

Предисловие	8
§1. Линейные дифференциальные операторы	10
1.1. Определение и примеры	10
1.2. Полный и главный символы	11
1.3. Замена переменной	13
1.4. Приведение к каноническому виду операторов 2-го порядка с постоянными коэффициентами ..	16
1.5. Характеристики. Эллиптичность и гиперболичес- ность	17
1.6. Характеристики и приведение к каноническому виду операторов и уравнений 2-го порядка при $n = 2$	19
1.7. Общее решение однородного гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами при $n = 2$	22
Задачи	23
§2. Одномерное волновое уравнение	24
2.1. Уравнение колебаний струны	24
2.2. Неограниченная струна. Задача Коши. Формула Даламбера	30
2.3. Полуограниченная струна. Отражение волн от конца струны	34
2.4. Ограниченная струна. Стоячие волны. Метод Фу- рье (метод разделения переменных)	36
Задачи	43
§3. Задача Штурма–Лиувилля	46
3.1. Постановка задачи	46

3.2.	Простейшие свойства собственных значений и собственных функций	47
3.3.	Коротковолновая асимптотика	50
3.4.	Функция Грина и полнота системы собственных функций	53
	Задачи	57
§4.	Обобщённые функции	59
4.1.	Мотивировка определения. Пространства основных функций	59
4.2.	Пространства обобщённых функций	64
4.3.	Топология и сходимость в пространствах обобщённых функций	68
4.4.	Носитель обобщённой функции	72
4.5.	Дифференцирование обобщённых функций и их умножение на гладкую функцию	76
4.6.	Общее понятие транспонированного оператора. Замена переменных. Однородные обобщённые функции	89
	Задачи	93
§5.	Свёртка и преобразование Фурье	95
5.1.	Свёртка и прямое произведение обычных функций	95
5.2.	Прямое произведение обобщённых функций	97
5.3.	Свёртка обобщённых функций	100
5.4.	Дальнейшие свойства свёртки. Носитель и носитель сингулярности свёртки	105
5.5.	Связь между свойствами гладкости фундаментального решения и решений однородного уравнения	107
5.6.	Решения с изолированными особенностями. Теорема об устранимой особенности для гармонических функций	111
5.7.	Преобразование Фурье обобщённых функций умеренного роста	113
5.8.	Схема применения преобразования Фурье для нахождения фундаментальных решений	117
5.9.	Теорема Лиувилля	118
	Задачи	121
§6.	Уравнение теплопроводности	123
6.1.	Физический смысл уравнения теплопроводности	123

6.2.	Простейшие краевые задачи для уравнения теплопроводности и уравнения Лапласа	125
6.3.	Пример обоснования гармоничности предельной функции	127
6.4.	Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Интеграл Пуассона	128
6.5.	Фундаментальное решение для оператора теплопроводности. Формула Дюамеля	135
6.6.	Оценка производных решения гипозллиптического уравнения	138
6.7.	Принцип Хольмгрена. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	141
6.8.	Схема решения первой и второй краевых задач методом Фурье	144
	Задачи	146
§7.	Пространства Соболева. Обобщённое решение задачи Дирихле	148
7.1.	Пространства $H^s(\Omega)$	148
7.2.	Пространства $\dot{H}^s(\Omega)$	154
7.3.	Интеграл Дирихле. Неравенство Фридрихса	159
7.4.	Задача Дирихле (обобщённое решение)	161
	Задачи	168
§8.	Собственные значения и собственные функции оператора Лапласа	170
8.1.	Симметрические и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве	170
8.2.	Расширение по Фридрихсу	174
8.3.	Дискретность спектра оператора Лапласа в ограниченной области	179
8.4.	Фундаментальное решение оператора Гельмгольца и аналитичность собственных функций оператора Лапласа во внутренних точках области. Уравнение Бесселя	180
8.5.	Вариационные принципы. Поведение собственных значений при изменении области. Оценки собственных значений	188
	Задачи	192
§9.	Волновое уравнение	195

9.1.	Физические задачи, приводящие к волновому уравнению	195
9.2.	Плоские, сферические и цилиндрические волны	198
9.3.	Волновое уравнение как гамильтонова система	201
9.4.	Сферическая волна от мгновенной вспышки и решение задачи Коши для трехмерного волнового уравнения	205
9.5.	Фундаментальное решение трёхмерного волнового оператора и решение неоднородного волнового уравнения	213
9.6.	Двумерное волновое уравнение (метод спуска)	215
	Задачи	218
§10.	Свойства потенциалов и их вычисление	220
10.1.	Определение потенциалов	220
10.2.	Функции, гладкие вплоть до Γ с каждой стороны, и их производные	223
10.3.	Скачки потенциалов	229
10.4.	Вычисление потенциалов	230
	Задачи	234
§11.	Волновые фронты и коротковолновое приближение для гиперболических уравнений	235
11.1.	Характеристики, как поверхности разрывов	235
11.2.	Уравнение Гамильтона–Якоби. Волновые фронты, бихарактеристики и лучи	240
11.3.	Характеристики гиперболического уравнения	248
11.4.	Быстро осциллирующие решения. Уравнение эйконала и уравнения переноса	250
11.5.	Задача Коши с быстро осциллирующими начальными данными	262
	Задачи	268
	Ответы и указания	270
	Список литературы	294
	Указатель обозначений	298
	Предметный указатель	300