

9053

р

118

У. П. У.

Инженерное искусство.

ПРОВЕРЕНО
1945

ПРОВЕРЕНО
1952

акции

Р 1332/1

проф. М. М. Черепашинского.

Протер. 1935

Каменные сооружения.



1892-93г.



2

Уздание лекцій розроблено Ш. Черепанин

Графостатика.

При расчетъ мостовыхъ сооружений намъ приходится принимать во вниманіе не только мертвѣя, но и перемѣняющіяся нагрузки; поэтому назначеніе максимальныхъ моментовъ, а по нимъ и максимальныхъ напряженій различныхъ частей сооружения иногда весьма сложно. Эта задача можетъ быть рѣшена двумя различными способами: первый аналитическій, второй — геометрический. Вторымъ способомъ имѣетъ передъ первымъ два важныхъ преимущества: онъ скорѣе приводитъ къ цѣли и отличается болѣею наглядностью, вслѣдствіе чего едвалианная, въ постройкѣ ошибка тутъ же и выказывается, между тѣмъ какъ при аналитическомъ рѣшеніи вопроса едвалианная ошибка можетъ быть обнаружена только вторичнымъ вычисленіемъ; точность же результатовъ полученныхъ графически совершенно достаточна для практики.

При рѣшеніи статическихъ задачъ графическимъ способомъ, силы представляются по величинѣ и по направленію прямыми линиями. Линія дѣйствія resultantнаго сооруженія.

силы представляется направлением прямой, проходящей через точку приложения силы, а тогда узнать сторону действия силы, складывают представляющую ее линию стрелкой. Направление (величина) силы измеряется длиной прямой. Для этого некоторую длину принимают за единицу силы и на данной прямой от произвольно взятой точки откладывают выбранную единицу столько раз, сколько сила содержит единиц.

Также сила представленная прямой AB (чер. 1), для которой длина ab принята за 1 точку, действует по направлению от A к B и равна 5 точкам.

Сложение непараллельных сил.

Если на материальную точку A действуют две силы AB и AC (чер. 2), то их совместное действие может быть заменено одной равнодействующей, которая получится, как диагональ параллелограмма построенного на линиях AB и AC .

Заметим, что равнодействующая направлена от A к D . Если начертить верхнюю половину этого параллелограмма, то получим $\triangle ABD$ (чер. 3). Вершина A этого $\triangle$ -ка не имеет ни одной стрелки; вершина B имеет одну стрелку, а вершина D

иметь две стрелки, из которых каждая принадлежит одной стороне. Та сторона треугольника, которая соединяет вершину неимеющую ни одной стрелки с вершиной имеющей две стрелки, называется — основанием динамического треугольника.

Основание динамического треугольника есть равнодействующая сил, изображенных двумя другими его сторонами. — Приравняв A за начальное положение точки и вообразив, что эта точка перемещается вдоль стороны треугольника по направлению действия сил, мы увидим, что обойти треугольник кругом эта точка не сможет, потому что в точке D изменится направление действия сил. Таким образом мы имеем треугольник первоначального движения, в котором одна сила есть равнодействующая двух других. Если к силам P и Q , действующим на точку A , прибавим силу R (пер. A), равную им равнодействующей, но направленную в противоположную сторону, то при этих силах будет место равновесия. Если на эти три силы построить треугольник ABD (пер. B), то геометрически он будет равен динамическому треугольнику, но статически будет от него отличаться тем, что ни одна его

Вершина не имеет двух стрелок. Этот треугольник называется статическим. Изобразив динамический треугольник получить статический можно только изобразить в первом направлении стрелки его оснований. Поэтому, если три силы находятся в равновесии, т. е. образуют так называемый статический треугольник, то точка пересечения их по сторонам этого треугольника по направлению действия сил, может обойти треугольный курс. Следовательно статический треугольник есть треугольник непрерывного движения.

Пусть на точку A действуют 4 силы 1, 2, 3, 4 (гер. 6); требуется найти пятую силу, уравновешивающую данную систему четырех сил. Мы здесь предполагаем, что все силы расположены в одной плоскости, так как этот случай действия сил на материальную точку наиболее часто встречается в практике. Возьмем в плоскости гертеза произвольную точку m (гер. 7) и проведем через нее линию равную и параллельную силе 1, через конец силы 1 проведем линию равную и параллельную силе 2; через конец этой силы проведем линию равную и параллельную силе 3; через конец силы 3 проведем линию равную и параллельную силе 4. Определим равнодействующую сил 1 и 2; попра-

Виду нахождения равнодействующей двух сил про-
 водимъ линию mc , которую разделимъ (1, 2); мож-
 но теперь предположить, что сила 1, 2 есть, а
 есть сила (1, 2) уже равнодействующая; ее мож-
 но сложить съ силой 3, получимъ равнодействующую
 этихъ силъ — силу md (1, 2, 3); теперь у-
 насъ осталось две силы: (1, 2, 3) и 4; равнодействующая
 ихъ получится, если соединить точки f и m ;
 она будетъ fm (1, 2, 3, 4). Также какъ равнодействующая
 данныхъ силъ должна пройти черезъ точку A ,
 то чрезъ эту точку проводимъ силу равную и ||-ю си-
 ле mf : она будетъ искома равнодействующая.
 Такимъ образомъ равнодействующей является сто-
 рока, замыкающая многоугольникъ, который въ этомъ
 случаѣ будетъ прерывнаго движенія, а если считать
 этотъ многоугольникъ непрерывнаго движенія, то
 надо переименовать направление равнодействующей,
 тогда она явится уравновѣшивающей системою
 силъ (гер. 8). Такимъ образомъ можно опредѣлить
 равнодействующую произвольнаго числа силъ. По-
 рядокъ отжидыванія силъ безразличенъ; здѣсь
 имѣемъ дѣло съ геометрическими соотношеніемъ и
 $a+b+c+d = b+a+d+c$. Равнодействующая по-
 лучится также, если силы складывать въ порядкѣ,
 указанномъ гертескомъ 9, сохраняя только числу

наклоненія силы къ горизонту.

Вложение силъ, дѣйствующихъ на раз- личныя точки.

Когда силы P_1, P_2, P_3, P_4 не пересекаются въ одной
точкѣ, то ихъ равнодѣйствующая по величинѣ и
направленію получается помощью многоугольника
силъ точно такимъ образомъ, какъ и въ предыду-
щемъ случаѣ (гер. 10, 11). Положеніе этой рав-
нодѣйствующей опредѣляется слѣдующимъ
образомъ: къ произвольной точкѣ A , взятой на
силѣ P_1 , приложимъ двѣ силы I и II , уравнове-
шивающія эту силу P_1 , котораго направленіе
 AE и AB беремъ произвольно. Величины этихъ вспо-
могательныхъ силъ получаютъ изъ треугольни-
ка AOB (гер. 11), въ которомъ $AO \parallel AE$ и $OB \parallel AB$;
а направленія ихъ дѣйствія укажемъ стрѣлками 1 и 2.

Продолжимъ силу II до пересѣченія съ P_2 въ B и
повторимъ для силы P_2 дѣйствіе для P_1 , а имен-
но приложимъ къ B двѣ силы уравновѣшивающія
эту силу P_2 , изъ которыхъ одна должна дать рав-
на и противоположна силѣ II , а другая опредѣляет-
ся по величинѣ и направленію третьей стороной OC
треугольника BOC . Направленіе дѣйствія этихъ

слагающихся определяется стрелками 2 и 3.

Продолжая такимъ образомъ поцѣпывать равновѣсїе въ точку E приложивъ къ точке переакціи силы III и P_3 вспомогательная силы: одну равную и противоположную силѣ III и другую, обозначенную числомъ IV , которой величина и направление определены прямой, соединяющей A съ O . Тогда такимъ образомъ прикладываемъ къ точке D , въ которой сила IV встрѣчается P_4 , двѣ силы, уравновѣшивающія силу P_4 , изъ которыхъ одна равна и противоположна IV , а другая $\text{V} = eO$.

Продолженія силы V и I встрѣчаются въ точке E . Если къ этой точке приложимъ три силы: силу R и силы $-I$ и V , равная и противоположная силамъ I и V , приложеннымъ въ точкахъ A и D , то помощью треугольника AOE узнаемъ, что точка E при дѣйствіи на нее этихъ трехъ силъ, находится въ равновѣсїи. Каждая изъ точекъ A, B, C, D, E находится теперь въ равновѣсїи подъ дѣйствіемъ трехъ силъ.

Но изъ этихъ силъ — равная и противоположная силы I и $-I$, дѣйствующія въ A и E , II и $-\text{II}$, дѣйствующія въ A и B , и т. д. взаимно уничтожаются, изъ чего слѣдуетъ, что сила R , проходящая чрезъ точку E и имеющая направленіе EN , уравновѣшиваетъ силы P_1, P_2, P_3, P_4 .

Качественныя соображенія.

Листъ 2.

Можно еще представить, что многоугольник $ABCDE$ образован веревкой, на которую в точках A, B, C, D, E действуют силы P_1, P_2, P_3, P_4 и R . Этот многоугольник называют поэтому „веревочный многоугольник“. Но такое название его не совсем правильно, потому что если бы силы P_1, P_2, P_3, P_4 считались противоположными, то в сторонах AB, BC, CD, DE, EA действовали бы силы, и тогда они не могли бы быть замкнуты веревкой.

Прямые $Oa, Ob, Oc, \dots$ в многоугольнике сил называются веревочными лучами, а точка O — полюсом. Расстояние полюса от какой нибудь из сил, образующих контур многоугольника сил называется полюсным расстоянием. Из предыдущего получается для определения положения равнодействующей следующе правило:

на данных силах строить многоугольник сил, которая замыкающая сторона дает направление равнодействующей. Берем произвольный полюс O , проводим веревочные лучи $I, II, III, \dots$ и строим веревочный многоугольник $ABCD, \dots$ таким образом, чтобы каждая из сторон встречалась на той силе P_1 , которая в многоугольнике сил с лучами или параллельными образует треугольник. Равнодействующей

ущая R проходит через точку, в которой пересек-
аются первая и последняя сторона построенного
таким образом веровного многоугольника.
Первую и последнюю стороны веровного мно-
гоугольника будем называть "крайними сто-
ронами для данной группы сил". Также напр.
стороны III и IV суть крайние стороны для группы сил
 P_3 и P_4 .

Но не всегда можно естественным образом привести к равно-
действующей. На пер. II(a) имеем четыре силы $P_1, P_2, P_3,$
 P_4 . Из многоугольника сил видно, что они образуют
замкнутую контуру непрерывного движения. Из произволь-
ного пункта O проводим лучи к вершинам многоуголь-
ника : oa, ob, oc и od . Строим веровный многоуголь-
ник по вышеприведенным правилам. Рассматривая
точки A, B, C, D и E , находим, что B, C и D нахожат-
ся в равновесии под действием сил, направление
которых показано стрелками, а точки A и E под
действием параллельных сил направленных в обрат-
ные стороны. Таким образом совокупность сил при-
водится к паре, вращающей тело.

Вложение параллельных сил.

Пусть на твердом теле действуют четыре параллель-

ных сил (тер. 12); найдем равнодействующую из по величине и направлению и точку ее приложения. Строим силовой многоугольник; он для этого сила превратится в прямую параллельную данным силам. Обозначим данные силы по порядку цифрами 1, 2, 3, 4. Проводим прямую (тер. 13) параллельно направлению сил и от какой либо точки этой прямой откладываем силу по величине равною и одинаково направленную с силой 1; пусть этот отрезок будет (1, 1); от конца отложенной силы откладываем другую, равную силе 2 и в ту же сторону направленную; пусть этот отрезок прямой будет (2, 2); потом откладываем отрезок (3, 3), но только берем направление его вверх; от точки 3 откладываем отрезок (4, 4), равный силе 4, тогда величина отрезка (4, 1) и будет выражать величину равнодействующей.

Тогда получим положение равнодействующей, берем произвольную точку и соединяем ее с точками 1, 2, 3 и 4 линиями; обозначим их грезь a, b, c, d, f. Теперь построим веревочный многоугольник; на силе 1 берем точку 1' и грезь ее проводим параллельно a и b, из точки 2' пересечения силы 2 и линии b проводим параллельно c, потом из соответствующей точки проводим параллельно d и наконец параллельно f.

Предположимъ до взаимнаго пересѣченія первую и послѣднюю стороны веревочнаго многоугольника, послѣднюю точку Q , чрезъ которую и будетъ проходить равнодействующая (R); при равновѣсїи сила R должна пойти вверхъ.

Свойство параллельныхъ силъ употребляется для опредѣленія центра тяжести плоскихъ фигуръ. Данную фигуру мы разбиваемъ на такія части, чтобы центры тяжести и площади ихъ можно было опредѣлить; представимъ себѣ, что въ центрѣ тяжести каждой части действуетъ вѣсъ пропорціонный ея площади. Равнодействующая этихъ вѣсовъ, разсматриваемыхъ, какъ параллельная сила, должна пройти чрезъ центръ тяжести данной фигуры.

Пусть мы имѣемъ фигуру несимметричную. Надо отыскать центръ тяжести ея (гер. 14).

Разбиваемъ эту фигуру прямыми линиями на прямоугольники, треугольники и трапеции.

Центръ тяжести прямоугольника опредѣляется пересѣченіемъ его діагоналей. Центръ тяжести треугольника лежитъ въ пересѣченіи линий, соединяющихъ вершины треугольника съ серединами противоположныхъ сторонъ.

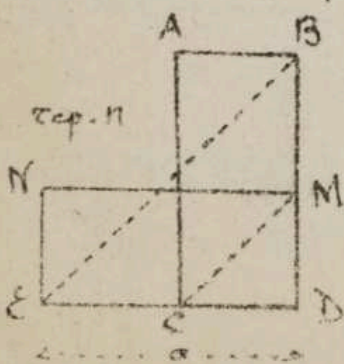
Центръ тяжести трапеции отыскивается

такъ: пусть имеемъ трапецію $abcd$ (гер. 15); отъ точки b въправо откладываемъ $db' = bc$; точки b' и d' соединяемъ прямой, которая пересѣкается съ продолженіемъ продолженной прямой ac въ точку o ; достаточно также найти точку пересѣченія прямой $d'b'$ или $d'o$ съ прямой ef , соединяющей середины параллельныхъ сторонъ.

Преобразимъ прямоугольникъ въ равновесный ему треугольникъ съ даннымъ основаніемъ b'' (гер. 16). Проведемъ въ данномъ прямоугольнике ad діагональ me ; изъ d проведемъ $en \parallel ad$ до пересѣченія съ вертикалью въ точку n ; соединимъ n съ b и изъ точки m проведемъ параллельную nb до пересѣченія съ упомянутой вертикалью въ точку e , соединивъ которую съ b , получимъ треугольникъ abc съ даннымъ основаніемъ b и равновесный данному прямоугольнику.

Также трапецію можно преобразить въ прямоугольникъ (гер. 17)

Чтобы преобразить прямоугольникъ въ равновесный ему прямоугольникъ съ даннымъ основаніемъ a (гер. 18) соединимъ e съ b , проведемъ изъ e параллель em , изъ точекъ m и e проведемъ $mn \parallel ed$ и $en \parallel md$, тогда площадь $enmd$ будетъ равна площади



$ABCD$. Это видно из пропорции $\frac{BD}{MD} = \frac{ED}{CD}$; $\overline{BD} \cdot \overline{CD} = \overline{MD} \cdot \overline{ED}$.

Если надо треугольник abc с произвольным основанием превратить в треугольник с основанием b'' , то поступают так: от точки в основании данного треугольника (чр. 18) откладываем радиус $b'' = bt$, точку t соединяем с вершиной c , из a проводим $\parallel$ к ct до пересечения с ct в точке f ; соединяем f с t , искомым треугольником будет tfb .

Находим центр тяжести отградиравши фигуры: $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5$; в этих точках применим силы f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 . Если систему параллельных сил, можно каждую из них увеличить или уменьшить в одно и то же число раз; от этого изменится только величина R , а направление ее останется то же. Превратим далее все прямоугольники, трапеции и т. д. в равнобедренные треугольники с одинаковым для всех основанием b .

Измерив высоты h_1, h_2, h_3 и т. д. найдем такими образом прямоугольников mg можем написать выражения сил $f_1, f_2, \dots$

$$f_1 = bh_1, \quad f_2 = bh_2, \quad f_3 = bh_3, \dots$$

Изменив всю эту систему параллельных сил в b раз, нам не надо будет знать площади

фигуръ, а только одни высоты, которая легко идентифицируются.

Представивъ такимъ образомъ силы, отклоняющіяся изъ по горизонтальному направлению (гер. 19); дѣлается произвольной полюсъ O и проводимъ дуги. Строимъ веревочный многоугольникъ (гер. 14) и по известному правилу находимъ положение Q равнодействующей, которая будетъ горизонтальна. Теперь повернемъ фигуру на произвольный уголъ, построимъ веревочный многоугольникъ для этого положения и найдемъ Q_1 — положение равнодействующей R , для этогого положения фигуры. Такъ какъ центръ тяжести фигуры долженъ находиться на равнодействующей, то онъ будетъ находиться на пересѣченіи равнодействующихъ, т.е. въ точкѣ O . Если тѣло имѣетъ ось симметріи, то можно ограничиться построениемъ равнодействующихъ только для одного какого нибудь положения тѣла (не совпадающаго съ направлениемъ оси симметріи), такъ какъ центръ тяжести въ этомъ случаѣ долженъ лежать на этой оси симметріи.

Въ слѣдующихъ софизмахъ дольшая часть вѣтрѣгаются формы поперечныхъ сѣченій, указанная на гер. 20. Укажемъ способы нахождения центра тяжести этихъ фигуръ, даемъ тѣмъ предварительно, что точка (C) приложения равнодействующей R

двух параллельных (пер. 21) снов P и Q находится на линии соединяющей точки приложения A и B сил.

1 сэт. Равносторонний треугольник $abcdef$ (пер. 22). Это сечение имеет ось симметрии xy , проходящую по линии снов afe ; как мы сказали выше центр тяжести сечения $abcdef$ должен лежать на этой оси. Разобьем фигуру $abcdef$ на два прямоугольника $abdf$ и $cdef$; центр тяжести их лежат в Z и Z_1 (в пересечении диагоналей), а центр тяжести всей фигуры в пересечении оси xy прямой ZZ_1 , т.е. в O .

2 сэт. Неравносторонний треугольник abc (пер. 23). Дополним треугольник до полного прямоугольника - $abce$, а также разобьем треугольник на два прямоугольника $abdf$ и $cdef$. В $abce$ треугольнике можно рассуждать, как разность в $abce$ прямоугольников $abdf$ и $cdef$ и потому центр тяжести треугольника должен лежать на прямой yy_1 , соединяющей центры тяжести последних; с другой стороны центр тяжести, как и в предыдущем сечении должен находиться на прямой zz_1 , а поэтому он будет лежать в точке O пересечения прямых yy_1 и zz_1 . Соединим теперь f с c , тогда из $\triangle fbc$ имеем $fy = yf$ и $cy_1 = y_1f$, следовательно

Косинусы соотношения

Лист 3.

рователю $уу, || fс$. Отсюда вытекает второй способ построения центра тяжести; полагив точку $у$, из нея проводим параллельную $fс$ до пересечения прямой ZZ , в точке O (чер. 24).

3 сзг. Кривообразное имеет ось симметрии (чер. 25). Разбиваем фигуру $abcdefgh$ на две $abcdef$ и $efgh$, центры тяжести которых пусть будут в Z и Z_1 , тогда центр тяжести полной фигуры будет в O точке пересечения прямой ZZ_1 с осью симметрии.

4 сзг.  не имеющее оси симметрии (чер. 26). Разбиваем фигуру $abcdefgh$ сначала на фигуры $abcdef$ и $efgh$; центры тяжести этих фигур в первом случае Z и Z_1 , а во втором $у$ и $у_1$. Центр тяжести полной фигуры $abcdefgh$ лежит в точке O - пересечения прямых $уу_1$ и ZZ_1 .

5 сзг. Плавное с осью симметрии xy (чер. 27). Линией xy разбиваем фигуру $abcdefgh$ на два чина и определяем по вышесказанному центр тяжести чина $abcdef$, который будет в O . Поскольку, что центр тяжести полного сечения будет лежать на пересечении xy с проведенной из O прямой параллельной основанию ef , т.е. в точке O .

6 сзг. Двуплосное с двумя осями симметрии (чер. 28). Центр тяжести сечения лежит в пере-

стоянии, осей симметрии $x'y'$ и $x''y''$.

Затем. Двутавровое с 1-ю осью симметрии (чер. 29). По вышеказанному отысканному центру тяжести одной половинки стояния $zbcdefg$; пусть онъ идетъ въ O_1 ; тогда центръ тяжести всей фигуры идетъ слѣдуетъ на пересѣченіи $x'y'$ съ прямой проведенной изъ $O_1 \perp$ къ $x'y'$ т.е. въ точку O .

Разложение силъ.

а) Разложить силу R на двѣ слагающія, параллельныя прямымъ l и m (чер. 30).

Строимъ треугольникъ Abc , который одна сторона $= R$, а двѣ друія - параллельныя прямымъ l и m . Углы слагающія вписаны опредѣлены прямыми Ac и $bс$, направления ихъ дѣйствія даны стрѣлками, поставленными на сторонахъ такимъ образомъ, чтобы онъ образовалъ треугольникъ перваннаго движенія.

Если же требовалось найти двѣ силы, параллельныя двѣмъ даннымъ прямымъ, уравновѣшивающія силу R , то тогда бы нужно построить треугольникъ, непрерывнаго движенія (чер. 31).

Задача решается неопредѣленною и допускаетъ безконечно большое число рѣшеній, когда число слагаю-

ущих, на которых должна быть разложена данная сила, действующие силы.

в) Данную силу P разложить на две, ей параллельные силы A и B , проходящие через точки a и b (чер. 32)

Для решения этой задачи нужно построить силовую линию mn и веревочной силовой линией.

Ускользающая сила P действует вдоль прямой aa , и bb , проведенных через a и b параллельно P . Чтобы получить две великие проводящие прямую mn параллельно P и откладываясь на ней $mn = P$. Берем произвольный полюс O , проводим линии I и II , пересекающие aa , и bb , в a и b , и соединяем a с b . Через O проводим Oz $|| ab$ до пересечения с mn в z , то $mz = A$ и $nz = B$.

На чер. 33 решена та же задача для случая, когда обе параллельные касаются в одну сторону данной равнодействующей P . Как из чертежа видно, силы A и B действуют по противоположным направлениям.

с) Даны направления двух параллельных сил A и B , определить напряжения этих сил такими образом, чтобы они уравновешивали данную силу P (чер. 34).

Подобная задача встречается на практике

при определении реакции давки, т.е. при определении давления давки на данную опору.

На данной силе P_1, P_2, P_3, P_4 строим многоугольник сил (сер. 31). Берем произвольный полюс O , и строим веревочный многоугольник, которого крайняя сторона I и $\bar{I}$ пересекаться по направлению сил A и B в точке a и b . Равнодействующая R данной сил, которая равна $\bar{m}4$, проходит через точку e , в которой встречаются крайняя сторона I и $\bar{I}$ веревочного многоугольника.

Силу R разлагаем на две по направлениям прямых A и B . Для этого по указанию предыдущей задачи, соединяем a с b , а через O проводим Oz параллельно ab до пересечения с многоугольником сил $m1234$ в z . Прямая Oz есть равнодействующая $\bar{m}4$ на две части, так что получаем замкнутый многоугольник $m1234zm$, которая углы при m и 4 равны 180° , а каждый из остальных $= 180^\circ$. Сила mz составляет треугольник с силами I и z , а так как параллельные или веревочные силы встречаются на линии A , то следовательно, что $A = mz$ и $B = z4$.

а) Дана сила R и положение трех других сил x, y, z , не пересекающихся во

одной точки; определить величины по-
лученные таким образом, чтобы они
уравновешивали силу R (гр. 35)

Когда четыре силы находятся въ равновесии,
то сила, уравновешивающая двѣ изъ нихъ, равна
и противоположна силѣ, уравновешивающей двѣ
оставшися. Если поэтому продолжимъ R и Z до
пересѣченія въ b , а x и y - до пересѣченія въ a , то
эта уравновешивающая сила проходитъ какъ
чрезъ точку a , такъ и чрезъ точку b , т. е. она бу-
детъ находится на прямой ab .

Чтобы получить ея величину, нужно на силѣ R
и на прямой ba и z построить треугольникъ
 bcd , непрерывнаго движенія. Затѣмъ откладывая
на продолженіи ba $\bar{af} = db$ въ сторону противо-
положную направленію силы db и строимъ на af и
на прямой z и x треугольникъ непрерывнаго
движенія afg . Величины искомаго силы будутъ:
 $Z = \bar{ed}$, $x = \bar{ga}$, $y = \bar{fg}$.

Статилескіе моменты силъ.

Статилескіе моменты силы P по отношенію къ
точкѣ вращенія T (гр. 36) называютъ произведение
этой силы на ея разстояніе p отъ этой точки. Если

поэтому статический момент означимъ чрезъ M ,
то $M = Pr$.

Перпендикуляръ r называютъ плечомъ силы P .
Если представимъ себѣ, что это плечо - твердый рычагъ,
вращающійся около оси t , то сила P стремится
повернуть этотъ рычагъ около t . Мы будемъ си-
тать моменты положительными, когда сила стре-
мится вращать плечо своего вправо (по направле-
нію часовой стрѣлки) и отрицательными при пря-
мо противоположномъ направлении вращенія.

а) Найти моменты силъ P_1, P_2, P_3, P_4 по отно-
шенію къ точке t ?

Такъ какъ моментъ равнодействующей ра-
венъ суммѣ моментовъ составляющихъ, то задача будетъ
решена, если найдемъ моментъ равнодействующей
данныхъ силъ по отношенію къ точке t .

Поэтому опредѣляемъ равнодействующую дан-
ныхъ силъ, для чего строимъ многоугольникъ силъ
 $m1234$ (чер. 37) и ваттсомъ помощью произвольнаго
полюса O - веревочкой многоугольника. Ускомаа равно-
действующая равна R и параллельна $m4$, и про-
ходитъ чрезъ точку C , въ которой пересекаются
продолженія крайнихъ сторонъ I и IV веревочнаго
многоугольника. Проведемъ чрезъ t прямую PJ ,
параллельно R , до пересѣченія съ крайними сторо-

наши веревочного многоугольника в F и J , и опустим из O перпендикуляр H на $\overline{m_4}$. Из подобия треугольников FJ и HO получаем:

$$\frac{FJ}{m_4} = \frac{z}{H}.$$

откуда, так как $m_4 = R$, то $FJ = Rz$, или взяв момент Rz чрез M , а отрезок FJ чрез y , имеем $M = Hy$. Последнее уравнение дает следующее правило:

если через центр вращения проведем прямую перпендикулярную равнодействующей данных сил, то отрезок y этой прямой, отсеченный крайними сторонами веревочного многоугольника, умноженный на перпендикулярное расстояние H , равен статическому моменту этих сил.

Принимая $H = 1$, получим $M = y$.

В произведении Rz можно R выразить в единицах сил (напр. в килограммах, а z в единицах длины (напр. в метрах). При определении произведения Hy можно изобразить H по масштабу сил, а y по масштабу длины или наоборот.

Чтобы получить момент сил P_2 и P_3 по отношению к точке T , можно по предыдущему провести равнодействующую $\overline{R_3}$ этих сил (чер. 37),

опустить из O на $\bar{I}\bar{3}$ перпендикуляр H_1 , провести через T прямую $\bar{f}\bar{i} \parallel \bar{I}\bar{3}$, и определить ее пересечение f и i с крайними сторонами II и IV веревочного многоугольника построенного на силах P_2 и P_3 . Ускоряющий момент $M_1 = \bar{f}\bar{i} \times H_1$.

в) Найти момент параллельных сил A, P_1 и P_2 по отношению к точке T (чер. 38)

На данных силах строить многоугольник сил $tail$, откладывая силы A, P_1, P_2 по направлению неравномерного движения.

Взять произвольный полюс O , проводящие лучи I, II, III, 2 и строить веревочный многоугольник $E\alpha\beta E$. Если через T проведем прямую, параллельную данным силам и обозначим ее точки пересечения с крайними веревочными сторонами $E\alpha$ и βE , через F и J , а перпендикулярное расстояние — через H , то $M = \overline{FJ} \times H$.

Этот момент положительный, потому что равнодействующая сил A, P_1 и P_2 проходит через точку пересечения крайних веревочных сторон, которая находится слева T , а так как $A > P_1 + P_2$, то равнодействующая направлена вверх, она вращает по отношению к T вправо.

с) На балку усиленную одним концом

Каменные сооружения

Лист 4.

действуют параллельные силы $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$; определить по отношению к какой бы то ни было точке на плоскости момент силы, находящейся слева точки вращения (гер. 39) ?

На гер. 39 построено многоугольник сил, который в этом смысле имеет вид прямой тв. В b возстановить к $тв$ перпендикуляр; на этом перпендикуляре взять точку O и построить веревочный многоугольник. Если продолжить крайнюю сторону $\overline{VI}$ этого многоугольника, то отрезок всякой прямой, параллельной $тв$, заключенный между веревочным многоугольником и этой продолженной стороной, умноженный на постоянное расстояние H , будет равен требуемому моменту.

Так произведение $ab \times H =$ моменту сил P_4, P_5, P_6 , взятому по отношению к какой нибудь точке на ab , потому что отрезок ab заключен между сторонами $\overline{IV}$ и $\overline{VII}$, которая для веревочного многоугольника, построенного на силах P_1, P_5, P_6 , суть крайние стороны.

а) На доску мешающую на двух опорах действуют вертикальные силы P_1, P_2, P_3, P_4 . Найти силы A и B , уравновешивающие данные, и определить для какой нибудь точки, взятой

между A и B , момент сил, находящийся по одну сторону точки моментов (стр. 40)

Силы A и B определены посредством указания построения в статье о разложении сил.

Если в полученном таким образом веревочном многоугольнике провести произвольную вертикаль UU , и означим ее точки пересечения с веревочными сторонами гравь α и β , то произведение $\alpha \cdot \beta \cdot H$ статическому моменту равно силе A, P_1, P_2 , взятой по отношению к какой нибудь точке на UU , потому что точки α и β находятся на крайних сторонах I и III веревочного многоугольника, построенного на силах A, P_1, P_2 . Но $\alpha \cdot \beta \cdot H$ равняется такому моменту равно силе B, P_3, P_4 , взятой по отношению к той же точке, потому что I и III можно рассматривать, как крайние стороны веревочного многоугольника, построенного на силах B, P_3, P_4 .

Непрерывная нагрузка. Единичный груз.

Когда поверхность тѣла покрыта сплошной нагрузкой таким образом, что на единицу площади ее ΔQ , ограниченную замкнутой линией, действует нагрузка P , то частное $\frac{P}{\Delta Q}$ называют средней нагрузкой на единицу поверхности элемента ΔQ .

При безконечно малом dR эта часть поверхности превращается в точку dR и тогда $p = \frac{P}{dR}$ выражает нагрузку этой точки, отнесенную к единице площади. Величина p не означает поэтому силу. Величина p не означает поэтому силу, но отношение силы к площади.

Если нагрузка распределена непрерывно вдоль линии l , и элементу dl этой линии соответствует груз P , то часть $\frac{P}{dl}$ будет средняя нагрузка этого элемента на единицу длины или единичная нагрузка точки соответствующей элементу dl .

Единичная нагрузка не означает поэтому силу, но отношение силы к длине.

Положим, что линия l — прямая и что нагрузка p во всякой точке перпендикулярна к этой линии. Присемь l за ось абсцисс и на перпендикулярах, возманоженных к ней в различных точках, отложим ординаты $aa_1, bb_1, \dots$ равные единичным грузам p этих точек. Полученная таким образом линия z, z_1 (чер. 41) называется линией нагрузки.

На всякий элемент ds этой линии соответствует груз $p \cdot ds$ и из фигуры видно, что $p \cdot ds = mn \times mn_1$, равная площади полосы mn, m_1n_1 , соответствующей элементу mn . Из этого следует, что площадь

авв_а, соответствующая отрезку ав линии MN, равна нагрузке этого отрезка; эту площадь называют поэтому площадью нагрузки.

Если прямая MN нагружена равномерно, то сила Z_в, превращается в прямую, параллельную MN, и площадь нагрузки имеет вид прямоугольника. Когда нагрузка переменной, то в некоторых точках она может быть положительной, а в других отрицательной; тогда отрицательные единичные грузы ρ нужно откладывать от оси MN в сторону противоположную ρ . Вертикальную нагрузку будем считать положительной, если она направлена вниз и отрицательной, если направлена вверх.

Веревочный многоугольник непрерывной нагрузки.

Площадь нагрузки отга (чер. 42) делим прямыми $m_1, n_2, p_3, \dots$ на части $oam_1, 1m_1n_2, 2n_2p_3, \dots$ и заменим каждую часть равнодействующей $P_1, P_2, P_3, \dots$ равной ей площади, которой точка приложения находится в центре тяжести соответственной площади. Так как P_1 сила P_1 = площади треугольника oam_1 и действует в центре тяжести —

известн Z этого тиферомакиса

Строим веревочный многоугольник для нагрузки, составленной из сил $P_1, P_2, P_3, \dots$. Точки $\alpha, \mu, \tau, \dots$, образующиеся пересечением многоугольника с продолжениями $ao, m1, n2, \dots$ несут на некоторой веревочной линии. потому что, если возьмем ординаты этой линии по отношению к стороне $E\alpha$ (т.е. примем $E\alpha$ за ось абсцисс), то, по вышесказанному эти ординаты, умноженные на полное расстояние H , равны моментам сил, находящиеся слева соответственных ординат. Поэтому, например, произведение $\overline{P_1 H}$ равно моменту сил P_1, P_2, P_3 , взятому по отношению к точке Z , а так как моменты равнодействующей равны сумме моментов составляющих, то следовательно, момент нагрузки $oар3o$ по отношению к точке Z равен тоже $\overline{P_1 H}$. Так как непрерывную нагрузку можно представить состоящей из сосредоточенных грузов, находящихся на бесконечно близком друг от друга расстоянии, а вершины веревочного многоугольника несут на линиях действия его грузов, то следовательно, что вершины веревочного многоугольника для непрерывной нагрузки представляют на бесконечно близком друг от друга расстоянии,

т.е. многоугольника и имеет вид кривой линии.

Из предыдущего заключаем: стороны верового многоугольника, построенного на равнодействующих $P_1, P_2, P_3, \dots$ (чер. 42) касаются к действительной веровой линии и точки касания находятся на продолжении действующих прямых $oa, 1m, 2n, \dots$

Веровная линия равномерной непрерывной нагрузки.

Разделим площадь $AabB$ нагрузки (чер. 43) прямой mn пополам и заменим площади $Aamn$ и mbB соответственными силами P_1 и P_2 , действующими в центрах тяжести Z_1 и Z_2 этих площадей. Очевидно, что направления этих сил P_1 и P_2 разделили An и nB пополам. Построим для P_1 и P_2 веровный многоугольник A, stB , его стороны A, s, st и tB , по построению в предыдущем правиле, суть касательные к искомой веровой кривой, и из точки касания находясь на продолжении вертикалей Aa, mn и Bb в A_1, k и B_1 . Так как mn проходит чрез середину расстояния Z_1Z_2 , то в действии отрезок st пополам и из построения следует, что $A_1s = sc$ и $ct = tB_1$

На чер. 44 нагрузка AaB разложена вертикальными mn и pq на три равные части, для которых построены веревочный многоугольник $A, 1, 2, B$. Легко узнать, что продолжения сторон $1, 2$ и $2, 3$, проходящих A, c и c, B , на три равные части, для этого нужно только доказать, что точки 2 и 1 , находятся тогда также, как и точки касания k_1 и k_2 искривленной веревочной кривой на продолжении проходящих вертикальных mn и pq . Построим равнодействующую сил P_2 и P_3 . Для этого продолжим крайние стороны силового многоугольника для этих сил. Равнодействующая должна пройти через точку пересечения этих сторон ($1, 2$), а также через вертикаль pq , потому что $P_2 = P_3$. Таким же образом можно доказать, что точки $2, k'$ и mn лежат на одной вертикали. Тогда очевидно, что: $0, 1 = 1, 2 = 2, B$, и $A, 1 = 1, 2 = 2, 3$. Если поэтому разделим A, c и c, B , на n равных частей и обозначим точки деления на A, c от A , как c и c, B , от c как B , цифрами $1, 2, 3, \dots$, то соединив одинаковые точки деления прямыми линиями, получим веревочный многоугольник, соответствующий разложению площади нагрузки на n равных частей. На чер. 45 $n=6$. Вершины $\omega_1, \omega_2, \dots$ веревочного многоугольника находятся на вертикальных точках деления $1, 3, 5, 1, \dots$ а точки касания k_0, k_1, k_2 на вертикальных остальных точках деления проходящих A, c и c, B .

Преобразование площади Висинсона на въ прямоугольникъ.

Площадь Висинсона определяется всего проще помощью преобразования ограничивающей ее кривой линии въ прямую. Для этого проведемъ основаніе MN (пер. 46) на столько же равныхъ частей и проведемъ ординаты $y_0, y_1, y_2, \dots$. Разсмотримъ отрезки кривой, заключенные между соседними ординатами y_0 и y_2, y_2 и $y_4, \dots$, какъ параболы и проведемъ хорды O_2, O_4 , проведемъ отрезки ординатъ y_1, y_3 , заключенные между соседними дугами и ихъ хордами, какъ три равныхъ части, и черезъ первыя точки деленія $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \dots$ считая отъ кривой, проведемъ прямые $ab, cd, \dots$ параллельныя и равныя хордамъ $O_2, O_4, \dots$. Такъ какъ площадь параболы отрезка $O_2 = \frac{2}{3}$ площади параллелограмма oab_2 (образованнаго хордой, параллельной ей касательной и концевыми ординатами этого отрезка), то прямая ab заключаетъ дугу O_2 . Такими же образомъ узнаемъ, что прямая cd заключаетъ дугу — 234.

Соединивъ α_1 съ α_3 прямой $\alpha_1\alpha_3$, означимъ точку пересѣченія $\alpha_1\alpha_3$ съ y_2 черезъ Z_2 , и продолжимъ $\alpha_1\alpha_3$ до пересѣченія съ y_0 и y_4 въ A и B . Такъ какъ площадь прямоугольной трапеціи равняется

Классическое софизмическое

произведению из основания на ее среднего сину, то

$$\begin{aligned} \text{трапеция } MAZ_2II &= \text{трапеция } MabII \\ \text{и трапеция } II Z_2 BIV &= \text{трапеция } II cdIV \end{aligned}$$

сложиваемые

$$MabII + IIcdIV = MAZ_2II + II Z_2 BIV = MABIV$$

Потому как $II Z_2$ равно MIV по высоте, то площадь

$$MABIV = MIV \times II Z_2$$

Если соединим Z_2 с α_3 и означим точку пересечения прямой $Z_2 \alpha_3$ с ординатой y_3 через Z_3 , а с ординатами y_0, y_4, y_6 через A_1, B_1, C_1 , то получим:

$$\text{трапеция } MABIV = \text{трапеция } MA_1 B_1 IV$$

$$\text{трапеция } IVefVI = \text{трапеция } IV B_1 C_1 VI$$

$$MABIV + IVefVI = MA_1 B_1 IV + IV B_1 C_1 VI = MA_1 C_1 VI = III Z_3 \cdot MVI.$$

Если теперь соединим Z_3 с α_7 и означим точку пересечения прямой $Z_3 \alpha_7$ с конечной ординатой предыдущей трапеции, т.е. y_4 через Z_4 , то площадь всей фигуры $MOIBN$, заключенной между кривой $MOIBN$, ее крайними ординатами y_0 и y_n и основанием MN

$$F' = MN \times VI Z_4.$$

Всякая прямая проведенная через Z_4 , заключает дугу кривую $OIBN$

Для определения площади Симпсона постремся из

предыдущего следовательно простое правило: основание $0,18$ (гер. 47) разделить на четное число равных частей, проводить через точки деления ординаты $y_0, y_1, y_2, \dots$ деля дугу, отстояющую от начала ординаты, проводить хорды $02, 24, \dots$ и стрелку каждой дуги делить на три равных части.

Если означать первая точка деления, считая от кривой, через $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \dots$, то соединим α_1 с α_3 , и проведем на y_2 точку Z_2 ; соединим Z_2 с α_5 , проведем на y_3 точку Z_3 ; соединим Z_3 с α_7 , проведем на y_4 точку Z_4 и т.д. Таким образом получим наконец точку Z_m (на гер. 46) эта точка Z_m , которой ордината $Z_m m$. Искомая площадь равна этой ординате, умноженной на основание данной фигуры. Макс площадь, заключенная между кривой $\alpha_1, \alpha_5, \alpha_{11}, \alpha_{18}$ с крайними ординатами 0 и $18\alpha_{18}$ и основанием $0,18$

$$F = 0,18 \times Z_9.$$

Определение момента инерции плоских фигур графическим способом.
(Способ Мора).

Чтобы получить момент инерции фигуры, представленной на гер. 48, по отношению к оси, имеющей направление 02 , делим фигуру F на восемь, на-

параллельными этой осью на части $aA_1, aA, b, b, \dots$
 такими образом эта площадь и центр
 тяжести каждой такой части легко было опре-
 деляется. Площади $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ обращаем в
 прямоугольники с одинаковым основанием b ,
 так что : $\omega_1 = bh_1, \omega_2 = bh_2, \omega_3 = bh_3$ и т. д.
 Выражение всей площади $F = \sum bh = b \sum h$. Тогда
 площади $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ рассматриваемые как си-
 лы соответственно пропорциональны высотам
 $h_1, h_2, h_3, \dots$. Эти силы будут приложены к
 центрам тяжести $Z_1, Z_2, Z_3, \dots$ и направлены
 параллельно оси моментов. Вспомогательная
 веревочный многоугольник. Отметим расстояния
 центров $Z_1, Z_2, \dots$ от оси моментов Ox через
 $y_1, y_2, \dots$ и продолжим веревочная стороны
 I, II, III до пересечения с Ox в $1, 2, 3, \dots$; если
 H -полюсное расстояние, то из свойства веревочна-
 го многоугольника следует, что моменты си-
 лы h_i относительно оси Ox

$$M = h_1 y_1 = \overline{1, 2} \cdot H, \text{ откуда } \overline{1, 2} = \frac{h_1 y_1}{H}$$

$$\text{и также } \overline{2, 3} = \frac{h_2 y_2}{H}; \overline{3, 4} = \frac{h_3 y_3}{H} \dots$$

$$\begin{aligned} \text{Площадь треугольника } \overline{1, 2} &= \overline{1, 2} \frac{y_1}{2} = \frac{h_1 y_1^2}{2H} \\ \text{" " } \overline{2, 3} &= \overline{2, 3} \frac{y_2}{2} = \frac{h_2 y_2^2}{2H} \\ \text{" " } &\dots \end{aligned}$$

Следовательно площадь, заключенная между ве-

вероятной силой, его крайней стороной 1α и правой осью Ox

$$\Omega = \frac{1}{2H} (h_1 y_1^2 + h_2 y_2^2 + \dots) = \frac{1}{2H} \sum h y^2$$

Если мы раздробим площадь F на бесконечное число площадок ω , то у нас получится бесконечное число таких и вероятный многоугольник примет вид кривой линии и последнее ур-ие примет вид:

$$\Omega = \frac{1}{2H} \int d h y^2 = \lim \frac{1}{2H} \sum h y^2$$

Умножив обе части предпоследнего ур-ия на b

$$b\Omega = \frac{1}{2H} b \sum h y^2 ; 2H b \Omega = \sum b h y^2$$

$\sum b h y^2$ — есть момент инерции площади F относительно оси Ox .

$$J = \sum b h y^2 = 2H b \Omega$$

Центр тяжести площади F есть точка приложения равнодействующей сил $h_1, h_2, h_3, h_4, \dots$;

Равнодействующая проходит через точку E в пересечении крайних вероятных сторон I и X параллельно оси Ox . Из подобия треугольников $O\beta, \Pi$ и $A\epsilon 1$ имеем $\frac{O\beta}{A1} = \frac{H}{\eta}$; где η — перпендикуляр опущенный из E на Ox , т.е. расстояние центра тяжести фигуры от Ox . $O\beta = \sum h$;

$$A_1 1 = \frac{\eta \sum h}{H}$$

площадь треугольника $A\epsilon 1 = \Delta = A1 \cdot \frac{\eta}{2} = \eta \frac{\sum h}{H} \cdot \frac{\eta}{2} = \frac{(\sum h) \eta^2}{2H}$

$$2H b \Delta = b (\sum h) \eta^2 = (\sum b h) \eta^2 = J \eta^2$$

Площадь, ограниченная силой моментов и

ея крайними сторонами (зафиксированная на гер. 48):

$$R_1 = R - \Delta I = \frac{1}{2H} \sum h y^2 - \frac{(\sum h) \eta^2}{2H}.$$

Умножив все на $2Hb$

$$R_{,2Hb} = \sum b h y^2 - (\sum b h) \eta^2$$

$$R_{,2Hb} = J - F \eta^2$$

Но $J - F \eta^2$ равно моменту инерции J_1 относительно оси параллельной Ox и проходящей через центр тяжести фигуры

$$R_{,2Hb} = J_1$$

Из последнего уравнения следует: Момент инерции произвольной фигуры по отношению к оси центра тяжести равняется площади, заключенной между веревочной линией (соответствующей нагрузке, представленной площадью фигуры) и крайними касательными к концам ее, умноженной на удвоенное поперечное расстояние и на b — общее основание прямоугольников.

Эта площадь определяется всего проще по формуле Вилсона, или с помощью планиметра.

Определение моментов инерции относительно произвольных осей.

Пусть J_x момент инерции фигуры A (гер. 49) по

отношению к оси X ; J_y — тоже по отношению к оси Y ; J_{xy} — центробежный момент по отношению к этим же взаимно перпендикулярным осям, то обозначив площадь элемента фигуры через $d\omega$:

$$J_x = \int d\omega y^2 ; J_y = \int d\omega x^2 ; J_{xy} = \int d\omega xy$$

Положим, что J_x , J_y , J_{xy} известны и предположим, что моменты инерции по отношению к оси ξ , составляющей с осью X угол α , то

$$J_\xi = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha \quad *)$$

Если ось составляющую с осью Ox угол 45° , обозначим через Z и момент инерции фигуры A по отношению к этой оси через J_z , то легко доказать, что

$$J_z = \frac{1}{2} (J_x + J_y) - J_{xy}, \text{ откуда}$$

$$J_{xy} = \frac{1}{2} (J_x + J_y) - J_z \dots \dots (1)$$

Помогая этой формулой, можно определить J_{xy} , когда известны J_x , J_y , J_z . Графически полагается J_ξ , когда J_x , J_y и J_{xy} определены, следовательно образовать. При этом, как и при всех соответствующих построениях будем принимать за ось X -ую ось по отношению к которой момент инерции больше, так что всегда $J_x > J_y$.

На прямой Ox (вер. 50), перпендикулярной оси X , откладываем $OJ_y = J_y$ и $OJ_x = J_x$; в J_y и J_x возмещаем

*) См. М. Герасимовский — Теория софизмов, стр. 132 (формула 201)

перпендикулярна къ Ox и отстоятъ отъ нея на нѣмъ :

$$J_y Z = J_x Z_1 = J_{xy}$$

На ZZ_1 , какъ на диаметрѣ описываемъ окружность; черезъ Z проводимъ $ZZ_1 \parallel Oz$ и изъ ξ_1 опускаемъ на Ox перпендикуляръ $\xi_1 J_\xi$, то $\xi_1 J_\xi = J_{\xi\eta}$ и $OJ_\xi = J_\xi$.

Если окружность пересѣкаетъ Ox въ точкахъ J_2 и J_1 , и соединимъ эти точки съ Z , то фигуры $J_2 Z$ и $J_1 Z$ параболы и главныя осевы фигуры (по отношенію къ нимъ $J_{xy} = 0$) а OJ_1 и OJ_2 — главные моменты инерціи, причѣмъ OJ_1 наибольшій, а OJ_2 — наименьшій моментъ инерціи. Когда фигура имѣетъ ось симметріи, то за одну изъ осей Ox и Oy всего удобнѣе принимать эту ось симметріи.

Вѣрно также дана формула для вычисленія центробѣжнаго момента J_{xy} изъ моментовъ инерціи J_x , J_y и J_z , здѣсь укажемъ графическій способъ опредѣленія ея.

Для этого докажемъ слѣдующее: центробѣжный моментъ по отношенію къ двумъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ равенъ центробѣжному моменту по отношенію къ нимъ параллельнымъ осямъ центра тяжести, умноженному на произведение изъ площади и разстояній этихъ паръ осей. Пусть m центръ тяжести фигуры ξ_1 и η_1 , разстояніе осей, то такъ какъ $x = \xi_1 + \xi$ и $y = \eta_1 + \eta$

$$Z_{xy} = \int (\xi_1 + \xi_2)(\eta_1 + \eta_2) d\omega = \xi_1 \eta_1 \int d\omega + \xi_1 \int \eta_2 d\omega + \eta_1 \int \xi_2 d\omega + \int \xi_2 \eta_2 d\omega$$

но так как $\int \eta_2 d\omega = \int \xi_2 d\omega = 0$, то

$$Z_{xy} = Z_{\xi_1 \eta_1} + \Omega \eta_1 \xi_1 \dots \dots (2)$$

Если оси ξ и η главные, то $Z_{\xi \eta} = 0$ и тогда

$$Z_{xy} = \Omega \eta_1 \xi_1 \dots \dots (3)$$

Центроброуиный момент по отношению к оси xy полагается для фигуры Δ с центром тяжести O равным: разбиваем ее на три прямоугольника, определяемых их центрами тяжести Z_1, Z_2, Z_3 . Оси x и y берем параллельно сторонам прямоугольников, тогда // оси ξ и η будут для каждого прямоугольника главными, поэтому будет

$$Z_{xy} = \Omega_1 \eta_1 \xi_1 + \Omega_2 \eta_2 \xi_2 - \Omega_3 \eta_3 \xi_3$$

где $\eta_1, \xi_1, \dots$ координаты центров тяжести $Z_1, Z_2, \dots$ по отношению к осям x, y , проходящим через центр тяжести O всей фигуры.

Для построения момента Z_{xy} приводим площади $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ к общему основанию A , считая высоты Z_1, Z_2, Z_3 равнодействующих прямоугольников. Принимаем Z_1, Z_2, Z_3 как силы // оси x и из произвольной точки O строим (пер. 52) веревочный многоугольник abc . Его стороны отсекают на Ox отрезки:

$$12 = \frac{Z_1 \eta_1}{h_1} ; 23 = \frac{Z_2 \eta_2}{h_1} ; 34 = \frac{Z_3 \eta_3}{h_1}$$

(h_1 — поперечное расстояние.)

Полученная конструкция

Лист 6.

Рассматривая эти отрезки, как если Π -ым осей
оу и помощью поперечного разстояния h_2 отрезков ве-
ревожных многоугольников a, b, c, d , (сю стороны пер-
пендикулярны къ осямъ a, b, c, d); отрезокъ
 $\bar{uv} = m$ крайнихъ сторонъ a и d , этого второго
веревочнаго многоугольника

$$= \left(\frac{\eta_1 \bar{z}_1}{h_1} \right) \frac{\xi_1}{h_2} + \left(\frac{\eta_2 \bar{z}_2}{h_1} \right) \frac{\xi_2}{h_2} + \left(\frac{\eta_3 \bar{z}_3}{h_1} \right) \frac{\xi_3}{h_2}$$

а потому

$$m \cdot h_1 \cdot h_2 \cdot a = a \sum z \eta \xi = \sum a z \eta \xi = \sum Q \eta \xi = \sum_{xy}$$

т. е. $\sum_{xy} = a h_1 h_2 m$

Издѣ друсевъ, подверженныя дѣй-
ствію силы, плоскость которыхъ не
совпадаетъ съ плоскостью симметріи
сѣченія.

Пусть A (фиг. 53) плоская фигура произвольна-
го оертанія, представляющая сѣченіе балки, Z — ея
центр тяжести, ZK — плоскость силы, ZU — пря-
мая проведенная черезъ центр тяжести Z па-
раллельно нейтральной оси, ¹⁾ β — уголъ осей ZU и ZL

Эту прямую для краткости будемъ называть „нейтраль-
ною осью“. Въ действительности она будетъ нейтраль-
ною осью только тогда, когда балка прямая и дѣй-
ствующія на нег силы и реакціи перпендикулярны къ ея
оси, т. е. когда $N = 0$.

(нейтральной и силовой). M - силовой момент, J_u - момент инерции по отношению к нейтральной оси M , Ω - площадь фигуры, v - расстояние волока, параллельного нейтральной оси от этой оси, b - ее наклонение (отнесенное к единице площади сечения), то

$$b = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{J_u} : \cos \beta$$

Мы будем обозначать $\frac{J_u}{\cos \beta}$ через J , тогда

$$b = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{J}$$

Тогда найдем наклонение наклоненных точек L_1 и L_2 , проводимых к стволу касательных, параллельных оси u ; обозначив расстояния полученных точек касания L_1 и L_2 от u через e_1 и e_2 , будем иметь:

$$b_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{Me_1}{J} ; b_2 = \frac{N}{\Omega} - \frac{Me_2}{J}$$

Тогда можно было пользоваться этими формулами, нужно знать нейтральную ось u . Она может быть определена несколькими способами. Последний способ вследствие своей простоты заслуживает предпочтения. Для этого нужно для произвольно взятых взаимно перпендикулярных осей x и y определить J_x , J_y и J_{xy} .

Для этого через центр тяжести сечения Z проводим ZJ_y ||-но оси y (чер. 54) и откладываем $ZJ_y = J_{xy}$. Через J_y проводим $OJ_1 \perp ZJ_y$, откла-

выбираем $\bar{J}_y O = J_y$, $\bar{OJ}_x = J_x$, затем $J_x Z_1 \perp OJ_x$ и $J_x Z_1 = Z_{xy}$. На диаметре $Z_1 Z$ описывается окружность, которая пересекает условную ось ZK в точке C . Соединяем C с O и проводим OC до пересечения с окружностью в J . Тогда $\bar{OJ} = \frac{J_u}{2\beta} = J$. Через J проводим $J\Phi$ ||-но оси y до пересечения с окружностью в Φ и соединяем Φ с Z_1 , то ΦZ есть исконая нейтральная ось.

Пример. Представленное на чер. 55 Z имеет: α наклонено к плоскости сил ZK под углом 17° ; силы вертикальны. Найти напряжения σ_1 и σ_2 ? (Размеры на чертеже даны в сантиметрах). — Оси Ox и Oy всю процу взять параллельно высоте и ширине сечения, поэтому тогда легко будет определить J_x и J_y и Z_{xy} ; за J_x можно взять ту ось, которая дает больший момент инерции. Получим: $J_x = \frac{1}{12} (6,5 \times 14^3 - 5,7 \times 12^3) = 666 \text{ см}^4$.

$$J_x = \frac{1}{12} (6,5 \times 14^3 - 5,7 \times 12^3) = 666 \text{ см}^4$$

$$J_y = \frac{1}{12} [1,0 (6,5 + 5,7)^3 + 13 \times 0,8^3] = 152 \text{ см}^4$$

$$\text{по (3)} \quad Z_{xy} = 2 \times 5,7 \times 1,0 \times 6,5 \times 3,25 = 22,6 \text{ см}^2$$

Для построения взято $10 \text{ см}^4 = \frac{2}{3} \text{ мм}$, следовательно

$$ZJ_y = \frac{2}{3} \cdot \frac{241}{10} = 16,1 \text{ мм}; \quad J_y O = \frac{2}{3} \cdot \frac{152}{10} = 10,1; \quad OJ_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{666}{10} = 44,4;$$

$$J_x Z_1 = Z_{xy}$$

$$\text{Получено } J = OJ = 34,7 \text{ мм} = \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot 24,7 = 520,7 \text{ см}^4$$

$$e_1 = e_2 = 6,49 \text{ см}, \text{ поэтому}$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{22,6} + \frac{M \cdot 6,49}{520} \quad \text{и} \quad \sigma_2 = \frac{N}{22,6} - \frac{M \cdot 6,49}{520}.$$

Возьмем тело, не обладающее осью симметрии (чер. 56). Оси x, y проходят через центр тяжести O . Моменты инерции J_x, J_y и центробежный момент инерции J_{xy} положим известными. Найдем известными графическим построением моменты инерции J_ξ для оси ξ , проходящей через O под углом β к оси x . Тогда величина OJ_ξ (чер. 57) дает искомый момент J_ξ и $J_2 J_\xi$ представит центробежный момент $J_{\xi\eta}$. При изменении угла β изменяются $J_{\xi\eta}$ и J_ξ . С увеличением угла точка J_2 будет двигаться по окружности (чер. 58) а точка J_ξ вдоль диаметра $J_1 J_2$ по направлению стрелки. Отмечаясь переход J_2 через точки J_1 и J_2 : при таком повороте оси ξ моменты инерции тела J_ξ будут максим. $J_{\xi\eta} = OJ_2$ и миним. $J_{\xi\eta} = OJ_1$ а $J_\xi = 0$. Максим. J_ξ будет максим. J_ξ когда ось ξ станет параллельной $J_1 J_2$ и миним. J_ξ когда она перпендикулярна $J_1 J_2$. Эти оси называются главными осями. Тогда будем иметь следующую зависимость между β и J_ξ , возьмем основные координаты. Точку O примем за начало и главной осью проведем параллельно главной оси (чер. 59). Проводя от главной оси линию под равным углом

ли и откладывая на них соответствующие отрезки углов моменты инерции, получим точки, совокупность которых дает эллипс. Этот эллипс называется Эллипсом инерции. Большая и малая ось эллипса главные моменты инерции.

Всимметричная фигура сечения. — Если сечение имеет ось симметрии, то центробежный момент I_{xy} по отношению к этой оси равен нулю, т.е.

$$I_{xy} = \int d\omega xy = \sum d\omega xy = 0$$

Возьмем элементарную площадь $(d\omega)_1$ (чер. 60), ее координаты выберем $(-x)(-y)$. $d\omega \cdot (-x) \cdot (-y) = xy d\omega$

Этой площади соответствует симметричная $(d\omega)_2$ с координатами $(-y)(x)$, так что $d\omega \cdot (-y) \cdot x = -xy d\omega$.

$$\text{Сумма } (d\omega)_1 + (d\omega)_2 = xy d\omega - xy d\omega = 0$$

Распространяя суммирование на все сечение

$$\sum xy d\omega = 0 \quad \sum xy = 0$$

На чер. 61 мы имеем сечение с одной осью симметрии. Линия действия силы $\overline{ZP}$. Найти нейтральную ось?

Откладываем от Z вектор на ось максимального момента $OZ = I_1$ (минимальн. момент инерции). Из O возматываем $\perp$ к OZ до пересечения с ZP , получим точку $O\xi = e$. Затем по оси симметрии

отскадываемъ $ZJ_2 = J_2$ (максим. мом. инерции) на L -н
къ ZJ_2 отскадываемъ $J_2 u = e$. Линия u или пред-
ставитъ нейтральную ось или параллельную ей.

Примечание. Для нейтральной оси $b = \frac{N}{Q} - \frac{Mu}{J} = 0$
Если $N = 0$, то u есть уже нейтральная ось;
если же $N \neq 0$, то нейтральная ось находит-
ся отъ u на расстоянии $v \dots v = \frac{N J}{Q M}$

Оформивъ состояние стержня параллельнымъ u ,
найдемъ расстояния e_1 и e_2 точекъ съ наибольшимъ
напряжениемъ отъ нейтральной оси.

Чтобы найти моменты инерции стержня относительно
 u , отскадываемъ на главной оси $\overline{OJ_2} = J_2$, опускаемъ
перпендикуляръ на u и точку J соединяемъ съ O .
Тогда $\overline{OJ} = J$.

Инерцентные линии.

Когда на сооружение действуетъ подвижная
нагрузка, то ее действие изъясняется влеченіемъ
ее послѣдствіемъ. Вліяніе подвижнаго груза на ве-
личину искомого неизвестнаго (котораго моментъ быть
напряженіе, моментъ, сгибающаго усилие и т. д.)
всего произв. опредѣляется помощью линий вліянія
или инерцентныхъ линий.

Пусть ищется у насъ сооруженіе и на него дей-

ствуют перпендикулярная сила $= 1$ (пер. 62) Сила эта производит в рассматриваемой точке M какое нибудь действие (растяжение, изгиб, скручивание и пр.).

Возьмем оси координат и отложим на оси x на соответствующей ординате, проходящей через точку приложения A силы. Пусть эта точка сила переместится свое положение; очевидно, что изгибается и величина действия ее на рассматриваемую точку M . Отложим эту величину y' на новой ординате, проходящей через новую точку приложения A' силы. Подобное построение мы делаем для всяких положений силы. Соединив теперь концы полученных ординат кривой, мы получим инфицентную линию или линию действия для точки M .

Инфицентная линия всегда относится к определенной точке тела. Когда груз производит во всяких точках скелета одинаковое действие, то инфицентную линию относят к скелету, а если его действие во всяких скелетных сечениях постоянно, то ее относят к стержню.

Противуположные действия можно откладывать, как ординаты в противуположные стороны.

Примеры. Построить инфицентную линию напре-

мений стержня C перпендикулярно стержню AB ,
произведенных растягивающих грузов $= 1$

За ось OX берется (чер. 63) прямая $OX \parallel AB$.
Если изобразить стержень C означить через R , то
для всякого положения точки приложения
груза между A и C напряжение в B постоян-
но и равно $\frac{1}{R}$, а для всякого другого положения
этой точки напряжение равно нулю. Интен-
сивная линия поэтому будет прямой $pr \parallel OX$,
отстоящая от OX на расстоянии $\frac{1}{R}$.

2) Построить интенсивную линию изгибающих
моментов для точки P или все равно для стерж-
ня AB балки, лежащей на двух опорах (чер. 64)

Пусть груз $= 1$, вступающий на балку в точку
 B и движется справа налево. Опоры оказывают
реакцию (сопротивление), причем левая опора в A
дает реакцию $\frac{l-x}{l}$, а потому изгибающий мо-
мент в стержне AB будет:

$$y = \frac{l-x}{l} \alpha \dots \dots (\alpha)$$

Отсюда уравнение определится прямая OK , для
которой при $x=0$ имеем $y=\alpha$, при $x=l$ — $y=0$.

Ур-е (α) изгибающий момент будет определять-
ся лишь до тех пор, пока груз не перейдет ст-
жение AB ; когда он перейдет дальше стержня
 AB влево, то нужно будет брать другое ур-е, а
касаться соображений.

Лист 7

именно $y = \frac{x}{\epsilon}(l-a) \dots (\beta)$,

такъ какъ сопротивление опоры $B = 1 \cdot \frac{x}{\epsilon}$

Изъ ур-ия (β) имеемъ при $x=0$ $y=0$; при $x=l$
 $y=l-a$. Ур-ие это даетъ намъ прямую OK' . Эти
 линии OK и OK' пересекаются на рассматривае-
 момъ стержне AB въ точке T , причемъ T даетъ
 намъ величину сдвигающаго момента, когда $\mu y z =$
 $= 1$ действуемъ въ плоскости сечения AB .

Такъ какъ $Om = OK'$ и $Kn = KK$, то для построения
 искомымъ изгибающимся линіи стоитъ только про-
 вести окружности изъ K радиусомъ $= a$ и изъ O
 радиусомъ $= l-a$, какъ точка и опредѣляется
 точки K и K' и прямая OK' и KK и линия моментовъ OTK .

3) Построить изгибающую линію на краяхъ для
 точки p сечения AB (чер. 64)

Напряженіе въ данной точке будетъ $\sigma = \frac{M y}{J}$, где
 σ есть расстояние точки p отъ нейтральной ли-
 нии. Такъ какъ ϵ постоянно для известнаго се-
 ченія, то $\sigma = a M$, где $a = \frac{\epsilon}{J} = \text{const.}$

Отсюда видно, что построение будетъ такое же,
 какъ и въ предыдущемъ случаѣ, только ординаты
 напряженій въ a разъ больше ординатъ моментовъ.

4) Можно строить изгибающую линію и для уг-
 ловъ сжатій, если напряженія одинаковы во всемъ
 сеченіи. Пусть, напримѣръ (чер. 65), имеемъ y

наеь какая нибудь дѣржа и ищется индифферентная линия напряжений для стержня ab (при растяжении и сжатии все напряжения по длине стержня одинаковы.)

Если бы мы произвели построение, то оказалось бы, что когда грузъ находится справа стержня ab , онъ производитъ положительное напряжение, т.е. растяжение въ стержне ab , а когда слева, то отрицательное - т.е. сжатие.

Пусть балка (гер. 66) лежитъ на трехъ опорахъ и на нее действуютъ система грузовъ P_1, P_2, P_3, P_4 и пусть $abcdef$ линия вѣсания относящаяся къ какой нибудь стѣнѣ бруса. Предупется опредѣлить дѣйствіе силъ P_1, P_2, P_3, P_4 , когда онѣ зажимаются на брусъ попомненіе, указанное на гертеемъ.

Если грузъ P_1 равенъ единицѣ 1, то его дѣйствіе η_1 (см. гертеемъ). Но такъ какъ $P_1 \neq 1$, то дѣйствіе этого груза очевидно будетъ $P_1 \eta_1$. Подобное выраженіе получится и для остальныхъ грузовъ въ отдельности. Если же на брусъ действуютъ одновременно грузы P_1, P_2, P_3, P_4 , то общее ихъ дѣйствіе будетъ алгебраическая сумма отдельныхъ дѣйствій

$$N = P_1 \eta_1 - P_2 \eta_2 + P_3 \eta_3 + P_4 \eta_4 \dots\dots\dots (A)$$

Второй членъ отрицательный, такъ какъ ордина-

та η_2 , соответствующая грузу P_2 - отрицательна.

Итак, чтобы определить действие, производимое произвольной системой сил в данном стержне или стержнях, нужно изобразить ординаты $\eta_1, \eta_2, \dots$ линии влияния, соответствующая точкам приложения сил $P_1, P_2, \dots$ и составить алгебраическую сумму произведений сил на соответствующую ординату.

При расчете оснований сооружений рассматриваются часто такие системы подвижных грузов, в которых расстояния между осями постоянны. Напр., железнодорожный поезд представляет собой подвижную систему грузов, состоящую из давлений колес.

Определение действия подвижной системы грузов сильно облегчается построением инфлюентной линии.

Груз $= 1$, перемещающийся по данному сооружению (напр. по балке или ферме) вызывает напряжение в данном стержне; так как инфлюентная линия для этого стержня может иметь несколько максимумов, как положительных, так отрицательных. Это будет иметь место при произвольном перемещающемся грузе, а также при системе подвижных грузов. Но максимум напряжения в данном стержне при известном положении подвижных грузов характеризует опасное положение на.

Максимум же напряжения легко дается инфицентной линией.

Определение опаснаго положения системы грузовъ.

Пусть (см. 67) $abcdefgh$ инфицентная линия. $P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$ система подвижных грузовъ, занимающая въ какой нибудь моментъ положение, указанное на чертежѣ. Опредѣлимъ черезъ $\eta_0, \eta_1, \dots$ ординаты инфицентной линии, соответствующія грузамъ $P_0, P_1, \dots$ и черезъ N дѣйствиіе системы этихъ грузовъ въ точку, стояніи или стержню, къ которому относится инфицентная линия; имѣемъ по вышеуказанному

$$N = P_0 \eta_0 + P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + P_3 \eta_3 + P_4 \eta_4 + P_5 \eta_5$$

Даетъ ли это положеніе грузовъ максимумъ или минимумъ?

Для этого надо перемѣстимъ всю систему на безконечно малую величину Δx и посмотрѣть будетъ ли производная $\frac{\Delta N}{\Delta x}$ положительная или отрицательная. Перемѣстимъ систему вправо на Δx такъ, чтобы ни одинъ грузъ не перешелъ черезъ вершину инфицентной линии. Производное теперь дѣйствиіе будетъ отличаться отъ прежняго на $\Delta N = -(-\Delta \eta_0) P_0 + P_1 \Delta \eta_1 + P_2 \Delta \eta_2 - P_3 \Delta \eta_3 - P_4 \Delta \eta_4 - P_5 \Delta \eta_5$.

Новое дѣйствиіе теперь уже будетъ $N + \Delta N$. Покажемъ

не важно знать величину ΔN , а нужно знать лишь знак ΔN или во всяком случае $\frac{\Delta N}{\Delta x}$.

Если означить углы сторон bc, cd, df и т.д. с ox через $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ то $\Delta \eta_0 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_0$; $\Delta \eta_1 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_1$; $\Delta \eta_2 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_2$; $\Delta \eta_3 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_4 = \Delta \eta_4$; $\Delta \eta_5 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_5$; а по формуле $\frac{\Delta N}{\Delta x} = P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + P_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - (P_3 + P_4) \operatorname{tg} \alpha_4 - P_5 \operatorname{tg} \alpha_5 \dots (A)$

Если мы переместим систему так, что ни один груз не перейдет через вершину инкрументной линии, то ясно, что величина $\frac{\Delta N}{\Delta x}$ постоянна для всего передвижения системы вправо, пока ни один груз не перейдет через вершину. Выражение (B) легко построить. На прямой Ox' (чер. 68) откладываем от O' вправо $\overline{O'O} = P_0$; $\overline{O'I} = P_1$; $\overline{I\bar{2}} = P_2 \dots$ через точки $O, 1, 2, \dots$ проводим перпендикуляры и строим многоугольник $O'mprzs$ так, чтобы стороны его над системой P_0, P_1 были параллельны тем же сторонам инкрументной линии; которая пересекается с линиями $P_0, P_1, \dots$ т.е. $O'm \parallel bc$; $mp \parallel cd$; $pz \parallel df$ и т.д. Этот многоугольник называется вспомогательным многоугольником. Из построения видно, что

$$\overline{m\bar{o}} = P_0 \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$\overline{1p} = \overline{1m_1} + \overline{m_1p} = P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1 \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$\overline{2z} = \overline{2m_2} + \overline{m_2p} + \overline{p_1z} = P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + P_2 \operatorname{tg} \alpha_2$$

$$\overline{4s} = \overline{2z} - \overline{3_1z} = P_0 \operatorname{tg} \alpha_0 + P_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + P_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - (P_3 + P_4) \operatorname{tg} \alpha_4$$

и наконец находим:

$$\frac{\Delta N}{\Delta x} = \overline{5t} \quad ; \quad \Delta N = \overline{5t} \cdot \Delta x.$$

Так как в данном случае отрезок $\overline{5t}$ положительный, то и ΔN положительная величина, т. е. при движении системы грузов вправо производное его действия увеличивается. Пока ни один груз не перейдет через вершину, величина $\overline{5t}$ остается неизменной при продолжении движения вправо, так как Δx увеличивается, то мы заключаем, что ΔN признается к наибольшему своему значению. В данном случае прежде всего перейдет вершину груз P_1 и когда он будет справа от вершины A , то в выражении (В) придется вместо $P_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$ вставить $P_1' \cdot \operatorname{tg} \alpha_2$. Изменим также вид вспомогательного многоугольника, именно: он обратится $O'mz's't'$, так что теперь получим: $\Delta N = \overline{5t'} \cdot \Delta x$. Это будет тоже положительно, что означает, что N еще не достигло своего максимума.

Затем груз P_2 встретит вершину f . Вспомогательный многоугольник обратится в $O'm'p's''t''$; и тогда получим изменение действия:

$$\Delta N = - \overline{5t''} \cdot \Delta x.$$

Так как $\overline{5t''}$ отрицательно, то следует, что в момент, когда груз P_2 переходит через вершину f , производная переменила знак, т. е., что $N = \max$.

и система поэтому производит наибольшее действие тогда, когда она имеет такое положение, что груз P_2 проходит через вершину f инфуэнтной линии. Если ординаты инфуэнтной линии, соответствующие грузам $P_0, P_1, \dots$ при этом положении означены через $\eta'_0, \eta'_1, \dots$, то

$$N_{\max.} = - P_0 \eta'_0 + P_1 \eta'_1 + P_2 \eta'_2 + P_3 \eta'_3 + P_4 \eta'_4 + P_5 \eta'_5$$

Итак N может достигнуть наибольшего значения только тогда, когда один из грузов проходит через вершину инфуэнтной линии.

Для определения опасного положения системы грузов построим следующее правило: устанавливаем систему таким образом, чтобы наибольшие тяжести грузов соответствовали возможным большим ординатам инфуэнтной линии, и чтобы один из них, который означим через Q находящаяся внеюль шова одной вершины. Строим для этого положение вспомогательный многоугольник. Затем ставим груз Q внеюль справа той же вершины и строим вспомогательный многоугольник для этого второго положения системы грузов. Если последняя точка линии вспомогательных многоугольников пойдется по разным сторонам оси Ox , то действие N достигает максимума в моменте, когда система имеет такое положение, что груз Q

проходить через рассматриваемую вершину. В противном случае, если, напр., обе эти точки находятся выше оси абсцисс, то нужно систему двигать дальше вправо до тех пор, пока какой нибудь другой груз не встретит одну из вершин инкрементной линии (при этом могут из сооружения сходить грузы или входить на него новые) и определить для этой вершины последнюю ординату вспомогательных многоугольников при положении груза вправо и влево от нее и т.д.

Определение действия, производимого непрерывной нагрузкой.

Когда нагрузка непрерывна, то можно себе представить, что на каждый элемент dx бруса, покрытый нагрузкой, действует сила $p dx$. Если y — соответствующая этому элементу ордината инкрементной линии (стр. 69), то производимое грузом $p dx$ действие

$$dN = y \cdot p \cdot dx.$$

Когда длина нагрузки — l , то на основании закона сложения действия сил, действие производимое всей нагрузкой, будет

$$N = \int_0^l p \cdot y \cdot dx \dots (c)$$

Касательная сооружения

Листъ 8.

и вь сущь равномьрной нагрузки

$$N = p \cdot \int_0^{c'} y dx \dots (c')$$

Интегралъ справа знака ур-ня выражается площадью инфуэнтной линии, заключенную между ординатами y_0 и y_n , соответствующими концамъ p и q непрерывной нагрузки. Уравнение (С) даетъ поэтому следующе правило: действие, производимое непрерывной нагрузкой, равняется площади инфуэнтной линии, заключенной между ординатами, соответствующими концами точекъ нагрузки, умноженной на единичный грузъ p .

Опредьленіе опаснаго положенія непрерывной нагрузки.

Опасное положеніе непрерывной нагрузки, состоящей изъ частей переминыхъ длинъ и переминыхъ взаимныхъ разстояній, опредьляется непосредственно формой инфуэнтной линии. Очевидно, что наибольшее положительное действие будетъ имьть сущьто тогда, когда ни одна изъ слагающихъ $p y dx$ не будетъ отрицательной, т.е. когда при положительныхъ единичныхъ грузахъ p все y положительны; для наибольшаго отри-

цательного действия все у доски быть отрицательны.

Так, если икорецентная линия имеет вид $\alpha\beta\varphi\chi\delta\tau\xi$ (чер. 69), то для положительного максимума доски быть нагружены части $\beta\varphi$ и $\delta\tau$ (чер. 69), а для отрицательного - части $\varepsilon\beta$ и $\chi\delta$.

Тогда на основании правила, вышеуказанного в предыдущей статье наибольшее положительное действие $N_{max} = p(\text{площадь } \beta\varphi\chi + \text{площадь } \delta\tau\xi)$ (чер. 69 а); наибольшее отрицательное действие (чер. 69 б)

$$max(-N) = p(\text{площадь } \alpha\varepsilon\beta + \text{плос. } \chi\delta\tau + \text{плос. } \tau\xi\xi)$$

Подпорная стѣны.

Различныя тѣла, будучи предоставлены дѣйствию силы тяжести, принимаютъ различное поверхностное очертаніе; известно, что свободная поверхность жидкости есть горизонтальная плоскость. Тѣла твердая могутъ удерживаться и съ наклонными поверхностями въ зависимости отъ сцепленія частицъ, а также отъ тренія между собою. Въ зависимости отъ этихъ двухъ причинъ находится уголъ тренія или естественнаго откоса φ , который увеличивается для различныхъ породъ, напр., для глинистаго грунта уголъ тренія среднимъ числомъ $= 30^\circ$; для каменистыхъ породъ $\varphi = 34^\circ$. Когда земляному тѣлу приходится дать откосъ, превышающій естественный, такъ напр., когда откосъ АВ (пер. 70) больше угла естественнаго откоса, то сила сцепленія и тренія недостаточно для удержанія грунта въ равновѣсїи и тогда для предупрежденія обвала нужно АВ подпереть стѣной. Тогда можно было бы рассчитать положеніе этой стѣны, нужно прежде всего знать дѣйствующія на нее силы, какъ по величинѣ, такъ по направленію и положенію.

Будем рассматривать земляное тело длиной l и все главные моменты разгрузки будем относить к единице длины земляного тела.

Положим, что при обвале оторывается призма ABC , действующей силой сдвинуть весь этот призму, а сопротивления - трение T_1 по горизонтальной створке AB и трение T_2 по плоскости скола AC .

Откос AC будем считать естественным откосом AM .

Если не было створки AB , то земля обвалилась бы по AM , где AM естественный откос. Если же в точку N в это место сдвинулось сопротивление только сдвинутое и трение в плоскости обвала; когда же земля подперта в AB , то к прежнему сопротивлению прибавляется еще сопротивление створки AB , вследствие чего угол обвала будет круче.

Для определения напора на створку нужно поэтому узнать условия, при которых земляной клин ABC (пер. II) находится в равновесии между двумя плоскостями AB и AC . Сопротивление каждой из этих плоскостей состоит: 1) из нормального сопротивления N и 2) из трения R . Обозначим эти сопротивления для плоскости AB через N_1 , R_1 и для AC через N_2 и R_2 . В AC кроме того действует сцепление глины S , но для большей простоты расчета принимаем $S = 0$; угол поворота

сопротивлений T_1 и T_2 с нормальными означаются через φ_1 и φ_2 ; тогда $R_1 = N \operatorname{tg} \varphi_1$ - сопротивление стволу, с другой стороны действие ~~грунта~~ на стволу выражается силой трения $T'_1 = f N = N \operatorname{tg} \varphi_1$, при равновесии $N \operatorname{tg} \varphi_1 = N \operatorname{tg} \varphi_1$; $\varphi_1 = \varphi_1$. Таким же образом получим $\varphi_2 = \varphi_2$, т.е. сопротивления плоскостей АВ и АС образуются с их нормальными силами трения.

Тогда при силы W , T_1 и T_2 находящиеся в равновесии, они должны пересекаться в одной точке Т и образовать равнобедренный треугольник. Если заменим весь W двумя силами по направлению сил T_1 и T_2 , то очевидно, что $W_1 = T_1$ и $W_2 = T_2$ (T_1 и T_2 должны быть равны и противоположны W_1 и W_2)

Сила W_1 называется напором грунта на стволу, сила напора поэтому образуется с нормалью стволу углом, равным углу трения φ_1 грунта о стволу. Угол трения грунта о стволу больше угла трения грунта о грунт, т.е. $\varphi_1 > \varphi_2$, но в начале скопления призма ABC в силу недостаточной прочности стволу, вследствие того, что $\varphi_1 > \varphi_2$, остается на стволу такой же силой земли и призма в АВ будет скользить по этой земле; поэтому при определении напора W_1 можно поставить $\varphi_1 = \varphi_2$. Положив $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ и напор W_1 будем обозначать через E , - сила W_2 не имеет для нас значения.

Графическое определение наклона ϵ .

Масса ограничена со стороны подпорной стѣнки плоскостью AB (чер. 72), сверху произвольной поверхностью BC . Если обвалъ происходитъ по AC , то AC будетъ плоскостью наименьшаго сопротивленія. ϵ — одна изъ слагающихъ силъ N , действующая подъ угломъ φ къ нормали стѣнки. N — вѣсъ земляного клина BAC . $N = \gamma \cdot BAC$.

Другая слагающая N , F — действуетъ подъ угломъ ψ къ нормали N .

При скользящемъ клинѣ земли по AC развивается сила тренія $= Nf = N \tan \varphi$ или $\tan \varphi = \tan \psi$

Для всякой друпой плоскости въ то же время

$N \tan \psi < N \tan \varphi$; $\tan \psi < \tan \varphi$ или $\psi < \varphi$; следовательно сползание происходитъ въ той плоскости, для которой $\psi = \text{максимум. (1)}$

Если дана плоскость AC должна известна, то по известному параллелограмму силъ можно было бы определить ϵ . Поскольку, что плоскость AC известна, отложимъ $AN = W$, проведемъ черезъ N — We равную и параллельную ϵ и соединимъ e съ A , то $Ae = F$ = сопротивленію плоскости AC . Возьмемъ такой масштабъ силъ, тогда $Ae = AC$.

Разложимъ Ae на нормальную и касательную къ

AC , $An = N$ и $en = T$, тогда угол $eAn = \angle \psi$;
для плоскости спогания по предыдущему имеем
максимальное значение $\varphi = \psi$.

Пусть AD линия естественного откоса и означим
 $\angle CAD$ через φ . Возьмем плоскость AC_1 , всевыш
близкую к AC , так что угол $C_1AC = d\varphi$ и введем
 $\overline{CAC_1}$. $\delta = dW$; отложим в том же направлении
до $AA_1 = dW$. Соединим A_1 с e ; $A_1e = F_1$, раз-
скажем на нормаль N_1 (к AC_1) и касательную
 F_1 . Тогда очевидно, что N_1 образует с N угол
 $d\varphi$ и так же T_1 с T . Равнодействующая
 F_1 образованная с нормалью угол ψ и изме-
нит свое направление на безконечно малую
величину $d\psi$, так что угол F с F_1 будет $d\psi$.
Угол $A_1LA_1' = d\varphi$, так как A_1L и A_1L' перпенди-
кулярны AC и AC_1 .

$\angle emL = \psi + d\varphi$ — как в треугольнике Δ — ка mAL
 $\angle emL' = \psi_1 + d\psi$ " " " " mAe ,

откуда $\psi_1 = \psi + d\varphi - d\psi \dots (2)$. Если AC по-

срости изгиба, то по доказанному угол ψ до-
стигает в ней максимума, а потому изме-
нение этого угла (по условию максимума) при пере-
ходе к безконечно ^{близкой} плоскости AC_1 равна нулю,

т.е. разница между максимальным углом
 ψ и безконечно близким к нему ψ_1 равна 0; $\psi_1 - \psi = 0 = d\varphi - d\psi$;

откуда $d\varphi = d\psi$. Предположим $\Delta Aed, e = \Delta CAC, (d\varphi = d\psi ; Ae = Ac$ и у каждаго по безконечно малой сторо-
не), поэтому можно написать

$$dW = \gamma \cdot \text{плоск. } \Delta A, e \dots \dots (3)$$

Докажем теперь, что $\text{плоск. } AWe = \text{плоск. } BAC$

$$\frac{W}{dW} = \frac{AW}{AA'} = \frac{\text{плоск. } AWe}{\text{плоск. } AA, e} = \frac{\gamma \cdot AWe}{\gamma \cdot AA, e} ; \quad \frac{W}{dW} = \frac{\gamma \cdot AWe}{\gamma \cdot AA, e},$$

такъ какъ

$$dW = \gamma \cdot AA, e ,$$

$$\text{то } W = \gamma \cdot AWe , \text{ а такъ какъ } W = \gamma \cdot BAC ,$$

$$\text{то плоск. } AWe = \text{плоск. } BAC \dots \dots (4)$$

Докажемъ также, что уголъ $WAc = \varphi$

$$\angle CAe = 90^\circ + \varphi .$$

$$\angle HAc = CAe - HAC = 90^\circ + \varphi - (\varphi + \varphi) = 90^\circ - \varphi ,$$

отсюда $\angle WAc = \varphi$, (какъ дополнительный до 90°)...151

Сила Σ образуетъ съ горизонтальною $\angle (\varphi - \beta)$. Опустивъ изъ C перпендикуляръ CM , на AD и проводя CK подъ угломъ $(\varphi - \beta)$ въ CM . Тогда

$$\Delta ACK \cong \Delta WAc$$

Изъ уравненія (4) видна, что $WAc = \text{плоск. } BAC$

$$\text{отсюда плоск. } ACK = \text{плоск. } BAC$$

Следовательно поверхность сдвига состоитъ изъ плоскостей

$ABCK$ поочередно.

$$\frac{W}{\Sigma} = \frac{AW}{We} ;$$

$$\text{такъ какъ } AW = AK ; We = KC ,$$

$$\text{то } \frac{W}{\Sigma} = \frac{AK}{KC}$$

Качественныя соображенія.

Листъ 2.

Отношение на AD : $KF' = KC$, получив треугольник KCF' . Обращаясь к предыдущему отношению, заменим KC через KF'

$$\frac{W}{\varepsilon} = \frac{AK}{KF'} = \frac{\text{пл. } ACK}{\text{пл. } KCF'} = \frac{AWe}{KCF'} = \frac{8AWe}{8KCF'}$$

Так как $W = 8.AWe$,

$$\text{то } \varepsilon = 8.KCF'$$

Таким образом напор ε равен всей земной призме, основание которой есть треугольник KCF' , а высота равна 1.

Графический способ определения положения плоскости сползания.

Определим положение плоскости AC , когда поверхность земли BD неправильна (чер. 13). Перенесем на линию BD произвольную точку C , и проводим $C\alpha$, $\parallel B\alpha$ (которая проведена под углом $\vartheta - \beta$ к нормали BN), определяем разность площадей $ABC_1 - AC_1\alpha$, откладываем полученную разность как ординату от точки α . (Положительная разность откладываем вверх, а отрицательная вниз от произвольной горизонтали xy). Таким образом получим точку m_1 . Если другой произвольной точки C_2 полученную разность $ABC_2 - AC_2\alpha_2$ откладываем в виде ординаты bm_2 от той же гориз.

зонти и т.д. Найденная точка $m_1, m_2 \dots$ соединяется кривой, которая пересекает проведенную горизонталь в точке O ; построенные для этой точки треугольники ABC_0 и $AC_0\alpha_0$ имеют одинаковую площадь, поэтому ордината выражающая разность их площадей, равна нулю. Таким образом определяется положение плоскости AC_0 при кривой поверхности BD .

Частные случаи.

1. Поверхность BD плоская с уклоном δ к горизонту (чер. 74)

Опять из BD опустим на AD перпендикуляр Bm и под углом δ к Bm проведем линию BF' . Если AC плоскость излома, то проведем через C $CK \parallel FB$ до пересечения с линией естественного откоса в точку K получим по предыдущему $ABC = ACK$, проведем $KC_1 \parallel AC$ и соединим C_1 с A . Таким как $ACK = ACC_1$, то $BC = CC_1$. Из подобных треугольников ACD и KC_1D имеем

$$AK : AD = CC_1 : CD = BC : CD$$

Из подобных треугольников BFD и CKD имеем: $BC : CD = FK : KD$; на основании этих двух отношений имеем: $FK : KD = AK : AD$, а из этого отношения получим $\frac{AK}{AD} = \frac{AK - AF}{AD - AK}$, $AK \cdot AD - AK^2 =$
 $= AK \cdot AD - AF \cdot AD$, окончательно:

$$AK^2 = AF \cdot AD \dots (\alpha)$$

Уравнение (α), можно воспользоваться графическим способом построения плоскости пересечения AC, когда поверхность земли плоская. (чер. 74)

Отметим на AD точку F, возставим из точки F перпендикуляр к линии AD, продолжение его пересечет окружность в точке K₁, соединив которую с A, получим линию AK₁, из чертежа видно, что $AK_1^2 = AF \cdot AD$, следовательно $AK = AK_1$. Теперь положение точки K определится, если мы из точки A радиусом AK, опишем дугу, через полученную точку K проведем $KC \parallel BF$, точка C определит положение плоскости излома AC. Отсав из точки K радиусом KC дугу, получим точку C₂ и $KC = KC_2$. Образованный таким образом треугольник CKC₂ и считая основанием той призмы, в которую равен напор. Следовательно $\varepsilon = \gamma \cdot CC_2 \cdot K$ Если считать, что проведем окружность AK₁D на чертеже не дозволяет место, то проведем $ff_1 \parallel AD$, из точки f₁ возставим перпендикуляр до пересечения с окружностью AK₂B построенной на AB, как на диаметре. Тогда

$$(f_1 K_2)^2 = AB \cdot Af_1$$

На AB откладываем AK₃ = f₁ K₂. $(AK_3)^2 = AB \cdot Af_1$

Из K_3 проводим $K_3x \parallel BD$.

Докажем, что точка x совпадает с точкой K .

Требуется, что

$$\frac{AD}{AB} = \frac{Ax}{AK_3} = \frac{AF'}{AF_1} = \frac{1}{m}$$

$$AB = m AD \quad ; \quad AK_3 = m Ax \quad ; \quad AF_1 = m AF'$$

Подставив в предыдущее равенство

$$m^2 (Ax)^2 = m AD \cdot m AF'$$

$$(Ax)^2 = AD \cdot AF'$$

Сравнивая с равенством (A) находим:

$$Ax = AK$$

Точка x совпадает с K и мы можем написать равенство: $\varepsilon = \gamma \cdot \cos^2 K$

2) Стенка вертикальна, а поверхность горизонтальна $\beta = 0$.

В этом случае построение остается такое (чер. 75)

3) $\angle \gamma$ отрицательный

Построение опять остается такое (чер. 76)

4) Поверхность наклонена под углом естественного откоса $\delta = \vartheta$ (чер. 77)

Прямые AD и BD' пересекаются в безразличности и по уравнению (A) $AK = CD$, а следовательно и $BC = CD$, т.е. $AC \parallel BC$; плоскость искомого совпадает с AD плоскостью естественного откоса. Свидетельство, что теперь безразлично, что взять точку C для построения треугольника CC_2K . Воз-

массы ее въ точку В.

5) Поверхность ломаная

Такой случай представляется при возведении насыпи (чер. 78). Проводимъ AQ и черезъ точку В $BQ \parallel AQ$, до пересѣченія съ QD въ точку Q , и определяемъ напоръ. Если масса AQD на стѣнку AQ , наклоненную подъ угломъ β къ вертикали. Часто встрѣчается случай, указанный на чер. 79, когда насыпь сверху нарушена еще оседшими грузомъ. Заменяемъ этотъ допотопительный грузъ вѣсомъ земной массы и распредѣляемъ всю эту массу на насыпи равномернымъ слоемъ такой высоты, тогда давленіе производимое имъ на каждый квадратный метръ площади соответствуетъ данной нагрузкѣ. Пусть, напр., нагрузка $= 9 \text{ клгр. на } 1 \text{ м}^2$, тогда вѣсъ слоя земли заключающей эту нагрузку $= G = x \cdot g \cdot 1$, а высота слоя $x = \frac{G}{g}$. Высота x , здѣсь допущено частью, масса въ сравненіи со всей насыпью. Опредѣляемъ ломаную линію $ABCK$. Черезъ O проводимъ $OL \parallel BK$ и черезъ L $1L \parallel AK$; соединяемъ A съ L и определяемъ напоръ на стѣнку AL массы, ограниченной линіей $1L$.

Потомъ эти способы опредѣленія массы можно замѣнить при допущеніи массы точки пересѣченія.

Такимъ образомъ графически напоръ высчитывается

просто и довольно точно. И так как большой точности здесь не требуется, то этот способ совершенно достаточен.

Размеры треугольника KCC_2 надо измерять по масштабу, по которому построена створка.

Для проверки приведем готовую формулу для проверки графически полученных величин. В этих формулах плотность земли обозначается через γ (прежде было γ)

$$1. \text{ а) } \text{пер. 80} \quad \xi = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha \sin 2\varphi [V \operatorname{Ctg}(\alpha - \varphi) + \operatorname{Ctg} 2\varphi + V \operatorname{Ctg}(\alpha - \varphi) - \operatorname{Ctg}(\alpha - \varphi)]}$$

Для различных величин этого множителя постоянный, обозначим его через A , тогда формула будет иметь вид: $\xi = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot A$

$$1. \text{ б) } \text{створка } AB \text{ вертикальна, } \angle \alpha = 90^\circ \text{ (пер. 81)} \\ \text{тогда } \xi = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}{[\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} + \sqrt{2 \operatorname{tg} \varphi (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi)}]^2}$$

$$2. \text{ а) } \varphi = \varphi \text{ (пер. 82) Из первого выражения,} \\ \xi = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha + \varphi)}$$

$$2. \text{ б) } \alpha = 90^\circ \text{ (пер. 83)} \\ \xi = \frac{\gamma h^2}{2} \operatorname{Cg} \varphi$$

$$3. \text{ а) } \text{Поверхность горизонтальна } \varphi = 0 \text{ (пер. 84)} \\ \xi = \frac{\gamma h^2}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi} [\sqrt{\operatorname{Ctg} \varphi} - \operatorname{Ctg} \varphi - \sqrt{\operatorname{Ctg} \alpha - \operatorname{Ctg} \varphi}]^2 \\ \text{где } \varphi = \alpha + 2\varphi.$$

3. б) $\alpha = 90^\circ$ (пер. 85)

$$\xi = \frac{gh^2}{2} \frac{r \sqrt{1+r^2}}{[1,414 + \sqrt{1+r^2}]^2} \quad , \quad \text{где } r = \text{ctg } \vartheta$$

или тоже можно

$$\xi = \frac{gh^2}{2} \frac{\sin \vartheta}{\cos 2\vartheta} [\sqrt{\text{ctg } \vartheta + \text{tg } 2\vartheta} - \sqrt{\text{tg } 2\vartheta}]$$

4. а) $\delta = -\vartheta$ (пер. 86).

$$\xi = \frac{gh^2}{2} \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin 2\vartheta [\sqrt{\text{ctg}(\alpha - \vartheta) + \text{ctg } 2\vartheta} + \sqrt{\text{ctg}(\alpha - \vartheta) - \text{ctg}(\alpha + \vartheta)}]^2}$$

4 б) $\vartheta = -\vartheta$, $\alpha = 90^\circ$ (пер. 87)

$$\xi = \frac{gh^2}{2} \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \vartheta}}{[\sqrt{1 + \text{tg}^2 \vartheta} + \sqrt{2 \text{tg } \vartheta (\text{tg } \vartheta + \text{tg } \delta)}]^2}$$

5 а) Поверхность волнистая (пер. 88)

$$\xi = \frac{gh^2}{2} \frac{\sin \vartheta}{\sin \delta} [\sqrt{\text{ctg } \vartheta - \text{ctg } \delta} - \sqrt{\kappa - \text{ctg } \delta}]^2$$

$$\delta = \alpha + 2\vartheta \quad , \quad \kappa = \text{ctg } \alpha + \left(\frac{h_1}{h}\right)^2 (\text{ctg } \vartheta - \text{ctg } \alpha)$$

5 б) Если в предыдущем случае стенки вертикальны $\alpha = 90^\circ$ (пер. 89)

$$P = \frac{gh^2}{2} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta} [\sqrt{\text{ctg } \vartheta + \text{tg } 2\vartheta} - \sqrt{\left(\frac{h_1}{h}\right)^2 \text{ctg } \vartheta + \text{tg } 2\vartheta}]$$

6 Когда грунт покрывается стеной сверху

(пер. 90). Давление на AB

$$P = \frac{g(h_0 + h_2)^2}{2} \frac{\sin \vartheta}{\sin \delta} [\sqrt{\text{ctg } \vartheta - \text{ctg } \delta} - \sqrt{\kappa - \text{ctg } \delta}]^2$$

Выражения для κ и δ были даны ранее.

Вертикальное разделение точек приложения напора от А для случаев 5 и 6:

$$e = \frac{h}{3} + \frac{hh_1}{3h + 2h_1}$$

Максимум образцов для разделения в ст. суглин, которые встречаются на практике.

Определение точки приложения напора ϵ на створку.

Представимъ сѣдь створку со стороны напора раздѣ-
ленной на несколько равныхъ частей, сдѣлавъ пред-
варительно известное построение для графическаго
определения напора (чер. 91)

Пусть напоры на Bu , Bv , Bg и т. д.

$$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \dots$$

$$\text{Давление на } uv = \epsilon_2 - \epsilon_1$$

$$\text{„ } vg = \epsilon_3 - \epsilon_2$$

Возьмемъ вертикальную прямую и будемъ откладывать величины давлений створки Bu , uv , vg , а на горизонталяхъ соответствующихъ величинамъ на-
поровъ $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$. При допущеніи массы давлений,
соединяя точки получимъ кривую линию пред-
ставляющую графически законъ измѣненія давлe-
ній испытываемыхъ створкой.

Пусть равнодействующая давлений ϵ приложена
въ точку α (чер. 92), пусть e расстояние α отъ At ;
 β и β' углы, образуемые ϵ съ горизонтальною
нормальною къ створкѣ.

Возьмемъ элементъ створки dy (чер. 91), на кото-
ромъ давление измѣняется отъ ϵ_1 до ϵ_2 ; тогда
моментъ давления на элементъ dy по отноше-
нію къ створкѣ

нию к точке А будем $(x_2 - x_1)At = dx \cdot \bar{At}$. Но $At = \bar{At} C_\beta$; $y = \bar{At} C_\beta$, следовательно $At = y \frac{C_\beta}{C_\beta}$ и момент $dx \cdot At = dx \cdot y \cdot \frac{C_\beta}{C_\beta}$.

По теореме моментов относительно А имеем (гер. 92)^{*}, т.е. момент всего набора $= \bar{As} = \epsilon e \frac{C_\beta}{C_\beta}$

$$\epsilon e \frac{C_\beta}{C_\beta} = \int dx \cdot y \cdot \frac{C_\beta}{C_\beta} = \frac{C_\beta}{C_\beta} \int y dx$$

или $\epsilon e = \int d\Omega$

$\epsilon e = \Omega$, $e = \frac{\Omega}{\epsilon}$, где Ω — вся площадь кривой на пара MN (пелу. MNQ)

Так как $\epsilon = B$, получим $e = \frac{\Omega}{B}$; если превратим площадь Ω в прямоугольник со сторонами B и h , то $\Omega = Bh$, $e = \frac{Bh}{B}$, $e = h$, где h — высота прямоугольника

Кривая MN давлений на стволу близко подходит к параболе, поэтому по приведенным выше уравнениям $\epsilon = Ah^2$ и площадь Ω , ограниченная этой кривой и ординатами $= \frac{1}{3} Bh$, так что $e = \frac{\frac{1}{3} Bh}{B} = \frac{1}{3} h$.

При дозавоной нагрузке изменяется и e , но зато принимают и в этом случае $e = \frac{1}{3} h$.

Пусть у нас случай, указанный на гер. 93, требуется определить парок ϵ по величине и направлению и расстояние e точки приложения к пара до горизонтами АН.

По вычислительному правилу мы сможем найти

^{*} Смотрим в таблицу исправлений гер. 92.

напоръ на часть стѣны BD , а также и на части AF' и AD ; назовемъ эти напоры черезъ ε_2 , ε' и ε'' .

Напоръ на стѣнку AD покажио выразится разностью напоровъ ε' и ε'' ($\varepsilon_1 = \varepsilon' - \varepsilon''$), тогда же приращенія ея опредѣлится прямо по правилу сложения параллельныхъ силъ. Теперь ели имѣемъ два напора ε_1 и ε_2 и разстоянія ихъ точекъ приращенія до горизонтали $AN_1 = e_1$ и e_2 ; сложивъ эти два напора графически или аналитически способомъ (по тремъ условіямъ равновѣсія) ели получимъ полный напоръ на стѣнку ADB по величинѣ и направленію, а также разстояніе точки приращенія полного напора до горизонтали AN .

Расчетъ подпорной стѣнки.

Пусть имѣется подпорная стѣнка (гер. 24) для удобства разсмотрѣнія, имѣющая наклонную киаду. Предположимъ, что ε равнодѣйствующая давленій на стѣнку, приложенная на $\frac{1}{3}$ высоты и направленная подъ угломъ ϑ къ нормалю, Q — вѣсъ стѣнки, которой длину принимаемъ $= 1$.

Подъ вѣннчесио силъ ε и Q въ MA воздѣвается сопротивление R , которое равно и прямопротивуположно

но равнодействующей сил E и F . Тогда стержень имеет достаточную прочность и устойчивость, она должна удовлетворять во всех своих частях следующим трем условиям:

- 1.) Давление ни на какой стержень не должно быть больше допустимого давления допускаемого на данную сталь.
- 2.) Не должно быть возможных сжатий по стержню.
- 3.) Стержень должен иметь достаточное сопротивление для сил стремящихся его опрокинуть.

Рассмотрим каждое из этих условий отдельно:

1-ое условие. Макс. как сила, действующая на стержень (напор грунта) вращает и наклонен к его оси и пересекать ее, то давление на какую точку стержня (относительное к единице площади) определяется из уравнения:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{J}, \text{ где } v = \frac{b}{2}, J = \frac{1}{12} l \cdot b^3; \Omega = b \cdot l; M = N \cdot z,$$

где z расстояние N от оси стержня стержня

Давление на точки, находящиеся на той же стороне, что и точка приложения равнодействующей (грунт)

$$\sigma_1 = \frac{N}{b} + \frac{N \cdot z \cdot \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} b^3} = \frac{N}{b} \left[1 + \frac{6z}{b} \right] \quad (A)$$

$$\text{а для другой стороны } \sigma_2 = \frac{N}{b} \left[1 - \frac{6z}{b} \right]$$

Расстояния не существуют, когда σ_2 больше нуля,

сходственно предположим $\sigma_2 = 0$; $\sigma_2 \geq 0$;

$$1 - \frac{6\bar{\xi}}{b} \geq 0 \quad \bar{\xi} \leq \frac{b}{6}$$

Если $\bar{\xi} = \frac{b}{6}$, то из (А) получаем : $\sigma_1 = \frac{N}{b}$, отсю-

да следует, что система будет безопасна отно-

сительно растяжения тогда, когда расстояние

точки приложения силы от середины поперечной

стержня равно или меньше $\frac{1}{6}$ ширины стержня.

На рис. 95 представлено закон изгибания и напряже-

ний на основании (А), когда N проходит через

точку d . Напряжение в n равно нулю ; нап-

ряжение в a выражается отрицательным $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{2N}{b}$.

При перемещении силы влево, при увеличении $\bar{\xi}$,

напряжение в a увеличивается, а в n стано-

вится отрицательным. Точка d называется

нейтральной точкой. При уменьшении $\bar{\xi}$, σ_1 увели-

чивается. Когда $\bar{\xi} = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{N}{b}$; прямая нап.

При $\bar{\xi} = -\frac{b}{6}$

$$\sigma_1 = 0 \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{2N}{b}$$

прямая примет положение, показанное пункти-

ром.

Надлежащее напряжение и допустимые в нем

допускаемые. Вспомогательные допускаемые напряжения (K_1) и

растяжения (K_2) показаны в пред-

ставленной таблице для некоторых случаев:

(см. стр. 78)

Допускаемая нагрузка.

Материалы	Коэффициенты на б.м.	
	Сжатие	Растяж.
Гранитъ	45	5-6
Известнякъ	25	3
Песчанникъ	15-30	2-4
Кирпичная кладка на воздуш. раств.	7	0-0,9
" " цементно-раств.	11	1,3
" " глина	14	1,8-2
" " глинистый кирпичъ	12-14	
Каша на воздуш. раств.	5	
Хороший грунтъ	1,5-2,5	

2-ое условие будетъ отсутствіе скользящія въ по-
сросткахъ нивы, производимаго слагающей F .

Скользящю сопротивляются треніе fN , поэтому
должно $F = Nf$

$$F = N f \sin \alpha ; N f = N \tan \theta$$

$$N f \sin \alpha \geq N \tan \theta ; \tan \theta \geq \sin \alpha ; \theta \geq \alpha$$

т.е. равноудійствующая должна образоваться
с нормалью нива угла, меніи угла тренія
(для камня меніе 30°).

Тогда сдѣлать α меніи, дать основанію AM ,
когда ищется въ этомъ удобность, ит.д.

горизонту.

3-изусловіи будуть невозможность опроки-
дыванія стѣнки. Для этого элементъ сопроти-
вляющаяся сила должна быть больше элемен-
та откидывающейся силы. Проведемъ за ось враще-
нія горизонтальную ось, проходящую черезъ О.

Тогда $Nz \geq Ec - Qg$.

Выразимъ теперь силы E , Q и R черезъ разме-
ры стѣнки, для чего рассмотримъ подпорную
стѣнку, одній видъ которой пусть будетъ тра-
пеція, $ABCD$ (чер. 96)

Возьмемъ часто встречающуюся на практикѣ,
сильный наклонъ тѣловъ къ горизонту, уголъ это-
го наклонъ обозначимъ черезъ δ . Обозначимъ кро-
ме того ширину AB нижняго основанія трапеціи
черезъ b , высоту черезъ h , величину откоса DA
черезъ $a = mh$ и BC , черезъ m, h , тогда вер-
нее основаніе CD выразится черезъ $b - a - a_1$.
На BC найдемъ точку распора E , присоединимъ
въ точку K , которая отстоитъ отъ B на $\frac{1}{3}BC$.
Въ центрѣ тяжести трапеціи найдемъ точку
въсѣ стѣны Q , направленной по вертикали.
Равнодействующая R этихъ силъ, помноженныхъ,
проходитъ черезъ точку N , которая находится на
расстояніи $\frac{1}{3}b$ отъ точки A . Въ такомъ случаѣ

Все стержень AB (по вышедоказанному) подвергается
одному только давлению, приложен в точке A будет
наибольшее напряжение материала сечения $\sigma_{max} = \frac{2N}{\epsilon}$, а в точке B оно равно нулю. У нас две
связи на стержень силы E и G и сопротивление
 R сечения AB , которые находятся в равновесии.
Примем точку K за центр моментов, то-
гда при равновесии силы E , G , R сумма момен-
тов относительно этой точки K должна быть
равна нулю.

Момент силы R равен нулю, так как плечо
этой силы равно нулю. Если обозначить плечо силы
 G через g , а силы E через e , то условие равнове-
сия выразится уравнением:

$$Gg - Ee = 0$$

Определим моменты Gg . Разобьем трапецию,
опущенную из точек C и D перпендикулярно на
 AB , на два треугольника ADD_1 и BCC_1 и право-
угольник CC_1D_1 (чер. 97)

Веса тяжести этих частей G_1 , G_2 , G_3 будут
действовать в точках Z_1 , Z_2 , Z_3 , причем Z_1
и Z_3 лежат на $\frac{1}{3} DD_1$ и CC_1 , соединяющих сред-
ние основания треугольников с вершинами C и D ,
а Z_2 - на пересечении диагоналей прямоугольника CC_1D_1 .
Разложим силы G_1 , G_2 , G_3 по направлениям

перпендикулярную и параллельную AB , тогда момент Qg выразится так: $Qg = \text{момент } Q_1' +$
 $+ \text{момент } Q_1'' + \text{момент } Q_2' + \text{момент } Q_2'' + \text{момент } Q_3' + \text{момент } Q_3''$

Определим сами силы $Q_1' = Q_1 \cos \delta$; $Q_1'' = Q_1 \sin \delta$;
 $Q_2' = Q_2 \cos \delta$; $Q_2'' = Q_2 \sin \delta$; $Q_3' = Q_3 \cos \delta$; $Q_3'' = Q_3 \sin \delta$.

1) Момент силы $(Q_1 \cos \delta)$ выдет $An - Af$, но An по условию $= \frac{1}{3}b$, а $Af = Ad + df$; $df = \frac{1}{3}dD = \frac{1}{3} \frac{a}{2} = \frac{1}{6}a$;
 $Ad = \frac{a}{2}$, поэтому $df = \frac{a}{2} + \frac{1}{6}a = \frac{2}{3}a$

Следовательно момент $Q_1 \cos \delta$ выдет $\frac{1}{3}b - \frac{2}{3}a$, причем этот момент отрицателен.

2) Момент силы $(Q_1 \sin \delta) = \frac{h}{3}$

3) Для силы $(Q_2 \cos \delta)$ момент выдет $AD + Df_2 - An = a + \frac{b-a-a}{2} - \frac{b}{3} = \frac{a+b-a}{2} - \frac{b}{3} = \frac{a-a_1}{2} + \frac{b}{2} - \frac{b}{3} = \frac{a-a_1}{2} + \frac{b}{6}$

4) Момент для силы $(Q_2 \sin \delta) = \frac{h}{2}$

5) Момент для силы $(Q_3 \cos \delta) = Bn - Bf_3$; $Bf_3 =$
 $= BC + cf_3 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} \frac{1}{3} = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{6} = \frac{2}{3}a_1$; $Bn = \frac{2}{3}b$,
 поэтому $Bn - Bf_3 = \frac{2}{3}b - \frac{2}{3}a_1$

6) Наконец момент силы $(Q_3 \sin \delta)$ выдет $\frac{h}{3}$.

Подставляя эти величины получим: $Ge = Qg =$
 $= -Q_1 \cos \delta \left(\frac{1}{3}b - \frac{2}{3}a \right) + Q_1 \sin \delta \cdot \frac{h}{3} + Q_2 \left(\frac{a-a_1}{2} + \frac{b}{6} \right) \cos \delta + Q_2 \sin \delta \cdot \frac{h}{2}$
 $+ Q_3 \cos \delta \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{3}a_1 \right) + Q_3 \sin \delta \cdot \frac{h}{3} \dots (a)$

При построении материала ствольного домкрата быть извещения, следовательно дать и ее упрощенный вид, который обозначить чертой δ . Можно выра-
 жением соорудить.

зять по отношению величин Q_1, Q_2, Q_3 через δ и раз-
меры стенок. $Q_1 = \frac{\alpha h}{2} \cdot \delta$; $Q_2 = (b - \alpha - \alpha_1) h \delta$ и
 $Q_3 = \frac{\alpha_1 h}{2} \cdot \delta$; длину стенок принимаем $= 1$.

Подставляя эти величины в формулу (а), полу-
чим после упрощения и приведения формулу,
в которую войдут величины b, h, m, m_1, α
и α_1 ; но h, m и m_1 известны, поэтому мож-
но будет отсюда найти величину b , которая
удовлетворит условно давлению на АВ, так
как само уравнение было составлено при содей-
ствии этого условия.

Формула, которая получится из ур-ия, бу-
дет представлять собой один случай; из
нее данная из которых упрощения можно по-
лучить частные случаи:

1) $\alpha = 0$ (чер. 98) т. е. передняя часть стенок пер-
пендикулярна к основанию.

2) $\alpha = \alpha_1$ (чер. 99) Стенки симметричны.

3) $\alpha = 0$ и $\delta = 90^\circ - \delta$ (чер. 100). Задняя часть
стенок вертикальна, а передняя перпендикуляр-
на к основанию.

4) $\alpha_1 = 0$ (чер. 101) Задняя часть стенок перпен-
дикулярна к основанию.

5) $\alpha = \alpha_1 = 0$ (чер. 102) Обе части перпендикуляр-
ны основанию.

6) Положим теперь что угол $\delta = 0$, т.е. швы горизонтальны; створка получит видъ, какъ на чер. 103.

7) Положимъ, что откосы одинаковы, т.е. $\alpha = \alpha_1$, и створка получит симметричный видъ (чер. 104)

8) Откосъ α_1 — отрицательный (чер. 105). Этого случая самый невыгодный, потому что можетъ получиться размахъ $CB > AD$, т.е. створка вверхъ толще.

9) Откосъ $\alpha = 0$. Передняя часть створки вертикальна (чер. 106)

10) $\alpha_1 = 0$. Задняя часть створки вертикальна (ч. 107)

11) $\alpha_1 = \alpha = 0$. Передняя и задняя части вертикальны.

Прочность каменнаго сооруженія зависитъ отъ породы камней, изъ которыхъ состоитъ кладка. Рассчитывать на прочность швовъ, соединяющихъ растворомъ цементъ или известк., неудобно, такъ какъ сила сцепленія этихъ растворовъ неизвѣстна и со временемъ, ударами и другими причинами можетъ быть совершенно уничтожена.

Главную роль въ сопротивленіи давленію силы R играетъ трение въ швахъ породы, поэтому при выдѣрѣ направленія швовъ надо соблюдать условіе, чтобы направленіе силы R лежало въ углу тре-

ния (пер. 109), т. е. равнодействующая R должна образоваться с нормалью н_т к стени угла φ к боковой грани тупа φ , т. е. $\varphi \leq \varphi$

Если сила R выйдет из угла φ , то вершин своей легко может быть сдвинуть вдоль шва и может произойти разрушение стенок, несмотря на достаточную их прочность. В таком случае для уменьшения угла φ , делают швы наклонными к горизонту. Из только что сказанного видно, что направление силы R внутри каждой очень важно. На практике это проверяется так: разбивают стенок стенок $ABCD$ (пер. 110 таб. 8) на несколько частей с равными высотами, придерживаясь, если возможно, швов и определяют направление R для каждой части, по которым и будут судить о крепости данных швов.

Получающаяся линия R_1, R_2, R_3 называется линией давления, она по смыслу высказанного ранее, не должна выходить из ядра стенок, тогда не будет разрушения ее устойчивости и направления линий R_1, R_2, R_3 должны лежать в конусах трения, построенных в точках 1, 2, 3, 4. Кривая 1.2.3.4, соединяющая точки пересечения силы R с линией разрыва BC_1, B_2C_2 и т. д. носит название опорной линии. Для примера рассмотрим деревянный мостовой

устой (ир. 112). Покажем, что эти точки горизонтальные и вершины H для простоты раздвигаются в равные части.

На данное сооружение действует известная весовая нагрузка P (весь шпунт и поезда, сила напора земли E и весь свальной кладки). На продолжении CB откладываем от точки B линии $Bn_1 = mn$; $Bp_1 = op$; $Bz_1 = oz$ и Ad , а от точки C линию $Cc_1 = CB$; далее проводить через C_1 линию C_1D_1 параллельно CD и продолжаясь mn , op , qz , Ad , тогда отрезки $m, n = oo_1 = qq_1 = DD_1 = CB$ (это делается потому, что все упомянутые трапеции имеют общее верхнее основание CB); центры тяжести трапеций будут находиться на пересечении линий, соединяющей K и M (средины линий CB и AD) с линиями m, n , o, p , q, z , и DA . Отмечаем теперь равнодействующую R , сила P , E , и G , действующую по трапецию mBC (ир. III). Покажем сначала силы P и G посредством веревочной многоугольника; полученную равнодействующую Q , откладываем от E , по правилу параллелограмма. Тогда R будет равнодействующей P , E , и G . Точку пересечения Q и E , назовем через α . Покажем как делается это сложение сил в общем виде для всех трапеций; предварительно сделаем следующее замечание. Обратимся

площади трапеций в прямоугольниках с одинаковыми основаниями $= C$; высоты этих прямоугольников будут соответственно $= h_1, h_2, h_3, h_4$. Обозначим высоту каменки через δ , а высоту грунтовой каменки через δ_1 , проекции того обозначим трапеции $mnCB$ через (1), $opBC$ через (2) и т. д. Пусть $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4$ т. е. в веса каменки $BCmn, BCop, BCqz$ мы сможем сделать теперь через произведение δ на объемы параллелепипедов, у которых один размер (перпендикулярный плоскости гермена) $= 1$, $Q_1 = \delta ch_1$, $Q_2 = \delta ch_2$, $Q_3 = \delta ch_3$ и $Q_4 = \delta ch_4$ (смотри прилагающую таблицу).

№	I	II	$\delta =$
1	$\delta ch_1 = \delta_1 ch'_1$	$\delta_1 ch'_1$	$\delta_1 ch'_1$
2	$\delta ch_2 = \delta_1 ch''_1$	$\delta_1 ch''_1$	$\delta_1 ch''_1$
3	$\delta ch_3 = \delta_1 ch'''_1$	$\delta_1 ch'''_1$	$\delta_1 ch'''_1$
4	$\delta ch_4 = \delta_1 ch''''_1$	$\delta_1 ch''''_1$	$\delta_1 ch''''_1$

Представляем давлению $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ на плоскости Bn, Br, Bz и BA и превращаем полученные треугольники напоров в прямоугольники с одинаковыми основаниями C . Обозначим высоты

этих прямоугольников через W_1, W_2, W_3, W_4 , получим $\epsilon_1 = \delta_1 ch'_1$; $\epsilon_2 = \delta_1 ch''_1$... Заменяем теперь δ через δ_1 , очевидно, что при этом объеме каменки увеличится, если оставить только размеры основания параллелепипедов, то их высоты обратятся в h', h'', h''', h'''' , которые можно отбросить про-

сделать геометрические построения: из ур-ия $8ch_1 = 8, ch_1'$ находим: $\frac{h_1'}{h_1} = \frac{8c}{8, c} = \frac{8}{8_1}$, если по этому отношению на отрезке AB (зер. 113) $OC = 8$, $OA = h_1$, $OD = 8_1$ и проведем через точку A линию $AB \parallel CD$, то отрезок OB и будет представлять искомую величину h_1' ; такие найдутся h'' , h''' , h'''' (см. таблицу стоец II) Вспомогательное еще, что груз P расположен в данном сечении, как постоянный, при том, как минимальное давление на опору от верхнего строения. Если его представить в виде параллелепипеда земли (плотность = 8) со сторонами основания C и L , то высота его выразится некоторой величиной, которую обозначим через h_p и $P = 8, ch_p$.

Так как положение и направление равнодействующей можно указать тем же еще неизменяется, если все слагающие увеличить или уменьшат в какое нибудь число раз, то для построения опорной линии и линии давления, мы можем считать P , G , и E за единицу пропорциональным или величинам h , W .

Проведем OM (зер. 114) и на ней отложим известную величину $OA = h_p$, от точки A отложим вниз $ab = h'$, $ac = h''$, $ad = h'''$ и $af = h''''$.

Через точку O проведем линию OM параллельно направлению распора E и на ней отложим $OK = W_1$,

$ol = W_1$, $ox = W_2$ и $oy = W_3$
 Теперь складываем $h_p + h'$, равнодействующая
 их будет OK , обозначим ее для краткости через
 A , складывая A и h' получим силу $OK(I)$, кото-
 рая будет представлять собой по величине и
 направлению исконую R_1 . Затем соединив то-
 чки l и c , получим силу II , соответствующую
 R_2 и т.д. Проводим через точку α_1 (чер. 114) па-
 раллель I , через α_2 параллель II и т.д., полу-
 чим исконую линию давлений, а по ней и опорную
 линию. Отметим $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ наводящаясь соединя-
 ющие образцы: на чер. 112 вверху построим веревоч-
ный многоугольник из полигона II (чер. 114) для сил
 h_p, h', h'', h''' и т.д.; продолжив стороны 1, 3,
 найдем точку δ_1 , через которую пройдет нап्रा-
 вление равнодействующей $Q_1 = (h_p + h')$; продолжив
 направление силы δ_1 до пересечения с Q_1 , найдем
 точку α_1 . Затем пересечение 1 с 4 дает δ_2 , пе-
 ресечение Q_2 с $\delta_2 - \alpha_2$ и т.д.

Каменные стьны.

На чер. 115 показаны разные виды каменных стьн
 в двух видах (вертикальный и горизонталь-
 ный разрез). Если стьна небольшой высоты, то

она большей частью ограничивается двумя вертикальными плоскостями, параллельными друг другу - прямыми стьны, когда высота постоянна по длине стьны и непараллельными - косая стьны, если высота стьны переменна (гер. 115 А и В). Если стьны большей высоты, то она ограничивается двумя наклонными друг к другу плоскостями - наклонными стьны, так что вертикальный разрыв стьны будет трапеция (гер. 115 С и D). По горизонтальным разрывам стьны, можно кроме того заключить, постоянна ли высота стьны или нет; так на гер. 115 С показана стьны постоянной высоты - прямая наклонная стьны (в горизонтальной проекции прямоугольник); на гер. 115 D показана стьны переменной высоты (в горизонтальной проекции трапеция) - косая наклонная стьны.

Уклон дождевых поверхностей стьны определяется тангенсом угла между ними и вертикальной плоскостью (гер. 115 D) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{h}$

Уклон дождевых поверхностей равным $\frac{1}{10}$, так что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{h} = \frac{1}{10}$; $h = 10b$

Кроме плоских стьны приходится употребить еще иногда стьны, ограниченные другими какими нибудь поверхностями, чаще всего цилиндрическими и коническими; называются, так же наклонными,

Решенные сооружения

Лист 12.

цилиндрическія и коническія. При этомъ ось цилиндра можетъ быть или горизонтальною (чер. 115 е) или вертикальною (чер. 115 ж). Цилиндрическія стѣнки могутъ быть или прямыми или кривыми (чер. 115 з). Эти стѣнки выдуются ввиду экономіи матеріала, но за то такая работа кладки выходитъ дороже, такъ что стоимость такой стѣнки не меньше стоимости стѣнки обыкновенной формы.

Для кладки стѣнокъ можно употреблять кирпич или естественный камень; кладка изъ камня употребляется для облицовки, а также для покрытія стѣнокъ. Вспомогательная кладка камня употребляется въ инженерномъ искусствѣ, кирпичъ же кладется по правиламъ, изложеннымъ въ строительномъ искусствѣ.

Каждая изъ стѣнокъ сверху ограничивается горизонтальною или наклонною плоскостью, въ послѣднемъ случаѣ стѣнка называется откосною. Если стѣнка, толщиною въ одинъ камень складается подъ угломъ, то кладку производятъ такъ, чтобы въ разрезѣ этого угла не приходился вертикальный шовъ; для того употребляютъ особаго вида угловые камни.

Если стѣнка находится подъ прямымъ угломъ, то угловой камень имеетъ видъ представленный на чер. 116; пунктиромъ здѣсь показано положеніе камня во второй рядъ кладки, въ третьемъ

камень опять занимает положение автомата.
Камень кладутся по длинной своей стороной по со-
то короткою.

Если стены сходятся под тупым углом, то уго-
вой камень имеет видъ, представленный на чер. 117.

Каждый производится такъ же, какъ и выше, т.е.
то длинная, то короткая грань углового камня
приходится по линии со.

Если стены тесны, то приведенный выше способъ
кладки въ уголъ не годится, ибо камни будутъ ге-
редъ цуръ тесноты. Для уменьшения разшировъ кам-
ня и для издольнаго ивоа въ уголъ употребляютъ
кладку представленную на чертении 118, состоящую
изъ двухъ рядовъ камня.

Для построения углового камня беремъ отъ угла a
расстояние $ma = \frac{1}{2}b$, где b ширина камня, и пере-
точку m проводимъ mm' перпендикулярно поверхно-
сти стены ma . Это линия будетъ шовъ, величину
 mm' беремъ и откладываемъ в. Шовъ nn' построится,
если на расстоянии $an = b$ проведемъ къ an перпенди-
куляръ $nn' = b$. Наконецъ отразимъ озертаки: уго-
вого камня. Будетъ $mm'nn'$. Остальные камни
разшировъ ($b \times 2b$) кладутся по правиламъ кирпич-
ной кладки, т.е. по одной стороне угла камни кай-
дуются тычкомъ, а по другую ложкомъ. Другой стои-

каменей кладется такъ, какъ изображено на черте-
же пунктиромъ, при этомъ уловой камень зани-
маетъ положение $m'_0, m_0, n_0, n'_0, k_0$; вообще второй
свой располагается такими образомъ, что имъ вер-
тикальные сквозные швы. Для ясности нужно
вообразить себѣ, что первый свой повернуть на 90° ;
тогда и получится второй своей кладки.

Каменная кладка косыхъ стѣнъ производится
слѣдующимъ образомъ:

1) Если уголъ между направлениемъ стѣны менѣе
ше 10° (чер. 119), то швы каменной кладки идутъ пер-
пендикулярно одной изъ стѣнъ, съ другой же обра-
зуютъ острые углы, впрочемъ мало отличающіеся
отъ прямого. Углы $< 80^\circ$ при тесовой кладкѣ надо из-
бѣгать, потому что они отслаиваются: не только при
изготовленіи, но и посля съ теченіемъ времени.

2) При уголѣ больше 10° , но менѣе 15° , проводятъ
линію, дѣлящую уголъ между стѣнами пополамъ, и
къ этой-то линіи швы кладки должны быть перпенди-
кулярны; очевидно, что при этомъ уголѣ шва съ по-
верхностью стѣны будетъ тупымъ (чер. 120)

3) Если наконецъ уголъ между направлениемъ стѣнъ
больше 15° , то швы идутъ перпендикулярно къ поверхно-
сти обѣихъ стѣнъ и камень принимаетъ видъ, пред-
ставленный на чер. 121, т.е. имѣетъ прямые и тупые

углы, приложив посылку нести на средней, держащей
угол пополам, или.

Этот способ кладки ствѣнь употребляется только при
незначительной толщине ея; если же толщина велика,
то камни будутъ велики и отвѣсна входящая тупая
угловъ представляетъ затрудненіе: для изобрѣтенія посыл-
ного употребляютъ способъ кладки, представляющей
на чер. 109 и 110. Она состоитъ въ томъ, что берутъ
камни двухъ родовъ: вѣнча парамементеда аbcd
(чер. 122) и пятиугольника abdef.

Очертаніе этихъ камней посылается, если изъ то-
чек a, d, a', d' пересѣченіа средней линіи со шва-
ми, идущими перпендикулярно къ поверхности
ствѣнь, опустимъ перпендикуляры ab, db' къ линіи
 $ba, a'f'$ и т. д., приложив прямоугольные камни могутъ
нести по одну сторону средней линіи, какъ на чер.
110 или же въ пересѣченіи съ пятиугольником (чер. 123)
Иногда только наружную часть ствѣнь делаютъ изъ
каменя, а внутри кладутъ бутовый камень. Тутъ
правильно кладки остаются тѣ же, т. е. выступающіе
швы должны идти нормально къ наружной поверх-
ности ствѣнь. Если ствѣнь кладутся изъ кирпича,
то наружная поверхность должна быть
не отвѣсывается, отвѣсна же производится только
внутри при стѣнѣ ab , изъ пострадавшая

веществом односторонне. сторона кирпича защищена от
внешнего влияния (гер. 124)

Рассмотрим расположение горизонтальных швов в
наклонных стенах.

Стены делаются наклонными отчасти от статиче-
ских, а иногда от эстетических соображений. Ста-
тические соображения заставляют утопить стену
вверху, так как тогда нагрузка каждого из швов
каждой будет одинакова; стена представляется
формой равного сопротивления.

Если уклон стены меньше 10° , то наклонные стве-
ны располагают горизонтальными швами.

При уклоне больше 10° наружные швы делают
перпендикулярными к наружной поверхности стве-
ны и сформированы каменной для облицовки получают
вид, представленный на гер. 125. который полу-
чается следующим образом: на расстоянии
равном $10-20\%$ проводим линию параллельную
наружной поверхности стены, из точек пересече-
ния этой линии со швами опускаем перпендику-
ляры к наружной поверхности — это будут на-
ружные швы. Расстояния (h) между горизонталь-
ными швами задаются; они зависят от разме-
ра каменной, так же как и величины $am, a'm', b'm', \dots$
 $\dots mm'$... перпендикулярные к горизонтальным

ивомъ. Нужно заметить, что для каждой стѣны берутъ камни не больше 3 куб. м., ибо при большихъ размерахъ камень очень тяжелъ, такъ какъ можно принять, что весь одною кубическою метра камень равенъ около $2\frac{1}{2}$ тонны, что разумеется зависитъ отъ породы строительнаго матеріала. Для тоннаго камня употребляютъ или форму $d'f'gg'd'd'$, изображенную на чер. 125 пунктиромъ или же форму $d'efgg'd'd'$; первый видъ употребляется при малыхъ нагрузкахъ.

Вышеописанная кладка, подготовка камней употребляется тогда, когда лицевая поверхность стѣны должна быть ровная. Если же лицевая поверхность можетъ быть неровная, то употребляютъ другой способъ (чер. 126); вместо изъ точекъ пересѣнія поверхности стѣны со стѣнами 1, 2, 3 составляемъ перпендикуляры ко шву и откладываемъ на нихъ величины 1-1', 2-2', 3-3', равныя по шву или $\frac{1}{3}h$, где h дается въ зависимости отъ величины камня. Прямые 1'-0, 2'-1, 3'-2, соединяемъ и такимъ образомъ получимъ форму камня.

Этотъ способъ удобенъ тѣмъ, что все камни имеютъ одинаковую форму, между тѣмъ какъ при предыдущемъ способѣ тонны камень отличается отъ

остаточное.

Когда вся стена строится из кирпича, то тогда кладка последнего имеет ступенчатый вид (чер. 127). Кладку делают ступенчатую, и каждая ступень имеет 3 или 4 кирпича, а наружные слои кладутся нормально к наружной поверхности стены; в подшиве кладут особый формы камень для большей устойчивости стены. Иногда делают кладку, представленную на чертеже 128. Здесь сначала кладут наклонные ряды кирпича (или 5 слоев), на них кладут горизонтальные ряды до тех пор пока слой не будет равен 20° , тогда кладут опять наклонные ряды и таким образом кладка горизонтальных и наклонных слоев чередуется. Внизу для устойчивости кладут опорный камень А. Этот способ отличается от предыдущего тем, что здесь кладка слоев ведется одновременно. Кладку иногда делают так, как представлено на чер. 129: здесь в наружные слои кирпича кладется вдов, нормально к наружной поверхности стены. От кладки связи не имеют, устраиваются в стенах постройки.

Подпорная стена — это такие каменные или кирпичные стены (чер. 115), о которых еще

уже говорили раньше.

Чертеж 130 показывает некоторые виды подпорных стенок в вертикальном разрезе.

Для предохранения от атмосферного влияния стены покрываются штукатуркой (гипсовым раствором) от 10 до 30 см. толщиной; для стока воды швы дают некоторый уклон (чер. 131)

Недостаток такого рода покрытия подпорных стенок заключается в том, что верхние камни (штукатурка) от давления земли могут быть сдвинуты.

Для предупреждения этого делается соединение штукатурки с основной кладкой помощью зуба (чер. 132) или железного штыря (чер. 133)

Верхние камни обыкновенно принимают форму пирамиды.

На чертежах 132, 133, 134 показаны различные виды таких камней. Профиль камней, представленных на чертежах 133 и 134, имеет то преимущество, что стекающая вода не может подняться в первый ряд камней, под кривизной камня, а дойдя до вершины, должна прямо стекать вниз. Часто над подпорной стеной поднимается еще откос, тогда во избежание вымывания земли над карнизной штукатуркой верхнюю плоскость камня приходится делать покатой (чер. 135), при этом

Каменные сооружения

наружная, плоскость (р_г) составляет как бы нача-
ло откоса. Линия, m_n (чер. 135, 136, 137, 138) прово-
дится параллельно откосу на расстоянии от 10
до 20 см, что конечно зависит от размеров
кашей, из которых вытесываются плиты.
Задняя сторона кашей дельцею частью не
обделана, а остается неодреманной.
При значительной высоте подпорная стенка свер-
ху снабжается столбиками которые поддерживают
перила. Устройство столбиков указано на чертеже 139^{ом}.

Крылья.

Если приходится брать сооружение выше естествен-
ной поверхности, то это достигается или соору-
жить сооружение или насыпью, при этом может
всегда приходится брать в том случае, если
насыпь прерывается рыкой, дорогой и пр.

Вместо высокой насыпи также устраивают мосты,
также последний в этом случае может обой-
тись дешевле; такое сооружение носит название
виадука.

Стоимость насыпи конечно зависит от объема
насыпанной земли, а потому насыпь в поперечном
разрезе определяется необходимой высотой, шири-

ной дорожки и уклона естественного откоса.

Для земляной насыпи уклон естественного откоса приблизительно берется равным 30°

Откос этот называется попутным, так как

$$b = h \operatorname{ctg} \varphi = 1\frac{1}{2}h$$

Если попутно движутся кивы естественной поверхности, то при выемке грунта, который всегда имеет некоторое сцепление, этот уклон откоса делается больше 30° (чер. 141), именно от 35° до 45° . Представим себе насыпь прерывной (чер. 142), причем везде в дальнейшем будем предполагать, что она сооружена на горизонтальной плоскости, и потому линия СК параллельна веревке АМ. Из чертежа видно, что насыпь можно разбивать состоящей из трех частей: средней четырехгранной и двух боковых трехгранных призм.

В способах прерывания насыпи может быть несколько случаев.

- 1) Пусть (чер. 142) САДС вертикальная плоскость прерыва насыпи. Очевидно земля будет держаться только в том случае, если проведем плоскости прерыва С₁Д₁Д₂С под углом естественного откоса. В проекциях насыпь представлена на чер. 143.

Для поддержания ее естественного сооружения, конечно, надо устроить опору, которая в этом случае

не будет служить ограждением насыпи, а имеет целью только поддержать мостъ. Этот способ прерывания насыпи называется Американским. В нем достигается большая экономия в стоимости кладки каменной, но зато проект моста выходит больше, чем в последующих способах.

2) Во втором случае плоскость прерывания насыпи вертикальна (чер. 144). В этом случае насыпь приходится ограждать вертикальной подпорной стеной (кирпичной или каменной), при этом средняя часть - подпорной стеной постоянной высоты, а боковые трапециевидные части - стеной постоянной высоты. Средняя часть стены в то же время служит опорой для мостового сооружения, боковые же части стены $BA, C,$ и ACB называются крыльями, а так как верхняя плоскость их откосная, то их называют откосными крыльями.

Так как высота крыльев переменна, то в плане позиция крыльев непостоянна, а постепенно суживается от середины к краю.

На чер. 145 показаны различные конструкции крыльев:

1. Наружная плоскость крыла вертикальна и перпендикулярна к оси xy
2. Наружная плоскость крыла вертикальна, но наклон-

на кх оси XU подъ некоторымъ угломъ.

3 и 4) Также это и 1 и 2), но средняя часть стѣны выступаетъ впередъ относительно кровли.

5 и 6) Косая и цилиндрическое кровля

При устройствѣ цилиндрической кровли полагается некоторая экономія въ одѣснѣ кладки, но зато производство кладки дороже; такъ что въ общихъ цилиндрическихъ кровляхъ обходятся дороже прямыхъ.

3) Третий способъ ограниченія насыпи, состояющій (чер. 146). Средняя часть такъ же, какъ и въ предыдущемъ, вертикальная стѣна, а трехгранная земляными частями даютъ покатый откосъ SCB , и потому насыпь будетъ держаться сама собою; но здѣсь теперь одна изъ стѣн двѣ вертикальныя параллельныя стѣны насыпи ACS и $A_1C_1S_1$, и въ укрѣпляютъ обратными или параллельными кровлями AS и A_1S_1 . Это двѣ прямыя стѣны, идущія до вершинъ откосовъ B и B_1 , и параллельная оси насыпи (чер. 147). Средней части стѣны AA_1C_1C при какой-либо высотѣ можно дать непостоянную толщину, уменьшающуюся къверху.

Иногда наскосъ SCB проводятъ круче, чѣмъ подъ угломъ естественнаго откоса; тогда скосъ покрываютъ каменкой мостовкой или дерновкой. Вѣрный одѣсъ пирамиды $SCBBS'$ высчитать не.

трудно, если мы знаем коэффициенты откосов m и m_1 , для SB' и SC ; и тогда проведем $S'B' \parallel CB$ и имеем $S'B' = mH = CB$; $SC = m_1H = AS$, где в общем случае m и m_1 не равны, в частном же случае могут быть и равны.

Чтобы изобразить уклон CBB' и его ребра SB , его обыкновенно закручивают (пер. 147) кривой касательной к CC_1 и BN и производящей SC (или S_1C_1) отсылающей концы. Если откосы SC и SB' равны (пер. 146) (т.е. $m = m_1$), то кривая CB' на горизонтальной проекции будет представлена четвертью окружности; если же $m \neq m_1$, то это будет часть дуги, причем при более крутом откосе доковую поверхность укрепляют дерновкой. Есть еще способ укрепления насыпи (пер. 148), состоящий из соединения двух предыдущих способов, именно среднюю часть ограждают обыкновенною стеной, а доковые откосы кривыми, которые не доходят до конца, т.е. имеют форму трапеций. Оставшуюся часть каждой из трехгранной земляныи придают укрепляют обратными кривыми и земляными конусами (с вершиной S).

Обратная кривая это подпорная стена, отсылающаяся от последней только тем, что она

руши обратных крыльев такое называется земная подъ естественнымъ откосомъ и меньшей высоты, тѣмъ само крыло, такъ что обратное крыло стоитъ между двумя земляными массами и потому оно можетъ быть сдвинато только, тѣмъ подпорная стѣнка той же высоты.

Конструкція крыльевъ.

Откосына крылья, которые содѣлываютъ и составляютъ опоры для сводового сооруженія, не имѣютъ значенія задержать откосъ, могутъ, смотря по надобности, занимать разнѣнное положеніе относительно оси земляного тѣла и могутъ быть ограничены или отвѣсною или наклонною плоскостями, а также цилиндрическими и коническими поверхностями.

Различные виды откосныхъ крыльевъ указаны на черт. 149 въ проеціяхъ на вертикальную плоскость (верхній рядъ) и на горизонтальную (нижній рядъ).

Чертежъ А представляетъ фронтъ вертикальнаго крыла, стѣнка, которая будетъ вертикальна къ оси проеціи.

Чертежъ В тотъ же родъ крыла для случая, когда средняя опорная стѣнка, а потому и по-

щадь сопряжения крыши со стеной имеет видъ $aa, bb,$

Чертежъ C даетъ косое вертикальное крыло, идущее подъ угломъ къ оси проекцій.

Чертежъ D даетъ вертикальное крыло перпендикулярное къ вертикальной плоскости проекцій, но наклонное къ горизонтальной.

Чертежи E и F представляютъ косые наклонные крылья.

Построение проекцій кладки кровельевъ.

Можно было бы сперва взять ту же самую простую случай прямой крыши, т. е. по чер. 149 случай A или C , но мы сразу возьмемъ более сложнѣй случай E (чер. 149) и рассмотримъ проекціи построения кладки такой стѣны. Заимѣемъ здѣсь заранее, что проекція поперечнаго сѣченія такого крыша (чер. 149 E) вертикальною плоскостью изобразится въ видѣ $n'n'$ (гдѣ $n'n' \parallel NM$) на вертикальной проекціи и въ видѣ $n, n', m,$ на горизонтальной.

Проекція же сѣченія горизонтальной плоскостью будетъ (чер. 149) m, n, n', m' — горизонтальная проекція и $mn, n'm'$ — вертикальная.

Переходимъ къ построению проекцій кладки стѣны (г. 150).

Пусть стѣнка наклонна къ вертикальной и горизонтальной плоскостямъ, т. е. она косая и требуется найти шадлоны камней

Для этого очевидно нужны три проекціи. Если мы примемъ для обозначенія задачи, что крыша ограничена со стороны насыпи вертикально, то фигура асдв будетъ такъ сказаться, формой фундамента, верхняя же откосная плоскость крыши будетъ абсциссой на вертикальной проекціи a, c, d, b . Вовлечемъ доковую плоскость крыши (bad) съ горизонтальной плоскостью проекцій, вращая ее около стороны bd (чер. 150). Радиусъ вращения найдемъ такъ: изъ точки a треугольника, которая однимъ катетомъ будетъ $ao \perp bd$, а другимъ катетомъ $an_0 = a'd'$; радиусъ вращения будетъ on_0 .

Воздвигнувъ on_0 съ точками q и b получимъ истинную форму доковой площади ($badq$) крыши. Проводимъ въ разстояніи 10–20 см отъ bd линию $v_0 u_0$, а затѣмъ откладываемъ по oa_0 высоты камней t , и определяемъ такимъ образомъ горизонтальные швы $p_0 p_0', q_0 q_0', z_0 z_0'$. Наружная часть швовъ $p_0 p_0', q_0 q_0'$ перпендикулярна къ bd_0 .

Затѣмъ задаемся глубиной и проводимъ вертикальные швы $p_0 p_0'$ и т. д. Затѣмъ полагаемъ, что грань be_0 камня вертикальна, т. е. перпендикулярна

$ve_0 \parallel h_0 f_0 \parallel Od_0$. Теперь в совмещенной плоскости крыши все определено и остается найти проекции камней.

Президе всего определяем проекции линии $U_0 H_0$. В горизонтальной проекции это будет $U_0 H_0 \parallel vd_0$, а в вертикальной проекции $U_1 H_1 = v_1 d_1$. Затем по прямоугольному треугольнику $d_0 O n_0$ определяем величину вертикальных проекций высот камней $d_0 p''$, $p'' q''$, $q'' z''$ откладываем их на вертикали $d_1 d_1$ и через точки деления проводим горизонтальные швы. Швы pp' , $q_0 q_0'$, $z_0 z_0'$ в совмещенной плоскости vd_0 перпендикулярны к ребру vd_0 (vd и $v_1 d_1$ в проекциях)

Чтобы познать направление этих швов в проекциях, мы через точку q проводим $q\delta \perp vd_0$ и находим ее проекции $q\delta$ и $q\delta_1$. Понятно теперь, что линии швов pp' в вертикальной проекции выразятся прямыми $p'k$, $q'm$, параллельными $q\delta_1$. Затем проводим pp' , qq' ... Проектируем эти швы на горизонтальную плоскость, получаем pp' , qq' и т.д. Часть швов $p'k$, $q'm$ параллельны $q\delta$; главные же швы kl , mn vd . Чтобы находить горизонтальные проекции вертикальных швов fh, а также и вертикальные проекции, приведем их к тому же параллельным $d_1 O_1$, которая есть проекция Od_0 .

Засимтишь еще, что въ горизонтальной проекции $e'b \parallel fh$ и следовательно $\perp$ къ bd , а линия ek есть продолжение kl ; въ вертикальной же проекции $e_1b_1 \parallel f_1h_1$. Итакъ мы имеемъ двѣ проекции. Остается спроектировать на плоскость перпендикулярную къ горизонтальной и къ вертикальной плоскостямъ (гер. 150)

Вспомогательная плоскость есть MM . Построение ясно изъ чертежа. Засимтишь только, что $g_2d_2 = d_1'd_1$ и $b_2g_2 = b_1b_1'$ и кроетъ того $O_2g_2 = O_1O_1'$.

Примѣчаніе: въ совмѣщенной плоскости построены также вершины камня $z_0'z_0g_0'd_0$ и затѣмъ онѣ спроектированы на вертикальную плоскость, причемъ $g_0d_0 \parallel O_1d_1$, $d_1g_1 \parallel O_1d_1$. На горизонтальную плоскость онѣ не спроектированы, тогда не затѣмнять чертежа.

Своды.

Въ строительномъ дѣлѣ наиболѣе при-
мѣненіе цилиндрическіе своды съ горизонталь-
ною осью, и мы поэтому рассмотримъ прежде все-
го устойчивость цилиндрическихъ сводовъ.

Въ инженерномъ искусствѣ они употребляются
при сооруженіи каменныхъ мостовъ, которые со-
стоятъ изъ свода, составленнаго изъ возможно
крѣпкаго матеріала и изъ насытки, состоящей
изъ мусора, глинки, песку, щебня и проч., воздвиге-
ной изъ матеріала болѣе или менее рыхлаго, обладаю-
щаго самымъ ничтожнымъ сопротивленіемъ. Эта
поддержка имѣетъ цѣлю образовать сверху свода
плоскость, на которой лежатъ, или по которой
движется нагрузка.

Потѣ послѣдняя состоитъ ^{обыкновенно} изъ отдѣльныхъ со-
средоточенныхъ грузовъ (давленіе колеса и проч. ...),
по своду она будетъ передаваться посредствомъ
насытки въ каменную нагрузку, распределенную
на такую плоскость. Если же между сводомъ и
его вершиною плоскостью находится вода, то эта на-
грузка распределится бы на сводъ равномерно;
вслѣдствіе того, что насытка передаетъ не широкую,

но твердой рыхлой массой, то ее распределение будет только приближаться к равному. Нагрузка свода состоит из постоянной и переменной или случайной.

Постоянную нагрузку образует весь сечение свода, весь его надсыпki и расположенные на ней сооружения (как напр. мостовка, перила и проч.) Случайная нагрузка зависит от назначения свода. Если конструкция свода и его нагрузка на всем его протяжении (по оси свода) одинакова, то всякая часть его, заключенная между двумя вертикальными плоскостями, параллельными его оси, находится в одинаковых условиях, и тогда достаточно подвергнуть рассмотрению какую нибудь его часть. Форму этой части будем принимать $= 1$. Так как силы действующие на эту часть расположены по отношению к ее средней вертикальной плоскости, перпендикулярной к оси свода, симметрично, то их равнодействующая находится в этой плоскости, потому при изследовании устойчивости этого рода сводов приходится иметь дело только с силами, действующими в одной плоскости.

Если проведем через ось свода вертикальную плоскость, то его нагрузка может быть расположена по отно-

шенію къ этой плоскости симметрично или произвольно.

Когда суща́я нагрузка подвижна, то во время, когда ^{она} может выдвигаться или съ нею соединяется,

занимаетъ только некоторую часть моста, она расположена къ этой плоскости не симметрично.

Постоянная нагрузка представляетъ обыкновенную симметричную нагрузку. Мы рассмотримъ сначала своды съ симметричной нагрузкой.

Своды нагруженные симметрично.

Общія условія равновѣсія.

На гер. 151 представлена половина симметрично нагруженного цилиндрическаго свода. Въ немъ изображаетъ $abnt$ - сводъ, $bnfe$ - надсыпку, $efgh$ - суща́ую нагрузку, представляющую собой то же матеріалъ, что и надсыпка, и имеющую такую величину, что его вѣсъ = данной суща́ой нагрузкѣ.

Если величину последней, отнесенную къ единицѣ площади горизонтальной проекціи свода, означимъ черезъ q , то величину qf , соответствующую ей площади $efgh$ черезъ t , а вѣсъ одной кубической единицы надсыпки черезъ W , то t получится изъ условія:

$$1 \times 1 \times t \times W = q; \text{ отсюда } t = \frac{q}{W}.$$

Тюды находящаяся между вертикальными по-
состями be и pf надыток со свода гаеть не
спонзая, представляемъ себѣ, что къ be и pf при-
ставлены крѣпкія стѣнки, на которыя действуют
горизонтальныя силы $\mathcal{E}$ и $\mathcal{E}_1$, равныя и противополо-
жныя напорамъ земной массы $pfbe$ (или со-
отвѣсно горизонтальнымъ слагающимъ этимъ напорамъ)
на эти стѣнки. Такъ какъ высоты be и pf не-
равны, то будетъ $\mathcal{E} > \mathcal{E}_1$, и разность $\mathcal{E} - \mathcal{E}_1$ передаст-
ся посредствомъ матеріала надытокъ своду. Но отъ
этой разности такая значительная часть унич-
ожается трѣніемъ частицъ надытокъ между собою,
что отъ нея передается действительно своду обыкно-
венно столько незначительная часть ея, что его мож-
но пренебречь. Также при возвышенныхъ сводахъ
небольшаго отвѣртій (гдѣ разность высотъ be
и pf значительна) можетъ оказаться нужнымъ
принимать силу $\mathcal{E} - \mathcal{E}_1$ въ расчетъ. Мы будемъ
обозначать черезъ

Q - половину веса свода со его нагрузкой

R - давленіе действующее въ касаніи между тѣмъ
сводомъ.

H - горизонтальную и

V - вертикальную слагающую этого давленія.

Слагающую H будемъ называть распоромъ.

свода.

Дакажемъ следующие важные законы: (пер. 152)

1. Когда на сводъ действуетъ симметричная нагрузка, то давленіе въ вершинѣ свода горизонтально.

2. Когда на сводъ действуетъ только вертикальная нагрузка, то горизонтальная слагающая давленія для всякаго шва свода величина постоянная, то есть все швы подвергаются одинаковому горизонтальному распору.

Пусть Ac и c, B две половины (немого раздвинутая) симметричная и несимметрично нагруженная свода. q полная нагрузка одной половины, R давленіе въ вершинѣ для левой и R_1 для правой половины (которая предполагается наклоннымъ къ горизонту) A и B — сопротивленія опоръ. Разложимъ R на слагающія H и V , и R_1 на H_1 и V_1 .

Левая половина свода находится въ равновесіи подъ дѣйствіемъ силъ A, q, H и V , поэтому сумма ихъ моментовъ по отношенію къ произвольной точкѣ должна $= 0$. Если за точку моментовъ точку X , взятую на силѣ A , то получимъ:

$$qg - Hh - Vv = 0 \quad \dots (1)$$

и для правой половины, принявъ за точку моментовъ

точку b (всегда симметричности нагрузки силы A и B будут равны и симметричны) получим:

$$-Qq + H_1 h - V_1 v = 0 \dots (2)$$

Введя оба ур-ия и принимая во внимание, что $H = H_1$, $V = V_1$ (так как R_1 равно и противоположно R) получим: $-2Vv = 0$,

а так как $v \neq 0$, то из последнего ур-ия следует $V_1 = V = 0$, т.е. это давление R в вершине горизонтально.

2) (Зер. 152). Сумма горизонтальных составляющих сил, действующих на какую либо часть свода, всегда равна нулю $= 0$

Если ab — произвольный промежуток шов (Зер. 151) и т.п. шов в вершине, то (предлагая разность $\epsilon - \epsilon_1$) получаем из условий равновесия (Зер. 152):

$$V - Q = 0 \dots (a); \quad H_1 - H = 0 \dots (b); \quad Qq - Hh = 0 \dots (c)$$

Из ур-ия (b) имеем $H_1 = H \dots (1)$, т.е. горизонтальный распор всякого шва = распору в вершине; при данной вертикальной нагрузке все швы испытывают одинаковое горизонтальное давление.

Из (a) следует $V = Q \dots (2)$, т.е. вертикальное давление на шов = грузу, лежащему на своде между его вершиной и этим швом.

Из ур-ия (c) $H = \frac{Q \cdot q}{h} \dots (3)$. По этому последнему равенству соотношения

Лист 15

ур-ия дозволено возможно определить H , если дозво-
ли известны точки приложения p и q давлений R
и распора H в вершине.

Положение точек приложения давлений
в швах. Линия давлений.

Положение точек приложения сил R и H неопре-
деленно, известно, что точка p должна нахо-
диться между точками a и b , а точка q между
 m и n (чер. 151), поэтому только в ab и mn
давления встретят материал стержней оказы-
вать сопротивление, действующий поэтому возмоз-
ным равновесие. Из ур-ия (3) видно, что H зави-
сит от q и n , т.е. от положения точек
приложения q и n , причем p принадлежит
шву ab . В дальнейшем будем по-
ложим ab пошамат верга пята свободу.

H достигает максимума, когда q будет иметь
наибольшую, а n наименьшую величину, т.е. H про-
ходит через m , а R через b (чер. 153) и H будет
минимум, когда R проходит через a , а H через
 n (чер. 154), поэтому в этом случае n до-
стигает наибольшего, а q наименьшего зна-
чения. Распор в первом случае называют

максимальный, а во втором минимальный. В этом смысле говорят о наибольшем и наименьшем расворе в архитектурных постройках; в инженерных же постройках требуют, чтобы точки приложения сил R и H не выходили из средней трети свечения, поэтому максимум и минимум H определяются сигналами, указанными на чер. 155 и 156.

В архитектурных постройках считают свод достаточно прочным и тогда, когда точка приложения выходит из средней трети и находится в n или m , поэтому при содействии условия, чтобы она не выходила из средней трети, проектируются для толщины свода следующие значения величин.

Возьмем произвольное вертикальное сечение cd (чер. 157) между вершиной m и пятной a свода и приведем любую часть свода в состояние свободного равновесия.

Давление R , на сечение cd разложим на горизонтальную составляющую H и вертикальную V , а давление R в пятну на составляющие H_1 и A всей любой части свода с нагрузкой означим через Q . Из условия равновесия будем иметь $A = Q + V$;
 $H_1 y = Qx + Vx$; откуда $y = \frac{Qx + Vx}{H_1} \dots I$

При данных точках приложения A и B давления R и H в память и вершинит легко найти H_1 , а так же как величину Q_1, q, V и x совершенно определенными, то следовательно, что ордината у уравнения I совершенно определена, а следовательно и вносить определенное положение распора в рассматриваемом состоянии. Таким образом получается, что точка приложения давления R есть во всяком состоянии совершенно определенная точка, а так же как линия соединяющая эти точки называется опорной линией, то можно сказать:

Задавшись точкой приложения распора H в вершинит и давлением R в память, получается при данной нагрузке только одна опорная линия или что одно и то же, только одна линия давления.

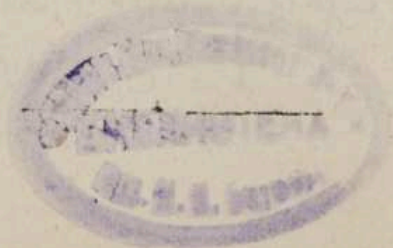
Но так как такие точки в среднем трети швов mn и ab можно взять очень большое число, то можно построить очень много опорных линий, не выходящих из ядра свода.

Основныя условия равновесия и безопасности.

Для расчета сводов и кривых $Зрусьевъ$ вводит, толщину которой сравнительно с радиусом

кривизна мача, употребляют ту же формулу, что и для прямого закона: $K = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mv}{J}$ (см. главу о подпорных стенах) из которой получается, что шов только тогда не будет открываться, т.е. ни в какой точке его не будет растяжения, когда точка приложения равнодействующей не выходит из его средней трети или ядра, так как напр., точка приложения распора H не должна находиться вне PQ ; если она будет в P , как на чер. 153, то направление в H будет вдвое больше, чем оно было бы при равномерном распределении давления на стение (то есть было бы это тогда, когда H проходило бы через центр тяжести стения) а направление в m , тогда $= 0$. Для крепости свода необходимо, чтобы давление ни в какой точке не было больше допустимого давления на материал свода, для того, чтобы камни не могли быть раздавлены.

Второе условие будет отсутствие скользяния в швах, т.е. чтобы направление давления R на шов не выходило из конуса трения и третье условие — невозможность вращения свода какой бы то ни было горизонтальной осью.



Определение толщины свода.

Если обозначим через t толщину свода в каю-
те, K — допускаемое напряжение при сжатии, то
в случае, когда H действует в центре тяжести
столба (пер. 158)

$$H = K \cdot t \cdot 1; \text{ откуда } t = \frac{H}{K}.$$

а когда в изровой точке (пер. 159), то по пред-
положению $t = \frac{2H}{K}$

Для определения толщины свода нужно знать
распор H , но для определения последнего на-
до знать толщину свода, вследствие этого эти
формулы для употребления неудобны. В настоя-
щее время ищется способ свода, который
конструкция оказалась вполне целесообразной
и позволяет сделать образцы для новых соору-
жений. Из этих конструкций выведена эмпи-
рическая формула которой пользуются при
проектировании свода для определения его толщины.
Приведем важнейшие из этих формул: в
них означают

t — толщину свода в каюте

r — радиус внутренней направляющей свода

l — расстояние (разстояние между опорами)

Lesquilles дает $t = 0,2 \sqrt{l} + 0,1 \text{ mtr.}$

Rankine : для кривых сводов $t = 0,346 \sqrt{z}$

для полукругов сводов $t = 0,412 \sqrt{z}$

Baierfeld $t = \frac{2z(\gamma_0 d + W)}{2K - (\gamma_0 d + W)}$; $\gamma_0 = \frac{\gamma + \gamma_1}{2}$; $K = 2,6 L + 32,3 \frac{z}{f}$

γ - удельный вес камен свода

γ_1 — " " на единицу (вес 1 куб. единицы).

W - высота постоянной нагрузки (относительной к единицу длины) в вершине свода.

W - случайная нагрузка на единицу площади

L - отверстие свода в сантиметрах

f - стрелка (высота) внутренней параболы.

K - константное направление в км. на кв. сантиметр.

Menzeling составил таблицу для t при различных высотах насыпи над сводами и для различных материалов.

Материал камен свода.	Площина свода в км. при высоте h насыпи над сводами.		
	$h < 1,5 \text{ mt.}$	$h > 1,5 \text{ mt. до } 5 \text{ mt.}$	$h > 5 \text{ mt. до } 20 \text{ mt.}$
Хороший песчаный камень	$t = 0,4 + 0,025z$	$t = 0,45 + 0,032z$	При отверстиях от 1 до 10 mt. для насыпи от 1 до 10 mt. (направ. сводов) $t_1 = t \sqrt{1 + \frac{h-1}{h,5}}$ для насыпи $t_1 = t \sqrt{1 + \frac{z}{h,5}}$
Хорошая кирпичная кладка	$t = 0,43 + 0,028z$	$t = 0,51 + 0,033z$	
Хорошая дышла	$t = 0,48 + 0,031z$	$t = 0,55 + 0,037z$	
Вся кладка			

Примеръ. Дана: отверстие $l = 24^{mt}$; высота (стрелка) $f = 4,7$

Радиусъ $r = \frac{l^2 + 4f^2}{8f} = \frac{24^2 + 4 \cdot (4,7)^2}{8 \cdot 4,7} = 17,67^{mt} = 176,7^{dm}$
 t определяемо по Bauerfeind

$$\frac{r}{f} = 3,76$$

Поэтому $K = 2,6 \times 240 \times 32,3 \times 3,76 = 746 \text{ клг. на кв. децим.}$

Если $h = 1,8^{mt}$; $\gamma = 2,5 \text{ клг.}$ $\gamma_1 = \gamma = \gamma_0$

Безразмерная нагрузка $N = 3 \text{ клг. на кв. дециметр, то}$
 $t = \frac{2 \times 176,7 (2,5 \cdot 1,8 + 3)}{2 \times 746 - (1,8 \cdot 2,5 + 3)} = 12 \text{ децим.} = 1,2^{mt} \cdot 1,17^{mt}$

По Lesquiller: $t = 1,04^{mt}$

Rankine $t = 1,45^{mt}$

Heinzerling для кирпича при $h > 1,5^{mt}$ $t = 1,09$.

Шпунна свода въ пятахъ.

Мы предполагаемъ, что давление въ пятахъ (пер. 160) проходитъ черезъ центръ тяжести пята и входитъ и выходитъ изъ средней трети. Если въ иско-
 мая дима шва пята, дима свода = 1 и от-
 ушатъ шва пята съ вертикальною, то, означивъ
 нормальное давление въ пятахъ черезъ N , имеемъ

$$N = \frac{H}{\cos \alpha} \dots \dots \dots (\alpha)$$

Для безопасности должно $N = kv \cdot I,$

где k - допускаемое давление.

Принимая, что давление (отнесенное к единице площади) дается не дается в пятю, а в кю, и что
используя : $H = \kappa t \cdot 1$, а следовательно подставляя
в (1) для N и H эти значения получим :

$$\kappa b = \frac{\kappa \cdot t}{\cos \alpha}, \text{ откуда } b = \frac{t}{\cos \alpha}$$

Если в α по вертикали отложить $ac = t$ и провести через c горизонталь до пересечения с направлением пяты в b , то ab будет исконая позиция. Направление направляющую теперь определим, как дугу круга, проходящую через точки b и n , которой центр находится на продолжении mn (как своды симметричны). Для построения сводов эта конструкция дана 36 для пяты безогнево дощину позицию.

В таких сводах принимают к своду только ту часть его, которая находится над уровнем ab , наклоненным к горизонту под углом около 30° .

Эти своды строят двояким способом :

1) пер. 161. Тут есть свод, которая находится выше уровня, наклоненная к горизонту под углом 30° ; исполняют по правилам свода и тогда направление направляющую определяют по предыдущему правилу. Кладку ниже этих уровней принимают к опорам и ведут ее обыкновенным образом с горизонтальными уровнями.

Каменистая конструкция

Лист 16.

2) Тр. 162. Наружная направляющая поперечностью, концентрическая с внутренней.

Свод в этом случае дополняется правильной кладкой $\alpha\beta\gamma\delta$, называемой задужкой, которая составляет продолжение опоры вверх, и оканчивается плоскостью $\gamma\delta$, касательной к своду, и перпендикулярной к горизонту уклоня

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot (\text{tg } \varepsilon = \frac{1}{3} - \frac{1}{4})$$

Когда по предыдущему разбору свода определены, то проверяют его устойчивость по следующим линиям давления и опорной линии.

Свод будет иметь требуемую прочность, если

1) опорная линия в архитектурных постройках находится вся внутри поясов, ограниченной внутренней и внешней направляющими свода, а в мостовых сооружениях внутри средней трети поясов и если

2) линия давления ни в каком месте не образует с горизонтом соответственного угла уклонения трения, который при двукратной прочности можно принять $= 17^\circ$ (принимая что угол трения кладки на кладку $= 34^\circ$), $\text{tg } 17^\circ = 0,3$

Для проверки устойчивости можно по этому построить линию давления и опорную линию.

или тоже $= \frac{h_1}{n} : \frac{h_2}{n} : \frac{h_3}{n} \dots$

Возьмем только $\frac{1}{n}$ часть от $h_1, h_2, h_3, \dots$ для того, чтобы уменьшить величину составленной из них фигуры.

Принимая $\frac{h_1}{n}, \frac{h_2}{n}, \frac{h_3}{n}, \dots, \frac{h_n}{n}$ как вертикальные силы, действующие по вертикалям 1, 2, 3, ..., n и строим по ним с помощью нашей многоугольницы (стр. 162), а затем по произвольному полюсу O' - веревочный многоугольник ($\epsilon I II III IV V VI VII 9$) (полюс O' взять на перпендикуляре AO к AB). Если продолжим крайние стороны ϵI и $9 VII$ до пересечения в F , то через F проходит равнодействующая P . На mn (или в вершине) принимаем некоторую точку K за точку приложения распора, а на ab (пату) точку i - за точку приложения давления на пату (точка K и i на стр. взяты на средних широтах mn и ab). Проводим через K - горизонталь Kt до пересечения с P в t , соединяем t с i , и через точку b в нашей многоугольнице проводим $\bar{b}O' \parallel ti$ до пересечения с AO' в O , то распор свода $H = \bar{AO}$.

Докажем это: примем i за точку моментов, и означая наши силы H и P по отношению к этой точке через f и p , то по предыдущему $H = \frac{Pp}{f}$. Если через i проведем вертикаль iz и продолжим

кт до пересечения с этой вертикалью в z , то $\Delta ikt \sim \Delta AOB$, а из подобия следует: $AO:AB = \overline{zt}:\overline{zi}$, но $AB = P$; $zt = r$; $zi = f$, следовательно $\overline{AO} = P \frac{r}{f} = H$. Из последнего ур-ия видно, что AO можно изобразить тем же масштабом, который дан в употреблении для откладывания сна P .

Примечание. Так как величина сна $P, P_2 \dots$ были отложены величинами $h_1, h_2 \dots$, которые в 8 в раз меньше их, то и $\overline{AO}$, измеренное масштабом сна в 8 в раз сильнее расфока, а потому $H = 8 \text{ в.п. } \overline{AO}$.

Принимаем O за новый полюс, который соединяем с точками $1, 2, 3 \dots 6$ словом многоугольника, и строим новый веревочный многоугольник $K, 1, 2, 3, \dots 6, i$, которая первая сторона проходит через K , а последняя должна пройти через i . Этот последний многоугольник есть исконая линия давления. Приняв вместо точек K и i другие точки K_1 и i_1 на mn и ab , мы получим для другую линию давления и т.д., так что задаваясь этими точками, можно построить очень много линий давления, не выходящих из пояса свода или (в случае моста) из средней трети. Если в данном своде возможно, хотя одна опорная линия, удовлетворяющая этому условию, то можно быть уверенным в его устойчивости.

Если эта линия не есть наибольшая возможная (т.е. не совпадает с осью свода), то на основании принципа наименьшего сопротивления можно утверждать, что всеобщее сжатиеюсности материала при действии внешней линии давления будет возможно. Следовательно, линия, которая построена поспросеянн (при котором изменение формы камней всеобщее сжатиеюсности не принимается во внимание).

Если в данном своде невозможно построить ни одной линии давления, которая бы не выходила из него, или из его средней трети, то принятые размеры свода надо считать неудовлетворительным условием устойчивости, и тогда надо изменить форму или давления посредством увеличения или уменьшения нагрузки, или помощью изменения формы свода, или достигнуть требуемой устойчивости увеличением его толщины.

Наконец можно изменить его отверстие или отношение подъема к отверстию.

Примеръ. Даны отверстие $l = 15 \text{ м}$
подъем $f = 3 \text{ м}$

Веса 1 куб. мт камня $\gamma = 2400 \text{ клгр.}$

" " " насыпи $\gamma_1 = 1800 \text{ клгр.}$

и высота насыпи в вершинѣ $h = 1,8 \text{ м}$

случайная нагрузка $q = 600 \text{ клгр. на } 1 \text{ м.}$

Посужаемь :

$$\text{радиус } z = 10,87 \text{ мт.}$$

$$\frac{z}{f} = 3,62$$

$$\text{высота крайней нагрузки} = \frac{600}{1800} = \frac{1}{3} \text{ мт.}$$

по Bauerfeind помножается :

$$K = 2,6 \cdot 150 + 32,3 \cdot 3,62 = 507 \text{ на } 1 \text{ га земли. или}$$

$$K = 50700 \text{ на } 1 \text{ мт.}$$

$$t = 0,98 \text{ мт.}$$

Помощью этих данных построим зр. 164. в з. масштабе $\frac{1}{100}$.

Приведенная высота нагрузки определена помощью зр. 165, так как $\frac{8_1}{8} = \frac{1800}{2400} = \frac{3}{4}$, то все средняя высота должна уменьшиться в $\frac{3}{4}$ раза. Для этого возьмем произвольный угол $\angle C$; на одной из сторон отложим $\overline{CA} = 4$, а на другой $\overline{CB} = 3$. Высоты $h_1, h_2, \dots$ отскадываем от C на CB и помощью параллелией к AB переносим на CA из приведенной величины.

Эти последняя уменьшены в 5 раз (помощью произвольного угла $\angle M$ зр. 166), в которых $mn = 5$ и $mb = 1$, $h_1, h_2, \dots$ отложены от m на mn , а $\frac{h_1}{5}, \frac{h_2}{5}, \dots$ переносятся на mb помощью параллелией к nb .)

Эти уменьшенные высоты отложены на прямой AB (зр. 167), как shown; помощью произвольного построения O' построим веревочный многоугольник (I II III IV V VI VII VIII),

который определяем точку t равноудвоенной P .

Затем по помощи прямой $BO \parallel it$ получено расстояние AO (изр. 167), пропорциональная расстоянию, а по помощи O , как по полю построена линия давления $K1, 2, 3, \dots, i$, которая показывает, что она не выходит из средней трети.

(Поскольку по полю нагрузки принято на изр. 164, ограниченной вертикалью aM . Затем ее ограничивают вертикалью через b , а часть нагрузки, лежащей на части ab , приписывают к a .)

Итак, получено $AO = 4,4 \text{ мт}$.

Так как $b = 1,05$; $\gamma = 2400$; $n = 5$, то

$$H = \gamma \cdot n \cdot AO = 1,05 \cdot 2400 \cdot 5 \cdot 4,4 = 55440 \text{ кгр.}$$

$$\text{Следовательно } t = \frac{H}{K} = \frac{55440}{50700} = 1,09 \text{ мт.}$$

Разница сравнительно с принятой мощностью

$$1,09 - 0,98 = 0,11 \text{ мт}$$

Вследствие этого получим мощность $1,09 \text{ мт}$.

Вторичной ее проверки построением линии давления при мощности $1,09$ не будет нужно, так как группа формул дает весьма близкую к этому величину.

Также по Lesquiller : $t = 0,875 \text{ мтр.}$

Rankine : $t = 1,14 \text{ мтр.}$

Heinzeling при $h > 1,5 \text{ мт}$ для камня $t = 0,78 \text{ мтр.}$

для кирпича $t = 0,87 \text{ мтр.}$

Пренебрегая толщиной 0,18, получимъ какъ сред-
нее арифметическое $\frac{0,875 + 1,14 + 0,87}{3} = 0,97$, т.е.
число весьма близкое къ 0,98

Опорная линия.

Въ предыдущихъ изслѣдованіяхъ было принято дви-
женіе свода вертикальными плоскостями, между тѣмъ
какъ онъ всегда раздѣленъ плоскостями перпенди-
кулярными къ внутренней направляющей (прави-
лы было бы движеніе плоскостями перпендикулярными
къ линии давленія).

При изслѣдованіи сопротивленія скользящему пошва-
нцу имѣетъ дѣйствительное движеніе шва, и опор-
ная линия должна быть построена для этого поскоз-
наго движенія. Линія давленія имѣетъ вслѣдствіе того
для каждаго шва исправитъ цилиндрическую форму:
Пусть $\beta\epsilon$ (чер. 164) вертикальная плоскость пред-
ставляющая шву $\gamma\delta$. Для получения правильной ли-
нии давленія для шва $\gamma\delta$ имѣетъ шву $\bar{50}$ (равно-
дѣйствующую изъ H и изъ силъ 1 до 5) сложить
съ силой $\alpha\beta\epsilon\delta\gamma$. Для этого проводимъ черезъ
центр тяжести фигуры $\alpha\beta\epsilon\delta\gamma$ вертикаль ZZ_1 ;
превращаемъ эту фигуру въ прямоугольникъ, кото-
раго основаніе = ширинѣ пояса нагрузки (т.е. $\bar{UN} = b$),
наметивъ соединеніе.

откладываем в сторону многоугольника (пер. 167)
 $\delta \bar{z} = \frac{1}{n}$ высоты этого прямоугольника (в данном
 случае $n = 5$), проводим суг ZO и затем через
 точку i , в которой линия давления пересекает
 (пер. 164) ZZ_1 ; проводим $i' \parallel ZO$ до пересечения с $u\delta$
 в z , то z будет точка опорной линии.

Подобным образом определяем эти точки для
 других швов. Тогда не дано скольжения, угол φ ,
 который составляет z с нормалью к шву $u\delta$, дол-
 жен быть меньше угла трения (при двойной проно-
 сти должен $\varphi < 17^\circ$.)

Определение распора аналитически.

Пусть mn вершина свода, uv (пер. 169) его верти-
 кальное (произвольное) состояние, zv — линия приведе-
 ной нагрузки и ef — линия давления.

Давление в E , которое касательно к ef , означим
 через R , угол этой касательной с горизонтальною —
 через α . Возьмем прямоугольные оси координат
 таким образом, чтобы ось абсцисс была в E , ось
 ординат горизонтальна, а ось абсцисс совпала с
 mn . Ординаты опорной линии будем обозначать
 через y , а высоты (полной) нагрузки через z .
 Разложим R на горизонтальную составляющую H .

и на вертикальную V , то имеем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{H} \dots (1)$

Это есть основное ур-ие опорной линии.

Для точки опорной линии, которой абсцисса x , а

ордината y $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx}$,

а соответствующая ей вертикальная нагрузка

$$V = \gamma \int_0^x z dx,$$

где γ есть 1 куб. единицы каменного свода.

Подставляя эти значения в ур-ие (1), получим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\gamma \int_0^x z dx}{H},$$

а производная по производной ур-ия

$$\frac{d(\frac{dy}{dx})}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\gamma z}{H} \dots (2)$$

Если ρ - радиус кривизны опорной линии, то

$$\rho = \frac{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

или так как

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ а}$$

$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$, то

$$\rho = \frac{\sec^3 \alpha}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

и подставляя для $\frac{d^2y}{dx^2}$ значение из (2)

$$\rho = \frac{H \sec^3 \alpha}{\gamma z} \dots (3)$$

Для вершины $\alpha = 0$; если радиус кривизны опорной линии в вершине означим через ρ_0 , а высоту нагрузки в точку ее иметь через Z_0 , то так как $\sec 0 = 1$

$$H = \gamma \cdot \rho_0 \cdot Z_0 \dots (4)$$

т. е. в симметричных сводах с вертикальной нагруз-

кой горизонтальный распорт = высоте каменной призмы, которой высота = радиусу опорной линии в вершине, а основание прямоугольника, и расстояние одной стороной приведенную высоту нагрузки в вершине, а другую сторону = 1

Если опорная линия - дуга круга радиуса Z_0 , то $S_0 = Z = S$, и тогда из (3) и (4) получим:

$$Z = \frac{H \cdot S c^3 \alpha}{8 Z} = \frac{H}{8 Z_0}$$

откуда

$$Z = Z_0 S c^3 \alpha$$

Положив это уравнение можно при данном Z_0 для всякого угла α получить высоту нагрузки Z , а следовательно - определить такую нагрузку, при которой опорная линия будет дугой круга. В круговом своде эта линия будет совпадать с осью свода.

Когда свод полуциркуль, то для него $\alpha = 90^\circ$, и так как $S c 90^\circ = \infty$, то для $Z = \infty$, т.е. тогда опорная линия, иная, вид полуциркуля, нагрузка должна иметь законную высоту.

Вследствие этого линия части ac и bd (чер. 170) дуг (соответственно, приблизительно углы 30°) считаются не принадлежащими своду, так что сводом считают только верхнюю дугу $abcd$, которой центральный угол = около 120° .

Поэтому предположение круговой опорной линии может

относиться только к дуге с углом не $> 120^\circ$.

Нагрузка, дающая круговую опорную линию, полагается всеюна просто графически (чр. 171).

Линия ac — данная опорная линия и требуется найти линию соответствующей ей нагрузки, т.е. линию 0123456.

Проведение через A и C касательных к опорной линии ac до их взаимного пересечения в d , то из свойства опорной линии следует, что через d проходит равнодействующая искомой нагрузки. Возмем на вертикали произвольную длину AD и примем ее за величину этой нагрузки.

Если проведение через $A - AO \parallel cd$ и через $d - DO \parallel ad$, то O будет полюсом силового многоугольника, которою веревочный многоугольник есть кривая ac .

Разделим дугу ac в точках $1', 2', 3' \dots$ на части одинаковой горизонтальной ширины. В и через середины этих частей проведение вертикали $f1, g2, h3, \dots$. Из O проведение лучей $o1, o2, o3, \dots$ параллельных касательным к дуге ac в $1', 2', 3' \dots$ до пересечения с AD в $1_0, 2_0, 3_0, \dots$ проводим на AD отрезки $A1_0, 1_02_0, 2_03_0, \dots$, которая пропорциональны грузам, действующим по вертикалям $1f, 2g, 3h, \dots$. Поэтому относительно $f1 = A1_0; g2 = 1_02_0; h3 = 2_03_0, \dots$

получимъ линію нагрузки $O_1 2 3 4 \dots$, которой си-
ловы давленія будутъ даваъ ас.

Проведемъ горизонталь ab и радиусы $ZC, Z1', Z2', Z3' \dots$
и означимъ точки пересѣченія этихъ радиусовъ съ
 ab крестъ в. I, II, III, Намъ какъ по построению
 $ZC \perp AO$; $Z1' \perp 1.0$; $Z2' \perp 2.0$ то

$$AO1. = bZI \quad ; \quad 1.02. = IZII \quad ; \quad 2.03. = IIZIII \dots$$

Если длина AD была взята такъ, что $AD = ab$, то
 $bI = A1.$; $II = 1.2.$, $III = 2.3.$

и следовательно

$$f1 = bI \quad ; \quad g2 = II \quad ; \quad h3 = IIZIII \dots$$

Изъ этого следуетъ, что для построения линіи
нагрузки $O1 2 3 4 \dots$ нѣтъ надобности строить си-
ловой многоугольникъ $BAOD$, а можно построить
радиусы $O1', O2' \dots$ и получить отрезки $bI, II, IIZIII \dots$

Возвышенные своды.

При расчетѣ возвышенныхъ сводовъ принимаютъ
во вниманіе величину напора насыпи b , который въ
кр. 172. этомъ случаѣ можетъ быть довольно значительнымъ.
Разрѣшимъ сводъ съ приведенной нагрузкой, ограни-
ной линіей UV , вертикальными наклонными на-
частъ равной ширины b ; ширину крайней части
актъ означимъ крестъ в. Пусть b_1, b_2, b_3, b_4 ду-

дуть напоры на погруженные таким образом га-
сти ab , bc , cd и ef свода. (Напор e , проходящий
через точку α , находящуюся от a на расстоянии $\frac{1}{3}ab$;
точка α_2, α_3 и прочие находятся приблизительно на
серединах $bc, cd, \dots$).

Весь отрезок $анк$, $Нрп$ обозначим через $g_1, g_2, \dots$
.... Распор $в$ можно назвать через H , а распор
внутри через H_1 .

Заменяем силы e_1 и g_1, e_2 и g_2, e_3 и g_3 и т. д. равно-
действующими $\tau_1, \tau_2, \dots$. Каждая из сил напоров
 e_1, e_2, e_3, e_4 выражается площадью треугольника
напора умноженной на g и на 1: $e_1 = \text{пл. } \Delta. g. 1$.

Приводим каждый треугольник к равнове-
сному прямоугольнику с данными основаниями b :
поэтому $e_1 = b h_1 g$; $e_2 = b h_2 g$; $e_3 = b h_3 g, \dots$,
где $h_1, h_2, \dots$ высоты погруженных прямоугольни-
ков.

Вертикальные силы, т. е. веса частей свода с
нагрузкой

$$g_1 = (\text{актр}) 1. g,$$

$$g_2 = \text{пл. } (к \text{ рп}) 1. g,$$

Проведя средние линии $Н', 22', \dots$ означим их
длинами через $W_1, W_2, \dots$, то $g_1 = b, W_1 g = b v_1 g$,
где v_1 высота прямоугольника с основанием b ,
равновесная трапеция $анк$:

$$g_2 = b W_2 g \quad ; \quad g_3 = b W_3 g, \dots$$

Площади отрезков свода превращаются в прямоугольники с основаниями b и плотностью γ_1 , заменяемую плотностью γ .

Можно написать:

$$e_1 = \frac{b h_1 \gamma}{\gamma_1} \gamma_1 ; e_2 = b h_2 \gamma \frac{\gamma}{\gamma_1} ; e_3 = b h_3 \gamma \frac{\gamma}{\gamma_1} \gamma_1 \dots$$

Используя высоты $h_1, h_2 \dots$ в отношении $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ (всего

проще помножить пропорциональную уму и постоянную

$h_1 \frac{\gamma}{\gamma_1} = H_1 ; h_2 \frac{\gamma}{\gamma_1} = H_2 \dots$, то будем иметь

$$e_1 = b \gamma_1 H_1 ; e_2 = b \gamma_1 H_2 ; e_3 = b \gamma_1 H_3 \dots$$

и притом $q_1 = b \gamma_1 v_1 ; q_2 = b \gamma_1 w_2 ; q_3 = b \gamma_1 w_3 \dots$

т.е. все силы будут пропорциональны высотам

H и W , а потому для построения этих давлений

можно эти высоты или их n -тая часть от-

скадывать как силы. Направления, равнодействующей

от этого не изменятся, а все величины

показатели в $\gamma b n$ раз меньше. Отскадывая

на n -кратные (составляющие) силы (стр. 173)

$$\overline{oa}_1 = \frac{1}{n} v_1 ; \overline{oa}_1 = \frac{1}{n} H_1$$

$$\overline{ob}_1 = \frac{1}{n} w_2 ; \overline{ob}_1 = \frac{1}{n} H_2$$

$$\overline{oc}_1 = \frac{1}{n} w_3 ; \overline{oc}_1 = \frac{1}{n} H_3$$

и проводим прямые $I, II, III \dots$ которые бу-

дут параллельны и пропорциональны равнодействующей

сил e_1 и q_1 , e_2 и q_2 .

Прямая ad соединяющая O с d параллельна и

пропорциональна равнодействующей сил I, II, III, IV .

Изъ произвольнаго полюса Π проводимъ лучи $\Pi O, \Pi a, \Pi b, \dots$; черезъ точки $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ въ которыхъ пересекаются e_1 съ g_1, e_2 съ $g_2, \dots$ проводимъ прямые $\tau_1, \tau_2, \dots$ параллельныя прямымъ I, II силового силовояльника, строимъ веревочный многоугольникъ W и проводимъ равноудаленную R отъ τ_1 и $\tau_2, \dots$. Задаемъ точками ϕ и δ опорной лини въ вершинѣ и пятнѣ свода (гер. 173), проводимъ черезъ ϕ горизонталь до пересѣченія съ R въ β и соединяемъ β съ δ . Черезъ O проводимъ $O\pi, \parallel \beta\delta$; черезъ α — $\alpha\pi, \parallel \phi\beta$, получаемъ полюсъ π . Проводимъ лучи $\pi, O, \pi, a, \pi, b, \dots$ и строимъ опорную линию, которой вершины будутъ находиться на силахъ τ_1, τ_2 , а крайнія стороны проходятъ черезъ δ и ϕ . Распоръ свода получится $= \alpha\pi. \beta\delta. \pi$. Если опорная линія не выходитъ изъ средней трети и нигдѣ не образуетъ съ нормалюю соответственную $m\alpha$ уголъ болѣе 170° , то сводъ можетъ считаться вполне проецированнымъ.

Перемычка. Устойчивость перемычки (гер. 174) проверяется совершенно такимъ же образомъ, какъ устойчивость свода (или арки), которая вышняя направлена касательна къ верхней лини $m\alpha$, а внутренняя проходитъ черезъ точки a и b .

Несимметрично нагруженные цилиндрические своды.

Мы предполагаем, что нагружена только правая половина свода (чер. 175). ee_1 - линия постоянной нагрузки, ahd - случайной, nz и ft линии приведенных нагрузок для левой и правой половины. Разбиваем нагрузку, как и в предыдущих случаях, на полосы одинаковой ширины b , проводим их средние линии $\alpha\alpha_1, \beta\beta_1, \dots$ в левой, и $\kappa\kappa_1, \ell\ell_1, \dots$ в правой половине; n -ная часть этих линий отсчитываем на вертикали (чер. 175) от точки A для правой половины вверх, а для левой вниз.

$$\bar{A}I' = \frac{1}{n} \kappa\kappa_1 ; \quad 1'2' = \frac{1}{n} \ell\ell_1 ; \quad 2'3' = \frac{1}{n} m m_1$$

$$\bar{A}I = \frac{1}{n} \alpha\alpha_1 ; \quad 1\bar{2} = \frac{1}{n} \beta\beta_1, \dots$$

Деление на полосы принято так, что средние линии крайних полос проходят через точки a и a' пята. Проводим через A горизонталь. Делим на ней произвольный отрезок O' , проводим лучи $O'1', O'2' \dots O'1, O'2 \dots$ и строим веревочный многоугольник $MD \parallel II' \parallel III' \parallel \epsilon N$. Равнодействующая I нагрузки всего свода проходит через точку пересечения I крайних сторон MD и ϵN , равнодействующая Q_2 нагрузки правой половины свода - через точку пересечения H сторон II' и ϵN , а

левой Q_1 - через точку пересечения K сторон II' и MD .

Крайние стороны MD и NE встрогаются вертикально крайние точки a и a' паче в D и E . Если проведем замыкающую сторону DE и через поимые $O' - O'' \parallel DE$, то поимые вертикальные давления в a и a' $A = \overline{CD}$; $B = \overline{C'D'}$. Как как воее левой паче $Q_1 = \overline{AD}$ (пер. 1756), а правой $Q_2 = \overline{A'D'}$, то A больше Q_1 на AC , а B меньше Q_2 на ту же величину AC .

Для равновесия необходимо (пер. 176), чтобы сумма вертикальных сил дающих для каждой поимой порознь была $= 0$.

Как как $A - Q_1 \neq 0$, то для равновесия левой поимой нужно на другом ее конце, т.е. в вершине, приложить такую силу X , чтобы $A - Q_1 + X = 0$; [здесь мы берем $+X$, так как еще не знаем направления силы X], откуда $X = A - Q_1$, т.е. $X = -AC$ (потому что $Q_1 < A$); и так X имеет тот же знак, что и Q_1 , т.е. оно направлено вниз.

Максимум же образует поимые, то для равновесия правой части должна в ее вершине M действовать вертикальная сила $X = AC$ вверх. Давление в вершине в этом случае следовательно не горизонтально, а есть равнодействующая из H и X .

Если будем рассматривать правую половину свода, то она находится в равновесии под действием суммирующей силы (чер. 177): горизонтальной силы H и вертикальной силы X в вершине, направленной вверх, веса этой половины Q_2 , действующего в t и сопротивления опоры R_e . Определим по условию равнодействующей S для сил X и Q_2 (помощью веревочного многоугольника), принимая за точку моментов точку i на R_e , получим:

$$Hh + Xu - Q_2z = 0,$$

откуда $H = (Q_2z - Xu) : h$

или $Hh - Ss = 0 ; H = \frac{Ss}{h}$

Для построения линии давления задавая точками l_0 и i (чер. 175а) в вершине и на вертикали $a'i$ (точка i должна находиться в средней трети), через которые проходят соответственные давления R_n и R_e . Так как силы H , S и R_e (из которых H проходит через точку l_0 , а R_e - через B) находятся в равновесии, то R_e проходит через точку t , в которой H перескакает с S . Поэтому соединим i с t , продолжим ti до пересечения с Q в ϕ и соединим ϕ с точкой q . Точка q есть пересечение распора H с равнодействующей сил Q_1 и X , действующей на левую половину свода. ϕq представляет вертикаль Da в точке i' . На чер. 175б проводим $4'0 \parallel \phi i$

$\perp AO \parallel \varphi i'$; точка O , в которой эти прямые перескаются есть полюс линии давления. Проводим линии OA' , OB' ... и строим соответствующий им в вершинах многоугольник. В точку I_0 (в вершине) отбрасываем равноудаленную AO (пр. 1756); из H и X (где $X = AC$) по тому же проводим $I_0 \perp AO$ до пересечения с KK , в I_0 ; с помощью геометрически AO с I' (т.е. с $A1'$), получаем $I'O$, проводим через I_0 $I_0 I' \parallel I'O$, затем $I_0 I_2 \parallel I_0 I'$ и т.д.

Таким же образом строим линии давления для любой половины свода ($\alpha_1 \alpha_2 \parallel I'O$, $\alpha_2 \alpha_3 \parallel I_0 I'$). Полученная таким образом линия давления должна проходить через точки i и i' , и прямая ii' должна быть параллельна CO , что можно считать повторкой правильности построения. Точки опорной линии на швах свода определяются таким же образом, как это было выяснено для симметричного свода.

Свод по предыдущему достаточно прочен, если

- 1) В нем возможна хотя бы одна линия давления не выходящая из средней трети, если сводовательно и опорная линия не выходит из этой трети.
- 2) Если линия давления ни на каком месте не составляет с параллелью соответствующего угла трети.
- 3) Если давление ни в каком месте не превышает безопасного давления.

Устойчивость опоръ (устоевъ).

Устойчивость опоръ определяется по способу, указанному въ отрывкѣ подпорныхъ стѣнокъ.

Пусть (чер. 178) e - позиция опоры,

H - распоръ свода,

Q - вѣсъ свода съ нагрузкой,

R - равнодействующая изъ Q и H (давление въ пятнѣ),

Q_1 - вѣсъ опоры безъ нагрузки и

R_1 - равнодействующая изъ R и Q_1 .

R_1 должна встрѣтиться по въ JK въ его средней трети и уголъ ея β съ нормальюю JK не долженъ быть больше 17° .

Принимая O за точку вращения получаемъ:

$$Q \cdot \overline{OU} - H \cdot \overline{OT} + Q_1 \cdot \overline{OS} = 0 \dots (\alpha)$$

Если W средняя высота опоры (съ ея насытью), то

$Q = \gamma e W$ (полная длина опоры $= 1$), тогда принимая $\overline{TO} = \frac{e}{3}$, получимъ следующее ур-е, вѣл-ство вѣроятнаго:

$$Q \left(q + \frac{2}{3} e \right) - H h + \gamma e W \frac{e}{6} = 0 \text{ или}$$

$$e^2 + \frac{4Q}{8W} e = \frac{6}{8W} (Hh - Qq),$$

откуда:

$$e = -\frac{2Q}{8W} + \sqrt{\frac{2Q}{W8} + \frac{6}{8W} (Hh - Qq)}$$

Чтобы не имѣло мѣста скользящее вращеніе мѣла L_1 ,

заключеннаго въ пятнѣ, должно $H \leq (Q_1 + Q) \operatorname{tg} 17^\circ$

(принимая уголъ тренія камня $= 17^\circ$), где Q_1 - вѣсъ

кладки и насыпи, несущей надр LL ,

Примыание: если позиции опоры находится земля, то на опору давит еще напор грунта, который противодействует расходу H ; для дальнейшей проясности эти напоры при помощи свода и низкого устоя преобразуются; но при значительной высоте устоя или преобразовать нельзя, и нужно давать проверит, имеет ли устой достаточное сопротивление для противодействия этому напору грунта.

Устойчивость опоры проверяется построением линии давления и опорной линии совершенно такими же образом, как было указано выше для подпорной стенки.

Иногда кладку устоя ведут по правилам свода. Для этого давление на вертикальные поясы продолжают и в опоры.

На чертеже 179а представляются EF — насыпь опоры, $E'F'$ — линия приведенной нагрузки. R — давление свода в пятке. Ширина пояса $E'A$, $\alpha\beta$... принята = b , как и в своде. Вертикали $11'$, $22'$... проходят через центр тяжести.

Продолжаем R до пересечения с $11'$ в α , тогда весь напор сверху нагрузки $TE'A$, пропорционален длине $\alpha 1$; если его означить через P , то

$P_1 = \gamma b \bar{a} \perp$ (γ - вес кудинской единицы клада)
 Проводим $\bar{I}'K'$ (пер. 179) откладываем $\bar{I}'K' = \frac{1}{n} R$
 и по вертикали через $\bar{I}' - \bar{I}'\bar{I} = \frac{1}{n} \bar{a} \perp$; равноудаленная
 сторона отсюда отсюда $\bar{I}'K'$, поэтому
 соединяющая сторона $\bar{a}$ линии давления проходит
 через $\bar{a} \parallel \bar{I}'K'$, т.е. проводим через $\bar{a}$ параллельную
 радиальную $\bar{I}'K'$ до пересечения с $22'$ в $\bar{b}$. Вес сис-
 темы $\alpha\alpha, \beta, \beta = \gamma b \cdot 2\bar{b}$, поэтому от-
 кладем $\bar{I}'\bar{2} = \frac{2\bar{b}}{n}$, соединим точку $\bar{2}$ с K' и
 проводим через $\bar{b}$ $\bar{b}c \parallel \bar{2}K'$ до пересечения с вер-
 тикалью $33'$ в $\bar{c}$; затем откладываем $\bar{2}\bar{3} =$
 $= \frac{3\bar{c}}{n}$ и проводим $\bar{c}d \parallel \bar{3}K'$ до пересечения с $44'$
 в точке $\bar{d}$ и т.д.

Швы клада располагаем перпендикулярно к
 линии давления и чтобы давление распределя-
 лось на швы равномерно, принимаем их цент-
 ры тяжести на этой линии давления.

Если R - нормальное давление на шов, e - его
 толщина и K безопасное давление, то е полу-
 чится из условия:

$$Ke = R ; \text{откуда } e = \frac{R}{K}$$

Для шва $\bar{m}\bar{n}$

$$R_1 = \gamma b n \bar{1}K'$$

" " $\bar{v}\bar{z}$

$$R_2 = \gamma b n \bar{2}K'$$

Частные $\frac{R_1}{K}, \frac{R_2}{K} \dots$ определяются всею проше
 помощью счетной линейки.

Верхняя часть кладки может получить горизонтальные швы; толщина нижней кладки может быть весьма мала, так как она никакого груза не несет.

Так как нижний шов NL - горизонтальный, то линия давления к нему касательна. Тогда не боясь скопления, уложив стороны f с нормалью к LN не должно быть больше 17° , в противном случае и шов NL должен получить уклон.

Часто продолжают кладку в форме свода двоякой подшивки основания.

Для построения линии давления берут, как полосы нагрузки фигуры $IE'A$, $\alpha, \alpha \beta \beta, \dots$ между тем как сводом брать $ME'A$ и т. д. и т. д. Происходящая от этого неопределенность линии давления вообще незначительна и в случае необходимости может быть исправлена вторичным построением.

Позицию устоя мостового свода можно предельно определенно определить по эмпирической формуле:

$$e = 0,3 + \frac{l}{8} \frac{3l-s}{l+s} + 0,17h \text{ мтг.}$$

где l - отверстие свода; s подьем (стрелка); h высота опоры до пята.

Устойчивость промежуточных опор.

На опору действуют (чер. 180)

Касательные сооружения

- 1) распоры H и H_1 , опирающиеся на нее сводовъ,
- 2) веса P и P_1 , пополамъ этихъ сводовъ съ ихъ нагрузкой,
- 3) весь Q опоры съ его нагрузкой.

Въ архитектурныхъ постройкахъ обыкновенно $H=H_1$ и $P=P_1$, такъ какъ своды симметричны и симметрично нагружены. Если W — полная высота опоры съ нагрузкой, e — ея толщина, то $Q = \gamma W \cdot e$ и для e имеемъ ур-е

$$K e = 2 P_1 + Q = 2 P_1 + \gamma W \cdot e,$$

откуда

$$e = \frac{2 P_1}{K - \gamma W}$$

Наименьшая, толщина балки $\min. e = 2d$, где d — горизонтальная проекция пята свода.

Въ мостовыхъ сооруженияхъ H и H_1 , могутъ быть неравны и самый неблагоприятный случай будетъ тотъ (чер. 181), когда одинъ сводъ, напр., лѣвый нагруженъ, а правый и опоры не нагружены.

Равноудлиствующая весъ, действующая на опору сила, не должна возводить изъ средней трети, если поэтому $OC = \frac{l}{3}$, то принимая, что равноудлиствующая сила H, H_1, P, P_1 и Q проходитъ черезъ точку O , будемъ имѣть (для O , какъ центра моментовъ):

$$P_1 \left(p_1 + \frac{l}{3} \right) - H_1 h_1 - Q \frac{e}{6} - P \left(p + \frac{2}{3} e \right) + H h = 0$$

откуда, такъ какъ $Q = \gamma W e$.

$$e^2 + \frac{2(2P - P_1)}{8W} e = \frac{6}{8W} (Hh + Pp_1 - Hh_1 - Pp)$$

(e находится между $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$ от вершины).

Устойчивость опоры полезно и в этом случае построить линии давления.

Чтобы вершины опор не могли сдвинуты распереть (в опоры швы должны быть горизонтальны, и потому в случае, когда в вершинах швы равнодействующая всех сил выходит из (полюса) угла трения), швы укрепляются шпонками, как указано на чертеже 181-ом.

Косой свод.

Разсмотрим теперь косой свод употребляющийся на железнодорожных дорогах. Косой свод рассчитывается, как прямой, ибо его можно разбить на бесконечно узкие пояса, в которых вполне применивается расчет прямого свода.

Швы в таких сводах располагаются, в первую очередь должны быть параллельны узловой стороне свода, а другие перпендикулярны к первым и к внутренней направляющей свода.

Отнесем свод к прямоугольным плоскостям проекций, разобьем его плоскостями параллельными вертикальной плоскости проекций на узкие

полосы, тогда свод на вертикальной плоскости изобразится пощокружностью, а на горизонтальной — прямой // оси проекций. Означаю эти горизонтальные своды (прямые линии) цифрами I, II, III (пер. 182), а соответствующие вертикальные своды (пощокружности, центры которых будут $1', 2', 3'$) цифрами I', II', III' Построим теперь продольный свод. Поскольку вертикальная проекция прямого угла, которого одна сторона параллельна вертикальной плоскости проекций, есть тоже прямой угол, то в вертикальной проекции продольный свод будет перпендикулярен к I', II', III' ... Этой потому его поместить, на пощокружности центра O берем точку a' , принадлежащую линии свода, соединяем ее с центром I', линия $a'I'$ пересечет пощокружность II' в точке b' , соединив которую с центром 2', поместим прямую $b'2'$, пересекать пощокружность II' в точке c' , проводим радиус $c'3'$, находим точку d' и наконец e' ; соединив эти точки поместим линию $a'b'c'd'e'$, выражающую вертикальную проекцию продольного свода; соответствующая горизонтальная проекция того же свода будет $abede$. Таким образом можно

все продольные швы; они непараллельны между собой и отстоять друг от друга на разстояние толщины камня. Поперечные швы, какъ мы знаемъ, должны быть параллельны къ изковой сторонѣ и быть въ перевязку; они между собой параллельны.

Помощью начертательной геометрии можно построить проекціи каждаго камня, изъ которыхъ легко было бы судить о натуральной величинѣ ихъ.

Способъ этотъ, самый лучший въ теоретическомъ отношеніи, трудно применить на практикѣ вслѣдствіе того, что каждый камень приходится отдѣлывать по особому шаблону. Способъ этотъ называется французскимъ и иногда употребляется во Франціи.

Употребительнѣе англійскій способъ, въ которомъ все камни имѣютъ одинаковую форму.

Косой сводъ по англійскому способу

Правила конструирования сводовъ:

- 1) пересѣченіе плоскости нормальной къ оси съ внутренней поверхностью свода есть дуга круга,
- 2) меридіан шва на развертывъ есть прямая линия I -ная къ линии A, B , которая есть развернутое очертаніе основанія свода (чер. 183).

3) стоячие швы $\parallel$ -ны шесту и $\perp$ -ны къ несущимъ швамъ развертки и въ натурѣ; следовательно въ разверткѣ они представляются прямыми; а въ натурѣ винтовыми линиями, угломъ наклона которыхъ дополняется уголъ наклона несущихъ швовъ до 90° ;

4) плоскости, какъ несущихъ, такъ и стоячихъ швовъ образованы скрещивающимися прямой $\perp$ ой къ поверхности свода, по соответствующимъ линиямъ.

При такихъ условіяхъ сторона каждаго камня свода, обращенная внутрь, получаетъ очертаніе прямоугольное, и все камни могутъ быть сдѣланы по одному и тому же шаблону. Единственный недостатокъ английской кладки тотъ, что несущіе швы не $\perp$ пяту, и поэтому камни свода, прилегающіе къ основанію имѣютъ особую форму — треугольную.

Пустъ имѣемъ косой сводъ (чер. 183). Вначалѣ опредѣляемъ развертку $A_0 C_0 D B$ внутренней поверхности свода. Для этого проводимъ стѣженіе $BE \perp$ къ оси свода, дугой этого стѣженія делимъ на несколько равныхъ частей, черезъ точки деленія 1, 2, 3 проводимъ образующія поверхности I, II, III ... Для построения, напр., пояса образующей XI на разверткѣ откладываемъ

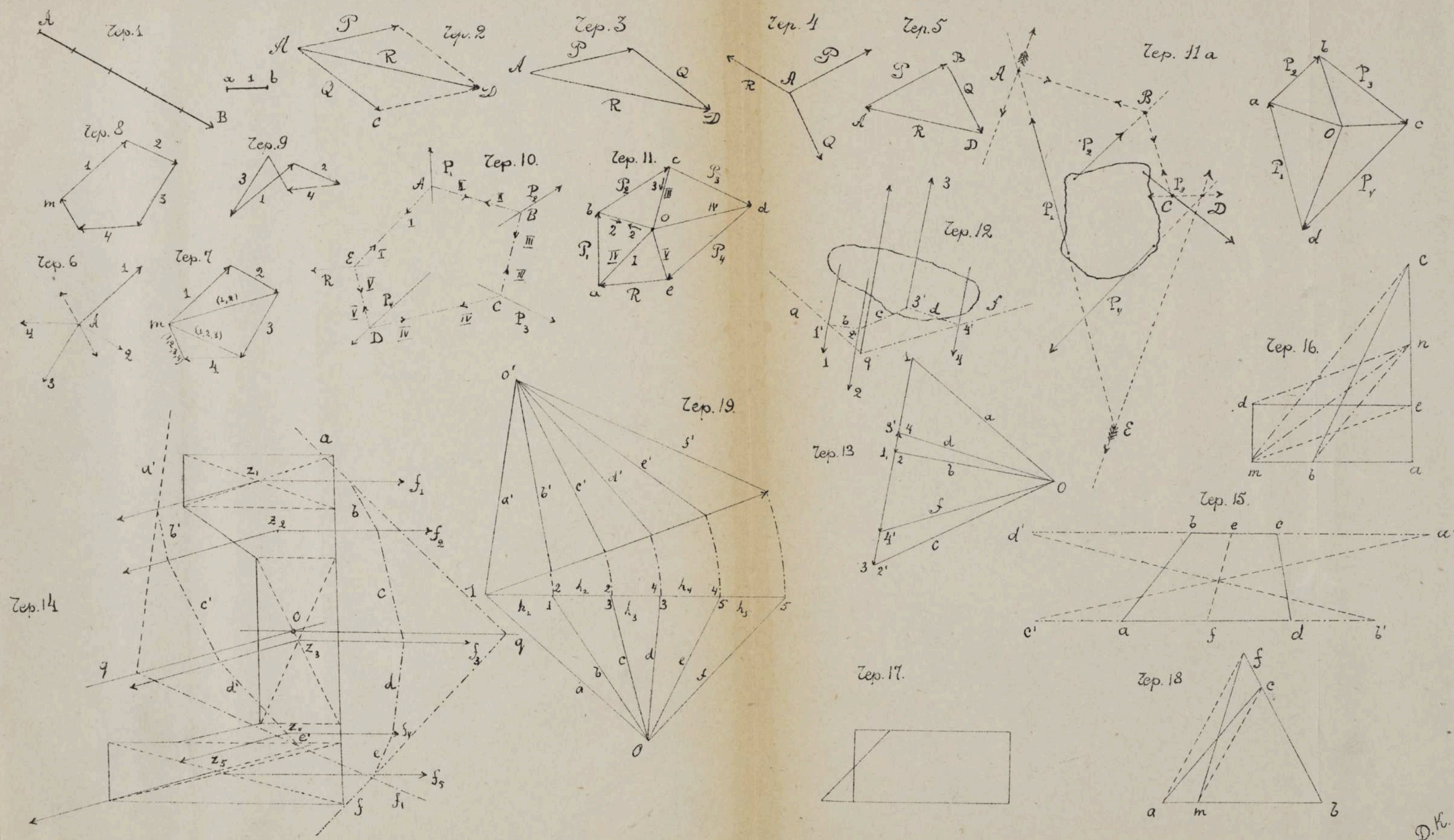
василь на продолжении линии BE отъ точки B величину выпрямленной дуги BN до N , через эту точку $\parallel BD$ пройдет образующая XI въ своемъ положеніи на разверткѣ. Для нахождения развертки направляющей свода BA заимствуемъ точки пересеченій горизонтальныхъ проекцій образующихъ съ горизонтальной проекціей направляющей (BA) и через эти точки проводимъ линии I къ оси вращения BD до пересеченія съ соответственными образующими въ ихъ новомъ положеніи на разверткѣ. Черезъ это получимъ линию BA_0 , которая будетъ мало отстояться отъ прямой BA . Лестница шва на разверткѣ изобразится прямыми I или къ линии A_0B , а стогаль изобразится прямыми I или къ линіямъ лестничныхъ швовъ. Такимъ образомъ получимъ на разверткѣ видъ внутренней кладки свода; все каменъ, каковъ видно прямоугольные, за исключеніемъ призматическихъ докелей, которые треугольны.

Теперь не трудно нарисовать шва въ проекціяхъ. Для примера укажемъ, какъ наводятся проекціи шва CoA .

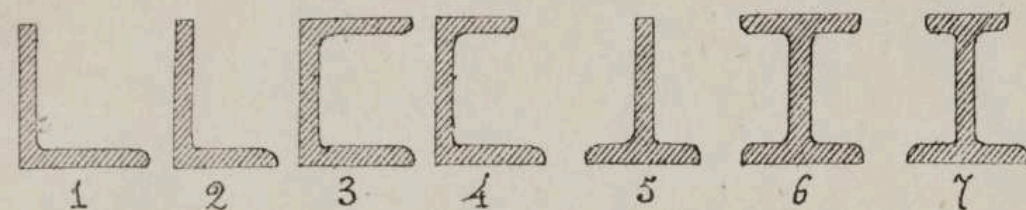
Заимствуемъ точки пересеченія этого шва съ образующими на разверткѣ I, II . Эти точки соответственно будутъ m, n . Построимъ проекции

одной из этих точек, напр. P . Тогда P на развертке лежит на образующей II , а потому и ее проекции должны находиться на проекциях этой образующей; горизонтальную проекцию найдем, проведя через точку P линию $\parallel EB$ до пересечения с горизонтальной проекцией образующей, а по горизонтальной найдем вертикальную. Найдя проекции точек d, l, m, c и соединив их получим, что горизонтальная проекция тва будет $d l m c$, а вертикальная $d' l' m' c'$.

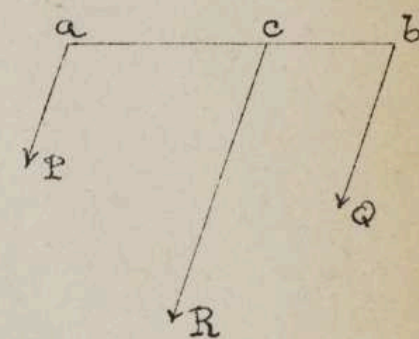
*



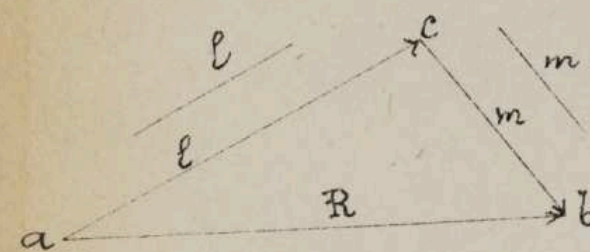
Чер. 20



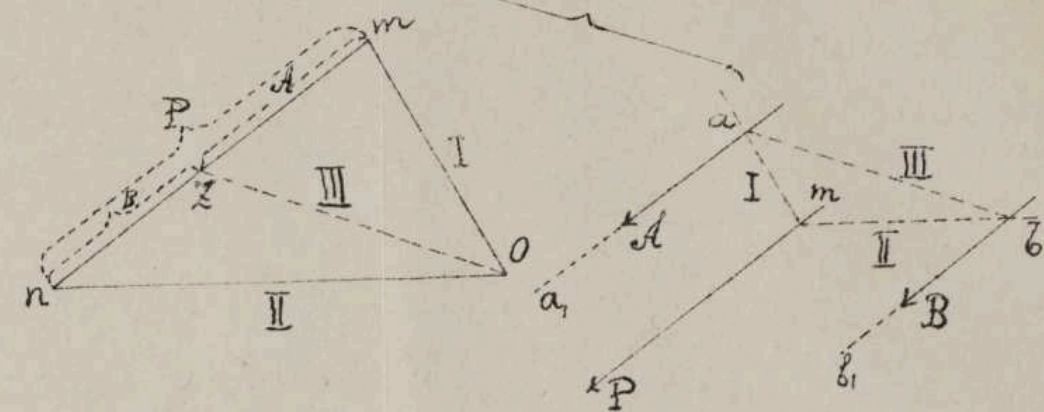
Чер. 21



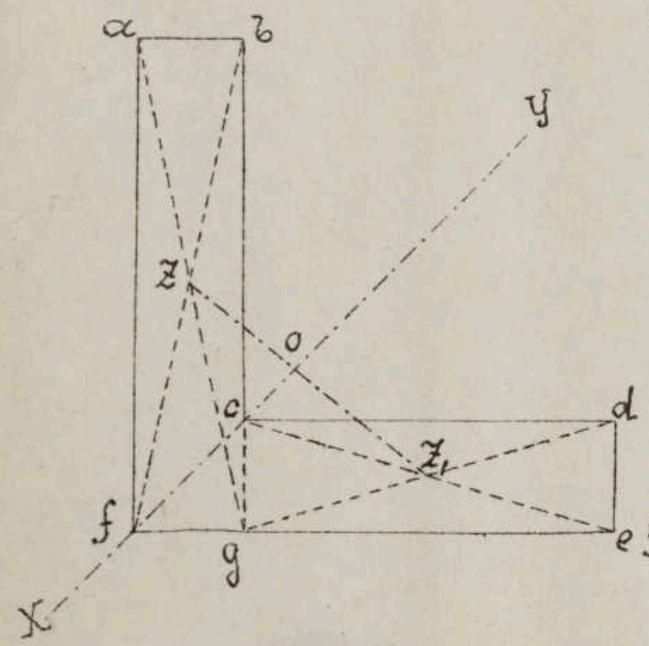
Чер. 30



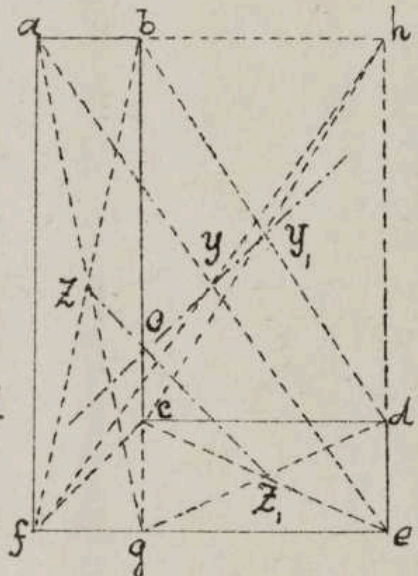
Чер. 32



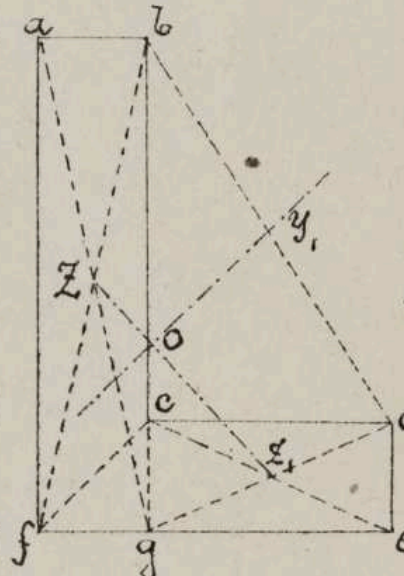
Чер. 22



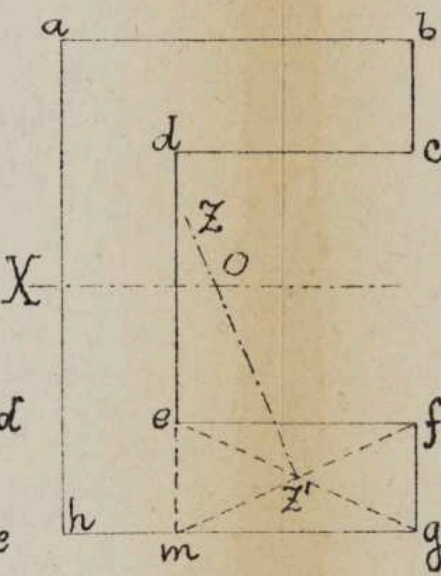
Чер. 23



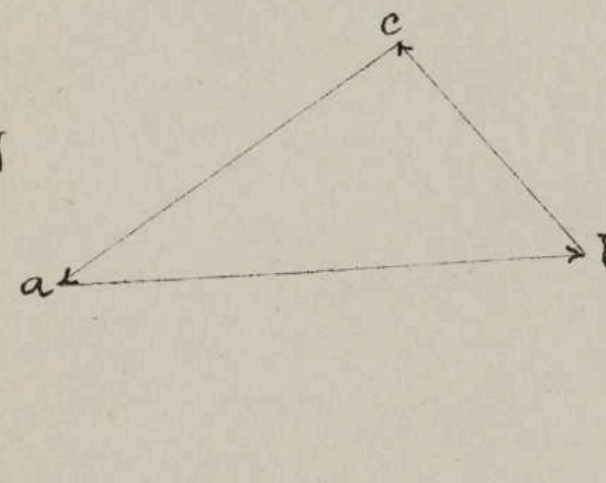
Чер. 24



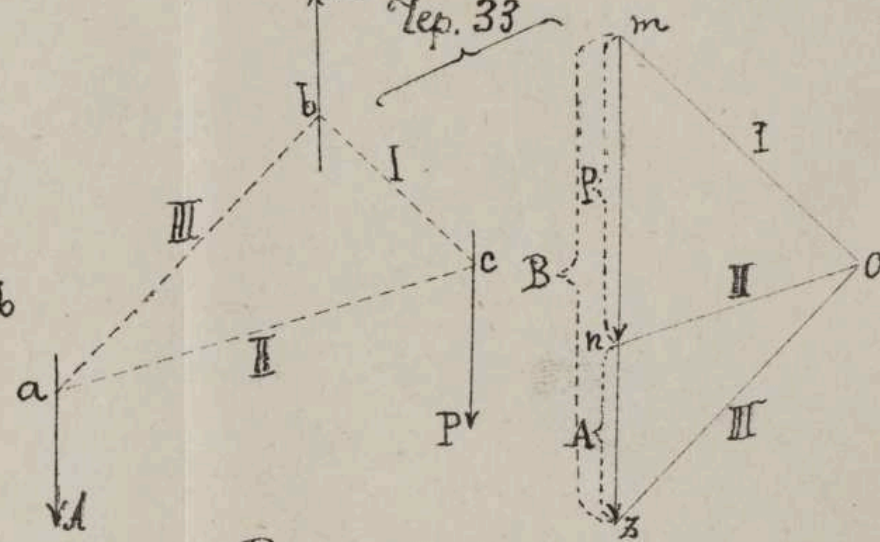
Чер. 25



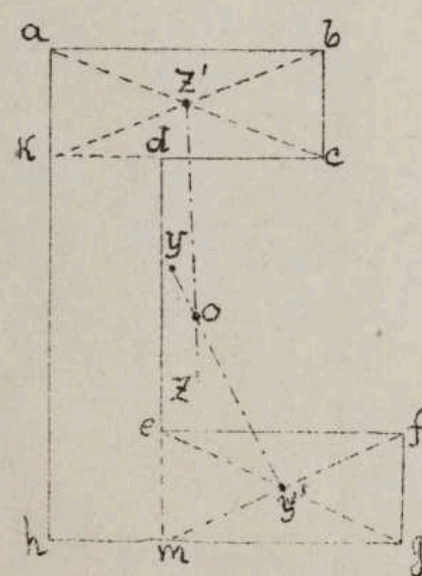
Чер. 31



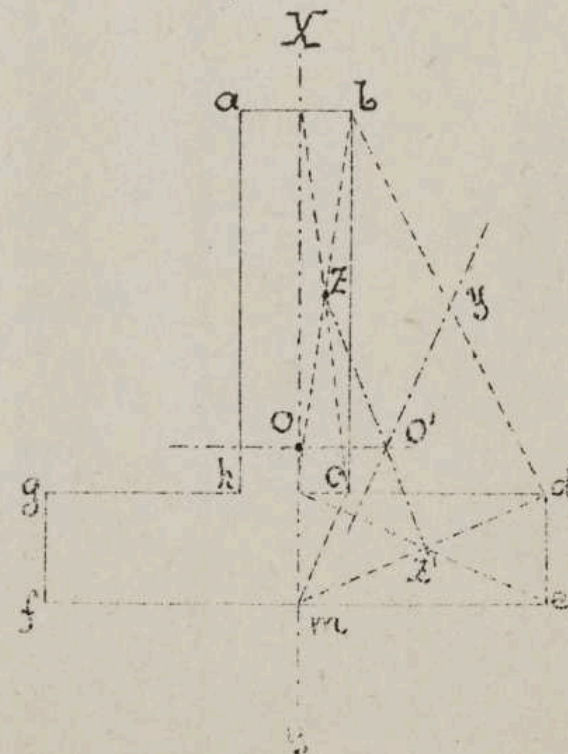
Чер. 33



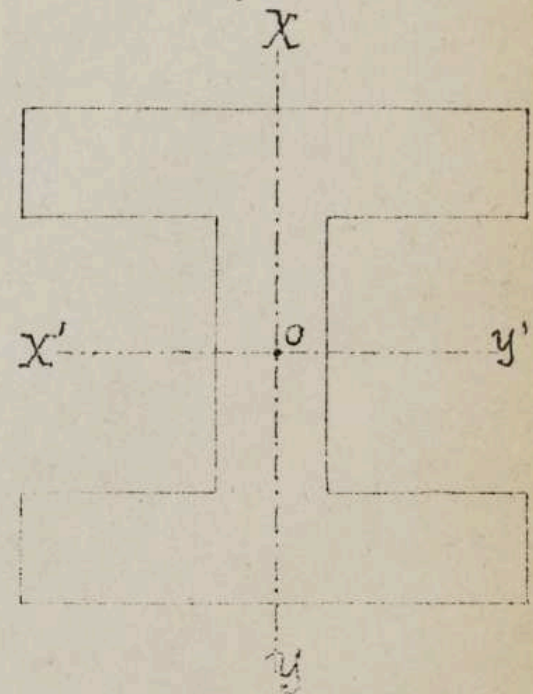
Чер. 26



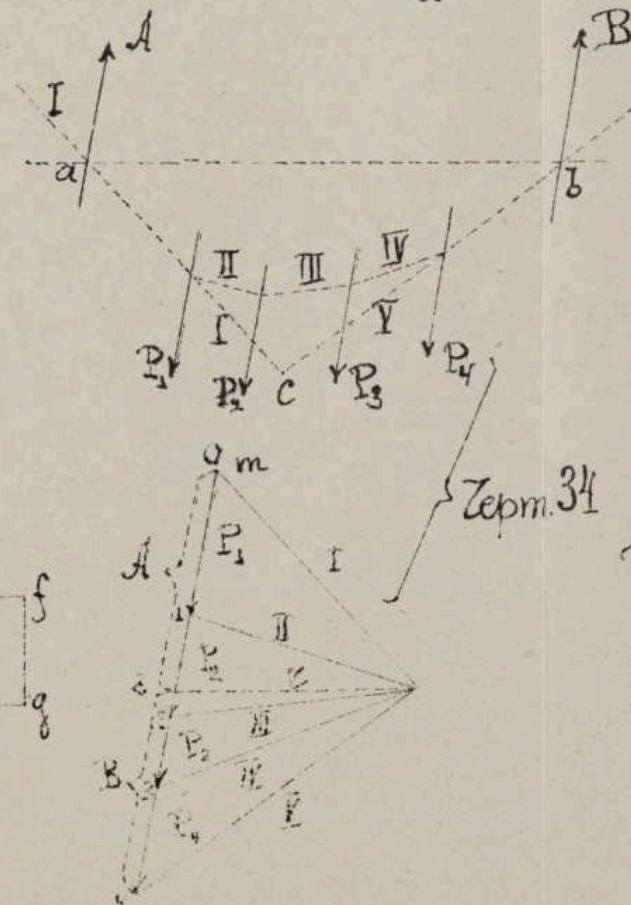
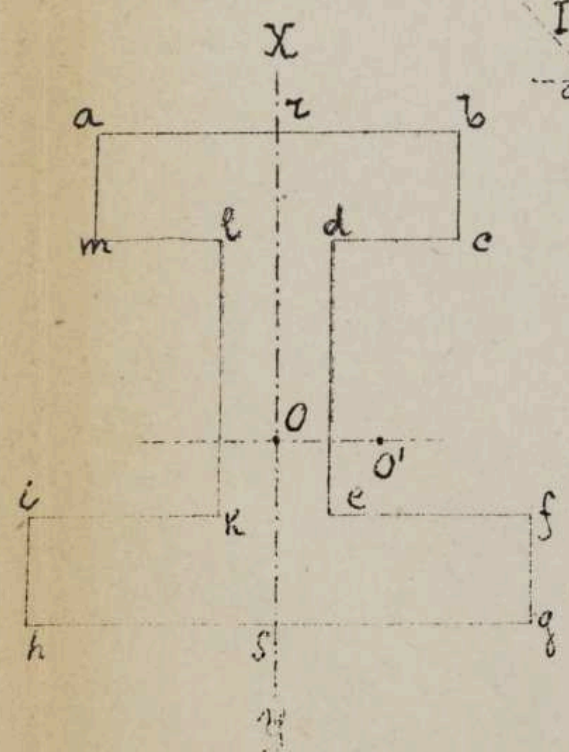
Чер. 27



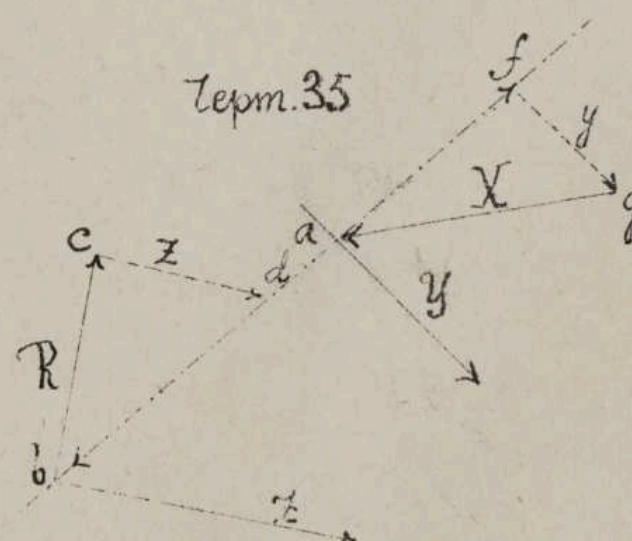
Чер. 28



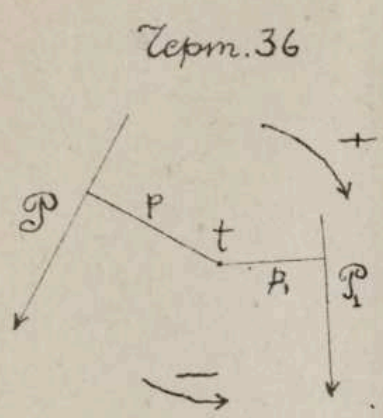
Чер. 29



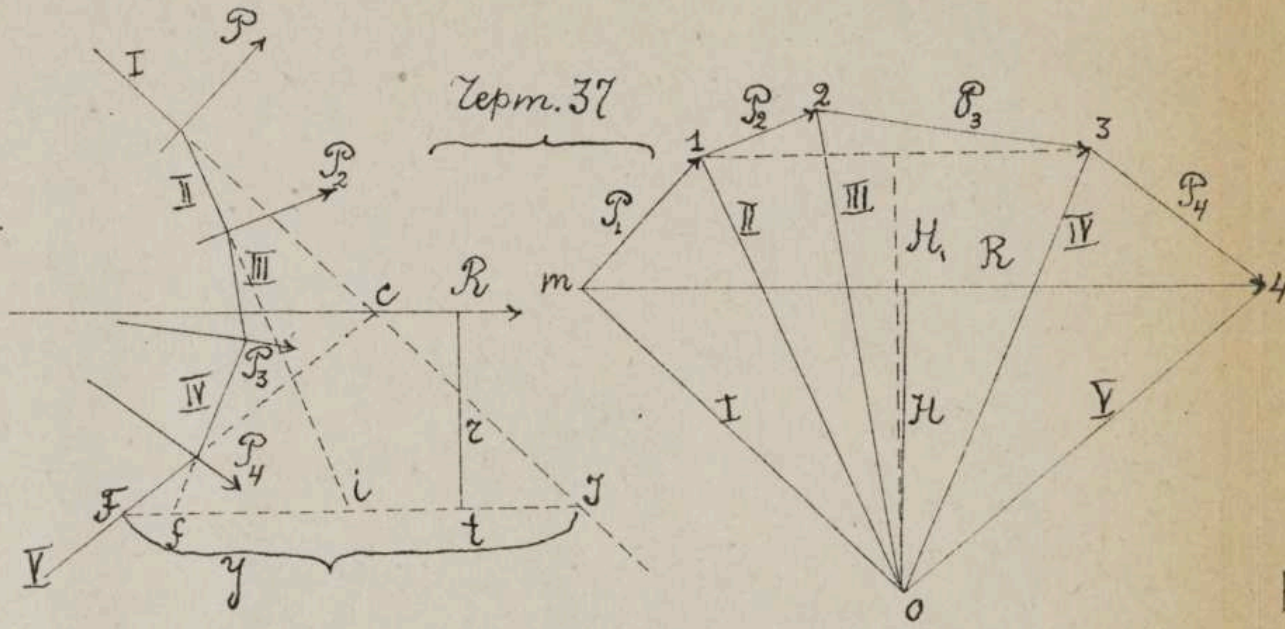
Чер. 35



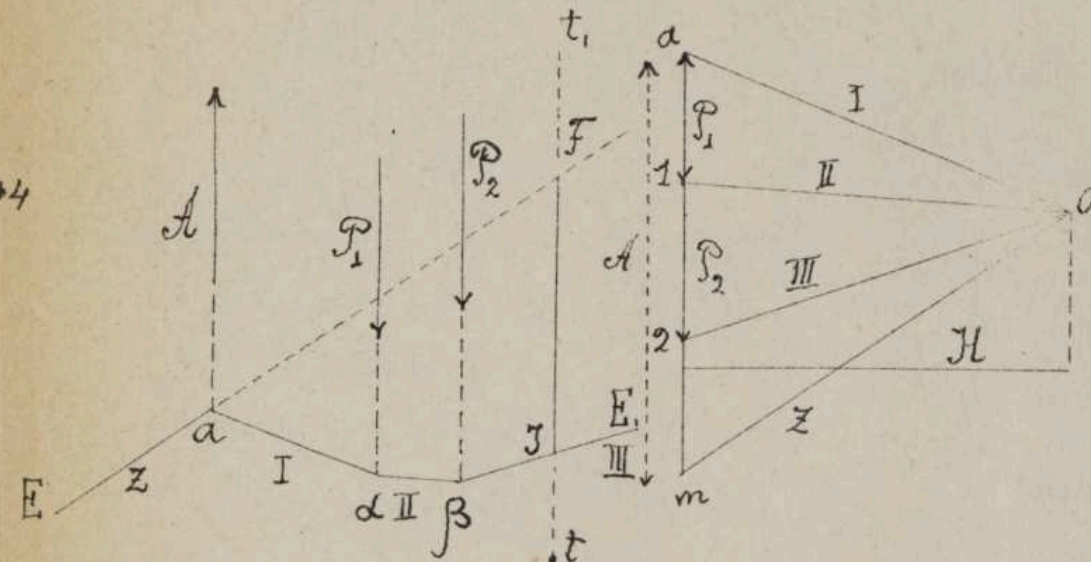
Зепм. 36



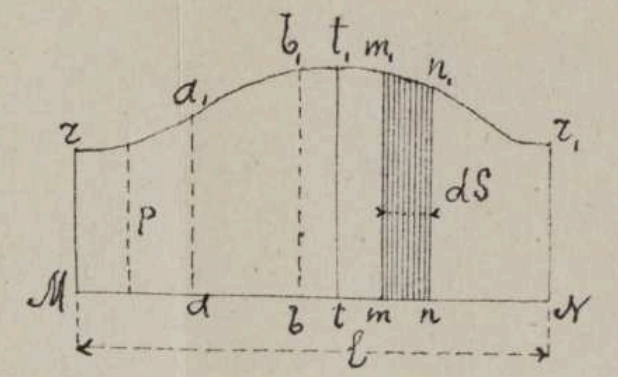
Зепм. 37



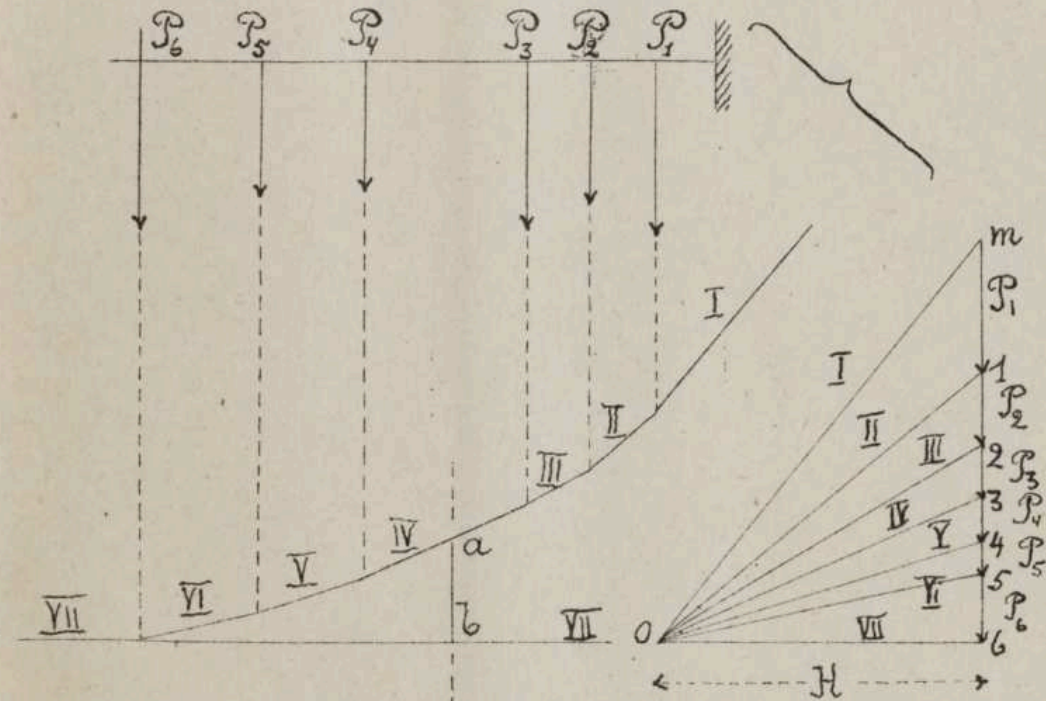
Зепм. 38



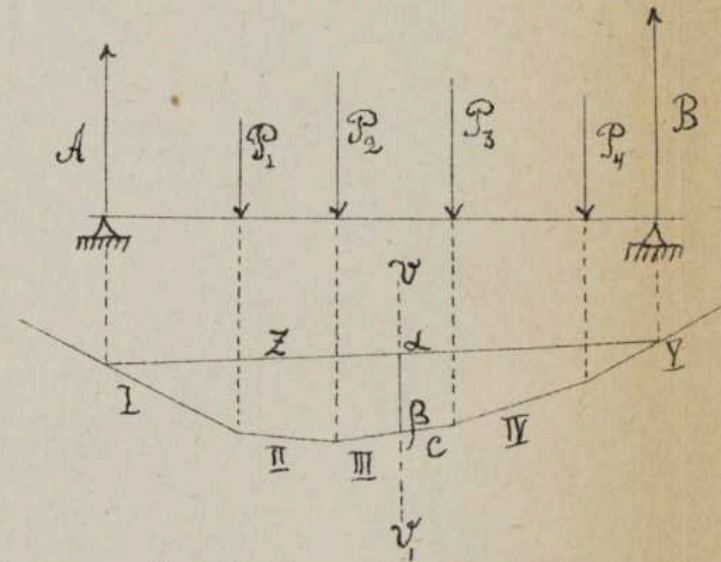
Зепм. 41



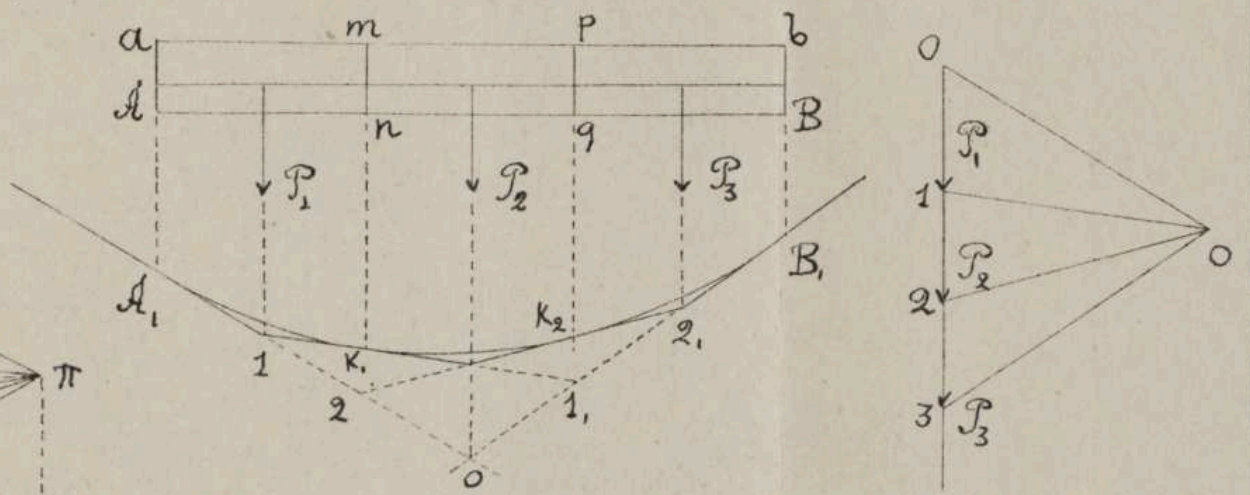
Зепм. 39



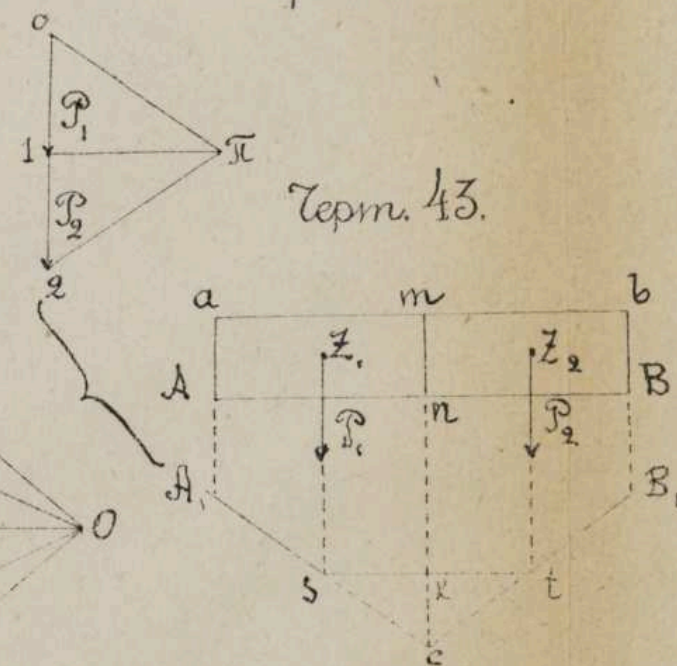
Зепм. 40



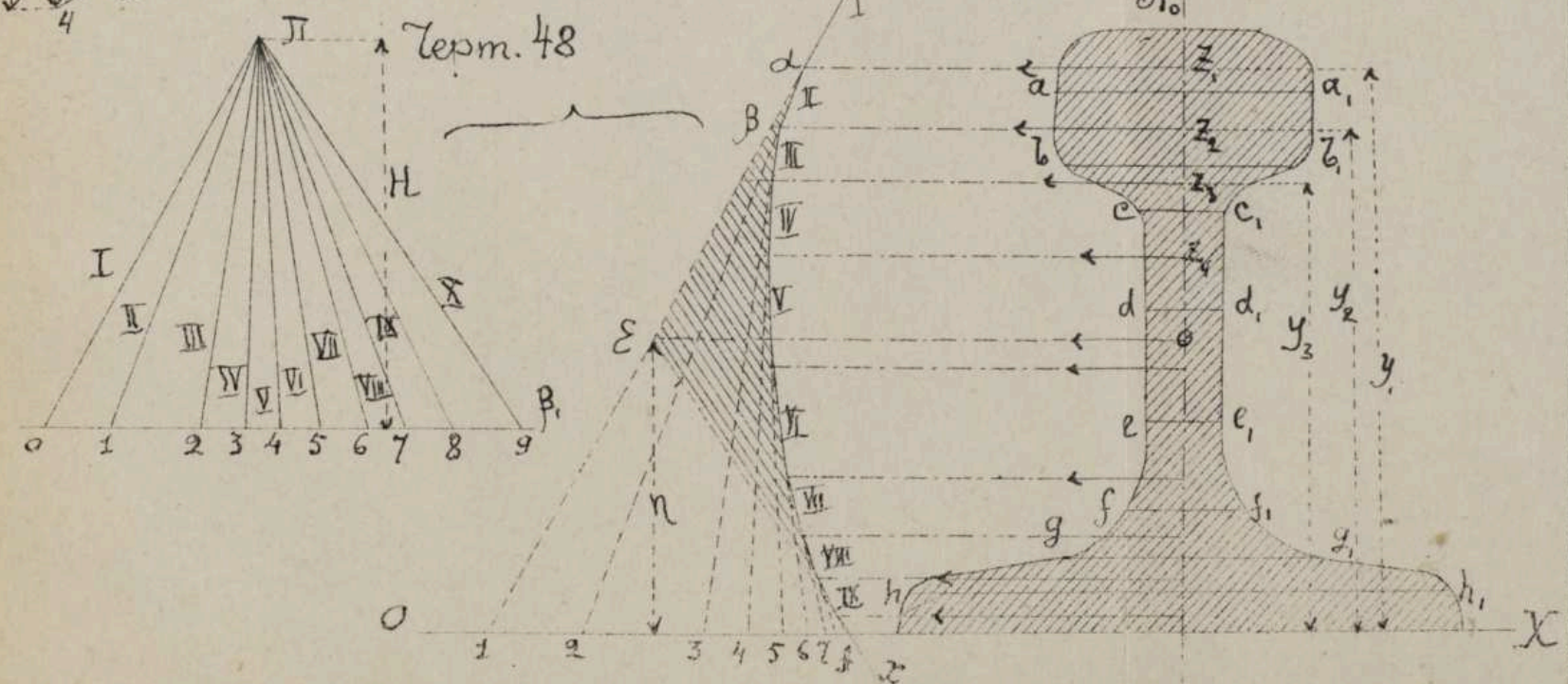
Зепм. 44



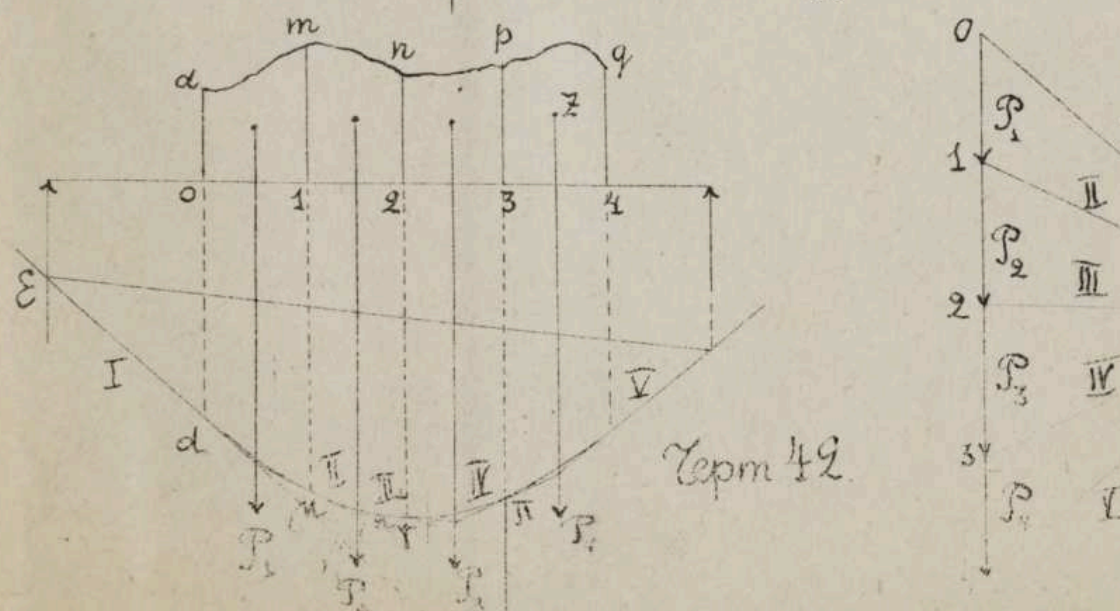
Зепм. 43



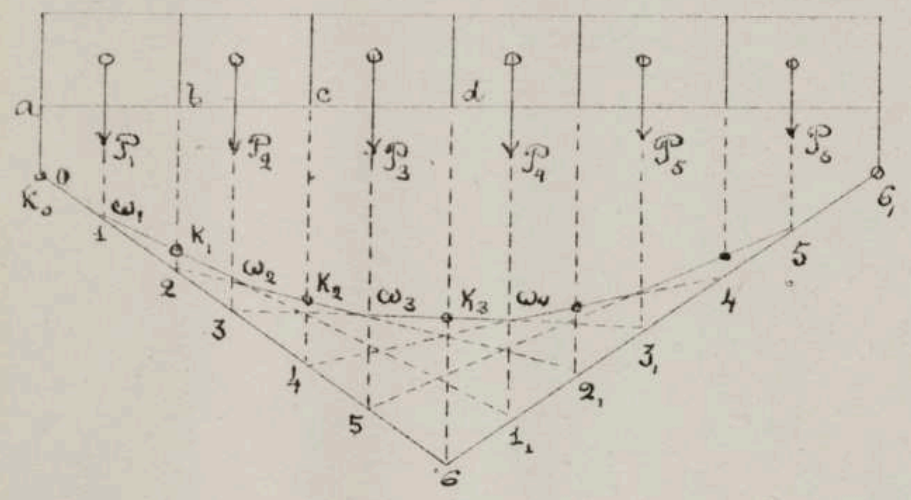
Зепм. 48



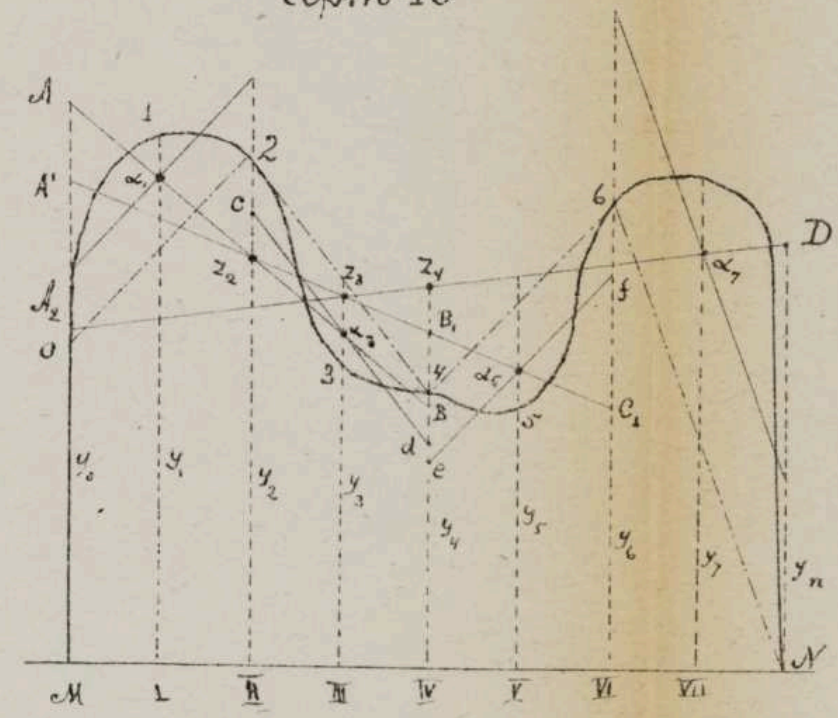
Зепм. 42



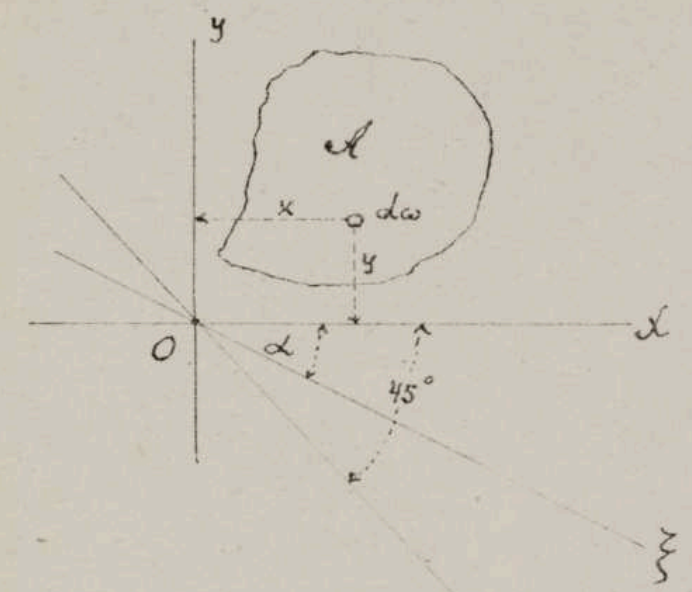
Зерм. 45



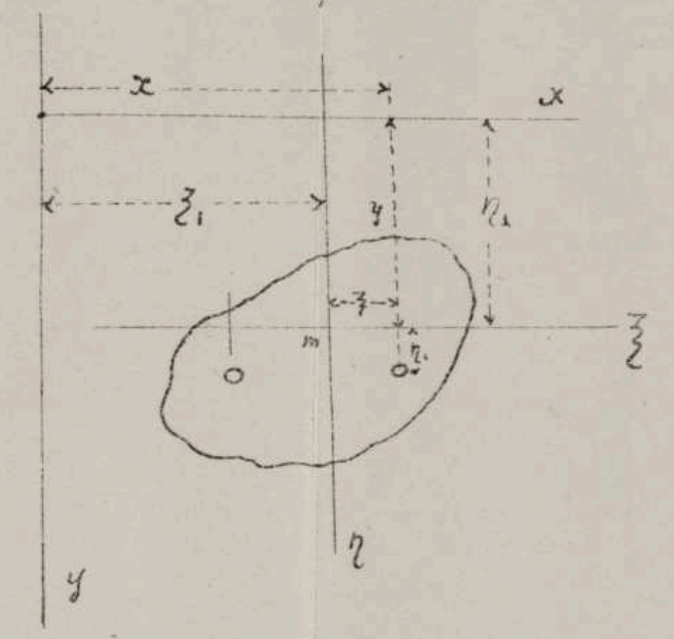
Зерм. 46



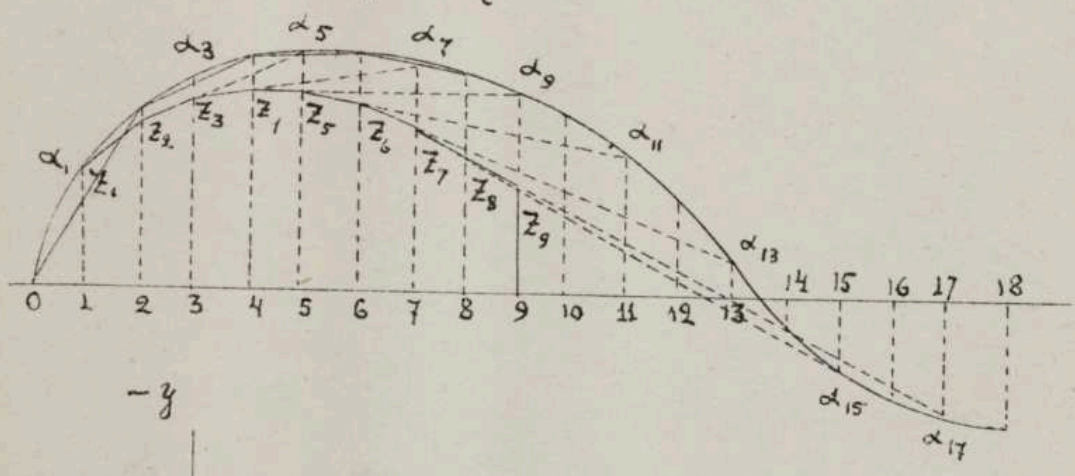
Зерм. 49



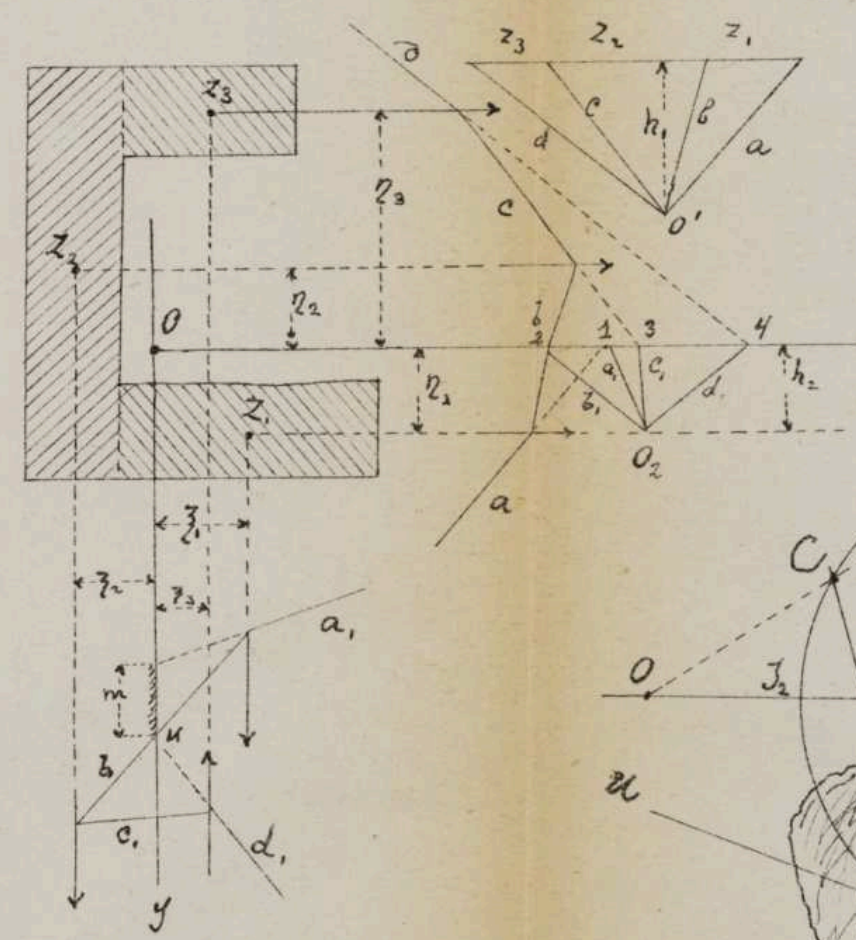
Зерм. 51



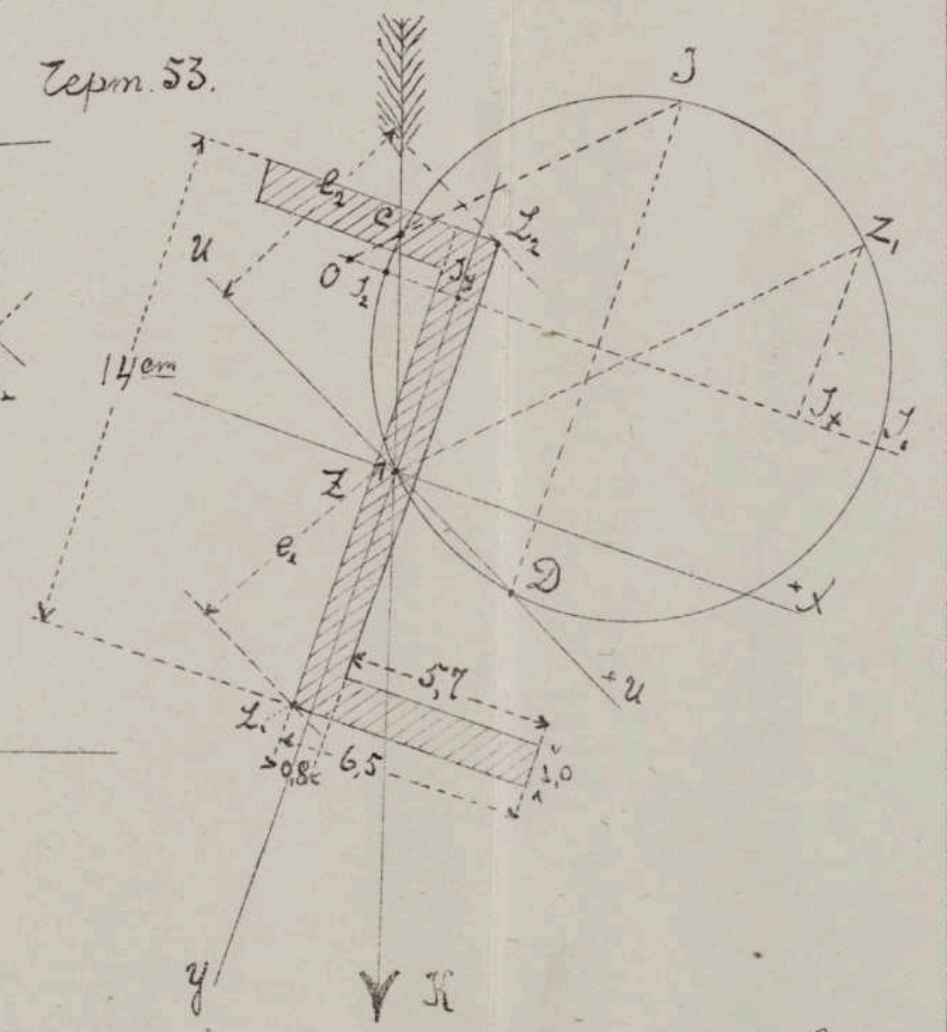
Зерм. 47



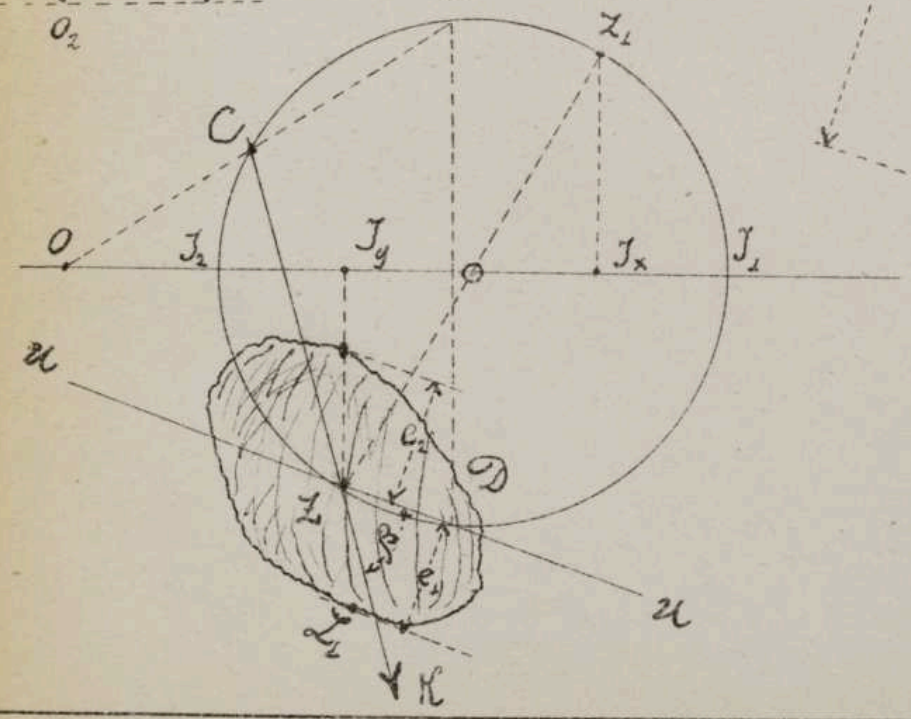
Зерм. 52



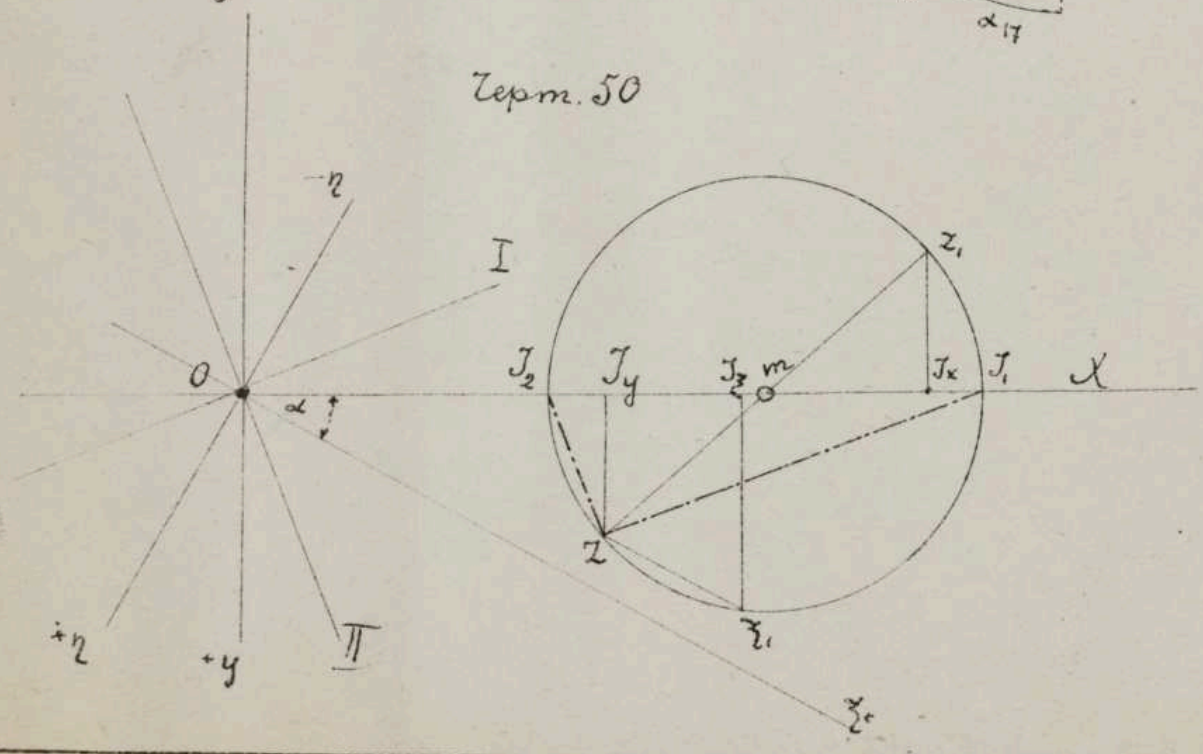
Зерм. 53.

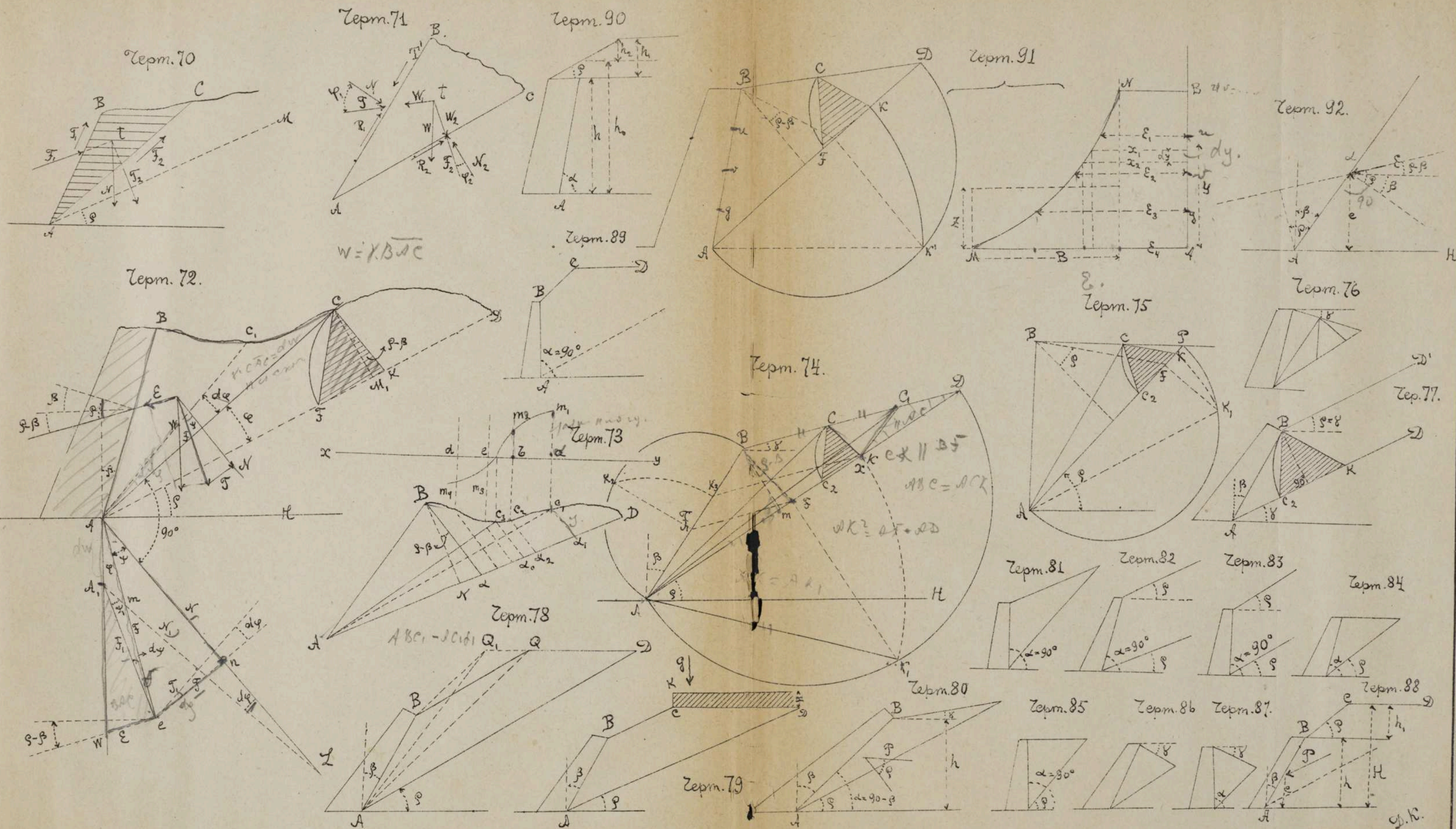


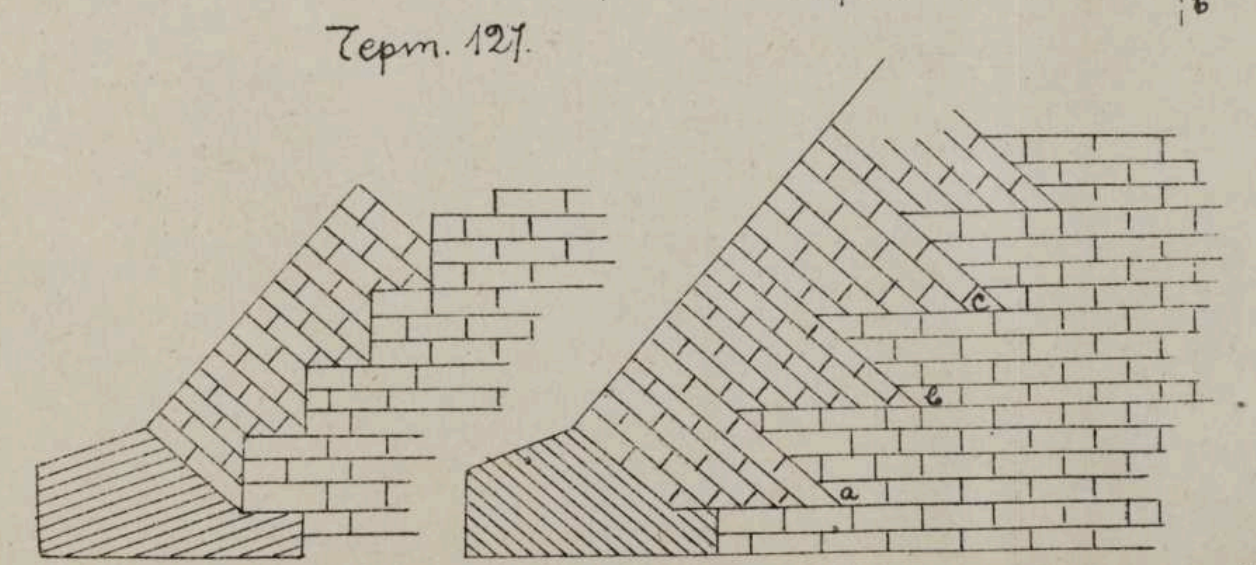
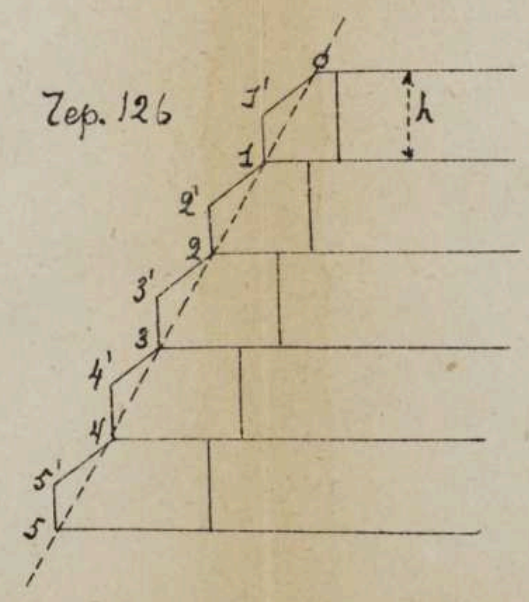
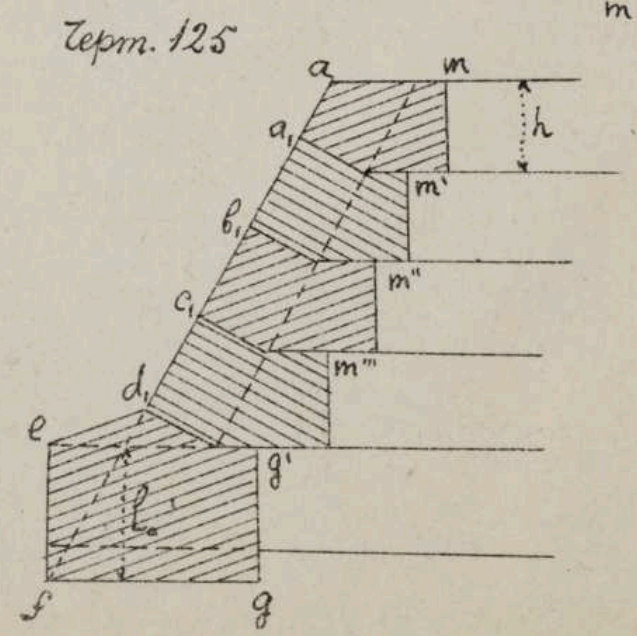
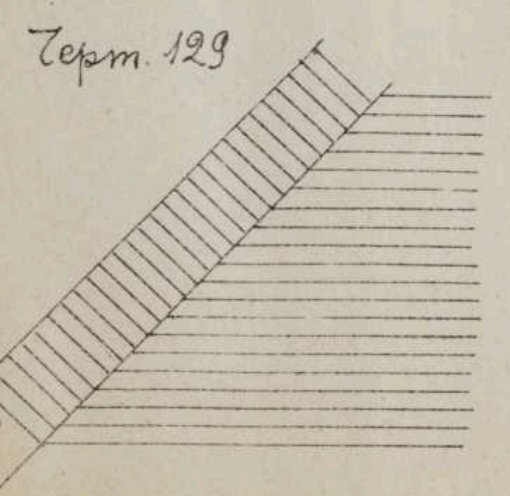
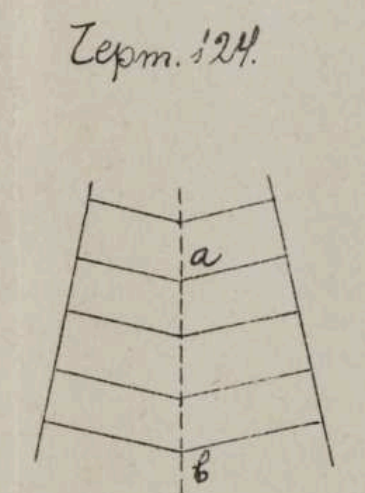
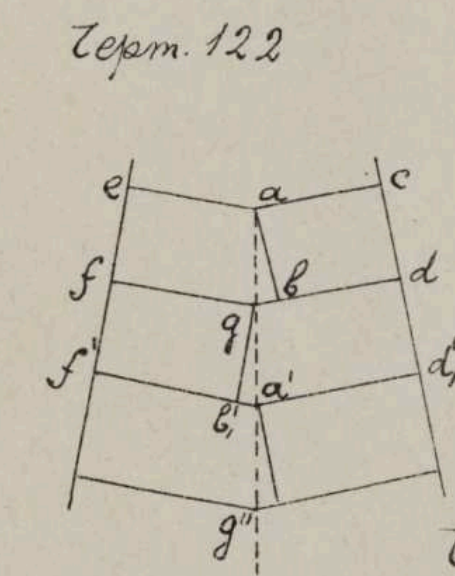
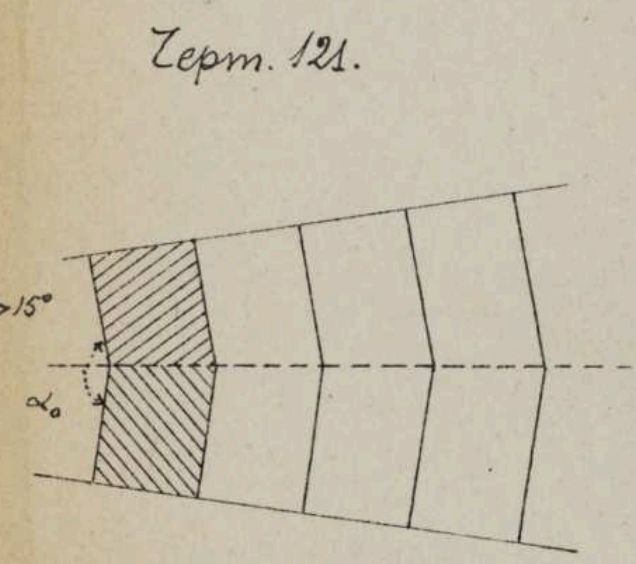
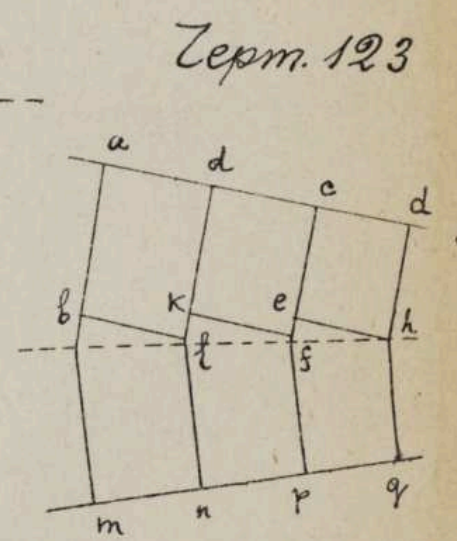
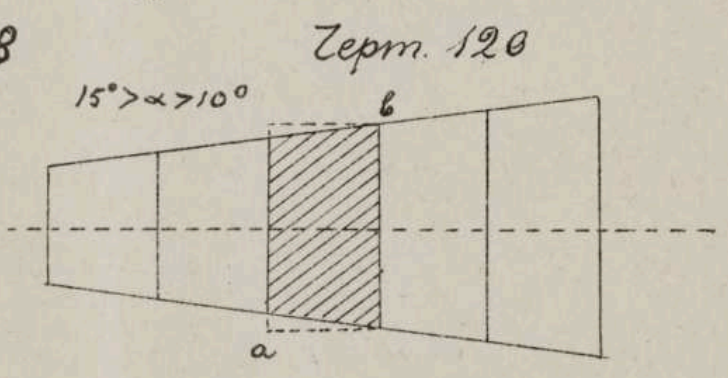
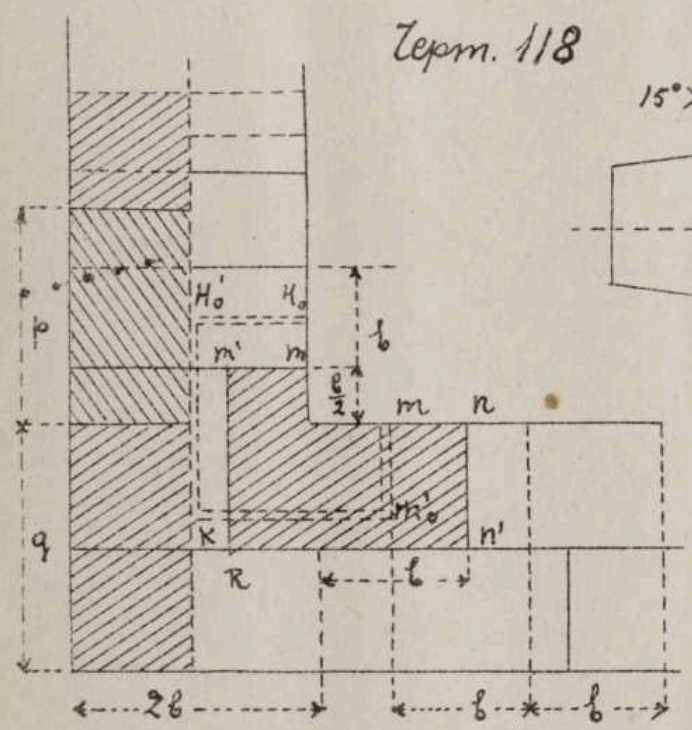
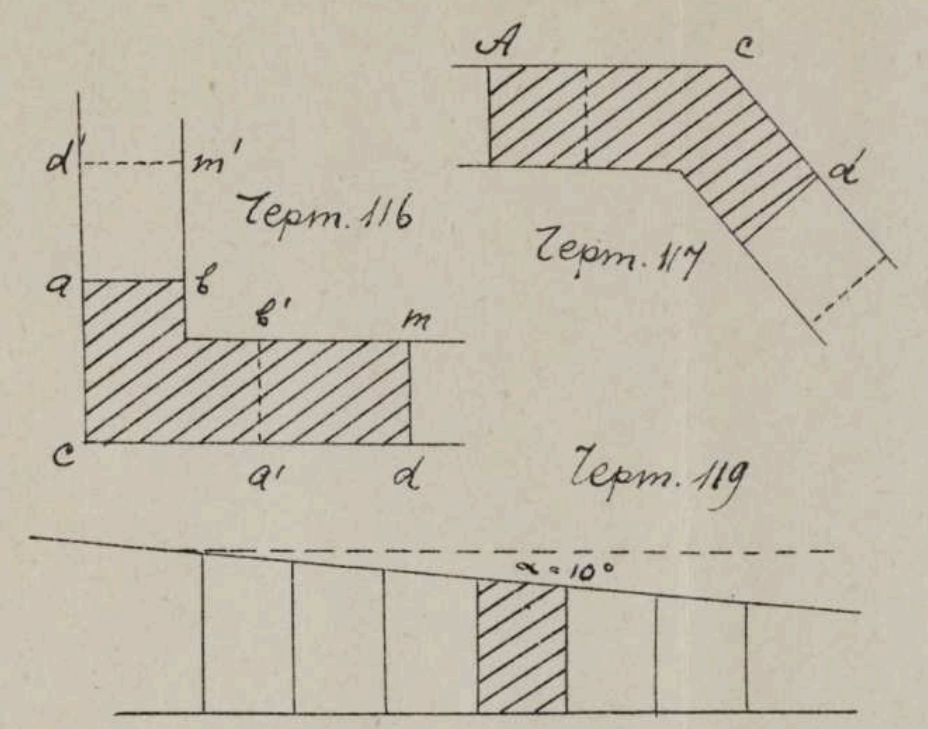
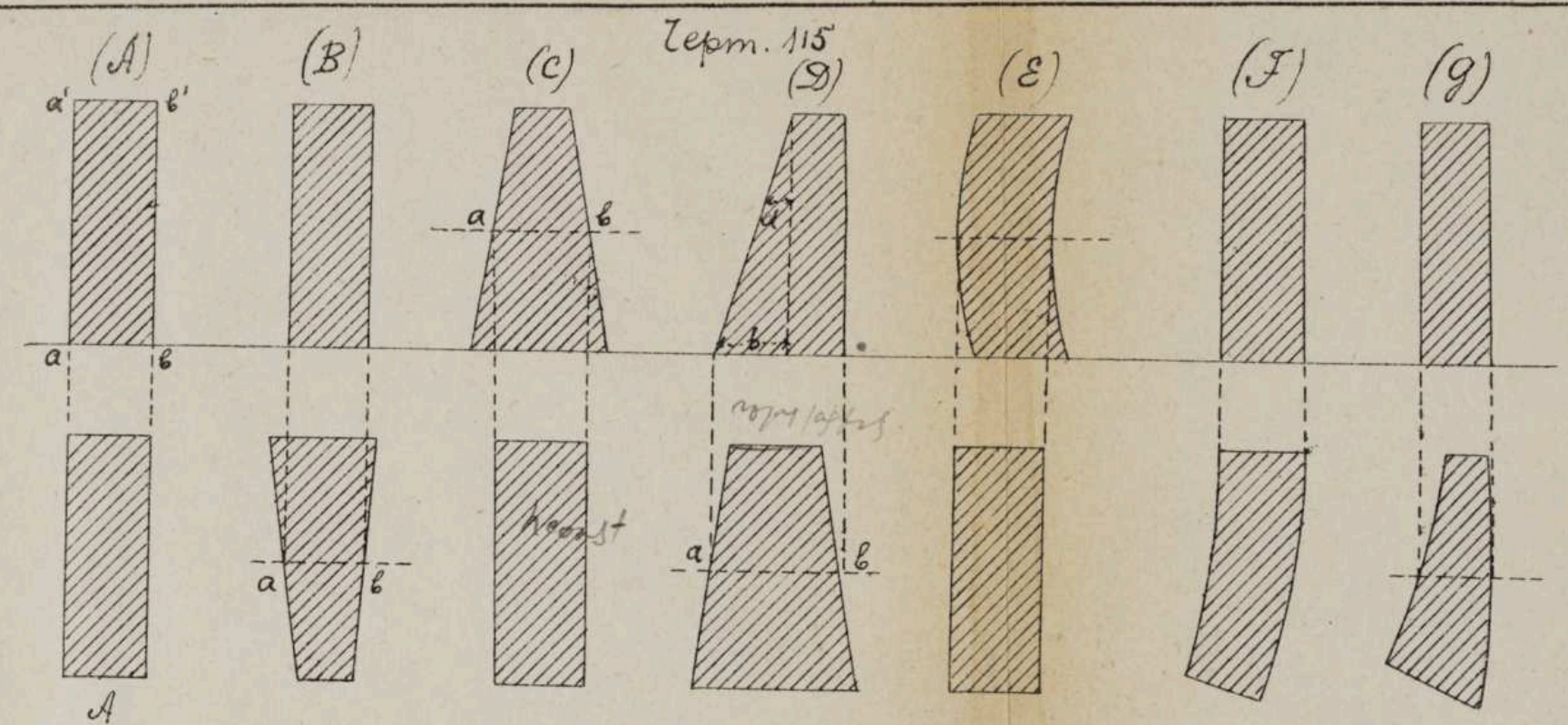
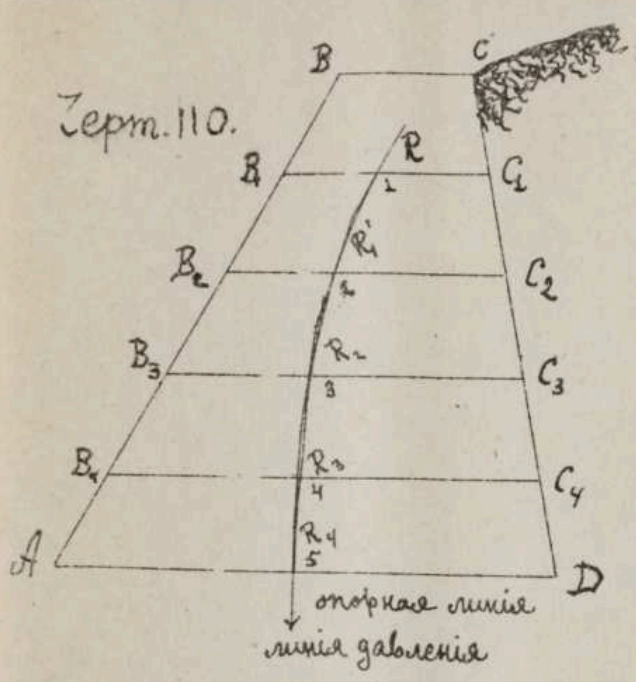
Зерм. 54.

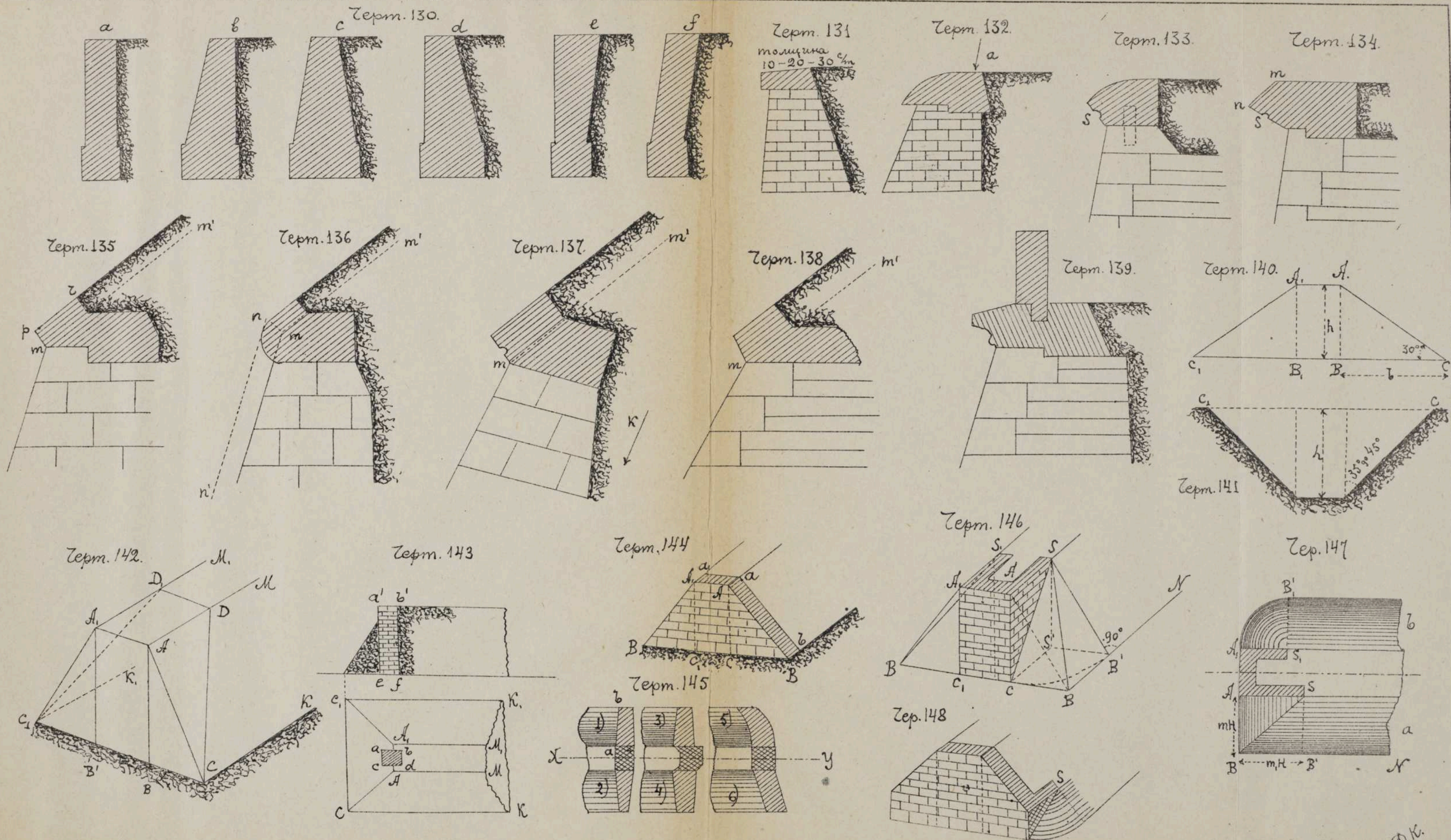


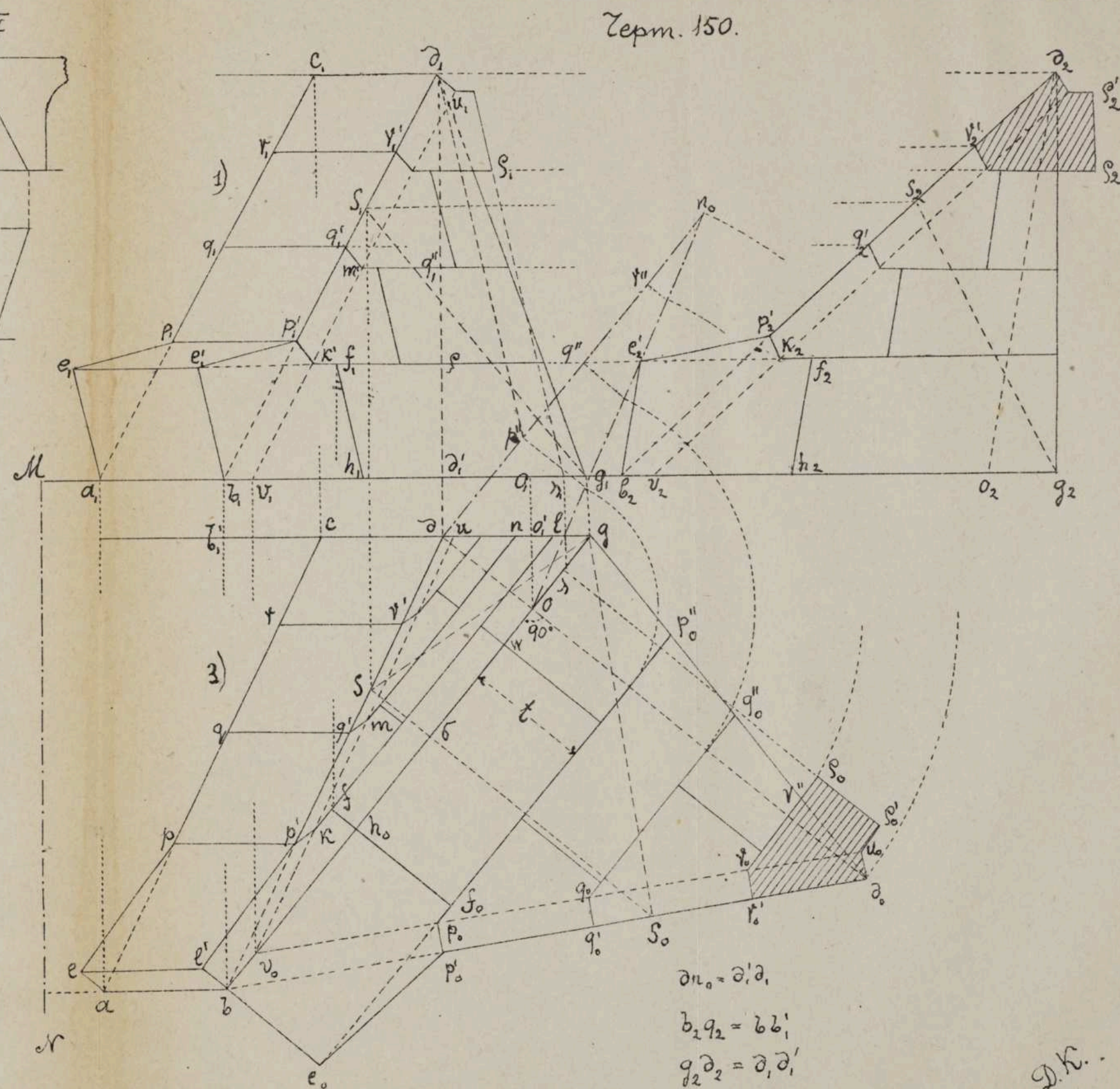
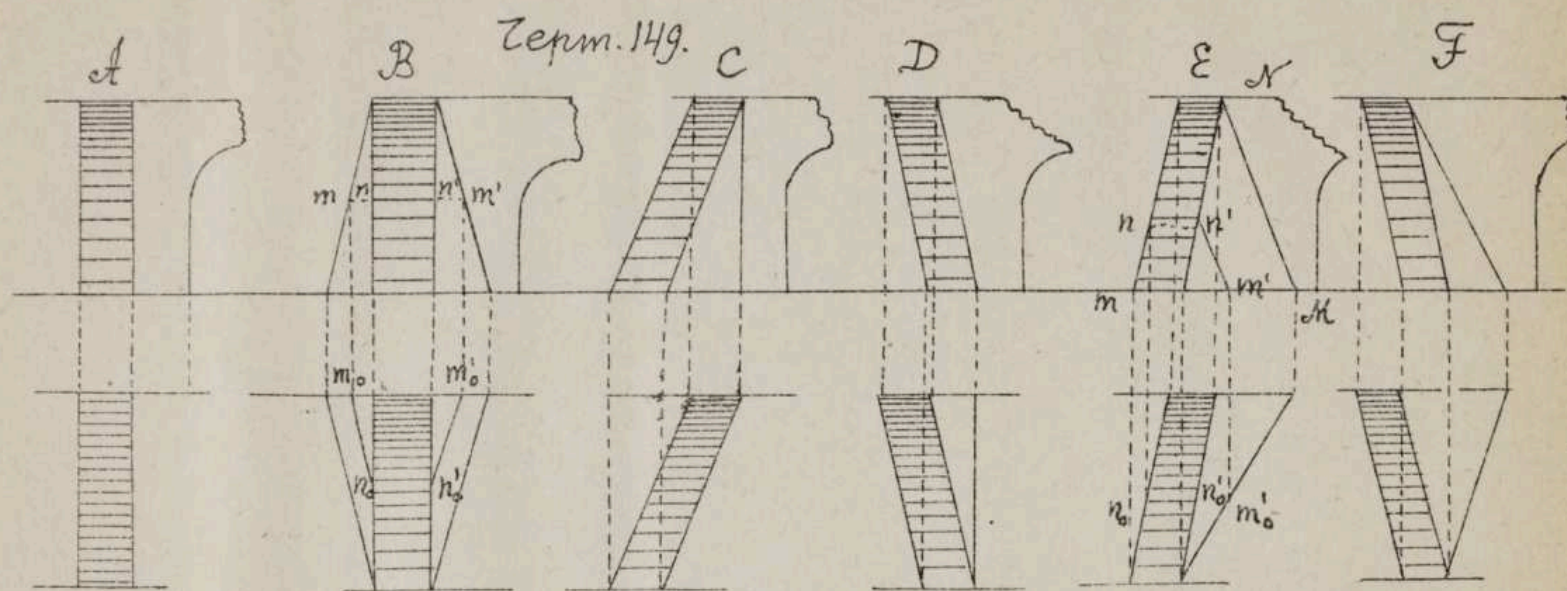
Зерм. 50





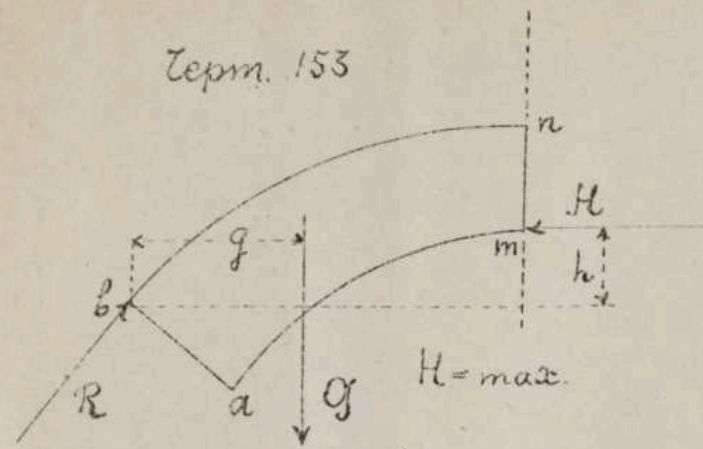




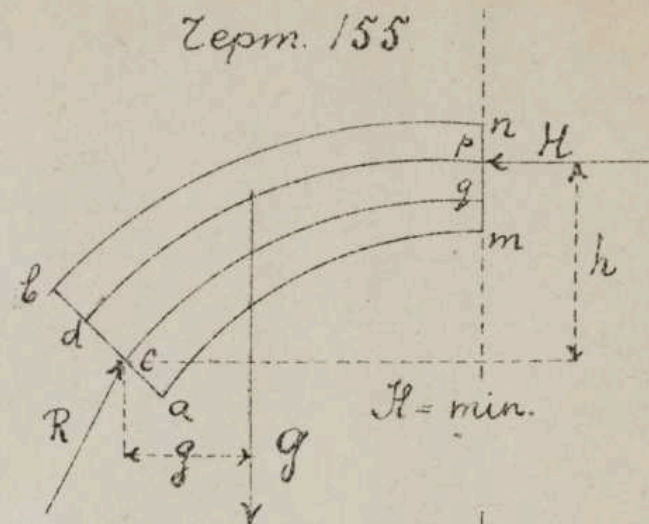


Д.К.

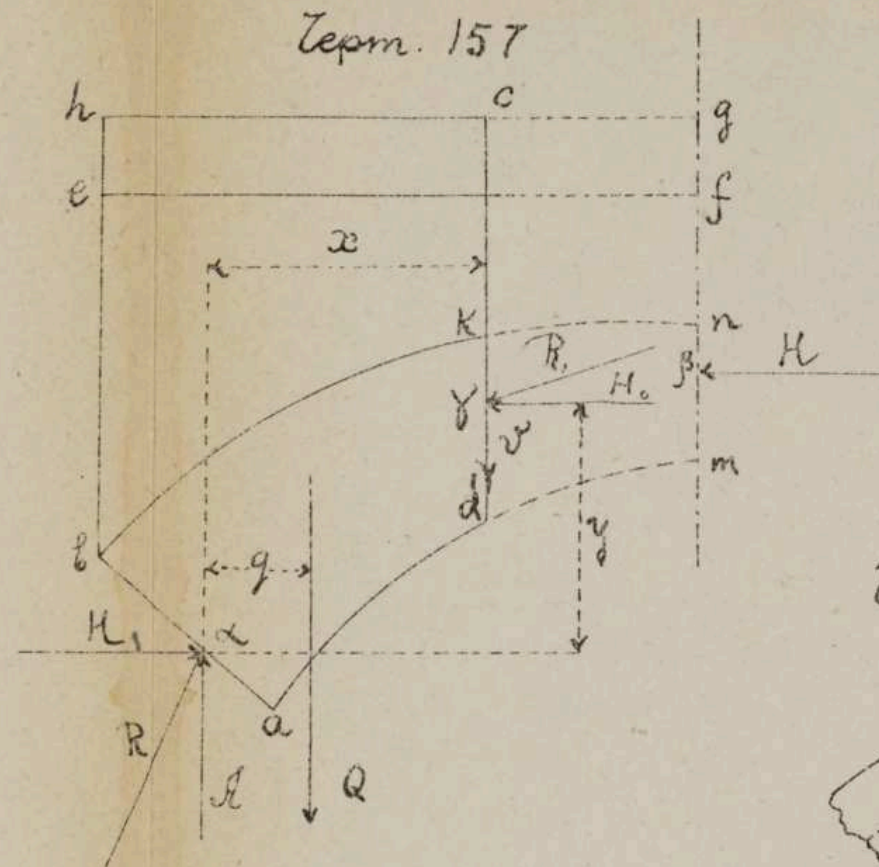
Черт. 153



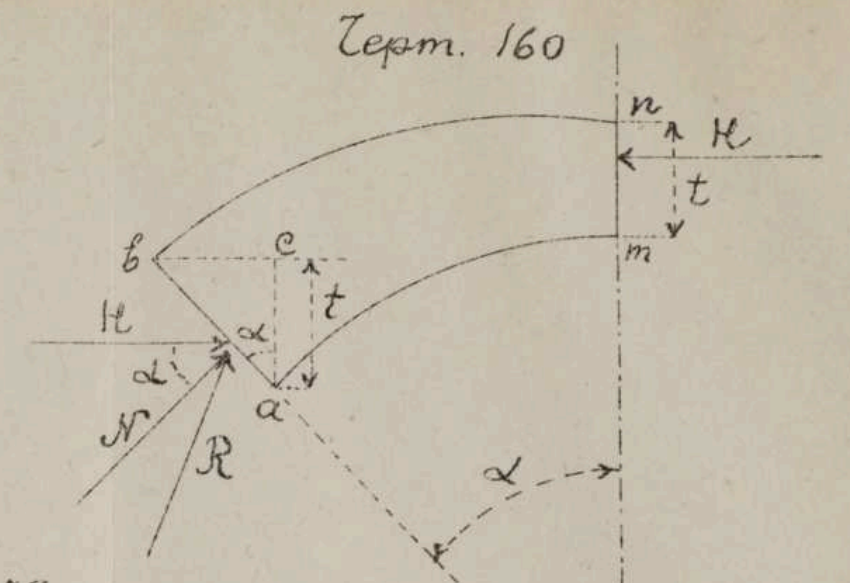
Черт. 155



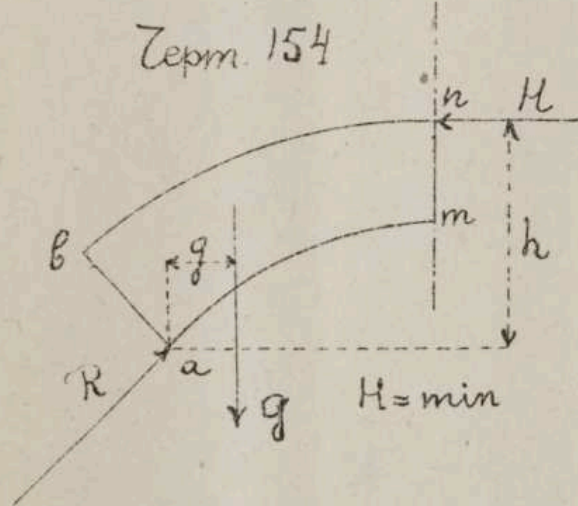
Черт. 157



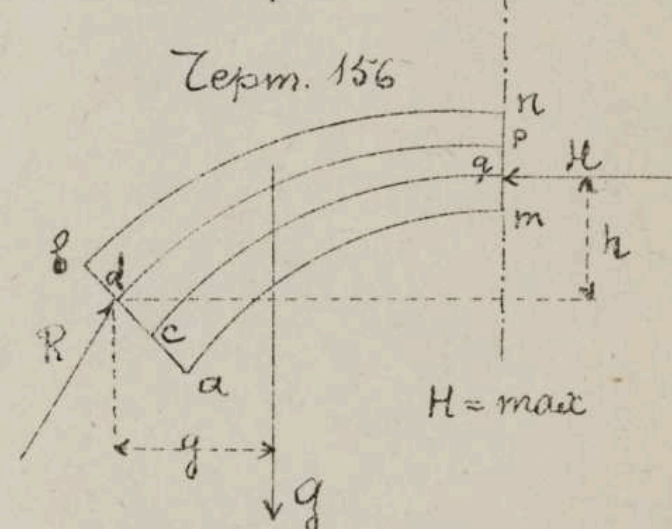
Черт. 160



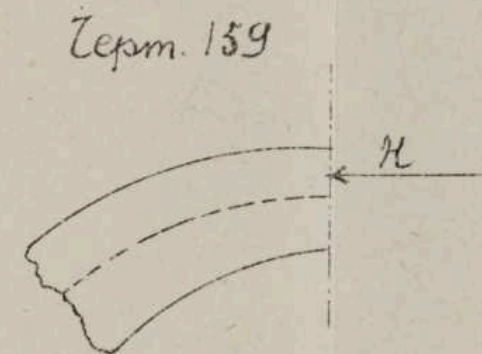
Черт. 154



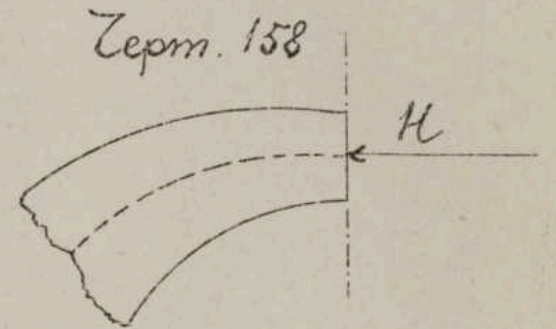
Черт. 156



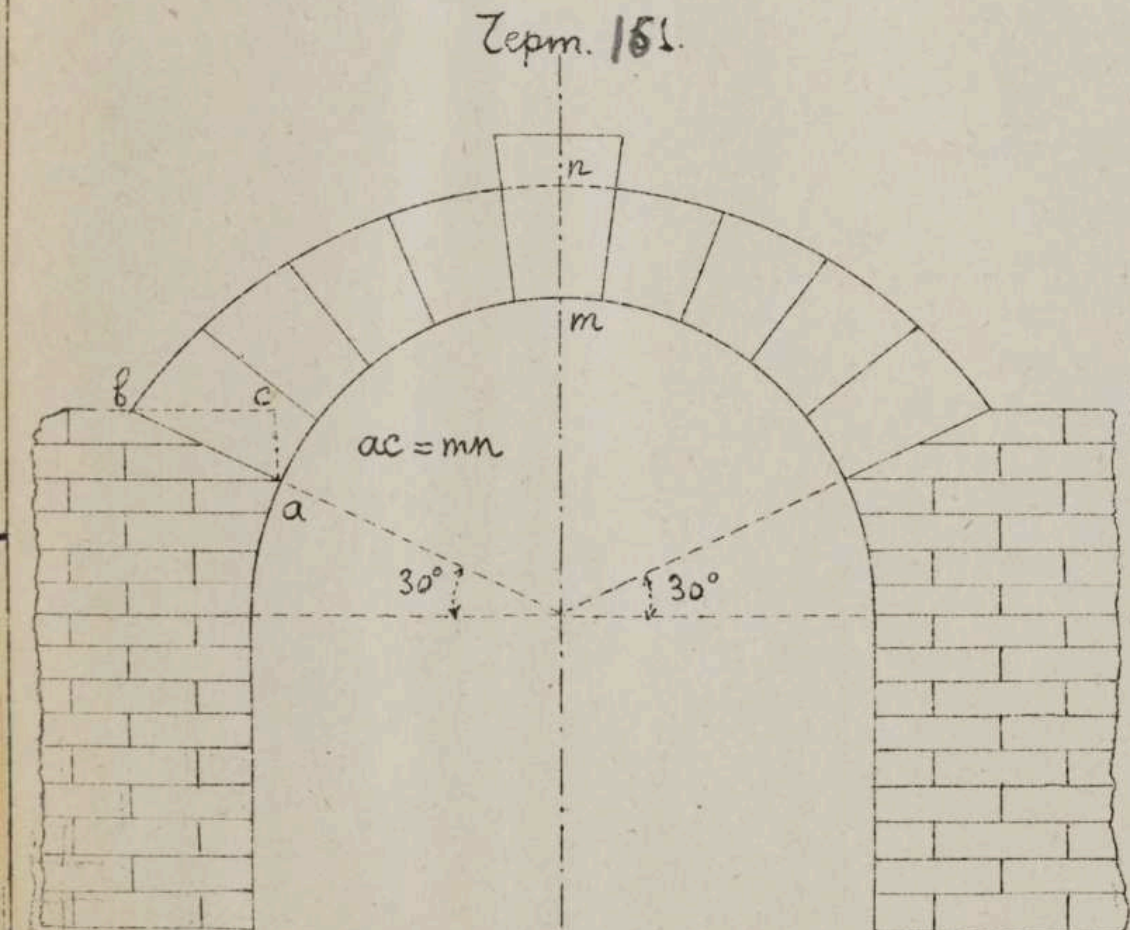
Черт. 159



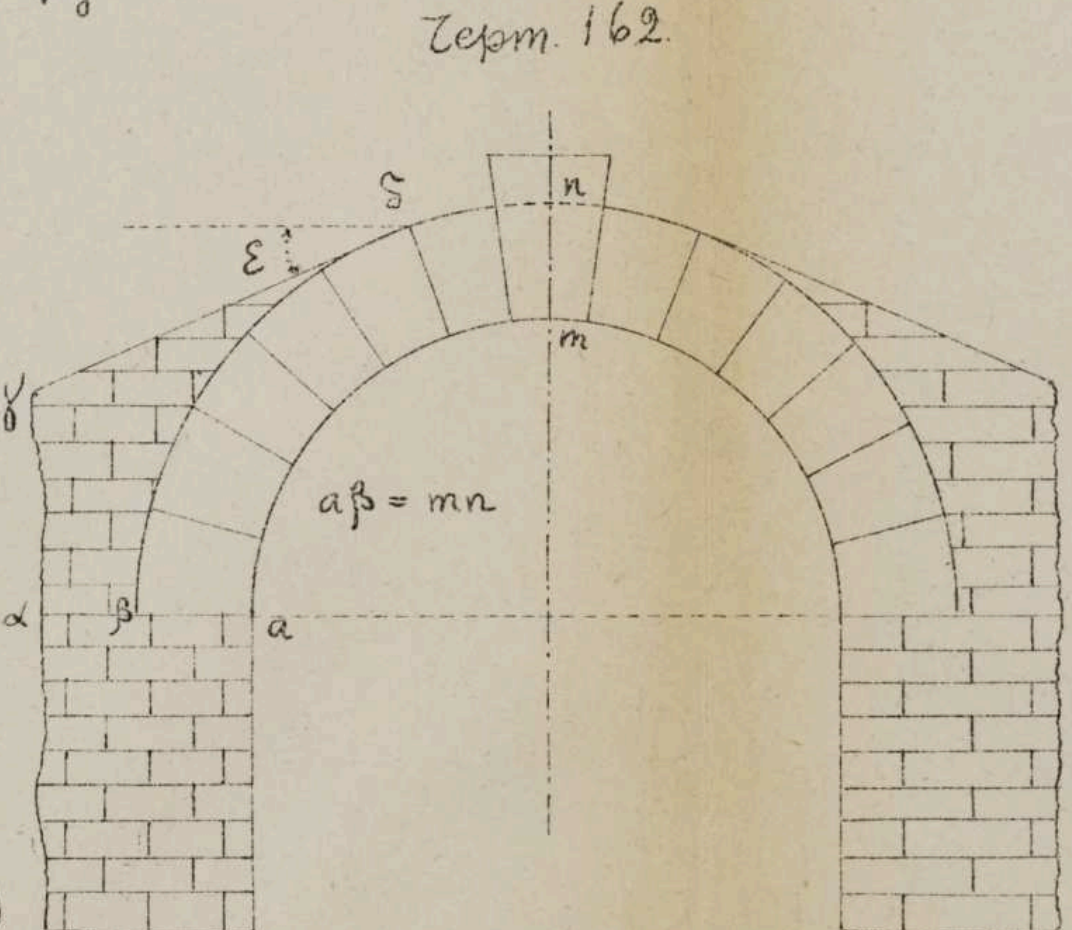
Черт. 158



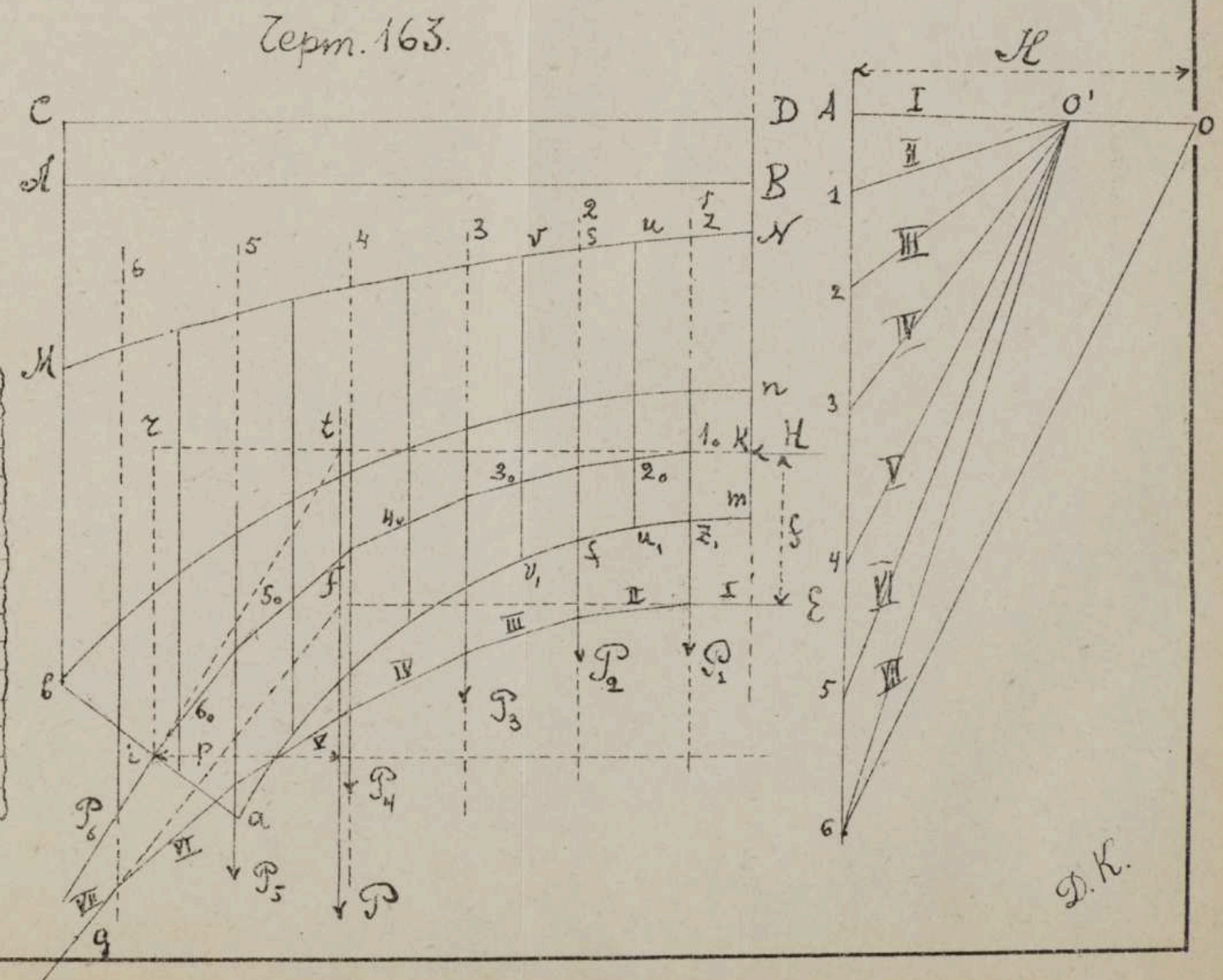
Черт. 161

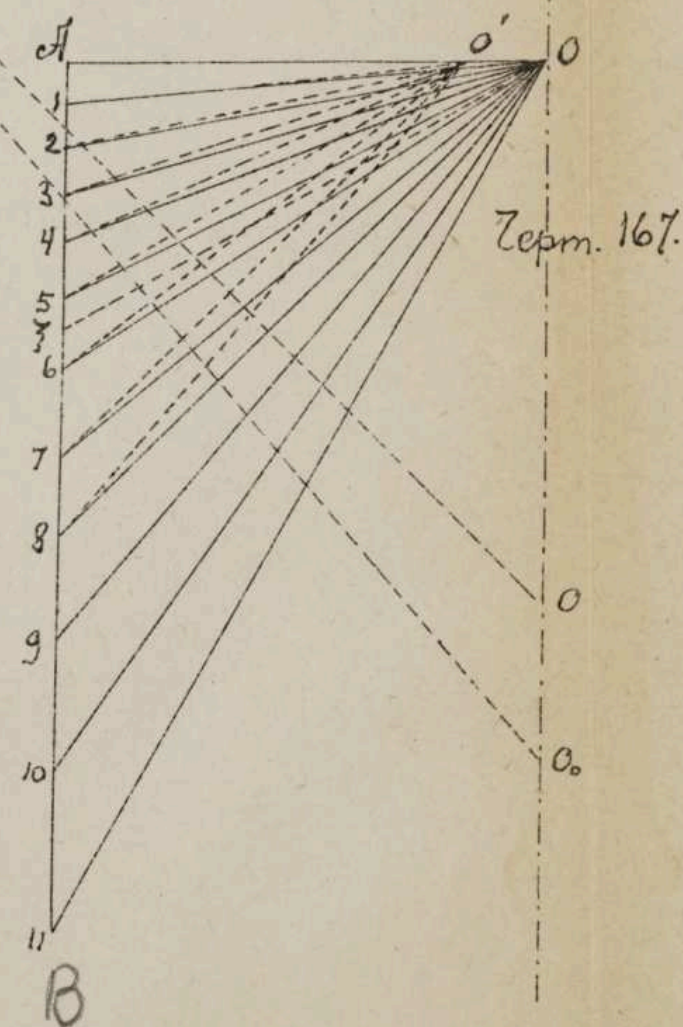
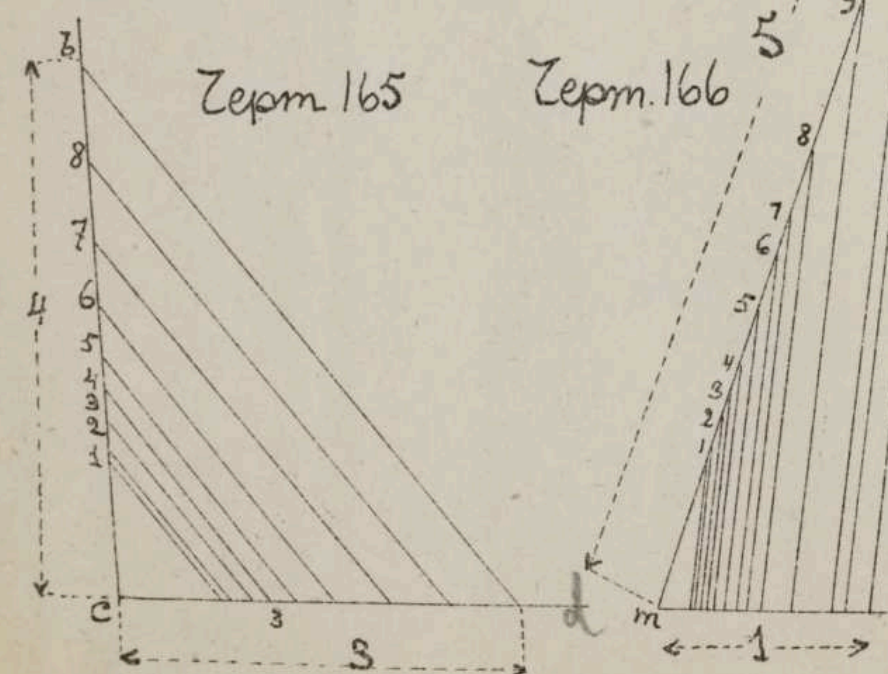
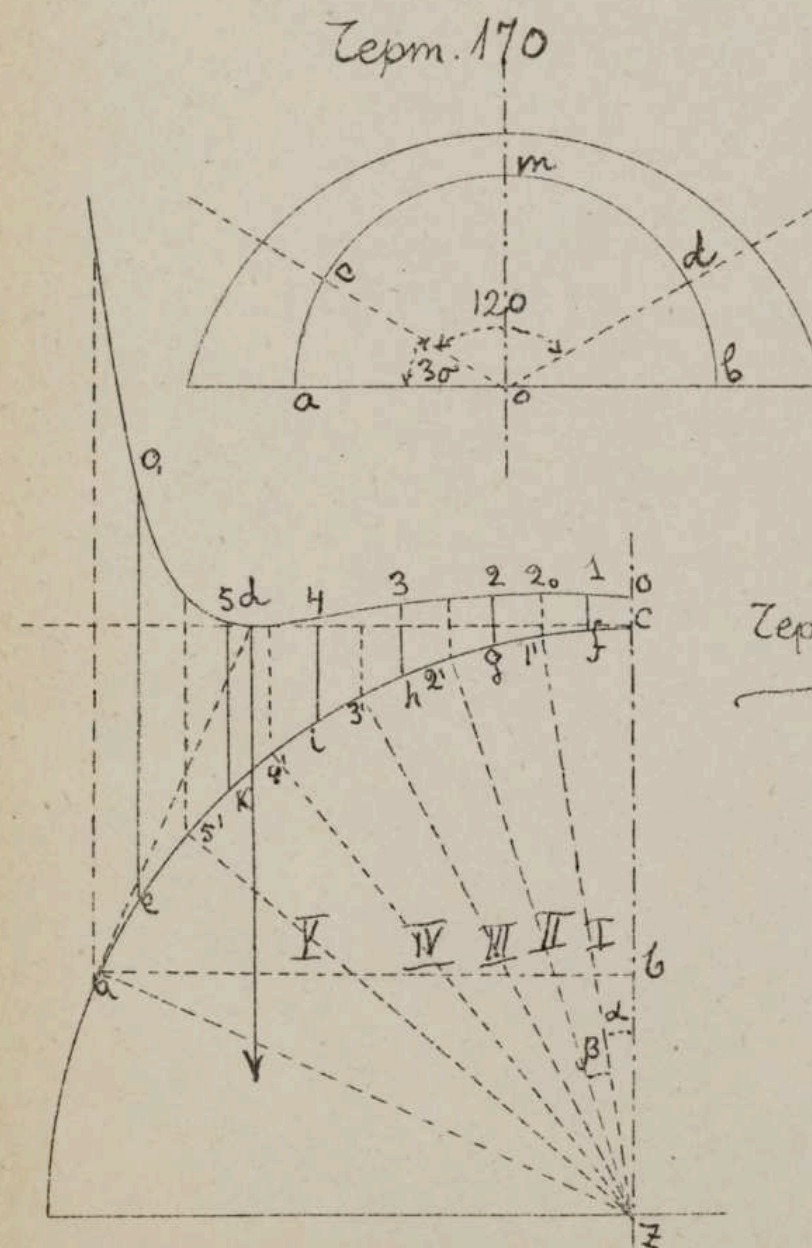
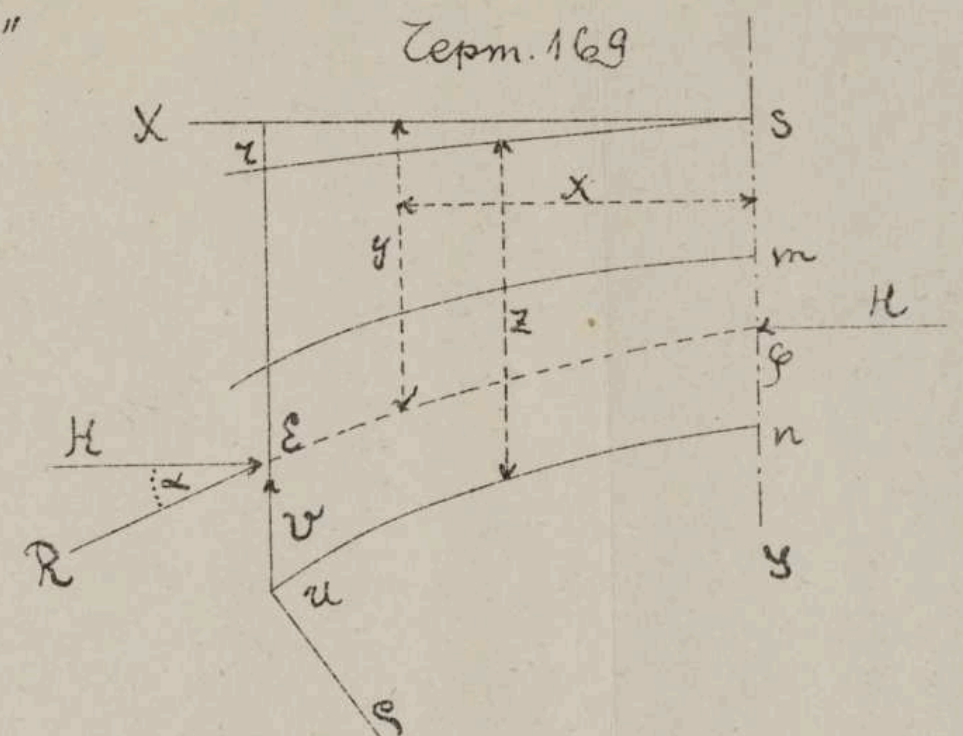
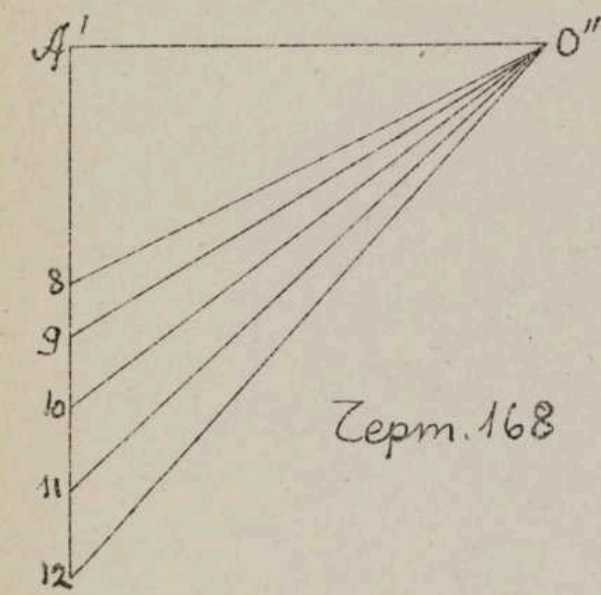
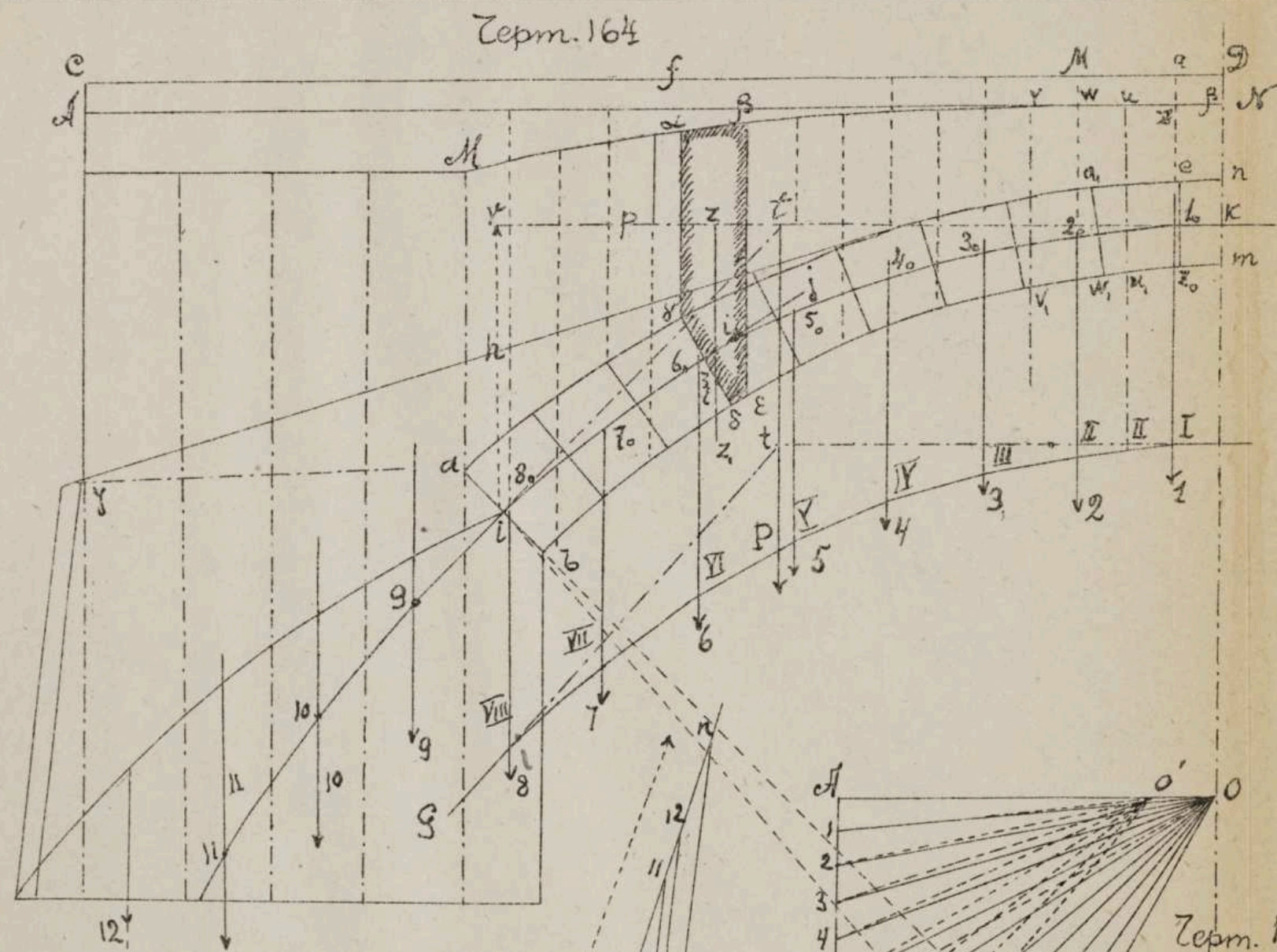


Черт. 162

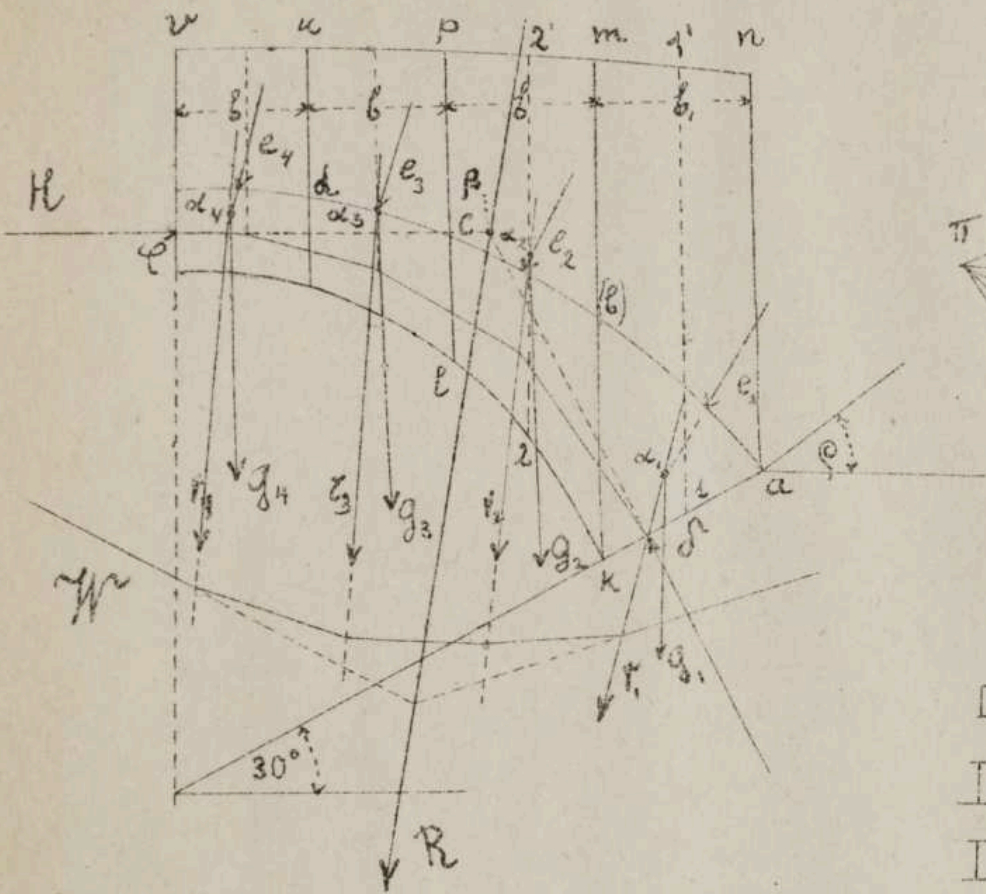


Черт. 163

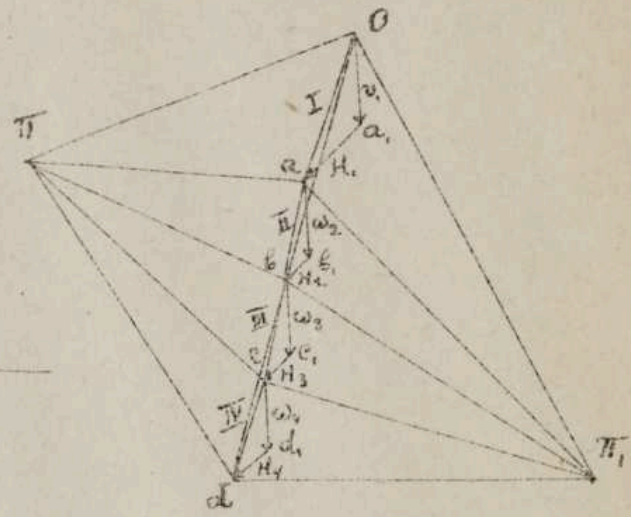




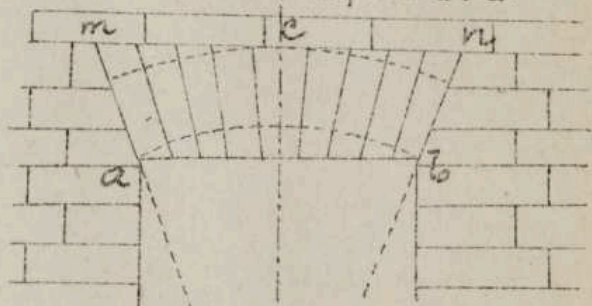
Черм. 172.



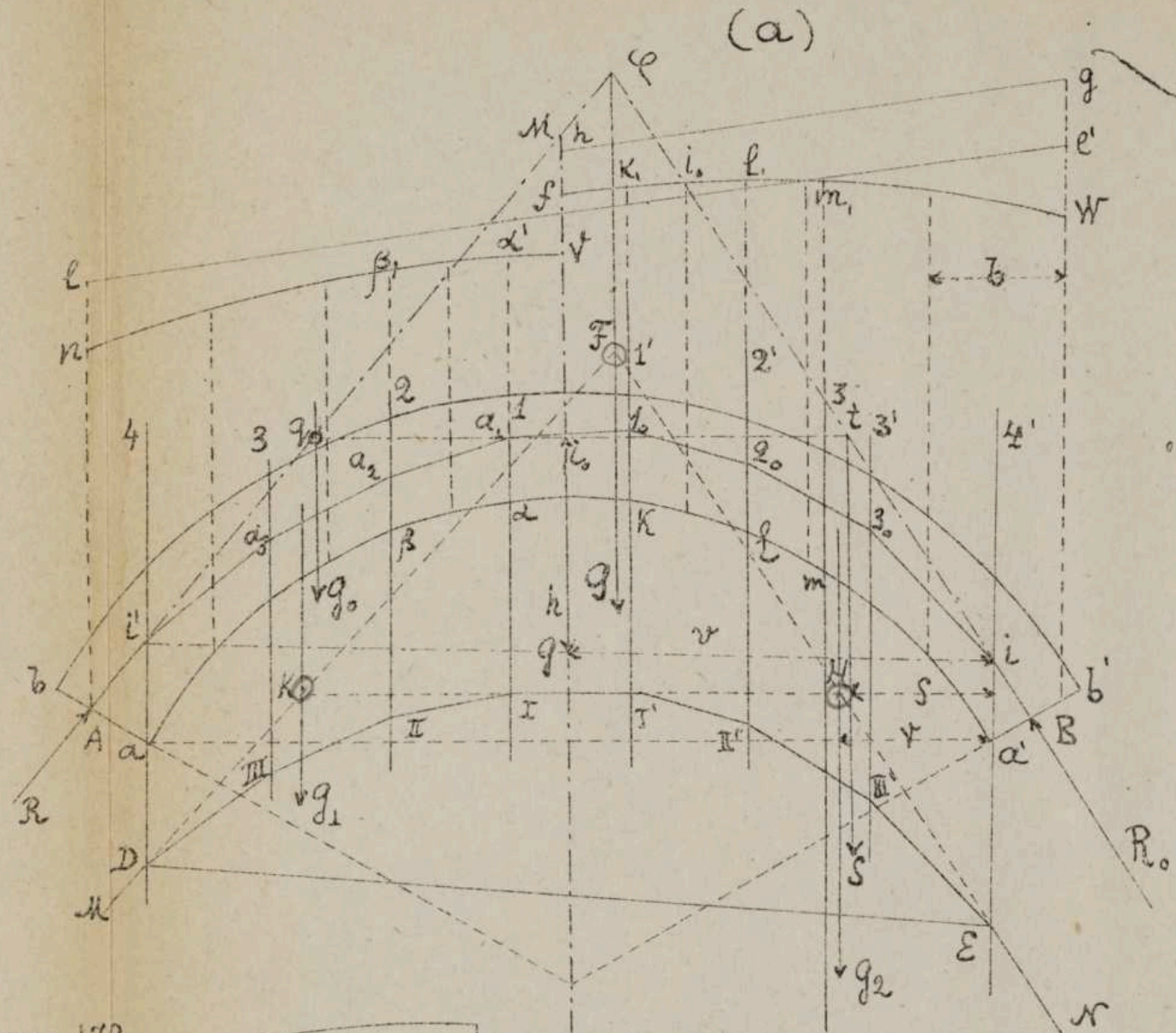
Черм. 173



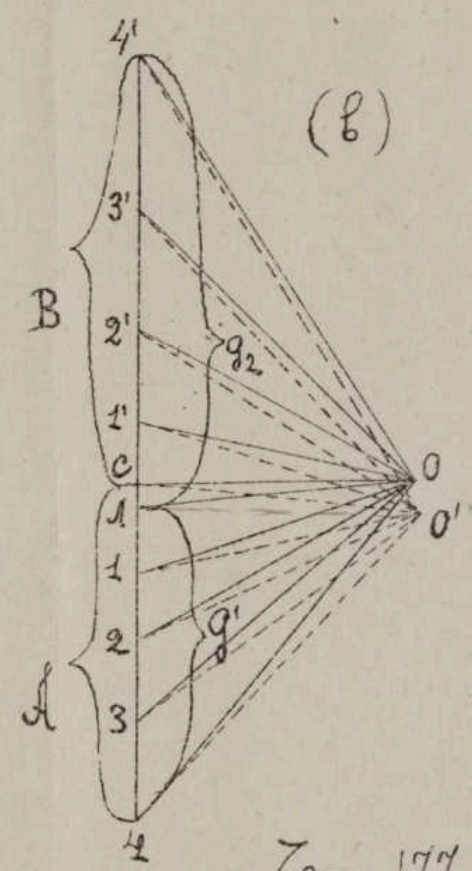
Черм. 174.



(a)

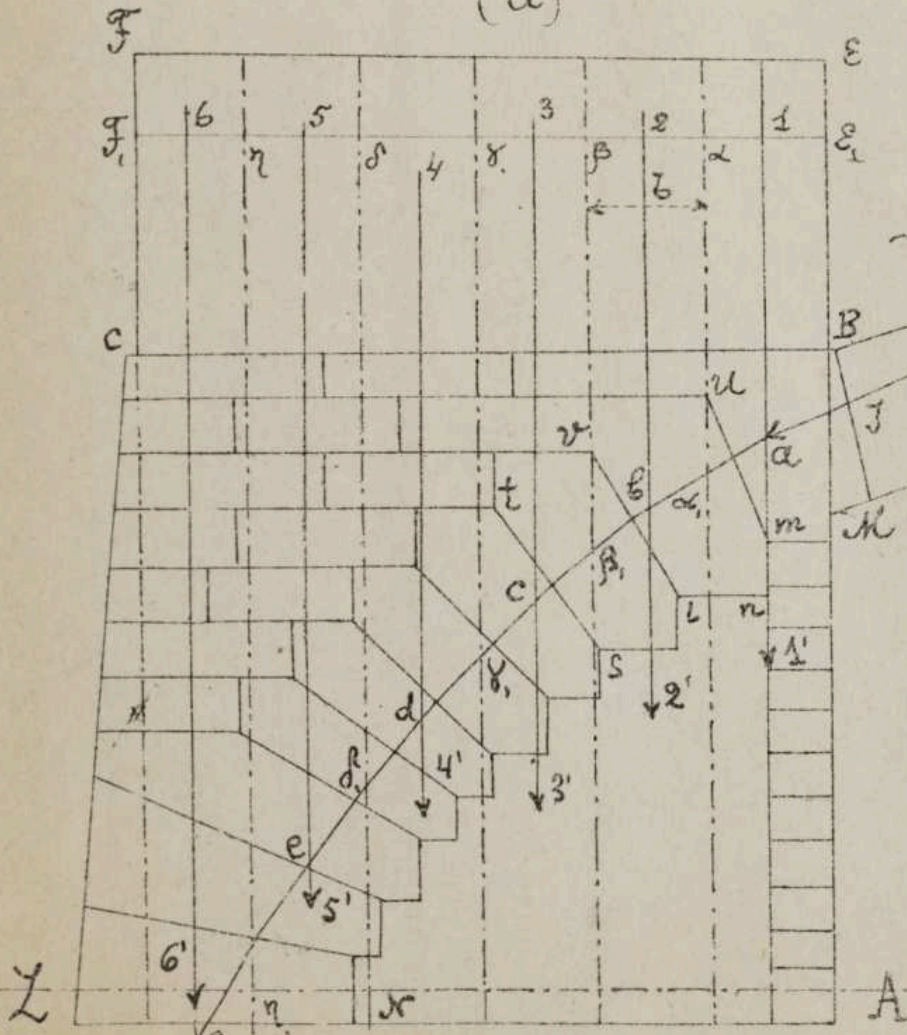


Черм. 175

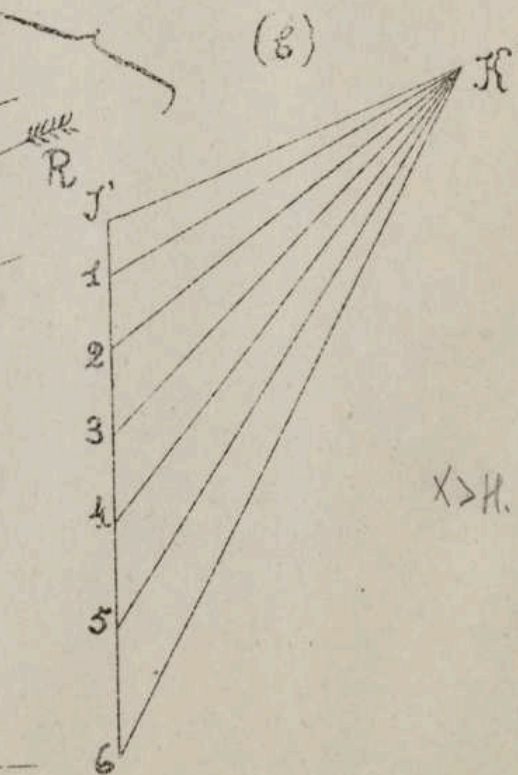


Черм. 177.

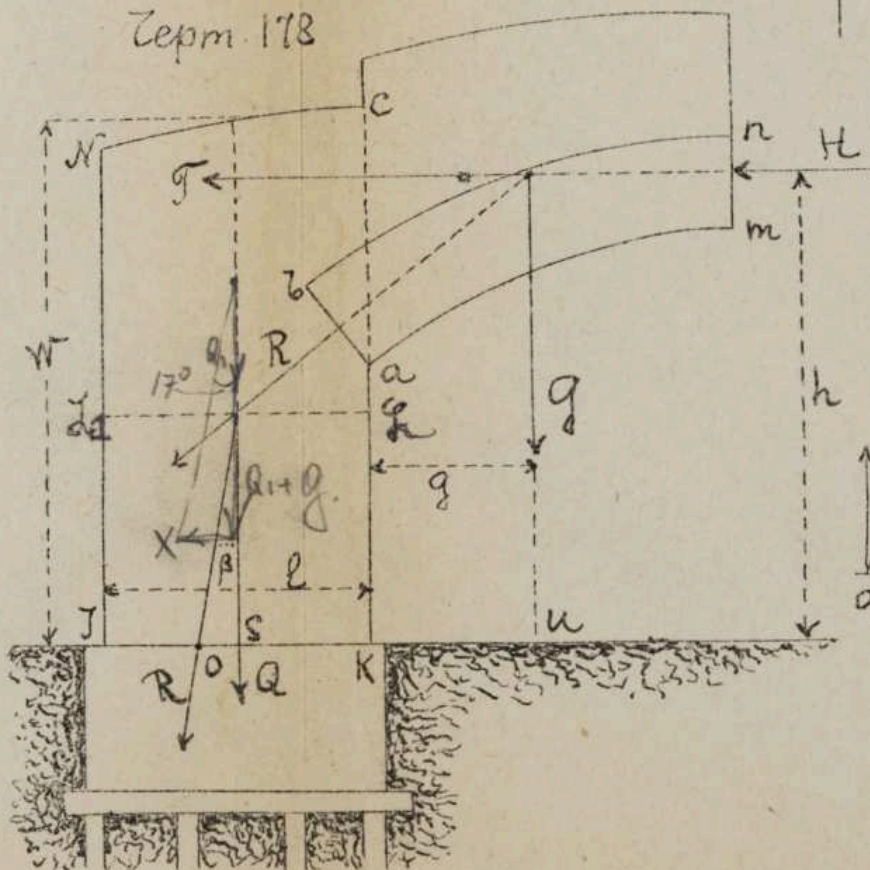
Черм. 179



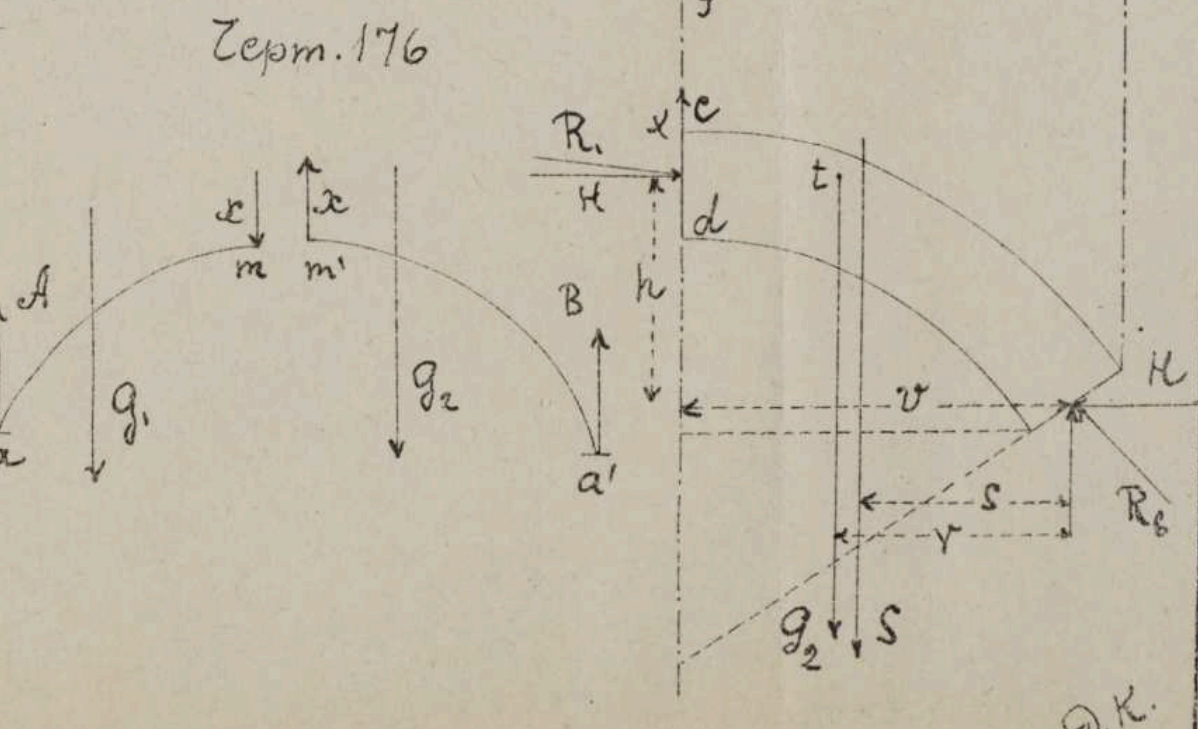
(b)



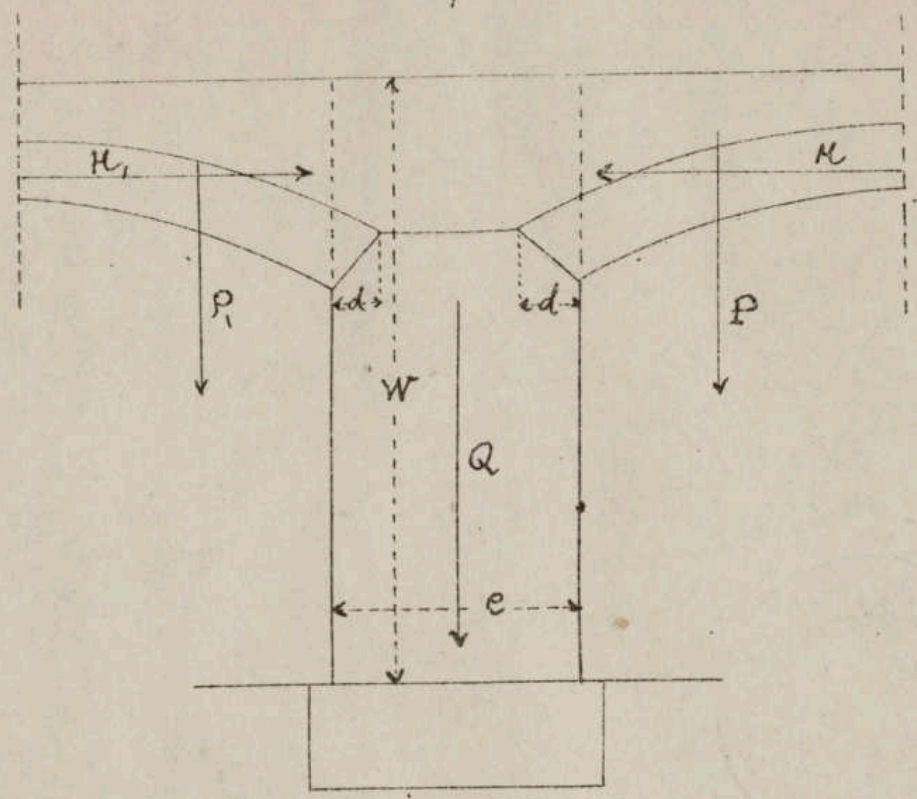
Черм. 178



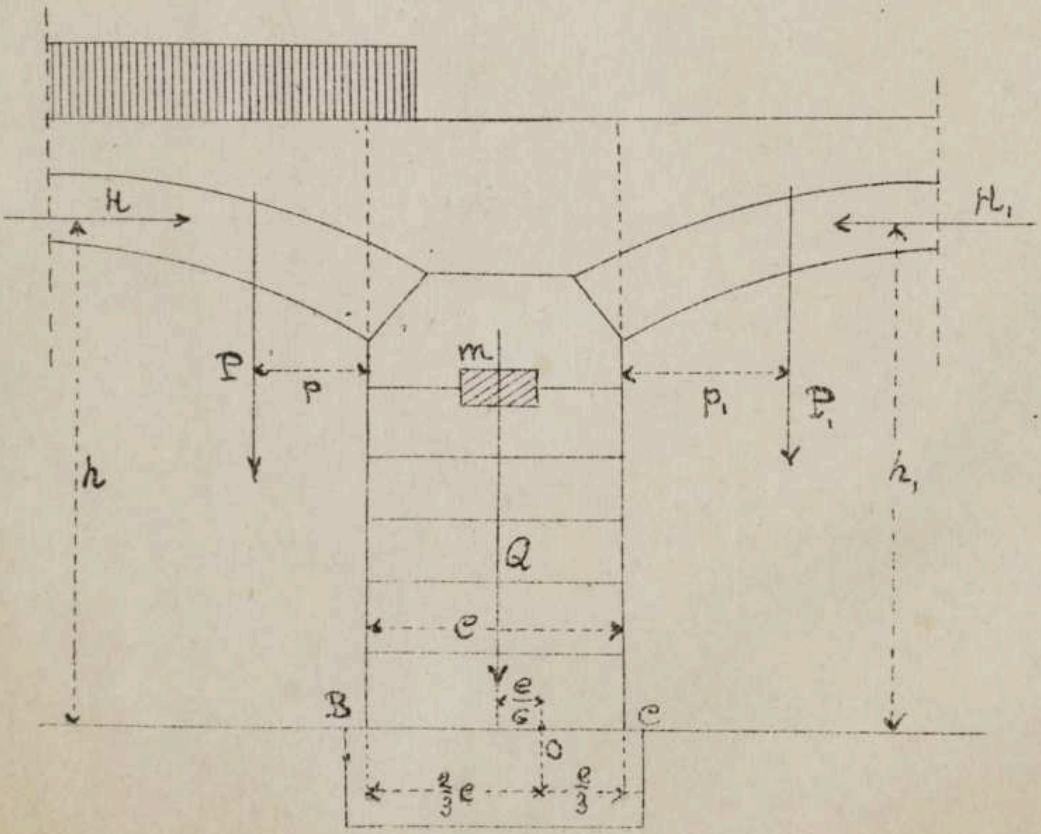
Черм. 176



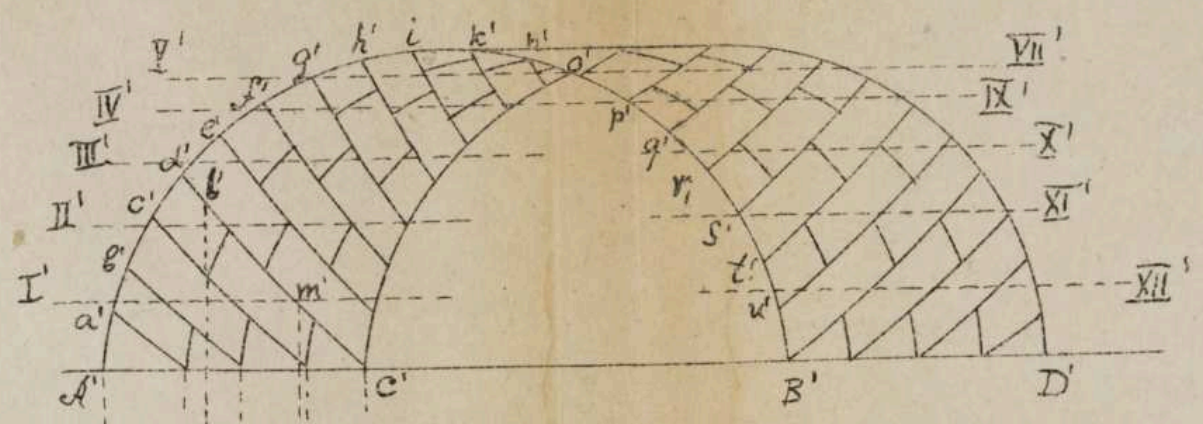
Черм. 180



Черм. 181



Черм. 183



Черм. 182

