся отъ A въ опредѣленномъ разстояніи τ_1 . Известно, что такая поверхность будетъ однополымъ гиперболоидомъ вращенія съ осью A . Аксоидъ въ движеніи системы B относительно A есть, слѣдовательно, линейчатый гиперболоидъ вращенія; точно такъ-же найдемъ, что аксоидомъ въ движеніи A относительно B будетъ гиперболоидъ, описанный вращеніемъ прямой $\mathcal{C}\mathcal{C}$ около оси B . Оба гиперболоида будутъ имѣть прикосновеніе вдоль линіи $\mathcal{C}\mathcal{C}$. Выполнивъ матеріально эти гиперболоиды [фиг. 145] и прижавъ ихъ другъ къ другу, мы можемъ, вращая одинъ около A со скоростью

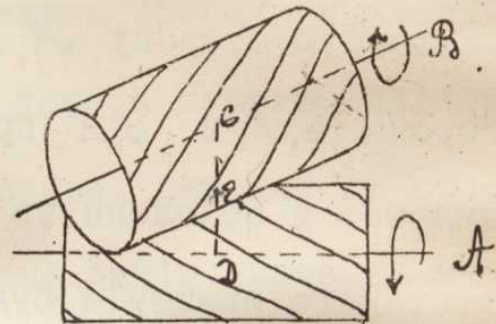
ω , получить вращение другого около B со скоростью ω_1 ,
 гдѣ отношеніе $\frac{\omega}{\omega_1}$ есть данное чи-
 сло. Взявъ отрѣзки этихъ гиперболо-
 идовъ, ограниченные плоскостями,
 проведенными перпендикулярно къ
 осямъ черезъ какія-нибудь двѣ точ-
 ки общей образующей, можемъ устро-
 ить ЗУБЧАТУЮ передачу, подобно то-
 му, какъ это мы дѣлали въ коническихъ колесахъ, опять при
 помощи дополнительныхъ конусовъ. Образующими этихъ конусовъ
 будутъ нормали къ поверхностямъ гиперболоидовъ въ точкахъ
 окружностей основаній отрѣзковъ. Развертывая конусы, находимъ
 соответствующіе профили. Такъ какъ движеніе гиперболоидовъ
 сопровождается, какъ мы видѣли, взаимнымъ скольженіемъ вдоль
 линіи соприкосновенія, то зубчатая передача будетъ сопровож-
 даться большей потерей на треніе, нежели въ передачахъ цилин-
 дрической и конической. Это обстоятельство, а также и труд-
 ность выполненія, заставляютъ избѣгать употребленія передачи
 гиперболической и въ машиностроеніи она вообще не употребля-



Фиг. 145.

ется, почему мы и не будемъ останавливаться на ней. Замѣтимъ только, что всегда передачу между осями не параллельными и не пересѣкающимися можно выполнить при помощи двухъ коническихъ передачъ; представимъ себѣ, что линія кратчайшаго разстоянія служить осью для передачи; тогда мы устраиваемъ одну передачу между осями DA и CD [фиг. 143] и вторую - между CD и CB , чѣмъ и выполняемъ передачу между AD' и CB . Можно также взять какія-либо двѣ точки прямыхъ CB и AD , соединить ихъ прямою и послѣднюю считать за промежуточную ось коническихъ передачъ; въ первомъ случаѣ обѣ коническія передачи будутъ между осями подъ прямымъ угломъ. Такимъ образомъ, мы всегда можемъ избѣжать устройства гиперболической передачи. -- Менѣе выгодна, а потому и менѣе употребительна замѣна гиперболическаго зацепленія такъ называемымъ ВИНТОВЫМЪ; въ машиностроеніи она почти такъ же рѣдко, какъ и гиперболическое. Возьмемъ на линіи кратчайшаго разстоянія между осями какую-нибудь точку E , [фиг. 146] и радіусами CE и ED опишемъ около осей B и A цилиндры; оба цилиндра будутъ имѣть соприкосновеніе въ одной точкѣ E . Заставимъ теперь вращать-

ся одинъ цилиндръ со скоростью ω_1 , а другой - со скоростью ω . Если разсматривать движеніе одного цилиндра по отношенію къ другому подобно тому, какъ это мы дѣлали сейчасъ при разсмотрѣніи гиперболическихъ колесъ, то можно замѣтить, что это относительное движеніе сопровож-

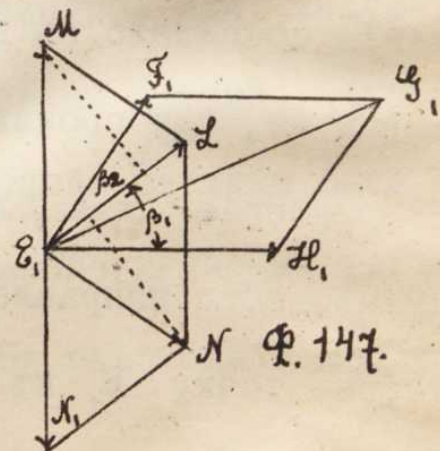


Фиг. 146

дается скольженіемъ [какъ и въ случаѣ гиперболоидовъ], направление котораго легко найти. Для этого проводимъ плоскость черезъ E , параллельную обѣимъ осямъ и служащую плоскостью касательной къ обоимъ цилиндрамъ. Отложимъ въ этой плоскости векторъ E_1M пропорціональный $\omega_1 r_1$, гдѣ $r_1 = E_1D$ [фиг. 146 и 147], и направленный противъ окружной скорости цилиндра A

въ точкѣ E_1 ; далѣе, векторъ E_1N пропорціональный $\omega_2 r_2$, гдѣ $r_2 = E_1C$ и направленный по окружной скорости цилиндра B [фиг.

146] діагональ E_1L параллело-



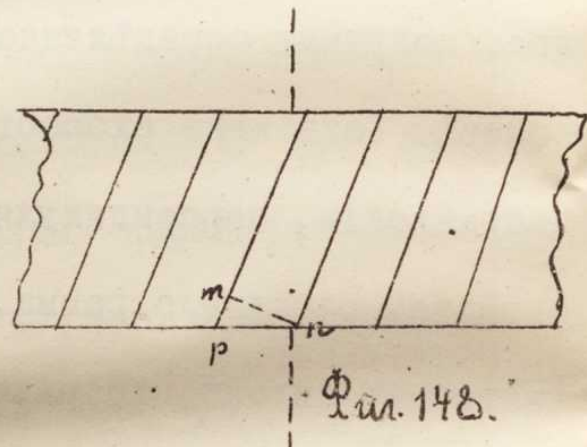
грамма, построенного на этих векторах, и дать скорость от-носительнаго скольженія; ее мы можем также получить, какъ замыкающую сторону M, N треугольника E, M, N въ которомъ стороны E, M и E, N пропорціональны окружнымъ скоростямъ цилиндровъ и отложены въ направленіи этихъ скоростей. Ось относительнаго вращенія будетъ, какъ и прежде, опредѣляться діагональю параллелограмма, построеннаго на векторахъ, пропорціональныхъ угловымъ скоростямъ системъ и параллельныхъ осямъ A и B . Такъ какъ отношеніе угловыхъ скоростей намъ дано и направленіе осей неизмѣнно, то діагональ параллелограмма будетъ и по величинѣ и по направленію то-же, что и въ параллелограммѣ E, F, G, H [фиг. 144], построенномъ нами при разсмотрѣніи гиперболической передачи; разница будетъ въ томъ, что тамъ, благодаря выбору точки E , направленіе относительнаго скольженія совпадало съ направленіемъ оси относительнаго вращенія; здѣсь-же, при произвольной точкѣ E , такого совпаденія нѣтъ. Направленіе E, L , лежащей въ плоскости касательной къ цилиндрамъ, есть направленіе одной изъ касательныхъ, проведенныхъ черезъ точку E , къ обоимъ цилиндрамъ; возьмемъ эту прямую за

направленіе касательной къ винтовымъ линіямъ на томъ и на другомъ цилиндрѣ. Такія двѣ винтовныя линіи можно очевидно взять принадлежащими поверхностямъ двухъ сопряженныхъ зубцовъ того и другого цилиндра; зубцы теперь будутъ, слѣдовательно, обладать винтовыми поверхностями, дающими въ сѣченіи съ начальными цилиндрами наши винтовныя линіи. Проведя мысленно рядъ винтовыхъ нитокъ на поверхности того и другого цилиндра, получимъ опредѣленное число зубцовъ на томъ и другомъ колесѣ. Такъ какъ скорости точекъ начальныхъ цилиндровъ въ направленіи, перпендикулярномъ къ діагонали E, L , равны по свойству параллелограмма, а прямая E, L даетъ направленіе винтовыхъ нитокъ, то разстояніе между рабочими поверхностями двухъ соосѣднихъ зубцовъ, считая по поверхности цилиндровъ и въ направленіи перпендикулярномъ къ винтовымъ линіямъ, должны быть одинаковыми на томъ и другомъ цилиндрѣ, или, иначе говоря, разстоянія между соосѣдними винтовыми нитями, которыя служатъ направляющими поверхностей зубцовъ, должны быть одинаковы. Разстоянія эти часто называются ПОПЕРЕЧНЫМИ ШАГАМИ ЗАЦѢПЛЕНІЯ. ОКРУЖНЫМЪ ШАГОМЪ называется разстояніе между дву-

мя нитями, если считать по окружности цилиндра; окружные шаги относятся между собой, какъ окружные скорости цилиндровъ.

Если наклонъ винтовыхъ нитокъ къ осямъ цилиндровъ назвать черезъ β_1 и β_2 , то уголъ $\angle E, M$ |фиг. 147| будетъ $= \frac{\pi}{2} - \beta_1$, а уголъ $\angle E, N = \frac{\pi}{2} - \beta_2$, такъ какъ оси соотвѣтственно перпендикулярны къ направлениямъ окружныхъ скоростей; окружный шагъ представится, если развернуть цилиндръ на плоскость |фиг.

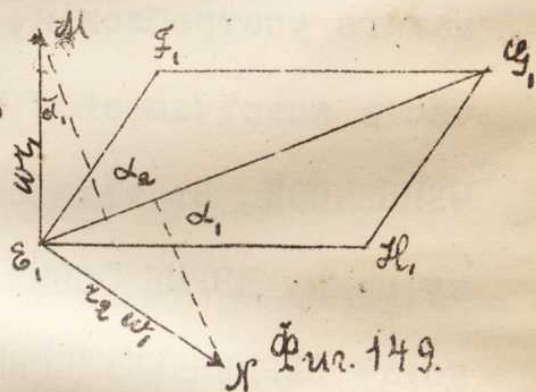
148| отрѣзкомъ pn , а поперечный - отрѣзкомъ nm ; уголъ pnm будетъ очевидно равенъ углу между касательной къ винтовой линіи и осью цилиндра, т.е. углу β_1 ;



мы можемъ написать: $nm = pn \cos \beta_1$, соотвѣтственно для другого цилиндра - $m_1 n_1 = p_1 n_1 \cos \beta_2$ и, такъ какъ $nm = m_1 n_1$, то $p_1 n_1 \cos \beta_2 = pn \cos \beta_1$; также имѣемъ: $\omega r_1 \cos \beta_1 = \omega_1 r_2 \cos \beta_2$, что выражаетъ собой равенство скоростей въ направленіи, перпендикулярномъ къ прямой E, L |фиг. 147| и, далѣе: $p_1 n_1 : pn = \omega r_1 : \omega_1 r_2$, обозначая черезъ z_1 и z_2 числа зубцовъ того и другого колеса, получаемъ: $2\pi r_1 = p_1 n_1 z_1$, $2\pi r_2 = pn z_2$, то-есть $z_1 : z_2 = \omega_1 : \omega$

- аналогично съ колесами цилиндрическими. Нужно замѣтить, что нарѣзки на обоихъ цилиндрахъ будутъ одинаковыя, какъ это видно изъ построения винтовой линіи при помощи прямой линіи E, L . Далѣе, относительно скольженія укажемъ, что оно здѣсь будетъ даже больше, нежели въ томъ случаѣ, если-бы мы взяли отрѣзки гиперболоидовъ около горловыхъ круговъ; дѣйствительно, проектируемъ на ось относительнаго вращенія составное скольженіе; это мы можемъ сдѣлать, проектируя отдѣльно окружныя скорости [фиг. 149], изъ которыхъ составляется

скольженіе, на ту-же ось; если назвать какъ и раньше, углы составнаго вращенія съ осями черезъ α_1 и α_2 , то проэкции въ направленіи оси составно-



го вращенія будутъ соотвѣтственно: $w r_1 \sin \alpha_1$ и $w r_2 \sin \alpha_2$; проэктируя въ направленіи перпендикулярномъ къ первому, получимъ: $w r_1 \cos \alpha_1$ и $-w r_2 \cos \alpha_2$; все скольженіе выразится черезъ $\sqrt{(w r_1 \sin \alpha_1 + w r_2 \sin \alpha_2)^2 + (w r_1 \cos \alpha_1 - w r_2 \cos \alpha_2)^2}$; но по свойству диагонали E, G параллелограмма E, H, G, F имѣемъ: $w r_1 \sin \alpha_1 = w r_2 \sin \alpha_2$ и, слѣдовательно, первый членъ подъ радикаломъ $= [w r_1 \sin \alpha_1 (r_1 + r_2)]^2 =$

= определенной величины при данномъ ω и отношеніи: $\frac{\omega}{\omega_1}$ и радикаль получить наименьшее значеніе, когда второй членъ исчезнетъ, то-есть когда $\omega r_1 \cos \alpha_1 = \omega_1 r_2 \cos \alpha_2$, а этимъ уравненіемъ именно и опредѣлялись r_1 и r_2 радіусы горловыхъ круговъ гиперболоидовъ. Поэтому, съ точки зрѣнія потери на трѣніи винтовня колеса въ общемъ видѣ менѣе выгодны, нежели когда радіусами служатъ радіусы горловыхъ круговъ. Мы не станемъ болѣе останавливаться на винтовомъ зацепленіи въ виду его малаго употребленія, а обратимся теперь къ передачѣ, весьма часто встрѣчающейся въ машиностроеніи, именно къ передачѣ ЧЕРВЯЧНОЙ. Въ тѣхъ случаяхъ, когда требуется устроить передачу между ДВУМЯ ОСЯМИ, которыя НЕ ПЕРЕСѢКАЮТСЯ, но НАПРАВЛЕНІИ КОИХЪ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ другъ къ другу, вмѣсто одного колеса берутъ винтъ и зацѣпляютъ съ нимъ колесо, сидящее на другой оси; устраняемъ возможность поступательнаго движенія винта и даемъ ему вращательное движеніе около его оси; тогда зубцы колеса, входяшіе во впадины винтовой нарѣзки будутъ представлять собой выступы винтовой нарѣзки гайки, соответствующей винту. Вслѣдствіе вращенія винта, гайка должна получить по-

- ступательную скорость вдоль оси

винта; въ данномъ случаѣ эта ско-

рость обратится въ окружную скорость

колеса и послѣднее будетъ вращать-

ся около своей оси [фиг. 150]. Прове-

демъ сѣченіе черезъ ось винта пер-

пендикулярно къ оси колеса и разсмо-

тримъ движеніе профилей зубцовъ ко-

леса въ этомъ сѣченіи, предполагая,

какъ всегда бываетъ въ этомъ зацѣ-

пленіи, ведущимъ червякъ. Проводимъ также мысленно рядъ осе-

выхъ сѣченій винта; при вращеніи винта около своей оси эти

сѣченія будутъ послѣдовательно совпадать съ плоскостями наше-

го чертежа; каждое изъ этихъ сѣченій представляетъ въ сущно-

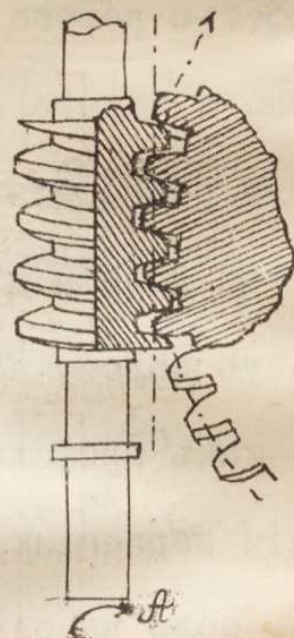
сти ничто иное, какъ сѣченіе зубчатой полосы, т.е. рядъ зуб-

чатыхъ профилей, расположенныхъ вдоль прямой. Принимая теперь

во вниманіе, что въ каждомъ изъ этихъ сѣченій профили пере-

двинуты относительно профилей сосѣдняго сѣченія на нѣкоторую

величину вдоль оси винта [по самой сущности винтовой нарезки],

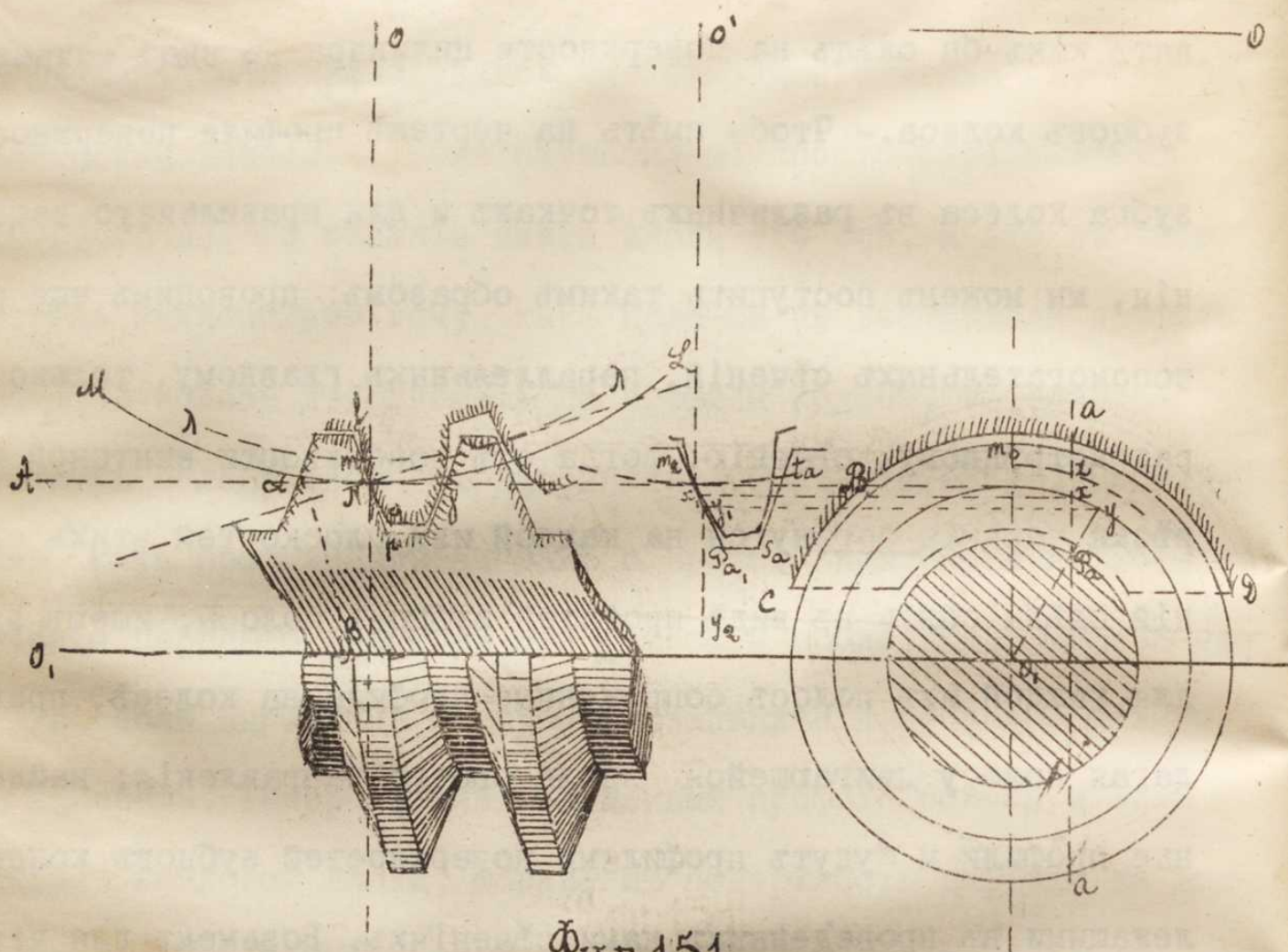


Фиг. 150.

73

мы увидимъ, что послѣдовательное совпаденіе этихъ съчасій съ плоскостью нашего чертежа равносильно просто передвиженію основного нашего сѣченія винта вдоль его оси, а это въ свою очередь равносильно тому, какъ если-бы мы заставляли профили зубчатой полосы дѣйствовать на профили колеса, передвигая зубчатую полосу вдоль ея направленія. Слѣдовательно, мы найдемъ какъ профили винта, такъ и профили винтового колеса, въ сѣченіи перпендикулярномъ оси колеса и проходящемъ черезъ ось винта, если выполнимъ построеніе зацѣпленія зубчатой полосы съ колесомъ. Теперь, взявъ найденный профиль полосы и зная наклонъ винтовой линіи, образуемъ поверхность нарѣзки на винтѣ движеніемъ даннаго профиля по винтовой линіи, какъ это вообще дѣлается для всякихъ винтовъ. Что-же касается зубчатого колеса, то для точнаго выполненія зубцовъ лучше сдѣлаемъ фрезъ, имѣющій форму червяка, и этимъ фрезомъ нарѣжемъ зубцы: при вращеніи фрезы около оси его острия его ребра будутъ врѣзываться въ тѣло цилиндра, изъ котораго должно быть сдѣлано колесо и который также посаженъ на ось, перпендикулярную къ первой, и такимъ образомъ мало-по-малу винтовныя нарѣзки оста-

вять какъ-бы слѣдъ на поверхности цилиндра въ видѣ точныхъ зубцовъ колеса. — Чтобы имѣть на чертежѣ профили поверхности зуба колеса въ различныхъ точкахъ и для правильного зацепленія, мы можемъ поступить такимъ образомъ: проводимъ еще рядъ вспомогательныхъ сѣченій, параллельныхъ главному, только что разсмотрѣнному, сѣченію; тогда отъ поверхности винтовой на-рѣзки червяка останутся на каждой изъ плоскостей этихъ сѣченій слѣды опять въ видѣ профилей зубцовъ полосъ; ищемъ затѣмъ для каждой изъ полосъ сопряженные профили на колесѣ, предполагая полосу двигающейся вдоль своего направленія; найденные профили и будутъ профилями поверхностей зубцовъ колеса, лежащими въ проведенныхъ нами сѣченіяхъ. Возьмемъ для червяка трапецеидальный профиль, какъ это часто и бываетъ въ дѣйствительности, [фиг. 151]; тогда въ главномъ сѣченіи мы будемъ имѣть эвольвентное зацепленіе зубчатой полосы съ колесомъ. На чертежѣ имѣемъ: $\alpha m \beta$ — профиль червяка; окружность $M \omega$ — средняя окружность червячнаго колеса — будетъ подоидой плоской системы O ; прямая AB , касательная къ окружности, является подоидой для системы, принадлежавшей зубчатой полосѣ.



Фиг. 151.

Въ точкѣ N касанія полоидъ проводимъ прямую нормальную къ профилю mnp и отъ точки N отъсѣкаемъ вспомогательную окружность aa' развѣткой которой будетъ профиль lq зубцовъ колеса въ этомъ главномъ сѣченіи. Шагъ зацѣпленія, какъ и въ другихъ передачахъ, намъ дается изъ разсчета прочности зубцовъ; зная его и помня, что размѣры профилей, какъ въ радіальномъ, такъ

и въ окружномъ. направленіяхъ даются обыкновенно въ частяхъ шага, вычерчиваемъ полные профили зубцовъ, находимъ длинны линіи и дуги зацепленія, а также опредѣляемъ рабочую часть какъ профили lq , такъ и профили $m\rho$ по обыкновеннымъ, изложеннымъ выше, приемамъ. Будемъ считать червякъ однооборотнымъ, т.е. шагъ винтовой нарѣзки будетъ у насъ равенъ шагу зацепленія и, такъ какъ шагъ зацепленія считается вдоль АВ, то мы описываемъ прямою АВ цилиндрическую поверхность около оси O_1 червяка, на этой поверхности опредѣляемъ винтовую линію $\alpha\beta$, имѣющую шагъ равнымъ шагу зацепленія, беремъ ее за направляющую при образovanіи профиля $l m \rho$ поверхности винтовой нарѣзки. Считая сдѣланное нами сѣченіе за вертикальную проэкцію, начертимъ еще горизонтальную проэкцію червяка: тогда различныя винтовыя линіи, описанныя точками профили при его движеніи по направляющей $\alpha\beta$, изобразятся въ горизонтальной проэкціи окружностями, изъ коихъ на чертежѣ показаны только соотвѣтствующія крайнимъ точкамъ ρ и m и средней N . Проведемъ теперь вертикальное сѣченіе aa , параллельное главному и найдемъ профили впадин на червякѣ; такъ какъ сѣченіе

параллельно вертикальной плоскости проекцій, то вертикальная проекція профиля и дастъ намъ его истинный видъ; находимъ эту проекцію: беремъ произвольную точку X , на вертикали, проходящей черезъ точку x пересѣченія aa съ средней окружностью; точка $|x, x|$ будетъ представлять собою точку пересѣченія плоскости aa съ средней винтовой линіей; проводимъ теперь черезъ точку x , вертикальную проекцію средней винтовой линіи. т.е. пристраиваемъ при x , кривую тождественную съ $\alpha\beta$, или не просто строимъ гдѣ-нибудь эту кривую и отыскиваемъ на ней точку x_1 , соответствующую x . Чтобы найти другія точки профиля, на примѣръ, точку, соответствующую P_a , можемъ провести черезъ P_a слѣдъ осевого сѣченія винта, т.е. прямую O, P_a продолжить его до пересѣченія съ средней окружностью въ точкѣ u , найти на вертикальной проекціи средней винтовой линіи (проведенной черезъ x_1) точку u_1 , соответствующую u ; теперь, по свойству образованія винтовой поверхности, мы можемъ сказать что точка этой поверхности, представляемая горизонтальной проекціей P_a , находится отъ горизонтальной плоскости, проведенной черезъ $|u, u_1|$ въ такомъ-же разстояніи, въ какомъ точка

р профиля $m N$ находится отъ прямой $U N$, такъ какъ движе-
 ніемъ этого профиля и образована винтовая поверхность; прове-
 дя поэтому горизонталь u, u_2 черезъ u_1 , находимъ на вертика-
 ли черезъ P_a точку P_{a_1} , имѣющую сказанное разстояніе отъ
 u, u_2 и служащую вертикальной проэкціей для P_a . Подобнымъ
 образомъ находимъ проэкціи и другихъ точекъ профиля, т.е.
 проводимъ черезъ горизонтальную проэкцію z какой-либо точки
 опять окружность $|O, z|$, которая будетъ служить горизон-
 тальной проэкціей винтовой линіи, соотвѣтствующей z ; ищемъ
 какое относительное положеніе точка z занимаетъ въ образу-
 щемъ профилѣ, проводя изъ пересѣченія окружности $|O, z|$ съ
 O, m , вертикаль до пересѣченія съ профилемъ; далѣе, проводимъ
 осевое сѣченіе, т.е. соединяемъ O_1 съ z на средней винтовой
 линіи получаемъ точку u_2 [не показанную на чертежѣ], отыски-
 ваемъ соотвѣтствующую ей вертикальную проэкцію и заканчиваемъ
 построеніе совершенно такъ-же, какъ и для точки P_a . - Теперь
 беремъ этотъ профиль и отнскиваемъ ему сопряженный по общимъ
 правиламъ [методомъ *Reuleaux*], рассматривая его, какъ при-
 надлежащій зубчатой полосѣ AB , зацѣпляющейся съ колесомъ ра-

діуса $O N$, при этомъ замѣтимъ, что такъ какъ профиль впадины уже не будетъ симметричнымъ, то придется отыскивать отдѣльно сопряженные профили, какъ для $m_a x, P_a$, такъ и для $S_a t_a$. Шагъ зацепленія остался тотъ-же, какъ и въ главномъ сѣченіи, но ширина впадины, считая по АВ, будетъ теперь другая, сообразно чему и нѣсколько измѣнится и толщина профиля зуба: высота зуба въ радіальномъ направленіи можетъ быть опредѣлена изъ того обстоятельства, что зубцы колеса ограничиваются обыкновенно линіей СД, показанной пунктиромъ въ проекціи на плоскость, проведенную черезъ ось колеса перпендикулярно къ оси червяка и служившую намъ плоскостью горизонтальныхъ проекцій; разстояніе точки пересѣченія аа съ СД отъ оси O и служить ограниченіемъ профилей въ радіальномъ направленіи для разсматриваемаго сѣченія. Безъ труда находимъ линію зацепленія и рабочія части профилей. — Проведемъ нѣсколько такихъ сѣченій, опредѣляемъ вполне видъ зубцовъ колеса, а также величины рабочихъ частей для различныхъ сѣченій, т.е. дѣйствіе винта на зубцы колеса; соотвѣтственно будемъ имѣть представленіе и о работѣ нарезки. Относительно связи между шагомъ зацепленія

и нагомъ винта, можно сказать, что послѣдній или равенъ первому, или вдвое, втрое и т.д. больше его; въ первомъ случаѣ червякъ однооборотный, во второмъ - двухъ-, трехъ - и т.д. - оборотный. Если имѣемъ однооборотный червякъ и z зубцовъ на колесѣ, то, очевидно, что при одномъ оборотѣ червяка колесо сдѣлаетъ $\frac{1}{z}$ оборотовъ, повернувшись на одинъ зубецъ; при двухъ-оборотномъ червякѣ колесо повернется на два зуба за время одного оборота червяка, т.е. на $\frac{2}{z}$ оборотовъ; вообще-же на $\frac{n}{z}$, если червякъ n -оборотный. Отсюда видимъ, что червячная передача можетъ служить для передачи отъ быстраго вращенія къ медленному. - Задавшемъ передаточнымъ числомъ и выбравъ червякъ одно-или двухъ-и т.д. - оборотнымъ, находимъ число зубцовъ на колесѣ; опредѣляемъ далѣе изъ расчетовъ прочности шагъ заѣмления, по шагу и числу зубцовъ находимъ радиусъ колеса R $|2\pi R = z t|$; если червякъ n -оборотный, то шагъ нарѣзки равенъ nt ; выбираемъ уголъ наклона β -на-рѣзки [на среднемъ цилиндрѣ] и опредѣляемъ r - радиусъ червяка средній, соотвѣтствующій АВ на чертежѣ изъ соотношенія: $2\pi r \operatorname{tg} \beta = nt$. Профилируемъ, какъ сказано, чер-

вѣкъ и колесо сначала въ главномъ сѣченіи, а затѣмъ, такъ какъ всѣ размѣры червяка извѣстны, находимъ профили зубцовъ колеса и въ другихъ сѣченіяхъ и составляемъ полное представление о дѣйствіи червяка. Ведущимъ всегда бываетъ червякъ;

при маломъ углѣ на-

клона винтовой нарѣз-

ки |меньшемъ такъ

называемого угла тре-

нія| колесо и не въ

состояніи привести

червякъ во вращеніе.

ВИНТООБРАЗНЫЯ ЗУБЧА-

ТЫЯ ПОВЕРХНОСТИ упо-

требляются иногда и

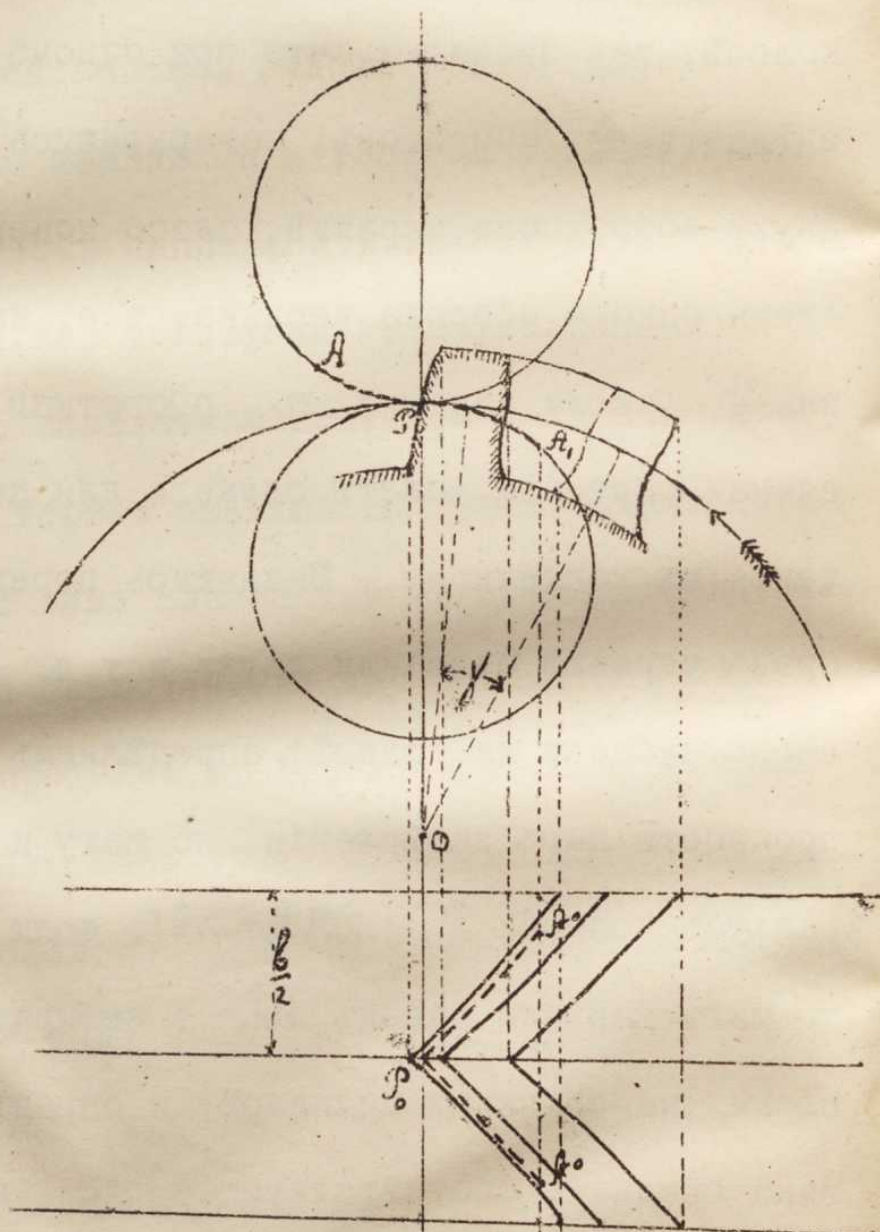
въ простой ЦИЛИНДРИ-

ЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧѢ. Пред-

ставимъ себѣ цилиндръ

|аксоидъ| принадле-

жащій какому-нибудь



изъ колесъ, раздѣленнымъ на двѣ половины плоскостью перпендикулярной къ оси цилиндра. Оставляя въ этой плоскости профили зубцовъ на мѣстѣ, строимъ винтовныя линіи на той и другой половинѣ одного и того-же шага, но противоположнаго направленія [одна правая, другая лѣвая]. Взявъ ихъ за направляющія, описываемъ профилями винтовныя поверхности, которыя и будутъ теперь служить зубцами [фиг. 152]. Такое колесо можно разсматривать, какъ состоящее изъ ряда тонкихъ дисковъ съ одними и тѣми-же зубцами, но только сдвинутыхъ по отношенію другъ къ другу такъ, что соотвѣтствующія точки зубцовъ лежатъ на винтовыхъ линіяхъ. На чертежѣ изображена половина зуба въ прозекціи на среднюю плоскость, а также прозекція зуба на плоскость перпендикулярную, гдѣ его контуры будутъ представляться винтовыми линіями. Зацѣпленіе выбрано циклическое и указана линія зацѣпленія AP_1 ; колесо предполагается ведущимъ. Такъ какъ каждое сѣченіе, параллельное средней плоскости, изобразится въ прозекціи на эту плоскость въ натуральную величину и, такъ какъ каждое такое сѣченіе, какъ уже сказано, представляетъ собой какъ-бы тонкое колесо, тождественное съ

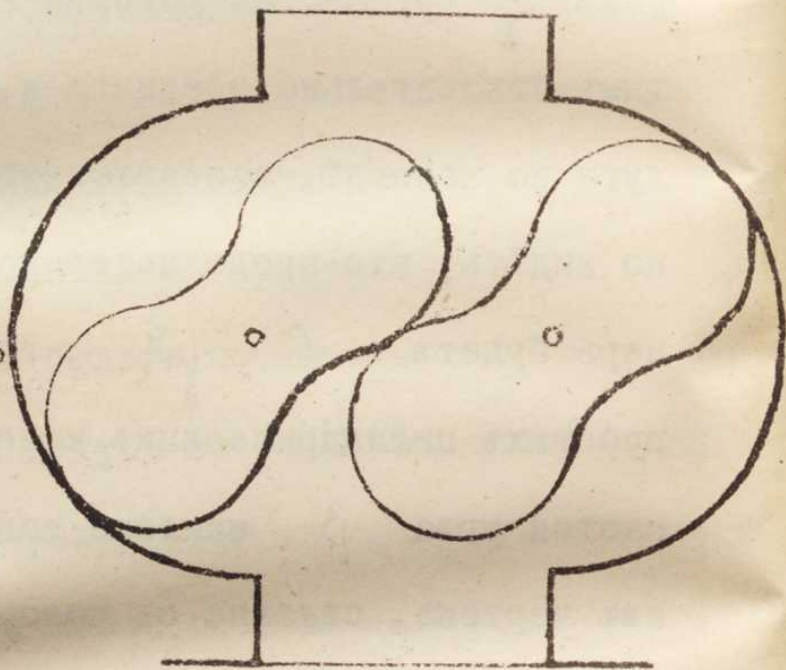
среднимъ сѣченіемъ, но только сдвинутое по отношенію къ нему, — то ясно, что PA_1 представляетъ въ данный моментъ проекцію на среднюю плоскость линіи соприкосновенія пары сопряженныхъ зубцовъ. Не трудно видѣть, что въ данный моментъ соприкосновеніе въ средней плоскости дошло уже до полоидъ, въ сѣченіи, соотвѣтствующемъ точкѣ A_1 , соприкосновеніе только начинается и въ сѣченіяхъ, лежащихъ дальше отъ средняго, нѣтъ еще соприкосновенія. При дальнѣйшемъ вращеніи точка соприкосновенія въ среднемъ сѣченіи будетъ постепенно удаляться отъ полоиди, дальнѣйшія сѣченія будутъ вступать въ соприкосновеніе, дальѣ соприкосновеніе прекратится на среднемъ сѣченіи и постепенно на дальнѣйшихъ, а линія соприкосновенія все будетъ укорачиваться и обратится въ послѣдній моментъ въ точку | съ той и другой стороны|. Точно также и началось оно |для этой пары зубцовъ| въ точкѣ средняго сѣченія, а линія соприкосновенія потомъ увеличивалась, какъ это не трудно видѣть; слѣдовательно, здѣсь мы имѣемъ постепенное увеличеніе, а затѣмъ уменьшеніе длины линіи соприкосновенія, между тѣмъ какъ въ простыхъ цилиндрическихъ колесахъ линія соприкосновенія всег-

да равна длинѣ зубцовъ. Поэтому въ разсматриваемыхъ нами колесахъ съ угловыми зубцами мы имѣемъ болѣе выгодныя условія работы, такъ какъ зубецъ не сразу подвергается дѣйствию полной нагрузки, а постепенно. Кромѣ того, если обозначимъ черезъ γ уголъ, на который крайнее сѣченіе является одвинутымъ относительно среднего и, слѣдовательно, γR будетъ дуга по полюидѣ, соответствующая этому углу, тогда не трудно видѣть, что продолжительность зацепленія пары зубцовъ теперь будетъ $= \sigma + \gamma R$, гдѣ σ - дуга зацепленія для простыхъ цилиндрическихъ колесъ тѣхъ-же профилей. Что же касается угла β наклона винтовой линіи, то она, какъ видно изъ чертежа, связана съ половиною ширины колеса и съ дугой γR слѣдующимъ соотношеніемъ: $\tan \beta = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\gamma R}$; выбирая тотъ или другой уголъ γ , имѣемъ уголъ β и опредѣляемъ вполне видъ зубцовъ. Понятно изъ чертежа, что если-бы въ нашей парѣ колесъ вращеніе совершалось въ другую сторону | колесо O_1 - ведущее |, то соприкосновеніе началось-бы въ обоихъ крайнихъ сѣченіяхъ и кончилось-бы въ среднемъ. Точно также легко видѣть, что соответствующія винтовныя линіи на обоихъ

Н.Н. колесахъ - противоположны, т.е. правой на одномъ колесѣ соот-
вѣствуетъ лѣвая на другомъ и обратно.- Къ числу вопросовъ
объ отысканіи сопряженныхъ профилей относятся также вопросы
о построении профилей въ КОЛОВРАТНЫХЪ МАШИНАХЪ. Машины эти
предназначаются для ПЕРЕ-
МѢЩЕНІЯ ЖИДКИХЪ ТѢЛЪ и въ
частности употребляются
такъ-же, какъ ВЕНТИЛЯТОРЪ.

Мы рассмотримъ только одинъ
изъ наиболее распростра-
ненныхъ, а именно такъ на-
зываемый ВЕНТИЛЯТОРЪ РУТА

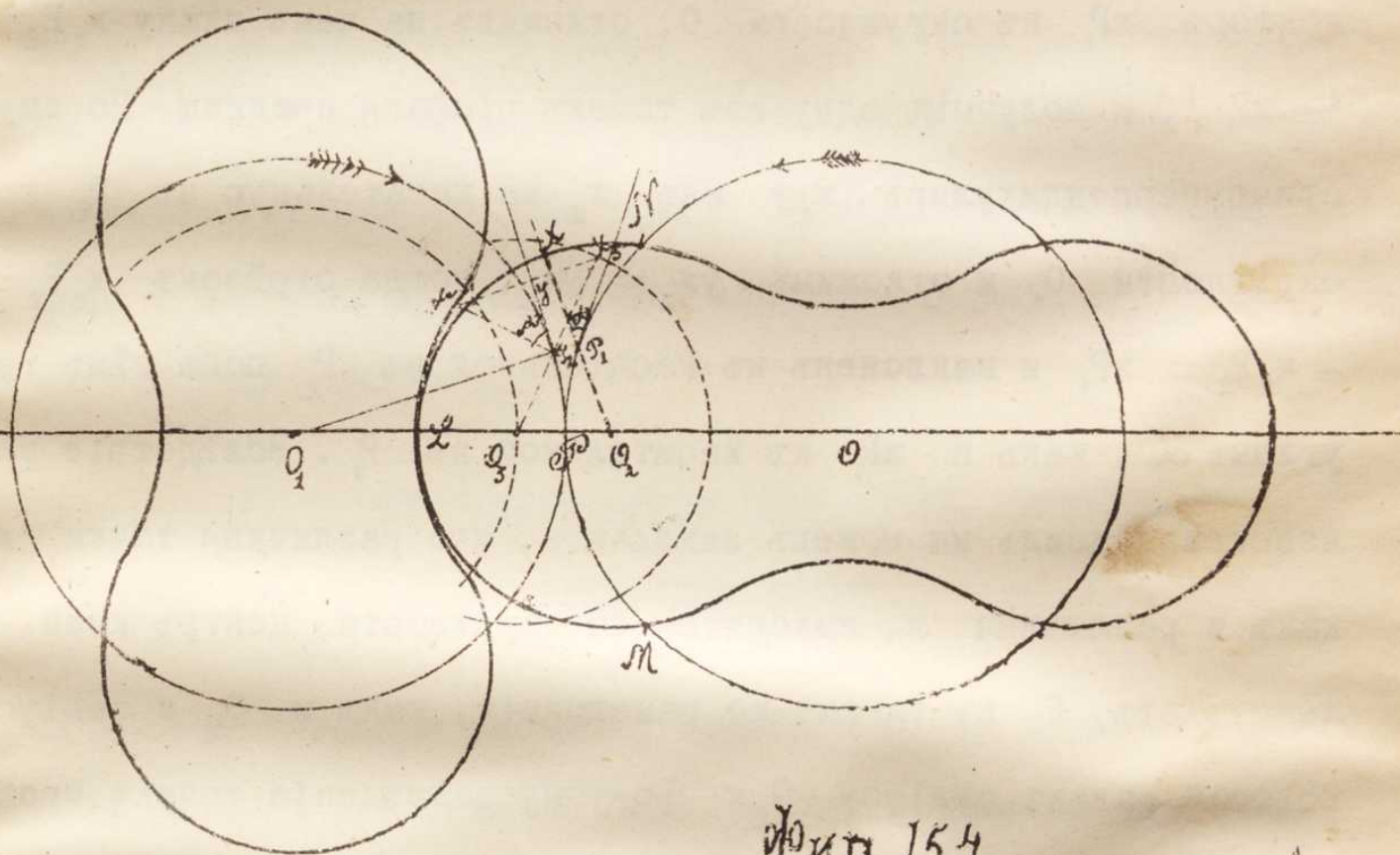
[Роторъ]. Онъ состоитъ



Фиг. 153

[фиг. 153] изъ двухъ крыльевъ, заключенныхъ въ кожухъ и плотно
прилегающихъ, какъ къ кожуху, такъ и другъ къ другу. Оба кры-
ла вращаются съ одинаковой угловой скоростью, но въ обратныя
стороны. При этомъ, какъ не трудно видѣть, какая-либо жид-
кость, или воздухъ, будетъ всасываться въ одинъ конецъ кожуха
и выгнетаться въ другой. Полоидами для системъ обоихъ крыль-

евъ ϕ дуть здѣсь двѣ равныя окружности |фиг. 154|. Для профиля выступа крыла берется часть окружности, описанной изъ точки O_2 радиуса OP и занимающей по полюидѣ четверть ея длины,



Фиг. 154

такъ что дуга NP , равна MP , равна $\frac{1}{2}$ окружности O . Что бы найти соответствующій профиль впадины, ищемъ огибающую кривой NLM |окружности| при качении полюиды O по O_1 . Беремъ какую нибудь точку кривой профиля, проводимъ нормаль

къ нему, т.е. соединяемъ x съ O_2 ; эта прямая пересѣчетъ
полоиду въ точкѣ P_1 ; откладываемъ теперь по другой полоидѣ
дугу $PP_2 = \cup PP_1$ и при точкѣ P_2 мы должны построить векторъ,
наклоненный къ окружности полоиды подъ тѣмъ-же угломъ, какъ
векторъ xP_1 къ окружности O ; отложивъ на немъ длину $x_2 P_2$
 $= |xP_1|$, и получимъ одну изъ точекъ профиля впадины. Но опу-
стимъ перпендикуляръ $x_2 u$ изъ x_2 на касательную въ P_2 къ
окружности O_1 и отложимъ $ux_3 = ux_2$; тогда отрѣзокъ $x_3 P_2 =$
 $= x_2 P_2 = xP_1$ и наклоненъ къ касательной въ P_2 подъ тѣмъ-же
угломъ α , какъ и xP_1 къ касательной въ P_1 . Вслѣдствіе ра-
венства полоидъ мы можемъ заключить, что различныя точки x_3 ,
какъ и различныя x , находятся на окружности, центръ коей O_3
лежитъ отъ P въ такомъ-же разстояніи, какъ и O_2 и радіусъ
которой равенъ радіусу $O_2 x$. Поэтому нахожденіе точекъ профи-
ля впадины сводится къ слѣдующему: проводимъ изъ центра O_3
[гдѣ $PO_3 = PO_2$] окружность такую-же, какъ *Рррр*; каку-
нибудь ея точку x_3 соединяемъ съ O_3 , введемъ въ точку P_2
пересѣченія $x_3 O_3$ съ окружностью O_1 радіусъ $O_1 P_2$, а изъ x_3
параллель ему $x_3 x_2$ и на этой параллели засѣкаемъ отрѣзкомъ,

равнымъ $P_2 x_3$, изъ точки P_2 точку x_2 , которая и будетъ одной изъ точекъ искомаго профиля. Какъ видно изъ построения профиль пересѣчетъ полюиду въ тѣхъ-же точкахъ, гдѣ и вспомогательныя окружности, т.е. въ точкахъ, находящихся другъ отъ друга на разстояніи $\frac{1}{y}$ длины полюиды; далѣе чертимъ профиль выступа въ видѣ окружности тождественной съ NLM и ограничиваемъ соотвѣтственно все крыло, пристраивая еще профиль впадины и выступа. Другое крыло, конечно, будетъ ограничено тождественнымъ контуромъ.

ОТНОШЕНІЕ МЕЖДУ СКОРОСТЯМИ ПЕРЕМѢННО.

НЕКРУГЛЫЯ КОЛЕСА.

Разсмотримъ теперь передачу вращенія около двухъ параллельныхъ осей съ переменнымъ отношеніемъ скоростей. Замѣтимъ, что передачи эти рѣдко употребляются на практикѣ, а потому мы остановимся только вкратцѣ на нихъ. — Пусть имѣются двѣ оси: A и B въ опредѣленномъ разстояніи другъ отъ друга и вращеніе A со скоростью ω , требуется передать вращеніемъ около B со скоростью ω_1 , гдѣ отношеніе $\frac{\omega_1}{\omega}$ есть некоторая функція

$f(\varphi)$ угла поворота системы A . Вращенія совершаются въ противоположныя стороны. Опредѣлимъ, какъ и прежде, движеніе B относительно A , придавъ обѣимъ системамъ еще общее вращеніе около оси A со скоростью $-\omega$; тогда A остановится, а B будетъ имѣть два движенія, которыя мы въ каждомъ данномъ положеніи оси B [при вращеніи около A] замѣняемъ однимъ мгновеннымъ вращеніемъ около оси, лежащей въ плоскости AB , параллельной имъ и дѣлящей разстояніе AB на части обратно пропорціональныя ω и ω_1 . Въ плоскомъ сѣченіи оси сведутся къ точкамъ [фиг. 155] и мы найдемъ полонду въ движеніи плоской системы B относительно A слѣдующимъ образомъ. Ведемъ черезъ A какой-нибудь векторъ подъ угломъ φ къ AB , отложимъ на немъ $AB_1 = AB$ и дѣлимъ AB_1

внутреннимъ образомъ въ отношеніи:

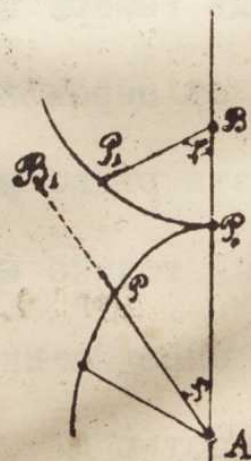
$$\frac{PA}{PB_1} = \frac{\omega_1}{\omega} = f(\varphi) = \text{извѣстной}$$

величинѣ. Полученная точка P

и будетъ одной изъ точекъ полон-

ды. Теперь нужно найти, какъ

обыкновенно, полонду въ движеніи



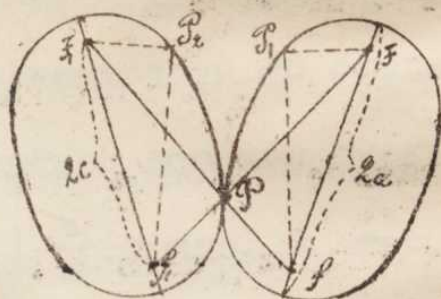
Фиг. 155.

А относительно В. Легко видѣть изъ соотношенія разстоянія между осями, что два соответственные радіусы r и r_1 , обѣихъ полоидъ должны давать въ суммѣ АВ, т.е. $r + r_1 = АВ$; даѣе, если векторъ $ВР_1$ $= r_1$ | соответствуетъ $АР = r$ |, то углы: $Р_1ВА = \varphi_1$ | и φ связаны между собой тѣмъ условіемъ, что оба вектора, какъ РА, такъ и $ВР_1$, при вращеніи системы В со скоростью ω_1 , а системы А со скоростью ω , должны одновременно вступить на линію АВ. Но элементарное вращеніе dy системы В равно $\omega_1 dt$, а вращеніе $dy = \omega dt$ для одного и того-же dt ; отсюда имѣемъ: $\frac{dy_1}{dy} = \frac{\omega_1}{\omega}$ или $dy_1 = f(\varphi) dy$ или $\varphi_1 = \int_0^\varphi f(\varphi) dy$, откуда опредѣляемъ уголъ φ_1 , соответствующій φ , а, слѣдовательно, и точку полоиды $Р_1$, такъ какъ длина $ВР_1 = АВ - АР$. Построенія такимъ образомъ кривыя и будутъ полоидами; не трудно убѣдиться, что дуга $Р_0Р_1 = \cup РР_1$ и радіусъ векторъ $ВР_1$ дѣлаетъ съ кривой такой-же уголъ, какъ и векторъ РА. Дѣйствительно, имѣемъ $\frac{dy_1}{dy} = \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{r_1}{r}$, откуда $r dy = r_1 dy_1$, но уголъ $ВР_1$ съ кривой | т.е. съ касательной къ кривой | опредѣляется условіемъ $\operatorname{tg} \varphi_1 = r_1 \frac{dy_1}{dr_1}$, а уголъ АВ съ кривой - условіемъ $\operatorname{tg} \varphi = r \frac{dy}{dr}$, при этомъ, если dr_1 не

положительно, то dr , по построению кривых, отрицательно и равно по величине dr ; следовательно, $\tan \psi = \tan \psi_1$ или $\psi = \psi_1$, а такъ какъ $ds \cdot \sin \psi = r \cdot d\varphi = r_1 d\varphi_1 = ds_1 \sin \psi_1$, то и всякое ds между двумя бесконечно-близкими радиусами одной кривой равно ds_1 между соответственными радиусами другой. — Кривая будутъ катиться одна по другой безъ скольженія, если вращать систему А со скоростью ω , а В — со скоростью ω_1 . Здѣсь однако ДАЛЕКО НЕ ВСЕГДА ВОЗМОЖНО УСТРОИТЬ ФРИКЦИОННУЮ ПЕРЕДАЧУ вслѣдствіе того, что кривая могутъ имѣть угловатые выступы и т.п. формы, при которыхъ силой тренія нельзя увлечь одной системой другую. — ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА устраивается совершенно такъ-же, какъ и въ цилиндрическихъ колесахъ: берутъ произвольный профиль въ одной системѣ и находятъ ему сопряженный въ другой, катя одну по другую — здѣсь удобно примѣнить методъ *Poncelet*, годный, какъ было сказано, для всякихъ полюидъ. — Какъ на примѣръ НЕКРУГЛЫХЪ КОЛЕСЪ можно указать на ЭЛЛИПТИЧЕСКІЯ КОЛЕСА. Представимъ себѣ два эллипса, одинаковыхъ и посаженныхъ на осяхъ, проходящихъ черезъ фокусы F и F_1 [фиг. 156], при этомъ разстояніе между

F и f равно большой оси эллипсовъ и $P_1F = P_1f$, а $FF_1 = Ff$

Не трудно видѣть, что расположен-
ные такимъ образомъ эллипсы бу-
дутъ касаться одинъ по другому,
если ихъ вращать около осей:



взявъ на одномъ точку P_1 , а на
другомъ — точку P_2 , такъ что

Фиг. 156

дуга PP_2 равна $\sphericalangle PP_1$, имѣемъ вслѣдствіе тождества эллипсовъ:

$f_1P_2 = fP_1$ и, слѣдовательно, $F_1P_2 + f_1P_2 =$ опять большой
оси $= FF_1$; далѣе, касательная въ P_2 дѣлаетъ съ векторомъ

f_1P_2 такой-же уголъ, какъ касательная въ P_1 съ векторомъ F_1P_1 ,
такъ какъ послѣдняя дѣлаетъ уголъ съ векторомъ fP_1 , равный

углу касательной въ P_2 съ векторомъ f_1P_2 [по тождеству эллип-
совъ]; а уголъ съ векторомъ fP_1 въ свою очередь по свойству

фокусовъ эллипса равенъ углу съ векторомъ F_1P_1 . Такимъ обра-
зомъ векторы f_1P_2 и F_1P_1 суть соотвѣтственные векторы и

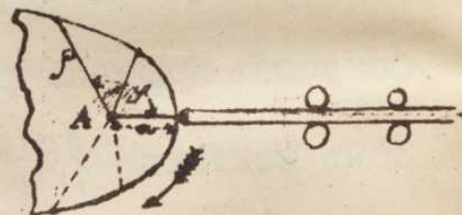
эллипсы, прокатывавшіеся другъ по другу на дугу $PP_2 = \sphericalangle PP_1$ бу-
дутъ касаться точками P_1 и P_2 , которыя одновременно придутъ
на линіи центровъ FF_1 , касательныя-же ихъ въ P_1 и P_2 соль-

ются въ одну общую касательную. Отношеніе скоростей $\frac{w_1}{w} = \frac{r_p}{r_p}$ и, очевидно, мѣняется отъ *максимума* — когда векторъ r_p совпадаетъ съ продолженіемъ линіи r_p — до *минимума* — когда тотъ-же векторъ помѣщается внутри отрезка r_p . Если назвать черезъ e [относ. $\frac{e}{a}$] эксцентриситетъ эллипса, то *максимум* отношенія $= \frac{a+e}{a-e} = \frac{1+e}{1-e}$, а *минимум* $= e = \frac{1-e}{1+e}$ >>

кулаки

КУЛАКИ И ЭКСЦЕНТРИКИ.

Гораздо большее значеніе для машиностроенія имѣетъ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНАГО ДВИЖЕНІЯ ВЪ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ВОЗВРАТНОЕ при помощи кулаковъ и эксцентриковъ, или-же ВЪ КАЧАТЕЛЬНОЕ. Пусть нѣкоторый стержень, могущій двигаться вдоль своего направленія, опирается концомъ на шейбу, сидящую на оси А [фиг 157]. Направленіе оси стержня вотрѣзаетъ, положимъ, ось А и перпендикулярно къ ней. При равномерномъ вращеніи шейбы [или эксцентрика] полоса будетъ двигаться, пока радіусъ вектора эксцентрика возрастаетъ; при дальнѣйшемъ



фиг. 157

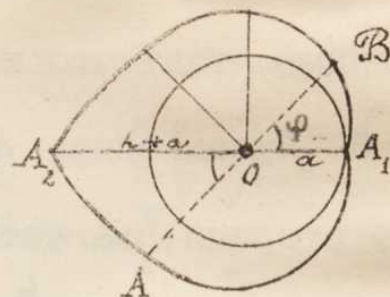
вращеній, когда радіусы векторы начинаютъ убывать, стержень можетъ остаться на мѣстѣ и для замканія пары здѣсь необходимо употребить постороннюю силу, всегда прижимающую стержень къ эксцентрику, т.е. употребить такъ называемое силовое замканіе пары, напримѣръ, при помощи нѣкоторой пружины. Отъ формы эксцентрика несомнѣнно зависитъ законъ движенія стержня и наоборотъ для даннаго закона движенія можно опредѣлить форму эксцентрика. Пусть a — наименьшій векторъ эксцентрика и ρ — какой-нибудь, дѣлающій уголъ φ съ первымъ [фиг. 157]. Будемъ разсматривать движеніе стержня, начиная съ того момента, когда наименьшій радіусъ совпадаетъ съ направлениемъ движенія стержня: при поворотѣ эксцентрика на φ стержень, очевидно, подвинется на величину $x = \rho - a$; кривую, ограничивающую эксцентрикъ, мы можемъ выразить уравненіемъ въ полярныхъ координатахъ, написанныхъ въ видѣ: $\rho - a = f(\varphi)$. Такъ какъ мы принимаемъ вращеніе эксцентрика равномернымъ, то углы поворота его будутъ пропорціональны временамъ, т.е. мы можемъ считать этими углами времена и тогда уравненіе: $\rho - a = f(\varphi) = x$ дастъ намъ зависимость пути, пройденнаго какой-либо точкой

стержня; отъ времени, если считать начальнымъ моментъ наи-
 большаго приближенія этой точки стержня къ центру [или оси
 вращенія] эксцентрика. Обратно, если намъ данъ законъ движе-
 нія стержня въ видѣ: $x = f|t|$, то это соотношеніе непо-
 средственно будетъ полярнымъ уравненіемъ эксцентрика: $\varrho - a =$
 $= f(\varphi)$, и, задаваясь наименьшимъ векторомъ эксцентрика, мы
 опредѣлимъ форму кривой, его ограничивающей. — Пусть, напри-
 мѣръ, дано, что стержень за время поворота эксцентрика отъ 0°
 до π долженъ двигаться РАВНОМѢРНО; тогда пути, пройденные
 какой-либо точкой стержня, будутъ пропорціональны времени и
 мы можемъ написать: $\varrho - a = \alpha\varphi$ — а это представляетъ со-
 бою, какъ извѣстно, уравненіе Архимедовой спирали. Факторъ
 пропорціональности α опредѣлимъ по величинѣ хода стержня;
 если ходъ этотъ = h , то для $\varphi = \pi$ $\varrho_1 - a = h = \alpha\pi$ и, слѣдова-
 тельно, уравненіе кривой напишется такъ: $\varrho - a = \frac{h}{\pi} \cdot \varphi$. По-
 строеніе кривой можно будетъ вести такъ: задавши наимень-
 шимъ радіусомъ a эксцентрика и зная ходъ h стержня [фиг.
 158], узнаемъ радіусъ соотвѣтствующій $\varphi = \pi$: онъ будетъ
 равенъ $a + h$, ; дѣлимъ теперь уголъ π векторами на n , рав-

ных частей,, также и h на столько-же частей и откладываемъ последовательно на векторахъ

отрѣзки $|a + \frac{h}{n}|$, $|a + 2 \cdot \frac{h}{n}|$, ...

и т.д. другими словами, можно описать радиусомъ a полуокружность, раздѣлить ее на n равныхъ частей и къ радиусамъ, проведеннымъ че-



фиг. 158.

резъ точки дѣленій, прибавлять последовательно отрѣзки: $\frac{h}{n}$, $2 \cdot \frac{h}{n}$, $3 \cdot \frac{h}{n}$ и т.д. Соединяемъ теперь концы векторовъ кривою, которая и будетъ тѣмъ ближе подходить къ Архимедовой спирали, чѣмъ больше взято дѣленій.- Если-бы было оказано, что назадъ стержень долженъ идти также равномерно, то мы построили-бы кривую симметричную съ первой и тѣмъ вполне ограничи-ли-бы эксцентрикъ. Такой эксцентрикъ обладалъ-бы свойствомъ постоянной ширины, т.е. любой векторъ АВ, проведенный черезъ центръ О эксцентрика, имѣлъ-бы постоянную величину $|2a + h|$, такъ какъ называя уголъ $\angle BOA_1 = \angle A_2OA$ черезъ φ , мы имѣли-бы, по построению: $OB = a + \frac{h}{n} \cdot \varphi$ и $OA = a + \frac{h}{n} \cdot (\pi - \varphi)$, откуда: $OA + OB = 2a + h$.- Точно также можно устроить такой эксцен-

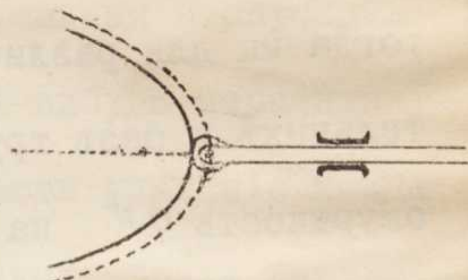
ющее. Если проведемъ какой-нибудь векторъ Om кривой и изъ центра O опишемъ окружность радиуса $a + \frac{h}{2}$, то отръзокъ mn продолженнаго вектора между кривой и окружностью можно выразить такъ: $mn = a + \frac{h}{2} - \rho = a + \frac{h}{2} - a - \frac{h\varphi^2}{2\pi^2} = \frac{h}{2} - \frac{h}{2} \frac{\varphi^2}{\pi^2}$. Вмѣсто угла $\varphi = \angle OAm$ введемъ уголъ $\psi = \angle Otm = \frac{\pi}{2} - \varphi$, тогда получимъ: $mn = \frac{h}{2} \cdot \psi = \frac{h}{\pi^2} \cdot \frac{\psi^2}{2}$; но эта зависимость mn отъ ψ выражаетъ собой зависимость пути отъ времени въ движеніи равномерно-замедленномъ, если считать время углами ψ . Поэтому дальнѣйшее построеніе кривой эксцентрика будетъ очевидно таково: мы проводимъ какой-нибудь векторъ Ok , откладываемъ по другую сторону Ob уголъ $\angle Bot$ равный $\angle Bok$, узнаемъ отръзокъ mn между кривой, раньше начерченной, и окружностью радиуса $a + \frac{h}{2}$ и прибавляемъ этотъ отръзокъ къ радиусу Ok той-же окружности, т.е. дѣлаемъ $nc = mn$. Точка c будетъ одной изъ точекъ кривой очертанія эксцентрика. Можно тотъ-же результатъ получить, если составить на общихъ основаніяхъ полное уравненіе кривой очертанія для движенія равномерно-замедленнаго $x = a\varphi - \beta \frac{\varphi^2}{2}$, гдѣ φ считается отъ Ob и опредѣлить постоянныя α и β изъ условій: при $\varphi = 0$ ско-

рооть стержня намъ извѣстна, т.е. $\frac{dx}{d\varphi} = \alpha - \beta\varphi = \alpha$ | при $\varphi = 0$ | =
 $= \frac{d\varphi}{d\varphi}$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$, гдѣ φ берется изъ прежняго уравне-
 нія: $\varphi - \alpha = \frac{h}{2 \cdot \frac{\pi^2}{4}} \cdot \varphi^2$; а постоянное β опредѣляется усло-
 віемъ: $\frac{dx}{d\varphi} = 0$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$, т.е. $\beta \cdot \frac{\pi}{2} = \alpha$; затѣмъ само
 уравненіе напишется такъ: $x = \varphi - \left(\alpha + \frac{h}{2}\right) = \frac{h\varphi}{\frac{\pi}{2}} - \frac{h}{\frac{\pi^2}{4}} \cdot \frac{\varphi^2}{2}$, —

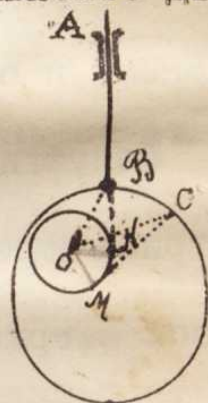
Если требуется и обратное движеніе стержня такого-же харак-
 тера, какъ прямое, то очерчиваемъ дальше эксцентрикъ симме-
 тричной кривой. — Такой эксцентрикъ имѣетъ передъ первымъ то
 преимущество, что переходъ отъ одного направленія движенія
 къ противоположному совершается безъ потери скорости, т.е.

безъ удара, такъ какъ скорость при концѣ хода равна $= 0$. — Въ
 этихъ выводахъ мы разсматривали стержень опирающійся своимъ
 концомъ, т.е. одной точкой на эксцентрикъ. Въ дѣйствительно-
 сти дѣлаютъ на концѣ стержня РОЛИКЪ, которымъ стержень и опи-
 рается на эксцентрикъ. Тогда центръ ролика |въ плоскомъ сѣ-
 ченіи| будетъ играть роль конца стержня, и, найдя кривую,
 удовлетворяющую данному закону движенія, ограничиваемъ эк-
 сцентрикъ кривой, которая параллельна первой и отстоитъ отъ
 нея на величину радіуса ролика |Фиг. 180|. Если эксцентрикъ

обладаетъ свойствомъ постоянной ширины, то можно поставить два ролика, неизмѣнно связанныхъ со стержнемъ и между ними помѣстить эксцентрикъ. Тогда силовое замыканіе пары становится ненужнымъ. Можно также сдѣлать вмѣсто эксцентрика шейбу съ желобкомъ, въ который входилъ-бы роликъ отъ стержня. Желобокъ долженъ быть ограниченъ кривыми, параллельными кривой для данного закона движенія и отстоящими отъ нея въ ту и другую сторону на радіусъ ролика. Часто бываетъ, что центръ эксцентрика не лежитъ на линіи движенія конца стержня. [фиг. 161]. Продолжимъ направленіе движенія и проведемъ касательную окружность къ этому направленію изъ центра эксцентрика; пусть она касается прямой въ точкѣ N . Проведя какой-нибудь радіусъ OC эксцентрика, мы можемъ сказать, что когда точка C придетъ на линію движенія AB , стержень передвинется на разность между касательными



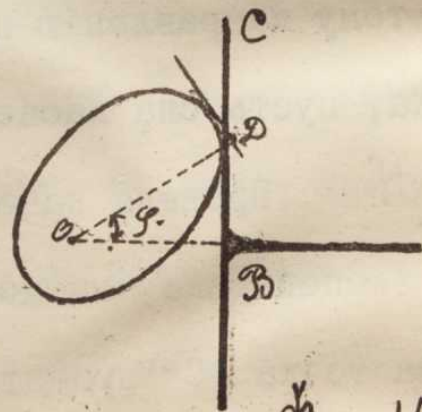
фиг. 160.



фиг. 161.

СМ и ВМ къ окружности $ОМ$, при этомъ эксцентрикъ повернет-
ся на уголъ $МОМ$. Если намъ дана зависимость передвиженія
стержня отъ времени, или отъ угловъ поворота эксцентрика,
тогда мы для различныхъ угловъ поворота узнаемъ длины касательныхъ и безъ труда строимъ кривую эксцентрика: дѣлимъ
окружность $ОМ$ на n равныхъ частей, въ точкахъ дѣленія
проводимъ касательныя къ окружности и, выбравъ наименьшую изъ
нихъ, откладываемъ послѣдовательно на другихъ отрѣзки, возра-
станіе которыхъ соотвѣтствуетъ закону движенія стержня, - со-
вершенно такъ-же, какъ это мы дѣлали для возрастающихъ векто-
ровъ эксцентрика въ случаѣ, когда его центръ лежалъ на пря-
мой движенія. Не трудно также рѣшить вопросъ о формѣ эксцен-
трика, который долженъ дѣйствовать на ПОЛОСУ, СОЕДИНЕННУЮ СО
СТЕРЖНЕМЪ и обыкновенно перпендикулярную къ его длинѣ |фиг.

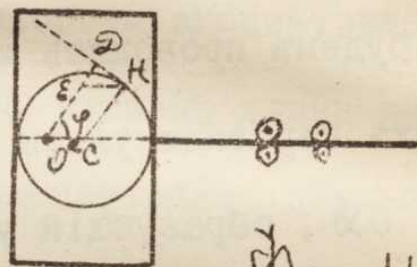
162| Допустимъ, что центръ эк-
сцентрика находится на продолже-
ніи оси стержня. Такъ какъ напра-
вленіе полосы всегда касательно
къ эксцентрику и перпендикулярно



фиг. 162.

къ линіи движенія стержня, то мы можемъ получить зависимость
 ОВ отъ угловъ вращенія эксцентрика |законъ движенія стержня|,
 если будемъ проводить къ эксцентрику касательныя и опускать
 на нихъ перпендикуляры изъ точки О. Какой-нибудь перпендику-
 ляръ OD , образующій уголъ φ съ ОВ, дастъ удаленіе конца
 В стержня отъ центра О. Послѣ поворота эксцентрика на уголъ
 $BOD = \varphi$, $OD - OB$ будетъ величиной передвиженія стержня.
 Соединивъ различные концы D перпендикуляровъ, получимъ кри-
 вую, выражающую законъ передвиженія стержня. Обратно, если
 намъ дана эта зависимость перемѣщеній отъ угловъ φ поворо-
 та эксцентрика, то строимъ, какъ въ обыкновенномъ эксцентри-
 кѣ, кривую геометрическаго мѣста точекъ D , соединяемъ ея
 различныя точки векторами съ О и возставляемъ къ каждому
 вектору въ его концѣ перпендикуляръ - тогда огибающая этихъ
 перпендикуляровъ и дастъ очертаніе эксцентрика, дѣйствующаго
 на полосу и двигающаго стержень согласно данному закону. - Къ
 числу подобныхъ эксцентриковъ можно отнести круглый дискъ,
 сидящій эксцентрично на оси и заключенный въ раму, принадле-
 жащую стержню |фиг. 163|. Очевидно, что такой эксцентрикъ

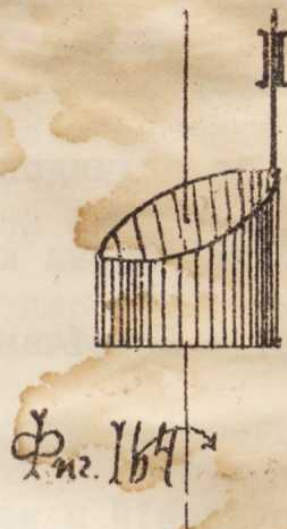
представляет изъ себя ничто иное, какъ механизмъ двойного ползуна, въ которомъ кривошипъ имѣть длину OC и, слѣдовательно, законъ движенія стержня будетъ тотъ-же, что и тамъ, т.е. движеніе будетъ ГАРМОНИЧЕСКОЕ.



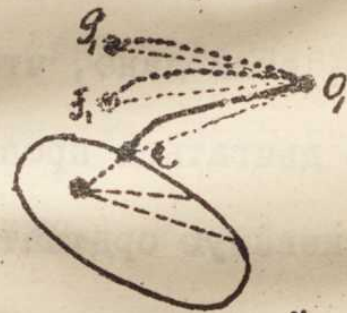
Фиг. 163

Въ этомъ убѣждаемся также проведя касательную [какую-нибудь] и опустивъ на нее перпендикуляръ OD . Пользуясь треугольникомъ DEN (гдѣ N — точка прикосновенія, а $EN \parallel OC$), получаемъ: $OD = OE + ED = r + OC \cos \angle DEN = r + a \cos \varphi$. Наибольшее значеніе есть $r + a$; передвиженіе стержня выразится черезъ $a(1 - \cos \varphi)$, ходъ будетъ равенъ $2a$. — Эксцентрики, или кулаки, могутъ имѣть также форму цилиндровъ, связанныхъ по некоторой кривой, на которую будетъ опираться конецъ стержня, могущаго ходить въ направленіи, параллельномъ оси цилиндра. Легко вычертить, напримѣръ, вертикальную проекцію кривой, по которой срезанъ цилиндръ, зная зависимость движенія стержня отъ времени. Представимъ себѣ цилиндръ [фиг. 164] стоящимъ на горизонтальной плоскости проекціи нижнимъ основаніемъ

емъ, дѣлимъ окружность основанія на n равныхъ частей, проводимъ вертикали [образующія] черезъ точки дѣленій и откладываемъ на нихъ отъ оси проекцій ординаты, возрастание которыхъ зависитъ отъ угловъ, образуемыхъ соответственными радиусами основанія съ определеннымъ [начальнымъ] направлениемъ, также, какъ передвиженіе стержня зависитъ отъ времени. Можемъ также развернуть цилиндръ въ плоскость, раздѣлить развернутое основаніе на n равныхъ частей и въ точкахъ дѣленій возставить ординаты, пользуясь опять закономъ движенія стержня. Напримеръ, если дано, что за пол-оборота эксцентрика стержень долженъ двигаться пропорціонально квадратамъ времени, выбираемъ наименьшую ординату, задаемся ходомъ стержня, дѣлимъ половину развернутой окружности на n равныхъ частей и, возставивъ въ начальной точкѣ наименьшую ординату, увеличиваемъ последовательно ординаты на $\frac{h}{n^2}$, $\frac{h \cdot 4}{n^2}$, $\frac{h \cdot 9}{n^2}$ и т.д., гдѣ h — ходъ стержня; затѣмъ для обратнаго хода стержня [за второй пол-оборотъ эксцентрика] строимъ также кривую, требуемую за-



данными условіями движенія и т.д. - Получимъ развернуто кривую по которой долженъ быть срезанъ цилиндръ. - Можно также дѣлать на цилиндрѣ каналъ, въ который входилъ-бы роликъ отъ стержня; форма канала узнается, разумѣется, такимъ-же способомъ. - Встрѣчаются и другихъ формъ эксцентрики, напримѣръ, коническіе; способъ ихъ очерчиванія не представляетъ никакихъ затрудненій и ведется аналогично рассмотрѣннымъ примѣрамъ. - Если стержень двигается не прямолинейно, а вращается около опредѣленнаго центра, то при данной зависимости его качанія отъ времени, строимъ его положенія O, F, O, G [фиг. 165], соотвѣтствующія различнымъ угламъ поворота эксцентрика. Откладывая эти углы отъ опредѣленнаго вектора, получаемъ рядъ векторовъ эксцентрика, длина коихъ, очевидно, должна быть равна соотвѣственно $OF, OG \dots$ Такимъ образомъ получимъ очертаніе эксцентрика. - Иногда требуется, чтобы на нѣкоторой части своего движенія стержень остановился и оставался въ покоѣ нѣкоторое время. Въ этомъ случаѣ не трудно также видѣть,

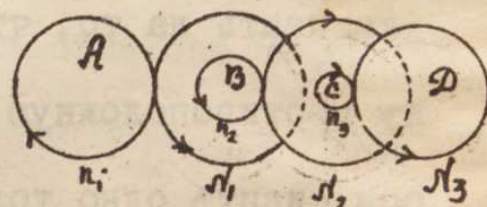


Фиг. 165

какъ на соотвѣтственной части долженъ быть ограниченъ эксцентрикъ. Для простаго эксцентрика кривая на этой части обратится въ окружность, описанную изъ центра эксцентрика. Переходъ отъ этой дуги окружности къ дальнѣйшей кривой слѣдуетъ сдѣлать постепеннымъ, подобравъ нѣкоторую переходную кривую.

ПЕРЕДАЧА ДВИЖЕНІЯ ПРИ ПОМОЩИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХЪ ЗВЕНЬЕВЪ.

Разсмотримъ нѣкоторые случаи передачи при помощи промежуточныхъ звеньевъ. Здѣсь важнымъ практически примѣромъ является рядовое соединеніе зубчатыхъ колесъ. Положимъ, что намъ требуется вращеніе одной оси передать другой и при этомъ передаточное число довольно значительно. Какъ извѣстно, для зубчатой цилиндрической передачи не берутъ большого передаточнаго числа, и, если такое задано, то передачу разбиваютъ на рядъ передачъ: колесо, сидящее на оси A [фиг. 166] и имѣющее n_1 зубцовъ, зацепляется съ колесомъ на оси B , имѣющимъ n_2 зубцовъ; на этой же оси сидитъ колесо



съ числомъ n_1 зубцовъ, оно зацѣпляется съ колесомъ N_2 | числомъ зубцовъ | на оси С; на этой оси сидитъ еще колесо n_3 , зацѣпляющееся съ N_3 на оси D и т.д. Положимъ, что движеніе передается отъ А, тогда ведущими будутъ колеса n_1, n_2, n_3 и т.д., а ведомыми $N_1, N_2, N_3 \dots$; при Z_1 оборотахъ А, В совершитъ $\frac{n_1}{N_1} Z_1$ оборотовъ, С совершитъ $\frac{n_2}{N_2} \cdot \frac{n_1}{N_1} Z_1$ оборотовъ, D - $\frac{n_3}{N_3} \cdot \frac{n_2}{N_2} \cdot \frac{n_1}{N_1} Z_1$ оборотовъ и т.д. Число оборотовъ послѣдней оси будетъ равно числу оборотовъ первой, умноженному на дробь, числитель которой есть произведеніе чиселъ зубцовъ ведущихъ колесъ, а знаменатель - произведеніе чиселъ зубцовъ ведомыхъ колесъ. Послѣдняя ось будетъ вращаться или въ ту-же сторону, что и первая, или въ обратную - въ зависимости отъ числа промежуточныхъ передачъ. Если назовемъ числомъ n всѣхъ передачъ черезъ n , то можемъ написать, что число оборотовъ послѣдней оси будетъ $= (-1)^n \cdot \frac{n_1}{N_1} \cdot \frac{n_2}{N_2} \dots \frac{n_n}{N_n} Z_1$, гдѣ Z_1 - число оборотовъ первой оси и знакъ отрицательный будетъ указывать на то, что вращеніе послѣдней совершается въ сторону противоположную первой. Замѣтимъ, что, если на какой-либо оси сидитъ одно только колесо, сцепляющееся съ предшествующей

щимъ и съ послѣдующимъ колесами, то оно, очевидно, не влія-
етъ на передаточное число, а только на измѣненіе смысла вра-
щенія: его можно разсматривать какъ два одинаковыхъ колеса,
посажерныхъ на

ось и, слѣдова-

тельно, соотвѣ-

ствующая дробь

$\frac{n_m}{n_{m-1}}$ оудеть

равна 1 Та-

кимъ образомъ

мы, разбивая пе-

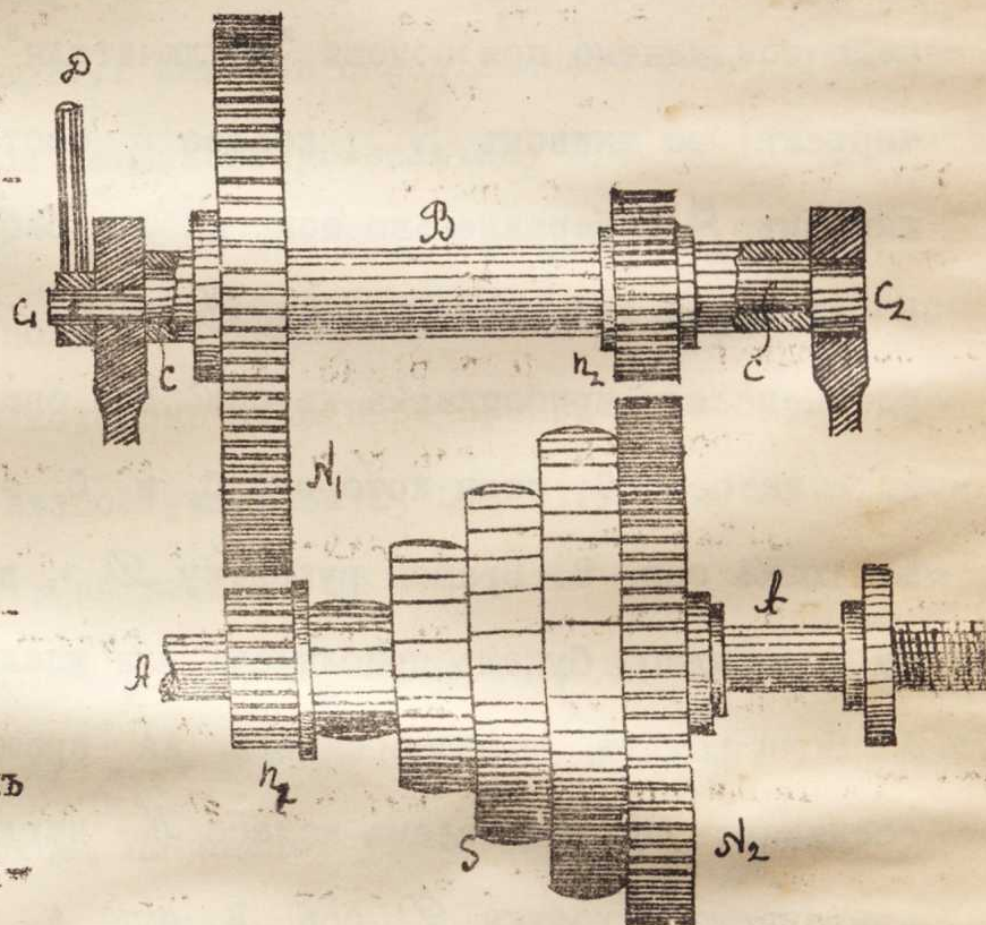
редачу на рядъ

передатъ, можемъ

выполнить какое-

угодно переда-

точное число.



Фиг. 167.

Въ такъ называемомъ переборѣ токарныхъ станковъ мы имѣемъ
одинъ изъ простѣйшихъ примѣровъ разбивки передачи. Ступенча-
тый шкивъ S , называемый также "конусомъ" [фиг. 167], полу-

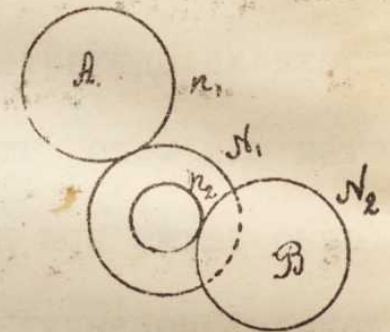
ющий свое вращение от фабричного вала, сидитъ вольно на шпиндель A передней бабки токарнаго станка [на шпиндель и вращается обрабатываемый предмет]. Колесо M_2 наглухо [при помощи шпонки] соединено съ осью A и можетъ быть въ свою очередь соединяемо при помощи "выключателя" [не показаннаго на чертежѣ] со шкивомъ S ; колесо n , составляетъ одно цѣлое со шкивомъ S . Параллельно оси AA въ бабкѣ имѣется другая ось B съ парой зубчатыхъ колесъ M_1 и n_2 . Эта ось можетъ быть удаляема или приближаема къ оси AA : она сдѣлана пустой и сидитъ на оси C , шипы которой C_1 и C_2 эксцентричны по отношенію къ оси B . Вращая рукоятку D , насаженную на шипъ C_1 , мы, очевидно, будемъ приближать или удалять ось B отъ оси A . Если хотятъ, чтобы шпиндель AA вращался быстро, тогда соединяютъ выключателемъ колесо M_2 наглухо съ S , удаляютъ вращеніемъ рукоятки D ось B отъ A , такъ что колеса M_1 и n_2 уже не могутъ зацѣпляться съ колесами n и M_2 ; тогда шпиндель непосредственно получаетъ вращение отъ вала при помощи шкива S . Если-же нужно медленное вращение шпинделя, тогда разъединяютъ колесо M_2 отъ шкива, заставляютъ вращеніе

емъ $\mathcal{D}$ ось В приблизиться къ А и колеса $\mathcal{N}_1$ и $\mathcal{N}_2$ сцѣ-
 питься съ колесами $\mathcal{N}_1$ и $\mathcal{N}_2$; теперь при одномъ оборотѣ шкива
 шпиндель сдѣлаетъ $\frac{n_1}{N_1} \cdot \frac{n_2}{N_2}$ оборотовъ. Ступенчатый шкивъ дѣла-
 ется для того, чтобы можно было разнообразить число оборотовъ.
 Точно также при нарѣзкѣ винтовъ опредѣленнаго шага суппортъ
 долженъ подвинуться на известную величину при одномъ оборотѣ
 обрабатываемаго тѣла. Какъ мы знаемъ, передвиженіе суппорта
 производится при помощи частнаго видоизмѣненія трехзвенной
 винтовой цѣпи, въ которомъ одна пара превратилась во враща-
 тельную и одна - въ поступательную, при этомъ за одинъ обо-
 ротъ винта суппортъ подвинется на его шагъ h_1 . Если обра-
 батываемый предметъ совершаетъ Z_2 оборотовъ за то время, какъ
 винтъ суппорта - Z_1 , то рѣзецъ сдѣлаетъ нарѣзку, шагъ кото-
 рой h_2 опредѣлится, очевидно, условіемъ: $h_2 = \frac{Z_1 h_1}{Z_2}$ Что-
 бы имѣть возможность нарѣзывать разные винты, нужно мѣнять
 отношеніе $\frac{Z_1}{Z_2}$, а это мы можемъ сдѣлать, вставляя между
 шпинделемъ передней бабки, отъ которой винтъ суппорта получа-
 етъ вращеніе, и этимъ винтомъ различныя промежуточныя пере-
 дачи сообразно требуемой нарѣзкѣ. Если А [фиг. 168] шпиндель,

а В - винтъ суппорта, то, при показанныхъ на чертежѣ числахъ зубцовъ колесъ, шагъ нарѣзки будетъ:

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad | \text{одна промежуточная}$$

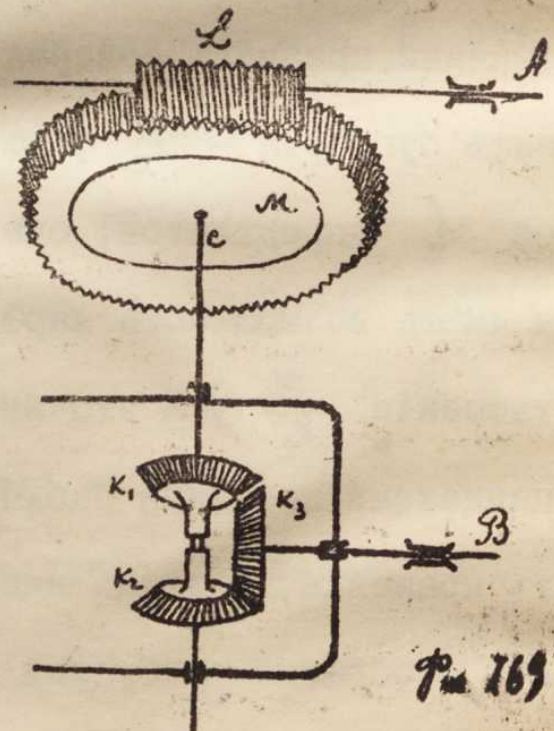
передача|. Имѣя рядъ смѣнныхъ колесъ, мы можемъ выполнить разныя нарѣзки, а вставкой промежуточного колеса можемъ мѣнять смыслъ вращенія винта и, следовательно, выполнить какъ правую, такъ



фиг. 168.

и лѣвую рѣзбу.- Теперь однако вмѣсто такой системы колесъ пользуются иногда червячной передачей для приведенія въ движеніе суппорта. На чертежѣ [фиг. 169] схематически представлено подобное устройство.

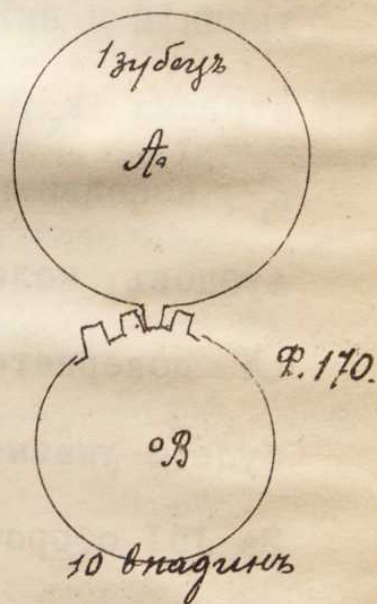
Червякъ $\mathcal{L}$ сидитъ на шпинделѣ А передней бабки и приводитъ во вращеніе червячное колесо М, а вмѣстѣ



фиг. 169

съ тѣмъ и колеса K_1 и K_2 . На продолженіи винта суппорта сидитъ колесо K_3 . Колеса K_1 и K_2 , соединенныя общей втулкой, мо-

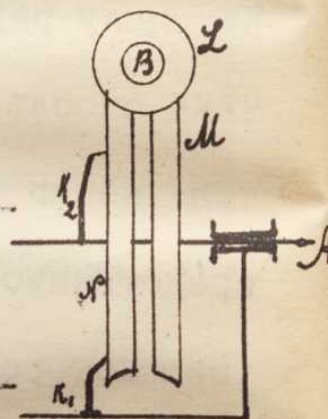
гутъ быть передвигаемы немного вдоль оси O и, такимъ образомъ, можно заставить зацепляться съ колесомъ K_3 или колесо K_1 , или K_2 . Этимъ мы даемъ винту то или другое направление вращенія. Червячное колесо ~~свѣтлое~~ и нетрудно опредѣлить - по числу его зубцовъ, числу винтовыхъ нитокъ на червякѣ L и шагу винта B - шагъ нар* и на обрабатываемомъ предметѣ. - Къ числу рядовыхъ соединеній относятся также различные СЧЕТЧИКИ число оборотовъ. Для отсчитыванія единицъ, десятковъ и т.д. можно употреблять слѣдующее соединеніе. На ось, непосредственно соединенную такъ или иначе съ той, число оборотовъ которой мы хотимъ считать, сажаемъ колесо съ однимъ зубцомъ. Слѣдующая ось B [фиг. 170] имѣетъ колесо съ 10-ю впадинами, соотвѣтствующими зубцу колеса A . Если посадимъ на оси A и B указатели, ходящіе по циферблатамъ, то указатель A будетъ очевидно показывать десятныя части, а указатель B - единицы оборотовъ, если циферблаты имѣютъ дѣленія: 0, 1, 2, ... 9. Далѣе, можемъ посадить на ось B еще колесо съ од-



нимъ зубцомъ, на слѣдующей оси С — колесо съ 10 впадинами, тогда указатель, соединенный съ С, будетъ давать на своемъ циферблатѣ десятки оборотовъ и т.д. При такомъ устройствѣ послѣ

полнаго оборота какой-либо оси слѣдующая поворачивается на $\frac{1}{10}$ оборота. — Другой способъ счета основывается на ОТНОСИТЕЛЬНОМЪ ДВИЖЕНІИ двухъ колесъ, оси которыхъ совпадаютъ.

Червякъ L [фиг. 171] сидитъ на оси В и зацепляется одновременно съ колесами М и N , изъ коихъ одно N сидитъ вольно на оси А, а другое M наглухо соединено съ осью А. Колесо на передней сторонѣ имѣетъ два циферблата — внутренний и внѣшній. На внутренний указываетъ



Фиг. 171.

стрѣлка k_2 , соединенная съ осью А, а на внѣшній — стрѣлка k_1 , неподвижно укрѣпленная въ станинѣ. Колесо N имѣетъ 100 зубцовъ, колесо М — 101. При одномъ оборотѣ червяка колесо N повернется на $\frac{1}{100}$ оборота и, слѣдовательно, указатель k_1

будетъ указывать по шкалѣ единицы оборотовъ червяка до 100.

За 101 оборотъ червяка колесо N сдѣлаетъ $1 + \frac{1}{100}$ оборота, а

колесо М — одинъ оборотъ, т.е. оно отстанетъ отъ колеса N и

указатель k_2 подвинется относительно внутренней шкалы на 1 деление. Таким образом, на внутренней шкале будут отсчитываться сотни оборотов - до 10100. - Переходя къ вопросу о рядовомъ соединеніи для какого-нибудь даннаго передаточнаго числа, мы можемъ видѣть, что если число не особенно сложно, то всегда нетрудно разбить его на произведеніе такихъ дробей, чтобы каждая изъ нихъ не превосходила допускаемыхъ на практикѣ передаточныхъ чиселъ, а также, чтобы числители и знаменатели этихъ дробей [выражающіе числа зубцовъ колесъ] не уклонились ни въ ту ни въ другую сторону отъ ходовыхъ чиселъ зубцовъ [не были-бы меньше 6, или больше 150 и т.п.]. Если требуется, положимъ, передача $\frac{1}{60}$, то, разбивая ее на двѣ съ 6-ю зубцами у каждаго изъ малыхъ колесъ, имѣемъ:

$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
6	60	2160	45

и, слѣдовательно, у большихъ колесъ будетъ соответственно 48 и 48 зубцовъ. - Если передаточное число довольно сложно, то иногда можно съ удобствомъ выбрать приближенное къ нему число, хорошо разлагаемое на рядъ дробей и, такимъ образомъ, замѣнить передачу приближенной. Требуется, напримѣръ, чтобы одна шестерня показывала часъ, а другая совершала обо-

ротъ по циферблату за время обращенія луны, равное $29^d 12^h 44^m$ [приблизительно]. Обращая это число въ часы, получаемъ 42524

— часовъ; слѣдовательно, въ то время, какъ одна стрѣлка совершаетъ — оборота | часовая |, другая — оборота

$$\text{Передаточное число здѣсь равно } \frac{60}{42524} : \frac{60}{12} = \frac{720}{42524} = \frac{180}{10631}$$

Число, стоящее въ знаменателѣ, первоначальное, поэтому разложение невозможно; но, взявши вмѣсто 42524 число 42525, получаемъ: $\frac{720}{42525} = \frac{8 \cdot 10}{75 \cdot 63}$. Такимъ образомъ, путемъ пробъ всегда

можемъ подобрать удобныя передачи. Здѣсь, при сложныхъ передаточныхъ числахъ, часто полезно бываетъ употреблять способъ

ГЮЙГЕНСА, состоящій въ томъ, что мы разлагаемъ данную дробь въ непрерывную и находимъ рядъ подходящихъ дробей; пусть по-

слѣдняя подходящая дробь есть $\frac{n}{m}$, данная $\frac{a}{b}$, тогда, какъ извѣстно, $am - bn = 1$; если какая-нибудь дробь $\frac{x}{y}$ довольно близко подходитъ къ данной $\frac{a}{b}$, то разность $\frac{a}{b} - \frac{x}{y}$

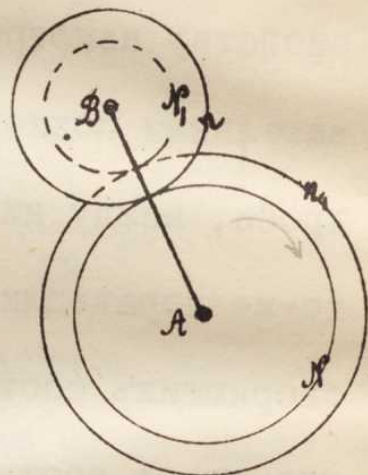
должна быть малой величиной и, слѣдовательно, $ay - bx = k$ мало сравнительно съ by . Изъ соотношеній: $am - bn = 1$, ay

$$= k \text{ находимъ, что можно положить } y = mk \text{ и } x = n$$

или вообще $y = mk + Mb$, $x = nk + Ma$. Подбирая числа

к и М, можемъ достигнуть такихъ значеній x и y , при которыхъ дробь $\frac{x}{y}$ хорошо разлагается и недалеко отъ $\frac{a}{b}$. По свойству непрерывныхъ дробей мы знаемъ, что если двѣ послѣдовательныя подходящія дроби суть $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, то всякая дробь, между ними заключенная, будетъ болѣе оложной дробью; то-же справедливо относительно всякихъ двухъ дробей, удовлетворяющихъ соотношенію: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{1}{bd}$; но дробь $\frac{a+c}{b+d}$ имѣетъ такое соотношеніе и съ $\frac{a}{b}$ и съ $\frac{c}{d}$, поэтому она будетъ простѣйшей изъ дробей, заключенныхъ между $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$. На основаніи этого мы можемъ данное передаточное число разложить въ непрерывную дробь и, если подходящія дроби неудобны, то, взявъ двѣ подходящія дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, находимъ цѣлый рядъ подходящихъ дробей, ИНТЕРПОЛИРУЯ сначала между $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, т.е. составляя дробь $\frac{a+c}{b+d}$, потомъ между этой и каждой изъ дробей $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ - и т.д. Такимъ путемъ можемъ получить удобныя для разложенія дроби и разбить соотвѣтственно передачу. Этотъ методъ называется МЕТОДОМЪ БРОКО. - Перейдемъ теперь къ тому случаю соединенія колесъ, при которомъ ОСИ НѢКОТОРЫХЪ КОЛЕСЪ ИМѢЮТЪ САМИ ДВИЖЕНІЕ ВОЛО НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ. Предста

вѣмъ себѣ такое соединеніе: колесо $\mathcal{N}$ [фиг 172], сидящее на оси A , зацѣпляется съ колесомъ n , сидящимъ на оси B ; на этой-же оси сидитъ колесо $\mathcal{N}_1$, зацѣпляющееся съ колесомъ n_1 , вольно сидящимъ на оси A . Ось B сама сидитъ на рычагѣ AB , могущемъ вращаться около A . Пусть колесо $\mathcal{N}$ совершаетъ z оборотовъ; при неподвижномъ рычагѣ ко-



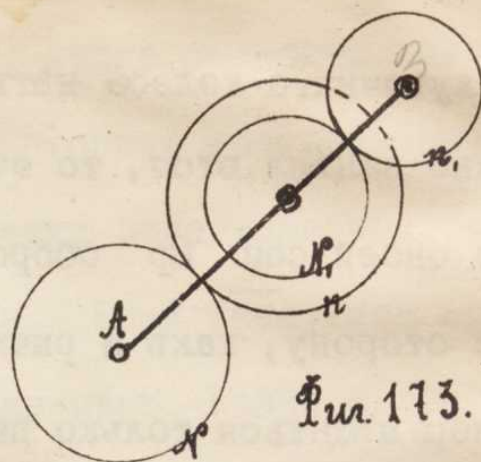
ф. 172.

лесо n_1 совершало-бы $z_1 = \frac{\mathcal{N}}{n} \cdot \frac{n}{n_1} z$ оборотовъ. Если рычагъ совершаетъ въ то-же время p оборотовъ въ ту-же сторону, какъ и $\mathcal{N}$, то мы можемъ свести разсмотрѣніе соотнoсительныхъ движеній опять къ случаю неподвижнаго рычага, давши всей системѣ скорость вращенія равную и противоположную скорости рычага и, слѣдовательно, написать:

$$z_1 - p = \frac{\mathcal{N}}{n} \cdot \frac{n}{n_1} (z - p) \quad \text{или} \quad z_1 - p = K(z - p), \quad \text{гдѣ } K$$

есть передаточное число между колесами $\mathcal{N}$ и n_1 . - Точно также, если мы имѣемъ послѣднее колесо n_1 сидящимъ на оси, помещенной на рычагѣ AB [фиг. 173], число оборотовъ этого колеса около его оси опредѣлится изъ того-же соотношенія. Дѣй-

ствительно, то обстоятельство, что колесо n_1 вмѣстѣ съ рычагомъ участвуетъ во вращеніи около оси A , можно рассматривать, какъ вращеніе колеса около своей

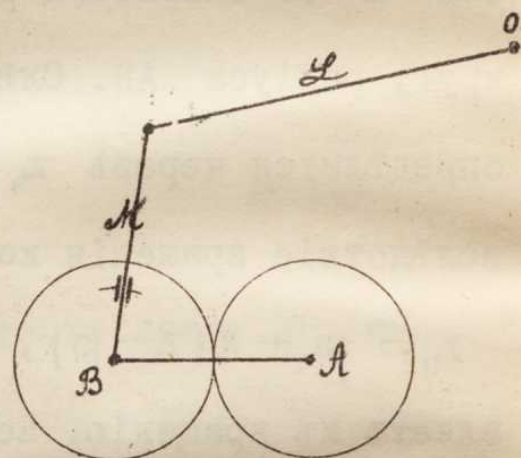


Фиг. 113.

оси B со скоростью рычага и параллельное перенесеніе по кругу радиуса AB . Слѣдовательно, число оборотовъ колеса n_1 опредѣлится черезъ $z_1 = \rho +$ число оборотовъ, происходящее вслѣдствіе вращенія колеса N относительно рычага, т.е.

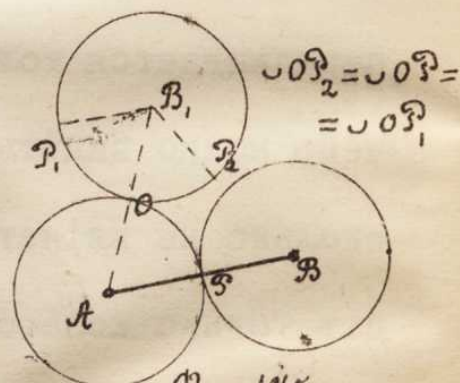
$z_1 = \rho + K(z - \rho)$, такъ какъ перенесеніе ничего не прибавляетъ къ вращенію. Если имѣемъ одно колесо между N и n_1 и колесо N неподвижно, то $z_1 = \rho - \frac{N}{n} \rho$ ($N = n$) и при равныхъ колесахъ N и n_1 получаемъ: $z_1 = 0$, т.е. колесо n_1 передвигается только параллельно самому себѣ, что здѣсь впрочемъ можно видѣть и прямо. Промежуточное колесо, конечно, нисколько не вліяетъ на отношеніе чиселъ оборотовъ, а заставляетъ только колесо n_1 имѣть вращеніе относительно рычага въ противоположную сторону его вращенія. Механизмъ въ такомъ частномъ видѣ носитъ названіе ПАРАДОКСА ФЕРИССОНА. Если

промежуточнаго колеса нѣтъ и колеса $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ равны и непосредственно зацѣпляются, то очевидно, что колесо $\mathcal{N}$ совершитъ около своей оси 2π оборотовъ при неподвижномъ колесѣ $\mathcal{M}$ въ ту-же сторону, какъ и рычагъ. Обратно, если заставить колесо $\mathcal{N}$ перемѣщаться только параллельно самому себѣ, то колесо $\mathcal{M}$ совершитъ 2π оборотовъ въ сторону вращенія рычага. Это устроено въ механизмѣ УАТТА, гдѣ рычагъ $\mathcal{L}$ [фиг. 174], качаясь около O , увлекаетъ всѣ вращеніе рычага AB ; при этомъ колесо B , связанное съ тягой M , не вращается, а колесо A вращается вдвое быстрее рычага AB .



Фиг. 174.

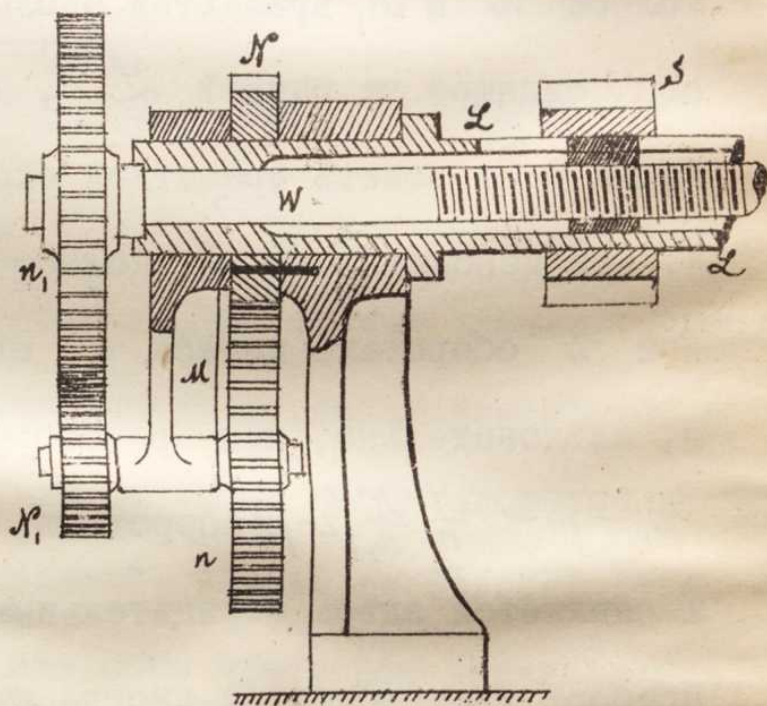
Наглядно можемъ себѣ представить дѣйствіе механизма, взявъ два равныхъ круга A и B [фиг. 175] и прокативъ сначала B по A , на примѣръ, въ B_1 ; тогда радіусъ BP въ колесѣ B приметъ новое положеніе B_1P_1 , повернувшись на уголъ $\angle B_1AB$. Чтобы онъ остался прежняго направленія - $B_1P_1 \parallel BP$, т.е. чтобы колесо B



Фиг. 175.

поступательно перемѣстилось по кругу, - нужно очевидно повернуть колесо A на угол $= 2\beta$, AB въ сторону вращенія рычага и, следовательно, колесо A будетъ такъ поворачиваться, если B не имѣетъ вращенія около своей оси. - Если требуется при вращеніи опредѣленнаго предмета - напримѣръ, РѢЗЦА ВЪ ЦИЛИНДРО-СВЕРЛИЛЬНЫХЪ СТАНКАХЪ - также его медленное поступательное передвиженіе то можно

употребить сочетаніе, приведенное въ первомъ примѣрѣ, РѢзецъ S [фиг. 176] можетъ вращаться на пустомъ валу L и въ то-же время соединенъ гайкой съ винтомъ W , помещеннымъ внутри вала. На валу L сидитъ рычагъ M , несущій ось



Фиг 176.

съ колесами n и N ; съ винтомъ W соединено колесо n , а колесо N - неподвижно со станиной. При p оборотахъ рычага [оси L] винтъ сдѣлаетъ z оборотовъ, гдѣ $z = p - \frac{N}{n} \cdot \frac{N_1}{n_1} p$ ($z=0$),

или $z_1 = p(1 - \frac{N}{n} \cdot \frac{N_1}{n_1})$, и, следовательно, рѣзец пошвинется на $|z_1 - p| \cdot h$, гдѣ h - шагъ винта, или на $-\frac{N}{n} \cdot \frac{N_1}{n_1} p h$.

Аналогично цилиндрической передачѣ можно себѣ представить и для конической подобное-же сочетаніе зубчатыхъ колесъ. Колесо

N [фиг. 177] соединено наглухо

съ осью A , колесо n_1 - вольно

колеса n и N_1 вращаются около

оси, сидящей на рычагѣ L , ко-

торый самъ можетъ вращаться около

A . При неподвижномъ L колесо n_1

при z оборотахъ колеса N сдѣлаетъ оборотовъ $-\frac{N}{n} \cdot \frac{N_1}{n_1} z$

и, следовательно, при p оборотахъ рычага L сдѣлаетъ

$z_1 = p - \frac{N}{n} \cdot \frac{N_1}{n_1} (z - p)$ оборотовъ, такъ какъ передаточное число

является здѣсь отрицательнымъ по смыслу передачи вращеній.

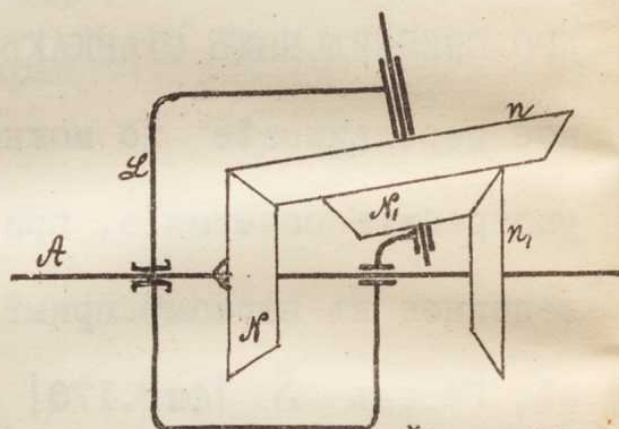
Приборъ употребляется иногда въ нѣкото-

рыхъ предѣльныхъ машинахъ. Колеса N и

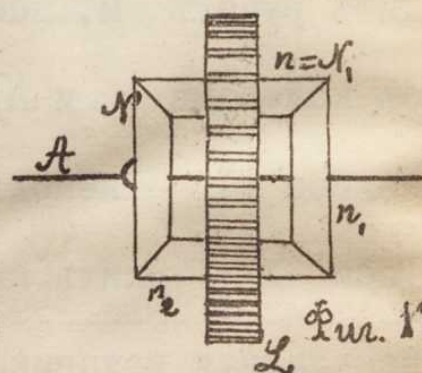
n_1 равны [фиг. 178], также вмѣсто колесъ

n и N_1 имѣется одно колесо. Рычагъ L

сдѣланъ въ видѣ цилиндрическаго зубчатого



Фиг. 177.



Фиг. 178.

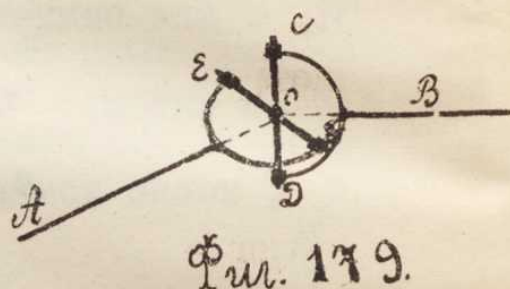
колеса, внутри котораго имѣется ось для колеса n . Колесо $\mathcal{L}$ сидитъ, конечно, вольно на оси A , точно такъ-же, какъ и n_1 . Для симметріи прибавляють еще колесо n_2 . Въ этомъ случаѣ имѣемъ: $z + z_1 = 2\rho$. Измѣняя число оборотовъ колеса $\mathcal{L}$, можно измѣнять число z_1 . -

ОТНОШЕНІЕ СКОРОСТЕЙ ПЕРЕМѢННО, - НАПРАВЛЕНІЙ
ПОСТОЯННО.

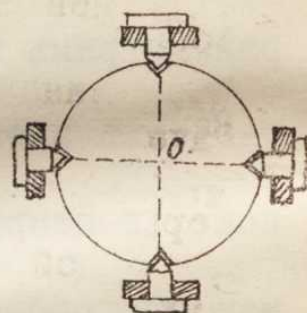
Въ порядкѣ послѣдовательности классификаціи Виллиса мы рассмотримъ теперь передачу при посредствѣ промежуточныхъ твердыхъ звеньевъ, гдѣ отношеніе скоростей перемѣнно, а отношеніе направленій постоянно. Здѣсь мы остановимся на одномъ изъ употребительныхъ механизмовъ, именно на ШАРНИРЪ ГУКА. Шарниръ Гука представляетъ изъ себя муфту для двухъ валовъ, чѣмъ ихъ геометрическія оси пересѣкаются въ точкѣ O [фиг. 179]. Муфта устраивается въ видѣ двухъ перекладинъ, соединенныхъ крестообразно подъ прямымъ угломъ другъ къ другу; оси перекладинъ пересѣкаются также въ точкѣ O и $CD \perp BV$, а

$EF \perp A$. Концы валовъ снабжены вилами и въ эти вилы входятъ, какъ шипы, концы перекладинъ.

Механизмъ, конечно, можетъ быть и видоизмѣненъ съ внѣшней стороны, на примѣръ, вмѣсто перекладинъ берутъ иногда шарики, въ которомъ



дѣлаютъ 4 углубленія [радіальныхъ]; соотвѣтствующіе радіусы лежатъ въ одной плоскости, образуя два діаметра сферы, перпендикулярныхъ другъ къ другу [Фиг. 180]; центръ сферы долженъ лежать въ точкѣ O. Въ углубленія входятъ шипики отъ вилокъ каждаго изъ валовъ. Сущность дѣйствія остается, конечно, та-же, что и прежде.



При вращеніи вала A [Фиг. 179] ось перекладины EF будетъ двигаться въ плоскости, перпендикулярной къ оси A, вращаясь около центра O со скоростью вращенія вала A; соотвѣтственно и перекладина CD будетъ оставаться въ плоскости также проходящей черезъ O и перпендикулярной къ оси B; уголъ между плоскостями будетъ равенъ

углу между осями. Опишем мысленно изъ центра O сферу; ось каждой изъ перекладинъ будетъ діаметромъ этой сферы и пусть плоскости движенія будутъ соответственно OC_0H и OC_0K (фиг. 181). Для насъ важно, конечно, раз-

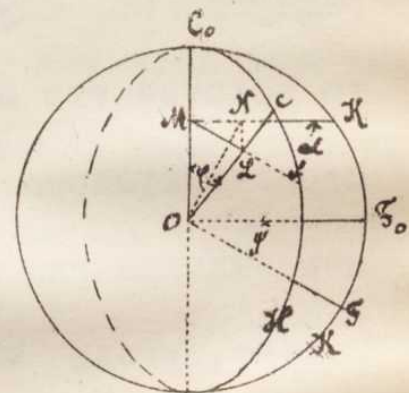
смотримъ движеніе радіусовъ OC_0 и

OF_0 , представляющихъ какъ-бы половины перекладинъ, такъ какъ другія половины движутся совершенно

такъ-же. Эти радіусы движутся въ

своихъ плоскостяхъ такъ, что уголъ между ними остается всегда прямымъ, такъ какъ перекладины соединены другъ съ другомъ неизмѣнно подъ прямымъ угломъ.

Начальнымъ положеніемъ будемъ считать одно изъ тѣхъ, при которыхъ OC_0 и OF_0 лежатъ въ плоскости чертежа, перпендикулярной къ плоскости, проходящей черезъ оси A и B . Пусть теперь радіусъ OC_0 подвинулся на уголъ φ , принявъ положеніе OC въ своей плоскости OC_0H ; соответственно радіусъ OF_0 подвинулся на уголъ ψ , занявъ положеніе OF . при этомъ, какъ сказано, уголъ COF — прямой. Возьмемъ на



Фиг. 181.

OS_0 точку M такъ, что $OM = l$, и проведемъ плоскость черезъ M перпендикулярную къ прямой OS_0 ; она пересѣчетъ плоскости OS_0N и OS_0Z_0 по прямымъ MZ и MK и будетъ перпендикулярна къ каждой изъ плоскостей. Поэтому, если изъ точки Z радіуса OS опустить перпендикуляръ на плоскость OS_0Z_0 , то подошва его придется на линіи MK . Плоскость OZM будетъ перпендикулярна къ прямой OZ_0 [направленія OZ и MZ перпендикулярны къ OZ_0] и уголъ MOZ - прямой; слѣдовательно, уголъ $MON = \psi$ [по перпендикулярности сторонъ]; дайте уголъ MOZ названъ у насъ черезъ φ , а уголъ $NMZ = \alpha =$ углу между плоскостями движенія радіусовъ = углу между осями, и мы можемъ написать: $MZ = OM \cdot \operatorname{tg} \varphi = l \cdot \operatorname{tg} \varphi$ [изъ прямоугольн. треугольн. OMZ]; также: $NM = OM \operatorname{tg} \psi = l \operatorname{tg} \psi$ [треугольн. OMN]; и теперь прямоугольн. треугольникъ NMZ даетъ: $NM = MZ \operatorname{ctg} \alpha$ или $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha$. Таково соотношеніе между углами вращенія, если ихъ считать отъ того начальнаго положенія, при которомъ, какъ сказано, OS_0 и OZ_0 находились въ плоскости перпендикулярной къ плоскости осей. Отъ угловъ переходимъ дифференцированіемъ къ скоростямъ:

$$\frac{1}{\cos^2 \psi} \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cos \alpha, \text{ или, называя } \frac{d\varphi}{dt} \text{ через } \omega, \text{ а}$$

$$\frac{d\psi}{dt} \text{ через } \omega_1, \text{ получимъ: } \omega_1 = \omega \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \psi} \cos \alpha; \text{ но } \operatorname{tg}^2 \psi =$$

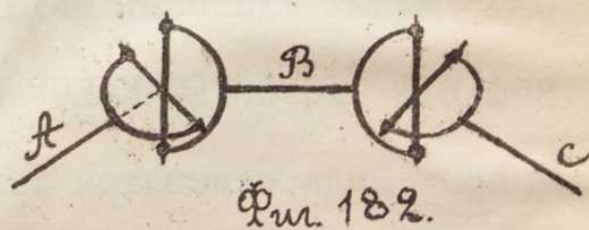
$$= \operatorname{tg}^2 \varphi \cdot \cos^2 \alpha, \text{ т.е. } \frac{\sin^2 \psi}{\cos^2 \psi} = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \cdot \cos^2 \alpha, \text{ или}$$

$$\frac{\sin^2 \psi + \cos^2 \psi}{\cos^2 \psi} = \frac{\sin^2 \varphi \cos^2 \alpha + \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi}, \text{ отсюда: } \frac{\cos^2 \psi}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{\sin^2 \varphi \cos^2 \alpha + \cos^2 \varphi} = \frac{1}{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \alpha}$$

и, слѣдовательно: $\omega_1 = \omega \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \alpha}$. Изъ этой формулы

видимъ, что при равномерномъ вращеніи одного вала, другой вращается неравномерно, такъ какъ въ отношеніе скоростей входитъ переменная величина $\sin^2 \varphi$. При $\varphi = 0 \dots \omega_1 = \omega \cos \alpha$, а при $\varphi = \frac{\pi}{2} \dots \omega_1 = \frac{\omega}{\cos \alpha}$. При небольшомъ α неравномерность выходитъ небольшая. — Но представимъ себѣ два вала, соединенные промежуточнымъ между ними при помощи двухъ шарнировъ Гукка; оси обоихъ крайнихъ валовъ одинаково наклонены къ оси среднего [фиг. 182]. Если вали промежуточнаго вала лежатъ въ одной плоскости, то, очевидно, что валъ А дѣйствуетъ на валъ В такъ-же, какъ валъ

С на В, т.е. при известномъ вращеніи В валы А и С будутъ вращаться одинаково и, слѣдовательно, если мы А вращаемъ равномерно, то



Фиг. 182.

и С при помощи В будетъ вращаться равномерно и со скоростью А. [В, конечно, не будетъ имѣть равномернаго вращенія]. - То-же мы можемъ получить и изъ соотношенія. Относя

ψ къ валу В, имѣемъ между А и В: $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha$; также между В и С: $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi_1 \cos \alpha_1$; при $\alpha = \alpha_1$ получимъ:

$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi_1$, т.е. $\varphi = \varphi_1$. Если-же валы у В будутъ взаимно-перпендикулярны, тогда, конечно, С не будетъ вращаться равномерно, и изъ соотношенія имѣемъ - между В и А:

$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha$; теперь В по отношенію къ С играетъ ту-же роль, что А по отношенію къ В; поэтому $\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} \psi \cos \alpha_1 = \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha \cos \alpha_1$. Здѣсь углы φ и φ_1 не будутъ одинаковыми |за исключеніемъ того случая, когда $\alpha = \alpha_1 = 0$, но тогда всѣ три вала обращаются по существу въ одинъ|. Замѣтимъ, что при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ передача при помощи шарнира Гука становится невозможной. -

Слѣдующимъ классомъ механизмовъ будетъ тотъ, въ которомъ ОТНОШЕНІЕ СКОРОСТЕЙ КАКОЕ-УГОДНО, А ОТНОШЕНІЕ НАПРАВЛЕНІЙ ПЕРЕМѢННО. Сюда относятся такъ называемые НАПРАВЛЯЮЩІЕ МЕХАНИЗМЫ. Цѣль ихъ - получить при помощи ряда шарнирныхъ соединеній

прямолинейное движеніе опредѣленной точки механизма. Практическое примѣненіе они могутъ имѣть тамъ, гдѣ не хотятъ устраивать направляющихъ для прямолинейнаго движенія опредѣленной части подобно тому, какъ обыкновенно устраивается ползунъ паровой машины. Здѣсь-же прямая получается не вслѣдствіе присутствія призматическихъ направляющихъ, а просто какъ траекторія извѣстной точки. Такіе механизмы можно раздѣлить на ПРИБЛИЖЕННЫЕ и ТОЧНЫЕ. Въ первыхъ - прямая замѣняется нѣкоторой близко подходящей и не трудно выполняемой кривой траекторіей; въ другихъ - траекторія будетъ теоретически точной прямой. Мы рассмотримъ сначала первые. -

Извѣстно изъ кинематической части, что, если какой-нибудь отрѣзокъ движется, опираясь концами на стороны прямого угла, то середина отрѣзка описываетъ окружность. Не трудно при этомъ замѣтить, что, взявъ довольно длинный стержень АВ [фиг. 183] и поставивъ его подъ небольшимъ угломъ къ ОА, мы получимъ при передвиженіи конца В стержня отъ В къ О [и далѣе къ В, на $ОВ, = ОВ$] лишь очень малое передвиженіе точки А, выражаемое величиной: $АВ - АВ \cos \psi = a(1 - \cos \psi)$.

Передвиженіе OB выразится через $a \sin \psi$ и отношеніе

обоихъ передвиженій есть:

$$\frac{a(1 - \cos \psi)}{a \sin \psi} = \frac{2 \sin^2 \frac{\psi}{2}}{2 \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} ;$$

оно будетъ очень мало при до-

статочно маломъ углу ψ ,

между тѣмъ какъ само передвиже-

ніе конца B можетъ быть до-

статочно велико при длинномъ

стержнѣ. Если мы теперь соединимъ C — середину стержня — съ

O рычагомъ, могущимъ вращаться около O , а конецъ A за-

ставимъ двигаться по прямой OA , то конецъ B опишетъ пря-

мую OB . Такъ какъ передвиженіе A мало, то вмѣсто малаго

отрѣзка прямой можемъ взять дугу круга, т.е. соединить A

рычагомъ съ нѣкоторой точкой O_1 , находящейся на перпендику-

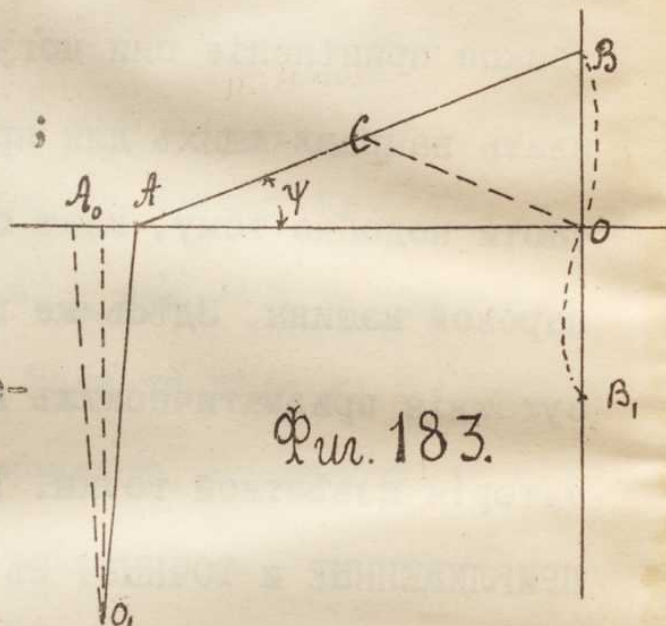
лярѣ къ OA въ точкѣ A — среднемъ положеніи A . При этомъ

A будетъ описывать малую дугу круга радіуса O_1A , точка-же

B будетъ, собственно говоря, двигаться не по прямой, а по

нѣкоторой кривой, которая однако можетъ весьма близко подхо-

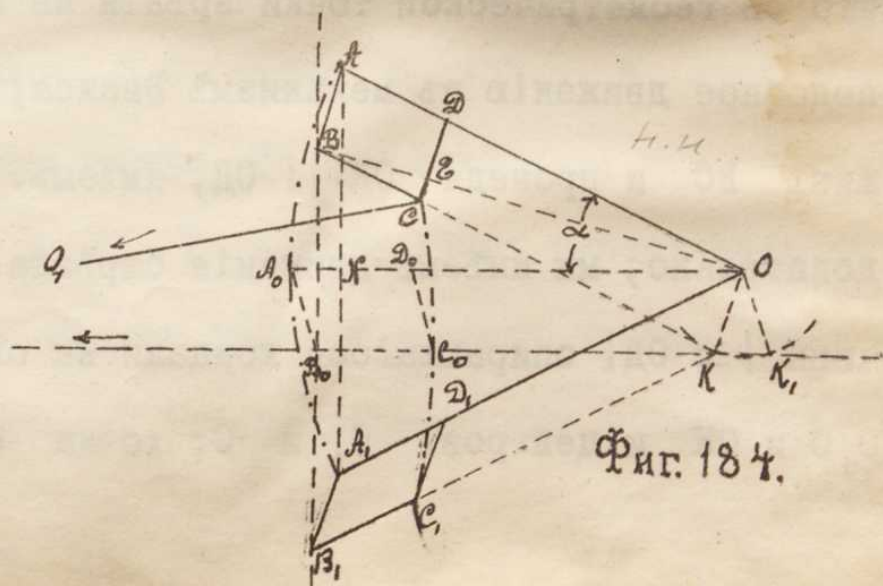
дить къ прямой при соотвѣтственно выбранныхъ a, ψ и радіусѣ



O_1A ; кривая будет имѣть съ прямой три общихъ точки: B, O, B_1 , гдѣ BB_1 - весь размахъ точки B . Съ геометрической стороны движеніе точки B будетъ движеніемъ одной изъ точекъ отръзка AC , который своими концами опирается на двѣ окружности радиусовъ O_1A и OC . - Рассмотрѣнный приближенный направляющій механизмъ носитъ названіе МЕХАНИЗМА ЭВАНСА и употребляется въ индикаторахъ. Замѣтимъ, что выѣсо точки C можно взять другую точку отръзка AB ; какъ извѣстно, она опишетъ эллипсъ при движеніи отръзка въ углѣ; найди центръ кривизны эллипса для средняго положенія точки, замѣняемъ дугу эллипса дугою окружности, имѣющей центръ въ центрѣ кривизны.

Другой направляющій механизмъ есть извѣстный ПАРАЛЛЕЛОГРАММЪ УАТТА. Представимъ себѣ рычагъ OA [фиг. 184] съ шарнирнымъ параллелограммомъ

$ABCD$. Пусть рычагъ качается около средняго положенія OA_0 , отклоняясь въ обѣ стороны на $\angle \alpha$. За-



ставимъ точку В двигаться по прямой, перпендикулярной къ OA_0 и дѣлящей стрѣлку A_0N пополамъ; при этомъ точка С опишетъ нѣкоторую кривую CC_0C_1 . Обратно, если вести точку С по этой кривой, то В опишетъ прямую. Мы заѣмлемъ кривую CC_0C_1 окружностью, проходящей черезъ точки C, C_0, C_1 ; т.е. черезъ два крайнихъ и среднее положенія точки С. центръ окружности будетъ, конечно, лежать на линіи B_0C_0 среднего положенія точекъ В и С. Соединимъ теперь точку С рычагомъ съ найденнымъ центромъ O_1 ; при качаніи рычага OA точка В будетъ тогда описывать уже не прямую, а нѣкоторую кривую, которая однако можетъ весьма близко подходить къ прямой. Ходъ точки В, т.е. BB_1 , будетъ, конечно, равенъ AA_1 , $[AA_1 \parallel BB_1]$, такъ какъ $AA_1 \perp OA$ и $AB = A_1B_1$. Не трудно убѣдиться, что съ геометрической точки зрѣнія мы имѣемъ здѣсь движеніе, подобное движенію въ механизмѣ Эванса; дѣйствительно, продолживъ BC и проведя $OK \parallel CD$, имѣемъ: $OK = CD = const.$, слѣдовательно, мы имѣемъ движеніе отрѣзка CK постоянной величины $| = OD|$ опирающагося концами на окружности радиусовъ C_1C и OK и центровъ O_1 и O ; точка К будетъ описывать ду-

гу KK_1 , гдѣ K_1 лежитъ, конечно, на продолженіи B_0C_0 соотвѣтствуя точкѣ K , когда BC приметъ положеніе B_0C_0 . Оби-
кновенно заранее дается ходъ точки B ; тогда выбираютъ дли-
ну рычага OA [часто $1,5 BB_1$] и чертятъ дугу AA_0A_1 такъ,
чтобы хорда AA_1 равнялась данному ходу; находятъ стрѣлку AN ,
дѣлятъ ее пополамъ и проводятъ черезъ точку дѣленія прямую,
параллельную AA_1 , которая будетъ предполагаемой траекторіей
точки B ; задаются длинами AB и AD и чертятъ рычагъ и пара-
лелограммы въ крайнихъ положеніяхъ и въ среднемъ [т.е. $ABCD$,
 $A_0B_0C_0D_0$ и $A_1B_1C_1D_1$], — такъ конечно, чтобы точка B прихо-
дила на своей прямой. Находятъ такимъ образомъ три соотвѣт-
ствующихъ положенія точки C и ищутъ центръ O_1 окружности,
проходящей черезъ C , C_0 и C_1 . Затѣмъ соединяютъ точку C съ
центромъ O_1 при помощи рычага, и тогда при качаніи рычага
 AO около O , а рычага O_1C около O_1 точка B будетъ при-
ближительно описывать прямую BB_0B_1 . Замѣтимъ, что, если пря-
мой OB соединимъ O съ B и опредѣлимъ пересѣченіе ея E
съ CD , то точка E будетъ также описывать прямую, такъ какъ
фигуры ODE и OAB всегда остаются подобными [отношеніе DE

къ АВ — постоянная величина, равная $\frac{OD}{OA}$, и прямая АВ и ДЕ всегда между собой параллельны; В и Е будутъ всегда лежать на одной прямой съ точкой О|. Можно поэтому удалить части АВ и ВС, оставивъ рычаги ОД, О₁С и звено СД; точка Е этого звена будетъ описывать прямую. —

Обратимся теперь къ ТОЧНЫМЪ механизмамъ. Они основаны на такъ называемой ИНВЕРСИИ или ПОМНОЖЕНІИ кривыхъ. Имѣемъ окружность О и точку А |фиг. 185|; ведемъ какой-нибудь векторъ АВ и ищемъ точку С — такъ, что АВ.АС=

= данной величинѣ. Геометрическимъ

мѣстомъ точекъ С будетъ тогда

окружность. Дѣйствительно, продол-

живъ векторъ до пересѣченія второй

разъ съ окружностью въ точкѣ В₁,

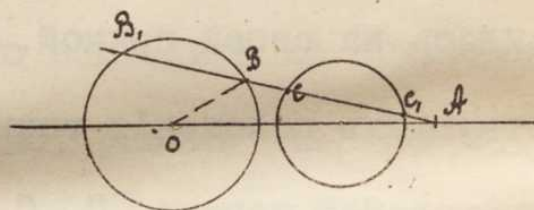
находимъ еще точку С₁ — такую, что АВ₁.АС₁ = АВ.АС = дан-

ной величинѣ К²; отсюда имѣемъ: АВ₁.АС₁.АВ.АС = К⁴, но такъ

какъ АВ₁.АВ есть величина постоянная, то и АС.АС₁ тоже

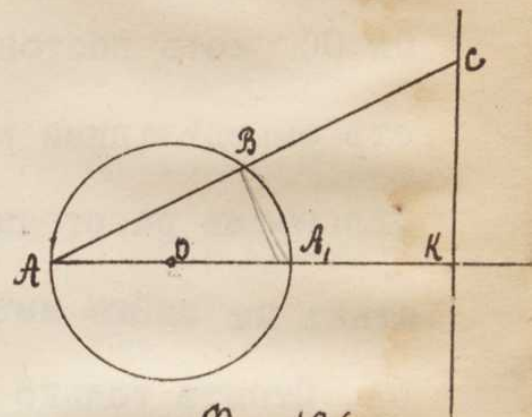
будетъ постоянной величиной, т.е. точки С и С₁ лежать на

окружности. Въ частномъ случаѣ, когда точка А лежитъ на



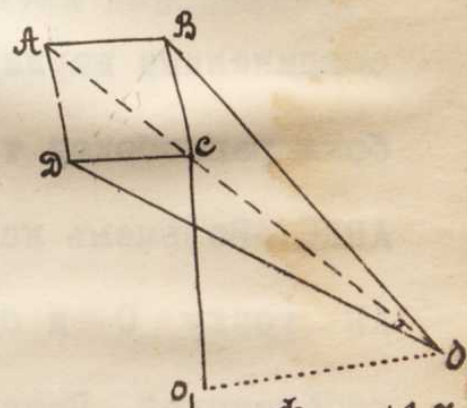
Фиг. 185.

окружности [фиг. 186], геометрическое мѣсто точекъ С будетъ прямая: дѣйствительно, проведя діаметръ AA_1 , возьмемъ на немъ точку К такъ, чтобы $AA_1 \cdot AK = \text{данной величины}$, и возставимъ перпендикуляръ КС къ діаметру AA_1 ; для какой-нибудь точки С этого перпендикуляра имѣемъ



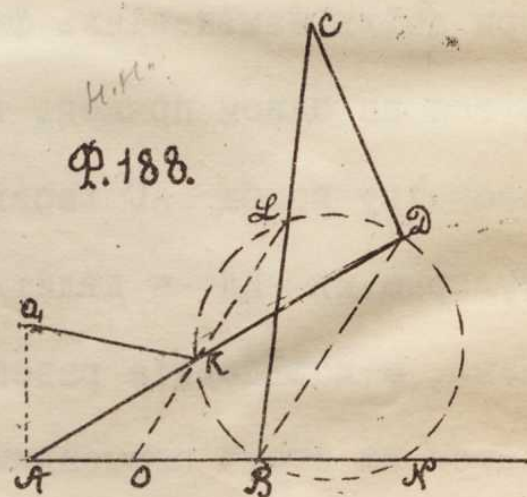
Фиг. 186.

изъ треугольниковъ ABA_1 и ACK : $AK \cdot AA_1 = AC \cdot AB$, т.е. точка принадлежитъ искомому геометрическому мѣсту. Эта идея лежитъ въ основѣ МЕХАНИЗМА ПОССЕЛЬЕ. Здѣсь взять шарнирный ромбъ $ABCD$ [фиг. 187], точки Д и В связаны съ точкой О рычагами BO и DO равной длины. Легко видѣть, что въ такомъ случаѣ точки А, С и О при всѣхъ измѣненіяхъ фигуры останутся на одной прямой, такъ какъ по свойству ромба AC всегда перпендикулярно къ BD и дѣлитъ BD пополамъ, а въ силу равенства BO и DO точка О всегда придется на этомъ перпендикулярѣ. Окружность изъ Д радіуса А



Фиг. 187.

пройдемъ черезъ точку C $|AD \neq DC|$. Отсюда слѣдуетъ, что $OA \cdot OC$ есть постоянная величина, такъ какъ окружность имѣетъ опредѣленный радиусъ DA , а точка O находится въ опредѣленномъ разстояніи DO отъ центра D этой окружности. И такъ мы здѣсь имѣемъ постоянное произведение векторовъ OC и OA . Стоитъ только теперь заставить точку C описывать окружность, проходящую черезъ O , и точка A опишетъ точную прямую. Выбираемъ точку O_1 - такъ, чтобы $O_1C = OO_1$, соединяемъ ее рычагомъ съ C и получаемъ направляющій механизмъ, носящій названіе МЕХАНИЗМА ПОССЕЛЬЕ. Если CO_1 не равно OO_1 , то точка A будетъ описывать дугу какой-нибудь окружности. - Въ МЕХАНИЗМЪ *Hart's* положены въ основу четыре стержня, соединенные шарнирами [фиг. 188] и представляющіе діагонали и бока равнобокой трапеціи $ABDC$. Возьмемъ на стержнѣ AB точку O и одѣлаемъ ее неподвижной. Проведя изъ O параллель линіи BD , нахсдимъ точку K на діа-



гонали AD и L - на CB , при этомъ фигура $KLDВ$ будетъ также равнобокая трапеція; точка K будетъ вполне опредѣленная точка стержня AD . $|AK = \frac{Ac}{Ab} \cdot AD|$, также и точка L стержня CB . Около $BKLD$ можно описать кругъ, какъ около равнобокой трапеціи. Пусть онъ пересѣчетъ AB еще въ точкѣ N , тогда $AN \cdot AB = AK \cdot AD = const$, слѣдовательно, N есть опредѣленная точка AB ; далѣе имѣемъ: $OK \cdot OL = OB \cdot ON = const$. Соединяемъ точку K рычагомъ съ неподвижной точкой O_1 , такъ что она будетъ описывать дугу окружности радиуса O_1K ; тогда L будетъ описывать или прямую (если $O_1K = 0, 0$), или окружность. Весь механизмъ будетъ состоять только изъ пяти стержней: AD , AB , BC , DC и O_1K при двухъ неподвижныхъ точкахъ O и O_1 .

К о н е ц ъ.

П О П Р А В К И.

На стр 4-ой, 6 стр. снизу пропущено имя

Прикладная механика.

Ренвара

Листъ 36.

послѣ слова: "извѣстнымъ."

На стр.19-ой строка 6 сверху выраженіе: „до совпаденія
слѣдующихъ равныхъ элементовъ d_s об-
ихъ кривыхъ" и ф. III слѣдуетъ вычерк-
нуть.

На стр.20-ой 9 и 10 строки читайте: „т.е. отношеніе малаго
угла $d\alpha$, на который повернется си-
стема въ элементъ времени dt къ это-
му элементу."

На стр.27-ой 5 строка сверху слѣдуетъ читать: равный или $\angle$
или $| 180 - \angle |$.

На чертежѣ ф.22 уголь $\angle, PA_1 = \varphi$

На стр.63-ей послѣ заглавныхъ буквъ: "Ускореніе ползуна"
слѣдуетъ читать: построеніе $Mohr'a$
 $|$ въ скобкахъ $|$.

На стр.64-ой -2-ая стр. сверху послѣ словъ: "отрѣзка DA
въ DD " надо поставить точку съ за-
пятой вмѣсто двоеточія.

На стр.66-ой 4 строку сверху надо читать: " n оборотовъ."

На стр. 77-ой 2-ую строку слѣдуетъ читать такъ: слѣдова-
тельно, $\frac{d\theta}{dt} = 0$ центръ ускоренія для...

На черт. 59 стр. 77-ая слѣдуетъ отмѣтить точку F повор.
круга - пересѣченіе прямой LN съ BC .

На стр. 79-ой 9-ую строку слѣдуетъ читать: "къ BF ", а не
"къ B ".

На стр. 110-ой 7-ая строка снизу читать слѣдуетъ, что $\angle ABD =$
 $= \angle CBD$

На стр. 114-ой на 3 стр. снизу написано: "съ движущимъ
звеномъ D ", читайте: "съ движущимъ
звеномъ d ".

На стр. 148-ой 5 стр. снизу: "неразрывно съ системой O ."

На стр. 156-ой 4-ую строку снизу читайте: "профилѣ, со-
пряженномъ съ 11η ".

На стр. 159-ой 5-ая стр. сверху читать: "Какъ не трудно
видѣть d и d_1 , а и a ,"

На чертежѣ 123 |стр. 171| пропущена точка P - пересѣч.
линіи центровъ съ окружностями O .

На стр. 176-ой 3-ая строка сверху читать: "дугамъ $P\alpha, \alpha\beta, \beta\delta$."

