Черепашинский

Графостатика
124

Строительная механика
и
графостатика.

ПРОВЕРЕНО 1940

Р 13322З

ПРОВЕРЕНО 1952



Проверил 1955



М. Черепашинский

189 8/9 годъ.

Литографированную лекцию разрешаю: [illegible]

Историческій очеркъ.

Подъ названіемъ „Строительная механика" понимаютъ ту часть Строительнаго искусства, въ которой разсматриваются вопросы, относящіеся къ прочности и устойчивости зданій и рѣшаемые на основаніи законовъ механики.

Слѣды приложенія нѣкоторыхъ правилъ механики встрѣчаются у самыхъ древнихъ культурныхъ народовъ, но тогда эти правила не имѣли научнаго основанія: они были добыты не путемъ изслѣдованія законовъ природы, но инстинктомъ и случайностью, и поэтому ихъ вліяніе на жизнь народовъ было самое ничтожное.

Первое сочиненіе по механикѣ написалъ Архитасъ изъ Тарента, ученикъ Пиѳагора и учитель Платона, въ IV в. до Р. Х. Къ сожалѣнію, какъ это, такъ и другія сочиненія того времени по механикѣ совсѣмъ утрачены за исключеніемъ механики Аристотеля (384-321 г. до Р. Х.) ученика Платона, которая содержитъ уже параллелограммъ движеній, рычагъ, клинъ и теорему, что всякое движеніе точки по окружности состоитъ изъ двухъ движеній — радіальнаго и касательнаго. О законахъ паденія

Аристотель говорилъ, что скорость паденія пропорціон. массѣ. Основные принципы механики безспорно подобно принадлежатъ Архимеду, но основателемъ научной механики считаютъ Архимеда (287-212 г. до Р.Х.) Труды послѣдняго принадлежатъ исключительно области и ограничиваются наукой о центрѣ тяжести плоскостей и закономъ рычага. Наиболѣе знаменитымъ механикомъ того-же времени послѣ Архимеда былъ Геронъ (120 г. до Р.Х.) Въ одномъ изъ своихъ сочиненій „Механика" Геронъ разсматриваетъ рычагъ, клинъ, полиспастъ, наклонную плоскость и воротъ. Послѣ Герона развитіе механики остановилось на очень продолжительное время. Если не считать Витрувія, жившаго во время Христа, и Паппуса (390 г. по Р.Х.) которые старались собрать и сохранить для будущихъ поколѣній разбросанныя сочиненія по механикѣ и геометріи, то продолжительность перерыва въ развитіи механики достигаетъ 1800 лѣтъ. Почти до конца X вѣка Европа вслѣдствіе переселенія народовъ и непрерывныхъ войнъ была погружена въ грубое невѣжество. Немного лучше время для науки было открыто плодотворной дѣятельностью Герберта, получившаго свое-

образованіе у арабовъ въ Испаніи. Послѣдовавшіе въ 1096г. крестовые походы затормозили всякое развитіе наукъ болѣе чѣмъ на 2 вѣка и только въ XIII в., когда начали основываться университеты, была сдѣлана рѣшительный поворотъ къ лучшему. Теперь успѣхи наукъ были особенно обезпечены изобрѣтеніемъ книгопечатанія (1440-1450) и ему много способствовало покореніе Константинополя въ 1453г. султаномъ Махмудомъ II и слѣдовавшее затѣмъ совершенное разрушеніе Византійской имперіи. Тысячи бѣжавшихъ грековъ распространили по всей Европѣ знаніе греческаго языка и открыли ей доступъ образцовымъ источникамъ, изъ кот. столь благотворно черпали арабы. Однимъ изъ первыхъ механиковъ этой эпохи возрожденія былъ Леонардо-да-Винчи (1452-1519), который былъ столь-же знаменитымъ инженеромъ, архитекторомъ, математикомъ, философомъ, поэтомъ и музыкантомъ, сколь и великимъ живописцемъ. Итальянскій математикъ Бенедетти (1530-1590) далъ основаніе теоріи статическихъ моментовъ, которая впрочемъ была извѣстна Аристотелю и о кот. писалъ также Леонардо-да-Винчи, правило инерціи и центробѣжную силу;

онъ догадывался объ ускореніяхъ движенія и зналъ, что въ безвоздушномъ пространствѣ тѣла падаютъ съ одинаковою скоростью и независимо отъ ихъ массы. Въ 1557 году Убальди впервые приложилъ принципъ виртуальныхъ скоростей къ вороту, рычагу и полиспасту, а голландскій инженеръ Стевинъ (1568-1620) далъ первый правильную статическую теорію наклонной плоскости и доказалъ, что когда 3 силы находятся въ равновѣсіи, то ихъ напряженія относятся между собою какъ стороны треугольника параллельныя этимъ силамъ. Но доказательство имъ дано было только для частнаго случая, когда двѣ изъ силъ перпендикулярны между собою, т.е., когда треугольникъ былъ прямоугольный; о параллелограммѣ, данномъ въ принципѣ уже Аристотелемъ, онъ не догадывался. Сочиненія Стевина по статикѣ твердыхъ и жидкихъ тѣлъ отличались большой ясностью изложенія. До сихъ поръ всѣ труды по механикѣ ограничивались статикой, почему основателемъ динамики считаютъ Галилео-Галилея (1564-1642 г.), который впервые далъ ясныя понятія о законахъ движенія и доказалъ, что свободно подвѣшенная нить принимаетъ видъ параболы. Въ сочиненіи Della

„scienza tessanica" онъ изслѣдуетъ посредствомъ принципа возможныхъ скоростей равновѣсія силъ, дѣйствующихъ на простыя машины и выводитъ законы паденія, которые и теперь составляютъ исходную точку всѣхъ динамическихъ изслѣдованій. Онъ занимался также изслѣдованіемъ сопротивленія балки при изгибѣ и получилъ для балки, укрѣпленной однимъ концомъ и свободной на другомъ при предположеніи, что въ сѣченіи излома напряженіе распредѣляется равномѣрно, выраженіе для модуля сопротивленія $\frac{1}{2}bh^2$; онъ изслѣдовалъ также тѣла равнаго сопротивленія. Маріоттъ (1620-1684), священникъ церкви St. Martin bois Beaune, исправилъ неточную теорію изгиба Галилея; знаменитость Маріоттъ пріобрѣлъ своими трудами по технической физикѣ и гидравликѣ. Послѣ Галилея наиболѣе знаменитымъ механикомъ былъ Жюнгонъ (1642-1727), которому принадлежитъ теорема „произведеніе равнодѣйствію" и открытіе параллелограмма силъ. Гукъ (1635-1705), изобрѣтатель спиральныхъ пружинъ, установилъ теорему, составляющую основаніе теоріи упругости, что удлиненія

измѣреній тѣлъ (деформацій), производимыя внѣшними силами, прямо пропорціональны этимъ силамъ и обратно пропорціональны площадямъ поперечныхъ сѣченій. Громадную услугу теоріи упругости оказалъ Лейбницъ (1646-1716), изобрѣтатель дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій; онъ также занимался теоріей изгиба и получилъ для момента сопротивленія балки выраженіе $\frac{1}{3}bh^2$ при предположеніи, что въ сѣченіи излома напряженія волоконъ пропорціональны ихъ разстояніямъ до низшаго волокна. Правильную теорію изгиба, основанную на существованіи нейтральной оси, далъ французъ Паранъ въ 1708 г. Уравненіе упругой линіи вывелъ впервые Яковъ Бернулли (1654-1705). Его младшій братъ Іоаннъ Бернулли (1665-1748) опредѣлилъ уравненіе цѣпной линіи какъ для равномѣрной такъ и неравномѣрной нагрузки вдоль цѣпи и объяснилъ впервые общепонятнымъ образомъ принципъ виртуальныхъ скоростей. Ученикъ Якова Бернулли — Яковъ Германъ (1678-1733) издалъ въ Петербургѣ подъ заглавіемъ „Phoronomia" сначала и динамику твердыхъ и жидкихъ тѣлъ.

Маклорен (1698-1746), составитель известной въ математикѣ „Маклореновой строки", значительно упростилъ изученіе движенія точекъ и тѣлъ въ пространствѣ разложеніемъ его по тремъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ. Упомянемъ заслуживаетъ также Симпсонъ (1710-1761), которого формула для приблизительнаго опредѣленія площадей плоскихъ фигуръ имѣетъ частое примѣненіе въ практической механикѣ. До сихъ поръ механика развивалась по синтетическому геометрическому методу, что не мало затрудняло ея изученіе. Для устраненія этого недостатка Эйлеръ (1707-1783) занялся ея обработкой по аналитическому методу, и его „Mechanica seu motus scienta" была первая механика съ аналитическими доказательствами. Эйлеръ опредѣлилъ дифференціальное уравненіе упругой линіи, значительно подвинулъ впередъ теорію твердыхъ упругихъ тѣлъ, вывелъ формулу изгиба для сжимаемыхъ длинныхъ стоекъ и создалъ теорію кривыхъ или арочныхъ сводовъ. Хотя вообще аналитическаго метода Эйлеръ упростилъ изученіе механики, но трудно его создалъ преимущественно

въ рѣшеніи отдѣльныхъ задачъ и недоставало математически доказанныхъ и систематически составленныхъ теоремъ, которыя придали бы механикѣ Эйлера форму строгой науки. Первый толчокъ къ рѣшенію этой задачи далъ математикъ и философъ Д'Аламберъ (1717–1783), который своей теоремой далъ возможность всякую задачу динамики привести къ задачѣ статики. Систематизированіе механики было блестяще исполнено Лагранжемъ (1736–1813). Изъ его теоремъ для строительной механики важны: 1) всякое движеніе системы матеріальныхъ точекъ можетъ быть разложено на два простыхъ движенія и 2) принципъ наименьшаго дѣйствія: при всякомъ движеніи системы должна сумма произведеній изъ массъ на интегралъ скорости, умноженной на дифференціалъ пройденнаго разстоянія, есть всегда минимумъ или максимумъ, т. е. $\delta\left(\sum m\int v.ds\right)=0=$ $=\int\delta\sum(mv.ds)$. Въ сущности вторая теорема принадлежитъ Maupertius'у, предложившему Парижской Академіи Наукъ ранѣе Лагранжа (въ 1774 г.) „законъ покоя" (loi de repos), помощью котораго онъ весьма просто

рѣшалъ задачу объ ударѣ твердыхъ тѣлъ, но прорывъ которого возстали Лагранжъ, Пуассонъ. Вѣрное выраженіе для момента сопротивленія балки (W), укрѣпленной однимъ концомъ и свободной на другомъ, получилъ впервые французскій военный инженеръ Кулонъ (Coulomb) (1736–1806.) Кулонъ занимался изслѣдованіемъ крѣпости каменныхъ столбовъ, сопротивленіемъ при срѣзываніи и далъ первый подробную теорію напора земли и равновѣсія сводовъ. Не мало способствовалъ развитію механики Монжъ, изобрѣтатель начертательной геометріи, и Прони (1755–1839), давшій въ 1790 г. первое сочиненіе, занимающееся приложеніемъ механики къ теоріи сооруженій. Уясненію законовъ вращенія много способствовалъ Пуансо (Poinsot 1777–1859) введеніемъ въ механику понятія о „парѣ силъ." Онъ далъ способъ разложенія и сложенія паръ и доказалъ, что всякую силу можно перенести параллельно самой себѣ въ какую угодно точку (въ абсолютно твердой системѣ); кромѣ того онъ составилъ новую теорію вращенія твердыхъ тѣлъ. Весьма важные труды по развитію теоріи упругихъ стержней, пластинъ равно-

въсію и движенію упругихъ тѣлъ вообще составилъ Пуассонъ (1781-1840), подобно Пуанси произведенный въ дворяне, а далѣе въ пэры Франціи. Въ 1807 г. Юнгъ впервые употребилъ выраженіе „модуль упругости", опредѣлилъ его значеніе и обратилъ вниманіе на большое вліяніе, какое имѣютъ удары и сотрясенія на сопротивленіе матеріаловъ. До сихъ поръ практическая механика не выходила изъ рамокъ теоріи, бывшая въ ходу въ то время поговорка: „крѣпость сооруженій находится въ обратномъ отношеніи къ умѣлости строителя" достаточно характеризуетъ современный взглядъ на строит. механику: для удовлетворенія въ удовлетворительной формулы недоставало опытовъ практическихъ надъ сопротивленіемъ матеріаловъ. Начало такимъ опытамъ далъ Тредгольдъ (1788-1829) и полученными результатами далъ сильный источникъ неизвѣстныхъ данныхъ средствъ, значительно облегчающихъ его трудную задачу. Отличными изслѣдованіями матеріаловъ въ то время были Тельфордъ (1757-1834) и Годжинсонъ (1789-1861); послѣдній на основаніи своихъ опытовъ надъ сопротивленіемъ сжатію длинныхъ колонны и столбовъ составилъ

эмпирическую формулу их расчета и занимался расчетом на которых больших английских мостов.
Усовершенствованию науки о сопротивлении материалов в практическом отношении многими теоретическими и научно-исполнительными опытами содействовал не менее Фербэрн (1789-1874), произведенный по предложению Гладстона за свои научные труды в Тарони.
Основателем новейшей науки упругости и Строит. мех. считается Навье (1785-1836), который впервые дал правильную теорию изгиба в своей „Механике строительного искусства". В ней он разсматривает не только прямые, но и кривые брусья и выводит для первых общеизвестную формулу изгиба. Навье вывел также формулу для расчета сжимаемых длинных стоек, дал теорию кручения, первый вывел теорию висячих мостов и написал теорию напора земли и теорию сводов. Наиболее гениальным механиком своего времени был Понсле (Poncelet 1788-1867), основатель новейшей теории построения машин; его труды принадлежат геометрии, механике, теории машиностроения и гидравлике.
Во время этого блестящего периода практической механики

во Франціи и Англіи, механика въ Германіи осталась на чисто теоретической почвѣ. Тогдашніе нѣмецкіе механики были слишкомъ чужды практики, и всѣ ихъ попытки заполнить существовавшія пробѣлы между теоріей и практикой не имѣли успѣха вслѣдствіе ихъ чисто теоретическаго образованія. Въ этомъ отношеніи особенно выдѣляется Бурхъ (1797–1882), давшій цѣнныя сочиненія по математикѣ и механикѣ и Шубертъ, составившій сначала очень непрактичную „Механику для практиковъ", но затѣмъ написавшій лучшія сочиненія, какъ то: „Теорія сооруженій арочныхъ каменныхъ мостовъ", „Начала машиностроенія" и др. Первымъ изъ германскихъ механиковъ, которому удалось цѣлесообразно совмѣстить аналитическую механику съ практической, былъ Вейсбахъ (1806–1871), котораго вмѣстѣ съ Редтенбахеромъ (1809–1864) считаютъ основателемъ новѣйшей строительной механики и теоріи машиностроенія въ Германіи. Сочиненія Вейсбаха отличаются ясностью изложенія, чуждыми ихъ досадныхъ и слабыхъ математикъ.

Въ Англіи одинъ изъ наиболѣе выдающихся механиковъ того-же времени былъ Мозлей (1802–1872), который

познакомилъ англичанъ съ трудами Навье и Понселе и составилъ первую теорію арокъ, основанную на линіи давленія, которую онъ опредѣлилъ посредствомъ принципа наименьшаго сопротивленія. Много важныхъ усовершенствованій по механикѣ и машиностроенію принадлежатъ гражданскому инженеру Ранкину (1820-1872); ему принадлежитъ теорія напряженій, основанная на внутреннихъ напряженіяхъ тѣла и развитая въ послѣднее время профессоромъ Вейраухомъ. Достойнымъ послѣдователемъ Навье и Понселе во Франціи былъ Клапейронъ (1799-1864), создатель теоріи непрерывныхъ многопролетныхъ балокъ, по случаю порученной ему постройки Исаакіевскаго собора, онъ въ 1830г. написалъ теорію сводовъ, въ которой, вмѣстѣ съ Ламэ, впервые употребилъ многоугольникъ силъ и веревочный многоугольникъ. Первые опыты надъ величиной и свойствами сопротивленія тренія произвелъ Моренъ, которыхъ результаты, до сихъ поръ почти единственные, употребляются часто и теперь при разсчетахъ. До сихъ поръ Строительная механика не оставляла аналитической почвы. Значительное расширеніе ея практическаго

приложения, обусловленное вызванной сооружением железных дорог усиленной строительной деятельностью, дало толчок к подыскиванию способов, упрощающих расчеты сооружений, сокращающих нужное на это время и по возможности устраняющих утомительные вычисления. Урсе Мозлей, Шпейнеръ, Шпайдель для облегчения и лучшаго уяснения своихъ изследований прибегали къ геометрическому способу. Первыя начала Графической статики дали Лямэ и Клапейронъ, затемъ Понселе, Мери, Максвэлль. Но главная теорема о линиях сил и веревочной, составляющая основание „Графической статики" Кульмана принадлежитъ Вариньону (1654-1727), въ сочинении котораго, написанномъ въ 1687 г., но изданномъ только после его смерти, указано на построение ин-ка сил и веревочнаго почти такимъ образомъ, какъ это указываетъ Лямэ, Клапейронъ, Кульманъ. Хотя поэтому Кульманъ (1821-1881) не былъ создателемъ Графической статики въ строгомъ значении этого слова, но онъ былъ первый, который не только написалъ по новому методу первое сочинение по Графической статике, но показалъ

Библиотека Высшего Технического Училища

такжее способъ приложенія ея полнѣе во всѣхъ отрасляхъ Инженерно-строительнаго искусства. Основателемъ теоріи „статически неопредѣленныхъ системъ" основанной на принципѣ возможныхъ скоростей, развитой впослѣдствіи проф. Моръ, былъ Максвелъ (1830-79) давшій теорему „взаимности перемѣщеній." Теорія сооруженій вообще и статически неопредѣленныхъ въ особенности получила отчасти новое направленіе и значительное усовершенствованіе, благодаря инженеру Кастильяно (1847-84). Въ своемъ знаменитомъ сочиненіи: „Théorie d'équilibre des systèmes élastiques" (1879) Кастильяно указалъ способъ примѣненія дифференціала работы къ разсчету сооруженій и распространилъ этотъ принципъ на всю теорію сопрот. матеріал. Теорія Кастильяно и Моры пополнила всѣмъ чувствительный недостатокъ Строит. мех. по вычисленію многоугольныхъ неперерѣзныхъ фермъ, арочныхъ фермъ и т. п. Теперь эта теорія значительно развита трудами Миллеръ-Бреслау, Кренка и др. И наше время можетъ гордиться не однимъ свѣтиломъ по Строит. мех.: имена Colligon, Réal, Моръ, Винклера пользуются теперь большимъ авторитетомъ и войдутъ въ исторію механики, на пользу которой они продолжаютъ работать, достигая блестящихъ результатовъ путемъ труда, энергіи и изобрѣтатель-

кости *

§2. Строительная механика и Графостатика.

Въ Строительной механикѣ излагаются правила устройства наиболѣе выгодныхъ сооруженій, т.е. такихъ, которыя при наименьшемъ объемѣ имѣютъ наибольшую крѣпость; она уясняетъ способы опредѣленія степени прочности даннаго сооруженія и вычисленія его предѣльнаго безопаснаго груза. Строительная механика выводитъ свои правила аналитическимъ путемъ и имѣетъ поэтому общій всѣмъ аналитическимъ методамъ практическій недостатокъ, состоящій въ долгомъ или менѣе значительномъ

сложности выводовъ, недостаточной наглядности и утомительности вычисленій. Этотъ недостатокъ съ успѣхомъ устраняется графическимъ методомъ, отличающимся крайней наглядностью, быстротою рѣшенія задачъ, легкостью усвоенія его пріемовъ и прочнымъ сохраненіемъ ихъ въ памяти. Графическому методу нерѣдко дѣлаютъ упрекъ въ недостаточной точности, причиною которой являются неизбѣжныя несовершенства всякаго чертежа. Этотъ упрекъ имѣетъ нѣкоторое основаніе по отношенію къ чертежамъ, гдѣ геометрическимъ методамъ, но онъ недостаточенъ для новыхъ аналитически графическихъ способовъ,

* Черепашинскій. „Краткій" историч. очеркъ развитія Строит. механ.

дающихъ не менѣе точные результаты, чѣмъ числа аналитическіе. Кромѣ того не слѣдуетъ упускать изъ виду, что аналитическія выраженія далеко не имѣютъ той точности, какую любители аналитическихъ выкладокъ склонны приписывать имъ, такъ какъ всѣ почти практическія формулы составлены при пренебреженіи разными величинами второстепенной важности и выведены при предположеніяхъ, которыя на практикѣ существуютъ только приблизительно. Къ такимъ предположеніямъ принадлежатъ—однородность матеріала, покойное дѣйствіе подвижного груза, неизмѣняемость формы при дѣйствіи внѣшнихъ силъ и т. п. Эти обстоятельства понижаютъ немного точность аналитическихъ способовъ и ставятъ ихъ не выше графическихъ. Для научныхъ изслѣдованій аналитическій методъ останется и въ будущемъ незамѣнимымъ, но для практики графическій методъ заслуживаетъ во многихъ отношеніяхъ предпочтенія.

§3. Внѣшнія и внутреннія силы.

Въ Строительной механикѣ разсматриваютъ только твердыя тѣла, которыя представляютъ себѣ, какъ совокупность частицъ, находящихся въ равновѣсіи.

подъ вліяніемъ взаимныхъ между собою дѣйствій, зависящихъ отъ ихъ разстояній и подъ дѣйствіемъ силъ постороннихъ или внѣшнихъ. Всякая новая сила приложенная къ тѣлу, измѣняетъ его состояніе равновѣсія: его частицы перемѣщаются до тѣхъ поръ, пока новыя внутреннія или частичныя силы, соотвѣтствующія новымъ разстояніямъ частицъ, не уравновѣсятъ дѣйствія измѣненной нагрузки. Такимъ образомъ, всякая внѣшняя сила, приложенная къ тѣлу, устанавливаетъ новое положеніе его частицъ и измѣняетъ, слѣдовательно его форму, т. е., производитъ деформацію тѣла.

Строительная механика разсматриваетъ только неподвижныя тѣла; разсматриваемыя же внѣшнія силы находятся поэтому всегда между собою въ равновѣсіи (т. какъ въ противномъ случаѣ тѣло пришло-бы въ движеніе.) Она изслѣдуетъ только относительное перемѣщеніе частицъ и не занимается ихъ абсолютнымъ перемѣщеніемъ въ пространствѣ. Если поэтому говорится о силѣ, то всегда понимается, что имѣется: равная и прямо противоположная сила происходящая отъ реакціи опоръ или какой нибудь

другой причины, препятствующая тѣлу перемѣщаться; данная сила производитъ, слѣдовательно, только деформацію, т. е., измѣненіе разстояній частицъ между собою, но не производитъ движенія. Надо замѣтить, что принципы механики абстрактной не всегда находятъ примѣненіе себѣ въ механикѣ Строительной. Такъ, силы равныя и прямо противоположенныя уничтожаются только тогда, когда онѣ дѣйствуютъ на одну и ту-же точку: въ противномъ случаѣ онѣ производятъ деформацію, а, такъ какъ опредѣленіе деформаціи составляетъ задачу Строительной механики, то, слѣд., при разсчетѣ сооруженій недостаточно уже знать величину, положеніе и направленіе силы, но необходимо знать и точку ея приложенія. Перемѣщать точку приложенія по направленію силы можно только въ абстрактной механикѣ, предполагающей абсолютную жесткость тѣлъ, но въ механикѣ, имѣющей дѣло съ упругими тѣлами, измѣненіе положенія точки приложенія силы вообще не можетъ быть допускаемо, такъ какъ оно можетъ совершенно измѣнить деформацію тѣла и привести къ совершенно невѣрнымъ результатамъ.

Частицы перемѣщаются не только по направленію силы, но и по всѣмъ вообще направленіямъ: такъ, напр., въ растягиваемомъ сфероидѣ измѣняется не только длина, но также и ширина, сжимаемый стержень не только укорачивается но и расширяется; но въ обыкновенныхъ практическихъ случаяхъ деформація по одному изъ направленій столь значительно превосходитъ деформацію по прочимъ направленіямъ, что здѣсь даже много вреда для точности результатовъ послѣдними можно пренебречь.

§4. Сопротивленіе и напряженіе.

Внутреннее состояніе равновѣсія тѣла можетъ быть измѣнено только посредствомъ приложенія къ нему новой внѣшней силы, изъ чего слѣдуетъ, что тѣло сопротивляется деформаціи; сопротивленіе есть поэтому мѣрило усилія, которое надо произвести для того, чтобы получить данную деформацію. Сопротивленіе, отнесенное къ единицѣ площади, наз. напряженіемъ. Очевидно, что сопротивленіе (абсолютная величина усилія) не опредѣляетъ опаснаго состоянія тѣла, къ которому оно приложено, если не извѣстна площадь тѣла. Такъ напр., гирѣ въ 1000 кг. не произвести на оселкѣ такую

колонну, площадь кот. = 1 кв. метру, почти никакого
дѣйствія, но онъ разрушитъ ее, если эта площадь
будетъ содержать только 1 кв. тт. Значеніе
имѣетъ поэтому только отношеніе усилія къ
площади его дѣйствія. Когда усиліе распредѣлено
на площади равномѣрно, то напряженіе получается
отъ раздѣленія усилія на площадь. Въ этомъ случаѣ
напряженіе во всѣхъ точкахъ площади одинаково;
при неравномѣрномъ распредѣленіи усилія, напря-
женіе измѣняется отъ точки до точки. Такимъ силъ,
которыя разсматриваются въ абстрактной меха-
никѣ въ дѣйствительности нѣтъ въ природѣ.
Это суть только идеальныя равнодѣйствующія
безконечно-большого числа безконечно-малыхъ силъ,
приложенныхъ къ отдѣльнымъ частицамъ тѣла
или къ его поверхности. Такъ, всѣ не есть въ
дѣйствительности сила, приложенная къ центру
тяжести, но совокупность всѣхъ всѣхъ частицъ,
составляющихъ тѣло. Кромѣ того, сила никогда
не бываетъ сосредоточена въ одной точкѣ, какъ это
предполагаетъ абстрактная механика, но она всегда
передается тѣлу посредствомъ болѣе или менѣе
значительной плоскости. Если-бы сила дѣйствовала

на тѣло въ одной точкѣ, то тѣло врѣзалось бы въ опору. Дѣйствительно, напряженіе матеріала въ этомъ случаѣ представилось бы формулой $N = \frac{P}{F}$, гдѣ F для точки $= 0$. Отсюда $N = \infty$, т.е., въ ней развивается такое напряженіе, при которомъ тѣло не можетъ существовать.

§ 5. Дѣйствіе и реакція.

При всякомъ приложеніи внѣшнихъ силъ измѣняется состояніе тѣла: внутреннія силы, образовавшіяся отъ измѣненія положенія частицъ, какъ разъ уравновѣшиваютъ внѣшнія силы; это явленіе Ньютонъ выразилъ словами: „противодѣйствіе равно дѣйствію". Но это правило требуетъ оговорки. Если внѣшняя сила приложена не сразу полною своею величиною, но увеличивается постепенно отъ нуля (0) до своего конечнаго значенія, то и перемѣщеніе частицъ возрастаетъ соотвѣтственно возрастанію силы до тѣхъ поръ пока не образуется новое состояніе равновѣсія. Въ этомъ случаѣ во всякій моментъ противодѣйствіе равно дѣйствію. Но если сила приложена сразу полною своею величиною, то, такъ какъ

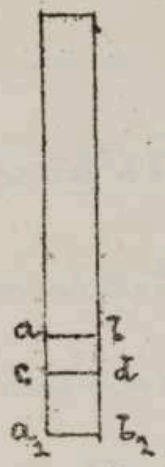
сообщаемая ей деформация не можетъ образоваться моментально, частицы пріобрѣтаютъ нѣкоторую скорость; при своемъ движеніи вслѣдствіе этой скорости они переходятъ состояніе равновѣсія и останавливаются тогда, когда работа внутреннихъ силъ сдѣлается равной работѣ внѣшнихъ. Затѣмъ частицы возвращаются обратно, и образуется рядъ качаній, но амплитуда каждаго послѣдующаго качанія, вслѣдствіе внутреннихъ сопротивленій, дѣлается все меньше и меньше, и тѣло послѣ нѣкотораго, весьма втрочемъ короткаго, промежутка времени приходитъ въ состояніе новаго равновѣсія. Во время этихъ качаній существуетъ равновѣсіе только между работами внутреннихъ и внѣшнихъ силъ, но нѣтъ равновѣсія между самими силами. Примѣромъ такого рода дѣйствія силы можетъ служить ударъ тѣлъ. Положимъ, шаръ падаетъ на плоскость съ нѣкоторой высоты, такъ что производитъ дѣйствіе сразу всѣмъ своимъ вѣсомъ. Тогда образующееся въ плоскости противодѣйствіе D_1 будетъ меньше давленія D, произведеннаго силой вѣса шара, и пройдетъ T_0, на что было указано выше. На практикѣ Строительной

механики можно безъ замѣтной ошибки допустить что приложенныя къ тѣлу силы увеличиваются постепенно отъ 0 до нѣкотораго значенія, или что (въ случаѣ когда это условіе невыполнимо) колебанія, произведенныя внезапнымъ приложеніемъ силъ, прекратились, и наступило окончательное равновѣсіе тѣла; тогда производимыя имъ работы равны дѣйствію.

§6. Упругость.

Равновѣсіе частицъ можетъ быть устойчивое, безразличное и неустойчивое. Равновѣсіе наз. устойчивымъ, когда тѣло, получившее отъ дѣйствія внѣшнихъ силъ деформацію, принимаетъ свой первоначальный видъ по удаленіи нагрузки. Это свойство наз. упругостью тѣла. Когда амплитуда видоизмѣненія формы тѣла перейдетъ нѣкоторый предѣлъ, называемый предѣломъ упругости, то тѣло получаетъ новую форму равновѣсія, частицы не возвращаются въ прежнее положеніе, а группируются другимъ образомъ. Въ этомъ новомъ состояніи равновѣсія тѣло имѣетъ тоже нѣкоторую устойчивость, но опыты показываютъ, что, чѣмъ больше будетъ удаленіе первоначальной группировки

частицъ, тѣмъ менѣе устойчивымъ дѣлается соотвѣтственное равновѣсіе, и тѣмъ долѣе деформація постоянная превышаетъ упругую.*



Напримѣръ, пусть мы имѣемъ упругаго матеріала палочку, на которую дѣйствуетъ какой нибудь грузъ, приводящій ея нижнее основаніе изъ положенія $\overline{ab}$ въ полож. $\overline{a_1 b_1}$; такимъ образомъ удлиненіе палочки выразится отрѣзкомъ aa_1. Пусть далѣе по удаленіи груза нижнее сѣченіе уже не придетъ опять въ полож. ab, но въ какое либо новое cd. Тогда и въ этомъ новомъ положеніи равновѣсіе палочка способна давать по нагруженіи нѣкоторое удлиненіе x, но всякомъ случаѣ меньшее aa_1 (первоначальнаго.)

Когда равновѣсіе безразлично, то тѣло, получившее деформацію, сохраняетъ ее и по удаленію силъ, т. е., внутреннія частицы тѣла при всякой группировкѣ ихъ находятся въ равновѣсіи. Это свойство характеризуетъ тѣла мягкія и пластичныя.

---

* При дальнѣйшемъ увеличеніи дѣйствующей силы наступитъ-бы моментъ, когда равновѣсіе сдѣлалось-бы невозможнымъ, и тѣло разрушилось бы.

Опыты показываютъ, что совершенно пластичныхъ тѣлъ въ природѣ нѣтъ, и что при очень малыхъ деформаціяхъ и мягкія или пластичныя тѣла имѣютъ упругія свойства.

Равновѣсіе называется неустойчивымъ, когда малѣйшая сила производитъ столь значительное перемѣщеніе частицъ, что тѣло разрушается или, по крайней мѣрѣ его сосѣдніе измѣняются. Такое свойство имѣютъ нѣкоторыя стекла, аравійскія вещества и т. п.

§ 7. Незначительность деформацій допускаемыхъ въ сооруженіяхъ.

Деформаціи, превышающія предѣлъ упругости, вредны для прочности сооруженія, а потому въ сооруженіяхъ не допускаются; кромѣ того, и другія причины заставляютъ не допускать значительныя деформацій, такъ какъ онѣ могли-бы быть причиною разрушенія соединеній отдѣльныхъ частей (напр., шипъ снялся-бы съ гнѣзда), повредили-бы окраску и т. п. Поэтому, въ большинствѣ случаевъ можно допустить, не отклоняясь отъ дѣйствительности, что деформаціи столь малы, что ими можно пренебречь, а такое допущеніе значительно

упрощаетъ формулы. Въ нѣкоторыхъ тѣлахъ одно измѣреніе значительно превышаетъ остальныя; такимъ измѣреніемъ въ рессорахъ, напр., есть длина. Хотя, поэтому, при изгибѣ рессоры каждое сѣченіе измѣняетъ по отношенію къ смежному съ нимъ сѣченію свое положеніе чрезвычайно мало, и вслѣдствіе этого перемѣщеніе не выходитъ изъ предѣловъ упругости, тѣмъ не менѣе полное перемѣщеніе двухъ крайнихъ сѣченій по отношенію другъ къ другу можетъ быть весьма значительно. Условіе незначительности деформаціи для сохраненія упругости должно, такимъ образомъ, быть всегда выполнено по отношенію къ двумъ смежнымъ сѣченіямъ; формулы, выведенныя на основаніи этого условія, могутъ быть употребляемы для опредѣленія и значительныхъ полныхъ деформацій. ×

§8. Независимость дѣйствія силъ.

Когда деформаціи незначительны, то каждая изъ приложенныхъ къ тѣлу внѣшнихъ силъ дѣйствуетъ точно такимъ образомъ, какъ если-бы другихъ не существовало, и деформаціи, производимыя отдѣльными силами, слагаются; вслѣдствіе

этого достаточно изучить действіе одной силы для того, чтобы можно было опредѣлить совмѣстное дѣйствіе большого числа силъ, которое равняется алгебраической суммѣ дѣйствій отдѣльныхъ силъ.

§ 9. Идіотропія.

Тѣло называется однороднымъ, когда его положеніе во всѣхъ точкахъ одинаково, и его называютъ идіотропнымъ, когда оно во всѣхъ точкахъ и по всѣмъ направленіямъ имѣетъ одинаковую упругость. Такъ, напримѣръ, стекло почти совершенно идіотропно; Два волокнистыя (дерево, прокатое желѣзо) идіотропны только по направленію волоконъ: частицы расположены въ нихъ симметрично только вокругъ оси. Въ дѣйствительности весьма рѣдко встрѣчается тѣло, которое было-бы совершенно идіотропно хотя бы по одному только направленію, но отклоненія отъ идіотропности обыкновенно столь незначительны, что ими можно пренебречь. Такое пренебреженіе допустимо уже потому, что на

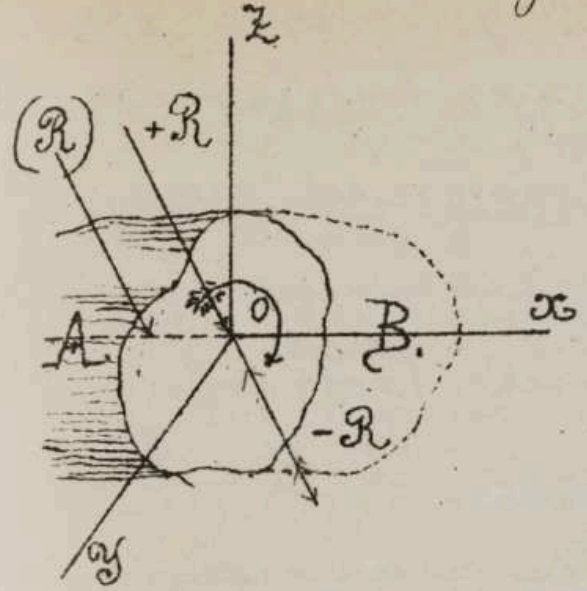
практикѣ обыкновенно требуется знать деформацію только по одному направленію.

§10. Методъ сѣченій.

Чтобы опредѣлить величину сопротивленія какого нибудь сѣченія тѣла, представляютъ себѣ тѣло разрѣзаннымъ по этому сѣченію и одну изъ его отчѣленныхъ частей удержанной въ равновѣсіи дѣйствующими на нее силами, а къ сѣченію оставшейся части прикладываютъ внѣшнія силы, замѣняющія дѣйствіе частныхъ силъ, равныя подлому сопротивленію сѣченія. Это сопротивленіе уравновѣшиваетъ дѣйствіе внѣшнихъ силъ, къ которымъ принадлежатъ приложенныя силы, сопротивленія опоръ и вѣсъ; всѣ эти силы вмѣстѣ, т. е. внѣшняя нагрузка, сопротивленія опоръ и частичныя силы сѣченія должны удовлетворять условіямъ равновѣсія. Изъ уравненій, составленныхъ съ помощью этихъ условій, можно опредѣлить частичныя силы сѣченія или его напряженія въ разныхъ точкахъ. Этотъ способъ опредѣленія напряженій называется методомъ

сѣченій; онъ имѣетъ весьма обширное прило-
женіе въ Строительной механикѣ. По отно-
шенію къ этому методу слѣдуетъ замѣтить,
что въ дѣйствительности всѣ частицы устра-
ненной части тѣла дѣйствовали на остав-
шееся сѣченіе, т. е., не только частицы, состав-
лявшія сѣченіе, но и другія, образующія органи-
ную часть. Сцѣпленіе сѣченій состоитъ въ
взаимодѣйствіи не только соприкасающихся,
но и остальныхъ частицъ, изъ чего можно-бы
заключить, что дѣйствительное напряженіе
немного меньше того, которое получается
при предположеніи, что вся сила сцѣпленія
двухъ сѣченій происходитъ только отъ частицъ
сѣченія. Но опыты показываютъ, что дѣйствіе
частицъ непринадлежащихъ сѣченію, распро-
страняется только на чрезвычайно малыя
разстоянія, такъ что конечная площадь, которая
находилась подъ дѣйствіемъ частичныхъ силъ
устраненной части, столь близка къ самому
сѣченію, что здѣсь самой точной поверхности можно
принять ее совпадающей съ самымъ сѣченіемъ.

§ 11. Разные роды напряжений.



Хотя изменения, которым может подвергаться тело, находящееся подъ вліяніемъ внѣшнихъ усилій, могутъ быть весьма разнообразны, однако всегда возможно разсматривать эти измѣненія какъ результатъ одновременно существовавшихъ нѣсколькихъ простѣйшихъ измѣненій. Положимъ, что тѣло AB, на которое дѣйствуютъ внѣшнія силы, пришло въ состояніе равновѣсія. Разсѣчемъ тѣло нѣкоторою плоскостью перпендикулярною къ оси и мысленно отбросимъ правую часть B отъ начала координатъ O, гдѣ O – центръ тяжести тѣла; тогда, для удержанія оставшейся части въ прежнемъ положеніи, необходимо дѣйствіе отнятой части замѣнить напряженіями, приложенными къ точкамъ сѣченія. Понятно, что напряженія эти должны составить систему силъ, равнодѣйствующую съ системою внѣшнихъ усилій, дѣйствующихъ на точки отнятой части. Означимъ равнодѣйствующую всѣхъ силъ, включая и сопротивленія опоръ, дѣйствующихъ на часть AO чрезъ (R); по правилу Poinsot ее можно замѣнить равной и параллельной силой R, проходящей чрезъ центръ тяжести O_1.

и моментомъ M, равнымъ моменту силы R (§7.), равнымъ суммѣ моментовъ всѣхъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на AO. Разложимъ силу R по тремъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ OX, OY, OZ, изъ которыхъ OZ совпадаетъ съ осью тѣла, на слагающія X, Y и Z и точно такъ же моментъ M — на слагающія пары (или моменты) M_x, M_y, M_z, расположенныя въ плоскостяхъ ZOY, ZOX, YOX.

Нормальная слагающая Z растягиваетъ или сжимаетъ частицы по направленію длины; это—сила растяженія или сжатія, лежащая въ плоскости, нормальной къ сѣченію. Слагающая Y стремится сдвинуть часть OB, это—сила поперечная, срѣзывающая или скалывающая, а также касательная. Сила Z производитъ такое-же дѣйствіе, какъ и сила Y, только по другому направленію, перпендикулярному къ первому. Пара M_y, лежащ. въ плоскости ZOX, стремится повернуть тѣло въ этой плоскости около оси OY или изогнуть его, а пара M_z стремится повернуть тѣло около оси OZ; пара M_x производитъ кручение, ее называютъ парою кручения. Такъ какъ частичныя силы, вызванныя

въ сѣченіи YOZ деформаціей, уравновѣшиваютъ внѣшнія силы, то ихъ равнодѣйствующая равна и прямо-противоположна силѣ (R), т.е., какъ слагающія, такъ и моменты частичныхъ силъ точно равны и прямо-противоположны соотвѣтствующимъ величинамъ равнодѣйствующей силы (R). Такимъ образомъ деформацію тѣла въ общемъ случаѣ должно разсматривать, какъ результатъ совмѣстнаго существованія растяженія (или сжатія), сдвига, изгиба и кручения. Въ правильно построенныхъ сооруженіяхъ равнодѣйствующая (R) почти всегда встрѣчаетъ ось бруска или проходитъ такъ близко отъ этой оси, что моментъ кручения во всѣхъ этихъ случаяхъ можетъ быть принятъ равнымъ нулю. Строительная механика занимается только сопротивленіями при растяженіи, сжатіи, срѣзываніи и изгибѣ.

§ 12. Напряженія внутри тѣла.

Положимъ теперь, что внутри даннаго упругаго тѣла, находящагося въ равновѣсіи подъ вліяніемъ внѣшнихъ силъ, выдѣленъ весьма малый параллелопипедъ со ребрами dx, dy и dz параллельными

взаимно-перпендикулярными осями x, y и z.
Отбрасываем всѣ части тѣла, кромѣ этого параллелепипеда, и дѣйствіе ихъ на этотъ послѣдній замѣняемъ силами, приложенными къ его граняхъ. Равнодѣйствующая силъ, приложенныхъ къ какой либо грани, и будетъ напряженіе, дѣйствующее на эту грань и имѣющая точку приложенія центръ ея тяжести. Эту послѣднюю силу для каждой грани будемъ разлагать на три составляющихъ, параллельныя координатнымъ силамъ. Эти силы будемъ

считать положительными, когда они направлены въ сторону положительныхъ осей координатъ. Начнемъ съ грани ближайшей къ координатной плоскости yz. Для этой грани отрицательная ось X есть внѣшняя нормаль, а потому проекціи напряженія, дѣйствующаго на эту грань, будутъ:

$$\begin{cases} -\sigma_{xx}\, dy\, dz \\ + \tau_{xy}\, dy\, dz \\ + \tau_{xz}\, dy\, dz \end{cases} *$$

При переходѣ отъ разсматриваемой грани къ грани ей параллельной координаты y и z не измѣняются и только абсцисса x получаетъ приращеніе dx; слѣдовательно напряженія, разсматриваемыя какъ непрерывныя функціи координатъ, при этомъ переходѣ получатъ приращенія только по перемѣнному x. Замѣчая, что для разсматриваемой теперь грани положительная ось x есть внѣшняя нормаль, получаемъ для проекцій ея напряженій слѣдующія выраженія:

$$+ dy\, dz \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \right)$$

---

* Нормальныя напряженія будемъ обозначать буквой σ, а скалывающія или касательныя буквой τ съ двумя показателями, изъ которыхъ первый показатель указываетъ ось, къ которой плоскость напряженія перпендикулярна, а второй указываетъ ось, которой напряженіе параллельно. Согласно этому обозначенію легко видѣть, что на параллелепипедъ дѣйствуютъ силы, величины которыхъ получаются черезъ умноженіе напряженій на площадь соотвѣтствующихъ гранеи.

$$-dy.dz\left(\tau_{zy}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}.dx\right),$$
$$-dy.dz\left(\tau_{xz}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}.dx\right).$$

Совершенно такимъ-же образомъ найдемъ и для остальныхъ граней:

Названія плоскост.	Нормальныя б	Скалывающія τ.	
YOZ	$-\delta_{xx}\,dy.dz$	$\tau_{xy}\,dy.dz$	$\tau_{xz}\,dy.dz.$
$Y_1O_1Z_1$	$\left(\delta_{xx}+\frac{\partial\delta_{xx}}{\partial x}dx\right)dy\,dz$	$-\left(\tau_{xy}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}dx\right)dy.dz$	$-\left(\tau_{xz}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}.dx\right)dy.dz$
ZOX	$-\delta_{yy}\,dz.dx.$	$\tau_{yz}.\,dz.dx.$	$\tau_{yx}\,dz.dx.$
$Z_1O_1X_1$	$\left(\delta_{yy}+\frac{\partial\delta_{yy}}{\partial y}dy\right)dz.dx.$	$-\left(\tau_{yz}+\frac{d\tau_{yz}}{dy}.dy\right)dz.dx$	$-\left(\tau_{yx}+\frac{d\tau_{yx}}{dx}.dx\right)dz.dy$
XOY.	$-\delta_{zz}\,dx.dy.$	$\tau_{zx}\,dx.dy$	$\tau_{zy}\,dx\,dy$
$X_1O_1Y_1$	$\left(\delta_{zz}+\frac{\partial\delta_{zz}}{\partial z}dz\right)dx.dy.$	$-\left(\tau_{zx}+\frac{d\tau_{zx}}{dz}dz\right)dx.dy$	$-\left(\tau_{zy}+\frac{d\tau_{zy}}{dz}dz\right)dy.dx$
- - -	- - - - - - -	- - - - -	- - - -

Если еще обозначимъ черезъ X, Y и Z проекціи на оси какой-нибудь внѣшней силы, напр., силы тяжести, отнесенной къ единицѣ массы и дѣйствующей на всѣ точки тѣла, а, слѣд., и на точки разсматриваемаго параллелопипеда и черезъ g - удѣльный вѣсъ матеріала, то проекціи равнодѣйствующей всѣхъ подобныхъ силъ, приложенныхъ къ точкамъ параллелопипеда, будутъ:

$$gX\,dx.dy.dz.$$
$$Y.dx.dy.dz$$
$$gZ\,dx.dy.dz$$

Для равновѣсія свободной какой-нибудь упругой среды

должны быть место следующія шесть уравненій:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum Z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sum (Z_y - Y_z) = 0. \\ \sum (X_z - Z_x) = 0. \\ \sum (Y_x - X_y) = 0. \end{cases}$$

Первыя три уравненія, необходимыя для уничтоженія поступательныхъ движеній, приводятъ теперь къ слѣдующимъ уравненіямъ

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho Y = 0. \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho Z = 0 \end{aligned}\right\} \text{A.}$$

Чтобы вывести условія, уничтожающія вращательныя перемѣщенія параллелопипеда, посмотримъ, къ чему приводитъ, напр, условіе:

$$\sum (Y_x - X_y) = 0.$$

§ 13. Свойства скалывающихъ напряженій.

Послѣднее выраженіе, равно какъ и два другія, ему подобныя, выведены въ предположеніи, что центръ моментовъ есть начало координатъ, поэтому, для скорѣйшаго достиженія искомыхъ условій, выгодно будетъ перенести

начало координатъ въ центръ тяжести параллелопипеда, не измѣняя направленія осей. Пренебрегая измѣненіями или измѣреній параллелопипеда, получимъ уравненіе моментовъ по отношенію къ оси Z, $\sum (Y_x - X_y) = 0$, въ слѣдующемъ видѣ:

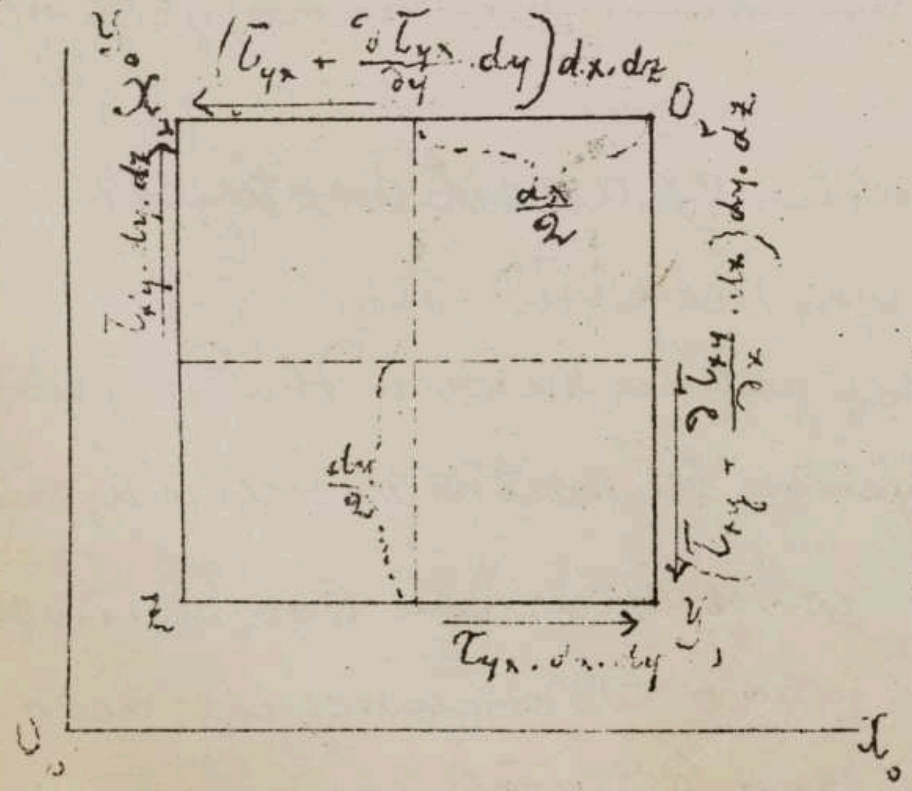
$$\left[\tau_{xy}\, dy\, dz + \left(\tau_{xy}\, dy\, dz + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx\, dy\, dz\right)\right]\frac{dx}{2} -$$

$$-\left[\tau_{yx}\, dz\, dx + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy\right) dz\, dx\right]\frac{dy}{2} = 0.$$

Пренебрегая безконечно малыми величинами высшей степени, получимъ послѣ сокращенія на общій множитель $dx\, dy\, dz$, что

$\tau_{xy} - \tau_{yx} = 0$, откуда $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

Точно такимъ-же образомъ получимъ, принимая за ось моментовъ ось Y, а затѣмъ ось X, остальныя два условія, необходимыя для уничтоженія вращательныхъ перемѣщеній.



$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\text{и } \tau_{zy} = \tau_{yz}.$$

Изъ этихъ равенствъ слѣдуетъ: скалывающія напряженія двухъ взаимно перпендикулярныхъ площадокъ, перпенди-

лярныя къ линіи пересѣченія этихъ плоскостей, равны между собой.

Вслѣдствіе этого свойства будемъ обозначать

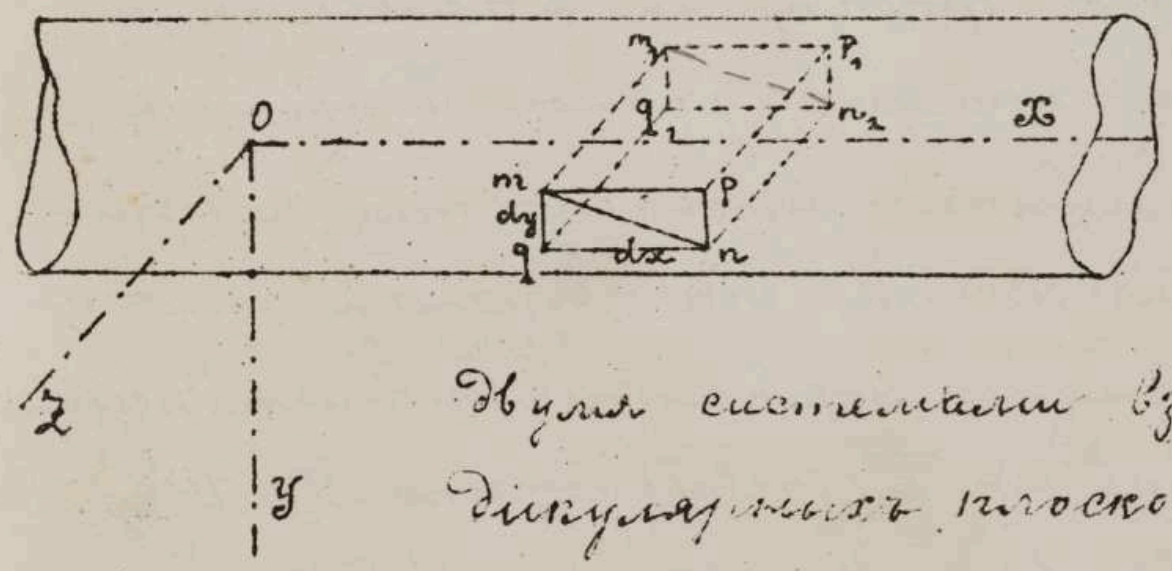
τ_{xy} и τ_{yx} чрезъ: τ_z

τ_{xz} и τ_{zx} " τ_y

τ_{yz} и τ_{zy} " τ_x

(Скалывающія напряженія въ плоскости, параллельной оси, указанной значкомъ, и перпендикулярно къ той-же оси.) Итакъ, уравненія А съ условіями $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{xz} = \tau_{zx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ и суть общія уравненія равновѣсія упругаго тѣла, доказательствующія плитъ листо отъ каждой его точки.

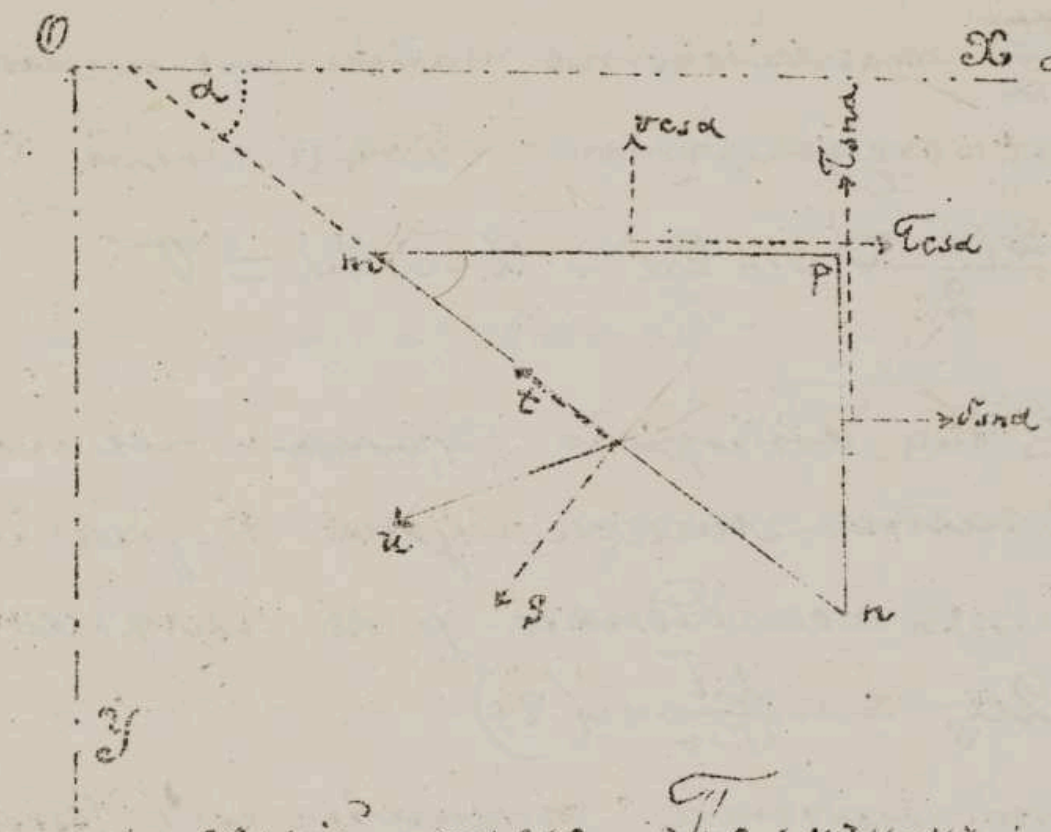
§ 14. Напряженія въ косыхъ направленіяхъ.



Разобьемъ тѣло, подверженное дѣйствію внѣшнихъ силъ двумя системами взаимно перпендикулярныхъ плоскостей, параллельныхъ плоскостямъ ZOX и ZOY на бесконечно-тонкія элементарныя призмы. Выдѣлимъ одну такую призму; означимъ размѣры ея поперечнаго сѣченія чрезъ dx и dy, а длину примемъ $Z = 1$ (чер. на стр. 41)

Рассмотримъ только тотъ на практикѣ чаще всего встрѣчающійся случай, когда всѣ на призму дѣйствующія силы находятся въ вертикальной плоскости XY или распредѣлены по обѣ стороны этой плоскости такимъ образомъ, что ихъ равнодѣйствующія находятся въ ней. Въ этомъ случаѣ δ_z, τ_x, τ_y равны нулю, и на призму дѣйствуютъ только напряженія δ_x, δ_y и τ_z. Для простоты обозначимъ δ_x черезъ δ, δ_y черезъ ν и τ_z — τ. Кромѣ того на призму дѣйствуетъ еще вѣсъ = $p.dx.dy$, но т. к. послѣдній — безконечно малая величина 2го степени, то имъ, сравнительно съ величинами 1ой степени можно пренебречь. Разложимъ эту призму діагональной плоскостью mn на 2 половины и длину діагонали примемъ равною единицѣ. Отбросимъ нижнюю половину mnq и дѣйствіе ея на плоскость mn верхней половины mnp замѣнимъ нормальнымъ напряженіемъ S и скалывающимъ t; очевидно, что S и t суть слагающія дѣйствующаго въ плоскости косого напряженія u. Если уголъ діагонали mn съ осью OX означимъ черезъ α, то площадь грани $np = \sin\alpha$, а грани $pn = \cos\alpha$ (такъ какъ площ. грани $mn = 1$); на грань np дѣйствуетъ

поэтому сила = $\delta \sin\alpha$ и еще $T \sin\alpha$, а на грань пр — $v \cos\alpha$ и $T \cos\alpha$ (Черт. на этой странице.)



Разложимъ каждую изъ этихъ силъ по направленіямъ s и t и, основаніи законовъ равновѣсія, приравняемъ алгебраическую сумму по каждому изъ этихъ направленій нулю. Получимъ:

$$S - T\sin\alpha\cos\alpha - \delta\sin^2\alpha - v\cos^2\alpha - T\cos\alpha\sin\alpha = 0.$$

$$t + T\sin^2\alpha - \delta\sin\alpha\cos\alpha + v\cos\alpha\sin\alpha - T\cos^2\alpha = 0,$$

откуда получимъ:

$$S = v\cos^2\alpha + \delta\sin^2\alpha + 2T\sin\alpha\cos\alpha$$

$$t = T(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + (\delta - v)\sin\alpha\cos\alpha \quad ; \text{ но}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \quad \text{и} \quad \sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \quad \text{и} \quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

Поэтому:

$$S = \frac{v+\delta}{2} + \frac{\delta - v}{2}\cos 2\alpha + T\sin 2\alpha$$

$$t = T\cos 2\alpha + \frac{\delta - v}{2}\sin 2\alpha, \ldots\ldots (1.)$$

Изъ этихъ уравненій видно, что напряженія S и t зависятъ отъ угла наклона α. Когда α измѣняется отъ 0° до 180°, то направленіе пл

принимаетъ всевозможныя положенія, слѣдовательно S и t проходятъ черезъ всевозможныя значенія.

Для полученія максимальныхъ напряженій надо $\frac{\partial S}{\partial \alpha}$ и $\frac{\partial t}{\partial \alpha}$ положить равными нулю (по правилу дифференціальнаго исчисленія).

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{2(S-v)}{2} \sin 2\alpha + 2\tau \cos 2\alpha = 0.$$

Если уголъ α, для котораго нормальное напряженіе S достигаетъ максимума, обозначимъ чрезъ α_s, то изъ послѣдняго ур-ія получимъ:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_s = -\frac{2\tau}{S-v} \ldots\ldots (2.)$$

Подставивъ это значеніе въ уравненіе (1), получ. послѣ соотвѣтственнаго приведенія:

$$S_{max} = \frac{S+v}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2 + (S-v)^2} \ldots\ldots (3.)$$

Когда уголъ α измѣняется отъ $0°$ до $180°$, то онъ два раза получаетъ значеніе, удовлетворяющее уравненію (2). Оба эти значенія α_s и $90° + \alpha_s$ различаются другъ отъ друга на $90°$, т. е. плоскости, въ которыхъ дѣйствуютъ наибольшее нормальное напряженіе, взаимно перпендикулярны; который изъ знаковъ передъ корнемъ въ уравненіи (3) соотвѣтствуетъ наибольшему, а который наименьшему напряженію рѣшаетъ знакъ величины $\frac{S+v}{2}$.

Второе изъ ур-ій (1) даетъ:

$\frac{dt}{d\alpha} = \frac{2(\delta-\nu)}{2}\cos 2\alpha - 2\tau \sin 2\alpha = 0$, откуда

$\operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{\delta-\nu}{2\tau}$, где α_t есть угол наклона, для которого скалывающее напряжение t имеет наибольшее значение.

Из уравнения 1) получим после соответствующих преобразований:

$$t_{max} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2+(\delta-\nu)^2}$$

Когда угол α изменяется от $0°$ до $180°$, то он два раза принимает значения, удовлетворяющие этому уравнению, и оба значения α_t и $90°+\alpha_t$ разнятся между собою на $90°$, т. е., <u>плоскости, в которых действуют предельные скалывающие напряжения, перпендикулярны между собою.</u>

Если обозначим $S_1 = \frac{\delta+\nu}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2+(\delta-\nu)^2}$

$$S_2 = \frac{\delta+\nu}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2+(\delta-\nu)^2},$$ то

$S_2+S_1 = \delta+\nu$ и $S_1-S_2 = \sqrt{4\tau^2+(\delta-\nu)^2} = 2 t_{max}$,

и, след., $t_{max} = \frac{S_1-S_2}{2}$; далее имеем:

$\operatorname{tg} 2\alpha_s = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_t}$, из чего следует, что

$2\alpha_s = 90° + 2\alpha_t$ и $\alpha_s = 45° + \alpha_t$, т. е., <u>плоскости предельных нормальных напряжений составляют с плоскостями предельных скалывающих напряжений углы в $45°$.</u>

Предельные напряж. на обыкновенно главными

§ 15. Графическое определение косых напряжений.

Оба нормальных напряжения σ и δ принимаем положительными. На прямой $\xi\delta_1$ (фр. на стр. 47а), параллельной δ', откладываем отрезок $\delta\delta' = \delta'$ и на перпендикуляре к ней в точках σ и δ' откладываем $\sigma A = \delta' B = \tau$. На AB, как на диаметре, описываем окружность. Чтобы получить s и t для плоскости m, проводим через A прямую, перпендикулярную к m до пересечения с окружностью в точке σ и опускаем из σ на δ_1 перпендикуляр σN; тогда $\delta N = t$, а $\delta\delta = s$, т. е. s есть абсцисса, а t — ордината точки N, приняв за начало координат точку δ, а за ось абсцисс прямую $\delta\delta_1$. Чтобы это доказать, проведем $\delta N_1 \parallel AN$, соединим N с B и точку пересечения BN с δN_1 означим через E. Из чертежа получим

$$\delta\delta' = \delta K + LE = \delta E \sin\alpha + EN\cos\alpha$$

$$\delta N = EK - NL = \delta E\sin\alpha - EN\sin\alpha$$

$$\delta E = \delta M + PP = \delta\sin\alpha + \tau\cos\alpha.$$

$$EN = \delta\sigma + DA = \sigma\cos\alpha + \tau\sin\alpha$$

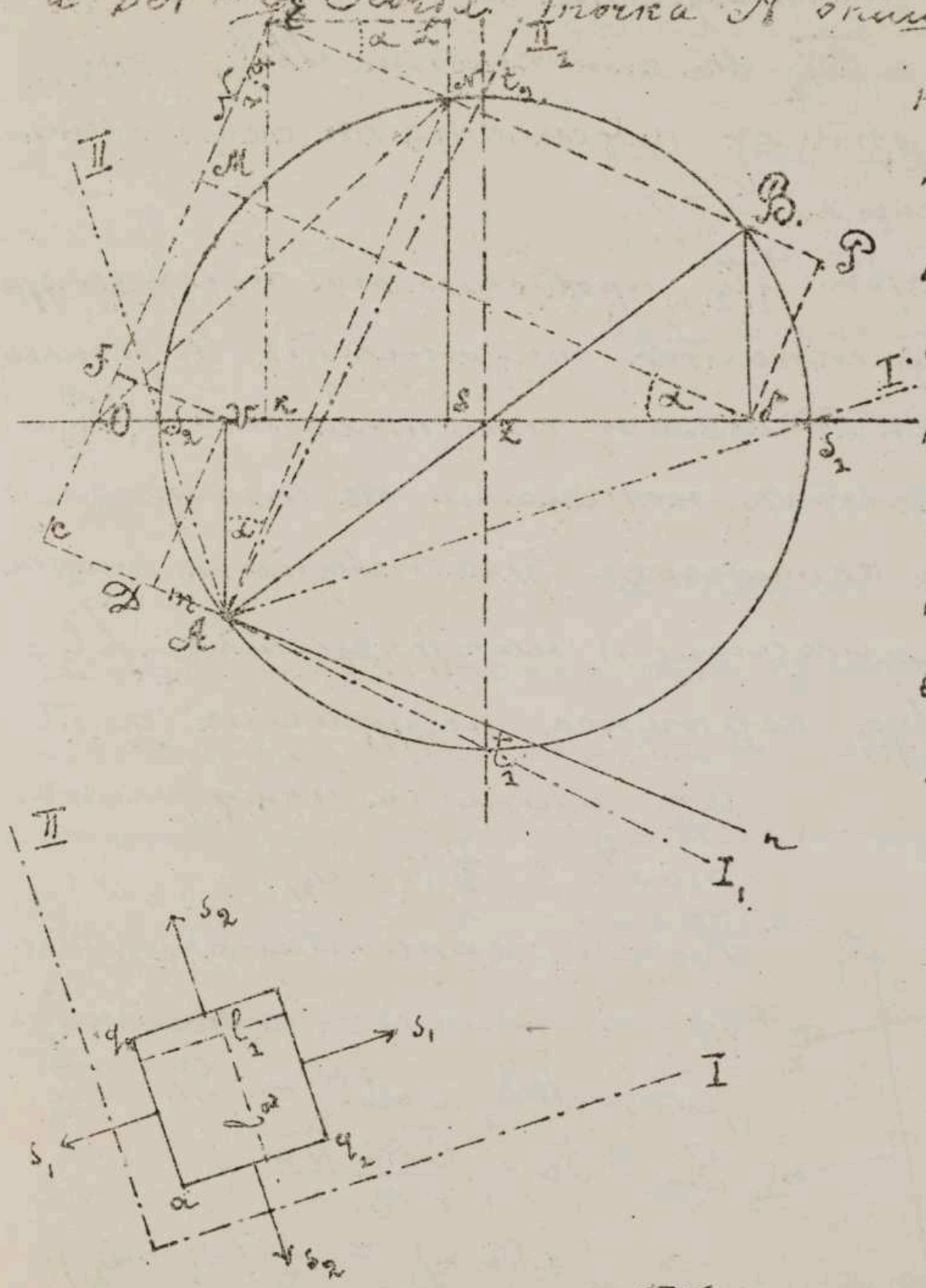
Следовательно:

$$\delta\delta = (\delta\sin\alpha + \tau\cos\alpha)\sin\alpha + (\sigma\cos\alpha + \tau\sin\alpha)\cos\alpha$$

или $OS^2 = \delta^2 \sin^2\alpha + \nu^2\cos^2\alpha + 2\tau \sin\alpha\cos\alpha$

$SN = (\delta\sin\alpha + \tau\cos\alpha)\cos\alpha - (\nu\cos\alpha + \tau\sin\alpha)\sin\alpha = \tau(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + (\delta - \nu)\sin\alpha\cos\alpha$

Из последних выражений следует, что $\overline{OS} \perp \overline{SN}$ и $SN = \tau_{\nu\delta}$. Конец

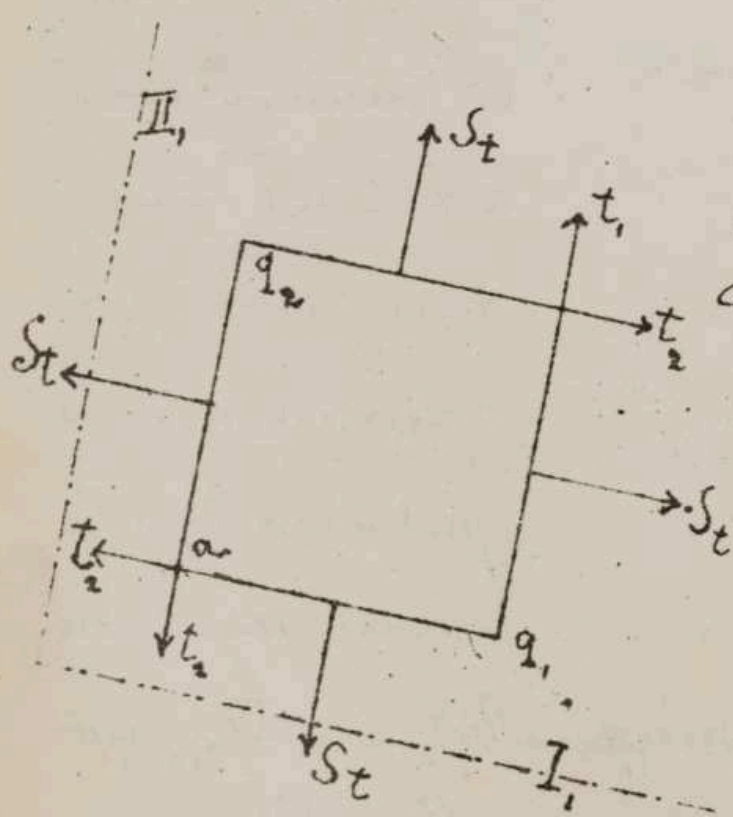


вектора $\tau_{\nu\delta}$ проходит через точку N, лежащую на окружности, то на координатных площадках, проходящих через все значения, какие может принимать нормальное и скалывающее напряжение около данной точки, существуют площадки, для которых касательное напряжение равно нулю, т.е. площадки, на которых действуют главные нормальные напряжения.

Пусть AS_1 и AS_2, проведенные из точки A через S_1 и S_2, определяют направления наибольшего и наименьшего нормальных напряжений и

тех элементов aq_1 и aq_2 (черт. на стр. 47,б), в которых они действуют, причем $S_2 = \delta_{max} = OS_1$ действует в плоскости AS_2 (aq_2); $S_2 = \delta_{min} = \overline{OS_2}$ в плоскости AS_1 – (aq_1). В этих элементах скалывающие напряжения $\tau = 0$.

Перпендикуляр t_1t_2, проведенный через центр Σ к $\overline{OS_1}$, пересекает окружность в точках t_1 и t_2 таким образом, что прямые At_1 и At_2 определяют нормали к плоскостям aq_2 и aq_1, в которых действуют максимальные скалывающие напряжения $Zt_1 = Zt_2 = max\,t$. Из чертежа получается $max\,t = \frac{1}{2}(S_1 - S_2)$.



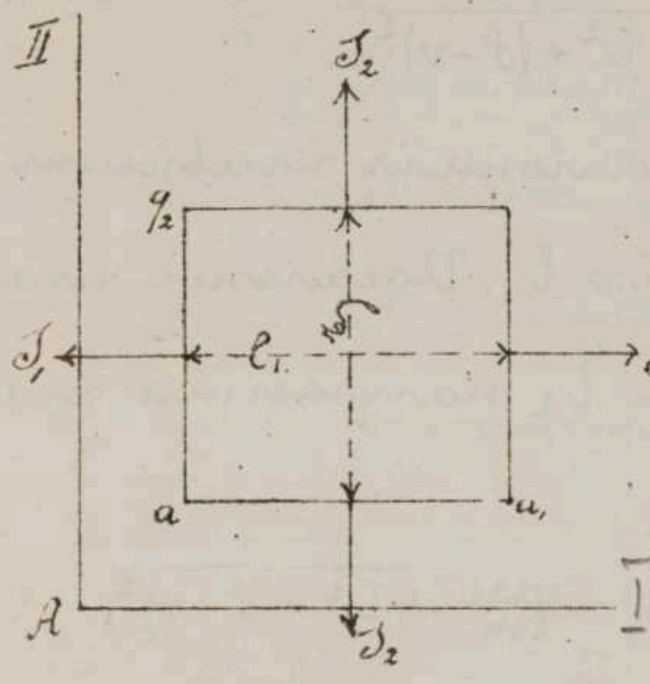
Нормальное напряжение, действующее на плоскостях At_1 и At_2 – $S_t = OZ$,

$$S_t = \overline{Ov} + \frac{\overline{O\delta} - \overline{Ov}}{2} = \frac{1}{2}(\delta + v) = \frac{1}{2}(S_1 + S_2)$$

Для практики важно знать обыкновенно только S_1 и S_2 и из черт. на стр. 48 $ZS_2 = ZS_1 = AZ = \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\delta - v}{2}\right)^2}$, поэтому, так как $\overline{OZ} = \frac{1}{2}(\delta + v)$ то $S_1 = \frac{1}{2}(\delta + v) + \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2 + (\delta - v)^2}$ и $S_2 = \frac{1}{2}(\delta + v) - \frac{1}{2}\sqrt{4\tau^2 + (\delta - v)^2}$.

§15. Идеальныя главныя напряженія.

Чер. 6а.



Возьмемъ безконечно тонкій параллелепипедъ (черт. 6а), котораго грани параллельны сѣченіямъ I и II и подвержены помимо нормальнымъ напряженіямъ S_1 и S_2; размѣры граней обозначимъ черезъ l_1 и l_2. Вслѣдствіе напряженія S_1 грань l_1 удлиняется на $\frac{S_1}{E} l_1$ (такъ какъ въ предѣлахъ упругости будетъ существовать равенство $\frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{S_1}{E}$, гдѣ E – коэффиціентъ упругости), а вслѣдствіе S_2 она укорачивается на $-\frac{S_2}{m \cdot E} \cdot l_1$ ($\frac{1}{m}$ – коэффиціентъ поперечной упругости). Полное удлиненіе грани l_1 поэтому равно:

$$\Delta l_1 = \frac{l_1}{E}\left(S_1 - \frac{S_2}{m}\right),$$

и точно такимъ же образомъ получаемъ:

$$\Delta l_2 = \frac{l_2}{E}\left(S_2 - \frac{S_1}{m}\right).$$

Обозначимъ черезъ K_1 такое нормальное напряженіе, которое, дѣйствуя одно по направленію S_1, произвело бы точно такое удлиненіе Δl_1, какое производятъ напряженія S_1 и S_2 при слѣдующемъ дѣйствіи.

Тогда получимъ:

$$\Delta l_1 = \frac{\kappa_1 l_1}{E} \; ; \qquad \kappa_1 = s_1 - \frac{1}{m} s_2 \; ,$$

а подставивъ для s_1 и s_2 ихъ значенія,

$$\kappa_1 = \frac{m-1}{2m}(\delta + v) + \frac{m+1}{2m}\sqrt{4\tau^2 + (\delta - v)^2} \; .$$

κ_1 зовется (по Винклеру) идеальнымъ главнымъ напряженіемъ по направленію l_1. Идеальное главное напряженіе по направленію l_2 получается такимъ же образомъ и равно

$$\kappa_2 = s_2 - \frac{1}{m} s_1 = \frac{m-1}{2m}(\delta + v) - \frac{m+1}{2m}\sqrt{4\tau^2 + (\delta - v)^2} \; .$$

Сооруженіе можетъ только тогда считаться достаточно прочнымъ, когда κ_1 и κ_2 ни въ какомъ мѣстѣ не превышаетъ допускаемаго или безопаснаго напряженія. Коэффиціентъ $\frac{1}{m}$ по молекулярной теоріи получается равнымъ $1/4$, но въ дѣйствительности онъ для разныхъ матеріаловъ различенъ: для желѣза и стали онъ колеблется между $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$. Если положимъ $m = 3{,}70$ получимъ:

$$\kappa_1 = \frac{1}{3}(\delta + v) + \frac{2}{3}\sqrt{(\delta - v)^2 + 4\tau^2}$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{3}(\delta + v) - \frac{2}{3}\sqrt{(\delta - v)^2 + 4\tau^2}$$

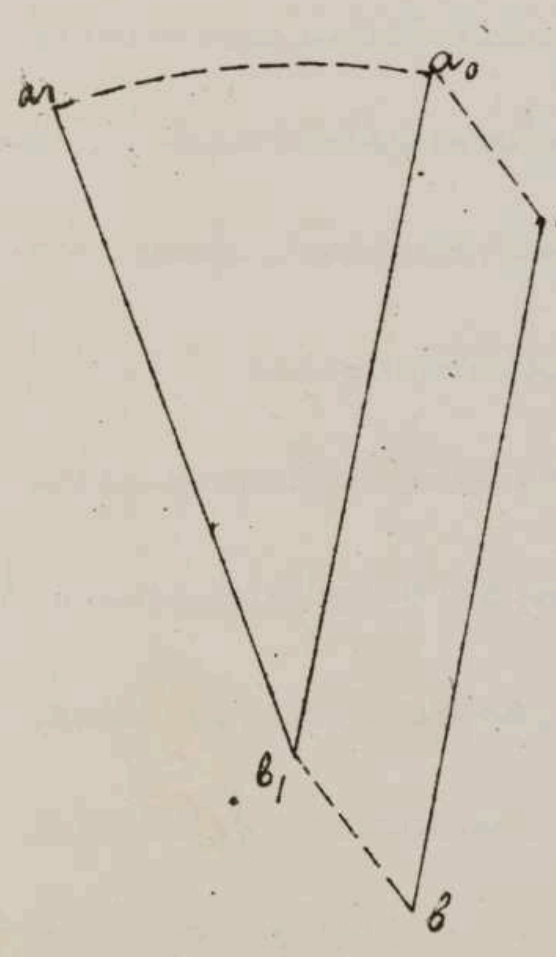
По этимъ формуламъ легко найти κ_1 и κ_2, если δ, v и τ извѣстны. Графически $\frac{1}{2}\sqrt{(\delta - v)^2 + 4\tau^2}$ равняется гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника, кото-

рало катеты равны $\frac{\delta - \nu}{1}$ и T. Способъ опредѣленія величинъ δ, ν, T будетъ указанъ ниже.

§17. Работа перемѣщенія. Работа деформаціи. Виртуальная работа.

Задача: На стержень ab дѣйствуютъ по направленію его оси 2 равныя и противоположныя силы S; опредѣлить работу, совершенную этими силами при произвольномъ движеніи этого стержня (черт. на этой стр.)

1) Работа перемѣщенія.



Предположимъ, что стержень ab — абсолютно жесткій, такъ что отъ дѣйствія силъ его длина не измѣняется. Произвольное перемѣщеніе его изъ ab въ a_1b_1 можно разсматривать какъ перемѣщеніе параллельно самому себѣ изъ ab въ a_0b_1 и вращеніе около точки b_1. При первомъ движеніи силы S исполняютъ равныя и діаметрально противоположныя работы; слѣдовательно, сумма этихъ

работу равна 0; при второмъ движеніи силы же совершаютъ никакой работы, такъ какъ направленія ихъ проходятъ черезъ (неподвижную) точку вращенія. Очевидно, что такой результатъ не зависитъ отъ того, будутъ ли силы F_1 и F_2 во время движенія свою величину (оставаясь, однако, равными между собой) или нѣтъ, такъ какъ въ послѣднемъ случаѣ ихъ можно разсматривать въ всякій безконечно малый моментъ постоянными.

Если потому на твердое тѣло или на частицу тѣла дѣйствуютъ 2 равныя и противоположныя силы, то при всякомъ движеніи тѣла работа ихъ, т. е. работа перемѣщенія, равна нулю.

2). Работа деформаціи. Если стержень АВ упругій и обозначимъ длину его черезъ l, то отъ дѣйствія силы F онъ удлинится на Δl. Положимъ, что стержень АВ началъ перемѣщаться въ такое положеніе, когда къ нему были приложены силы F, что, слѣдовательно, удлиненіе образовалось во время движенія стержня и что силы F были приложены не сразу полной своей величиной, но возрастали по-

стержень отъ 0 до ихъ конечнаго значенія S. Если S_x была величина силы S въ какой нибудь промежуточный моментъ до наступленія равновѣсія и $d\Delta l$ — соотвѣтствующая этому моменту величина удлиненія длины, то работа въ этотъ моментъ $= S_x d\Delta l$ и работа за все время движенія $T_u = \int_0^S S_x d\Delta l$,

гдѣ S — конечное значеніе силы. Это выраженіе даетъ работу, которую исполняютъ силы напряженій упругаго стержня ab, если, вслѣдствіи какой нибудь причины, онъ изъ положенія ab перейдетъ въ положеніе $a_1 b_1$, при чемъ его длина $ab = l$ возрастаетъ до $a_1 b_1 = l + \Delta l$, а сопротивленіе увеличивается отъ 0 до S. Если первоначальная величина сопротивленія назначалась S_0, то $T_u = \int_{S_0}^{S} S_x d\Delta l$; если отношеніе удлиненія $= \frac{\Delta l}{l}$ обозначить черезъ e, то $d\left(\frac{\Delta l}{l}\right) = \frac{1}{l} d\Delta l = de$, причемъ, что площадь $d\Sigma$, на которую дѣйствуетъ S, столь мала, что можно принять S распредѣленной по площади равномѣрно, и, обозначивъ напряженіе черезъ s (малое), откуда имѣемъ $S = s.d.\Sigma$. Слѣдовательно, $T_u = \int_0^{S} s.d.\Sigma.l.de = \int_0^{S} s_x.de.dv$ [illegible]

$d\mathfrak{N}.l = dv$ = объему стержня съ массой $d.\mathfrak{N}$).

Ти называется упругой работой или работой деформаций.

3) Предположимъ себѣ, что во все время движенія стержня силы S оставались неизмѣнными и что удлиненіе Δl произведено не силами S, но какой нибудь другой посторонней. причиной; работа силъ S будетъ въ этомъ случаѣ $\tau_v = S.\Delta l$. Это выраженіе называется виртуальной работой; оно приложимо одинаково какъ для внѣшнихъ такъ и для внутреннихъ силъ; необходимо только, чтобы удлиненія Δl были очень малы и въ дѣйствительности возможны. Пусть, напримѣръ, сооруженіе состоитъ изъ большого числа стержней; означимъ сопротивленія, произведенныя въ нихъ какой-нибудь нагрузкой, черезъ S; положимъ, что какая-нибудь другая нагрузка (или измѣненіе температуры), приложенная уже на наступленіи равновѣсія, измѣнила длины стержней на Δl; тогда виртуальная работа сопротивленій будетъ $\tau_v = \sum S \Delta l$, а упругая первой нагрузки

$$\tau_u = \sum \int_0^S S_x \, d\Delta l = \sum \int_0^S S_x \, de.dv.$$

Для простого растяжения $\varepsilon = \frac{S}{\mathcal{E}}$, где $\mathcal{E}$ — модуль упругости:

$$\int_0^S S_x \, de \cdot dv = \int dv \int_0^S \frac{S_x \, dS_x}{\mathcal{E}} = \int dv \frac{S^2}{2\mathcal{E}} = \frac{S^2}{2\mathcal{E}} \cdot v = \frac{S^2 \cancel{v} l}{2\mathcal{E}} = \frac{S \cancel{v}}{2} \cdot \frac{S l}{\mathcal{E}}$$

и, так как $\frac{S l}{\mathcal{E}} = \Delta l$, то

$$\mathcal{Z}_u = \frac{S \Delta l}{2}.$$

§18. Зависимость между виртуальной работой внешних и внутренних сил.

Выделим из тела бесконечно-малый параллелепипед. Он находится в равновесии под действием внешних и внутренних сил (сил масс, поверхности и сил сцепления). Положим, какая-нибудь посторонняя причина нарушила равновесие тела, и оно начинает принимать новую форму, соответствующую новой нагрузке. Представим себе, что во время образования этой деформации силы сопротивления параллелепипеда остаются постоянными; обозначим их виртуальную работу через $d\mathcal{Z}_v$.

Виртуальную работу сил масс обозначим через $d\mathcal{Z}_m$, а виртуальную работу сил поверхности через $d\mathcal{Z}_\pi$. Эта последняя распадается на работу сил сцепления, т. е. [illegible]

перемещения центра тяжести параллелепипе-
да, т. е. $(d\tau_{\pi} - d\tau_{v})$. Отбросить работу деформа-
ции, так как, вследствие своей незначитель-
ной величины, она не представляет для нас ни-
какого интереса, и составить алгебраическую сум-
му работ слагающих сил:

$$d\tau_{m} + d\tau_{\pi} - d\tau_{v}.$$

Это выражение представляет сумму работ
сил, действующих на какой-нибудь бесконечно-
малый параллелепипед. Взяв интеграл от это-
го выражения, мы получим сумму работ всех
сил действующих на тело

$$\tau_{m} + \tau_{\pi} - \tau_{v}.$$

Это выражение должно быть равно нулю, так как
работа равнодействующихся = 0, а работа сил со-
ставляющих = работе сил слагающих, следо-
вательно, $\tau_{m} + \tau_{\pi} - \tau_{v} = 0$. Отсюда $\tau_{m} + \tau_{\pi} = \tau_{v}$ ... (α)
В выражении τ_{π} работы сил сцепления взаимно
уничтожаются, так как на каждые две сме-
жные частицы действуют равные и противопо-
ложные силы и их перемещения одина-
ковы. τ_{π} вычислим теперь виртуально

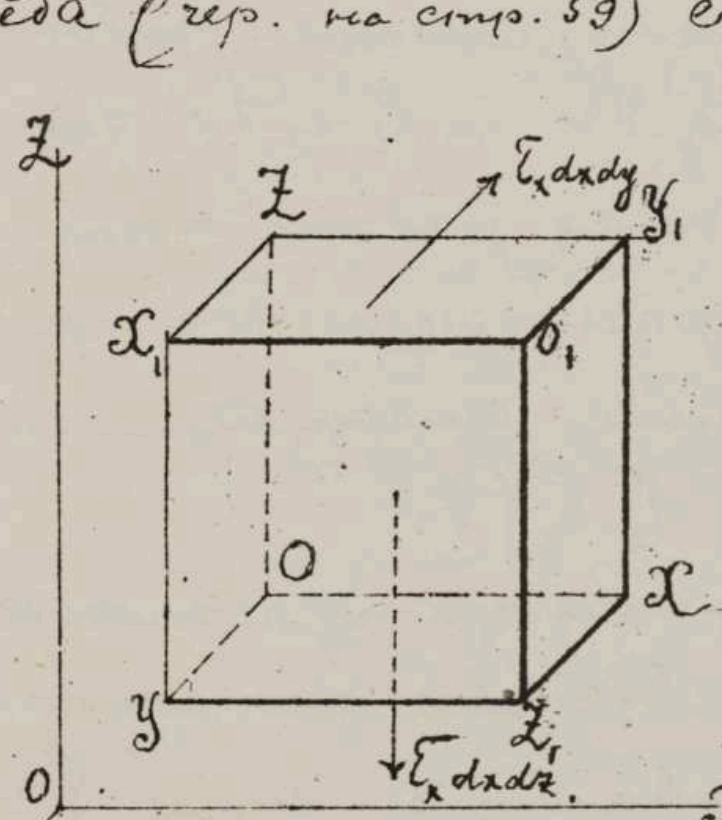
работу силъ, дѣйствующихъ на поверхность тѣла; сумма $T_m + T_{\Pi}$ есть, слѣдовательно, виртуальная работа всѣхъ внѣшнихъ силъ, и уравненіе (α) выражаетъ законъ: когда виртуальная деформація, находящагося въ равновѣсіи тѣла чрезвычайно мала, то виртуальная работа внѣшнихъ силъ равна виртуальной работѣ деформаціи.

§19. Опредѣленіе виртуальной работы T_i.

Положимъ, что во время виртуальной деформаціи безконечно малаго параллелопипеда (чер. на стр. 59) его первоначальная длина dx измѣнилась на $\Delta dx = \Delta'\left(\frac{dx}{2}\right) + \Delta''\left(\frac{dx}{2}\right)$ такимъ образомъ, что грань ZY перемѣстилась по направленію отрицательныхъ x, на $\Delta'\left(\frac{dx}{2}\right)$, а грань $y_1 Z_1$ по направленію положит. x на $\Delta''\left(\frac{dx}{2}\right)$. Дѣйствующія на эти грани силы $\sigma_x \cdot dy \cdot dz$ и $\left(\sigma_x + \frac{d\sigma_x}{dx} \cdot dx\right) dy\, dz$ исполнили въ это время виртуальныя работы:

$$+\sigma_x\, dy \cdot dz \cdot \Delta'\left(\frac{dx}{2}\right) + \left(\sigma_x + \frac{d\sigma_x}{dx} dx\right) dy \cdot dz \cdot \Delta''\left(\frac{dx}{2}\right)$$

или, пренебрегая малой величиной четвертой

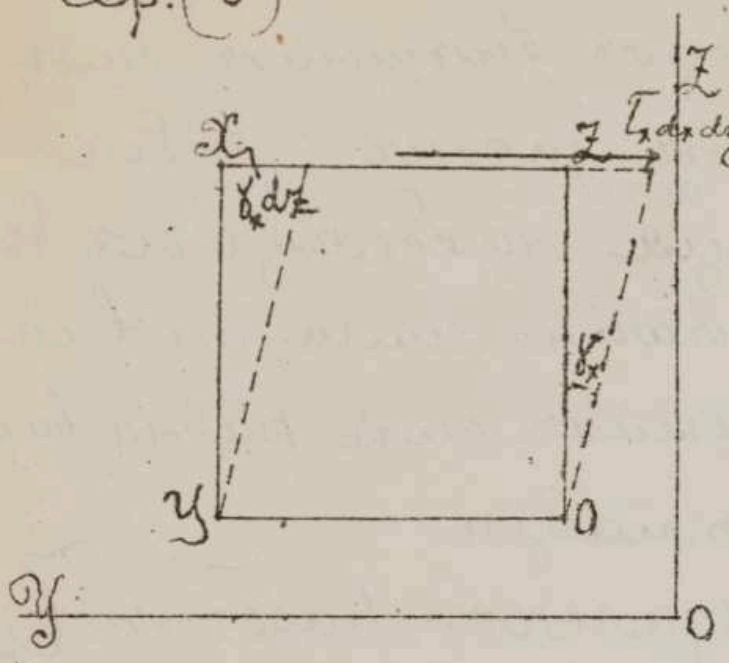


стенки,

$$\int_x \delta_x \gamma_{xz} \Delta dx = \int_x \delta_x \frac{\Delta dx}{dx} dv = \int_x \delta_x e_x dv,$$

где $dv = dy \cdot dz \cdot dx$ = объему параллелепипеда, а $e_x = \frac{\Delta dx}{dx}$ – относительному удлинению его.

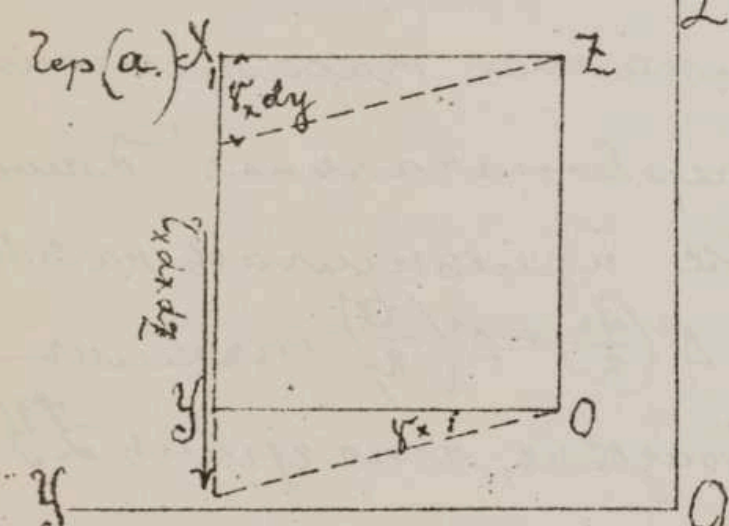
Гер. (b)



Подобным образом, обозначив относительные удлинения по направлениям Y и Z через $e_y = \frac{\Delta dy}{dy}$ и $e_z = \frac{\Delta dz}{dz}$, получаем соответствующие им виртуальные работы $\int_y \delta_y e_y dv$ и $\int_z \delta_z e_z dv$, так что полная работа деформац. параллелопипеда, произведенная нормальными сжатиями, есть:

$$\left(\delta_x \cdot e_x + \delta_y \cdot e_y + \delta_z \cdot e_z\right) dv.$$

Гер. (a)



Одновременно с удлинениями изменяются и двугранные углы, вследствие чего исполняют работу и скалывающие силы. Обозначим изменение угла YOZ, плоскость которого перпендикулярна к оси X через γ_x, угла ZOX через γ_y, а угла YOX через γ_z; эти изменения γ_x, γ_y и γ_z называются сдвигами в точках x, y, z; если они

означаютъ увеличеніе угловъ, то будемъ считать ихъ положительными, а въ противномъ случаѣ — отрицательными. При опредѣленіи работъ скалывающихъ усилій будемъ пренебрегать малыми величинами 2-го порядка, происходящими отъ разницы напряженій двухъ противоположныхъ граней. Если уголъ YOZ измѣнится на γ_x, то грань YOX перемѣстится по отношенію къ грани Y_1O въ направленіи OZ на $\gamma_x dy$, и скалывающая сила $\tau_x dx dz$, дѣйствующая въ этой грани Y_1O перпендикулярно къ dx совершитъ виртуальную работу (чер. на стр. 58, а) $= (\tau_x dx.dz)(\gamma_x dy)$ или грань ZO_1 перемѣстится по отношенію къ грани OZ_1 въ направленіи OY на $\gamma_x.dz$, причемъ скалывающая сила $\tau_x dx.dy$, дѣйствующая въ грани ZO_1 перпендикулярно къ dx исполнитъ работу $(\tau_x dx.dy)(\gamma_x.dz)$. Въ обоихъ случаяхъ эта работа равна $\tau_{x.}\gamma_x dx.dy.dz = \tau_x \gamma_x dv$.

Такимъ образомъ, получаемъ для сдвиговъ γ_y и γ_z работы $\tau_y \gamma_y dv$ и $\tau_z \gamma_z dv$, такъ что полная виртуальная работа деформаціи, произведенная дѣйствующими на грани параллелепипеда силами

$$d\tau_v = (\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \sigma_z . e_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z) dv.$$

Поэтому для всего тела эта работа будет

$$T_v = \int (\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \sigma_z e_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z) dv$$

Означимъ чрезъ Q дѣйствующія на это тѣло внѣшнія силы и δ_0 перемѣщенія ихъ точекъ приложенія по направленію соотвѣтствующихъ силъ (проэкціи перемѣщеній на эти направленія), произведенныя виртуальной деформаціей; тогда виртуальная работа внѣшнихъ силъ равна

$$\sum Q \delta_0 = Q_1 \delta_1 + Q_2 \delta_2 ,$$

гдѣ δ_1 — перемѣщ. по положит. направл., а δ_2 — по отрицательному. По закону виртуальной работы T_v равняется виртуальной работѣ внѣшнихъ силъ. Слѣдов.

$$\sum Q \delta_0 = \int (\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \sigma_z e_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z) dv \quad (A)$$

При выводѣ этого выраженія было сдѣлано по отношенію къ внѣшнимъ и внутреннимъ силамъ только то предположеніе, что онѣ удовлетворяютъ условіямъ равновѣсія и было принято, что величины e, γ и δ_0 зависятъ отъ силъ Q и напряженій σ и τ, но произведены вообще нѣкоторыми другими причинами.

Между δ_0 и величинами e и γ существуетъ

та зависимость, что δ_0 суть перемѣщенія точекъ приложенія силъ Q, взятыя по направленію этихъ силъ, происходящія отъ удлиненій ε и сдвиговъ γ. Въ дальнѣйшихъ выводахъ будемъ обыкновенно понимать подъ ε и γ деформаціи, произведенныя дѣйствительной нагрузкой, а подъ Q, δ и T — внѣшнія силы и напряженія, нѣкоторымъ воображаемымъ нагруженіямъ.

Для параллелопипеда, котораго всѣ грани подвержены нормальнымъ напряженіямъ δ' и скалывающимъ τ, будемъ, по закону Гука, имѣть

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\delta'_x - \frac{\delta'_y + \delta'_z}{m}\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\delta'_y - \frac{\delta'_x + \delta'_z}{m}\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\delta'_z - \frac{\delta'_x + \delta'_y}{m}\right)$$

$$\gamma_x = \frac{\tau'_x}{g}, \quad \gamma_y = \frac{\tau'_y}{g}, \quad \gamma_z = \frac{\tau'_z}{g},$$

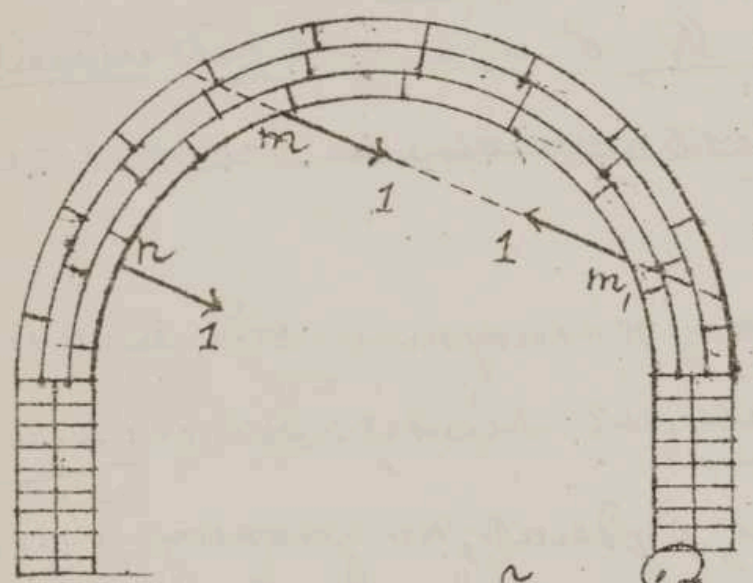
гдѣ δ' и τ' означаютъ напряженія произведенныя дѣйствительной нагрузкой.

§ 20. Упругія перемѣщенія.

Уравненіе виртуальной работы употребляется весьма часто для опредѣленія величины перемѣщенія точки тѣла по данному направленію, произведеннаго его нагрузкой,

Способъ этого опредѣленія уяснимъ слѣдующ. задачами:

1.) Опредѣлить относительное перемѣщеніе точекъ m и m_1 арки (фиг. на этой стр.), произвед. грузами Q_1, Q_2 и Q_3.



Въ точкѣ m предсдавимъ себѣ силу, равную 1 по направленію $\overline{mm_1}$.* Перемѣщеніе точки m по направленію $\overline{mm_1}$ обозначимъ чрезъ δ_{m_1}, а перемѣщ. точки m_1 по направленію m_1m чрезъ $-\delta_{m_1}$. Виртуальная работа вообразимой нагрузки $1\ и - \underline{1}$ =

$$\sum Q\delta = 1\delta_m + 1\delta_{m_1} = \delta.1.$$

Если $e_x, e_y, e_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ — деформаціи, произведенныя грузами Q_1, Q_2 и Q_3, а $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \tau_x, \tau_y$ и τ_z — напряженія, произведенныя вообразимой нагрузкой $1\ и - \underline{1}$, то виртуальная работа внутреннихъ силъ равна

$$\int (\delta_x e_x + \delta_y e_y + \delta_z e_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z)\, dv,$$

и, по закону виртуальныхъ работъ:

$$\int (\delta_x e_x + \delta_y e_y + \delta_z e_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z)\, dv = \delta.$$

---

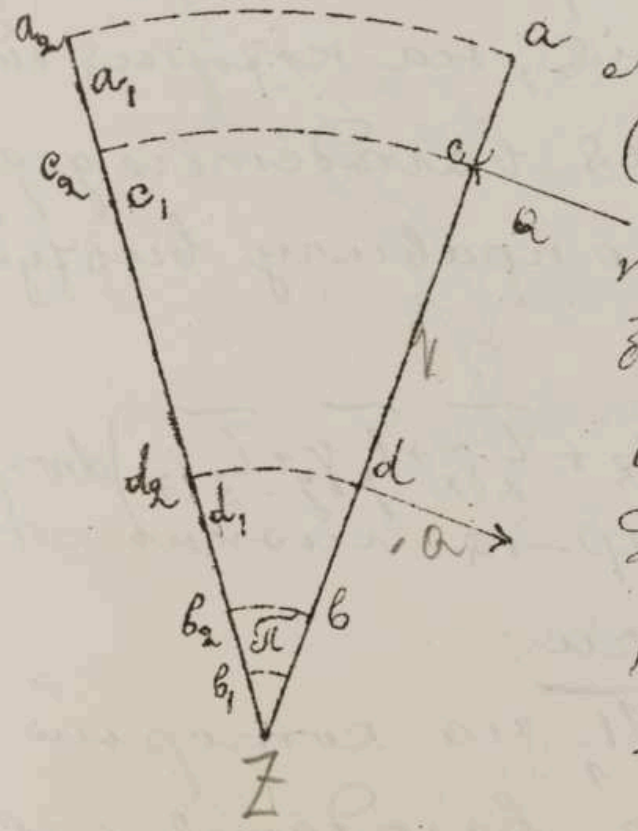
* Въ точкѣ m_1 вообразимъ силу $= 1$ по направленію m_1m

2.) Определить перемещение δ_n точки n по направлению nn_1, произведенное Ими же грузами Q_1, Q_2 и Q_3 (см. черт. к пред. зад.). К точке n прикладываем по направлению nn_1 воображаемую силу $Q=1$; ея виртуальная работа $= 1.\delta_n = \delta_n$. Если $\underline{e}$ и $\underline{\theta}$ имеют прежния значения, а $\underline{\delta}$ и $\underline{t}$ означают напряжения, произведенныя приложенной к точке n силой $=1$, то δ_n получится изъ уравнения

$$\delta_n = \int\left(\delta_x e_x + \delta_y e_y + \delta_z e_z + t_x \theta_x + t_y \theta_y + t_z \theta_z\right) d\tau.$$

§ 21. Виртуальная работа пары.

Положимъ, что на прямую ab действуетъ перпендикулярно къ ней пара $(Q_1 - Q)$ (чер. на этой стр.), плечо которой равно Qq и что вследствіе того прямая повернется на безконечно малый уголъ Π и займетъ положеніе $a_1 b_1$. Для опредѣленія работы, произведенной парой во время этого движенія, примемъ, что точки c и d сначала описали дуги cc_2 и dd_2,



которых центръ Z находится въ пересѣченіи прямыхъ ab и a_2b_2, и что данныя точка c_2 переместилась вдоль a_2z въ c_1, а точка d_2 — въ d_1. Во время этого послѣдняго движенія объ силы Q не совершаютъ никакой работы, такъ какъ пути c_1c_2 и d_1d_2 перпендикулярны къ ихъ направленіямъ, а работа, сообщенная ихъ первому движенію, равна

$$Q.\overline{cc_2} - Q\overline{dd_2} = Q(\overline{c_z} - \overline{d_z})\overline{\Pi} = Q.q\overline{\Pi} = M.\overline{\Pi}$$

$M.\overline{\Pi}$ есть поэтому полная работа пары.

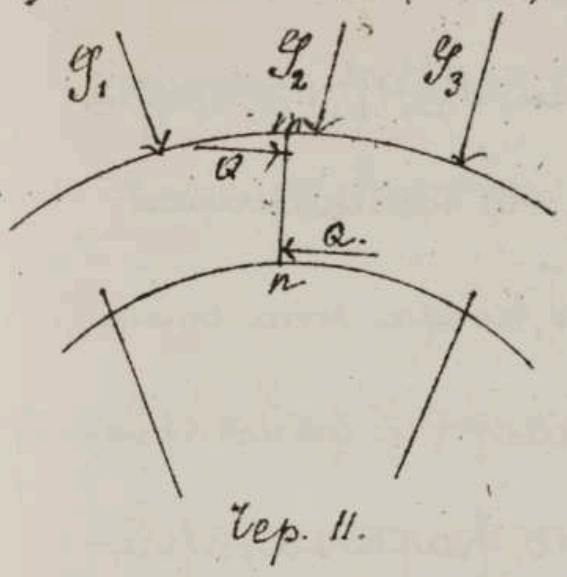
Если $e_x, e_y, e_z, \delta_x, \delta_y, \delta_z$ — деформаціи, произведенныя дѣйствительной нагрузкой, а $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \overline{\tau_x}, \overline{\tau_y}$ и $\overline{\tau_z}$ — напряженія, произведенныя вообразимыми парами $Qq = M$, и послѣднія (или сѣченія, на которыя онѣ дѣйствуютъ) повернутся вслѣдствіе деформаціи на уголъ $\overline{\Pi}$, то по правилу виртуальныхъ работъ будетъ

$$\sum M\overline{\Pi} = \int\int\int (\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \sigma_z e_z + \overline{\tau_x}\delta_x + \overline{\tau_y}\delta_y + \overline{\tau_z}\delta_z)\,dv \quad (A)$$

Помощью послѣдняго ур—нія можно рѣшить слѣдующія задачи:

1.) Опредѣлить уголъ $\overline{\Pi}$, на который повернулось сѣченіе tk вслѣдствіе деформаціи, произведенной нагрузкой Q_1, Q_2 и Q_3.

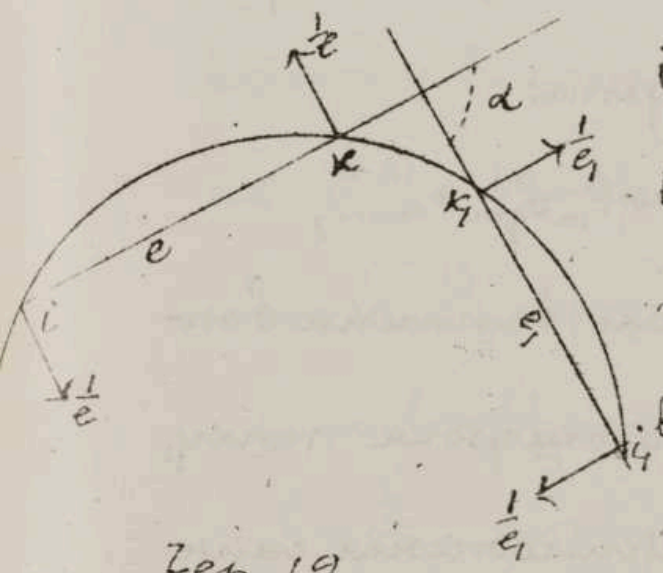
1; Определить уголъ Π, на который повернулось сѣченіе тѣ вслѣдствіе деформаціи, произведенной нагрузкой $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{P}_3$. Къ сѣченію (черт. 11) прикладываемъ пару Q, которой моментъ $M=1$, опредѣляемъ произведенныя его напряженія δ и τ, а также деформаціи ε и γ, соотвѣтствующія нагрузкѣ $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{P}_3$. Такъ какъ виртуальная работа внѣшнихъ силъ въ этомъ случаѣ $= cM\Pi = 1.\Pi$ то получаемъ



Чер. 11.

$$\Pi = \int (\delta_x \varepsilon_x + \delta_y \varepsilon_y + \delta_z \varepsilon_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z)\, dv.$$

2., Найти измѣненіе $\Delta\alpha$ угла α, образованнаго двумя прямыми iK и i_1K_1, изображенной на чертежѣ 12 арх.



Чер. 12.

Какъ къ прямой iK, такъ и къ прямой i_1K_1 прикладываемъ пару $=1$, для чего въ точкахъ i и K прикладываемъ перпендикулярно къ $\overline{iK}$ равныя и противоположныя силы $=\frac{1}{e}$, гдѣ $e=\overline{iK}$, и точно также къ i_1 и K_1 силы $=\frac{1}{e_1}$; моментъ каждой изъ этихъ паръ $=\frac{1}{e_1}\cdot e_1 = 1$. Направленіе вращенія моментовъ этихъ паръ взято такимъ образомъ, чтобы они увеличивали уголъ α.

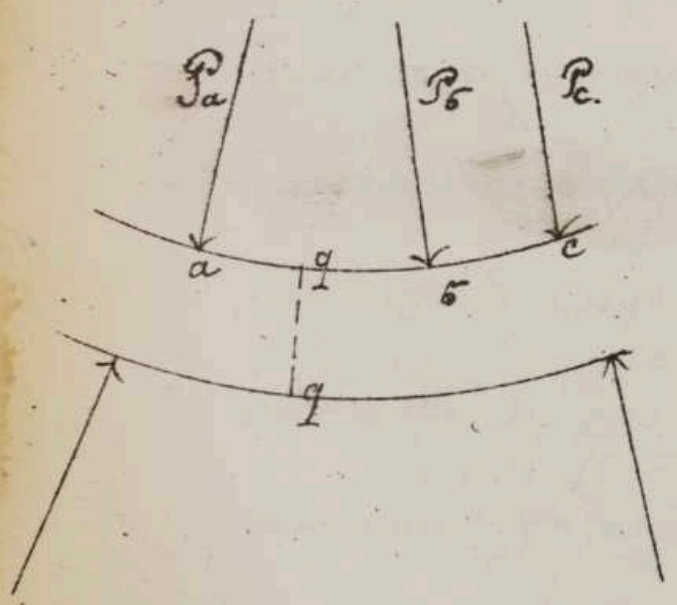
Такъ какъ въ этомъ случаѣ

$$\sum \mathcal{M}\Pi = 1.\Pi_1 + 1.\Pi_2 = \Pi_1 + \Pi_2 = \Delta\alpha, \text{ что по ур. (A)}$$

$$\Delta\alpha = \int (\delta_x \varepsilon_x + \delta_y \varepsilon_y + \delta_z \varepsilon_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z)\, dv.$$

§22. Взаимность перемещений

Положимъ, что на тѣло дѣйствуютъ силы $P_a, P_b, P_c, \ldots$ (черт. 13). Обозначимъ черезъ δ_{qa} перемѣщеніе точки q по направленію qq', произведенное силой P_a въ томъ случаѣ, когда эта сила равна единицѣ. Изъ правила независимости дѣйствія силъ слѣдуетъ (такъ какъ силу P_a можно разсматривать какъ P_a силъ равныхъ единицѣ), что сила P_a произведетъ перемѣщеніе $P_a\delta_{qa}$, а сила P_b — перемѣщеніе $P_b\delta_{qb}$, гдѣ δ_{qb} — перемѣщеніе точки q по направленію qq', въ томъ случаѣ, когда сила $P_b = 1$ и т. д. Когда силы $P_a, P_b, \ldots$ дѣйствуютъ одновременно, то перемѣщеніе точки q будетъ:



$$\delta_q = P_a\delta_{qa} + P_b\delta_{qb} + P_c\delta_{qc} + \ldots + P_m\delta_{qm} + \ldots,$$

гдѣ первый показатель величины δ опредѣляетъ перемѣщающуюся точку, а второй — точку приложенія силы производящей это перемѣщеніе.

Положимъ, что на тѣло дѣйствуетъ одна только сила P_a въ точкѣ a и что оно разбито двумя рядами взаимно перпендикулярныхъ плоскостей на безконечно тонкія

призмы такимъ образомъ, что въ ихъ граняхъ дѣйствуютъ главныя, т. е. предѣльныя, нормальныя напряженія p_1 и p_2, что слѣдовательно ихъ скалывающія напряженія равны нулю. Относительныя удлиненія въ этомъ случаѣ будутъ:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(p_1 - \frac{1}{m}p_2\right) \; ; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(p_2 - \frac{1}{m}p_1\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Сдвиги у равны нулю.

Положимъ теперь, что на то же тѣло вмѣсто силы P_a дѣйствуетъ другая сила P_q въ точкѣ q. При той же гранѣ, что и прежде, удлиненія будутъ:

$$\varepsilon_1' = \frac{1}{E}\left(\delta_1 - \frac{\delta_2}{m}\right) \; ; \quad \varepsilon_2' = \frac{1}{E}\left(\delta_2 - \frac{\delta_1}{m}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Кромѣ того силы P_q произведутъ скалывающія напряженія τ_1 и τ_2 и сдвиги γ_1 и γ_2. Опредѣлимъ виртуальную работу въ случаѣ, когда P_q есть дѣйствительная нагрузка, а P_a – воображаемая. Деформаціи, произведенныя силой P_q, будутъ δ_{aq}, ε_1', ε_2' и сдвиги γ, а соотвѣтствующія воображаемой силѣ P_a напряженія (см. правило §13) – p_1 и p_2; поэтому уравненіе виртуальной работы будетъ то (a) §19:

$$P_a \delta_{aq} = \int (p_1 \varepsilon_1' + p_2 \varepsilon_2') \, dv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

потому что сдвигамъ γ_1 и γ_2 соотвѣтствуютъ скалывающія напряженія $t = 0$. Замѣтимъ значеніе силъ P_a и P_q,

тие. сдвигающей P_a действующей, а P_q – воображаемой нагрузкой. Силе P_a соответствуют деформации δ_{qa}, ε_1 и ε_2 (сдвиг $\gamma=0$), а силе P_q – напряжения δ_1, δ_2 и τ, следовательно уравнение виртуальной работы

$$P_q \delta_{qa} = \int (\delta_1 \varepsilon_1 + \delta_2 \varepsilon_2)\, dv \qquad (4)$$

(скалывающим напряжениям τ соответствуют сдвиги $\gamma=0$). Если в (3) и (4) подставить для ε значение (1) и (2), то получим

$$\nu_1 \varepsilon_1 + \nu_2 \varepsilon_2 = \delta_1 \varepsilon_1 + \delta_2 \varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(\nu_1 \delta_1 + \delta_2 \nu_2 + \frac{\delta_1 \delta_2 + \nu_2 \delta_1}{m}\right).$$

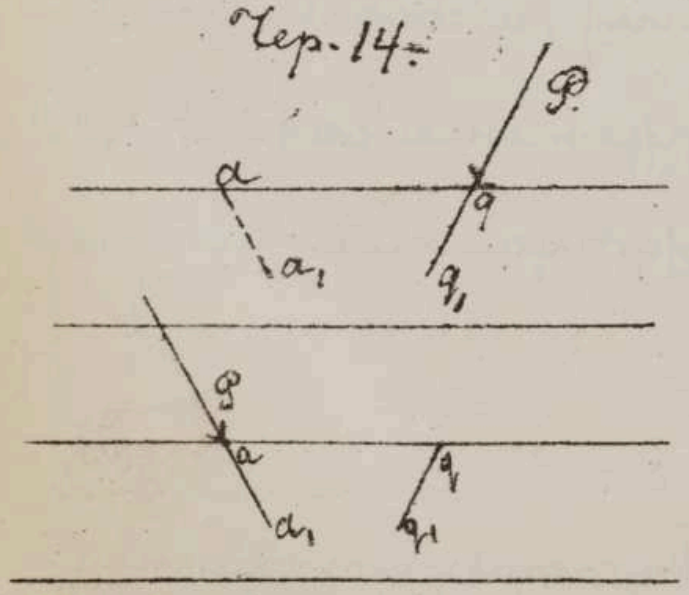
Из этого следует:

$$P_a \delta_{aq} = P_q \delta_{qa}$$

Если силы $P_a = P_q = 1$, то $\delta_{aq} = \delta_{qa}$ ..... (В).

Так как каждая из величин P может быть силой или парой, то δ может означать перемещение или вращение. Уравнение (В) выражает следующие правила:

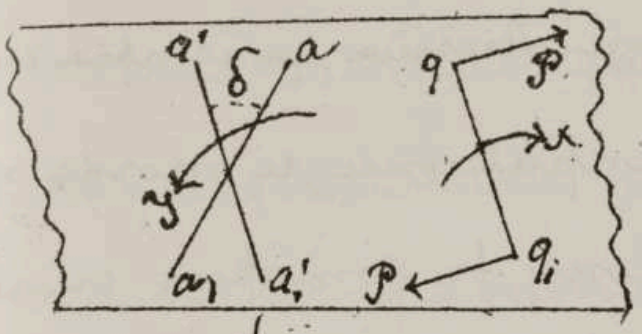
Чер. 14.



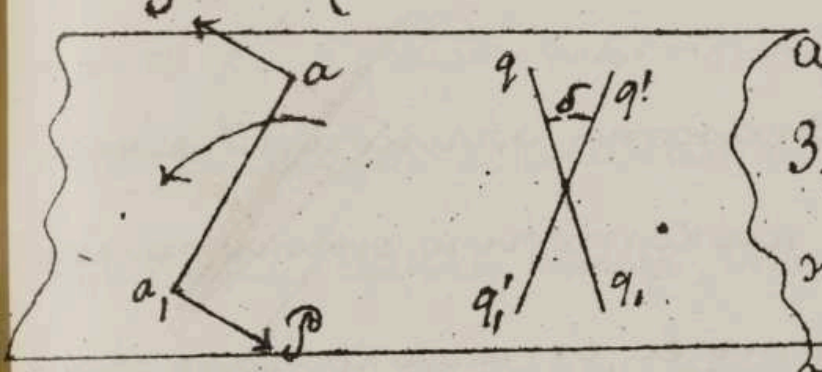
1) (P_a – сила и P_q – сила). Сила P, действующая в точке q по направлению qq_1, перемещает точку a (черт. 14) по направлению aa на точке такую величину, на какую она переместила бы точку φ по направлению

qq_1, если бы была приложена к точке a по направлению aa_1.

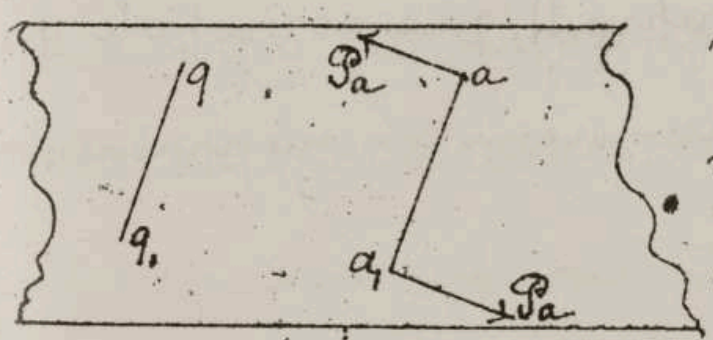
2)(P_a-пара и P_q-пара). Пара P (черт. 15), приложенная к прямой qq_1 по направлению x, поворачивает прямую aa_1 по направлению y на столько такую величину на какую эта пара повернула бы прямую qq_1 по направлению x, если бы была приложена к прямой aa_1 по направлению y.



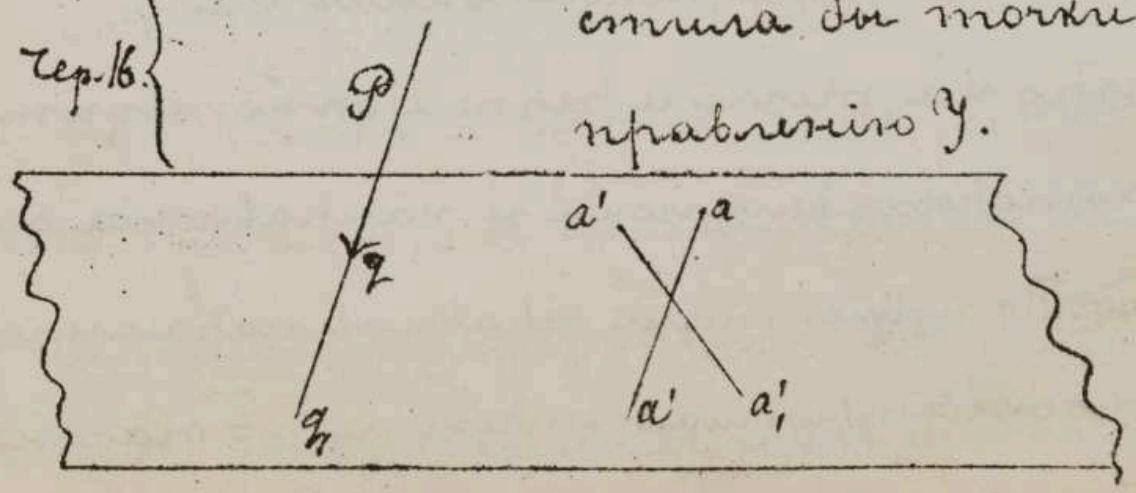
Чер. 15.



3.)(P_a-пара, P_q-сила). Пара P_a, приложенная к прямой aa_1 (черт. 16) по направлению y, перемещает точку q по направлению qq_1 на такую долю p величины, на какую сила P, приложенная к точке q по направлению qq_1, перемещала бы точки a и a_1 по направлению y.



Чер. 16.



Основы графической статики.

§23. Введение.

При решении статических задач графическим образом, силы представляют по величине и направлению прямыми линиями. Линия действия силы известна, если известно ее направление и точка приложения; чтобы узнать сторону, в которую сила действует, снабжают представляющую ее линию стрелкой.

Напряжение силы изображают длиной прямой. Для этого принимают некоторую длину за единицу силы и откладывают ее столько раз, сколько в данной силе заключается единиц. Так сила представленная прямой ab (черт. 1), для которой длина ab принята за 1 кг. действует по направлению от a к b и = 3½ кг.

Сложение непараллельных сил.

Положим, что на точку a (черт. 2) действуют две силы P_1 и P_2, которых величина и направления даны прямыми ab и ac. По известному правилу параллелограмма сил, равно-действующая этих сил = диагонали

ad и действует по направлению от a к d. Половина этого параллелограмма, например, треугольник abd, называется треугольником силы.
Этот треугольник представлен на черт. 3. Из него видно, что он содержит в себе данные силы P_1 и P_2, а также их равнодействующую R. Если заставить точку a двигаться по периметру этого треугольника по направлению указанному стрелками, то видим, что точка a должна двигаться от a к b, от b к d. В d движение прекращается, так как по данным она должна согласно с указанием стрелки перемещаться сверху вниз, что невозможно. Отсюда заключаем: если в треугольнике сил одна сторона представляет равнодействующую, то точка двигающаяся по периметру его по направлениям стрелок не может возвратиться в первоначальное положение, следовательно, движение точки прекращается.
Если сила R переменяет свое направление на прямо противоположное (черт. 4), т. е. действует от d к a, то в этом случае она, как известно, будет представлять из себя уравновешивающую двух данных сил, и вся систе-

будетъ находиться въ равновѣсіи. При этомъ, какъ легко заключить, движеніе точки a по периметру силового треугольника будетъ непрерывнымъ.

Когда число силъ болѣе двухъ, то равнодѣйствующая получается помощью многоугольника силъ. Чтобы сложить силы P_1, P_2, P_3, P_4 (черт. 5), дѣйствующія на точку A, опредѣляемъ помощью треугольника abc равнодѣйствующую R_{1-2} силъ P_1 и P_2 (черт. 6), затѣмъ помощью треугольника acd равнодѣйствующую R_{1-3} силъ R_{1-2} и P_3 и, наконецъ, помощью треугольника adf равнодѣйствующую R силъ R_{1-3} и P_4, или, что все равно равнодѣйствующую силъ P_1, P_2, P_3, P_4. Полученный такимъ образомъ многоугольникъ abcdf, называется многоугольникомъ силъ. Очевидно, что для опредѣленія равнодѣйствующей R нѣтъ надобности строить промежуточныя равнодѣйствующія R_{1-2}, R_{1-3}, и что достаточно построить на данныхъ силахъ многоугольникъ, откладывая каждую слѣдующую силу въ сторону ея дѣйствія отъ конца предыдущей. Прямая, соединяющая послѣднюю точку f съ начальной a будетъ искомой равнодѣйствующей.

Из чертежа 5а видно, что когда одна сторона многоугольника силы представляет равнодействующую, то точка а двигаясь по его периметру по направлению стрелок, может пройти всю плоскость, но не может возвратиться в первоначальное положение, так как стрелка равнодействующей прекращает это движение. Такой многоугольник силы называется многоугольником прерванного движения.

При построении многоугольника силы можно данныя силы откладывать в произвольном порядке, нужно только соблюдать условіе, чтобы точка могла имѣть по периметру, образованному силами, непрерывное движение, т.е. каждую слѣдующую силу нужно проводить отъ конца предыдущей в ту сторону, в которую указываетъ стрелка ея направленія. (черт. 5в). Тогда сила R сдѣлается прямой

большой (черт. 6), то система сил P_1, P_2, P_3, P_4, R, представленная сторонами многоугольника abcdf, находится в равновесии. Из чертежа видно, что точка, двигающаяся по периметру многоугольника, образованного силами, находящимися в равновесии, может пройти весь периметр непрерывно.

Так как в многоугольнике всякая сторона может быть рассматриваема как замыкающая сторона многоугольника, образованного остальными сторонами, то в многоугольнике прерывающее движение всякая сила может быть рассматриваема как равнодействующая остальных, и в многоугольнике непрерывно увеличенная всякая сила уравновешивает остальные.

Условие сил действующих на равновесную точку.

Когда силы P_1, P_2, P_3, P_4 не пересекаются в одной точке, то их равнодействующая по величине

и направлением получается помощью много-
угольника сил точно такимъ образомъ,
какъ въ предъидущемъ случаѣ (стр. 8 и 7а).
Строимъ Δ-къ abc (черт. 7а) изъ силъ P_1, P_2
и изъ равнодѣйствующей R_1-2; для пер-
несенія этой равнодѣйствующей на черт. 7
продолжаемъ силы P_1 и P_2 до пересѣченія
въ точкѣ m и изъ m проводимъ парал-
лель силѣ R_1-2 до пересѣченія съ направ-
леніемъ силы P_3 въ точкѣ n; въ n стро-
имъ силу R_1-3, которая по величинѣ и
направленію опредѣляется изъ Δ-ка acd,
какъ равнодѣйствующая силъ P_3 и R_1-2.
Наконецъ силу R_1-3 продолжаемъ до пере-
сѣченія съ P_4 въ точкѣ p и здѣсь стро-
имъ силу R_1, опредѣляемую изъ Δ-ка adf
и представляющую собой равнодѣйствую-
щую силъ R_1-3 и P_4, или, что все равно,
силъ P_1, P_2, P_3, P_4. Другой способъ опредѣ-
ленія положенія равнодѣйствующей заключается

Ее компоненты: на произвольной точке A, взятой на силе P_1, приложим две силы I и II, уравновешивающие эту силу P_1, которых направления AT и AB берем произвольно. Величины этих вспомогательных сил получаются из треугольника $1\bar{\pi}(1,2)$, в котором $\bar{\pi} \parallel AT$ и $(1,\bar{2})\pi \parallel AB$, а направления их достаточно указать стрелками внутри тр-ка. Продолжим силу I до пересечения с P_2 в B и повторим для силы P_2 действие, исполненное для P_1, а именно: приложим к B две силы, уравновешивающие эту силу P_2, из которых одна должна быть равна и противоположна силе I, а другая определяется по величине и направлению третьей стороной $(2,3)\pi$ треугольника $(1,2)\pi(2,3)$. Направление действия этих слагающих определяется стрелками, поставленными в Δки.

Продолжая таким образом, получим равнодействующую от точки S, приложенную к точке пересечения

силе II и P_3 вспомогательная силы: одну, равную и противоположную силе II, и другую, обозначенную числом III, которой величина и направление определяются прямой, соединяющей (3,4) с II.

Точно таким образом прикладываем к точке b, в которой сила III встречается P_4, две силы, уравновешивающие силу P_4, из которых одна равна и противоположна III, а другая IV = Π_4.

Продолжения сил IV и I встречаются в точке m. Если к ней точек приложим три силы: силу R и силы −I и −IV, равные и противоположные силам I и IV, приложенным к точкам a и b, то полигон треугольника 1П4 указывает, что точка m, при действии на нее трех сил, находится в равновесии.

Каждая из точек x, β, δ, ε, т находится теперь в равновесии под действием трех сил.

Но из этих сил — равная и противопо-

ными силы V и −V, действующие в α и m, I и −I, действующие в α и β, и т. д. — взаимно уничтожаются, из чего следует, что сила R, проходящая через точку т и имеющая направление 4,1, уравновешивает силы P1, P2, P3. Можно себе представить, что многоугольник mαβδб образован веревкой, на которую в точках α β δ б и т действуют силы P1, P2, P3, P4 и R. Этот многоугольник называют потому часто веревочным многоугольником. Но такое название несовсем правильно, потому что, если бы силы P1, P2, P3, P4 сделались противоположными, то в сторонах αβ, βδ, δб, бт и та действовали бы сжатия и тогда они не могли бы быть заменены веревкой. Прямые П1, П(1,2), П(2,3). В многоугольнике сил называются веревочными лучами, а точка П — полюсом. Расстояние полюса от какой-нибудь из сил, образующих

стороны многоугольника есть, называется

полюсным расстоянием:

Из предыдущего получается для определения положения равнодействующей следующее правило: на данных силах строим многоугольник сил, которая замыкающая сторона даст величину и направление равнодействующей. Берем произвольный полюс O, проводим вспомогательные лучи I, II III... и строим вспомогательный многоугольник a β δ... таким образом, чтобы каждая сторона встречалась на той силе P, которая в многоугольнике сил с лучами, с ней параллельными, образует треугольник. Равнодействующая R пройдет через точку, в которой пересекаются первая и последняя стороны полученного таким образом вспомогательного многоугольника. Первую и последнюю сторону вспомогательного многоугольника будем называть крайними сторонами для данной

группы сил. Пункт, напр., стороны II и III суть крайния стороны для группы сил P_3 и P_4.

Замѣченныя опечатки:

Стр. 38. Въ тексте, 3 стр. снизу:

напечатано:	должно быть:
$-\left(\tau_{yx} + \frac{d\tau_{yx}}{dx} dx\right) dz\, dy$	$-\left(\tau_{yx} + \frac{d\tau_{yx}}{dy} dy\right) dz\, dx$
Стр. 42. 3-я строка снизу.	
Бѣлыми точками Oz	Бѣлыми точками Ox.
Стран. 43. Формула (1).	
$J = \frac{v+\delta}{2} + \ldots$	$J = \frac{v+\delta}{2} - \ldots$
Стр. 45. 6 стр. снизу.	
$tg\, 2\alpha_s = \frac{1}{tg\, 2\alpha t}$	$tg\, 2\alpha_s = -\frac{1}{tg\, 2\alpha t}$.

Стр. 46 5 стр. снизу: Ойна — есех

Стр. 49 Последняя строка:

при сверхуказанномъ условіи ... при совмѣстномъ усл.

Стр. 57. 12 стр. сверху: (черт. на стр. 59) .... (черт. на стр. 57)

Стр. 68. 3 стр. сверху: $s_1 \varepsilon_1 + s_2 \varepsilon_2 = \ldots$ $s_1 \varepsilon_1' + s_2 \varepsilon_1' =$

Стр. 71. 6 стр. снизу: $u = 3'/_2$ kgr. ... $u = 2'/_2$ kgr.

На черт. 18 нужно и по данной оси постоянныя и по оси лучей и ось z — линейку, параллельную оси t.

Сложение параллельных сил.

Когда силы P_1, P_2, P_3 и P_4 параллельны, то построенный на них по предыдущим правилам многоугольник сил будет прямая 1-4 (черт. 9, 9а). Равнодействующая этих сил по величине и направлению выразится 1,4, а чтобы получить точку ея приложения, берем произвольный полюс П, проводим лучи П-1; П-1,2; П-2,3; П-3,4; П-4 и съ помощью их строим веревочный многоугольник $\alpha\beta\gamma\delta$ и продолжаем крайния стороны его до пересѣчения въ точкѣ m. Изъ этой точки m проводим прямую параллельную данным силам и откладываем на ней величину равнодействующей силы R въ томъ направленіи, которое указано въ силовомъ многоугольникѣ.

Условія равновѣсія силъ въ плоскости, не пересѣкающихся въ одной точкѣ.

Когда силы P_1, P_2, P_3, P_4, дѣйствующія на тѣло, составляютъ замкнутый многоугольникъ, то ихъ равнодѣйствующая равна 0. Если для этихъ силъ построенный веревочный многоугольникъ, то онъ вообще не будетъ замкнутъ, и крайнія стороны его I и I' (черт. 10, 10а) пересѣкутся только въ безконечности. Предпо-

чая, что силы $P_1, P_2, \ldots$ действуют на веревку $\alpha\beta\gamma\delta$, видим что натяжения II^{ая}, III^{ья} и IV^{ая} взаимно уничтожаются, а останутся только натяжения I и I равныя, параллельныя между собой, но направленныя въ разныя стороны. Слѣдовательно такая система силъ P_1, P_2, P_3 и P_4 не будетъ находиться въ равновѣсіи, несмотря на то, что равнодѣйствующая ихъ равна 0. Точка приложенія этой равно-дѣйствующей лежитъ въ безконечности. Вотъ эти силы приводятся къ парѣ I, I; разстояніе h между силами I и I называется плечомъ пары, а произведеніе I × h — моментомъ пары. Отсюда видно, что для равновѣсія силъ, дѣйствующихъ на тѣло въ одной плоскости, необходимо, чтобы не только силовой, но и веревочный многоугольники были замкнутые.

Разложеніе силъ.

1) Разложить силу R на двѣ слагающія параллельныя линіямъ l и m (черт. 11). Строимъ на силѣ R треугольникъ, двѣ стороны котораго параллельны линіямъ l и m. Линіи ab и bc вполнѣ опредѣляютъ величину и направленіе искомыхъ силъ. Въ данномъ случаѣ мы разложили силу R

как равнодействующую нескольких слагаемых, вследствие чего у нас получился силовой треугольник прерванного движения, как это показывают стрелки. Если бы требовалось найти две силы, уравновешивающия данную $\overline{R}$, параллельную двум данным прямым, то мы получили бы точно такое же движение, но стрелки у искомых сил были бы направлены в противоположную сторону, и силовой треугольник был бы треугольником непрерывного движения. Если число сил, на которые надо разложить данную $\overline{R}$, превышает две, то задача делается неопределенной и допускает бесконечное число решений.

2). Данную силу $\overline{R}$ разложить на две ей параллельные слагающия P_1 и P_2, проходящия через точки a и b. Искомыя силы будут действовать вдоль прямых aa' и bb' // силе $\overline{R}$. Чтобы получить их величины строим на силе $\overline{R}$ (черт. 12) силовой треугольник, для чего берем силу $\overline{R}$ и в стороне отъ нея произвольный полюс P. Соединяем его с концами силы $\overline{R}$ и проводим через него прямую параллельную ab до пересечения со $\overline{R}$ в точке $\frac{1}{2}$;

тогда прямая m_1 и m_2 выразят наши силы P_1 и P_2. Точно таким же построением можно определить силы, когда известно, что они действуют в противоположения сторону.

3) Даны направления двух параллельных сил $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$, определить напряжения этих сил таким образом, чтобы они уравновешивали данные силы P_1, P_2, P_3 и P_4. На данных силах строим силовой многоугольник (черт. 13, 13а). Берем внутри его произвольный полюс П и строим веревочный многоугольник, крайния стороны которого пересекают направления сил A и B в точках a и b. Равнодействующая R проходит через точку пересечения двух крайних сторон веревочного многоугольника. Силу R раскладываем на две по направлениям лучей 1 и 4. Для этого по предыдущей задаче соединяем a с b и через П проводим параллельную до пересечения с силой R в точке Z. Точка Z делит силу R на две 1-Z и Z-4; первая из них (1-Z) будет напряжение вдоль оси 1 по данной ей, тогда как луч П-1, 2 и П-2 пересекаются в вспомогательном многоугольнике на

направленіе mt), а другая отъ точки в внизъ по прямой xy.

4) Дана сила R и положеніе трехъ другихъ силъ x, y и z, не пересѣкающихся въ одной точкѣ; опредѣлить величины послѣднихъ такимъ образомъ, чтобы онѣ уравновѣшивали силу R (черт. 14, 14a). Изъ механики извѣстно, что, когда 4 силы находятся въ равновѣсіи, то уравновѣшивающая двухъ изъ нихъ равна и прямопротивоположна уравновѣшивающей двухъ другихъ. Продолжимъ силы R и z до пересѣченія въ точкѣ в, а x и y до пересѣченія въ точкѣ a; уравновѣшивающая силъ R и z, а также и уравновѣшивающая силъ x и y должны проходить какъ черезъ a, такъ и черезъ b, т.е. будутъ итти по прямой ab. Чтобы получить величину одной изъ искомыхъ равнодѣйствующихъ, нужно построить Δ силъ направленія движенія на линіяхъ R, ab и z; получимъ, что сила дѣйствующая по направленію $z = CB$, а уравновѣшивающая сила $\overline{z}$ и $z = AB$. Отложимъ эту силу AB отъ точки a по обратному направленію до точки f, тогда получимъ уравновѣшивающую силу x и y. Построимъ такъ же силы

ВА треугольник со сторонами параллельными силам x и y, тогда получим две другія силы, x = BD, y = AD (въ ABD треугольникъ силъ линій AB должна имѣть направленіе обратное тому, какое она имѣла въ ABC).

Статическій моментъ силъ.

Статическимъ моментомъ силы P по отношенію къ точкѣ вращенія t (черт. 15) называютъ произведеніе этой силы на ея разстояніе p. отъ точки t, т.е. M = P.p. Перпендикуляръ p называется плечомъ силы P. Если представимъ, что это плечо сочлалось твердымъ стержнемъ, вращающимся около оси t, то сила P стремится вращать его около этой оси t; при этомъ мы будемъ считать моменты положительными, если вращеніе совершается по стрѣлкѣ часовъ, и отрицательными, если вращеніе совершается въ противоположную сторону.

a) Найти моменты силъ P_1, P_2, P_3, P_4 по отношенію къ точкѣ t (черт. 16). Такъ какъ сумма моментовъ составляющихъ равняется моменту (параллелограмъ), то найдемъ выраженіе моментовъ равнодѣйствующей данныхъ силъ по отношенію къ точкѣ t. Найдемъ плечо b-го

равнодействующую; для этого строим силовой много-
угольник (черт. 16 а), а затем, взяв произвольный полюс
П, находим построением веревочного многоугольника (черт.
16 б) положение равнодействующей в плоскости действия
наших сил. Искомая равно-действующая = R = сто-
рона многоугольника 1-4 и приложена в точке с. Че-
рез t проведем через t прямую параллельную силе R, она на-
пересечет направления наших крайних лучей в точ-
ках F и J. Если из с опустить перпендикуляр на tt,
и назовем его через h, то момент силы R по отно-
шению к t будет равняться R.h. Теперь опустим пер-
пендикуляр из П на прямую 1-4 (черт. 16 а) и назовем
его через h; Δ Δ-ки JCJ и 1П4 подобны (т.к. все стороны
параллельны). Из подобия их получаем $\frac{JJ}{4-1} = \frac{z}{h}$; JJ.h = R.z.
(т.к. 4-1 по величине и направлению = R). Если JJ назовем
через y, то для момента M получим выражение yh;
для нахождения всего момента получаем правило:
Если через центр вращения t проведем прямую //
равнодействующей данных сил, то произведение от-
резка этой прямой, отсеченного двумя крайними
сторонами веревочного многоугольника, на полюс-
ное расстояние h силы R (т.е. на отвлеченное число)

данных сил. $M = y.h$

а. Чтобы получить (теорем. 17, 17а) момент силы P_1 и P_2 по отношению к точке t, нужно по предыдущему правилу провести равнодействующую $\overline{1,3}$ этих сил и опустить из полюса П перпендикуляр $\underline{H}$ на $\overline{1,3}$; затем через t провести прямую $ta \parallel \overline{1,3}$ и определить ее пересечения a и γ с крайними сторонами (a и c) веревочного многоугольника, построенного по общему правилу на силах P_1 и P_2; искомый момент $cM_t = a\overline{\gamma}.H$

б. Найти моменты (теорем. 18) параллельных сил P_1, P_2 и P_3 по отношению к точке t.

На данных силах строим многоугольник сил, откладывая силы P_1, P_2 и P_3 по правилу непрерывного движения (сначала силы 2,2 и 3,3 от точки 3 откладываем отрезок 1,1 = силе P_1, вверх). Берем произвольный полюс П, проводим лучи a, b, c и d и строим веревочный многоугольник ABCDF. Если через t провести прямую, параллельную данным силам и определить ее точки пересечения с крайними сторонами веревочного многоугольника AB и DF через d и δ, а полюсное расстояние (т.е. перпендикуляр

ную Π на линию $\overline{1,(1,3)}$ через H, то $M_t = \alpha \delta . H$.

Этотъ моментъ положительный, потому что равнодѣйствующая силъ P_1, P_2 и P_3 проходитъ черезъ точку пересѣченія крайнихъ веревочныхъ сторонъ, которая получается слѣва t, а такъ какъ $P_1 > P_2 + P_3$, то равнодѣйствующая направлена вверхъ; она вращаетъ поэтому точку t по часовой стрѣлкѣ.

в. Даны параллельныя силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 и P_6; опредѣлить, по отношенію къ какой бы то ни было точкѣ на плоскости, моментъ силъ, находящихся справа точки вращенія (черт. 19).

На чертежѣ 19 по-строенъ многоугольникъ силъ, который въ этомъ случаѣ имѣетъ видъ прямой $\overline{1,6}$. Въ точкѣ 6 возставленъ перпендикуляръ; на этомъ перпендикулярѣ взятъ полюсъ H и затѣмъ по-строенъ веревочный многоугольникъ. Если продолжимъ крайнюю сторону k этого многоугольника, то отрѣзокъ прямой, параллельной $\overline{1,6}$, заключенный между периметромъ веревочнаго многоугольника и этой продолженной стороной, умноженный на полюсное разстояніе H, будетъ равенъ предъидущему моменту. Такъ произведеніе $m.n. \cdot H$ = моменту силъ

P_4, P_5 и P_6 взятому по отношению к точке t (путь силы внутрь отъ t). Если же мы захотимъ бы узнать моменты силъ P_1, P_2 и P_3 относительно этой же точки, то должны бы взять произведение R на mp, где m и p суть точки пересѣченія линій параллельной b и проходящей черезъ t съ крайними сторонами веревочнаго многоугольника, построеннаго на силахъ P_1, P_2 и P_3.

Способъ нахожденія моментовъ параллельныхъ силъ имѣетъ обширное примѣненіе при разсчетѣ балокъ. Такъ, если дана, напримѣръ, балка AB (черт. 20), загруженная по длинѣ и на нее дѣйствуютъ 3 параллельныхъ силы, то описаннымъ выше способомъ всегда можемъ опредѣлить моменты въ любомъ ея сѣченіи и максимальный моментъ; способъ построенія видемъ прямо изъ чертежа и не требуетъ особыхъ поясненій; ясно также что $M_{max.}$ находится въ сѣченіи A, а въ точкѣ B моментъ = 0).

7. Даны вертикальныя силы P_1, P_2, P_3 и P_4. Найти силы A и B, уравновѣшивающія данныя и опредѣлить для какой точки (t), взятой между A и B, моментъ силъ, находящихся по одну сторону центра

моментов (точка t) (черт. 21).

Строим сначала веревочный многоугольник 1,4 и проводим луч из полюса П. Силы A и B определяем описанным ранее способом: находим сначала уравновешивающую всех сил (замыкающую сторону силового многоугольника 1,4) и разбиваем ее на 2 части, проводя из полюса П луч $П_Z \parallel \alpha\beta$. Не трудно также найти моментную силу относительно какой-нибудь точки S (черт. 21). Чтобы найти моментную силу P_3, P_4 и B относительно этой точки, надо положить полюсное расстояние $Н_в$ на отрезок S_1S_2 [S_1 и S_2 — точки пересечения вертикали через S с крайними сторонами веревочного многоугольника, построенными на силах P_3, P_4 и B]. Так как эта вертикаль пересекается с крайними сторонами веревочного многоугольника, построенного на остальных 3-х силах A, P_1 и P_2 в точках S_1 и S_2, то заключаем, что моментная сила действующих справа = моментной силе действующих слева (этот случай применим к балке, свободно лежащей на 2-х опорах). Чтобы найти M_{max}, надо провести касательную к многоугольнику // линии Z.

4. Разсмотримъ тотъ же случай при другомъ расположеніи силъ (черт. 22).

Строимъ опять многоугольникъ силъ 1,4 беремъ полюсъ П проводимъ лучи и строимъ веревочный многоугольникъ. Затѣмъ продолжаемъ вертикали черезъ А и В до пересѣченія съ крайними сторонами a и f веревочнаго многоугольника въ точкахъ α и β. Проводимъ лучъ $П_7 // \alpha\beta$ и разбиваемъ такимъ образомъ 1,4 на отрѣзки, соотвѣтствующіе силамъ А и В. По предыдущему находимъ, что моментъ относительно точки $u = H.\overline{u_1 u_2}$.

Моментъ относительно точки $S = S_1 S_2 . H$, и относительно точки $t = \overline{t_1 t_2} . H$.

Непрерывная нагрузка. Единичный грузъ.

Когда поверхность тѣла покрыта сплошной нагрузкой такимъ образомъ, что на очень малую часть ея ΔR, ограниченную замкнутой линіей, дѣйствуетъ нагрузка P, то частное $\frac{P}{\Delta R}$ будетъ средняя на-

грузка единицы поверхности элемента ΔS. При очень малой площади ΔS можно всегда принять что нагрузка распределена по площади равномерно и тогда $p = \frac{P}{\Delta S}$ выражает нагрузку ея, отнесенную къ единицѣ площади. Величина p не означаетъ полную силу, но отношеніе силы къ площади. Если нагрузка распредѣлена непрерывно вдоль линіи l, и элементу dl этой линіи соотвѣтствуетъ грузъ P, то частное $p = \frac{P}{dl}$ будетъ для этого элемента нагрузка на единицу длины, или единичная нагрузка элемента dl. Единичная нагрузка не означаетъ полную силу, но отношеніе силы къ длинѣ.

Положимъ, что линія l – прямая, и что нагрузка p во всякой точкѣ перпендикулярна къ этой линіи. Примемъ l за ось абсциссъ и на перпендикулярахъ, возставленныхъ къ ней въ различныхъ точкахъ, отложимъ ординаты aa_1, bb_1, равныя единичнымъ грузамъ p въ этихъ точкахъ. Полученная такимъ образомъ линія $a_1 b_1 c_1$ (черт. 23) называется линіей нагрузки.

На всякій элементъ ds этой линіи дѣйствуетъ грузъ $p.ds$ и изъ фигуры (черт. 23) видно, что $p.ds$ равняется пло-

щади полосы, соотвѣтствующей элементу ds. Изъ этого слѣдуетъ, что площадь aa₁c₁c, соотвѣтствующая отрѣзку ab, равна нагрузкѣ этого отрѣзка; эту площадь называютъ поэтому площадью нагрузки. Если прямая нагружена равномѣрно, то линія $a_1b_1c_1$ превращается въ прямую параллельную MN и площадь нагрузки имѣетъ видъ прямоугольника. Когда нагрузка перемѣнна, то въ нѣкоторыхъ точкахъ она можетъ быть положительной, а въ другихъ отрицательной; тогда отрицательныя ординаты q нужно откладывать отъ оси MN въ сторону противоположную q. Вертикальную нагрузку будемъ считать положительной, если она направлена внизъ и отрицательной, если - вверхъ.

Веревочный многоугольникъ непрерывной нагрузки.

Площадь нагрузки дѣлимъ прямыми m,m, mm.., напримѣръ, на 3 части и замѣняемъ каждую часть равнодѣйствующей P_1, P_2 и P_3, равной ея площади, точка приложенія которой находится въ центрѣ тяжести соотвѣтственной площади. Такъ, напримѣръ, сила P_3 = площади чет-

треугольника p_3, q, q и действуетъ въ центрѣ тяжести этого четыреугольника. Спрогнить веревочный многоугольникъ для нагрузки, составленной изъ силъ P_1, P_2 и P_3. Точки α, β, γ и δ периметра этого многоугольника, находящіяся на продолженіи дѣйствующихъ прямыхъ m, m, r, r, n, n и т. д. легкаго уже на искомой веревочной линіи непрерывной нагрузки. Дѣйствительно, если возьмемъ ординаты ломаной линіи abcd по отношенію къ сторонѣ ac_1 (т.е. ac_1 – осъ абсциссъ), то, какъ уже извѣстно, эти ординаты, умноженныя на полюсное разстояніе H, равны моментамъ силъ, находящихся слѣва. соотвѣтственныхъ ординатъ. Поэтому, напримѣръ, произведеніе cc_1 на H = моменту силъ P_1 и P_2, взятому по отношенію къ точкѣ p (черт. 24), а такъ какъ моментъ равнодѣйствующей равенъ суммѣ моментовъ слагающихъ, то слѣдуетъ, что моментъ нагрузки mm, nn, pp_1 по отношенію къ точкѣ p = также $cc_1 H$.

Такъ какъ непрерывную нагрузку можно себѣ представить состоящей изъ сосредоточенныхъ грузовъ, находящихся на безконечно близкихъ другъ отъ

друга разстояніяхъ, а вершина веревочнаго многоугольника лежать на линіяхъ дѣйствія его грузовъ, то слѣдуетъ, что вершины веревочнаго многоугольника для непрерывной нагрузки находятся на безконечно близкихъ другъ отъ друга разстояніяхъ, т.-е. многоугольникъ имѣетъ видъ кривой линіи.

Изъ предыдущаго заключаемъ: сторопы веревочнаго многоугольника, построеннаго на равнодѣйствующихъ P_1, P_2 и P_3 — касательны къ дѣйствительной веревочной линіи и точки касанія находятся на продолженіи дѣлящихъ прямыхъ (m m$_1$, n n$_1$ и т. д.).

Второй способъ построенія веревочнаго многоугольника непрерывной нагрузки.

Дѣлимъ нагрузку на произвольное число равныхъ частей, такимъ образомъ, чтобы каждую часть представляющей ее кривой af (ab, bc, cd и т. д.) можно было принять за прямую линію. На чертежѣ 25 длина AB нагрузки раздѣлена на 4 равныя части; черезъ точки дѣле-

ния 1,2,3 проводимъ вертикальныя прямыя // OA и 4f и раздѣляемъ всю нашу площадь на четыре части ab10, 1bc2, 2cd3, 3df4. Въ каждой изъ этихъ частей проводимъ діагонали a1, 1c, c3, 3f и получаемъ рядъ треугольниковъ. Опредѣлимъ площади этихъ треугольниковъ. Площадь $a01 = \frac{y_0 b}{2}$; $a1c = ab1 + b1c = \frac{y_1 b}{2} + \frac{y_1 b}{2} = y_1 b$. Точно также найдемъ, что площадь $1c3 = by_2$, $c3f = y_3 b$ и $3f4 = \frac{y_4 b}{2}$. Если по предыдущему, принять эти площади за силы, приложенныя въ центрахъ тяжести этихъ площадей (центры тяжести въ треугольникахъ a01 и 3f4 лежатъ на $\frac{1}{3}b$ отъ сторонъ y_0 и y_4, а въ треугольникахъ a1c, 1c3, c3f, — на линіяхъ y_1, y_2, y_3, такъ какъ площади треугольниковъ по общимъ сторонамъ этихъ линій равны), то на нихъ можемъ построить веревочный многоугольникъ для сосредоточенныхъ силъ P_0, P_1, P_2, P_3, P_4. Для этого, какъ извѣстно, нужно сначала построить силовой многоугольникъ данныхъ силъ, но такъ какъ величины этихъ силъ могутъ оказаться слишкомъ большими, то ихъ полезно откладывать въ нѣкоторомъ масштабѣ. Линіи силъ выража-

ных нитей:

$$P_0 = \frac{b y_0}{2}$$

$$P_1 = b y_1$$

$$P_2 = b y_2$$

$$P_3 = b y_3$$

$$P_4 = \frac{b y_4}{2}$$

Если принять ширину b за единицу, то силы выразятся ординатами $\frac{y_0}{2}, y_1, y_2, y_3, \frac{y_4}{2}$. Если же и эти ординаты все еще велики, то вместо них мы можем взять $\frac{1}{n}$ соответствующих длин. На чертеже 25а весь силы уменьшены в 3b раз. Возьмем теперь произвольный полюс П, проведем лучи и построим соответствующий веревочный многоугольник, но его стороны не будут касательны к веревочной линии нашей нагрузки, хотя отклоняться от последней очень мало. Действительно, продолжим вертикаль y_2 до пересечения со крайней стороной a веревочного многоугольника в точке m: отрезок mn, будучи умножен на полюсное расстояние h и на 3b (так как силы уменьшены в 3b раз), дает нам величину момента в этом сечении относительно силы P_1 и P_2; но эти силы у

нась равной площади 0abc10, а въ тѣсной вѣревочной линіи моменть въ сѣченіи по линіи y_2 соотвѣтствуетъ нагрузкѣ 0abc210, т. е. сила нѣсколько большей, вслѣдствіе чего и величина момента должна увеличиться. Чтобы опредѣлить величину этого момента, а слѣдовательно и точку вѣревочной линіи на ординатѣ y_2 мы поступаемъ слѣдующимъ образомъ: изъ центра тяжести треугольника 1c2 проводимъ ординату // y_2 до пересѣченія со сторономъ у вѣревочнаго многоугольника въ точкѣ I. Въ силовомъ многоугольникѣ дѣлимъ сторону 2-2, соотвѣтствующую силѣ P_2 пополамъ въ точкѣ k, соединяемъ k съ П и черезъ точку I проводимъ параллель Пk до пересѣченія съ y_2 въ точкѣ f. Вѣревочная линія проходитъ черезъ f, а изъ чертежа видно, что f очень мало отклоняется отъ n, вслѣдствіе чего при достаточно малой величинѣ b мы съ достаточной для практики точностью можемъ принять, что вѣревочная линія касается вѣревочнаго многоугольника въ его вѣршинахъ, т. е. служитъ огибающей этого многоугольника.

Вѣревочная линія непрерывной равномѣрной нагрузки.

Разобьем площадь AaBb на две равныя части черт. 26, 26а) и в центрѣ тяжести каждой изъ этихъ частей приложимъ сосредоточенныя грузы P_1 и P_2, замѣняющіе равномѣрную непрерывную нагрузку на протяженіяхъ An и nB. Построимъ на силахъ P_1 и P_2 веревочный многоугольникъ $A_1 S t B_1$. Веревочная линія непрерывной нагрузки будетъ касаться веревочнаго многоугольника въ точкахъ A_1, K, B_1, лежащихъ на продолженіи отрѣзковъ ma, mn, Bb. Такъ какъ линія mn проходитъ черезъ средину линіи $Z_1 Z_2$, то она дѣлитъ St въ точкѣ K пополамъ; кромѣ того, такъ какъ линіи $A_1 A$a, mnc и $Z_1 S$ параллельны и отрѣзки Ap и pn равны, то равны и отрѣзки $A_1 S$ и Sc. То же самое можно сказать и относительно равенства ct и tB_1.

Разобьемъ теперь нагрузку $AA_1 B_1 B$ (черт. 27, 27а) на три равныя части прямыми mn и pq, приложимъ въ центрахъ тяжести полученныхъ частей сосредоточенные грузы P_1, P_2, P_3, соотвѣтствующіе площадямъ, черезъ центры тяжести которыхъ они проходятъ и построимъ на этихъ силахъ веревочный многоугольникъ. Веревочная линія непрерывной на

грузки будетъ касательна къ сторонамъ этого многоугольника въ точкахъ, лежащихъ на оригиналахъ $A, A1, mn, fq, B, Bb$. Если продолжимъ крайнія стороны веревочнаго многоугольника d и d до пересѣченія въ точкѣ c, сторону b до пересѣченія съ d въ точкѣ 4, луч c до пересѣченія съ a въ точкѣ 3, то замѣтимъ слѣдующее: точки касанія веревочной линіи къ веревочному многоугольнику лежатъ на одной прямой съ точками 1, 3, 4, b. Руководясь этимъ замѣчаніемъ, мы можемъ построить веревочный многоугольникъ равномѣрной непрерывной нагрузки, а слѣдовательно и веревочную линію, не прибѣгая къ помощи силового многоугольника; для этого строимъ произвольный уголъ $A_1 C B_1$ (черт. 28) такъ чтобы вершина его находилась на линіи дѣйствія нагрузки; на сторонахъ этого угла пропектируемъ концы нашей нагрузки въ точки A_1 и B_1 и длины CA_1 и CB_1 и т. д.; раздѣлимъ на n равныхъ частей, которыя будемъ откладывать отъ C къ A_1 и отъ C къ B_1 и обозначимъ цифрами 1, 2, 3 и т. д.; затѣмъ соединимъ одноименныя цифры линіями и такимъ образомъ

получить веревочный многоугольник, соответствующий разбиению площади нагрузки на равных частей (на черт. 28 ^{o}/$_{oo}$ n=12). Вершины веревочного многоугольника находятся на вертикалях точек деления $1, 3, 5, 1_1, 3_1, 5_1$, а точки касания на вертикалях остальных точек деления прямых A, c, cB_1.

Если теперь через точки касания провести кривую, то и получим веревочную линию данной равномерной непрерывной нагрузки, которая будет (т. е. веревочная линия) огибающей построенного веревочного многоугольника. Из способа построения ясно видно, что веревочная линия для равномерной непрерывной нагрузки будет парабола.

Нахождение центра тяжести произвольной фигуры.

Пользуясь веревочным многоугольником непрерывной нагрузки, легко определить центр тяжести какой угодно фигуры. Положим имеем фигуру, изображенную на черт. 29. Вычислив ее высоту на произвольные ряд тяжёлых линий

частей, центры тяжести которых легко определить. Площади этих частей принимаем за силы, действующія въ центрахъ тяжести и на ихъ направленіяхъ строимъ веревочный многоугольникъ, продолжаемъ крайнія касательныя къ нему до пересѣченія въ точкѣ C. Изъ C проводимъ параллельную силамъ до пересѣченія съ осью, въ этой точкѣ Z будетъ лежать центръ тяжести фигуры на чертежѣ вмѣсто веревочнаго построенъ силовой многоугольникъ, такъ какъ крайнія касательныя веревочнаго многоугольника совпадаютъ съ крайними сторонами силовой).

Понятіе о моментахъ инерціи плоскихъ поверхностей.

Произведеніе изъ силы P на кратчайшее разстояніе (черт. 30) этой данной прямой MM₁ параллельной P, называется моментомъ инерціи силы P по отношенію къ оси MM₁; моментъ инерціи обозначается буквой J, такъ что для силы P имѣемъ $J = Pp^2$. Теорія моментовъ инерціи имѣетъ въ прикладной механикѣ важное приложеніе при расчетѣ призматическихъ стержней, при чемъ моментъ P

служать площади бесконечно малых элементов поперечного сечения. Пусть OX и OY – оси координат (прямоугольная или косая) и ab – данная фигура (черт. 31). Если $d\Omega$ площадь бесконечно малого элемента u_v то его момент инерции по отношению к оси $OX = d\Omega . y^2$, а по отношению к оси $OY = d\Omega . x^2$.

Произведение $d\Omega . xy$ называется центробежным моментом $\mathcal{Z}xy$. Легко видеть, что момент инерции бесконечно узкой полосы MN по отношению к какой нибудь оси $OX = w . y^2$, где w = площади полосы, и что, поэтому при определении момента инерции фигуры по отношению к какой нибудь полосе, ее можно разбивать на части прямыми параллельными этой оси. Для всей фигуры будет:

$$\mathcal{J}_x = \int y^2 . d\Omega ; \quad \mathcal{J}_y = \int x^2 . d\Omega ; \quad \mathcal{Z}_{xy} = \int xy . d\Omega .$$

Графическое определение момента инерции.

Способ Мора:

"Чтобы получить момент инерции фи[illegible], пер-

стаавленной на черт. 32, по отношению къ оси, имѣющей направленіе OX, дѣлимъ эту фигуру прямыми, параллельными этой оси, на такія части: Aaa_1, bb_1aa_1 и т. д., такимъ образомъ чтобы центръ тяжести и площадь каждой такой части было легко опредѣлить. Площади ω_1, ω_2 и т. д. этихъ частей разсматриваемъ какъ силы, приложенныя къ ихъ центрамъ тяжести z_1, z_2 и т. д. по направленію // оси моментовъ и строимъ для нихъ веревочный многоугольникъ (черт. 32 а и в). Обозначимъ разстоянія z_1, z_2 и т. д. отъ оси моментовъ OX соотвѣтственно черезъ y_1, y_2 и т. д. и продолжимъ веревочныя стороны $\underline{\underline{I}}, \underline{\underline{II}}, \underline{\underline{III}}$ и т. д. до пересѣченія съ OX въ точкахъ $1', 2', 3'$ и т. д. Если H — полюсное разстояніе, то изъ свойства веревочнаго многоугольника слѣдуетъ: $\overline{1',2'}\,H = \omega_1 y_1$; $\overline{2',3'}\,H = \omega_2 y_2$ и т. д.

Площадь $\Delta^{ка} 1'\alpha 2' = \overline{1',2'}\,\frac{y_1}{2} = \frac{\omega_1 y_1^2}{2H}$;

" $\Delta^{ка} 2'\beta 3' = \overline{2',3'}\,\frac{y_2}{2} = \frac{\omega_2 y_2^2}{2H}$;

. . . . . .

Слѣдовательно, площадь, заключенная между примемъ веревочнаго многоугольника, его крайней стороной и прямой OX:

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{H}\{\omega_1 y_1^2 + \omega_2 y_2^2 + \omega_3 y_3^2 + \ldots\ldots\} =$$

$$= \frac{1}{H}\sum \omega y_1^2,$$

Когда площади ω_1, ω_2 и т. д. безконечно малы и равны $d\mathfrak{J}_1$, то веревочный многоугольникъ будетъ имѣть видъ кривой линіи, и послѣднее уравненіе приметъ видъ

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{H}\int d\mathfrak{J}_1 y^2.$$

Но знакъ $\int$, какъ извѣстно, представляетъ моментъ инерціи фигуры по отношенію къ оси OX. Слѣдовательно, $\mathfrak{J} = J_1 : 2H$. Отсюда $J_1 = 2H\mathfrak{J}$.

Ось центра тяжести // OX проходитъ черезъ точку E, въ которой пересѣкаются крайнія стороны веревочнаго многоугольника $\underline{I}$ и $\underline{X}$. Изъ подобія треугольниковъ $\overline{09}\Pi$ (черт. 32a) и $10E1$ (черт. 32b) имѣемъ, что $\overline{0,9} : \overline{10',1'} = H : h$, гдѣ h есть перпендикуляръ, опущенный изъ E на OX, т.е. разстояніе центра тяжести фигуры отъ OX. Если F – площадь фигуры, то $\overline{09} = F$ (потому что отрѣзки $1,1$, $2,2$, и т. д. соотвѣтственно выражаютъ части этой площади F). Поэтому $\overline{1',10} = \frac{Fh}{H}$. Площадь треугольника $\overline{1'E10'} = \overline{1'10'} \cdot \frac{h}{2} = \frac{Fh}{H} \cdot \frac{h}{2} = \frac{Fh^2}{2H}$. Поэтому площадь ограниченная веревочной линіей и ея крайними (гранитными) сторонами $= \mathfrak{J} - \Delta\overline{1',E,10'} = \frac{J_1 - Fh^2}{2H}$;

но $J_1 - F\eta^2 = J$ – моменту инерціи по отношенію къ оси центра тяжести // OX; если, слѣдовательно, заштрихованную на черт. 32 b площадь обозначить черезъ $\square$, то $\square_y = \frac{J}{2H}$. Отсюда $J = \square_y . 2H$.

Изъ послѣдняго уравненія слѣдуетъ, что моментъ инерціи произвольной фигуры по отношенію къ оси центра тяжести = площади, заключенной между веревочной линіей и ея крайними сторонами, умноженной на удвоенное полюсное разстояніе.

(Эта площадь опредѣляется прежде всего съ помощью формулы Симпсона или планиметра Амслера).

Способъ Кульмана:

Отрѣзки $\overline{1'2'}$, $\overline{2'3}$ ..... на черт. 32 b принять за новыя силы, дѣйствующія въ тѣхъ же центрахъ тяжести Z_1, Z_2 и т. д. по направленію // оси OX. Взять произвольный полюсъ P_1 и провести лучи $\underline{I}'$, $\underline{II}'$ и т. д. и строить помощью ихъ другой веревочный многоугольникъ $\underline{I}'$, $\underline{II}'$, $\underline{III}'$, $\underline{IV}'$ ..... (черт. 32 d). Продолжимъ веревочныя стороны $\underline{I}'$, $\underline{II}'$, $\underline{III}'$ ... до пересѣченія съ OX въ 1", 2", 3" и т. д. и обозначимъ новое полюсное разстояніе (черт. 32 c) черезъ H_1. Изъ подобія треугольниковъ $1''\overline{P'}2'$ и $1''a2''$ имѣемъ, что

$1''2'' : y_1$ (высота) $= 1'2' : H_1$ или, так как $1'2' = \frac{\omega_1 y_1}{H}$ (см. предыдущий способ), то $1''2'' = \frac{\omega_1 y_1^2}{H H_1}$. Точно таким образом находим: $2''3'' = \frac{\omega_2 y_2^2}{H.H_1}$

$3''4'' = \frac{\omega_3 y_3^2}{H.H_1}$

. . . . . .

Поэтому $1''10'' = \frac{1}{H.H_1}\{\omega_1 y_1^2 + \omega_2 y_2^2 + \omega_3 y_3^2 + \dots\} =$

$$= \frac{1}{H.H_1} \sum \omega y^2.$$

Если площади ω_1, ω_2 и т. д. бесконечно малы и равны $d\mathfrak{P}_1$, где $\mathfrak{P}_1$ — площадь фигуры, то последнее уравнение примет вид:

$$1''10'' = \frac{1}{H.H_1} \int d\mathfrak{P}_1 y^2 = J_1 : H H_1$$

и веревочный многоугольник обратится в веревочную линию.

Из этой же формулы получаем, если отрезок оси OX между крайними касательными к веревочной кривой (крайн. опор. верев. многоугольника) обозначить через l,

$J_1 = H.H_1.l$, т. е., момент инерции фигуры по отношению к оси OX равен отрезку этой линии, заключенному между крайними касательными к веревочной линии $2^{го}$ многоугольника, умноженному на произведение $H.H_1$ обоих

полюсных разстояній.

Такъ какъ это правило - общее и справедливо для всякой оси, то моментъ инерціи относительно оси центра тяжести = отрѣзку этой оси, отсѣченному крайними касательными второй веревочной линіи, умноженной на произведеніе И.И, обоихъ полюсныхъ разстояній. Ось центра тяжести проходитъ черезъ точку Е, въ которой пересѣкаются крайнія стороны новой веревочной линіи.

Соотношенія между моментами второго порядка для осей, проходящихъ черезъ одну и ту же точку.

Если прямоугольныя оси координаты OX и OY, къ которымъ отнесено сѣченіе, повернемъ около M на уголъ α въ положеніе MX_1 и MY_1 (черт. 34), то новыя координаты будутъ:

$$x_1 = y \sin\alpha + x \cos\alpha$$

$$y_1 = y \cos\alpha - x \sin\alpha .$$

По отношенію къ новымъ осямъ будетъ $J_{x_1} = \int y_1^2 d\Omega$,

$J_{y_1} = \int x_1^2 d\Omega$, $J_{x_1 y_1} = \int x_1 y_1 d\Omega$.

Подставивъ для x_1 и y_1 ихъ значеніе, получимъ:

$$J_{x_1} = \cos^2\alpha \int y^2 d\Omega + \sin^2\alpha \int x^2 d\Omega - 2\sin\alpha\cos\alpha \int xy\, d\Omega.$$

$$J_{y_1} = \sin^2\alpha \int y^2 d\Omega + \cos^2\alpha \int x^2 d\Omega + 2\sin\alpha\cos\alpha \int xy\, d\Omega.$$

$$Z_{x_1 y_1} = \sin\alpha\cos\alpha \left(\int y^2 d\Omega - \int x^2 d\Omega\right) + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \int xy\, d\Omega.$$

Так как

$$\int y^2 d\Omega = J_x \; ; \quad \int x^2 d\Omega = J_y \; ; \quad \int xy\, d\Omega = Z_{xy} \; ;$$

$$2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha,$$

то

$$\left.\begin{aligned} J_{x_1} &= J_x \cos^2\alpha + J_y \sin^2\alpha - Z_{xy} \sin 2\alpha \\ J_{y_1} &= J_x \sin^2\alpha + J_y \cos^2\alpha + Z_{xy} \sin 2\alpha \\ Z_{x_1 y_1} &= \tfrac{1}{2}(J_x - J_y)\sin 2\alpha + Z_{xy}\cos 2\alpha \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (1)$$

Сложивъ первыя два уравненія, имѣемъ

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y,$$

т. е. сумма моментовъ инерцій, отнесенныхъ къ двумъ какимъ нибудь прямоугольнымъ осямъ, проходящимъ черезъ одну и ту же точку, есть величина постоянная.

Для $\alpha = 45°$ (ось MZ на чертежѣ) получаемъ изъ (1)

$$J_z = \frac{1}{2}(J_x + J_y) - Z_{xy}.$$

откуда

$$Z_{xy} = \frac{1}{2}(J_x + J_y) - J_z.$$

Послѣднее уравненіе указываетъ способъ опредѣле-

нія центробѣжнаго момента помощью момен-
товъ инерціи.

Если въ уравненіяхъ (1) замѣнимъ буквы J_x, J_y и J_{xy} черезъ δ, ν и τ, то получимъ уравненія (стр. 43 §14), изъ чего слѣдуетъ, что моменты инерціи и центробѣжный моментъ могутъ быть получены помощью такой же окружности, какъ и напряженія s и t.

Для этого изображаемъ J_x, J_y и J_{xy} прямыми линіями, причемъ за J_x принимаемъ тотъ изъ моментовъ инерціи J_x и J_y, который больше.

На оси MX откладываются (черт. 35)

$$MJ_x = J_x \text{ и } MJ_y = J_y.$$

Въ точкѣ J_y возставляемъ, въ случаѣ, когда J_{xy} положительно, вправо, положительныхъ ординатъ перпендикуляръ $J_y 0 = J_{xy}$, и въ точкѣ J_x по направленію отрицательныхъ ординатъ — перпендикуляръ $J_x B = J_y 0$. (Если J_{xy} отрицательно, то точка 0 будетъ вверху). На $0B$, какъ на діаметрѣ, описываемъ окружность.

Если черезъ точку 0 проведемъ линію $0C$ параллельную данной оси MX_1 до пересѣченія съ окружностью въ

точки C, то ордината CJ этой точки $= J_{x_1y_1}$, а ее абсцисса $MJ = J_{x_1}$.

Чтобы это доказать, соединим C с B и продолжим CB до пересечения с MX_1 в E. Так как BC $\perp$ OC, то BC $\perp MX_1$ и из чертежа получим

$$MJ = ME\cos\alpha + EC\sin\alpha$$

$$ME = J_x\cos\alpha - J_{xy}\sin\alpha$$

$$CE = J_y\sin\alpha - J_{xy}\cos\alpha$$

$$MJ = (J_x\cos\alpha - J_{xy}\sin\alpha)\cos\alpha + (J_y\sin\alpha - J_{xy}\cos\alpha)\sin\alpha =$$
$$= J_x\cos^2\alpha + J_y\sin^2\alpha - J_{xy}\sin 2\alpha,$$

т. е.:

$$MJ = J_{x_1}.$$

Затем имеем $JC = ME\sin\alpha - CE\cos\alpha$ и, подставив для ME и CE их значения,

$$JC = \frac{1}{2}(J_x - J_y)\sin 2\alpha + J_{xy}\cos 2\alpha,$$

следовательно

$$JC = J_{x_1y_1}.$$

J_{y_1} получается так же, как J_{x_1}, помощью OD // MY_1, или из уравнения $J_{y_1} = J_x + J_y - J_z$.

Главные моменты инерции и главные оси.

Угол γ, для которого J_{x_1} является максимум,

получается по обычному правилу, положивъ производную $\frac{dJ_{x_1}}{d\alpha} = 0 = -\sin 2\alpha (J_x - J_y) - 2\cos 2\alpha J_{xy}$, откуда

$$tg\, 2\alpha = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} = tg\, 2\gamma.$$

Когда уголъ α измѣняется отъ 0 до 180°, то онъ два раза получаетъ значеніе, удовлетворяющее послѣднему уравненію (γ и $90+\gamma$). Максимумъ соотвѣтствуетъ углами, лежащимъ въ 1-й или 3-й квадрантѣ, а минимумъ — во 2-й или 4-й квадрантѣ.

Если точки, въ которыхъ на черт. 35 окружность пересѣкаетъ ось MX, обозначимъ черезъ J_2 и J_1, то очевидно, что наибольшее значеніе какое можетъ имѣть моментъ инерціи тах. $J_x = MJ_1$ и онъ соотвѣтствуетъ оси $M\,I$, проведенной параллельно хордѣ OJ_1; а наименьшее min. $J_x = MJ_2$ соотвѣтствуетъ оси $M\,II$, параллельной $O\,\underline{II}$.

J_1 и J_2 называются главными моментами инерціи, а соотвѣтствующія имъ оси $M\,\underline{I}$ и $M\,\underline{II}$ — главными осями.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ: черезъ всякую точку взятую на плоскости сѣченія, можно провести

двѣ взаимно перпендикулярныя оси такого рода, что моментъ инерціи по отношенію къ одной будетъ наибольшій, а по отношенію къ другой — наименьшій. Центробѣжный моментъ по отношенію къ этимъ осямъ = 0.

Если фигура сѣченія имѣетъ ось симметріи, то по отношенію къ этой оси и ей перпендикулярной, центробѣжный моментъ всегда = 0, потому что для всякаго элемента $d\Omega$, расположеннаго (черт. 36) по одну сторону оси симметріи, можно на другой сторонѣ найти другой элементъ такого рода, что ихъ центробѣжные моменты будутъ равны и прямо противоположны, такъ что ихъ сумма = 0.

Ось симметріи есть потому всегда одна главная ось. Другая главная ось перпендикулярна къ первой.

Когда главныя оси извѣстны, то всего проще принять ихъ за оси координатъ X и Y и опредѣлить главные моменты инерціи J_1 и J_2. Чтобы получить эти моменты по отношенію къ другимъ осямъ OX_1 и OY_1, откладываемъ (черт. 37) на главной

оси I $\overline{OT_1}=T_1$, $\overline{OT_2}=T_2$ и на діаметрѣ $\overline{T_1T_2}$ описывается окружность. Если черезъ T_2 провести $T_2C \parallel OX_1$, то ордината $CT_{x_1}=T_{x_1y_1}$, а абсцисса $OT_{x_1}=T_x$. Когда T_x извѣстно, то T_{y_1} получается всего проще изъ уравненія

$$T_{x_1}+T_{y_1}=T_1+T_2.$$

Графическій способъ опредѣленія центробѣжнаго момента.

Дань центробѣжный моментъ T плоской фигуры по отношенію къ осямъ x_1 и y_1, проходящимъ черезъ ея центръ тяжести O_1 и требуется найти центробѣжный моментъ T той же фигуры по отношенію къ осямъ X и Y параллельнымъ x_1 и y_1. Координаты центра O_1 обозначимъ черезъ ξ и η (черт. 38).

Имѣемъ:

$$T=\int(x_1+\xi)(y_1+\eta)\,d\Omega=\int x_1y_1\,d\Omega+\xi\int y_1\,d\Omega+\eta\int x_1\,d\Omega+\eta\xi\Omega,$$

Но

$$\int y_1\,d\Omega=0\ ;\ \int x_1\,d\Omega=0\ ,$$

поэтому

$$T=T_1+\Omega\eta\xi.$$

Если O_1x_1 и O_1y_1 — главныя оси, то $T_1=0$ и тогда

$$Z = \Omega \eta \xi .$$

Последнее свойство дает возможность упростить нахождение центробежного момента во многих случаях.

Положим, имеем фигуру, указанную на чертеже 39. Оси координат OX и OY взяты параллельно сторонам фигуры. Разбиваем ее на 3 прямоугольника, которых площади обозначаем через Ω_1, Ω_2, Ω_3, центры тяжести через Z_1, Z_2 и Z_3, а их координаты по отношению к осям OX и OY через ξ_1, η_1, ξ_2, η_2, $\xi_3 \eta_3$. Из чертежа видно что ξ_2 и η_3 — отрицательны. Поэтому имеем:

$$Z(\text{центроб. мом.}) = \Omega_3 \xi_3 \eta_3 - \Omega_2 \xi_2 \eta_2 + \Omega_1 \xi_1 \eta_1 .$$

Графически Z получается следующим образом:

Рассматриваем $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$, как горизонтальные силы, приложенные в точках Z_1, Z_2, Z_3; строим на них силовой многоугольник, для произвольного полюса Π и соответствующий ему веревочный abcd. Стороны последнего отсекаются на оси OX отрезки $0\underline{I}$, $\underline{I}\,\underline{II}$, $\underline{II}\,\underline{III}$. Из свойства веревочного многоугольника следует,

если полюсное разстояніе обозначить черезъ h, что

$$h.0\underline{1}=\mathfrak{P}_1\eta_1\ ;\quad h.\underline{1}\,\underline{2}=\mathfrak{P}_2\eta_2\ ,\quad h.\underline{2}\,\underline{3}=\mathfrak{P}_3\eta_3 \qquad (1)$$

Теперь принимаемъ эти отрѣзки $0\underline{1}, \underline{1}\,\underline{2}, \underline{2}\,\underline{3}$ за новыя силы, дѣйствующія // оси Y, приложенныя въ тѣхъ же точкахъ Z_1, Z_2, Z_3 и строимъ для нихъ новый веревочный многоугольникъ $\alpha\beta\gamma\delta$ (черт. 39 с). На чертежѣ принята за силовой многоугольникъ прямая $0, \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}$, а полюсъ взятъ въ точкѣ $\mathfrak{P}_1$ (черт. 39 в). Но такъ какъ силы $0\underline{1}, \underline{1}\,\underline{2}, \ldots$ не горизонтальны, а вертикальны, то стороны α, β, γ, δ новаго веревочнаго многоугольника проведены перпендикулярно къ лучамъ $\mathfrak{P}_1 0, \mathfrak{P}_1 \underline{1}$ и т. д. Отрѣзокъ $\underline{u}$, отсѣченный на оси Y крайними сторонами α и β

$$U=AD=AB+BC-CD=\frac{0\underline{1}\,\xi_1}{h_1}-\frac{\underline{1}\,\underline{2}\,\xi_2}{h_2}+\frac{\underline{2}\,\underline{3}\,\xi_3}{h_3}$$

Спец. Маш. Университет
БИБЛИОТЕКА
Гр. Н. Э. Баумана

Подставивши для $0\underline{1}, \underline{1}\,\underline{2}$ и $\underline{2}\,\underline{3}$ ихъ значенія изъ уравненій (1) имѣемъ:

$$U=\frac{\mathfrak{P}_1 h_1 \xi_1}{h h_1}-\frac{\mathfrak{P}_2 h_2 \xi_2}{h h_1}+\frac{\mathfrak{P}_3 h_3 \xi_3}{h h_1},$$

т. е.:

$$u h h_1 = Z.$$

Для построенія, площади $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3$ превраще-

ны въ прямоугольники съ общимъ основаніемъ b, и $n^{ы}$ части высотъ этихъ прямоугольниковъ отложены какъ силы $\overline{01}$, $\overline{1,2}$, $\overline{2,3}$; отпрыжокъ $\underline{u}$ получится вслѣдствіе того въ n разъ меньшимъ, поэтому

$$Z = k.k_1.b.n.u.$$

Очевидно, что указанный здѣсь графическій способъ можетъ быть употребленъ для опредѣленія центро-бѣжнаго момента произвольной фигуры; только въ случаѣ неправильной фигуры нужно фигуру разбить параллельно осямъ координатъ на столь узкія полосы, чтобы ихъ площади можно было принять способъ построенія, уясненный при опредѣленіи момента инерціи.

Сопротивленіе при изгибѣ.

Опредѣленный дѣйствіе, производимое внѣшними силами на брусъ, при слѣдующихъ предположеніяхъ:

1) Ось бруса, т. е. геометрическое мѣсто центровъ тяжести его сѣченій, прямолинейна.
2) Внѣшнія силы находятся въ плоскости,

проходящей черезъ эту ось (т. е. кручение=0).

. Вслѣдствіе дѣйствія внѣшнихъ силъ брусъ будетъ измѣнять свою форму до тѣхъ поръ, пока вызванныя этимъ измѣненіемъ внутреннія силы не возрастутъ до такой величины, при которой онѣ уравновѣшиваютъ внѣшнія. Если деформація не выходитъ изъ предѣла упругости, то она столь незначительна, что при составленіи условій равновѣсія можно ею пренебрегать и разсматривать брусъ въ первоначальномъ видѣ, а также можно принимать:

а) что сѣченія, перпендикулярныя къ оси остаются и послѣ изгиба къ ней перпендикулярны и .

б) что плоскія сѣченія остаются плоскими.

Оба эти предположенія точно вѣрны только для кругового изгиба.

Положимъ, что брусъ AB (черт. 40) находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ G_1, G_2, G_3, G_4, G_5. Разрѣжемъ его плоскостью cd, перпендикулярною къ оси AB, на двѣ части, испра-

нить одну изъ этихъ частей, напр. пра-
вую, а къ сѣченію оставшейся (лѣвой) при-
ложить силы p, которыя замѣняютъ
силы, дѣйствовавшія его съ устраненнымъ
сѣченіемъ. Оставшаяся часть AZ находит-
ся въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ p
и нагрузки G_1, G_2, G_4. Замѣнимъ послѣд-
нюю, т. е. силы G_1, G_2 и G_4 равнодѣйствующей
R, пересѣкающей сѣченіе cd въ точкѣ S,
и разложимъ ее въ этой точкѣ на нор-
мальную слагающую N, перпендикуляр-
ную къ плоскости cd, и на срѣзывающую
T, находящуюся въ этой плоскости. Пря-
мая, соединяющая S съ центромъ тяжес-
ти сѣченія, есть очевидно линія пересѣ-
ченія плоскости силъ съ плоскостью сѣ-
ченія; мы будемъ называть ее силовой ли-
ніей.

Такъ какъ внѣшнія силы части AZ (т. е.
силы G_1, G_2 и G_4, или ихъ равнодѣйствую-
щая R) уравновѣшиваются силами сѣче-
нія p, то слѣдуетъ, что равнодѣйствующая

послѣднихъ (R) равна и прямопротивоположна R. Если попрежнему возьмемъ на сѣченіи произвольную полосу fg, то равнодѣйствующая силъ p, дѣйствующихъ на нее, находится въ плоскости SR. Разложимъ каждую изъ силъ p — на двѣ слагающія — нормальную S и срѣзывающую t, то

$$\sum S = N \; ; \; \sum t = T .$$

Если p, а слѣдовательно S и t, соотвѣтствуютъ безконечно малой площади $d\Omega$ (гдѣ Ω — площадь всего сѣченія cd), то можно принять, что онѣ распредѣляются по этой площади равномѣрно. Обозначивъ черезъ б — нормальную и черезъ τ — касательную слагающую силы $\frac{p}{d\Omega}$, (отнесенной къ единицѣ площади), получимъ:

$$б = \frac{S}{d\Omega} \quad и \quad \tau = \frac{t}{d\Omega} \; ;$$

б будемъ называть нормальнымъ, а τ — скалывающимъ (срѣзывающимъ, касательнымъ) напряженіемъ точки $d\Omega$.

Будемъ считать б положительнымъ, когда оно есть растяженіе, и отрицательно —

нымъ, когда оно — сжатіе.

Опредѣленіе нормальн. напряж.

Пусть K_2L и MN (черт. 41) — два безконечно близкія сѣченія не нагруженной балки, и положимъ, что вслѣдствіе изгиба, произведеннаго нагрузкой, сѣченіе MN .. получило положеніе M_1N_1, а сѣченіе K_2L осталось на прежнемъ мѣстѣ. Точка пересѣченія MN съ M_1N_1 опредѣляетъ линію пересѣченія О плоскостей сѣченія MN до и послѣ деформаціи; соотвѣтствующее этой линіи волокно O_1O сохранило и послѣ деформаціи первоначальную длину, оно поэтому называется нейтральнымъ волокномъ, а прямая OO — нейтральной линіей. Прямая VV, проведенная черезъ центръ тяжести 2 сѣченія параллельно нейтральной линіи, называется нейтральной осью.

Отнесемъ сѣченіе къ двумъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ U и V, взятымъ такимъ образомъ, что ихъ начало находится въ центрѣ тяжести, а ось U совпадаетъ съ

нейтральной осью.

Означимъ черезъ ρ разстояніе точки S (въ которой равнодѣйствующая R встрѣчаетъ разсматриваемое сѣченіе MN) отъ центра Z и черезъ β – уголъ, образуемый силовой линіей SZ съ нейтральной осью (т.е. съ осью UU).

Въ ненагруженномъ состояніи всѣ волокна, заключенныя между параллельными сѣченіями KL и MN, имѣли одинаковую длину dS; вслѣдствіе изгиба эта длина измѣнилась, и легко видѣть изъ чертежа, что волокна, находящіяся на прямой, параллельной нейтральной линіи OO, удлиняются на одну и ту же длину. А такъ какъ внутри предѣла упругости напряженія пропорціональны удлиненіямъ, то слѣдуетъ, что:

1) напряженія волоконъ, находящихся на прямой, параллельной нулевой (нейтральной) линіи, имѣютъ одну и ту же величину, –

2) напряженіе нейтральнаго волокна (прохо-

дящаго черезъ нейтральную линію)=0.

Обозначимъ черезъ

λ_0 — удлиненіе длины волокна Z_1Z вырѣзка $KLMN$ балки, т. е. $ZZ0$,

v_0 — разстояніе этого волокна отъ нейтральнаго,

σ_0 — напряженіе оси Z_1Z

и черезъ λ, v и σ — удлиненіе, ордината и напряженіе произвольнаго другого волокна C_1C.

По закону пропорціональности имѣемъ:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}=\frac{\sigma}{\sigma_0}$$

Изъ чертежа слѣдуетъ:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}=\frac{v_0+v}{v_0}=\frac{\sigma}{\sigma_0},$$

откуда

$$\sigma=\sigma_0+\frac{\sigma_0}{v_0}\cdot v.$$

Для одного и того же сѣченія $\frac{\sigma_0}{v_0}$ величина постоянная, поэтому можно написать

(1) $$\sigma=\sigma_0+Av, \text{ гдѣ } A=\frac{\sigma_0}{v_0}.$$

Обозначимъ сумму моментовъ внѣшнихъ силъ (включая и реакціи опоръ), дѣйствующихъ на лѣвую отсѣченную часть балки и взятыхъ по отношенію къ оси uu, — черезъ M_u, а по отношенію къ оси vv — черезъ M_v; тогда изъ условій равнов-

сія имѣемъ

$$\int \sigma d\Omega = N \; ; \quad \int \sigma d\Omega . v = M_u ; \quad \int \sigma d\Omega . u = M_v .$$

Подставивъ въ первое и второе изъ этихъ уравненій для σ значеніе (1), получимъ, принимая во вниманіе, что $\int d\Omega u = 0$ и $\int d\Omega . v = 0$ (такъ какъ оси u и v проходятъ черезъ центръ тяжести):

$$\sigma_0 \Omega = N \; ; \quad A J_u = M_u ,$$

откуда

$$\sigma_0 = \frac{N}{\Omega} \quad \text{и} \quad A = \frac{M_u}{J_u}$$

и по (1)

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_u . v}{J_u} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Подставивъ это значеніе въ третій интегралъ, имѣемъ: $\int \left(\frac{N}{\Omega} + \frac{M_u v}{J_u} \right) u . d\Omega = M_v$

и такъ какъ

$$\int u d\Omega = 0 \quad \text{и} \quad \int v u d\Omega = Z_{uv} ,$$

то

$$\frac{M_u}{J_u} \cdot Z_{uv} = M_v \quad \text{или} \quad \frac{M_v}{M_u} = \frac{Z_{uv}}{J_u} .$$

Но

$$M_u = N f \sin \beta \; ; \quad M_v = N f \cos \beta ,$$

поэтому

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{Z_{uv}}{J_u} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Это уравнение определяет направление оси ии, т.е. нейтральной оси.

Расстояние v_0 нейтральной линии 00 отъ этой оси получается изъ условія

$$б = 0 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_и}{J_и} \cdot v_0; \quad v_0 = -\frac{N \cdot J_и}{\Omega \cdot M_и}.$$

Обозначимъ радіусъ инерціи сѣченія, по отношенію къ оси ии, черезъ $i_и$; такъ какъ

$$J_и = \Omega i_и^2 \quad и \quad M_и = N f \sin\beta = N \cdot n,$$

то

$$v_0 = -\frac{N}{\Omega} \cdot \frac{\Omega i_и^2}{N \cdot n} = -\frac{i_и^2}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

или

$$v_0 n = -i_и^2,$$

откуда слѣдуетъ, что радіусъ инерціи по отношенію къ нейтральной оси есть средняя геометрическая пропорціональная между разстояніями нейтральной линіи и силовой точки отъ этой оси.

Знакъ минусъ показываетъ, что нулевая линія и силовая точка находятся на противоположныхъ сторонахъ центра тяжести.

Изъ уравненія (3) слѣдуетъ:

1). Направленіе нейтральной оси зависитъ толь-

ко отъ направленія силовой линіи ZS, но не зависитъ отъ . - положенія точки S на этой линіи (такъ какъ β не зависитъ отъ n или f) потому: для всѣхъ силъ, которыхъ точки приложенія находятся на одной и той же силовой линіи, нейтральная ось постоянна.

2). Если одна изъ осей u и v – главная (такъ что $Z_{uv}=0$), то $\operatorname{ctg}\beta=0$, или $\beta=90°$; т.е. когда силовая линія совпадаетъ съ одной изъ главныхъ осей, то нейтральная ось перпендикулярна къ силовой линіи.

Изъ уравненія (4) заключаемъ, что всякой силовой точкѣ S соотвѣтствуетъ опредѣленная нулевая линія (такъ какъ v_0 зависитъ отъ n).

Для $n=0$ $v_0=\infty$; когда сила R проходитъ черезъ центръ тяжести, то нулевая линія находится въ бесконечности.

Для $n=\infty$ $v_0=0$; когда R параллельна сѣченію, то нейтральная линія проходитъ черезъ центръ тяжести (т.е. совпадаетъ съ нейтральной осью).

Графическое опредѣленіе

нейтральной оси.

Черезъ центръ тяжести Z сѣченія (черт. 42) проводимъ двѣ взаимно перпендикулярныя оси ZX и ZY такимъ образомъ, чтобы моменты инерціи по отношенію къ нимъ было легко опредѣлить. Находимъ J_x, J_y и Z_{xy}; затѣмъ откладываемъ отъ центра тяжести Z на оси ZY $\overline{ZJ_y} = Z_{xy}$; возставляемъ въ J_y перпендикуляръ $J_y 0$ и наносимъ на немъ отъ точки J_y — $\overline{J_y 0} = J_y$, и отъ $0 - \overline{0J_x} = J_x$; проводимъ $J_x B \perp 0J_x$, и, отложивъ $J_x B = Z_{xy}$, описываемъ на ZB, какъ на діаметрѣ, окружность. Силовую линію ZS продолжаемъ до пересѣченія съ окружностью въ C, соединяемъ C съ 0, продолжаемъ $0C$ до встрѣчи съ окружностью въ J, проводимъ хорду JD перпендикулярно къ оси X и соединяемъ D съ Z. По ранѣе указанному, отрѣзокъ $0J_u$ = моменту инерціи J_u, а $\overline{DJ_u}$ — центробѣжному моменту Z_{uv}, по отношенію къ оси $u = ZD$, и перпендикулярной къ ней оси v. Такъ какъ $\overline{JJ_u} = DJ_u$, то $\operatorname{ctg} 0JJ_u = \frac{JJ_u}{0J_u} = \frac{Z_{uv}}{J_u} = \operatorname{ctg}\beta$; $0JJ_u$ равняется полюсному углу β, образуемому нейтральной осью съ силовой линіей. Изъ

свойствъ четырехугольника CJDZ (вписаннаго въ окружность) слѣдуетъ:

$$\Delta CZD = 180 - CJD = 180 - \beta$$

и уголъ $\Delta SZD = 180 - CZD = 180 - (180 - \beta) = \beta$

А такъ какъ SZ представляетъ силовую линію, то прямая ZD, направленная къ SZ подъ угломъ β, есть нейтральная ось.

Когда нейтральная ось и найдена, то напряженіе получается по формулѣ:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_u v}{J_u}, \text{ гдѣ } J_u = \overline{OJ_u}$$

Такъ какъ $M_u = Nf \sin\beta$, то послѣднее уравненіе можно написать въ видѣ:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + Nf \frac{\sin\beta}{J_u} v$$

Обозначимъ черезъ J — отношеніе $\frac{J_u}{\sin\beta}$ и положимъ $Nf = M =$ = моменту внѣшнихъ силъ по отношенію къ центру Z, тогда

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mv}{J},$$

Изъ чертежа легко видѣть, что $J = OJ$.

Для точекъ K и G, наиболѣе удаленныхъ отъ нейтральной оси, будетъ:

$$\sigma_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_{e1}}{J}; \quad \sigma_2 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_{e2}}{J}.$$

На чертежѣ принято, что Z_{xy} положительно, въ противномъ случаѣ было бы нужно откладывать—

Ixуотъ Z не вверхъ а внизъ.

Діаграмма напряженій для сжатаго сѣченія.

Въ одномъ и томъ же сѣченіи переменными въ выраженіи $б = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mv}{J}$ являются только б и v, изъ чего слѣдуетъ, что напряженія б могутъ быть изображены прямой линіей, для которой имѣемъ:

$$при\ v = v_0 \text{ —— } б = 0;$$

$$при\ v = 0 \text{ —— } б = \frac{N}{\Omega}.$$

Для построенія этой линіи (черт. 41) проводимъ $G_1H_1 \perp OO$ (т. е. $\perp$ къ нейтральной линіи); на продолженіи нейтральной оси HH_1 откладываемъ $Z_1Z_2 = \frac{N}{\Omega}$ и соединяемъ Z_2 съ точкой O_1, въ которой нейтральная линія OO встрѣчаетъ G_1H_1. Прямая G_2H_2 представляетъ линію напряженій, изъ нея получаемъ:

$$б_1 = H_1H_2\ ;\ б_2 = G_2G_2$$

и для произвольнаго волокна C_1C —— $б = C_1C_2$.

На чертежѣ 41 указано также построеніе разстоянія v_0 нейтральной линіи отъ центра тяжести. Для этого проэктируемъ силовую точку S на G_1H_1 въ S_1; на нейтральной оси откладываемъ отъ точки Z_1, въ которой ось эта встрѣчаетъ G_1H_1, $Z_1i = i$ (гдѣ i — радіусъ-инерціи сѣченія); соединяемъ i съ S_1 и возставляемъ въ i къ iS_1 пер-

перпендикуляр $\overline{O_1}$ Из этого построения следует $i^2_1 = S_1 Z_1 \times Z_1 O_1$ или $i^2 = r_1 v_0$, т.е. $\overline{Z_1 O_1} = v_0$.

Пример. Для изображенного на черт. 43 сечения железной балки принимаем оси ZX и Z1 параллельно его граням. Получаем:

$$J_x = \frac{1}{12}(6,5 \cdot 14^3 - 5,7 \cdot 12^3) = 666 \text{ см}^4$$

$$J_y = \frac{1}{12}[1,0(6,5+5,7)^3 + 13 \cdot 0,8^3] = 152 \text{ см}^4$$

$$Z_{xy} = 2 \cdot 5,7 \; 1,0 \cdot 6,5 \cdot 3,25 = 241 \text{ см}^4$$

$$\Omega = 6,5 \cdot 14 - 5,7 \cdot 12 = 22,6 \text{ см}^2$$

(Для получения J_x сечение ⊔ было принято в виде ⊐, а для определения J_y – в виде ⊤ Z_{xy} определено по основанию правила определения центробежного момента).

Для упражнения полезно проверить этот расчет графически. Масштаб для построения окружности $Z\mathfrak{B}$ взять 10 см.^{4} = 2/3 мм.; найдено графически:

Нейтральная ось ZD, $J = OJ = 520$ см.^{4}; $e_1 = e_2 = 6,49$ см.;

следовательно $\sigma_1 = \frac{N}{22,6} + \frac{M \cdot 6,49}{520}$; $\sigma_2 = \frac{N}{22,6} - \frac{M \cdot 6,49}{520}$

Случай, когда силовая линия совпадает с осью ZY (необязательно).

В этом случае построение упрощается тем, что нейтральная ось проходит через

точку O (черт. 44). Для построения ея достаточно построить отложить на оси ZX отъ центра Z, $Z\overline{\eta} = J_\eta$, на перпендикуляръ къ η, $\eta\zeta = Z_{x\eta}$, и соединить ζ съ Z. Чтобы получить моменть инерціи J, откладываемъ на оси X — $Z\xi = J_x$ и на перпендикуляръ къ ξ къ ZX, $\xi\zeta_1 = \eta\zeta = Z_{x\eta}$. Если изъ ζ_1 опустимъ на ось ZU перпендикуляръ $\zeta_1 J$, то $ZJ = J$. Для ясненія правильности этого построенія приведено на чертежѣ 44, кромѣ упрощеннаго, также обыкновенное построеніе.

Примѣръ: (черт. 45) Найти нейтральную ось для углового сѣченія, которое центръ тяжести находится въ Z, а силовая линія совпадаетъ съ ZU.

Для этого сѣченія получаемъ:

$$J_x = 151{,}25\delta^4;\ J_\eta = 41{,}25\delta^4;\ Z_{x\eta} = 45\delta^4$$

Для масштаба принято $10\delta^4 = 3$ mm., отложено:

$ZJ_\eta = J_\eta$; $J_\eta D = Z_{x\eta}$ и соединено Z съ D.

$ZJ_x = J_x$; $J_x B = Z_{x\eta}$; $BJ \perp ZD$; $J = ZJ$.

Разстоянія e_1 и e_2 наиболѣе напряженныхъ волоконъ видны изъ чертежа.

Сѣченіе отнесено къ главнымъ осямъ.

Когда сѣченіе имѣетъ ось симметріи, то его относятъ всегда къ главнымъ осямъ, проходящимъ

через его центръ тяжести, при чемъ одна изъ этихъ с-сей совпадаетъ съ осью симметріи. Точка Z совпадаетъ въ этомъ случаѣ (черт. 46) съ точкой J_2, такъ какъ центробѣжный моментъ по отношенію къ главнымъ осямъ =0. Для построенія нейтральной оси откладываемъ отъ точки J_2 влѣво $J_2O=J_2$, а отъ O вправо $O\overline{J}_1=J_1$, гдѣ J_1 и J_2 – главные моменты инерціи. На діаметрѣ J_2J_1 описываемъ окружность, продолжаемъ силовую линію $S\overline{J}_2$ до пересѣченія съ этой окружностью въ C, соединяемъ O съ C, получаемъ на окружности точку J, проводимъ хорду $J\mathcal{D}\perp OJ_1$ и соединяемъ $\mathcal{D}$ съ J_2.

Прямая $J_2\mathcal{D}$ есть нейтральная линія, а моментъ инерціи $\mathcal{J}=OJ$.

Если обозначимъ черезъ φ и ψ – углы, образованные силовой линіей и нейтральной осью съ главной осью x, то можно доказать, что

$$-tg\varphi\, tg\psi=\frac{J_1}{J_2}.$$

Для этого проведемъ прямыя J_1C, J_1J и J_2J.

Легко замѣтить, что $-tg\psi=+tg\,\mathcal{D}J_2J_1$ и что

$$-tg\varphi\, tg\psi=\frac{J_1C}{J_2C}\cdot\frac{J_1J}{J_2J}=\frac{\Delta JJ_1C}{\Delta JJ_2C},$$

но $\frac{\Delta JJ_1C}{\Delta OJ_1C}=\frac{JC}{OC}=\frac{\Delta JJ_2C}{\Delta OJ_2C}$, слѣдовательно $\frac{\Delta JJ_1C}{\Delta JJ_2C}=\frac{\Delta OJ_1C}{\Delta OJ_2C}$, откуда

$$-tg\varphi\, tg\psi=\frac{\Delta OJ_1C}{\Delta OJ_2C}=\frac{OJ}{\ldots}$$

На чертеже много правильно построенная нейтральная ось получается не слишком трудно простого построения. Отложив вправо отрезок центра J_2 на оси X — $J_2 0 = J_2$ и под углом $\varphi = 120°$ и отложив влево $0A = 0B$ и AF перпендикуляры $0B$ и AF. Пользуясь $0B$ перпендикулярно выполнить B; отложив $AF = 0B$, можно провести нейтральную ось FJ_2 и, поскольку $\operatorname{tg}(\varphi - 90) = \frac{AF}{AJ_2} = -\operatorname{ctg}\varphi$, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{0B}{0J_2}$, симметрично

$$\operatorname{tg}\psi \operatorname{tg}\varphi = -\frac{J_2 A}{0J_1} = -\frac{a_1}{J_2}$$

Если из J_1 опустить на центробежную ось UJ_2 перпендикуляр $J_1 D$ и соединить D с 0, то $D0 = J$ (так как $0D = 0J$).

Приведенный здесь способ построения нейтральной оси и момента инерции J может быть употреблен и для несимметричных сечений, если только их главные оси и главные моменты инерции известны. При употреблении графического способа эти величины определяются вспомогательной окружностью $J_2 Z J_1$ и поэтому полезно, для избежания неточностей, нейтральную линию, полученную общим способом, проверить и по способу главных осей.

Сечение отнесено къ косоугольнымъ осямъ координатъ, изъ которыхъ одна силовая, а другая = нейтральная. (необязательно).

Если v' — ордината какой-нибудь точки t сѣченія (черт. 47) — параллельная силовой линіи ZS, то $v = v' \sin\beta$.

$$J_u = \int v^2 d\Omega = \sin^2\beta \int v'^2 d\Omega = \sin^2\beta J'_u,$$

гдѣ $J'_u = \int v'^2 d\Omega$.

Подставивъ эти значенія въ уравненіе $\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_u v}{J_n}$, получимъ, принявъ во вниманіе, что $M_u = N f \sin\beta = M \sin\beta$,

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{(M\sin\beta)(v'\sin\beta)}{\sin^2\beta J'_u} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M v'}{J'_u},$$

и для крайнихъ точекъ G_1 и G_2

$$\sigma_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M e'}{J'_u} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{\Omega} - \frac{M e'}{J'_u}$$

эпюра, полагая напряженіе $\sigma = 0$ и, принимая во вниманіе, что $M = Nf$, получимъ, обозначивъ черезъ v'_0 разстояніе нейтральной линіи:

$$v'_0 = -\frac{J'_u}{\Omega f} = -\frac{i'^2}{f} \quad \ldots\ldots (3)$$

т.е.

$$v'_0 \cdot f = -i'^2 \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Изъ условія равновѣсія моментовъ по отношенію къ оси ZS, имѣемъ $\int \sigma d\Omega u = 0$, такъ какъ моментъ

внѣшнихъ силъ по отношенію къ $ZS=0$ и такъ какъ $b=b_0+\frac{b_0}{v_0}\cdot v=b_0+Av=b_0+A\sin\beta v^1$,

то $\int b.d.\Omega.v=\int(b_0+A\sin\beta.v^1)u.d.\Omega=$

$=b_0\int u.d.\Omega+A\sin\beta\int u.v^1.d.\Omega=0.$

Вслѣдствіе $\int u.d.\Omega=0$, получаемъ $\int u.v^1 d\Omega=Z_{uv}=0$, т.е. нейтральная ось есть такая линія, что центробѣжный моментъ по отношенію къ ней и силовой линіи $=0$. Такимъ свойствомъ обладаютъ сопряженныя оси фигуры. Если, напримѣръ, сѣченіе – прямоугольникъ (параллелограмъ) и плоскость силъ пересѣкаетъ его по одной изъ діагоналей, то нейтральной осью будетъ другая діагональ.

Зависимость между нулевой линіей и силовой точкой.

Отнесемъ сѣченіе къ косоугольнымъ осямъ ZU и ZV, проходящимъ черезъ центръ тяжести Z сѣченія, изъ которыхъ одна проведена произвольно, а другая опредѣлена такимъ образомъ, что центробѣжный моментъ $Z_{uv}=0$

Тогда всякая силовая точка S_1, взятая на оси v, имѣетъ нейтральную линію $n'n'$ параллельную оси u, для которой дѣй-

ственно уравнение $fv_0 = i_u^2$ и всякой силовой точкѣ S_2, взятой на оси u, соотвѣтствуетъ нейтральная линія $n_2 n_2$ параллельная оси v, которой положеніе опредѣлено уравненіемъ $au_0 = i_v^2$, гдѣ i_u и i_v – радіусы инерціи для осей u и v.

Если силовая точка находится гдѣ-нибудь на прямой $S_1 S_2$, напр., въ S_1, то дѣйствующую въ S нормальную силу N можно разложить на двѣ: N_1 и N_2, дѣйствующія въ точкахъ S_1 и S_2. Какъ N_1 такъ и N_2 производятъ въ S_1, въ которой пересѣкаются прямыя $n_1 n_1$ и $n_2 n_2$, напряженіе $\delta = 0$, изъ чего слѣдуетъ, что нулевая линія, соотвѣтствующая силовой точкѣ S_1, проходитъ черезъ S_1. Если пок. гонц силовая точка перемѣщается вдоль прямой $S_1 S_2$, то соотвѣтствующая ей нулевая линія вращается около точки S_1. Обратно можно сказать также:

Если нулевая линія вращается около постоянной точки, которой координаты u_0 и v_0, то соотвѣтствующая ей силовая точка описываетъ прямую, которая отсѣкаетъ на оси

и отрѣзокъ $q=\frac{i^2v}{u_0}$, и на оси v отрѣзокъ $f=\frac{i^2u}{v_0}$.

Для $v_0=0$ — $f=\infty$, а для $u_0=0$ — $q=\infty$, т. е. и когда точка вращенія нулевой линіи находится на одной изъ осей координатъ, то силовая точка перемѣщается вдоль прямой, параллельной другой оси. Если, слѣдовательно, этой точкой вращенія будетъ S_2 (которой координаты q и 0), то соотвѣтствующая ей силовая точка опишетъ прямую, которая на оси u отсѣкаетъ отрѣзокъ $=\frac{i^2v}{q}=u_0$, а на оси v — отрѣзокъ $\frac{i^2u}{0}=\infty$; это будетъ поэтому прямая n_2n_2, проходящая черезъ точку u и параллельная оси v, изъ чего слѣдуетъ что нормальная сила, дѣйствующая въ точкѣ S^1, производитъ въ точкѣ S_2 напряженіе $б=0$. Точно такимъ же образомъ можно доказать что эта сила производитъ и въ точкѣ S_1 напряженіе $б=0$, т. е. прямая n^1n^1, проходящая черезъ точки S_1 и S_2, есть нулевая линія для точки S^1.

Изъ этихъ разсужденій получаемъ слѣдующія правила:

Если нулевая линія вращается около постоянной точки S^1, то соотвѣтствующая ей силовая точка S перемѣщается вдоль прямой n^1n^1,

которая служить нулевой линией для точки S^1.

Если силовая точка движется вдоль прямой n^1n^1, то ея нулевая линия вращается около точки S^1, которая служить силовой точкой для n^1n^1.

Определение нулевой линии для силовой точки S.

Из предыдущаго следует, что отрезки f и g нулевой линии на осях координат суть средния геометрическия пропорциональныя между радиусами инерции i_u и i_v, и координатами u_0 и v_0 силовой точки.

Из этого получается следующий способъ построения нулевой линии для данной силовой точки S. Определяемъ главныя оси Z1 и Z2 (черт. 49), проходящия черезъ центръ тяжести Z и соотвѣтствующия имъ главные радіусы инерціи i_1 и i_2; на оси Z1 откладываемъ (безразлично въ которую сторону) $Zi_1 = i_1$ и на оси Z2 — $Zi_2 = i_2$; точки i_1 и i_2 соединяемъ съ основаніями v и u, координатъ точки S, прямыми vi_1 и ui_2, и въ точкахъ i_1 и i_2 возставляемъ къ этимъ прямымъ перпендикуляры i_1v' и i_2u' до

пересѣченія съ осями 2 и 1 въ v' и u'. Прямая $u'v'$ есть искомая нейтральная линія.

Это построеніе оказывается немного неудобнымъ въ случаѣ, когда силовая точка S слишкомъ удалена отъ центра тяжести Z. Тогда на силовой линіи SZ беремъ на небольшомъ разстояніи отъ Z точку S_1 (черт. 50) и опредѣляемъ, по сейчасъ указанному, соотвѣтствующую ей нулевую линію n_1n_1, которая пересѣчетъ силовую линію въ точкѣ L'. Затѣмъ опредѣляемъ на ZL' точку L такъ, чтобы

$$ZL' : ZL = ZS : ZS_1;$$

искомая нулевая линія nn проходитъ черезъ точку L и параллельна $n'n'$.

Если S находится въ безконечности, т.е. когда силы параллельны плоскости сѣченія ($N=0$), то нулевая линія проходитъ черезъ центръ Z.

Опредѣленіе силовой точки для данной нулевой линіи.

Рѣшеніе этой задачи ясно изъ предыдущаго построенія и видно на чертежѣ 49.

Ядро поперечнаго сѣченія.

Нулевая линія OO (черт. 41) дѣлитъ поперечное сѣченіе на двѣ части, испытывающія разнород-

ныя напряженія. Въ той части ОНО, въ которой находится силовая точка S, напряженія положительны, а въ остальной части OGO они отрицательны. Такъ какъ V_0 обратно пропорціонально f, то при приближеніи S къ центру тяжести Z, нулевая линія OO удаляется отъ этого центра. Въ того момента когда S займетъ такое положеніе, что нулевая линія сдѣлается касательной къ сѣченію, отрицательная площадь OGO будетъ равна нулю, и напряженія б для всѣхъ точекъ сѣченія будутъ имѣть одинаковый знакъ.

Если будемъ разсматривать всѣ прямыя, огибающія данное сѣченіе (т. е. касательныя къ нему, но ничѣмъ его не пересѣкающія) по очереди какъ нулевыя линіи, и построимъ для каждой изъ нихъ соотвѣтствующую силовую точку, то геометрическое мѣсто этихъ точекъ опредѣлитъ фигуру, внутри которой должна находиться силовая точка S для того, чтобы напряженія б во всѣхъ точкахъ сѣченія имѣли знакъ одинаковый съ нормальной силой N. Эта фигура называется ядромъ сѣченія.

Для получения ядра пятиугольного десятиугольника abcdfghikl (черт. 51), продолжаем стороны ab, bf, fg, gh, hk, kl и la ограничивающего его семиугольника abfghkl, по порядку как нулевые линии, и определяем соответствующие им силовые точки (ab), (bf), (fg), (gh), (hk), (kl) и (la). Чтобы получить ядро, соединяем эти точки прямыми линиями, потому что, когда движущаяся по периметру сечения прямая переходит из положения kl посредством вращения около точки l в положение la, силовая точка описывает прямую соединяющую точку (kl) с точкой (la); во время вращения прямой la около точки a в положение ab, силовая точка перемещается вдоль прямой определенной точками (la) и (ab) и т. д.

Раньше было доказано, что при вращении нулевой линии около постоянной точки, соответственная силовая точка движется по нулевой линии, соответствующей точке вращения. Это правило дает возможность определить ядро таким образом, что

вершины a, b, f, g, k, k, l ограничивающей фигуры рассматриваемъ какъ силовыя точки и строимъ соотвѣтствующія имъ нулевыя линіи A, B, F, G, H, K, L.

Предыдущія разсужденія дѣйствительны и для сѣченій ограниченныхъ кривыми линіями, такъ какъ послѣднія можно разсматривать какъ прямолинейные многоугольники, которыхъ стороны безконечно малы. Слѣдующія положенія имѣютъ поэтому общее значеніе:



1) Если нулевая линія катится по периметру сѣченія, то силовая точка описываетъ периметръ ядра.

2) Когда силовая точка описываетъ периметръ сѣченія, то нулевая линія катится по периметру ядра.

Примѣръ: Построить ядро для уголника, размѣры котораго приведены на черт. 52.

Опредѣляемъ сначала главныя оси (1) и (2), для чего нужно прежде всего найти центръ тяжести Z. Черезъ Z проводимъ оси Zx и Zy параллельно размѣрамъ уголника и вычисляемъ

J_x, J_y, Z_{xy}; получаем легко: Площадь сечения $\Omega = 75\delta^2$, $J_x = 151{,}25\delta^4$, $J_y = 41{,}25\delta^4$, $Z_{xy} = 45\delta^4$.
Строим вспомогательную окружность ZB, которая дает точки (1) и (2) такие, что (1)Z, и (2)Z суть главные оси; теперь получаем:

$$J_1 = 166{,}7\delta^4, \quad J_2 = 25{,}8\delta^4$$
$$i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{\Omega}} = 3{,}33\delta, \quad i_2 = \sqrt{\frac{25{,}8\delta^4}{15\delta^2}} = 1{,}31\delta.$$

Откладываем на осях Z(1) и Z(2)

$$\overline{Zi_1} = i_1 \text{ и } \overline{Zi_2} = i_2.$$

Вершины 1,2,3,4,5 описанной около уголника фигуры (12345 1) рассматриваем как силовые точки и определяем соответствующие им нулевые линии $\underline{I}, \underline{II}, \underline{III}, \underline{IV}, \underline{V}$. Для ясности чертежа указано на нем построение нулевой линии только для вершины 1.

Определение ядра аналитически для наиболее употребительных фигур.

1) Треугольник:

Принимаем сторону в (черт. 53) за нулевую линию; соответствующая ей силовая точка B находится на прямой B_1T, проходящей через вершину B_1 и делящей сторону b в точке T пополам, так как очевидно, что центробежный мо-

менить по отношению къ осямъ B_1T и SS (гдѣ $SS // b$) = 0. Разстояніе точки B отъ центра тяжести Z, $BZ = \frac{i_1^2}{\frac{1}{3}a} = \frac{3J_1}{2a}$, гдѣ J^1 — моментъ инерціи по отношенію къ косоугольнымъ осямъ B_1T и SS. Для прямоугольныхъ осей моментъ инерціи по отношенію къ SS,

$$J = \frac{b\,h^3}{3b} = \frac{b.a^3 \sin^3\beta}{3b},$$

и по предыдущему

$$J^1 = J \operatorname{cosec}^2\beta = \frac{b.a^3 \sin\beta}{3b},$$

и такъ $\Omega = \frac{b.a\sin\beta}{2}$, то $BZ = \frac{a}{b}$.

Если такимъ образомъ опредѣлимъ ядровыя точки C и D, соотвѣтствующія сторонамъ c и d, то получимъ, что ядро изображается треугольникомъ BCD, котораго стороны параллельны сторонамъ сѣченія.

2) Параллелограммъ или прямоугольникъ:

За оси координатъ (черт. 54) принимаемъ прямыя $L\,L$ и B_1T, проходящія черезъ центръ тяжести Z и параллельныя сторонамъ b и a; центробѣжный моментъ по отношенію къ этимъ осямъ = 0. Принявъ b за нулевую линію, получимъ соотвѣтствующую ей силовую точку на оси B_1T въ разстояніи отъ центра тя-

жесткости Z, $ZB = \frac{i^2}{\frac{1}{2}a} = \frac{2 \cdot J^1}{\Omega a}$.

Для оси LL и прямоугольных координатъ

$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{b \cdot a^3 \sin^3\beta}{12}$, слѣдовательно $J^1 = \frac{J}{\sin^2\beta} = \frac{ba^3 \sin\beta}{12}$.

Площадь $\Omega = bh = ba \sin\beta$ и

$$ZB = \frac{2 \cdot \frac{ba^3 \sin^3\beta}{12}}{(ba\sin\beta)a} = \frac{a}{b}.$$

Такимъ же образомъ получаются ядровыя точки, соотвѣтствующія другимъ сторонамъ параллелограмма. Ядро имѣетъ видъ параллелограмма, вершины котораго находятся на прямыхъ, проведенныхъ черезъ центръ тяжести параллельно сторонамъ, діагоналями котораго $= \frac{1}{3}a$ и $\frac{1}{3}b$ ($BC = \frac{1}{3}B_1B_2 = \frac{a}{3}$, $DE = \frac{1}{3}D_1D_2 = \frac{b}{3}$).

3) Двутавровое сѣченіе:

Проводимъ главныя оси $Z(1)$ и $Z(2)$, по отношенію къ которымъ имѣемъ (черт. 55):

$$J_1 = \frac{1}{12}(bh^3 - b_1h_1^3) \text{ и } J_2 = \frac{1}{12}(2\delta b^3 + h_1\delta_1^3).$$

Площадь сѣченія $\Omega = bh - b_1h_1$.

Ядро представляетъ параллелограммъ, вершины котораго находятся на главныхъ осяхъ; длины полудіагоналей ядра:

$$K_x = \frac{i_x^2}{\frac{1}{2}h} = \frac{2J_x}{\Omega h}; \quad K_y = \frac{i_y^2}{\frac{1}{2}b} = \frac{2J_y}{\Omega b}$$

Приложеніе афра къ расчету нормальныхъ напряженій б.

Отнесемъ сѣченіе къ косоугольнымъ осямъ координатъ, образованнымъ (черт. 5b) силовой линіей SZ и нейтральной осью Zu'. Напряженія въ точкахъ L_1 и L_2, наиболѣе удаленныхъ отъ нейтральной оси по

$$б_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M e_1}{J_u'} \; ; \quad б_2 = \frac{N}{\Omega} - \frac{M e_2}{J_u'} \; ,$$

гдѣ $M = Nf$.

Ядровыя точки k_1 и k_2, находящіяся на силовой линіи ZS, суть силовыя точки для нулевыхъ линій, проходящихъ черезъ L_2 и L_1 параллельно Zu'. Разстояніе силовой точки отъ центра Z (абсолютно), $f = \frac{J_u'}{\Omega v_0'}$; поэтому для силовыхъ точекъ k_1 и k_2 будетъ:

$$k_2 = \frac{J_u'}{\Omega e'} \; ; \quad k_1 = \frac{J_u'}{\Omega e_2} \; ,$$

откуда

$$\frac{J_u'}{e_1} = k_2 \Omega \; ; \quad \frac{J_u'}{e_2} = k_1 \Omega .$$

Подставивъ эти значенія въ $б_1$ и $б_2$, получимъ:

$$б_1 = \frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f + k_2}{k_2} \; ; \quad б_2 = -\frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f - k_1}{k_1} \; . \; . \; . \; . \; (1).$$

и если положимъ $f + k_2 = f_2$; $f - k_1 = f_1$,

$$б_1 = \frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f_2}{k_2} \; ; \quad б_2 = -\frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f_1}{k_1} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

f_1 и f_2 означаютъ разстоянія силовой точки S отъ ядровыхъ точекъ k_1 и k_2; Nf_1 и Nf_2 суть попятно моменты внѣшнихъ силъ по отношенію къ этимъ точкамъ; если ихъ означимъ черезъ M_1 и M_2, то будетъ:

$$\sigma_2 = \frac{M_2}{\Omega k_2} \; ; \quad \sigma_1 = -\frac{M_1}{\Omega k_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Когда ядро сѣченія опредѣлено, то на основаніи выраженій (2) получаются графически напряженія σ_1 и σ_2 слѣдующимъ образомъ (черт. 57): черезъ центръ тяжести Z и силовую точку S проводимъ параллельныя между собой прямыя Zw и $S\sigma_2$, и продолжаемъ силовую линію SZ до пересѣченія съ периметромъ ядра въ k_1 и k_2. На Zw откладываемъ $\overline{Zw} = \frac{N}{\Omega} = \sigma_0$, соединяемъ w съ k_2 и k_1 и продолжаемъ wk_2 и wk_1 до пересѣченія съ $S\sigma_2$ въ σ_2 и σ_1. Легко видѣть, что

$$\overline{S\sigma_1} = \frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f + k_2}{k_2} \; ; \quad \overline{S\sigma_2} = \frac{N}{\Omega} \cdot \frac{f - k_1}{k_1} \; ,$$

т. е. $\overline{S\sigma_1} = \sigma_1$ и $\overline{S\sigma_2} = \sigma_2$

Изъ уравненія

$$\sigma_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{f k_1}$$

слѣдуетъ, что, при данныхъ N и M, σ_1 будетъ наименьшимъ, а слѣдовательно сопротивле-

ніе брусa наибольшимъ, когда силовая линія совпадаетъ съ наибольшимъ ядровымъ разстояніемъ и наоборотъ; такъ напримѣръ, двутавровое желѣзо (черт. 55) имѣетъ наименьшее сопротивленіе тогда, когда силовая линія совпадаетъ съ сторонами cS или tw, перпендикулярными къ сторонамъ ядра.

Зависимость между срѣзывающей силой T и сгибающимъ моментомъ M.

Въ балкѣ (черт. 58) находящейся въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ, возьмемъ два сѣченія gh и kl, находящіяся на безконечно близкомъ разстояніи dx между собою. Обозначимъ нормальную силу, срѣзывающую силу и сгибающій моментъ для сѣченія gh, — черезъ N, T и M; вѣсъ единицы длины балки — черезъ q; равнодѣйствующую внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ между сѣченіями gh и kl — черезъ dR, а ея нормальную слагающую черезъ dN. Легко видѣть, что для нейтральной оси сѣченія kl, сгибающій моментъ будетъ (отбрасывъ часть балки справа kl), $M+dM=N_1-T\,dx-(q\,dx)\frac{dx}{2}+dN_1$,

и такъ какъ $M = Nn$ то, пренебрегая безконечно малыми величинами высшей степени,

$$dM = -T dx + dN\,n,$$

откуда $\frac{dM}{dx} = -T + \frac{dN}{dx} \cdot n$.

Когда между gh и kl нѣтъ нагрузки, то $dN = 0$ и тогда

$$\frac{dM}{dx} = -T,$$

т.е. первая производная слѣдующаго момента равняется срѣзывающей силѣ.

Опредѣленіе срѣзывающаго напряженія t въ изогнутой балкѣ.

Вырѣжемъ изъ балки двумя безконечно близкими сѣченіями gt и kv (черт. 58a) перпендикулярными къ оси, и параллельными ей сѣченіемъ tv, часть gtkv, и къ плоскостямъ разрѣза приложимъ внѣшнія силы, заключающія внутреннія силы сцѣпленія. Эта часть будетъ находиться въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ, приведенныхъ на чертежѣ, при чемъ силами $qdx \cdot \frac{w}{g}$ и $vZdx$, изъ которыхъ первая представляетъ вѣсъ вырѣзка, а вторая — нормальное дѣйствіе на плоскость tv, можно пренебречь, вслѣдствіе ихъ незначительности сравнительно съ остальными силами.

Изъ условій равновѣсія слѣдуетъ:

$$+\int_v^e \tilde{\sigma}\, d\Omega - t\,\tau\, dx - d\mathcal{N} - \int_v^e \tilde{\sigma}_1\, d\Omega = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Такъ какъ $\tilde{\sigma} = \frac{\mathcal{N}}{\Omega} + \frac{\mathcal{M} v}{J}$, то

$$\int_v^e \tilde{\sigma}\, d\Omega = \frac{\mathcal{N}}{\Omega}\int_v^e d\Omega + \frac{\mathcal{M}}{J}\int_v^e v\, d\Omega = \mathcal{N}\frac{\omega}{\Omega} + \frac{\mathcal{M} S}{J},$$

гдѣ ω — площадь $t_1 t_2 g$, а S — статическій моментъ этой площади по отношенію къ нейтральной оси нн (черт. 58 б.).

Точно такимъ же образомъ получимъ:

$$\int_v^e \tilde{\sigma}_1\, d\Omega = (\mathcal{N} + d\mathcal{N})\frac{\omega}{\Omega} + (\mathcal{M} + d\mathcal{M})\frac{S}{J},$$

поэтому

$$\int_v^e \tilde{\sigma}_1\, d\Omega - \int_v^e \tilde{\sigma}\, d\Omega = d\mathcal{N}\frac{\omega}{\Omega} + d\mathcal{M}\frac{S}{J}.$$

Подставивъ это значеніе въ (1), получимъ:

$$\tau z = -\frac{d\mathcal{N}}{dx} - \frac{d\mathcal{N}}{dx}\cdot\frac{\omega}{\Omega} - \frac{d\mathcal{M}}{dx}\cdot\frac{S}{J} \quad \text{и}$$

такъ какъ $\frac{d\mathcal{M}}{dx} = -T$, то

$$\tau z = \frac{TS}{J} - \frac{d\mathcal{N}}{dx}\left(1 + \frac{\omega}{\Omega}\right).$$

Когда между сѣченіями gh и kl нѣтъ никакой нагрузки, такъ что dR, а слѣдовательно и $d\mathcal{N} = 0$, то

$$\tau = \frac{T \cdot S}{z \cdot J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

τ означаетъ скалывающее напряженіе волокна $t_1 t_2$, параллельнаго нейтральной оси нн (или: нейтральной линіи nn), при чемъ S выражаетъ статическій моментъ части

площади, находящейся по одну (какую-нибудь) сторону этого волокна, а J момент инерции всего сечения, взятый по отношению к нейтральной оси, проходящей через центр тяжести.

Для волокна проходящего через центр тяжести $S=0$, а следовательно $\tau=0$, а для крайнего волокна наиболее удаленного от нейтральной оси $S=$ maximum; из этого следует, что скалывающее напряжение увеличивается от нейтральной оси, где оно $=0$, по направлению к крайнему волокну и в последнем достигает наибольшего значения.

Пример: Определить скалывающее напряжение для волокна mn прямоугольного сечения (черт. 59), отстоящего от нейтральной оси на расстоянии z, предполагая, что эта ось совпадает со второй главной осью.

В этом случае

$$S = b(e-z)\frac{e+z}{2} = \frac{b(e^2-z^2)}{2} = \frac{be^2}{2}\left(1-\frac{z^2}{e^2}\right);$$

$$J = \tfrac{1}{12} b(2e)^3 = \tfrac{4}{12}(2be)e^2 = \tfrac{1}{3}\,\text{Ω}\,e^2$$

$$\tau_b = \frac{T \cdot \frac{be^2}{2}\left(1-\frac{z^2}{e^2}\right)}{\frac{1}{3}\Omega \cdot e^2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{T}{\Omega} b\left(1-\frac{z^2}{e^2}\right).$$

Для $z=0$ — $\tau = \frac{3}{2}\cdot\frac{T}{\Omega}$; для $z=e$ — $\tau = 0$

Построение напряжений τ.

Сечение MN (черт. 60) разобьем прямыми параллельными нейтральной оси $ИИ$ на безконечно узкія полоски и их площади $z\,dv$ примемъ за силы, параллельныя оси $ИИ$. Построимъ для этихъ силъ помощью произвольнаго полюснаго разстоянія h веревочную линію EcF и обозначимъ площадь $EcFbE$, ограниченную этой кривой и ея крайними касательными, черезъ F; по предыдущему $J = 2hF$.

Чтобы для волокна $r_1 r_2$ (черт. 60а) параллельнаго $ИИ$, получить соотвѣтствующую ему величину S (т. е. статическій моментъ площади $r_1 M r_2$, или, что то же, площади $r_1 G r_2$ по отношенію къ оси $ИИ$), продолжаемъ $r_1 r_2$ до встрѣчи съ веревочной линіей въ β, проводимъ въ β къ этой линіи касательную βa, которую продолжаемъ до встрѣчи съ $\overline{ИИ}$ въ a. Если длину ab обозначимъ черезъ r, то $S = hr$. Такимъ образомъ получаемъ:

$$\tau = \frac{TS}{zJ} = \frac{T \cdot h \cdot r}{z \cdot 2h \cdot F} = \frac{T}{2F}\cdot\frac{r}{z}$$

Для $z = r$ — $\tau = \frac{T}{2F}$. Пусть $\frac{T}{2F} = \tau_0$, тогда будет $\tau = \tau_0 \frac{r}{z}$.

Последнее выражение легко построить (черт. 60 а, в). На расстоянии $= \tau_0$ от произвольной вертикали $v_1 v_2$, принятой за ось абсцисс, проводим $\overline{t_1 t_2} \parallel \overline{v_1 v_2}$; на продолжении волокна $r_1 r_2$ откладываем от $v_1 v_2$, $s_1 s_2 = r_1 r_2 = z$, восставляем в s_2 к $s_1 s_2$ перпендикуляр $s_2 m$, которой откладываем равным $r = db$, соединяем m с s_1, получаем на $t_1 t_2$ точку τ_2, так что $\tau_1 \tau_2 = \tau = \tau_0 \frac{r}{z}$. Откладываем на $e_1 e_2$, $s_1 c = \tau_1 \tau_2 = \tau$, получаем точку e линии скалывающих напряжений, т. е. линии mte т. н. Для крайних волоконь g и k $\tau = 0$, а для волокна $z_1 z_2$, проходящего через центр тяжести Z,

$$\tau = \tau_0 \frac{cb}{z z_1}.$$

Таким образом определены на чертеже 60 в скалывающие напряжения τ всех волоконь параллельных нейтральной оси xx, и отложены, как горизонтальные ординаты.

Предельные напряжения в сечении.

Предельные (идеальные) напряжения k_I и k_{II} произвольного волокна $r_1 r_2$ (черт. 60 а, в) определяются уравнениями:

$$k_I = \sigma_I - \frac{1}{m}\sigma_{II} \; ; \; k_{II} = \sigma_{II} - \frac{1}{m}\sigma_I \quad \ldots (1)$$

Здѣсь σ_I и σ_{II} означаютъ главныя напряженія волокна; k_I и k_{II} имѣютъ направленія σ_I и σ_{II}.

Такъ какъ при $\tau = 0$

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$
$$\sigma_{II} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \ldots (2)$$

то σ_I и σ_{II} имѣютъ всегда противоположные знаки (потому что $\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} > \frac{\sigma}{2}$).

Вслѣдствіе того

$k_I = \sigma_I - \frac{1}{m}(-\sigma_{II}) = \sigma_I + \frac{1}{m}\sigma_{II}$ или $k_I > \sigma_I$,

$k_{II} = \sigma_{II} - \frac{1}{m}(-\sigma_I) = \sigma_{II} + \frac{1}{m}\sigma_I$ или $k_{II} > \sigma_{II}$.

Идеальныя напряженія какой-нибудь точки (или волокна) слѣдовательно всегда больше главныхъ напряженій той же точки. Очевидно что балка должна получить такіе размѣры, чтобы идеальное напряженіе ни въ какой точкѣ не превышало допускаемаго напряженія матеріала, такъ что, если k_I — растяженіе, а k_{II} — сжатіе и обозначимъ черезъ k_z — допускаемое напряженіе при растяженіи, а черезъ k_s — при сжатіи, то должно $k_z \geqq k_I$ и $k_s \geqq k_{II}$

Построение идеальныхъ (предѣльныхъ) напряженій $k_{\underline{I}}$ и $k_{\underline{II}}$.

Отъ произвольной точки 0 (черт. 61) откладываемъ по направленію напряженія $\overline{б}$ $\overline{0б} = \overline{б}$, возстановляемъ въ 0 и б перпендикуляры 0А и бВ, откладываемъ $0А = бВ = \overline{т}$ и на діаметрѣ АВ описываемъ окружность, которая пересѣкаетъ 0б въ точкахъ $\underline{I}$ и $\underline{II}$, получаемъ

$$\overline{б_{\underline{I}}} = \overline{0\underline{I}} \; ; \quad \overline{б_{\underline{II}}} = \overline{0\underline{II}} .$$

$\overline{б_{\underline{I}}}$ дѣйствуетъ по направленію $А\underline{I}$, слѣдовательно въ сѣченіи $А\underline{II}$, а $\overline{б_{\underline{II}}}$ — въ сѣченіи $А\underline{I}$.

Если $n = 4$, то дѣлимъ $0\underline{I}$ и $0\underline{II}$ на 4 равныя части и тогда

$$\overline{k_{\underline{I}}} = \overline{б_{\underline{I}}} + \tfrac{1}{4}\overline{б_{\underline{II}}} = \overline{\alpha\underline{I}} \; ; \quad \overline{k_{\underline{II}}} = \overline{б_{\underline{II}}} + \tfrac{1}{4}\overline{б_{\underline{I}}} = \overline{\underline{II}\beta} .$$

Когда балка подвергается простому изгибу (силы перпендикулярны къ оси балки), то $N = 0$ и нейтральная линія проходитъ черезъ центръ тяжести сѣченія, т. е. совпадаетъ съ нейтральной осью НН (черт. 60а); діаграмма нормальныхъ напряженій будетъ въ этомъ случаѣ прямая $k' z_1 k''$ (черт. 60в), а діаграмма скалывающихъ — кривая $m t_0 n$.

Въ волокнѣ $z z_1$, совпадающемъ съ нейтральной

осью, $\sigma = 0$, а $\tau = \tau_0 = \overline{zt_0}$ (которое одинаково для двух взаимно перпендикулярных направлений).

Переходя к построению идеальных напряжений, мы видим, что в этом случае точки O и σ (черт. 61) совпадают ($\overline{O\sigma} = \sigma = 0$, $\overline{OA} = \tau_0$, $\sigma B = \tau_0$) и из черт. 62 видно, что

$$\sigma_{\underline{I}} = \overline{O\underline{I}} = \tau_0 \; ; \; \sigma_{\underline{II}} = \overline{O\underline{II}} = \tau_0 ,$$

а потому, при $m = 4$,

$$k_{\underline{I}} = k_{\underline{II}} = \tau_0 + \frac{1}{4}\tau_0 = \frac{5}{4}\tau_0 .$$

и вообще

$$k_{\underline{I}} = k_{\underline{II}} = \tau_0 + \frac{1}{m}\tau_0 = \tau_0 \frac{m+1}{m} \quad \ldots\ldots (1)$$

Эти напряжения действуют в плоскостях $A\underline{II}$ и $A\underline{I}$, наклоненных к оси балки под углом $45°$. Так как τ зависит только от T и не зависит от M, то следует, что напряжение волокна нейтральной оси зависит только от срезывающей силы T и не зависит от момента M.

В крайнем нижнем волокне ($v = e_1$) $\tau = 0$ и по

$$\sigma_{\underline{I}} = \sigma \; ; \; \sigma_{\underline{II}} = 0, \text{ поэтому}$$

$$k_{\underline{I}} = \sigma_{\underline{I}} \; ; \; k_{\underline{II}} = \frac{\sigma_{\underline{I}}}{m} .$$

Для крайнего верхнего волокна напряжения

$$k_{\underline{II}} = \sigma_{\underline{II}} \; ; \; k_{\underline{I}} = \frac{\sigma_{\underline{II}}}{m} .$$

Определенная такимъ образомъ для всѣхъ волоконъ сѣченія (черт. 60а) предѣльныя напряженія k_I и k_{II} отложены отъ вертикали $v_1 v_2$ какъ горизонтальныя ординаты напряженія k_I дали линію $k' \beta k_1$, а напряженія k_{II} — линію $k'' \alpha k_2$.

Помощью этихъ линій получено, что наибольшія напряженія не крайнія волокна G и M, но волокна ee_1 и SS_1, при чемъ предѣльное напряженіе волокна $ee_1 = k_{II} = \overline{Ee_1}$, а волокна $SS_1 = k_I = \overline{\varphi\varphi_1}$.

Предлагаемое распредѣленіе особенно важно для балокъ съ тонкой стѣнкой, какъ, напримѣръ, двутавровой балки (черт. 63). На высотѣ полосы статическій моментъ S такого сѣченія, величина которыя большой цифрами его на этомъ мѣстѣ, измѣняется весьма быстро отъ 0 до значенія S_1, а затѣмъ внутри тонкой стѣнки увеличивается къ центру весьма незначительно. Въ томъ же отношеніи какъ S измѣняется и TZ, такъ что діаграмма величинъ TZ имѣетъ видъ (b). На черт. представлена діаграмма напряженій T, полученныхъ посредствомъ раздѣленія величинъ

на ширину склейки. Изъ сказано видно что напряженіе T распредѣляется вдоль стыжки довольно равномѣрно. Площадь фигуры вогнутости весьма мало отъ площади прямоугольника, котораго ширина $T_0 \delta'$ и высота h_1 (стыжки), такъ что приблизительно

$$\int T \delta' dh = T_0 \delta' h_1 = J \ldots\ldots\ldots (2)$$

отсюда $T_0 = \frac{J}{\delta' h_1}$.

Наибольшее вертикальное и горизонтальное срѣзывающее напряженіе почти такое, какъ если бы срѣзывающая сила J распредѣлялась равномѣрно на площадь склейки стыжки. Такъ какъ стыжка имѣетъ мало вліянія на величину момента инерціи, то можно сказать, что въ балкахъ съ тонкой стыжкой и параллельными поясами, сгибающій моментъ уравновѣшивается поясами, а срѣзывающая сила — стыжкой. Въ такихъ балкахъ max напряженія можетъ происходить не въ крайнихъ волокнахъ z, но въ волокнахъ r, въ которыхъ тонкая стыжка переходитъ въ широкіе пояса. Это слѣдуетъ изъ того, что въ этомъ смыслѣ

напряжение $\bar{\sigma}'$ почти равно напряжению крайнего волокна $\bar{\sigma}_1$ (черт.), а напряжение $\bar{\tau}_0$ для волокна и довольно значительно (черт.), между тем как для крайнего оно = 0. Величина его для волокна n ($\bar{\sigma} = \bar{\sigma}'$, $\bar{\tau} = \bar{\tau}_1$)

$$k_{\bar{I}} = \bar{\sigma}_{\bar{I}} + \frac{1}{m}\bar{\sigma}_{\bar{II}} = \frac{m+1}{2m}\cdot\bar{\sigma}_1' + \frac{m-1}{2m}\sqrt{\bar{\sigma}_1'^2 + 4\bar{\tau}_1^2},$$

а для крайнего ($\bar{\tau} = 0$)

$$k_{\bar{I}} = \bar{\sigma}_1$$

(Здесь нужно подставить

$$\bar{\sigma}' = \frac{\bar{M}\bar{y}}{\bar{J}} \quad ; \quad \bar{\tau}_1 = \frac{\bar{T}\bar{S}_1}{\delta\bar{J}}).$$

Примечание: Для среднего волокна

$$k_{\bar{I}} = k_{\bar{II}} = \bar{\tau}_0\frac{m+1}{m}.$$

Обозначивъ допускаемое напряжение черезъ d, будетъ должно быть $d \geqslant \frac{5}{4}\bar{\tau}_0$ или $\bar{\tau}_0 \leqslant 0{,}8\,d$.

Если допускаемое напряжение для растяженія и для сжатія неодинаково, то для d нужно брать меньшее изъ этихъ напряженій, потому что, напримѣръ, $d_1 < d_2$ и будетъ удовлетворено условіе $\bar{\tau}_0 \leqslant 0{,}8\,d$, то подавно будетъ $\bar{\tau}_0 < 0{,}8\,d_2$. Скалывающее напряженіе средняго волокна должно поэтому быть не болѣе 0,8 меньшаго изъ допускаемыхъ напряженій.

Для двутаврового сечения по (2)

$$T_0 \leqq \frac{T}{\delta \cdot h_1},$$

по (3), при $m=4$, $T_0 \leqq 0{,}8d$

или $\frac{T}{\delta h_1} \leqq 0{,}8d$, откуда толщина стенки

$$\delta \geqq \frac{T}{0{,}8 d h_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Аналитический пример. Положим что балка (черт. 64) нагружена равномерно нагрузкой q по всей длине l. В этом случае $T_{max.} = \frac{1}{2}ql$ (оно проявляется в сечениях A и B), поэтому, приняв, что в осях крайних сечений A и B и в крайних волокнах среднего сечения g, предельные напряжения равняются допускаемому напряжению d, будет

$$\delta = \frac{ql}{2 \cdot 0{,}8 d h_1}, \text{ откуда}$$

$$\frac{q}{\delta h_1} = 1{,}6 \frac{d}{l}.$$

Моменты сопротивления опасного сечения

$$\frac{J}{e} = \frac{max.M}{d} = \frac{ql^2}{8d}, \text{ откуда } \frac{q}{2J} = \frac{4d}{l^2 e}.$$

Если в сечении, отстоящем от A на расстоянии x, возьмем волокно параллельное нейтральной оси, отстоящее от этой оси на расстоянии v, то для него будет

$$\sigma = \frac{Mv}{J} = \frac{qx(l-x)}{2} \cdot \frac{v}{J} = \frac{ql^2}{2J} \cdot \frac{xv}{l^2}\left(1 - \frac{x}{l}\right) =$$

$$= \frac{4dv}{e} \cdot \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

$$\tau_v = \frac{T}{\delta h_1}\cdot\frac{S_v}{S} = \frac{q(\frac{1}{2}l-x)}{\delta h_1}\cdot\frac{S_v}{S} = \frac{q}{\delta h_1}(\tfrac{1}{2}l-x)\frac{S_v}{S} =$$
$$= 1{,}6d\left(\tfrac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)\frac{S_v}{S}.$$

Если для краткости положить $\frac{v}{l}=\alpha$, $\frac{S_v}{S}=\beta$,

то $\sigma_{\text{I}} = d\left\{2\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\alpha + \sqrt{4\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\alpha^2 + 1{,}6^2\left(\tfrac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)^2\beta^2}\right\}$,

$$\sigma_{\text{II}} = d\left\{2\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\alpha - \sqrt{4\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\alpha^2 + 1{,}6^2\left(\tfrac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)^2\beta^2}\right\}$$

Для жилки получим будет ($m=4$) $k_{\text{I}} = \sigma_{\text{I}} - \frac{1}{m}\sigma_{\text{II}}$

$$k_{\text{I}} = \tfrac{3}{2}d\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\alpha + \frac{5}{3}\sqrt{\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(1-\frac{x}{l}\right)^2\alpha^2 + 0{,}64\left(\tfrac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)^2\beta^2}$$

Если, например,

$$\frac{v_1}{l}=\alpha=\tfrac{13}{15},\quad \frac{S_v}{S}=\beta=\frac{336}{437},\text{ то}$$

$\frac{\beta}{\alpha}=0{,}89$ и тогда получаем для k_{I} волокна и следующия значения:

При $\frac{x}{l}=$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5.

$k_{\text{I}} = 0{,}89\alpha d = \beta d$; $0{,}877\alpha d$; $0{,}905\alpha d$; $0{,}948\alpha d$; $0{,}986\alpha d$; $1{,}0\alpha d$.

Так как $\alpha<1$, то видим, что везде $k_{\text{I}}<d$; k_{I} в этом случае будет $=d$ только для крайних волокон среднего сечения q, и для нейтрального волокна крайних сечений A и B.

Траектории напряжений (необязательно).

Определим для произвольной точки a, взятой на сечении m_1n_1 (черт. 65) направление наибольшего напряжения (нормального или скалывающего), продолжим это направление до пересечения со следующим сечением в точке a_1,

повторить то же действіе для точки a, и т.д., то получимъ кривую, которая называется трожторіей наибольшихъ нормальныхъ или соотвѣтственно наибольшихъ скалывающихъ напряженій.

Трожтторія наибольшихъ растяженій балки, которой нижнія волокна растянуты, представлена на чертежѣ bb; она касательна къ крайнему растягиваемому волокну, пересѣкаетъ ось подъ угломъ -45°, и перпендикулярна къ крайнему сжимаемому волокну.

Чертежъ 67 представляетъ трожторію наибольшихъ сжатій той же балки; она касательна къ крайнему сжимаемому волокну, пересѣкаетъ ось подъ угломъ +45° и перпендикулярна къ крайнему растягиваемому волокну.

Трожторія наибольшихъ скалывающихъ напряженій изображена на черт. 68; она состоитъ изъ двухъ вѣтвей, сходящихся касательно на оси балки и встрѣчающихъ крайнія волокна подъ угломъ 45°.

На черт. 69 представленіи (приблизительно) трожторіи наибольшихъ растяженій сплош-

ными, т. траэктории наибольших сжатий — траэкторными линиями; на черт. 70 изображены траэктории наибольших скалываний. Из этих чертежей легко видеть, что траэктории наибольших растяжений и сжатий пересекаются под прямыми углами и что они пересекают траэктории наибольших скалываний под углом 45°.

Если через траэктории наибольших растяжений и сжатий представить себе проведенными цилиндрические поверхности, которых производящия параллельны нейтральным линиям, то в этих поверхностях не действуют никакия срезывающия силы. Элементы одной из этих поверхностей только растягиваются, а другой — только сжимаются. Очевидно, что балка, наиболее крепкия волокна которой совпадали бы с этими поверхностями, имела бы наибольшее сопротивление.

Траэктории максимальных напряжений отчетливо видны в волокнах костей и деревьев.

Статически определенныя балки.

Чтобы стержень, безразлично какого вида, имѣлъ неподвижное (устойчивое) положеніе, онъ долженъ быть соединенъ съ неподвижнымъ тѣломъ (опорами) не менѣе какъ тремя стержнями, выходящими изъ двухъ разныхъ точекъ его A и B; изъ нихъ одна, напримѣръ A, должна быть неподвижна, а другая можетъ имѣть перемѣщеніе въ плоскости. Точки A и B совершенно произвольны; онѣ могутъ быть взяты гдѣ-нибудь въ срединѣ длины (черт. 71), или на концахъ (черт. 72), или вблизи одного конца (черт. 73).

Первый и второй случай представляютъ балку, имѣющую двѣ опоры: одну неподвижную или шарнирную A и другую скользящую (B); случай (3) соотвѣтствуетъ балкѣ, закрѣпленной одним концомъ неподвижно и свободной на другомъ концѣ. Неизвѣстны во всѣхъ этихъ трехъ случаяхъ сопротивленія опоръ X, Y и Z и напряженіе N стержня B; въ шарнирной опорѣ X и Y означаютъ направленіе и величину, а въ скользящей Z — величину

опорнаго сопротивленія. Всѣхъ неизвѣстныхъ 4 и нетрудно замѣтить, что всѣ эти величины нужны для расчета; число узловъ =2 (т.е. А и В), число статическихъ условій равновѣсія поэтому = 2×2=4, изъ чего слѣдуетъ, что всѣ эти три типа представляютъ статически опредѣленную балку.

Черт. 74. Балка состоящая изъ трехъ брусьевъ AS_1, S_1S_2 и S_2B; въ S_1 и S_2 брусья соединены шарнирами. Она имѣетъ 4 опоры: неподвижную (шарнирную) С и скользящія А, D и В. Неизвѣстныя: напряженія брусьевъ AS_1, S_1S_2 и S_2B, т.е. 3; 2 неизвѣстныхъ сопротивленія опоры С и по одному неизвѣстному въ опорахъ А, D и В; всего 8 неизвѣстныхъ. Число узловъ 4 (А, S_1, S_2 и В), а потому число уравненій 2×4, т.е. тоже 8.

Черт. 75. Другой способъ устройства балки съ опорами на вѣсу; она имѣетъ тоже 8 неизвѣстныхъ и 4 узла А, S_1, S_2 и В.

Черт. 76. Балка съ 3 шарнирами А, S и В, при чемъ шарниры А и В образуютъ уже опоры. Число неизвѣстныхъ =6, а именно: напряженіе бруса AS и SB и по два неизвѣстныхъ

сопротивления опоры A и B. Число угловъ = 3 (A, S и B), поэтому число уравнений = 2 × 3 = 6.

Введение.

Когда на сооружение дѣйствуетъ подвижная нагрузка, то ея дѣйствіе измѣняется вмѣстѣ съ ея положеніемъ. Поэтому опредѣленіе вліянія подвижного груза на величину искомой неизвѣстной (которой можетъ быть напряженіе, моментъ, срѣзывающее усиліе, перемѣщеніе и т. д.) составляетъ одну изъ важнѣйшихъ задачъ, относящихся къ расчету сооруженій. Это вліяніе опредѣляется прежде всего помощью линій вліянія или инфлуентныхъ линій (называемыхъ также линіями груза).

Если возьмемъ какую-нибудь прямую ось абсциссъ и будемъ откладывать отъ этой оси на прямыхъ къ ней перпендикулярныхъ дѣйствія, производимыя силой = 1 въ одной и той же точкѣ t бруса въ то время, когда точка приложенія этой силы нахо-дит-

ся на продолженіи соотвѣтственнаго перпендикуляра, какъ ординаты, то образованная полученными точками линія называется инфлуентной линіей точки t.

Инфлуентная линія относится поэтому всегда къ опредѣленной точкѣ тѣла; когда грузъ производитъ во всѣхъ точкахъ сѣченія одинаковое дѣйствіе, то инфлуентную линію относятъ къ сѣченію, а если его дѣйствіе во всѣхъ сѣченіяхъ стержня постоянно, — то ее относятъ къ стержню.

Противоположныя дѣйствія нужно отличать какъ ординаты въ противоположныя стороны.

Примѣры — 1) Построить инфлуентную линію напряженій сѣченія C (черт. 77) призматическаго стержня AB, произведенныхъ растягивающимъ грузомъ 1:

За ось абсциссъ примемъ прямую qB_1, параллельную оси стержня. Если площадь сѣченія C означимъ черезъ Ω, то для всякаго положенія точки приложенія груза между A и C напряженіе въ C постоянно и равно $\frac{1}{\Omega}$, а для всякаго другого положенія этой точки напря-

жение равно нулю. Инфлуентная линія будетъ поэтому прямая пр. параллельная OX, отстоящая отъ OX на разстояніи $m=\frac{1}{\Omega}$, которой крайнія ординаты mn и pq соотвѣтствуютъ сѣченіямъ C и A.

2) Построить инфлуентную линію удлиненій призматическаго стержня AB, произведенныхъ растягивающей силой 1 (черт. 77).

Когда сила 1 приложена (по направленію оси AB) къ точкѣ C, отстоящей отъ B на разстояніи, x, то произведенное ею удлиненіе $y=\frac{x}{E\Omega}$, гдѣ E — модуль упругости и Ω — площадь поперечнаго сѣченія стержня. Это уравненіе дѣйствительно для всѣхъ точекъ приложенія груза, взятыхъ на оси стержня, и изъ него имѣемъ: для $x=0$, $y=0$

и $x=l$, $y=\frac{l}{E\Omega}$

Инфлуентная линія будетъ поэтому прямая, проходящая черезъ точку B_1, которая наклонена къ оси OX подъ угломъ, опредѣляемымъ изъ выраженія:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\overline{Bq}}{\overline{B_1q}}=\frac{1}{E\Omega}.$$

Свойства инфлуентныхъ линій.

Пусть abcdfg — инфлуентная линія, относящаяся къ какому-нибудь сѣченію бруса. Требуется опредѣлить дѣйствіе, производимое силами P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 во время, когда они занимаютъ на брусѣ положеніе, указанное на чертежѣ 78.

Если означимъ черезъ y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 — ординаты инфлуентной линіи, соотвѣтствующія точкамъ приложенія силъ P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, то $y_1, y_2 \ldots$ выражаютъ дѣйствія, производимыя силами $P_1, P_2 \ldots$ въ соотвѣтственномъ сѣченіи въ случаѣ, когда каждая изъ нихъ $= 1$.

Такъ какъ дѣйствія силъ пропорціональны силамъ, то сила P_1, содержащая P_1 единицъ, произведетъ дѣйствіе $P_1 y_1$, сила P_2 — дѣйствіе $P_2 y_2$ и т. д. Если всѣ эти силы дѣйствуютъ на брусъ одновременно, то, по извѣстному закону сложенія дѣйствія силъ, онѣ произведутъ въ разсматриваемомъ сѣченіи дѣйствіе

$$N = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4 - P_5 y_5 \ldots\ldots (1).$$

Послѣдній членъ этой суммы отрицателенъ, потому что ордината y_5, какъ изъ чертежа видно, отрицательна.

Помощью инфлюентной линіи легко, вообще, опредѣлить дѣйствіе, производимое произвольной системой силъ въ данномъ сѣченіи или стержнѣ, при всякомъ положеніи ея. Для этого нужно только измѣрить ординаты $y_1, y_2 \ldots$ инфлюентной линіи, соотвѣтствующія точкамъ приложенія силъ $P_1, P_2 \ldots$ и составить уравненіе (1).

Опредѣленіе дѣйствія производимаго непрерывной нагрузкой.

Когда нагрузка непрерывна, то можно себѣ представить, что на каждый элементъ dx бруса, покрытый нагрузкой, дѣйствуетъ сила pdx. Если y — соотвѣтствующая этому элементу ордината инфлюентной линіи (черт. 79), то произведеніе грузомъ pdx дѣйствіе

$$dN = y.pdx.$$

Когда длина нагрузки — d, то на основаніи закона сложенія дѣйствія силъ, дѣйствіе, производимое всей нагрузкой, будетъ

$$N = \int_0^d pydx$$

и въ случаѣ равномѣрной нагрузки,

$$N = p\int_0^d ydx.$$

Интегралъ справа знака уравненія выражаетъ площадь инфлуентной линіи, заключенную между ординатами y_0 и y_n, соотвѣтствующими концамъ p и q непрерывной нагрузки. Уравненіе это даетъ намъ слѣдующее правило:

Дѣйствіе, производимое непрерывной нагрузкой, равняется площади инфлуентной линіи заключенной между ординатами, соотвѣтствующими конечнымъ точкамъ нагрузки, умноженной на единичный грузъ p.

Форма инфлуентной линіи при узловой нагрузкѣ.

Весьма часто устраиваютъ балки такимъ образомъ, что нагрузка дѣйствуетъ на балку не непосредственно, но можетъ передаваться ей только въ совершенно опредѣленныхъ точкахъ называемыхъ узлами. Образецъ такой конструкціи представленъ на чертежѣ 80: MN — вырѣзокъ балки, на которой расположены поперечныя балочки 1, 2, 3, называемыя иногда <u>переводами</u>. Эти переводы служатъ опорами для балочекъ $ab, cd \ldots$, которыхъ дѣйствіе нагрузки передается непосред-

ственно. Положимъ, что грузъ = 1 находится на линіи (черт. 81) между узлами m и n на разстояніи ζ отъ m. На балку AB будутъ въ этомъ случаѣ дѣйствовать въ узлахъ m и n грузы P_m и P_n при чемъ

$$P_m = \frac{\lambda - \zeta}{\lambda}; \quad P_n = \frac{\zeta}{\lambda}$$

Если положимъ η_m — ордината линейной линіи въ точкѣ m, а η_n — въ точкѣ n, то произведеніе этимъ грузомъ дѣйствіе, будетъ

$$P_m \eta_m + P_n \eta_n = \frac{\lambda - \zeta}{\lambda} \eta_m + \frac{\zeta}{\lambda} \eta_n.$$

Если η ордината линейной линіи, соотвѣтствующая точкѣ приложенія t, то это дѣйствіе будетъ $= 1 + \eta$, слѣдовательно

$$1.\eta = \frac{\lambda - \zeta}{\lambda} \eta_m + \frac{\zeta}{\lambda} \eta_n.$$

Такъ какъ это уравненіе содержитъ перемѣнныя ζ и η только въ первой степени, то слѣдуетъ, что между узлами линейная линія есть прямая линія.

Мы будемъ называть нагрузку, когда она дѣйствуетъ на балку непосредственно, прямой нагрузкой, а если ея дѣйствіе передается балкѣ узлами — узловой нагрузкой.

При прямой нагрузкѣ линейная линія между m и n могла бы имѣть [illegible]

формы, например, вид кривой $\alpha\beta\gamma$; при узловой же нагрузке она будет прямая $\mu\nu$.

Определение опасного положения непрерывной нагрузки.

Опасное положение непрерывной нагрузки состоящей из частей переменных длин и переменных взаимных расстояний, определяется непосредственно формой инфлуентной линии. Очевидно, что наибольшее положительное действие будет иметь место тогда, когда ни одна из слагающихся ферм не будет отрицательной, т. е. когда, при положительных единичных грузах p, все y положительны; для наибольшего отрицательного действия все y должны быть отрицательны.

Так, если инфлуентная линия имеет вид $\alpha\beta\varphi\gamma\rho\delta\beta\tau\zeta$ (черт. 79), то для положительного максимума должны быть нагружены части $\beta\varphi$ и $\delta\tau$, а для отрицательного — части $\alpha\beta$ и $\gamma\delta$. Тогда на основании правила, полученного в , будет наибольшее положительное действие .

$$\max N = p(\text{площадь } \beta\varphi\gamma + \text{площадь } \delta\beta\tau),$$

наибольшее отрицательное действие

$\max.(-N) = p[\text{площадь } \alpha\,\mathcal{E}\,\beta + \text{площ. } \gamma\rho\delta + \text{площ. } \zeta\xi\zeta]$

Определение опасного положения системы грузов в случае, когда инфлуентная линия имеет вид многоугольника.

Системой грузов называют более или менее значительное число подвижных грузов постоянной величины, связанных между собою таким образом, что их относительные расстояния изменяться не могут. Так, например, поезд, составленный из вагонов, представляет подвижную систему грузов, состоящих из давлений колес.

Пусть ABCDE (черт. 82) — инфлуентная линия и $P_1, P_2, P_3 \ldots P_9$ — система грузов, занимающая в какой нибудь момент положение, указанное на черт. 82.

Означим через $y_1, y_2, \ldots$ ординаты инфлуентной линии, соответствующия грузам $P_1, P_2 \ldots$ и через N — действие, производимое системой этих грузов в точке, сечении или стержне, к которому инфлуентная линия относится. Тогда

$$N = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4 + P_5 y_5 + P_6 y_6 + P_7 y_7 - P_8 y_8 - P_9 y_9.$$

Передвинемъ систему вправо на произвольную величину Δx, относительно которой ставимъ только условіе, чтобы во время передвиженія ни одинъ грузъ не перешелъ черезъ вершину инфлуентной линіи. Грузы будутъ послѣ перемѣщенія помѣщаться между тѣми же вершинами, между которыми они находились до перемѣщенія, но ихъ ординаты $\eta_1, \eta_2 \ldots$ измѣнятся на $\Delta\eta_1, \Delta\eta_2 \ldots$ и произведеніе или дѣйствіе послѣ перемѣщенія будетъ отличаться отъ прежняго на

$$\Delta N = P_1\Delta\eta_1 + P_2\Delta\eta_2 + P_3\Delta\eta_3 - P_4\Delta\eta_4 - P_5\Delta\eta_5 - P_6\Delta\eta_6 - P_7\Delta\eta_7 + P_8\Delta\eta_8 + P_9\Delta\eta_9.$$

Если чрезъ, образуемые сторонами OA, AB, BC, CD, DE съ OX, означить черезъ $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, то

$\Delta\eta_1 = \Delta x \operatorname{tg}\alpha$, $\Delta\eta_2 = \Delta x \operatorname{tg}\beta = \Delta\eta_3$, $\Delta\eta_4 = \Delta\eta_5 = \Delta\eta_6 = \Delta x \operatorname{tg}\gamma$ и т. д.

Поэтому

$$\frac{\Delta N}{\Delta x} = P_1 \operatorname{tg}\alpha + (P_2 + P_3)\operatorname{tg}\beta - (P_4 + P_5 + P_6)\operatorname{tg}\gamma - P_7 \operatorname{tg}\delta + (P_8 + P_9)\operatorname{tg}\varepsilon$$

Это выраженіе легко построить. На прямой O_1X_1 (черт. 82а), параллельной OX, откладываемъ отъ O_1 вправо $\overline{O_11} = P_1$, $\overline{12} = P_2$, $\overline{23} = P_3 \ldots$.

Черезъ точки $1, 2, 3 \ldots$ проводимъ перпендикуляры къ O_1X_1 и строимъ, начиная отъ O_1, многоугольникъ $O1'3'6'8'9'$ такимъ образомъ, чтобы его верши-

ны находились на этих перпендикулярах, а стороны, находящіяся надъ силами $P_m, P_n \ldots$ были параллельны тѣмъ сторонамъ инфлуентной линіи, которыя пересѣкаются силами $P_m, P_n \ldots$ Этотъ многоугольникъ называютъ вспомогательнымъ многоугольникомъ.

Поэтому проводимъ

$\overline{0_1 1'} // OA$, $\overline{1'3'} // AB$, $\overline{3'b'} // BC$, $\overline{b'8'} // CD$, $\overline{8''9''} // DE$.

Изъ этого построенія видно, что

$$\overline{11'} = P_1 \operatorname{tg}\alpha ,$$

$$\overline{33'} = \overline{3a} + \overline{a3'} = P_1 \operatorname{tg}\alpha + (P_2 + P_3)\operatorname{tg}\beta ,$$

$$\overline{bb'} = \overline{bc} - \overline{b'c} = P_1 \operatorname{tg}\alpha + (P_2 + P_3)\operatorname{tg}\beta - (P_4 + P_5 + P_6)\operatorname{tg}\gamma ,$$

$$\overline{99'} = P_1 \operatorname{tg}\alpha + (P_2 + P_3)\operatorname{tg}\beta - (P_4 + P_5 + P_6)\operatorname{tg}\gamma + (P_7 + P_8)\operatorname{tg}\delta - P_9 \operatorname{tg}\varepsilon .$$

Слѣдовательно

$$\Delta\mathcal{N} = \overline{99'} \times \Delta x .$$

Такъ какъ точка 9' получилась на сторонѣ положительныхъ ординатъ, то приращеніе $\Delta\mathcal{N}$, которое равно $\Delta x \times \overline{99'}$, положительно, т.е. при движеніи системы грузовъ вправо производимое ею дѣйствіе увеличивается. Когда грузы находятся между тѣми же вершинами A, B, C... инфлуентной линіи, между которыми они находились въ началѣ, то при продолженіи

движения вправо величина 99' остается неизменной, но Δx увеличивается, вследствіе чего и ΔN увеличивается. ΔN достигаетъ наибольшаго значенія, когда одинъ изъ грузовъ встрѣтитъ вершину инфлуентной линіи.

Въ данномъ случаѣ, при движеніи вправо, переходитъ черезъ вершину прежде всѣхъ грузъ P_5. Когда этотъ грузъ перейдетъ вершину и будетъ находиться очень близко справа C, то вспомогательный многоугольникъ получитъ видъ $0,1'\ 3'5_2 8_2 9_2$, и измѣненіе при передвиженіи на Δx вправо теперь будетъ

$$\Delta N = x.99_2,$$

которое тоже положительно.

При дальнѣйшемъ продолженіи движенія системы вправо встрѣчаетъ грузъ P_1 вершину A. Когда этотъ грузъ будетъ находиться очень близко справа A, то помощью новаго вспомогательнаго многоугольника $0_1 3_3 5_3 8_3 9_3$ получаемъ

$$\Delta N = -\Delta x . \overline{99}_3 .$$

Такъ какъ 99_3 отрицательно, то слѣдуетъ, что въ моментъ, когда грузъ P_1 переходилъ черезъ вершину A, измѣненіе ΔN было максимумъ, что потому система произведетъ наибольшее дѣй-

ствие тогда, когда она имеет такое положение, что груз P_1 проходит через вершину инфлуентной линии. Если ординаты инфлуентной линии, соответствующие грузам $P_1, P_2 \ldots$ при этом положении означить через $\eta_1, \eta_2 \ldots$, то

$$\max M = P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + P_4\eta_4 + P_5\eta_5 + P_6\eta_6 - P_7\eta_7 - P_8\eta_8 + P_9\eta_9$$

При передвижении системы удобно пользоваться полоской бумаги, на которой отмечены расстояния грузов друг от друга.

Из предыдущего видно, что M может достигнуть наибольшего значения только тогда, когда один из грузов проходит через вершину инфлуентной линии. Для определения опаснаго положения системы грузов получается слѣдующее правило.

Устанавливаем систему такимъ образомъ, чтобы наиболѣе тяжелымъ грузамъ соотвѣтствовали по возможности большіе ординаты инфлуентной линіи, и чтобы одинъ изъ нихъ, который означимъ черезъ G, находился вблизи слѣва одной вершины. Строимъ для этого положенія вспомогательный многоугольникъ. Затѣмъ ставимъ грузъ G вблизи справа той

же вершины, и строить вспомогательный многоугольникъ для этого второго положенія системы грузовъ. Если послѣднія точки этихъ вспомогательныхъ многоугольниковъ получатся по разныя стороны оси OX, то дѣйствіе Ф достигаетъ максимума въ моментъ, когда система имѣетъ такое положеніе, что грузъ G проходитъ черезъ разсматриваемую вершину. Въ противномъ случаѣ, если, напримѣръ, обѣ эти точки получатся выше оси абсциссъ, то нужно систему двигать дальше вправо до тѣхъ поръ, пока какой-нибудь другой грузъ не встрѣтитъ одну изъ вершинъ influентной линіи (при этомъ могутъ изъ сооруженія сходить грузы, или входить въ него новые) и опредѣлить для этой вершины послѣднія ординаты вспомогательныхъ многоугольниковъ при положеніи груза влѣво справа и вплоть слѣва и т. д.

Опредѣленіе нормальныхъ силъ N, срѣзывающихъ силъ T и изгибающихъ моментовъ M.

1) Неподвижная (постоянная) нагрузка; прямая.

Когда силы дѣйствуютъ перпендикулярно къ оси балки, то для всѣхъ сѣченій $N=0$, а $M=\text{hy}$,

гдѣ h — полюсное разстояніе и y — ордината веревочной линіи. Срѣзывающая сила T въ этомъ случаѣ алгебраической суммѣ силъ, дѣйствующихъ по одну сторону сѣченія, включая и реакцію опоры.

Такъ для балки AB нагруженной грузами P_1, P_2, P_3, отстоящими отъ A на разстояніяхъ ξ_1, ξ_2, ξ_3 имѣемъ

$$A = \frac{P_1(l-\xi_1) + P_2(l-\xi_2) + P_3(l-\xi_3)}{l} = \overline{0\zeta}$$

Для сѣченія S

$$T = A - P_1 = \overline{\sigma_1\sigma_2}; \quad M = Ax_1 - P_1(x_1-\xi_1) = h.\overline{S_1S_2}$$

Для сѣченія t

$$T = A - P_1 - P_2 = -\overline{t_1t_2}; \quad M = Ax_2 - P_1(x_2-\xi_1) - P_2(x_2-\xi_2) = h.\overline{t_1t_2}.$$

или тоже

$$T = -P_3 + B = -\overline{t_1t_2}; \quad M = B(l-x_2) - P_3(l-\xi_3) = h.\overline{t_1t_2}$$

[На чертежѣ 83 представлены: фиг. 1 — силовой многоугольникъ; фиг. 3 — веревочная линія, т. е. діаграмма сгибающихъ моментовъ M; фиг. 2 — діаграмма срѣзывающихъ силъ T].

Изъ чертежа видимъ, что

$$\max.M = h \times \overline{\omega_1\omega_2}$$

получилось въ сѣченіи ω, для котораго

$$T = \frac{dM}{dx} = 0$$

и T измѣняетъ знакъ.

2) Неподвижная нагрузка угловая.

На чертежах 84 (фиг. 1-7) построены Г и М для балки, выступающей за опоры, на которую действует угловая нагрузка, происходящая, во-первых, отъ равномѣрной нагрузки q, распредѣленной по всей длинѣ балки и во-вторыхъ, отъ сосредоточенныхъ грузовъ $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

Нагрузка передается балкѣ въ узлахъ 1, 2, 3, 4, 5, b, A и B. На произвольной вертикали откладываемъ $\overline{Ob}$ = полной нагрузкѣ $M\overline{N}$ (фиг. 3a), беремъ произвольный полюсъ П, и проводимъ П0 и Пb. На вертикали, дѣлящей $N\overline{M}$ пополамъ, на которой находится равнодѣйствующая равномѣрной нагрузки, беремъ точку и (фиг. 3), проводимъ черезъ нее и $\overline{I}$ и и $\overline{VI}$ параллельно П0 и Пb и строимъ параболу $\overline{I}$ т $\overline{VI}$, касательную къ этимъ прямымъ $\overline{I}$ и и $\overline{VI}$ и. Узлы 1, 2, 3, 4, 5, b проэктируемъ на параболу въ $\overline{I}$, $\overline{II}$, $\overline{III}$, $\overline{IV}$, $\overline{V}$ и $\overline{VI}$, а узлы A и B — на прямыя $\overline{I}$ и и $\overline{VI}$ въ A_1 и B_1, и строимъ многоугольникъ $A_1\,\overline{I}\,\overline{II}\,\overline{III}\,\overline{IV}\,\overline{V}\,\overline{VI}\,B_1A_1$. Черезъ П проводимъ лучи П0, Пg_1, Пg_2... параллельные сторонамъ $\varphi, \alpha, \beta, \ldots$ этого многоугольника. Вертикальныя ординаты послѣдняго (фиг. 3) умноженныя на полюсное разстояніе h, дадутъ моменты

отъ непрерывной нагрузки. Для полученія срѣзывающаго усилія въ какомъ-нибудь сѣченіи S, проводимъ черезъ S вертикаль и смотримъ, какую сторону многоугольника $A_1 A_1 I II \ldots$ встрѣчаетъ эта вертикаль. Такъ какъ она пересѣкаетъ стороны $I II$ и $A_1 B_1$, то для сѣченія S = отрѣзку $g_1 S_1$, отсѣченному на Ob лучами Πg_1 и ΠS_1, параллельными этимъ сторонамъ $I II$ и $A_1 B_1$.

Такъ какъ срѣзывающая сила T между двумя узлами постоянна, то линія срѣзывающихъ силъ имѣетъ ступенчатый видъ, при чемъ высота ступенекъ между двумя смежными узлами постоянна (фиг. 2).

На фиг. 4а представленъ силовой, а на фиг. 5 — веревочный многоугольникъ, для сосредоточенныхъ грузовъ $P_1 \ldots$ до P_6. Чтобы получить веревочный многоугольникъ узловой нагрузки, проэктируемъ узлы 1, 2, 3 ... на стороны веревочнаго многоугольника въ I', II', III' ... и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. (Можно построить этотъ многоугольникъ также и обыкновеннымъ способомъ, проводя параллели лучамъ многоугольника 4а).

Діаграмма срѣзывающихъ силъ T (фиг. 4) получена такимъ же образомъ, какъ для непрерывной нагрузки (фиг. 2).

Посредствомъ сложенія ординатъ фиг. 2 и 4, получена фигура 6, а сложеніе ординатъ фиг. 3 и 5 дало фигуру 7. Фигура 6 представляетъ полную діаграмму срѣзывающихъ силъ, а фиг. 7 — діаграмму моментовъ, произведенныхъ равномѣрной нагрузкой и системой грузовъ P вмѣстѣ.

Изъ фиг. 6 видимъ, что наибольшее срѣзывающее усиліе T происходитъ между узлами A и 2 и между узлами B и 5, и что оно . . . =

$$= \max. T_1 = \overline{a\,a_1'} \text{ и } \max T_2 = \overline{\beta\,\beta_1}$$

Аналитически $\max. T_1 = -P_m + A$, гдѣ P_m — грузъ узла 1.

Чтобы получить A_1 (для сосредоточенныхъ грузовъ), беремъ сумму моментовъ всѣхъ силъ по отношенію къ точкѣ B:

$$A_1 l - P_1(l+\xi_1) - P_2(l-\xi_2) - P_3(l-\xi_3) - P_4(l-\xi_4) + P_5(\xi_5 - l) + P_6(\xi_6 - l) = 0,$$

Отсюда, принявъ во вниманіе, что ξ силъ A отрицательно:

$$A_1 = \frac{\sum P(l-\xi)}{l} \text{ и } P_m' = \frac{P_1 \xi_1}{l}$$

Кроме того равномерная нагрузка часть

$$A_2 = q\left(\frac{l+l_1+l_2+l_1}{2}\right); \quad A_2 = q\left(\frac{l-l_1+l_2}{2}\right)$$

$$p''_{m.} = \frac{q\lambda_1}{2}; \quad \text{(фиг. 8 черт. 84)}.$$

получим

$$\max. T_1 = -\left[\frac{p_1(l-z_1)}{l} + \frac{q\lambda_1}{2}\right] + \frac{\sum^{b} p(l-z)}{l} + q\left(\frac{l+l_1+l_2}{2}\right).$$

Из фиг. 7 получаем, что наибольший момент происходит в сечении B, при чем

$$\max. M = h.bb_1$$

или (фиг. 8) $\max. M = q_b(\lambda_4+\lambda_5)+q_5\lambda_b$,

где $q_b = \frac{p_b z_b}{\lambda}$; $q_5 = \frac{p_4 c_4 + p_5 c_5}{\lambda_3+\lambda_4}$

Инфлюентные линии срезывающей силы T.

1. Прямое действие нагрузки:

Чтобы получить инфлюентную линию силы T для сечения C (черт. 85), передвигаем груз = 1 по балке, определяем при разных положениях его происходящую в C силу T, и откладываем эту силу на вертикали, проходящей через точку приложения груза, как ординату.

Пусть груз = 1 находится слева C (где-нибудь в точке e, фиг. 1). На правый отрезок CB балки действует в этом случае только си-

на B, и такъ какъ $B = \frac{1 \cdot \xi}{l}$, то срѣзывающая сила (ордината инфлюентной линіи),

$$\eta = + \frac{\xi}{l}$$

Инфлюентная линія между A и C будетъ прямая, проходящая черезъ точку A_0 ($\xi = 0 \quad \eta = 0$) и отсѣкающая на опорѣ B ординату $B_0 B_1$ (фиг. 3) $= 1$ ($\xi = l \quad \eta = 1$). Для точки C $\xi = a$, $\eta = \frac{a}{l}$. Инфлюентная линія части AC изображается такимъ образомъ прямой $A_0 C_1$.

Когда грузъ находится гдѣ-нибудь справа C, то

$$T = \eta = B - 1 = \frac{\xi}{l} - 1 = -\left(\frac{l - \xi}{l}\right)$$

Для $\xi = 0 \qquad \eta = -1$

" $\xi = a \qquad \eta = -\frac{l-a}{l} = \overline{cc_2}$

" $\xi = l \qquad \eta = 0$

Инфлюентная линія справа разсматриваемаго сѣченія есть прямая $C_2 B_0$, отсѣкающая на A ординату $= -1$ (т. е. $A_1 B_0 // A_0 B_1$).

Помощію инфлюентной линіи $A_0 C_1 C_2 B_0$ получаемъ:

а) полная равномѣрная нагрузка g (фиг. 4) производитъ въ C, $T = g(\Delta A_0 C_1 C - \Delta c c_2 B_0)$.

б) Подвижная равномѣрная нагрузка q часть (фиг. 5 и 6):

$$\max.(+T) = q.\Delta A_0 C_1 C$$

$$\text{и} \qquad \max.(-T) = q.\Delta C C_2 B_0$$

c) Если по балкѣ, единица длины которой вѣситъ q, движется равномѣрная нагрузка q, то

$$\max.(+T) = q(\Delta A_0 C_1 C - \Delta C C_2 B_0) + q\Delta A_0 C_1 C$$

$$\max.(-T) = q(\Delta A_0 C_1 C - \Delta C C_2 B_0) - q.\Delta C C_2 B_0.$$

d) Когда балка невѣсома и на нее дѣйствуютъ сосредоточенные грузы P_1, P_2, P_3 (фиг. 4), то срѣзывающая сила въ C

$$T = P_1\eta_1 - P_2\eta_2 - P_3\eta_3.$$

e) Если вѣсъ единицы длины этой балки $= q$, то

$$T = P_1\eta_1 - P_2\eta_2 - P_3\eta_3 + q(\Delta A_0 C C_1 - \Delta C_1 C_2 B_0)$$

2) Нагрузка узловая (фиг. 2)

Опредѣливъ инфлюентную линію для прямой нагрузки, проэктируемъ на нее узлы $A, 1, 2, 3, B$ и полученныя точки $A_0, \underline{I}, \underline{II}, \underline{III}, B_0$ соединяемъ прямыми $A_0\underline{I}, \underline{I}\,\underline{II}, \underline{II}\,\underline{III}, \underline{III}\,B_0$. Въ данномъ случаѣ инфлюентная площадь будетъ состоять (фиг. 3) изъ двухъ прямоугольниковъ $A_0\underline{I}O$ и $O\underline{II}B_0$.

Срѣзывающія силы въ C опредѣляются помощью этой линіи такимъ же образомъ какъ въ предыдущемъ случаѣ (при прямой нагрузкѣ).

Инфлюентныя линіи моментовъ.

1) Для простой балки

Положимъ что требуется опредѣлить эту линію для сѣченія S. Когда грузъ $=1$ находится слѣва S на разстояніи ξ отъ A, то моментъ въ сѣченіи S (ордината инфлюентной линіи моментовъ для S):

$$\eta = Aa - 1(a-\xi) = B(l-a),$$

и такъ какъ $B = \frac{\xi}{l}$, то

$$\eta = \frac{\xi}{l}(l-a).$$

Это уравненіе выражаетъ прямую AS_1 (фиг. 2), проходящую черезъ точку $A(\xi=0, \eta=0)$, которая на вертикали въ B отсѣкаетъ $BB_1 = l-a = BS$.

Она дѣйствительно до тѣхъ поръ, пока грузъ находится слѣва S. Когда грузъ $=1$ находится справа S, то моментъ въ S

$$\eta_1 = Aa = \frac{l-\xi}{l}a,$$

т. е. инфлюентная линія справа S есть прямая, проходящая черезъ точку B, и отсѣкающая на вертикали въ A отрѣзокъ $AA_1 = a = AS$.

Для $\xi = a$ получаемъ:

$$\eta = \eta_1 = a\left(\frac{l-a}{l}\right), \text{ т. е.}$$

точка пересѣченія прямыхъ AB_1 и BA_1 находится на вертикали точки моментовъ S.

Примѣръ: На балку AB дѣйствуетъ равномѣрная нагрузка q, распредѣленная по всей длинѣ, и сосредоточенные грузы P_1, P_2, P_3, P_4 (фиг. 3); опредѣлить моментъ въ S.

Если площадь треугольника ASB обозначимъ черезъ Ω, а ординаты шнуровой линіи, соотвѣтствующія грузамъ P_1, P_2, P_3, P_4 черезъ $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$, то

$$M = q.\Omega + P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + P_3\eta_3 + P_4\eta_4.$$

2) Для балки съ узлами $A, 1, 2, 3, B$ шнуровая линія сѣченія S будетъ четырехугольникъ $A\,I\,II\,B$ (фиг. 4 и 5).

Если на разстояніи $=1$ отъ вершины S проведемъ между прямыми A_1B и AB_1 (фиг. 2) вертикаль mn, то легко доказать, что $\overline{mn} = 1$. Изъ этого слѣдуетъ, что шнуровая линія моментовъ для сѣченія S можетъ быть получена также слѣдующимъ образомъ (фиг. 6):

Черезъ произвольную точку S_1, взятую на вертикали сѣченія S, проводимъ произвольно двѣ прямыя линіи S_1A_2 и S_1B_1, пересѣкающія опорныя вертикали въ A_2 и B_1; продолжаемъ A_2S_1 и B_1S_1 и соединяемъ A_2 съ B_1. Единица для измѣренія ординатъ = вертикали mn, прове-

денной между этими прямыми на расстоянии =1 отъ ихъ точки пересѣченія S_1.

Взаимность слибающихъ моментовъ простой балки.

1) Простая балка на 2 опорахъ.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что моментъ въ какомъ-нибудь сѣченіи простой балки, произведенный сосредоточеннымъ грузомъ = произведенію разстояній груза и сѣченія отъ ближайшихъ опоръ, умноженному на частное отъ раздѣленія груза на длину балки. Если поэтому грузъ находится на сѣченіи S, то моментъ въ a (черт. 87 фиг. 1):

$$M_{Sa} = \frac{z.b}{l} \cdot \frac{Q}{l}.$$

Если перемѣнимъ мѣста груза и сѣченія, т. е. возьмемъ моментъ въ сѣченіи S, произведенный грузомъ дѣйствующимъ на сѣченіе a (фиг. 2), то будетъ

$$M_{as} = \frac{z.b}{\omega} \cdot \frac{Q}{l}.$$

Изъ этого слѣдуетъ

$$M_{as} = M_{Sa}$$

Если поэтому ACB — линія моментовъ для груза Q, дѣйствующаго на точку S, то ACB есть вмѣстѣ инфлюентная линія момен-

товъ для сѣченія S.

2) Простая защемленная балка.

Грузъ G (черт. 88), отстоящій отъ свободнаго конца на разстояніи ζ производитъ въ S моментъ $-G(a-\zeta)$; точно такой же моментъ произойдетъ въ симметричной балкѣ A_1B_1, если замѣнить положеніе груза и сѣченія; слѣдовательно, линія моментовъ защемленной балки для груза дѣйствующаго въ сѣченіи S есть уже инфлюентная линія моментовъ этого сѣченія для симметричной балки. Для $\zeta = 0$ (въ сѣченіи B) $M = -Ga$, и при $G = 1$, $M = -a$, т. е., для полученія инфлюентной линіи моментовъ сѣченія S защемленной балки, нужно на вертикали свободнаго конца (черт. 4) отложить ординату BB_1, равную разстоянію сѣченія отъ этого конца, и полученную точку B_1 соединить съ S.

Упругая линія простой балки.

Перемѣщеніе Y_q точки q по произвольному направленію qq_1, произведенное какой бы то ни было вертикальной нагрузкой балки, по закону виртуальныхъ работъ, опредѣля-

ется уравнением (при $N=0$):

$$y_q = \int \frac{M m_q dx}{EJ}$$

[Так как

$$\sum Q\delta = \int (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + t_x \gamma_x + t_y \gamma_y + t_z \gamma_z)\, dv,$$

но так как

$$\sigma_y = \sigma_z = t_x = t_y = t_z = 0, \text{ и } Q = 1,$$

то

$$\sigma_q = \int \sigma_q \varepsilon_x dv.$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E} = \frac{Mv}{JE}; \quad \sigma_q = \frac{m_q v}{J}.$$

$$\int \sigma_q \varepsilon_x dv = \int \frac{m_q v}{J} \cdot \frac{Mv}{EJ} \cdot d\Omega\, dx = \int \frac{M m_q}{EJ^2} dx \int d\Omega\, v^2 =$$

$$= \int \frac{M m_q}{EJ} dx \Big]$$

Для балки постоянного сечения

$$y_q = \frac{1}{EJ} \int M m_q dx \text{ или } EJ y_q = \int M m_q dx,$$

где M - моменты, произведенные нагрузкой, а m_q — силой = 1, приложенной к точке q по направлению qq_1.

Пусть $A_1 B_1$ — линия моментов данной нагрузки (черт. 89); применим эту линию за очертание непрерывной нагрузки, действующей на ту же балку AB. Элементарный груз этой нагрузки, изображенный бесконечно узкой полосой $\tau S = M \cdot dx$. Этот груз произведет в q момент $(Mdx)m_q$, потому что, на основании свойства взаимности моментов, можно

разсматривать m_q какъ моментъ произведенный въ q силой = 1, дѣйствующей въ точкѣ S и слѣдовательно сила, содержащая (Mdx) единицъ, произведетъ моментъ $(Mdx)m_q$. Такимъ образомъ получаемъ что $\int(Mdx)m_q$ выражаетъ сумму моментовъ силъ Mdx, дѣйствующихъ на AB, произведенныхъ въ точкѣ q, или другими словами, $\int(Mdx)m_q = \int M m_q dx$ есть моментъ въ точкѣ q, произведенный всей нагрузкой, изображенной линіей моментовъ $A_1 m B_1$. Изъ этого слѣдуетъ, что ордината упругой линіи въ данной точкѣ (умноженная на EJ) = слѣдующему моменту, произведенному въ этой точкѣ нагрузкой, которая изображается линіей моментовъ дѣйствительной нагрузки балки.

Упругая линія получается поэтому графически слѣдующимъ образомъ:

Строимъ для данной нагрузки веревочную линію, разсматриваемъ эту линію за непрерывную нагрузку, и для послѣдней строимъ вторую веревочную линію. Если полюсное разстояніе первой веревочной линіи

было h, а второй h_1, и означить ординаты этой второй линии через η, то легко получить:

$$\mathcal{E}\mathcal{J}\eta = h.h_1\eta$$

(где η — ордината упругой линии), откуда

$$\eta = \frac{h\,h_1}{\mathcal{E}\mathcal{J}}.\eta.$$

Если бы было возможно взять $h_1 = \mathcal{E}\mathcal{J}$, то имели бы

$$\eta = h.\eta.$$

Когда сечение балки не постоянно, то

$$\eta_q = \frac{1}{\mathcal{E}}\int \frac{\mathcal{M}m_q dx}{\mathcal{J}} = \frac{1}{\mathcal{E}}\int\left[\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{J}}\right)dx\right]m_q.$$

Из последнего выражения узнаем, что для построения второй веревочной линии нужно предварительно все ординаты первой веревочной линии изменить в отношении $\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{J}}$.

Уравнение упругой линии для простой балки.

1) На балку действует один груз G.

В этом случае (черт. 90 фиг. 1) для всех точек между A и S, т. е.

от $x = 0$ до $x = a$ $\quad \mathcal{M} = G\frac{b}{l}.x$,

а от $x = a$ до $x = l$ $\quad \mathcal{M} = G\frac{a}{l}(l - x)$.

По фиг. 2

от $x = 0$ до $x = \xi$ $\quad m_q = \frac{l-\xi}{l}x$,

а от $x = \xi$ до $x = l$ $\quad m_q = \frac{\xi}{l}(l - x)$.

Интеграл $\int M m_q dx$ распадается попрежнему на 3 въ предѣлахъ отъ 0 до ζ, отъ ζ до a и отъ a до l, т. е.

$$\int_0^l M m_q dx = \int_0^{\zeta} \left(\frac{Gb}{l} x\right)\left(\frac{l-\zeta}{l} \cdot x\right) dx + \int_{\zeta}^{a} \left(\frac{Gb}{l} \cdot x\right) \frac{\zeta}{l} (l-x) dx +$$
$$+ \int_a^l \left(\frac{Ga}{l}(l-x)\right) \frac{\zeta}{l} (l-x) dx =$$
$$= \frac{Gb(l-\zeta)}{l^2 \zeta} \int_0^{\zeta} x^2 dx + \frac{Gb\zeta}{l^2} \int_{\zeta}^{a} x(l-x) dx + \frac{Ga\zeta}{l^2} \int_a^l (l-x)^2 dx = \mathcal{E} J_y,$$

откуда получаемъ легко послѣ соотвѣтственнаго приведенія

$$\mathcal{E} J_y = \frac{Gb}{6l} \cdot \zeta (a^2 + 2ab - \zeta^2)$$

или, подставивъ $a = l - b$

$$\mathcal{E} J_y = \frac{Gb\zeta}{6l} (l^2 - b^2 - \zeta^2) \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Это уравненіе дѣйствительно только для сѣченій между A и S, но, очевидно, что оно будетъ дѣйствительно также для сѣченій справа S, если ординаты ζ и a будемъ считать не отъ лѣвой, а отъ правой опоры (фиг. 3). Упругая линія состоитъ такимъ образомъ изъ двухъ линій, опредѣляемыхъ двумя уравненіями, но обѣ эти линіи имѣютъ въ точкѣ перехода (т. е. въ точкѣ приложенія груза) не только общую касательную (или общій уклонъ), но и общую кривизну, такъ какъ слѣдующій моментъ въ одной и той же точкѣ можетъ

имѣть только одно значеніе.

Для опредѣленія максимальнаго значенія η берем выраженіе (1), дифференцируем его по ξ, и приравниваем 0; получим

$$\frac{d\eta}{d\xi} = 0 = l^2 - b^2 - 3\xi^2 ; \xi^2 = \frac{l^2-b^2}{3} ; \xi = \sqrt{\tfrac{1}{3}(l^2-b^2)}.$$

При этомъ значеніи ξ, η достигаетъ своего maximum'a и

$$\eta_{max} = \frac{1}{9\varepsilon J} \cdot 19 \frac{b}{l}(l^2-b^2)\sqrt{\tfrac{1}{3}(l^2-b^2)}$$

Для $b = \frac{1}{2}l$, $\xi_1 = \frac{1}{2}l$ и $\eta_{max.} = \frac{1}{48.\varepsilon J} 19 l^3$.

Когда грузъ перемѣщается отъ средины вправо, то b уменьшается, слѣдовательно ξ_1 увеличивается, т. е. мѣсто наибольшаго прогиба перемѣщается въ ту же сторону, что и грузъ, только значительно медленнѣе. Такъ, когда грузъ ляжетъ на правой опорѣ B, т. е. будетъ $b=0$, то $\xi_1 = l\sqrt{\frac{1}{3}} = 0{,}577\,l$, $\eta_{max.}$ отстоитъ поэтому отъ средины на $0{,}077\,l = \frac{1}{13}l$. Наибольшій прогибъ находится такимъ образомъ всегда вблизи средины балки, его величина можетъ поэтому отличаться очень мало отъ прогиба въ срединѣ, послѣдній можно вслѣдствіе того всегда принимать за максимальный.

Вслѣдствіе того, для опредѣленія максимальнаго прогиба, произведеннаго системой со-

сосредоточенных грузов, достаточно определить прогиб среднего сечения, т. е. найти сумму прогибов, произведенных в среднем сечении каждым из отдельных грузов.

2) На балку действует равномерная нагрузка:

Для произвольного сечения (черт. 91 фиг. 1)

$$M = \frac{qx(l-x)}{2};$$

для сечений между A и q (фиг. 2), т. е. от $x=0$ до $x=\zeta$

$$m = \frac{l-\zeta}{l}x,$$

а от $x=\zeta$ до $x=l$

$$m = \frac{\zeta}{l}(l-x),$$

поэтому

$$EJy_q = \int Mm_q\,dx = \int_0^{\zeta} \frac{qx(l-x)}{2}\left(\frac{l-\zeta}{l}x\right)dx + \int_{\zeta}^{l} \frac{qx(l-x)}{2}\left[\frac{\zeta}{l}(l-x)\right]dx;$$

$$EJy_q = q\frac{l-\zeta}{2l}\int_0^{\zeta}(lx^2-x^3)\,dx + \frac{q\zeta}{2l}\int_{\zeta}^{l} x(l-x)^2\,dx,$$

откуда

$$EJy_q = \frac{q\zeta}{24}(l^3+\zeta^3-2l\zeta^2).$$

Наибольший прогиб получается для $x=\frac{l}{2}$ и он есть max. $y = \frac{5ql^4}{384EJ} = \frac{5}{384}\cdot\frac{Ql^3}{EJ}$, где $Q=ql$.

Когда на балку действуют одновременно равномерная нагрузка и сосредоточенные грузы, то прогиб в среднем (максимальный прогиб балки) равен сумме прогибов, произведенных непрерывной нагрузкой и сосредоточенными грузами вместе.

Многоопорныя балки съ консолями.

Когда число опоръ балки болье двухъ, то она статически неопредѣлимая. Такъ, если балка имѣетъ n опоръ, изъ которыхъ одна шарнирная (имѣющая двѣ неизвѣстныхъ), а остальныя подвижныя (по одной неизвѣстной), то число ея неизвѣстныхъ = n+2, т.е. n+1 неизвѣстныхъ сопротивленій и 1 сопротивленіе балки. Условія равновѣсія даютъ только 4 уравненія (2 шарнира); такая балка имѣетъ поэтому (n+2)−4 = n−2 добавочныхъ величинъ.

Но она можетъ быть сдѣлана статически опредѣленной посредствомъ устройства n−2 шарнировъ, которые раздѣлятъ ее на n−1 частей, потому что число узловъ ея въ этомъ случаѣ будетъ (n−2)+2 = n; число статическихъ уравненій = 2n, а число неизвѣстныхъ тоже = 2n (n+1 неизвѣстныхъ сопротивленій опоръ и n−1 напряженій стержней). Шарниры можно устраивать произвольно, но такъ, чтобы между двумя смежными опорами было не болѣе двухъ шарнировъ.

Такъ, балка AB (черт. 92), имѣющая 5 опоръ, сдѣлана статически опредѣленной послѣ-

ствовать устройства 5 − 2 = 3-х шарниров α, β и α_1; этими шарнирами она разбилась на 4 балки $a\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\alpha_1$ и $\alpha_1\gamma$, из которых каждая имеет не более 2-х опор. Опорами балки $\alpha\beta$ служат концы выступающих частей (консоли) балок $a\alpha$ и $\beta\alpha_1$; балка $\alpha_1\gamma$ опирается в α_1 на консоль балки $\beta\alpha_1$, а в γ имеет скользящую опору.

Относительно балок $\alpha\beta$ и $\alpha_1\gamma$, оканчивающихся на своих опорных точках или шарнирах, действительно без изменения все то, что было выведено для простой двух-опорной балки.

Производимые ими на консоли давления (в α, β и α_1) равны и противоположны реакциям опор их.

Определение опорных реакций и моментов для балки с консолями (т. е. балки $a\alpha$ или $\beta\alpha_1$) указано

На черт. 93 построена веревочная линия для балки $\alpha\beta$, имеющей опоры a и b, на которую действуют грузы Δ_1 ... Δ_2 и P_1 до P_4. Реакции A и B изображены на фиг. 2. Фиг. 4 представля-

есть линію моментовъ (веревочную линію), отнесенную къ горизонтальной оси абсциссъ $\alpha_1\beta_1$ (вертикальныя ординаты заштрихованныхъ фигуръ (3) и (4) соотвѣтственно равны).

Помощью веревочнаго многоугольника (фиг. 3) получено:

1) что въ сѣченіяхъ 0 и 0_1 слѣдующіе моменты $=0$;

2) что на части 00, дѣйствуютъ положительные, а на части $\alpha 0$ и 0β — отрицательные моменты;

3) что наибольшій моментъ происходитъ на опорѣ a.

Въ сѣченіи S справа P_1 слѣдующая сила $T = -(\Delta_1 + P_1)$, а моментъ $M = -(\Delta_1 \delta_1 + P_1 p_1)$.

Въ сѣченіи t

$$T = A - \Delta_1 - P_1 - P_2$$

$$M = -\Delta_1 c - P_1 q_1 + Aa - P_2 q_2 = H \cdot \overline{t_1 t_2}$$ (H — полюсное разстояніе)

Моменты на опорахъ: $Ma = -H \cdot a_1 u_1$,

$$Mb = -H \cdot b_1 u_2.$$

Изъ чертежа (фиг. 3) слѣдуетъ непосредственно, что веревочный многоугольникъ $a_1 2 3 b_1$ зависитъ только отъ величинъ силъ P_1, P_2, P_3 и P_4 и отъ ихъ взаимныхъ разстояній; форма балки

и прочія силы, дѣйствующія на нее вмѣ опоръ a и b, не имѣютъ на форму этого многоугольника никакого вліянія. Этотъ многоугольникъ получается тѣмъ же обыкновеннымъ образомъ, но для полученія его замыкающей линіи $1_1 1_2$ нужно знать опорные моменты Ma и Mb, такъ какъ $a_1 1_1 = \frac{Ma}{H}$ и $b_1 1_2 = \frac{Mb}{H}$.

На черт. 94 построена линія моментовъ для пролета $\overline{23}$, имѣющаго шарниры α и β. Его веревочная линія 2, α, δ, β, 3, вычерчена обыкновеннымъ образомъ помощью силового многоугольника (фиг. 3), а для полученія замыкающей линіи $c\delta$, знаемъ, что моменты въ сѣченіяхъ α и $\beta = 0$, а потому и соотвѣтствующія имъ ординаты веревочной линіи $= 0$. Слѣдовательно, спроэктируемъ шарниры α и β на веревочную линію, то черезъ полученныя точки α_1 и β_1 проходитъ замыкающая сторона $c\delta$. Помощью этой линіи получены моменты на аппаратѣ: $M_2 = -h \cdot \overline{2,c}$

$$M_3 = h \cdot \overline{3,\delta}$$

Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что веревочную линію для всякаго пролета можно чертить не-

зависимо отъ нагрузки остальныхъ пролетовъ, а это дастъ возможность по-строить линію моментовъ слѣдующимъ образомъ: для каждаго изъ пролетовъ $\overline{12}$, $\overline{23}$, $\overline{34}$, $\overline{45}$ (черт. 95) строимъ помощью одного и того же полюснаго разстоянія веревочную линію, при чемъ каждую слѣдующую начинаемъ съ той точки на опорной вертикали, въ которой она пересѣчена предыдущей (такъ, напр., веревочная линія для пролета $\overline{23}$ начинается въ точкѣ 2_0 и т. д.). Такъ какъ моменты въ сѣченіяхъ 1, α, β, γ и 5 равны нулю, то замыкающая линія Z_2 пролета $\overline{23}$ проходитъ черезъ α_1 и β_1, а пролета $\overline{45}$ — черезъ γ_1 и 5_1. Линія Z_1 дастъ на опорахъ 2 и 3 точки 2_1 и 3_1, а линія Z_4 на опорѣ 4 точку 4_1; поэтому замыкающая сторона пролета $\overline{12}$ проходитъ черезъ 2_1 и 1_0, а пролета $\overline{34}$ — черезъ 3_1 и 4_1. Если черезъ полюсы $П_1$, $П_2$, $П_3$, $П_4$ провести прямыя $П_1Z_1$, $П_2Z_2$, $П_3Z_3$ и $П_4Z_4$, параллельныя замыкающимъ сторонамъ Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4, то получимъ реакціи опоръ, а именно будетъ: реакція $A = 0Z_1$; $B = Z_1Z_2$; $C = Z_2Z_3$ .... (это слѣдуетъ непосредственно изъ того, что сила C проходитъ черезъ точку пересѣченія прямыхъ

Z_2 и Z_3 и т. д.

Срѣзывающія силы T: а) въ сѣченіи S: проведенная черезъ S вертикаль встрѣчаетъ сторони Z_2 и d веревочнаго многоугольника, въ точкахъ S_1 и S_2, поэтому T = силѣ $= 1\overline{Z_2}$, отсѣченной на силовомъ многоугольникѣ лучами d и Z_2.

б) въ сѣченіи V: точно такимъ образомъ получаемъ, что срѣзывающая сила въ сѣченіи $V = \overline{3Z_4}$. Моментъ въ $S = h \cdot \eta_S$; моментъ въ $V = h\,\eta_V$ (гдѣ $\eta_V = \overline{V_1 V_2}$ и $\eta_S = \overline{S_1 S_2}$).

Инфлюентныя линіи многопарныхъ балокъ.

Для тѣхъ частей балки, которыхъ одна или обѣ опоры находятся на вѣсу (какъ $\alpha\beta$ на черт. 95), инфлюентныя линіи ничѣмъ не отличаются отъ инфлюентныхъ линій простой балки, способы построенія которыхъ указаны. Нагрузка, находящаяся внѣ этихъ частей, не имѣетъ на нихъ никакого вліянія. Остается указать только построеніе инфлюентныхъ линій для частей съ консолями.

Инфлюентныя линіи опорныхъ реакцій.

1) Инфлюентная линія реакціи A:

Въ предѣлахъ балки AB (черт. 96), эта линія получается точно такимъ образомъ, какъ для простой балки, т. е. это будетъ прямая A_1B_1, которой ордината на опорѣ A, т. е. $AA_1=1$ и которая проходитъ черезъ точку B; ея конечныя точки $\beta_1\alpha_2$ находятся на концахъ этой балки, т. е. на вертикаляхъ шарнировъ β и α_1. Легко найти, что между шарнирами эта линія — прямая, и что она оканчивается на ближайшихъ шарнирахъ α_1 и γ, изображаемая поэтому прямыми $\beta_1\alpha_1$ и $\alpha_2\gamma$. Легко узнать, что всякій грузъ — слѣва α_1 и справа γ — не имѣетъ на опору A никакого вліянія.

2) Инфлюентная линія реакціи B.

На вертикали опоры B (черт. 96) откладываемъ $BB_1=1$, соединяемъ B_1 съ B, продолжаемъ AB_1 до пересѣченія съ вертикалями шарнировъ α_1 и β въ $\alpha_3\beta_2$, и соединяемъ α_3 съ γ и β_2 съ α_1.

3) Инфлюентная линія срѣзывающей силы для сѣченія M, находящагося между опорами A и B.

Строимъ для сѣченія M (черт. 97) инфлюентную линію Am_1m_2B такъ, какъ если бы балка оканчивалась на опорахъ A и B, продолжаемъ ее до пересѣченія съ вертикалями ближайшихъ шар-

жировъ B и a_1 въ γ и δ и соединяемъ γ съ α и δ съ B_1. Грузы, лежащіе на отрѣзкахъ AM и Ba_1B_1, производятъ въ M — отрицательныя, а лежащіе на αBA и на MB — положительныя срѣзывающія силы. Грузы, находящіеся справа B_1 и слѣва α, не имѣютъ на M никакого вліянія.

4). Инфлюентная линія моментовъ для сѣченія N, находящагося между A и B.

Строимъ для этого сѣченія (черт. 98) инфлюентную линію $A\pi B$, точно такимъ образомъ какъ, если бы балка Ba_1 оканчивалась на опорахъ A и B, продолжаемъ все вправо и влѣво до пересѣченія съ вертикалями жировъ B и a_1 въ γ и δ_1 и соединяемъ γ съ α и δ съ B_1. Грузы, лежащіе между A и B, производятъ положительный, а лежащіе на αBA и Ba_1B_1 — отрицательный изгибъ (т. е. ординаты линіи выгибаются вверхъ).

5) Сѣченіе находится на консоли.

а) Инфлюентная линія срѣзывающей силы T_c въ сѣченіи C_1 (черт. 99). 1) Грузъ справа C; $T_c = 0$,

2) Грузъ слѣва C; $T_c = 1$,

3) Грузъ слѣва B; $T_c = \Delta$, гдѣ Δ, давленіе производимое грузомъ $= 1$ въ B. Когда грузъ

лежитъ на d, то $\Delta = 0$, а потому $T_c = 0$. Изъ этого слѣдуетъ, что между B и C инфлюентная линія есть прямая $B_0 C_0$ параллельная AB, отстоящая отъ AB на разстояніи $=1$, а между B и d — прямая $B_0 d$. Грузы, лежащіе слѣва d и справа C, не имѣютъ на сѣченіе C никакого вліянія.

б) Инфлюентная линія моментовъ въ сѣченіи C (черт. 100).

Когда грузъ находится справа C, то $M_c = 0$; при положеніи груза $=1$ между B и C на разстояніи $-\zeta$ отъ C, то $M_c = -\zeta$ и инфлюентная линія имѣетъ видъ прямой $C B_1$, которой ординаата въ B — $B B_1 = BC = a$. Когда грузъ находится на $\alpha\beta$ въ разстояніи ζ отъ d, то онъ производитъ въ B давленіе $\Delta = \frac{\zeta}{\lambda}$ и моментъ въ C — $M_c = \Delta . a = -\frac{\zeta}{\lambda} a$. Для $\zeta = \lambda$, $M_c = a$ изъ чего слѣдуетъ, что между B и d инфлюентная линія имѣетъ видъ прямой $B_0 d$.

в) Узловая нагрузка.

Когда нагрузка передается балкѣ поперечными балочками 1, 2, 3... (черт. 101), то опредѣляемъ сначала инфлюентную линію для прямой нагрузки, т. е. принимаемъ, что грузъ $=1$ движется

по самой балкѣ, затѣмъ прожектируемъ на эту линію угловыя точки и соединяемъ ихъ по порядку прямыми линіями. На черт. 101 построена такимъ образомъ инфлюентная линія моментовъ для сѣченія M консольной балки a A B a_1.

Непрерывныя многоопорныя балки постояннаго сѣченія.

Положимъ, что на простую балку AB (черт. 102) кромѣ грузовъ G_1, G_2, G_3... дѣйствуютъ на опорахъ A и B — моменты M_1 и M_2. Моментъ въ какой нибудь сѣченіи S будетъ въ этомъ случаѣ равняться моменту, произведенному нагрузкой, сложенному съ моментомъ, произведеннымъ опорнымъ моментомъ. Моменты произведенные нагрузкой получаются помощью веревочной линіи abcd, ея замыкающей стороной Z (фиг. 2, 3) будемъ обозначать мы черезъ M_0. Моментъ, произведенный нагрузкой M, получается (фиг. 5) $\mu = M_1 + ax$, гдѣ a — реакція опоры A, произведенная моментомъ M_1.

Для опредѣленія реакціи a, возьмемъ сумму моментовъ по отношенію къ B, будемъ-

имѣть: $M_1 + al = M_2$, откуда

$$a = \frac{M_2 - M_1}{l},$$

поэтому $M = M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l} x = \frac{M_1(l-x)}{l} + \frac{M_2 x}{l}$

Это уравненіе показываетъ, что M изображается прямой линіей – ab – (фиг. 2), которой ординаты на опорахъ ($x=0$ и $x=l$) равны: $aa_1 = M_1$, $bb_1 = M_2$. Если полный моментъ какого-нибудь сѣченія S обозначимъ черезъ M, то $M = M_0 + M$, или

$$M = M_0 + M_1\left(\frac{l-x}{l}\right) + M_2 \frac{x}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Онъ изобразится, при положительныхъ M_1 и M_2, ординатой $S_3 S_2$ (фиг. 3), гдѣ $S_3 S_2 = M$; $S_1 S_2 = M_0$. На фиг. 3 представлена линія полныхъ моментовъ M при отрицательныхъ M_1 и M_2. Эта линія на фиг. 2 и 3 заштрихована.

Правило трехъ моментовъ.

Пусть 1–3 (черт. 103) балка, лежащая на трехъ опорахъ, находящихся на разной высотѣ, нагружена такимъ образомъ, что нагрузка производитъ на этихъ опорахъ моменты M_1, M_2 и M_3. Эта балка статически опредѣленная, такъ какъ она имѣетъ три неизвѣстныхъ: M_1, M_2 и M_3, а параллельныя силы даютъ только два уравненія равновѣсія. За добавочную величину примемъ моментъ M_2 и

обозначимъ черезъ φ_q уголъ (въ линейной единицѣ), на который повернулось сѣченіе 2, вслѣдствіе нагруженія. Для опредѣленія этой деформаціи, имѣемъ уравненіе:

$$\varphi_q = \int \frac{N m_q dx}{E \Omega} + \int \frac{M m_q dx}{E J};$$

Для нагрузки, перпендикулярной къ оси балки, $N = 0$, и такъ какъ по предположенію сѣченіе балки постоянно и матеріалъ ея однороденъ то E и J постоянныя величины и потому:

$$\varphi_q = \frac{1}{EJ} \int M m_q dx \ldots\ldots\ldots (2).$$

Здѣсь M означаетъ дѣйствительныя моменты данной балки, а m_q — моменты, произведенныя величиной $M_2 = 1$, т. е. парой $= 1$, приложенной къ сѣченію 2 такой балки, которая не имѣетъ добавочной величины ($M_2 = 0$) или что одно и то же, не имѣетъ опоры 2. Интегралъ (2) долженъ быть распространенъ на всю балку 1–3. Будемъ считать абсциссы для полета 1–2 отъ опоры 1, а для полета 2–3 отъ опоры 3. Обозначивъ черезъ r_1 и r_2 реакціи опоръ 1 и 3, произведенныя моментомъ $M_2 = 1$, получимъ изъ уравненія моментовъ относительно точки 2 (черт. 103, фиг. 2)

$$r_1 l_1 = 1,\ r_2 l_2 = 1,\ r_1 = \frac{1}{l_1},\ r_2 = \frac{1}{l_2}$$

Внутри пролета 1-2, т.е. отъ $x = 0$ до $x = l_1$

$$m_q = r_1 x = \frac{x}{l_1} \dots\dots\dots\dots (3),$$

а внутри пролета 2-3 ($x = 0$ до $x = l_2$)

$$m_q = r_2 x = \frac{x}{l_2} \dots\dots\dots\dots (3')$$

Линия моментовъ m_q имѣетъ построеніе вида треугольника $1_0 2_0 3_0$ (фиг. 3), котораго высота = =1 (такъ какъ $m_q = 1$, для $x = l_1$ и для $x = l_2$). По (1) для пролета 1-2:

$$M = M_0 + \frac{M_1 (l_1 - x)}{l_1} + M_2 \frac{x}{l_1} \dots\dots (4),$$

и аналогично для пролета l_2

$$M = M_0 + \frac{M_3 (l_2 - x)}{l_2} + M_2 \frac{x}{l_2} \dots\dots (4').$$

Подставивъ въ (2) значенія (3) и (4), получимъ:

$$\varepsilon J \varphi_q = \int_0^{l_1} \left(M_0 + M_1 \left(\frac{l_1 - x}{l_1}\right) + M_2 \frac{x}{l_1}\right) \frac{x}{l_1} dx + \int_0^{l_2} \left(M_0 + M_3 \frac{l_2 - x}{l_2} + M_2 \frac{x}{l_2}\right) \frac{x}{l_2} dx$$

$$\varepsilon J \varphi_q = \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} M_0 x dx + \frac{M_1}{l_1^2} \int_0^{l_1} (l_1 - x) x dx + \frac{M_2}{l_1^2} \int_0^{l_1} x^2 dx +$$
$$+ \frac{1}{l_2} \int_0^{l_2} M_0 x dx + \frac{M_3}{l_2^2} \int_0^{l_2} (l - x) x dx + \frac{M_2}{l_2^2} \int_0^{l_2} x^2 dx.$$

Обозначимъ $\int_0^{l_1} M_0 x dx$ — черезъ S_1; а $\int_0^{l_2} M_0 x dx$ — S_2.

и принявъ во вниманіе, что

$$\int_0^l (l - x) x dx = \frac{l^3}{6};\ \int_0^l x^2 dx = \frac{l^3}{3}.$$

будемъ имѣть

$$\varepsilon J \varphi_q = \frac{S_1}{l_1} + \frac{M_1 l_1}{6} + \frac{M_2 l_1}{3} + \frac{S_2}{l_2} + \frac{M_3 l_2}{6} + \frac{M_2 l_2}{3},$$

или

$$6 \varepsilon J \varphi_q - \frac{6 S_1}{l_1} - \frac{6 S_2}{l_2} = M_1 l_1 + 2 M_2 (l_2 + l_1) + M_3 l_2 \dots\dots (5)$$

Это уравнение называется правилом трех моментов или уравнением Клапейрона.

Так как мы разсматриваем очень малый прогиб балки, то для определения величины Z, на которую средняя опора (2) отстоит отъ прямой 1—3, соединяющей обѣ крайния опорныя точки 1 и 3, примемъ, что балка послѣ прогиба состоитъ изъ двухъ прямыхъ частей 1,2 и 2,3. Уголъ φ_q будетъ въ этомъ случаѣ = острому углу, образованному прямыми $\overline{12}_1$ и $\overline{23}$ и изъ чертежа 103 (фиг. 4) имѣемъ:

$$\varphi_q = \alpha + \beta.$$

Разсматривая Z какъ дугу, описанную радіусомъ l_1 и радіусомъ l_2, будемъ имѣть:

$$Z = l_1\alpha = l_2\beta, \text{ откуда}$$

$$\alpha = \frac{Z}{l_1}; \quad \beta = \frac{Z}{l_2}.$$

Слѣдовательно:

$$\varphi_q = \frac{Z}{l_1} + \frac{Z}{l_2} = Z\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2}.$$

Подставивъ это въ уравненіе (5), получимъ:

$$bEJZ\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2} - \frac{bS_1}{l_1} - \frac{bS_2}{l_2} = M_1 l_1 + 2M_2(l_1+l_2) + M_3 l_2 \quad \ldots (6)$$

Отнесемъ ~~опоры~~ высоты опорныхъ точекъ 1, 2 и 3 къ одной и той же горизонтали НН и обозначимъ разстояніе ихъ отъ этого горизонта

через $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, по черт. 103, фиг. 5

$$Z = \delta_2 - mn.$$

Проведемъ діагональ 1–3, пересѣкающую mn въ точкѣ p, получимъ легко:

$$mp = \frac{\delta_1}{l_2+l_1} \cdot l_2 \; ; \; np = \frac{\delta_3}{l_1+l_2} \cdot l$$

и слѣдовательно

$$Z = \delta_2 - mp - np = \delta_2 - \frac{\delta_1 l_2 + \delta_3 l_1}{l_1+l_2} \; ;$$

$$Z(l_1+l_2) = \delta_2 l_1 + \delta_2 l_2 - \delta_1 l_2 - \delta_3 l_1 .$$

или также:

$$Z\left(\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2}\right) = \frac{\delta_2 - \delta_1}{l_1} + \frac{\delta_2 - \delta_3}{l_2} .$$

Уравненіе (6) можно написать такъ:

$$bE\mathcal{J}\left[\frac{\delta_2-\delta_1}{l_1} + \frac{\delta_2-\delta_3}{l_2}\right] - \frac{b\delta_1}{l_1} - \frac{b\delta_2}{l_2} = M_1 l_1 + 2M_2(l_1+l_2) + M_2 l_2 \ldots (7).$$

Опредѣленіе величинъ S_1 и S_2.

Интегралъ $S = \int_0^l M_0 x\, dx$ можно разсматривать какъ статическій моментъ нагрузки, представленной линіей моментовъ M_0, взятый по отношенію къ той опорной вертикали, отъ которой считаются абсциссы x.

1) На балку лежитъ сосредоточенный грузъ G (черт. 104). Линія моментовъ имѣетъ въ этомъ случаѣ видъ треугольника CSd (черт. 104, фиг. 2), который продолженныя стороны отсѣкаютъ на опорныхъ вертикаляхъ отрѣзки $CC_1 = G.a$, $dd_1 = G.b$.

Моментъ этого треугольника по отношенію къ CC_1 = моменту треугольника cdC_1, уменьшенному на моментъ треугольника CSC_1, т. е.

$$S_1 = \varphi a \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{3} - \varphi a \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \varphi a \frac{l^2 - a^2}{6} \quad \ldots\ldots\ldots (8).$$

Такимъ же образомъ получимъ по отношенію къ dd_1

$$S_2 = \varphi b \frac{l^2 - b^2}{6} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8').$$

2) На балку лежитъ равномѣрная нагрузка p. Концы нагрузки отстоятъ отъ лѣвой опоры на разстояніяхъ λ_1 и λ_2 (черт. 104, фиг. 3), а отъ правой на разстоянія Π_1 и Π_2. Элементарному грузу $p\,d\zeta$ соотвѣтствуетъ по отношенію къ C, по (8)

$$dS = (p\,d\zeta) \cdot \frac{\zeta (l_0^2 - \zeta^2)}{6},$$

слѣдовательно

$$S_1 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dS = \frac{p}{6} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (l_1^2 - \zeta^2)\,\zeta\,d\zeta = p \frac{(\lambda_2^2 + \lambda_2\lambda_1 + \lambda_1^2)(2l_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^2)}{24} \quad \ldots (9).$$

и точно такъ же

$$S_2 = p \frac{(\Pi_2^2 + \Pi_1\Pi_2 + \Pi_1^2)(2l_2^2 - \Pi_2^2 - \Pi_1^2)}{24} \quad \ldots\ldots\ldots (9').$$

3) Полная равномѣрная нагрузка q (черт. 104, фиг. 4). Въ этомъ случаѣ $\lambda_1 = \Pi_1 = 0$; $\lambda_2 = \Pi_2 = l$ и изъ уравненія (9) получимъ:

$$S_1 + S_2 = \frac{q\,l^4}{24} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

4) Для балки, нагруженной всякимъ эпюрнымъ нагруженіемъ, будетъ (черт. 105):

$$S_1=\sum\frac{\mathfrak{G}a(l_1^2-a^2)}{b}+\frac{q_1 l^4}{24}+\frac{p(\lambda_2^2-\lambda_1^2)(2l_1^2-\lambda_2^2-\lambda_1^2)}{24}$$

и подставив эти значения в (5),

$$\mathcal{M}_1 l_1+2\mathcal{M}_2(l_1+l_2)+\mathcal{M}_3 l_2=b\mathfrak{J}\mathfrak{E}\varphi_q-\left\{\left[\sum\frac{\mathfrak{G}a(l_1^2-a^2)}{l_1}+\frac{q_1 l_1^3}{4}+\right.\right.$$
$$+p_1\frac{(\lambda_2^2-\lambda_1^2)(2l_1^2-\lambda_2^2-\lambda_1^2)}{4l_1}\Big]+\Big[\sum\frac{\mathfrak{G}b(l_2^2-b^2)}{l_2}+\frac{q_2 l_2^3}{4}+$$
$$\left.\left.+p_2\frac{(\pi_2^2-\pi_1^2)(2l_2^2-\pi_2^2-\pi_1^2)}{4l_2}\Big]\right\}\ldots\ldots(10').$$

Здесь $\varphi_q=\frac{z(l_1+l_2)}{(l_1+l_2)}=\frac{\delta_2-\delta_1^2}{l_1}+\frac{\delta_2-\delta_3}{l_2}\ldots\ldots(11)$

Обозначив для краткости

$$\left.\begin{array}{l}\sum_m\frac{\mathfrak{G}a(l_m^2-a^2)}{l_m}+\frac{q_m l_m^3}{4}+p_m\frac{(\lambda_2^2-\lambda_1^2)(2l_m^2-\lambda_2^2-\lambda_1^2)}{4l_m}\\ \sum_m\frac{\mathfrak{G}a(l_m^2-b^2)}{l_m}+\frac{q_m l_m^3}{4}+p_m\frac{(\pi_2^2-\pi_1^2)(2l_m^2-\pi_2^2-\pi_1^2)}{4l_m}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\ldots\text{через } A_m\\ \ldots(12)\\ \ldots\text{через } B_m\end{array}$$

и φ_q через γ_m, то уравнение (10) получит вид:

$$\mathcal{M}_1 l_1+2\mathcal{M}_2(l_1+l_2)+\mathcal{M}_3 l_2=b\mathfrak{E}\mathfrak{J}\gamma_m-A_1-B_q\ldots\ldots(13).$$

и воздух (черт. 10b)

$$\mathcal{M}_{m-1}l_m+2\mathcal{M}_m(l_m+l_{m+1})+\mathcal{M}_{m+1}l_{m+1}=b\mathfrak{E}\mathfrak{J}\gamma_m-A_m-B_{m+1}.$$

Применяя это уравнение по очереди к каждым двум смежным пролетам непрерывной балки OR (черт. 10b), расположенной на опорах 0, 1, 2... свободно, получим (принимая во внимание, что $\mathcal{M}_0=0$) систему уравнений для вычисления моментов на опорах:

$$\left.\begin{array}{l}m=1\ldots\ldots+2\mathcal{M}_1(l_1+l_2)+\mathcal{M}_2 l_2=b\mathfrak{E}\mathfrak{J}\gamma_1-A_1-B_2\\ m=2\ldots\ldots\mathcal{M}_1 l_2+2\mathcal{M}_2(l_2+l_3)+\mathcal{M}_3 l_3=b\mathfrak{E}\mathfrak{J}\gamma_2-A_2-B_3\\ m=3\ldots\ldots\mathcal{M}_2 l_3+2\mathcal{M}_3(l_3+l_4)+\mathcal{M}_3 l_4=b\mathfrak{E}\mathfrak{J}\gamma_3-A_3-B_4\end{array}\right\}\ldots(15).$$

и т. д., и т. д., и т. д.

Частные случаи.

1) Балка, загруженная одним концом, а другим расположенная свободно на опоре (черт. 107).

Такую балку можно рассматривать, расположенной на трех опорах, из которых два (0 и 1) бесконечно близки, так что их расстояние $l_1 = 0$.

По (14 и 15) получим, принимая во внимание, что

$$l_1 = 0,\ M_2 = 0 \text{ и } \varphi_1 = 0$$

$$2 M_2 l = -B, \text{ откуда } M_0 = -\frac{B}{2l}.$$

Положим, что балка нагружена полной равномерной нагрузкой q и грузами G_1 и G_2 (черт. 107, фиг. 1), тогда по (12)

$$B = \sum \frac{Gb(l^2 - b^2)}{l} + \frac{q \cdot l^3}{4} = \frac{G_1 b_1 (l^2 - b_1^2)}{l} + \frac{G_2 b_2 (l^2 - b_2^2)}{l} + \frac{q l^3}{4}$$

Если на балку положить один груз G (фиг. 3), то

$$B = \frac{Gb(l^2 - b^2)}{l} \text{ и тогда}$$

$$M_1 = -\frac{Gb(l^2 - b^2)}{2l^2}.$$

Чтобы получить реакцию опоры B, возьмем сумму моментов по отношению к A (фиг. 4)

$$Bl - Ga = M_1 = -\frac{Gb(l^2 - b^2)}{2l^2}$$

и так как $a = l - b$ (фиг. 3)

$$B = -\frac{Gb(l^2 - b^2)}{2l^2} + \frac{G(l-b)}{l} = \frac{G(l-b)}{2l^3}\left[2l^2 - b(l+b)\right].$$

$A = G - B$. ...(13). Моментъ въ $S = B.x$.

" " $t = Bx - G(x-b)$.

Если балка нагружена только полной равномѣрной нагрузкой, то

$$M_1 = -\frac{\frac{ql^3}{4}}{2l} = -\frac{Gl^2}{8} = -\frac{Ql}{8}\ ;\ \text{гдѣ } Q = ql.$$

Реакція B получается изъ условія

$$Bl - \frac{ql^2}{2} = M_2 = -\frac{ql^2}{8};\ B = \tfrac{3}{8}ql,\ A = \tfrac{5}{8}ql.$$

Когда опасный моментъ M_1 найденъ, то, чтобы получить линію моментовъ, строимъ для данной нагрузки (черт. 107, фиг. 5, b, 7) веревочный многоугольникъ (фиг. b), откладываемъ отъ A_1 въ отрицательную сторону $A_1A_0 = \frac{1}{h}M_1$, гдѣ h полюсное разстояніе, и соединяемъ A_0 съ B_1 прямой Z. Если черезъ Π провести $\Pi u \parallel A_0B_1$, то $\overline{Ou}$ = реакціи A — $\overline{u_1h} = B$

Для сѣченія S:

Моментъ $M_3 = h\,\overline{S_1S_2}$ и скалывающая сила $T_3 = u_2$, потому что сила u_2 отчислена лучами параллельными сторонамъ Z и C веревочнаго многоугольника, которые опредѣляютъ M_3.

Для сѣченія q:

$$M_q = -h \cdot \overline{q_1q_2} \cdot T_q = \overline{Ou} = A$$

Максимальный моментъ получимъ на опорѣ

А, такъ что

$$M_{max.} = M_1 = -k \cdot A_1 A_0 .$$

Кромѣ того получается наибольшій положительный моментъ на грузѣ G_3. Въ сѣченіи А опасность максимума не только моментъ М, но и срѣзывающая сила Т; для волоконъ этого сѣченія получаются поэтому одновременно большія б и Т; максимальное нормальное напряженіе въ этомъ мѣстѣ будетъ вальдстве того большее $б_1$, и оно равно:

$$k = \frac{m-1}{2m} б + \frac{m+1}{2m} \sqrt{б^2 + 4T^2}$$

и для желѣзныхъ балокъ ($m = 3$)

$$k_1 = \frac{б}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{б^2 + 4T^2}$$

Здѣсь $б = \frac{Mv}{J}$, $T = \frac{TS}{bJ}$.

2) Балка задѣлана обоими концами (черт. 108) Эту балку разсматриваемъ лежащей свободно на четырехъ опорахъ α, А, В и β, при чемъ воображаемыя опоры α и β принимаемъ безконечно близко къ А и В, такъ что длина $\alpha A = \beta B =$ безконечно мала, т. е. $= 0$. Моменты на опорахъ А и В обозначимъ черезъ M_1 и M_2. Уравненіе (15) принимаемъ для опоръ α, А, В, а затѣмъ для опоръ А, В и β получимъ:

$$0 + 2M_1(0+l) + 2Ml = A_2$$

$$M_1 l + 2M_2(l+0) + 0 = A_1, \text{ откуда}$$

$$M_1 = \frac{2A_2 - A_1}{3l} \; ; \; M_2 = \frac{2A_1 - A_2}{3l} \quad \ldots\ldots (1).$$

Положимъ, что на балку дѣйствуетъ сосредоточенный грузъ G. Тогда по (12)

$$A_1 = -\frac{Ga(l^2-a^2)}{l} \; ; \; A_2 = -\frac{Gb(l^2-b^2)}{l} \; ;$$

гдѣ $b = l - a$.

Подставивъ эти значенія въ (1), получимъ:

$$-3M_1 = \frac{G}{l^2}\left\{-a(l^2-a^2) + 2(l-a)\left[l^2-(l-a)^2\right]\right\} =$$

$$= \frac{G(l-a)}{l^2}\left[-a(l+a) + 2a(2l-a)\right] =$$

$$= \frac{3G(l-a)}{l^2} \cdot a(l-a),$$

слѣдовательно

$$M_1 = -\frac{Ga(l-a)^2}{l^2}$$

и такимъ же образомъ получимъ:

$$M_2 = -\frac{Gb(l-b)^2}{l^2} = -\frac{G(l-a)a^2}{l^2}.$$

Очевидно, что закрѣпленную балку можно разсматривать лежащей свободно на двухъ опорахъ, на которую кромѣ данной нагрузки дѣйствуютъ моменты M_1 и M_2 (фиг. 5). Если обозначимъ реакціи опоръ черезъ A и B и возьмемъ сумму моментовъ по отношенію къ точкѣ B, будемъ имѣть:

$$M_1 + Al - Gb = M_2 \quad \ldots\ldots (2), \text{ откуда}$$

$$A = \frac{M_2 - M_1}{l} + \frac{Gb}{l}.$$

$$A = \left[-\frac{G(l-a)a^2}{l^2} + \frac{Ga(l-a)^2}{l^2} + G(l-a) \right] \frac{1}{l} = \frac{G(l-a)^2(2a+l)}{l^3}.$$

Такъ какъ должно быть $A + B = G$, то

$$B = G - \frac{G(l-a)^2(2a+l)}{l^3} = \frac{Ga^2[3(l-2a)]}{l^3} = \frac{G(l-b)^2(2b+l)}{l^3}.$$

Моментъ въ сѣченіи между A и t:

$$M = M_1 + Ax = -\frac{Ga(l-a)^2}{l^2} + \frac{G(l-a)^2(2a+l)}{l^3} \cdot x =$$

$$= \frac{G(l-a)^2}{l} \left[-a + (2a+l)\frac{x}{l} \right],$$

а между t и B

$$M = M_2 + Bx = -\frac{Gb(l-b)^2}{l^2} + \frac{G(l-b)^2(2b+l)}{l^2} \cdot \frac{x}{l} =$$

$$= \frac{G(l-b)^2}{l} \left[-b + (2b+l)\frac{x}{l} \right].$$

Балка нагружена равномѣрно по всей длинѣ нагрузкой G.

Въ этомъ случаѣ $A_1 = A_2 = -\frac{ql^3}{4}$; и по (1)

$$M_1 = M_2 = \frac{A}{3l} = -\frac{ql^2}{12}.$$

Сумма моментовъ по отношенію къ точкѣ B

$$M_1 + Al - ql\frac{l}{2} = M_2, \text{ откуда}$$

$$A = q \cdot \frac{l}{2} = B.$$

Моментъ въ сѣченіи x

$$M = M_1 + Ax - qx\frac{x}{2} = -\frac{ql^2}{12} + \frac{q(l-x)}{2} \ldots (3).$$

Мѣсто максимальнаго момента получается изъ условія:

$$\frac{dM}{dx} = 0 = l - 2x, \text{ откуда } x = \frac{l}{2} \text{ и по (3)}$$

$$M_{max.} = \frac{ql^2}{24}.$$

Такъ какъ на опорахъ моментъ $= \frac{ql^2}{12}$, то

при полной равномерной нагрузке, опасныя сѣченія находятся въ мѣстахъ закрѣпленія. Когда опорные моменты вычислены, то слѣдующіе моменты получаются всего проще посредствомъ построенія веревочной линіи. На чертежѣ 108 фиг. 3 эта линія построена для грузовъ G_1, G_2 и G_3 обыкновеннымъ образомъ, затѣмъ отложено $A_1A_0 = \frac{M_1}{h}$, $B_1B_0 = \frac{M_2}{h}$ (гдѣ h полюсное разстояніе) и проведена замыкающая линія A_0B_0. Изъ чертежа получаемъ, что абсолютнаго maximum'а достигаетъ моментъ на опорѣ A, гдѣ

$$M = h \times A_0A_1.$$

3) Непрерывная балка на трехъ опорахъ, находящихся на одной высотѣ (черт. 109).

Такъ какъ моменты M_0 и $M_2 = 0$, то по правилу трехъ моментовъ, будетъ:

$$2M_1(l+l_1) = A_1 + B_2; \quad M_1 = \frac{A_1 + B_2}{2(l+l_1)} \quad \ldots\ldots (4).$$

Здѣсь A_1 и B_2 опредѣляются по (12) въ зависимости отъ способа нагрузки,

а) для сосредоточенныхъ грузовъ G_1, G_2, G_3 и G_4 (ф. 1)

$$A_1 = -\frac{G_1a_1(l^2-a_1^2) + G_2a_2(l^2-a_2^2)}{l},$$

$$B_2 = \frac{G_3b_3(l_1^2-b_3^2) + G_4b_4(l_1^2-b_4^2)}{l_1}$$

б) когда вся балка нагружена равномѣрно (ф. 2), то

$$A_1 = -\frac{ql^3}{14}, \quad B_2 = -\frac{ql_1^3}{14}.$$

c) первый пролетъ нагруженъ отъ тяжести и по опорамъ 1, равномѣрной нагрузкой q ($S_1 = x$, $S_2 = l$) (фиг. 3):

$$A_1 = \frac{q(l^2-x^2)(l^2-x^2)}{4l} = q\frac{(l^2-x^2)^2}{4l}; \quad B = 0.$$

Помощью этихъ значеній легко по уравненію (4) опредѣлить M_1 для всякой нагрузки.

4) Балка на четырехъ опорахъ (черт. 110). Моменты M_0 и M_3 равны 0, а для опредѣленія моментовъ M_1 и M_2 имѣемъ по (15): изъ пролетовъ $\overline{01}$ и $\overline{1,2}$:

$$2M_1(l_1+l_2) + M_2 l_2 = A_1 + B_2,$$

а изъ пролетовъ $\overline{1-2}$ и $\overline{2-3}$, имѣемъ:

$$2M_2(l_2+l_3) + M_1 l_2 = A_2 + B_3$$

Послѣдствомъ рѣшенія этихъ обоихъ уравненій получаемъ:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{2(l_2+l_3)(A_1+B_2) - l_2(A_2+B_3)}{4(l_1+l_2)(l_2+l_3) - l_2^2} \\ M_2 &= \frac{2(l_1+l_2)(A_2+B_3) - l_2(A_1+B_2)}{4(l_1+l_2)(l_2+l_3) - l_2^2} \end{aligned}\right\} \quad (5).$$

Величины A_1, A_2, B_2 и B_3 получаются для разныхъ нагрузокъ легко по (12).

Примѣръ: Балка нагружена равномѣрно: въ пролетѣ $\overline{0,1}$ – нагрузкой q_1, въ пролетѣ $\overline{1,2}$ – нагрузкой q_2, въ пролетѣ $\overline{2,3}$ – нагрузкой q_3. Всѣ три про-

лепта имѣютъ одинаковую длину l (т. е. $l_1 = l_2 = l_3 = l$).

Въ этомъ случаѣ:

$$A_1 = -\frac{q_1 l^3}{4}; \; A_2 = -\frac{q_2 l^3}{4} = B_2; \; B_3 = -\frac{q_3 l^3}{4}, \text{ по (5):}$$

$$M_1 = -\frac{4l\frac{l^3}{4}(q_1+q_2)+l\frac{l^3}{4}(q_2+q_3)}{15l^2} = -\frac{l^2}{60}(4q_1+3q_2-q_3),$$

$$M_2 = -\frac{4l\frac{l^3}{4}(q_2+q_3)+l\frac{l^3}{4}(q_1+q_2)}{15l^2} = -\frac{l^2}{60}(4q_3+3q_2-q_1).$$

Если $q_1 = q_2 = q_3$, то

$$M_1 = -\frac{ql^2}{10} = M_2.$$

Когда опорные моменты найдены, то всѣ прочія величины, какъ то: опорныя реакціи, слѣдующіе моменты и срѣзывающія силы, получаются легко по общему правилу. Такъ напримѣръ реакція R_0 опоры 0 получается изъ условія, что сумма моментовъ силъ, дѣйствующихъ слѣва опоры 1, взятыхъ по отношенію къ точкѣ 1, равняется M; слѣдовательно для нагрузки R_0 (фиг. 2) получится изъ уравненія

$$R_0 l - G_1 b_1 = M_1 \text{ и т. д.}$$

Прочіе получаются этимъ величинамъ непредставитъ построенія веревочныхъ многоугольниковъ, аналогично съ тѣмъ же построеніемъ, указаннымъ для шарнирной балки.

5) Балка, защѣпленная концами горизонтально въ стѣны и подпертая въ срединѣ (черт. 111). Вмѣсто данной балки 1, 2, 3 (фиг. 1) разсматрива-

имѣемъ балку $0,1,\overline{2,3,4}$ (фиг. 2), лежащую свободно на 5 опорахъ, которой крайніе (воображаемые) пролеты $\overline{0,1}$ и $\overline{1,4}$ очень малы, такъ что имѣемъ длина $-\lambda = 0$

Будемъ примѣнять „правило 3-хъ моментовъ" сначала къ пролетамъ $\overline{0,1}$ и $\overline{1,2}$, затѣмъ къ пролетамъ $\overline{1,2}$ и $\overline{2,3}$ и наконецъ къ пролетамъ $\overline{2,3}$ и $\overline{3,4}$; получимъ слѣдующія уравненія (показатели I и II относятся къ пролетамъ $\overline{1,2}$ и $\overline{2,3}$):

$$2M_1 l + M_2 l = \mathfrak{B}_{I},$$

$$M_1 l + 2M_2 (l+l) + M_3 l = \mathfrak{A}_{I} + \mathfrak{B}_{II}$$

$$M_2 l + 2M_3 l = \mathfrak{A}_{III}.$$

Величины $\mathfrak{A}_{I}, \mathfrak{A}_{II}, \mathfrak{B}_{I}$ и $\mathfrak{B}_{II}$ опредѣляются по (12) легко, когда нагрузка дана въ этихъ трехъ уравненіяхъ неизвѣстныя суть пока только M_1, M_2 и M_3

Задача. Въ механической мастерской подвѣшена балка длиною 8 mtr., задѣланная концами неподвижно въ кладку и подпертая въ срединѣ столбомъ. Опредѣлить максимальное напряженіе этой балки, если отъ вѣса потолка нагрузка = 2000 kg. на одинъ погонн. mtr., и при томъ отъ вѣса машинъ дѣйствуетъ въ одномъ пролетѣ грузъ = 800 kg. на разстояніи 2,4 mtr. отъ

стойка, а въ другомъ — грузъ = 1000 kg. на разстояніи трехъ mtr. отъ него?

Расчетъ клепаныхъ желѣзныхъ балокъ, подвергаемыхъ простому изгибу.

Въ простѣйшемъ видѣ такая балка состоитъ изъ вертикальнаго листа и 4-хъ угольниковъ, къ которымъ, въ случаѣ надобности, прикрѣпляются вверху и внизу полосы или лямели. Размѣры вертикальнаго листа и угольниковъ задаются въ зависимости отъ нѣкоторыхъ, практикой выработанныхъ, правилъ.

Если обозначимъ черезъ l длину балки въ metr-ахъ, δ — толщину стѣнки въ santmetr'ахъ, u — ширину полокъ угольниковъ въ santmetr'ахъ, h — высоту балки, то для мостовыхъ балокъ выгодны слѣдующія отношенія:

$h = \frac{1}{7} l$ до $\frac{1}{12} l$, среднимъ числомъ $h = \frac{1}{10} l$.

$\delta = 0{,}8 + 0{,}015 l$.

$u = 6 + 0{,}2 l$.

Этими данными вполнѣ опредѣленъ профиль безъ лямелей. Обозначимъ: черезъ J_0 моментъ инерціи этого профиля по отношенію къ горизонтальной оси $\bar{u}\bar{u}$, проходящей черезъ его

центръ тяжести (черт. 112) и черезъ

h_0 — высота его, с. т. высота стѣнки.

h — высота всего профиля; то получаемъ (смотр. черт):

$$J_0 = \frac{1}{12}\left(b_0 h_0^3 - 2c_1 f_1^3 - 2c_2 f_2^3\right),$$

b и b_0 означаютъ полезную ширину, за вычетомъ діаметровъ заклепокъ.

Моментъ сопротивленія этого профиля

$$W_0 = \frac{J_0}{\left(\frac{h_0}{2}\right)} = \frac{2J_0}{h_0}.$$

Полезную площадь f планокъ обозначимъ черезъ f (для каждаго пояса), ея моментъ инерціи по отношенію къ оси $UU =$

$$= i + 2f\left(\frac{h_0+d}{2}\right)^2,$$

гдѣ i — моментъ инерціи этой площади по отношенію къ горизонтальной оси, проходящей черезъ ея центръ тяжести.

Моментъ инерціи профиля ея съ планками (фиг. 2)

$$J = J_0 + i + 2f\left(\frac{h_0+d}{2}\right)^2 = J_0 + i + \frac{f}{2}\left(h_0^2 + 2h_0 d + d^2\right)$$

и пренебрегая очень малой величиной i и d^2,

$$J = J_0 + \frac{f}{2}\left[h_0\left(h_0 + 2d\right)\right] = J_0 + \frac{f}{2} h_0 h.$$

Моментъ сопротивленія полнаго сѣченія:

$$W = \frac{J}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{2J}{h} \text{ или } W = \frac{2J_0}{h} + f h_0;$$

Такъ какъ $kW = cM$, гдѣ k допускаемое напря-

жение, а M – сгибающій моментъ, то

$$\frac{M}{K} = \frac{2J_0}{h} + f h_0,$$

откуда, полезная площадь лапекъ одного пояса

$$f = \frac{M}{k h_0} - \frac{W_0}{h} = b\delta.$$

Такъ какъ $h = h_0 + 2\delta$, то для опредѣленія δ получаемъ квадратное уравненіе:

$$\delta^2 + \left(\frac{h_0}{2} - \frac{M}{b.K.h_0}\right)\delta = \frac{1}{2b}\left(\frac{M}{k} - W_0\right).$$

Когда двутавровая балка лежитъ свободно на двухъ опорахъ, то напряженія крайнихъ волоконъ можно принимать за идеальныя максимальныя напряженія.

Чтобы убѣдиться въ прочности стѣнки на срѣзываніе, слѣдуетъ провѣрить ея толщину δ' по формулѣ:

$$\tau_0 = 0{,}8\,k \geq \frac{QS}{\delta' J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

или съ достаточнымъ приближеніемъ

$$0{,}8\,k = \frac{Q}{\delta' h_1}, \text{ откуда}$$

$$\delta' = \frac{Q}{0{,}8\,k\,h_1} = \text{минимальная толщина стѣнки}.$$

Срѣзывающая сила Q достигаетъ maximum'а на опорахъ, поэтому провѣрка толщины δ' особенно необходима для крайнихъ сѣченій (k – допускаемое напряженіе желѣза при растяженіи).

Расчетъ заклепокъ стѣнки составной клепаной балки.

1) Соединеніе листовъ съ уголъниками.

Срѣзывающее усиліе въ плоскости mn (черт. 112), отнесенное къ единицѣ длины балки

$$T_0 \delta = T = \frac{QS}{J} \ldots\ldots (\alpha),$$

гдѣ S статическій моментъ площади сѣченія, заключенной между mn и крайнимъ волокномъ pq, т. е.

$$S = b\left(\frac{h-h_0}{2}\right)\left[\frac{h_0}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{h-h_0}{2}\right)\right] = b\left(\frac{h^2-h_0^2}{8}\right).$$

Пусть d діаметръ заклепки, k допускаемое напряженіе при срѣзываніи, то $k\cdot\frac{\pi d^2}{4}$ – сопротивленіе одной заклепки, а $n.k\frac{\pi d^2}{4}$ – сопротивленіе n заклепокъ. Если поэтому обозначимъ число заклепокъ на единицѣ длины черезъ n, то условіе прочности выразится такъ:

$$n.k.\frac{\pi d^2}{4} \geqq \frac{Qb\left(\frac{h^2-h_0^2}{8}\right)}{J} = T.$$

Такъ какъ въ каждомъ сѣченіи располагаются 2 заклепки, то каждый уголъникъ получитъ на единицѣ длины $\frac{n}{2}$ заклепокъ. Число заклепокъ (на единицѣ длины), соединяющихъ уголъники съ вертикальной стѣнкой, получается изъ уравненія:

$$n_1 k\frac{\pi d^2}{4} \geqq \frac{QS_1}{J} = T_1;$$

S_1 означаетъ статическій моментъ площади сѣченія, заключенной между крайнимъ волокномъ ff и прямой tt, проходящей черезъ центръ горизонтальной заклепки (на чертежѣ эта площадь заштрихована темнѣе). Такъ какъ эти заклепки срѣзываются въ двухъ сѣченіяхъ, то нужное число ихъ будетъ $=\frac{1}{2}n_1$.

Такъ какъ срѣзывающая сила Q для разныхъ сѣченій различна, то число заклепокъ въ разныхъ листахъ балки получается неодинаковое, но обыкновенно разницу дѣлаютъ заклепки по длинѣ равномѣрно въ такомъ числѣ, какое получается для сѣченія съ максимальнымъ Q_1 и при расчетѣ принимаютъ часто

$$\frac{QS}{J}=\frac{Q}{h},$$

и разницу дѣлаютъ заклепки такимъ образомъ, чтобы горизонтальныя заклепки находились въ срединѣ между вертикальными, т.е. дѣлаютъ $n=n_1$.

Примѣръ: Для сѣченія, изображеннаго на чертежѣ 114, получаемъ въ метрахъ:

$$J=0{,}0028754;\ W=\frac{J}{\left(\frac{h}{2}\right)}=0{,}0053899,$$

полагая длину $l=10$ mtr. и для растяженія $k=6$ kg. на □ mt., получаемъ по формулѣ: $kW=M=\frac{Gl}{8}$; $G=3000$ kg., какъ безопасную, равномѣрно распре-

дъленную нагрузку.

На опоръ $Q = \frac{G}{2} = 1500$, $T = \frac{QS}{J} = 9181\,kg$, $T_1 = 11505\,kg$. При $d = 0{,}015$ mtr. получаемъ $n = 10{,}39$ и $n_1 = 8{,}208$. Поэтому расположимъ на одномъ погонномъ метрѣ 9 горизонтальныхъ и 5 рядовъ вертикальныхъ заклепокъ. Заклепки получаютъ размѣщеніе (фиг. 2) т. е. послѣ каждыхъ двухъ горизонтальныхъ заклепокъ слѣдуетъ рядъ вертикальныхъ.

Чтобы убѣдиться въ прочности стыковки на срѣзываніе, провѣряемъ ее по формулѣ (1): получаемъ $T_0 = 2{,}35\,kg$. на □ mm., между тѣмъ какъ въ полкѣ безопасно можно допустить 5 kg. на 1 kв. mm.

2) Стыки вертикальной стѣнки.

Когда длина балки превышаетъ длину листовъ, то для образованія стѣнки прикладываютъ листы одинъ къ другому концами и стыкъ SS покрываютъ двумя накладками пп (черт. 115), которыя соединяются со стѣнкой заклепками. Толщина одной накладки = половинѣ толщины листа.

Заклепки располагаются симметрично какъ по отношенію къ стыку SS, такъ и по отношенію къ нейтральной оси NN, на которой оне-

видно не должно быть никакихъ заклепокъ (такъ какъ длина здѣсь остается неизмѣнной).

Пусть n – число горизонтальныхъ рядовъ заклепокъ, находящихся по одну сторону нейтральной оси $И И$, а n – число вертикальныхъ рядовъ по одну сторону стыка SS; число всѣхъ горизонтальныхъ рядовъ слѣдовательно будетъ $2n$, а вертикальныхъ – $2n$. Сѣченіе заклепки означимъ черезъ ω, каждая заклепка срѣзается въ двухъ сѣченіяхъ, а такъ какъ ея усиліе пропорціонально разстоянію v отъ нейтральной оси, то моментъ этого усилія пропорціоналенъ v^2, моментъ сопротивленія заклепокъ двухъ горизонтальныхъ рядовъ, расположенныхъ симметрично по отношенію къ оси $И И$ (такъ какъ число заклепокъ одного горизонтальнаго ряда $= 2n$);=

$$[(2\omega)v^2](2n)2 = 8n\omega v^2.$$

Такъ какъ разстояніе горизонтальныхъ рядовъ между собою $l = \frac{f}{2n}$, а разстояніе 1^го горизонтальнаго ряда, ближайшаго къ $И И = \frac{l}{2} = \frac{f}{4n}$, то

$$v_1 = \frac{f}{4n}; \quad v_2 = \frac{f}{4n} + l = \frac{3f}{4n}; \quad v_3 = \frac{5f}{4n}; \ldots\ldots v_n = \frac{2n-1}{4n} \cdot f,$$

поэтому и моментъ всѣхъ заклепокъ

$$Z = 8n\omega\Sigma v^2 = 8n\omega \frac{f^2}{16n^2}\left[1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2\right]$$

Заключенная въ скобки сумма $=\frac{1}{3}m(4m^2-1)$,

поэтому $$Z=\frac{n\omega f^2(4m^2-1)}{6m}.$$

Чтобы соединение не уменьшило сопротивления изгибу, должно Z = моменту инерции стыжки, которыи $=\frac{\delta' h_0^3}{12}$; слѣдовательно

$$\frac{n\omega f^2(4m^2-1)}{6m}=\frac{\delta' h_0^3}{12},$$

откуда

$$n=\frac{\delta'.m.h_0^3}{2\omega f^2(4m^2-1)}.$$

При этомъ принято, что допускаемое напряженіе заклепочнаго матеріала при срѣзываніи = допускаемому напряженію листа при разрывѣ. Если бы первое равнялось только $^4/_5$ послѣдняго, что было бы:

$$n=\frac{5}{8}\cdot\frac{\delta'.m.h_0^3}{\omega.f^2(4m^2-1)}.$$

Примѣръ: Для профиля черт. 114 дано:

$$h_0=0{,}7,\ f=0{,}7,\ \delta=0{,}008,\ d=0{,}015,$$
$$\omega=\frac{\pi d^2}{4}=0{,}0001767.$$

Числомъ m горизонтальныхъ рядовъ задается въ зависимости отъ величинъ d и f, принимая во вниманіе, что разстояніе l между центрами заклепокъ не должно быть менѣе $3d$, поэтому

$$m=\frac{f}{3d}=\frac{0{,}7}{0{,}015.3};$$

но если мы возьмемъ $m=6$, тогда

$$n=\frac{5}{8}\cdot\frac{0{,}008.3.0{,}86^3}{0{,}0001767.0{,}7^2(4.3^2-1)}=3{,}1,$$

т. е. n можно взять = 3, число вертикальныхъ рядовъ = b, а такъ какъ число горизонтальныхъ рядовъ тоже b, то число всѣхъ заклепокъ будетъ b × b = 3b, изъ которыхъ половина, т. е. 18, будутъ находиться справа и столько же слѣва отъ линіи SS.

Желѣзно-цементныя балки.

(Система Монье).

Бетонъ, подобно всѣмъ каменнымъ матеріаламъ, сопротивляется весьма хорошо давящимъ или сжимающимъ силамъ, но для растяженія его сопротивленіе крайне незначительно; среднимъ числомъ послѣднее въ 10 разъ менѣе перваго. Въ бетонной балкѣ напряженіе на сторонѣ растяженія достигаетъ вслѣдствіе того предѣльнаго значенія гораздо ранѣе, чѣмъ на сторонѣ сжатія; посредствомъ соотвѣтственнаго укрѣпленія растягиваемой стороны можно бы поэтому увеличить сопротивленіе такой балки въ 10 разъ и болѣе. По способу Монье эта цѣль достигается желѣзными отпрысками $S S_1$ (черт. 11b), помѣщенными въ бетонной массѣ вблизи крайнихъ растягиваемыхъ волоконъ. При изгибѣ такой балки бетонное волокно st, вслѣдствіе

большей кривизны желѣза, стремится удлинниться долѣе, чѣмъ прилипающее къ нему желѣзо, такъ что при отсутствіи сцѣпленія бетона съ желѣзомъ, желѣзный стержень имѣлъ бы видъ $S_1 S_2$, гдѣ $S_1 S_2 < St$. Такъ какъ первоначально конецъ S_1 стержня находился въ S, а конецъ S_2 — въ t, то слѣдуетъ, что во время изгиба происходило бы скольженіе стержня по бетону; но практика показываетъ, что такого скольженія нѣтъ, что слѣдовательно сцѣпленіе желѣза съ бетономъ превышаетъ срезывающія внутреннія силы и желѣзо и удлиняется на одинаковую величину. Если возьмемъ часть балки, заключенную между двумя безконечно близкими сѣченіями mn и pq, которыхъ разстояніе dx, удлинится на Δdx, и если обозначимъ черезъ E модуль упругости бетона, а черезъ E_1 — желѣза, то для бетона $\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{б}{E}$, а для желѣза $\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{б_1}{E_1}$, гдѣ $б$ напряженіе бетона, а $б_1$ — желѣза. Такъ какъ удлиненія одинаковы, то

$$\frac{б}{E} = \frac{б_1}{E_1}, \text{ откуда } \frac{E_1}{E} б = б_1, \text{ т. е.}$$

отношеніе $\frac{E_1}{E}$ измѣняется отъ 8–12; среднимъ числомъ для хорошаго Портландскаго цемен-

та $\frac{E_1}{E} = 10$, такъ что $б_1 = 10б$, т. е. напряженіе желѣза въ 10 разъ больше напряженія соприкасающагося съ нимъ бетона.

Положимъ, что балка состоитъ изъ одного бетона, то при изгибѣ сѣченіе mn (черт. 117) повернется около оси O, проходящей черезъ его центръ тяжести, и займетъ положеніе m_1n_1, при чемъ въ части nOn_1 будетъ растяженіе, а въ части mOm_1 — сжатіе. Положимъ теперь, что вблизи крайняго растянутаго волокна помѣщенъ желѣзный стержень rs; такъ какъ цементъ удлиняется больше желѣза, то онъ стремится удлинить стержень, но желѣзо сопротивляется этому дѣйствію и препятствуетъ цементу удлиниться на такую величину, на какую онъ удлинялся бы, если бы желѣза не было. Желѣзо слѣдовательно сжимаетъ цементъ нѣкоторой силой N, пропорціональной разности этихъ удлиненій. Такъ какъ эта сила дѣйствуетъ въ точкѣ H, то ея моментъ $M = Nf$ повернетъ сѣченіе m_1n_1 въ обратную сторону и оно займетъ положеніе m_2n_2, а сжимающая сила N переместится m_2n_2 параллельно самому себѣ въ M. Полное дѣйствіе будетъ точно такое,

какъ если бы сѣченіе повернулось не около оси O, но около оси V – укороченіе сжатой части уменьшится на $m_1 \mu$, а удлиненіе растянутой – на $n_1 \nu_1$, а пропорціонально тому уменьшится и напряженіе. Такъ какъ $\overline{n_1 \nu} > \overline{m_1 \mu}$, то уменьшеніе напряженія растяженія, какъ изъ чертежа видно, значительно больше, чѣмъ уменьшеніе напряженія сжатія, что для бетонныхъ балокъ очень выгодно. Изъ уясненнаго слѣдуетъ, что напряженіе растягиваемаго волокна, отстоящаго отъ оси центра тяжести на разстояніи V, составитъ:

1) изъ растяженія $n\overline{n_1} = \frac{m_1 V}{J}$, гдѣ m – моментъ внѣшнихъ силъ, и

2) изъ сжатія $n_1 n_2 + n_2 \nu$, произведеннаго силой N; и легко узнать что это напряженіе сжатія $= \frac{N}{\Omega} + \frac{M V}{J}$ (потому что $n_1 n_2 = \frac{M V}{J}$, а $n_2 \nu = \frac{N}{\Omega}$), Ω означаетъ площадь поперечнаго сѣченія балки, а J его моментъ инерціи.

Дѣйствительное напряженіе этого волокна слѣдовательно будетъ:

$$б = n\overline{n_1} - \left(\overline{n n_2} + n_2 \nu\right) = \frac{m_1 V}{J} - \left(\frac{N}{\Omega} + \frac{M V}{J}\right).$$

Представимъ себѣ бетонную балку (черт. 118), которой ширина b – на лицевой желѣзной

стержня увеличена въ $\frac{E_1}{E}$ разъ, такъ что $aa_1 = \frac{E_1}{E} b$.
Если δ - толщина d стержня сравнительно съ высотой h сѣченія очень мала, то можно принять, что напряженіе распредѣляется по площади полосы $aa_1 \delta_1 \delta$ равномѣрно, сопротивленіе волокна $a\delta_1$ будетъ поэтому въ $\frac{E_1}{E}$ разъ больше, чѣмъ волокна шириной b, такое увеличеніе замѣнимъ вполнѣ дѣйствіе желѣзнаго стержня, изъ чего слѣдуетъ, что балку Монье можно разсматривать какъ однородную бетонную балку, которой ширина на мѣстѣ желѣзныхъ стержней увеличена въ $\frac{E_1}{E}$ разъ. Но для однородной балки напряженіе опредѣляется изъ выраженія $\sigma = \frac{mv}{J}$, гдѣ m моментъ внѣшнихъ силъ, а v и J - разстояніе волокна и моментъ инерціи, взятые по отношенію къ оси H_1H, проходящей черезъ центръ тяжести O_1 (фиг. 2).

Пусть Ω площадь дѣйствительнаго сѣченія (фиг. 1), то площадь приведеннаго $= \Omega + r\omega$, гдѣ $r = \frac{E_1}{E}$, а ω - площадь всѣхъ стержней.

Для опредѣленія вертикальнаго разстоянія i - центровъ O_1 и O, возьмемъ статическіе моменты сѣченія (черт. 118) по отношенію къ H_1H:

$$(\Omega + r\omega) i = r\omega l, \text{ откуда}$$

$$i=\frac{r\omega}{\Omega+r\omega}\cdot l\,;\quad l_2=l-i=l-\frac{r\omega l}{\Omega+r\omega}=\frac{\Omega}{\Omega+r\omega}\cdot l.$$

Моментъ инерціи J приведеннаго сѣченія по отношенію къ оси U_1U_1 = моменту инерціи J_0 даннаго сѣченія (фиг. 1) по отношенію къ оси UU + произведеніе Ωi^2 + моментъ инерціи грунта $-d\delta_1$, по отношенію къ U_1U_1, т. е.

$$J=J_0+\Omega i^2+r\omega l_2^2,\text{ или}$$

$$J=J_0+\Omega\left(\frac{r\omega l}{\Omega+r\omega}\right)^2+r\omega\left(\frac{\Omega l}{\Omega+r\omega}\right)^2=J_0+\frac{\Omega r\omega l^2}{(\Omega+r\omega)^2}\left(r\omega+\Omega\right)=$$

$$=J_0+\frac{\Omega r\omega l^2}{\Omega+r\omega}.$$

Напряженія крайнихъ волоконъ получаются изъ уравненія волокна mn:

$$\sigma_1=-\frac{mi_1}{J}=-\frac{m(l_1+i)}{J}\,;$$

волокна $d\delta_1$:

$$\sigma_2=+\frac{mi_2}{J}=+\frac{m(l_2+i)}{J}.$$

Напряженіе желѣзнаго стержня $\sigma=\frac{r_1m}{J}l_2$, здѣсь m — моментъ внѣшнихъ силъ, который можетъ быть опредѣленъ аналитически или графически помощью веревочнаго многоугольника.

Сочлененныя системы.

Сочлененной системой называется система прямолинейныхъ брусьевъ, соединенныхъ между собою только на концахъ посредствомъ шарнировъ. Такія брусья называются [illegible],

а точки ихъ соединенія — узлами. Мы будемъ предполагать:

1) Оси всѣхъ стержней, выходящихъ изъ одного узла, пересѣкаются въ центрѣ его шарнира, называемаго узловой точкой.

2) Внѣшнія силы имѣютъ точки приложенія только въ узловыхъ точкахъ.

Очевидно, что при этихъ условіяхъ стержни могутъ испытывать только растяженіе или сжатіе; изгибъ можетъ производить только собственный вѣсъ стержней, но этимъ дѣйствіемъ, вслѣдствіе его незначительности, пренебрегаютъ.

Неизмѣняемую сочлененную систему можно себѣ представить, какъ систему матеріальныхъ точекъ, соединенныхъ между собою стержнями, такимъ образомъ, что ихъ относительныя разстоянія измѣняться не могутъ. Стержни, необходимые для неизмѣняемости системы называются нужными. Предположимъ, что всѣ точки системы находятся въ одной плоскости (черт. 120). Тогда точку 2 и 1 можно соединить только однимъ стержнемъ $\overline{1,2}$, прибавляя еще точку 3,,, ни для полученія неизмѣняя-

ной системы трех точек, должны соединить точку 3 съ 1 и 2 двумя стержнями или $\overline{3,1}$ и $\overline{3,2}$; точно также каждая слѣдующая точка, для неизмѣняемаго ея соединенія съ предыдущими, потребуетъ по крайней мѣрѣ по два стержня. Поэтому число нужныхъ стержней выразится такимъ образомъ:

$$S = 1 + 2(n-2) = 2n-3.$$

Посмотримъ, какое можетъ быть максимальное число стержней въ неизмѣняемой системѣ (черт. 121). Вторую точку съ первой мы можемъ соединить только однимъ стержнемъ, третью съ первой и со второй—2мя стержнями, четвертую съ первыми тремя—тремя стержнями.... наконецъ n-ную съ предыдущими $(n-1)$ точками—$(n-1)$ стержнями. Такимъ образомъ наибольшее число стержней для n точекъ, будетъ:

$$S_n = 1+2+3+\ldots\ldots+(n-1).$$

Это выраженіе представляетъ сумму членовъ ариѳметической прогрессіи, сумм. $S_n = \frac{n(n-1)}{2}$;

Лишніе стержни неизмѣняемой шарнирной системы называются добавочными. Наибольшее число ихъ, очевидно, выразится такъ:

$$d = S_n - S = \frac{n(n-1)}{2} - (2n-3).$$

Плоская система будет неизменяемой, когда ее стержни имеют такое расположение, что каждый узел соединен с системой остальных не менее чем двумя стержнями. Представленная на черт. 122 система имеет 8 узлов и 14 стержней.

Так как $2 \times 8 = 16$ и $16 - 3 = 13$, то она имеет на один стержень более чем необходимо для неизменяемой системы. Но если будет распределять стержни попарно между отдельными узлами, то увидим, что в четырехугольнике 2564 одна точка (напр. 5) прикреплена к системе предыдущим только одним стержнем и что после распределения два стержня (напр. a и b) останутся не принадлежащими ни к какому узлу. Эта система не имеет поэтому свойства неизменяемости, так как она вместо 13 имеет только 12 нужных стержней, оставшиеся два стержня a и b называются добавочными.

Действительно, если мы выделим один из четырехугольников 1234 или 5678 (черт. 123)

но очевидно одинъ изъ стержней будетъ добавочный и можетъ быть выброшенъ; какой стержень считать за добавочный зависитъ отъ насъ, такъ выкидывая одинъ изъ стержней на черт. мы одинаково получаемъ неизмѣняемую систему.

Въ неизмѣняемой системѣ относительное разстояніе между узловыми точками постоянно, но вся система можетъ двигаться въ плоскости. Чтобы закрѣпить неизмѣняемую систему, мы должны, какъ видно изъ черт. , прибавить 3 стержня, соединяющихъ ее съ какимъ нибудь неподвижнымъ основаніемъ; такимъ образомъ число всѣхъ нужныхъ стержней неподвижной неизмѣняемой системы=

$$= S_1 = (2n-3)+3 = 2n.$$

Деформація сочлененной системы.

Положимъ, что къ узламъ сочлененной неподвижной системы приложены силы такого рода, что напряженія, вызываемыя ими въ стержняхъ системы, не превышаютъ предѣла упругости. Подъ дѣйствіемъ этихъ силъ

длина каждаго стержня измѣнится на величину пропорціональную его напряженію, и первоначальная форма системы перейдетъ въ другую, соотвѣтствующую новымъ длинамъ ея стержней. При этомъ узлы, а слѣдовательно и концы стержней перемѣстятся на нѣкоторыя весьма малыя величины. Видъ системы послѣ деформаціи будетъ извѣстенъ, если будутъ извѣстны относительныя перемѣщенія узловъ. Пусть (черт. 124) стержень чS сочлененной системы АВ вслѣдствіе деформаціи, произведенной подъ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ, займетъ положеніе ч'S'. Выдѣлимъ его въ дальнѣйшемъ разсчетѣ въ этихъ двухъ соотвѣтственныхъ положеніяхъ и отнесемъ къ взаимно перпендикулярнымъ осямъ (x, y) (черт. 125).

Пусть x, y и x_1, y_1 – координаты точекъ ч и S, l – длина стержня чS, Ω – площадь его поперечнаго сѣченія, E – модуль упругости его матеріала, α и β – его углы съ осями Ox и Oy. Обозначимъ также перемѣщенія по направленію осей координатъ, для узла ч – черезъ ξ и η, а для узла S – ξ_1 и η_1; сопротивленіе стержня чS – черезъ N, измѣненіе его длины l черезъ λ, а его углы съ осями

координатъ посл^{ѣ} деформаціи черезъ $\alpha'\beta'$. По закону Гука имѣемъ:

$$N = E\Omega\frac{\lambda}{l}.$$

Если постоянное отношеніе $\frac{E\Omega}{l}$, зависящее отъ матеріала и размѣровъ стержня и независящее отъ дѣйствія внѣшнихъ силъ, обозначимъ для краткости черезъ C, то будемъ имѣть: $N = \lambda C$.

Слѣдовательно, чтобы опредѣлить сопротивленіе N стержня rS, надо опредѣлить его удлиненіе λ (которое можетъ быть положительно и отрицательно). Изъ треугольника rSt имѣемъ:

$$rS^2 = St^2 + tr^2; \text{ или}$$

$$l^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2;$$

дифференцируя, получаемъ:

$$2l\,dl = 2(x_1 - x)(dx_1 - dx) + 2(y_1 - y)(dy_1 - dy).$$

Распространяя результатъ, полученный для безконечно малыхъ величинъ dx, dy, dx_1, dy_1, на очень малыя величины $\xi\,\xi_1, \eta\,\eta_1$, имѣемъ:

$$2l\lambda = 2(x_1 - x)(\xi_1 - \xi) + 2(y_1 - y)(\eta_1 - \eta), \text{ откуда}$$

$$\lambda = \frac{x_1 - x}{l}(\xi_1 - \xi) + \frac{y_1 - y}{l}(\eta_1 - \eta), \text{ или}$$

$$\lambda = (\xi_1 - \xi)\cos.\alpha + (\eta_1 - \eta)\cos.\beta \ldots\ldots (1).$$

Собственно мы должны были выразить λ черезъ α_1 и β_1, но они такъ мало отличаются отъ

α и β, что мы можемъ свободно въ уравненіи (1) вмѣсто α_1 и β_1 ввести α и β.

Условія равновѣсія сочлененныхъ системъ.

Когда система, подверженная дѣйствію внѣшнихъ силъ, измѣнила свою форму и пришла въ состояніе покоя, при чемъ въ стержняхъ составляющихъ и произошли только упругія деформаціи, то совокупность внѣшнихъ силъ и внутреннихъ сопротивленій находятся въ состояніи равновѣсія.

Такъ, напримѣръ (черт. 12b), сила P_1, дѣйствующая на точку a, находится въ равновѣсіи съ сопротивленіями стержней a1, a2, a3, a4, выходящихъ изъ узла a. Если вырѣзать этотъ узелъ произвольнымъ сѣченіемъ I,I и сопротивленіе стержней замѣнимъ силами $N_1, N_2 N_3, N_4$, то въ состояніи равновѣсія узла ничего не измѣнится, изъ чего слѣдуетъ, что мы можемъ для данныхъ силъ $P_1 N_1 N_2 N_3 N_4$ написать условія равновѣсія (сумма проэкцій X и $Y = 0$).

Если обозначимъ черезъ α_1 и β_1 углы, образуемые сопротивленіемъ N_1 съ осями координатъ OX и OY; $\alpha_2 \beta_2$ — углы образуемые N_2 съ OX и OY ....., X и Y-

слагающія внѣшнихъ силы P, взятыя по направленію этихъ осей, то уравненія, выражающія вышеупомянутыя условія, будутъ:

$$X + N_1 \cos\alpha_1 + N_2 \cos\alpha_2 + N_3 \cos\alpha_3 + \ldots = 0 \text{ и}$$

$$Y + N_1 \cos\beta_1 + N_2 \cos\beta_2 + N_3 \cos\beta_3 + \ldots = 0,$$

или короче $X + \Sigma N \cos\alpha = 0$, $Y + \Sigma \cos\beta = 0$ . . . . . (2).

Каждая изъ Σ содержитъ столько членовъ, сколько отъ соотвѣтственнаго узла выходитъ стержней. Для каждаго узла можно составить 2 уравненія подобнаго вида; когда система имѣетъ n узловъ, то условія равновѣсія дадутъ 2n такихъ уравненій и они могутъ служить для опредѣленія неизвѣстныхъ сопротивленій стержней N.

Система называется статически опредѣленной, если, при данныхъ внѣшнихъ силахъ и извѣстной формѣ системы по наступленіи равновѣсія, сопротивленія всѣхъ ея стержней и опоръ могутъ быть опредѣлены. Въ противномъ случаѣ система называется статически неопредѣленной.

Если число стержней, составляющихъ систему, 3, а число ея опорныхъ стержней = 3, то въ случаѣ, когда форма равновѣсія [illegible]

въ уравненіяхъ (2) извѣстны углы $\alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \beta_2$), неизвѣстными въ уравненіяхъ (2) будутъ только сопротивленія N, число которыхъ, очевидно, равняется числу стержней $S+r$. Если число узловъ этой системы $= n$ и $S+r = 2n$, то она будетъ статически-опредѣленной.

Но исполненіе одного этого условія не достаточно для того, чтобы система была статически опредѣленной и необходимо, чтобы уравненія (2), число которыхъ $2n$, были такого рода, чтобы $S+r$ неизвѣстныхъ могли изъ нихъ быть опредѣлены.

Изслѣдованія показываютъ, что послѣднее условіе исполнено только тогда, когда система не имѣетъ ни одного добавочнаго стержня, т. е. не имѣетъ ни одного такого стержня, который могъ бы быть устраненъ, не нарушая той неизмѣняемости, которой обладала система предъ устраненіемъ его. Такъ какъ число <u>нужныхъ</u> стержней неподвижной неизмѣняемой системы (включая опорные стержни) $2n$, то слѣдуетъ, что закрѣпленная неизмѣняемая система, не имѣющая добавочныхъ стержней, всегда статически-

определённая.

Когда система при n узлах имеет менье чем 2n нужных стержней, то она не имеет свойства неизменяемости. Условія равновѣсія дают для такой системы 2n уравнений, число уравнений будет потому болье числа неизвѣстных сопротивлений стержней, которое = r+s. Остальные 2n-(r+s) уравнений должны удовлетворяться условиями положения, определяющими форму равновѣсія системы.

Расчет ферм.

При расчетѣ ферм для определения напряжения частей ея, дѣлаются слѣдующія предположения:

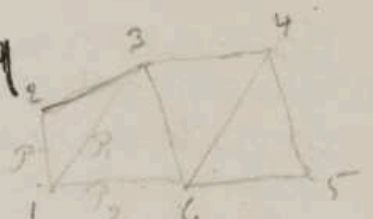
1) Ферма состоит изъ стержней, соединенных на концах своих шарнирным образомъ.

2). Внѣшния силы, дѣйствующія на ферму, лежат въ плоскости фермы и приложены только въ узлах (точках соединения стержней). Внутренния напряжения стержней фермы привод ятся въ этомъ случаѣ къ силам осевым, т. е. растягивающим или сжимающим.

Всѣ эти условія осуществляются болье или

менные въ американскихъ фермахъ, въ которыхъ для соединенія стержней въ узлахъ примѣняются болты, но при заклепочныхъ соединеніяхъ стержней, которыя примѣняются въ Европѣ, а отчасти въ Америкѣ, можно думать только о приблизительномъ осуществленіи ихъ.

Расчетъ фермъ по способу Риттера.



Пусть имѣется ферма, состоящая изъ треугольниковъ, на которую дѣйствуютъ силы P, P_1, P_2, Q, Q_1 въ узлахъ 1, 2, 3, 4, 5, 6. Прежде всего опредѣлимъ аналитическимъ или графическимъ способомъ (помощью веревочнаго многоугольника) сопротивленія силъ R_A и R_B. Чтобы получить напряженіе какого нибудь стержня, напримѣръ, $\overline{1,2}$, разсѣкаемъ ферму черезъ этотъ стержень, такимъ образомъ, чтобы кромѣ этого стержня были пересѣчены не болѣе двухъ стержней, которыхъ напряженія неизвѣстны; отбрасываемъ одну какую нибудь напримѣръ, лѣвую часть и замѣняемъ ея дѣйствіе на правую, оставленную въ этомъ случаѣ дѣйствіемъ силъ X, Y, Z, равныхъ сопротивленіямъ перерѣзанныхъ стержней. Внѣшнія

образомъ правую часть фермы, мы видимъ, что она находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ R_b, P, X, Y, Z, гдѣ P и R_b извѣстны. Аналитически условіе равновѣсія выражается тѣмъ, что сумма моментовъ дѣйствующихъ силъ относительно произвольной точки $=0$ и сумма ихъ проэкцій относительно двухъ не параллельныхъ между собою осей $=0$. Помощью этихъ условій мы получаемъ 3 уравненія изъ которыхъ можно опредѣлять три неизвѣстныхъ сопротивленія перерѣзанныхъ стержней X, Y, Z.

Но при составленіи равновѣсія силъ можно взять также три уравненія моментовъ относительно трехъ произвольныхъ точекъ; эти уравненія будутъ имѣть видъ:

$$aX + bY + cZ - M = 0,$$
$$a_1X + b_1Y + c_1Z - N = 0,$$
$$a_2X + b_2Y + c_2Z - K = 0,$$

гдѣ a, b, c – плечи силъ X, Y, Z относительно $1^{\text{й}}$ точки моментовъ, a_1, b_1, c_1 – то же относительно $2^{\text{й}}$ и a_2, b_2, c_2 – относительно $3^{\text{й}}$ точки моментовъ. M – моментъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на оставленную часть фермы (включая и опор-

мую рациональ, относительно 1 = точ
тов, N – 2 ой точки и K – третьей точки.

Для простоты вычислений профессоръ Ritter предложилъ брать за точку моментовъ точку пересѣченія двухъ неизвѣстныхъ силъ, тогда въ уравненіи моментовъ моменты этихъ неизвѣстныхъ силъ обращаются въ 0, и мы получимъ уравненіе, содержащее моментъ третьей неизвѣстной силы и моменты извѣстныхъ силъ; слѣдовательно мы получимъ уравненіе съ одной неизвѣстной, которое и можетъ быть опредѣлено.

Напримѣръ, въ нашемъ случаѣ, проведя сѣченіе I, I для опредѣленія силы X, беремъ сумму моментовъ относительно точки 4 пересѣченія Y и Z, при опредѣленіи Z – сумму относительно точки 1 – пересѣченія X и Y, при опредѣленіи Y сумму относительно точки m пересѣченія X и Z.

Проведемъ другое сѣченіе II, II, здѣсь по предыдущему можно найти напряженія X_1 Y_1, взявъ сумму моментовъ силъ относительно точекъ 2 и 5, но при опредѣленіи Z_1 мы должны бы были за начало моментовъ взять точку пересѣченія X_1 и Y_1, которые дѣйствуютъ вдоль стержней 3,2 и 6,4, на чертежѣ

принято, что направления X и Y параллельны и сонаправлены точка пересечения их находится в бесконечности. Здесь берется уравнение, выражающее условие, что сумма проекций сил на ось N'N перпендикулярную $\overline{3,2}$ и $\overline{5,4}=0$, проекции сил X_1 и Y_1 будут $=0$, получится уравнение с одним неизвестным Z.

Чтобы определить напряжения стержней X_2 и Y_2, проводим сечение III, III и отбрасываем правую часть фермы; здесь сечение пересекает только два стержня и для определения X_2 надо брать сумму моментов сил относительно какой нибудь точки n, находящейся на Y_2 и для определения Y_2 на X_2.

Для определения рода напряжения предполагаем сначала что все стержни фермы растягиваются и соответственно, чтобы различить напряжения рассматриваемого стержня силой, последняя должна действовать от узла. Определивши по вышеизложенному способу величину напряжения, мы его получаем или с + или с −, понятно, что знак + указывает, что данный стержень в действительности растягивается, знак же — указывает на то, что в

дѣйствительности имѣетъ мѣсто сжатіе. Въ первомъ случаѣ сила, дѣйствующая отъ отброшенной части стержня, направлена отъ узла; во второмъ же случаѣ къ узлу.

Расчетъ фермъ по способу Кремона.

Пусть имѣемъ ферму, представленную на черт. 128, на которую дѣйствуютъ силы P_1, P_2, P_3, P_5, P_6. Первоначально опредѣлимъ реакціи опоръ R_a и R_b, помощью веревочнаго многоугольника, для чего обозначимъ узлы фермы цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 въ непрерывномъ круговомъ порядкѣ, а стержни и напряженія ихъ будемъ обозначать буквами a, b, c, d, f, g, h, i, k, l и m; треугольники же, изъ которыхъ состоитъ ферма, по порядку цифрами $\overline{I}$, $\overline{II}$, $\overline{III}$, $\overline{IV}$ и $\overline{V}$ (Если бы въ узлахъ 0 и 4 также дѣйствовали силы, то онѣ бы уничтожались сопротивленіемъ опоръ и не оказывали бы никакого дѣйствія на ферму).

Для опредѣленія напряженія стержней по способу Кремона, дѣлаемъ слѣдующее построеніе, посредствомъ котораго величины напряженій получаются графически.

1) Строимъ многоугольникъ силъ (черт. 129), въ которомъ силы откладываемъ въ круговомъ порядкѣ,

т.е., взявши точку 0, откладываемъ вверхъ дѣйствующую въ узлѣ 1 силу $\overline{P_1} = \overline{1,1}$, затѣмъ $\overline{P_2} = \overline{2,2}$, далѣе $\overline{P_3} = \overline{3,3}$, далѣе $\overline{R_b} = \overline{4,4}$ (снизу вверхъ), затѣмъ $\overline{P_5} = \overline{5,5}$ и наконецъ $\overline{P_6} = \overline{6,6}$.

Такъ какъ силы $R_a, R_b, P_1, P_2 \ldots$, дѣйствующія на ферму, находятся въ равновѣсіи, то многоугольникъ силъ долженъ получиться замкнутый и конецъ силы $\overline{6,6}$ долженъ совпасть съ начальной точкой 0 (Каждую силу обозначаемъ цифрами ея узла, поставленными на ея концахъ, вслѣдствіе чего каждая точка многоугольника силъ будетъ обозначена двумя цифрами).

2) Проводимъ параллели всѣмъ наружнымъ стержнямъ фермы черезъ точки имъ одноименныя. Такъ черезъ точку 1,0 проводимъ прямую // стержню $\overline{1,0}$, т.е. стержню a и обозначимъ ее также a; черезъ точку 1,2 прямую // стержню $\overline{1,2}$; черезъ точку 2,3 прямую // $\overline{2,3}$ и т.д. Такимъ образомъ мы на чертежѣ 129 получимъ прямыя a, b, c, d, f, g, h.

3) Остается еще провести прямыя // внутреннимъ стержнямъ фермы. Для этого соблюдаемъ правило: на черт. 129 должны пересѣкаться въ одной точкѣ параллели тѣмъ тремъ стержнямъ,

которые на ч[illegible] образуют треугольникъ. Будемъ эти точки обозначать цифрами I, II, ..., соответственнаго треугольника. III-треугольникъ I образованъ a, h, i, поэтому черезъ точку пересѣченія направленій, имѣющихся у насъ a и h, должна проходить параллель i стержню i. Поэтому продолжаемъ a и h до пересѣченія въ точкѣ, которую по предыдущему обозначимъ цифрой I и черезъ точку I проведемъ прямую i // стержню i. Треугольникъ II составляется стержнями b, k, поэтому на черт. 129 обозначаемъ пересѣченіе направленій i и b цифрой II, и черезъ точку II проводимъ k параллельно стержню k. Далѣе треугольникъ III образованъ стержнями k, g, l, поэтому обозначаемъ точку пересѣченія k и g цифрой III, черезъ [illegible] III проводимъ l // стержню l. Треугольникъ IV образованъ стержнями l, c, m; обозначимъ поэтому точку пересѣченія l и c цифрой IV, и черезъ эту точку проводимъ m // стержню m. Изъ треугольника V мы видимъ, что стержни m, d, f должны пересѣчься въ точкѣ V (черт. 129), слѣдов. при правильномъ построеніи линія m, проведенная // стержню m черезъ точку IV должна образовать замкнутый многоугольникъ и пройти черезъ точ-

ку $\overline{V}$. Отрѣзки a, b, c, d, f, g, h, i, k, l, m дадутъ намъ напряженія соотвѣтствующія имъ стержней въ томъ же масштабѣ, въ которомъ мы строили силовой многоугольникъ.

Дѣйствительно, если въ данной фермѣ вообразимъ произвольный узелъ (напр. 1, см. черт. 129 А), то онъ находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силы P_1 и напряженій стержней a, i, b.

Эти силы должны образовать замкнутый многоугольникъ при чемъ сторона этого замкнутаго многоугольника въ фигурѣ Кремона слѣдуютъ въ томъ же порядкѣ, въ какомъ слѣдуютъ стержни въ узлѣ, т. е. послѣ силы P_1 по порядку слѣдуетъ сторона b, затѣмъ сторона i, затѣмъ сторона a. Изъ чертежа 129 легко видѣть, будутъ ли напряженія a, i, b дѣйствовать растягивающимъ или сжимающимъ образомъ; для этого надо поставить въ многоугольникѣ стрѣлки, обозначающія направленія силъ по правилу непрерывнаго движенія. Направленіе силы $\overline{1,2} = P_1$ извѣстно, она дѣйствуетъ внизъ и слѣдовательно надо поставить стрѣлку при вершинѣ 2. Затѣмъ (такъ какъ по условію равновѣсія многоугольникъ 1, 2, $\overline{II}$, $\overline{I}$, 1 долженъ быть непрерывнаго движенія) надо поставить

стержни, какъ указано на черт. 129. Отсюда слѣдуетъ, что если мы обозначимъ направленія a, b, i на черт. 129 и вокругъ соотвѣтственнаго узла, то они будутъ дѣйствовать по направленію къ узлу, слѣдоват. сжимающимъ образомъ, і же направлено отъ узла, т. е. будетъ дѣйствовать растягивающимъ образомъ.

Если мы выдѣлимъ узелъ 2, находящійся въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ P_2, c, l, k, b, то узлу 2 будетъ соотвѣтствовать многоугольникъ 2, 3, IV, III, II, 1, изъ котораго видно, что стержни c, l, k, b всѣ будутъ испытывать сжатіе.

Сущность вопроса не измѣнится, если въ нѣкоторыхъ узлахъ нѣтъ дѣйствующихъ силъ. На черт. 130 представлена треугольная ферма, въ узлахъ 1, и 2 которой дѣйствуютъ силы P_1 и P_2.

По предыдущему опредѣляемъ сопротивленія опоръ R_a и R_b, дѣйствующія въ узлахъ 0 и 4, и строимъ многоугольникъ силъ (черт. 131), откладывая по порядку $\overline{00}$ (вверхъ) $= R_a$ и $\overline{1,1} = P_1$, $\overline{2,2} = P_2$; въ узлѣ 3-емъ силы не дѣйствуетъ, значитъ $\overline{3,3}$ совпадаетъ съ конечной точкой 2-ой силы $P_2 = \overline{2,2}$; далѣе откладываемъ вверхъ $\overline{4,4} = R_b$, далѣе въ узлѣ 5 силы не дѣйствуетъ и $\overline{5,5}$ совпадаетъ съ точкой 4, и дол-

жна совпасть при условіи равновѣсія съ начальной точкой O. Далѣе строимъ многоугольникъ I, II, III, IV (Кремона).

Стропильныя фермы.

Силы, дѣйствующія на стропильную ферму (ея вѣсъ, вѣсъ крыши, давленіе вѣтра, снѣга и т. п.), распредѣляются по узламъ помощью переводовъ. Если на стержень mn дѣйствуютъ приложенныя между узлами силы P, P_1, P_2, P_3, P_4, то въ узлахъ m и n (черт. 132) разбиваются нѣкоторыя давленія, которыя всегда можно разложить на силы M и N, параллельныя равнодѣйствующей R, и на, совпадающія съ направленіемъ стержня, равныя между собою силы N. Силы M и N можно опредѣлить, разложивъ по общимъ правиламъ графостатики равнодѣйствующую R силъ P, P_1, P_2, P_3, P_4 на двѣ ей параллельныя и проходящія черезъ точки m и n. Разложивши такимъ образомъ всѣ силы, дѣйствующія между узлами, по узламъ фермы мы можемъ легко опредѣлить напряженія сжатія или растяженія N, для каждаго стержня фермы по способу Кремона.

Напряженіе въ любомъ сѣченіи A стержня m

будетъ слагаться изъ напряженія сжатія силой N и напряженія изгиба силами дѣйствующими между узлами. По извѣстной формулѣ сложная величина напряженія

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_z}{J}$$ (гдѣ Ω – поперечное сѣченіе стержня).

M, сгибающій моментъ, опредѣляется по силовому и веревочному многоугольникамъ (черт. 132); въ сѣченіи A

$$M_A = y.h.$$

Силы M, h и N не зависятъ отъ того, будетъ ли между узлами помѣщаться прямой стержень, или же какая нибудь болѣе сложная вспомогательная часть, напримѣръ фермочка, представленная на черт. 133 и употребляемая на практикѣ при разстояніи между узлами болѣе 5 mtr.

Здѣсь расчетъ будетъ производиться такъ же, какъ и въ предыдущемъ случаѣ: сперва, не обращая вниманія на вспомогательныя фермочки, распредѣляемъ всѣ дѣйствующія силы на узлы и опредѣляемъ напряженія N для стержней главной фермы. Затѣмъ выдѣляемъ отдѣльно вспомогательную фермочку, находящуюся подъ дѣйствіемъ силъ P, P_1, P_2, P_3, P_4 и по способу Кремона

опредѣленіемъ напряженія въ стержняхъ, при чемъ напряженія стержней me, ef, fg и gn будутъ слагаться окончательно такимъ образомъ:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{S}{\Omega} = \frac{S+N}{\Omega},$$

гдѣ N осевая сила всего стержня mn, получаемая изъ расчета по способу Риттера, для всей фермы, а S таковая же, для каждаго стержня вспомогательной фермы me, ef, fg, gn, совпадающаго съ направленіемъ mn.

На черт. 134 и 135 представлена извѣстная система стропилъ Полонсо; на черт. 136 та же система съ усиленіемъ панелей вспомогательными фермами при большихъ пролетахъ. Опредѣленіе напряженій стержней такой фермы выполняется указаннымъ выше способомъ. Разложивъ всѣ силы (черт. 137) по узламъ A, B, C, D, E, мы видимъ, что въ узлахъ B, C, D будутъ дѣйствовать силы $= \frac{P}{4}$, а въ узлахъ A, E силы $= \frac{3P}{8}$.

Опредѣливши реакціи опоръ, которыя въ нашемъ случаѣ будутъ $= \frac{P}{2}$ (половинѣ нагрузки стропилъ) и направлены вверхъ, мы можемъ мысленно отрѣзать отъ опоръ, замѣнивъ ихъ силами $= \frac{P}{2}$. Такъ какъ тогда въ узлахъ A и E будутъ дѣйствовать двѣ противоположныя силы: нагрузка въ

узлъ $= \frac{P}{8}$, направленная внизъ, и реакція опоры $= \frac{P}{2}$, направленная вверхъ, что окончательно силы дѣйствующія въ узлахъ A и E $= \frac{3}{8} P$, направлены вверхъ. Вырѣзавъ главную ферму ABCDEFG, обозначимъ узлы ея цифрами 0,1,2,3,4,5,6 (черт. 137), а стержни буквами a,b,c,d,e,f,g,h,i,k,l. и опредѣлимъ (черт. 138) напряженія ея стержней по извѣстному способу Кремона.

Вырѣзавъ затѣмъ вспомогательную ферму AMB и обозначивъ узлы ея цифрами 0,1,2,3,4,5,6,7 (черт. 139), примемъ для нея узлы 0 и 4 за опоры и опредѣлимъ реакціи въ нихъ.

Силы, дѣйствующія между узлами 0 и 4 въ узлахъ 1,2 и 3 $= \frac{P}{16}$, реакціи въ 0 и 4 $= \frac{3}{32} P$ и будутъ, очевидно, направлены вверхъ. Строимъ на этихъ силахъ (черт. 140) силовой многоугольникъ и многоугольникъ Кремона, которыми и опредѣляются напряженія стержней $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \tau, \mu, \varsigma, \vartheta, \xi, \eta, \varphi$ вспомогательной фермы.

Чтобы получить окончательно напряженіе какого нибудь стержня, совпадающаго съ направленіемъ AC или CE, наприм. mn (черт. 136), надо соотвѣтствующую силу N для всего стержня AB $=$ $= a$ сложить съ соотвѣтствующимъ напряженіемъ γ

вспомогательной фермы; слѣдовательно напряженіе стержня $mn = a + \gamma$. Аналогично напряженіе стержня $pq = b + \beta$.

Ферма обыкновенно закрѣпляется такимъ образомъ: одна изъ опоръ, напр. A (черт. 141), укрѣплена шарнирнымъ образомъ въ A, другая же B лежитъ на каткахъ. Въ этомъ случаѣ, если на ферму дѣйствуютъ какія нибудь наклонныя силы (напр. давленіе вѣтра), то опредѣленіе реакціи опоръ производится слѣдующимъ образомъ: дѣйствующія силы и реакціи опоръ должны уравновѣшиваться; дѣйствія силы вѣтра по предыдущему $= P_1$, направленіе реакціи опоры B вертикальное, обозначимъ неизвѣстную ея величину черезъ R_b, направленіе же и величина реакціи опоры R_a неизвѣстны.

Продолжимъ направленіе P и R_b до пересѣченія въ точкѣ O, тогда, при условіи равновѣсія, реакція опоры R_a должна пройти черезъ точку O (такъ какъ три силы, находящіяся въ равновѣсіи, пересѣкаются въ одной точкѣ). Теперь надо силу P разложить по двумъ направленіямъ $\parallel R_a$ и R_b, для чего строимъ статическій треугольникъ OMN, изъ котораго и получаемъ величины реакцій R_a и R_b.

Определение напряжений стержней фермы въ этомъ случаѣ легко получаются построеніемъ Кремона. Обозначивъ узлы цифрами 0,1,2..., будемъ (черт. 142) откладывать дѣйствующія силы по порядку. Отложимъ силу $\overline{P_a}$, дѣйствующую въ узлѣ $0=\overline{0,0}$, затѣмъ силу, дѣйствующую въ узлѣ $1=\overline{1,1}$ (равно и параллел. силѣ 10), далѣе въ узлахъ 2,3 силы не дѣйствуютъ; затѣмъ откладываемъ вверхъ силу $\overline{4,4}=P_b$, въ узлахъ 5, b силы не дѣйствуютъ. Очевидно, что конецъ силы $\overline{4,4}$ долженъ совпасть съ начальной точкой 0. Далѣе выполняемъ построеніе Кремона, опредѣляющее напряженіе всѣхъ стержней фермы a,b,c,d....

Если будемъ имѣть сложную ферму Полонсо, показанную на черт. 143, то напряженіе всѣхъ стержней такой фермы нельзя найти непосредственно по способу Кремона. Именно, дойдя до узла B или G, получимъ болѣе неизвѣстныхъ, чѣмъ можно найти этимъ способомъ, если дѣйствовать въ порядкѣ указанномъ ранѣе. Въ этомъ случаѣ опредѣленіе напряженій стержней производится двоякимъ образомъ:

1) Опредѣляемъ напряженіе стержня dF по способу Риттера. Для этого разсѣкаемъ ферму произволь-

ным сечением II, проходящим через узел C и пересекающим стержень gF, отбрасываем правую часть, заменяя ее действие на левую силами D и Z. Когда напряжение Z найдено, то можем левую часть фермы рассматривать отдельно, под действием сил Ra, P, D и Z и определим для нея напряжения стержней по способу Кремона.

2) Неизвестные Z и D могут быть найдены также из условия, что силы P, D, Ra и Z должны находиться в равновесии, следовательно равнодействующая Z и D должна уравновешивать равнодействующую силы Ra и P. Потому предположим, что правая ферма CB не нагружена продолжением направления Z до пересечения с направлением реакции B в точке O; легко видеть, что сила D также должна пройти через точку O. Раскладывая реакцию B по направлениям OC и OZ получим величины D и Z

2) Обозначим узлы фермы цифрами 0, 1, 2, 3, 4, ... и стержни левой половины фермы буквами a, b, c, d, (Чер. 144). Сначала (черт. 145) силовой многоугольник, откладывая силы по порядку, данным началом силовой многоугольник Кремона. Через точки (0,1) (1,2) (2,3) (3,4) проводим

параллели отверстия a, b, c, d, скрыли и обозначили их тыльными буквами a, b, c, d. Затем из точки 10, 11, 12 проводим 0I ∥ отверстиям или до пересечения ея с a в точке I. Далее по правилу Кремона из точки I проводим параллель отверстию 1 до пересечения ея с b в точке II; из II точки – II 2 до пересечения ея с в точке III: сами непосредственно мы не можем продолжать построение по способу Кремона; поэтому переходим к рассмотрению узла 3, в нем сходятся силы $\frac{12}{8}$ – сила напряжения и разность напряжений отверстий c и d, обозначим ее через c, d. $\overline{3,4}$ – представляет собою силу $\frac{10}{8}$, действующую в узле 3. Поэтому если мы из точки (3,4) проведем ∥ cd, а из (2,3) – ∥ 0, то получим по величине и напряжение M2 = v и 4M = разности c, d. Переходим больным к узлу 1,3; здесь действуют сила напряжения отверстия v (уже известная), силы M и разность сил α β. Строим по ним треугольник M2N для узла 13 и определяем из него напряжение отверстия N.

Найденную величину N переносим в положение III K, проводя из точки III ∥ – MN и откладывая

на нем величину $M\,N = a$. Из полученной точки N проведем $\underline{V}$ $\parallel t$ до пересечения с $\underline{\text{II}}$ в т. $\underline{\text{V}}$. Полученный отрезок t будет выражать напряжение стержня $\underline{\text{V}}$. Перенесем t в положение $\underline{\text{III}}$ и u в положение $\underline{\text{IV}}$, соответствующий последовательному порядку.

Теперь не трудно видеть, что приведенное построение справедливо: возьмем узел 2, напряжения стержней, выходящих из него будут b, c, u, t и s, сила, действующая на него $= \frac{P}{2} = 2\bar{2}$, все эти силы $2\bar{2}, b, c, u, t, s$ образуют замкнутый многоугольник, подобный $\underline{\text{I}}$, находясь в равновесии; поставив у $2\bar{2}$ стрелки, получим направление силы $\frac{P}{2}$, или на основании непрерывности движения можем определить направление сил b, c, u, t и s и узнать, испытывают-ли соответствующие стержни растяжение или сжатие.

Далее из чертежа ясно, что, если из точки $\underline{\text{V}}$ проведем параллель v до пересечения с d в точке $\underline{\text{VI}}$, то полученный отрезок $\underline{\text{VI}}$ будет $= 2M - v$. Далее, из точки $0,11$ проводим $\parallel$ стержню z; из тр-ка $\underline{\text{IV}}$ видно, что он образован стержнями u, t и β след., β надо провести $\parallel$ стержню β, из точки $\underline{\text{IV}}$ до пересечения с z в точке $\underline{\text{I}}$; тогда $\underline{\text{IV}}$ будет выражать напряжение стержня β. Чтобы определить напряжение стержня x надо из точки $\underline{\text{VI}}$ провести $\parallel x$ до пересечения с $\underline{\text{II}}$ в точке $\underline{\text{II}}$; $\underline{\text{II}}$ будет выражать напряжение стержня x; $\frac{P}{2}$

Составим из частей

ных правильности построения она должна совпасть
со β и пересечься с Z в точке J; тогда отрезок VI J
будет выражать направление стержня d. Далее направ-
ления стержней m и n будут соответственно
выразятся отрезками IO и IIIO. Рассмотренные
фермы с затяжками не дают горизонтального рас-
пора, т. к. он уничтожается затяжкой. В прак-
тике иногда применение затяжки неудобно, и тогда
употребляют систему шарнирных стержней,
дающих распор (черт. 146). Подвижной опоры в таких
фермах не имеется. Суть дела при расчете таких
ферм сводится к определению реакций опор, кото-
рое здесь и помещается. Сперва положим, что силы
действуют лишь на одну левую половину и сво-
дятся к равнодействующей R_1. При равновесии
она-равнодействующая (R_1) и реакции B_1 и A_1 должны
пересечься в O_1; след. соединив C. с R_1 и продолжив
до пересечения в O_1, мы определим направление реакции
A. Откинув правую часть фермы и заменив дей-
ствие ея на левую силою C, построим на данной силе
R и направлениях AO_1 и CO_1 треуг-ки равновесия, найдем
величины сил C и A. Поступив точно также для
правой половины, получим силы C, и B. Для всей фермы
реакции получились, сложив попарно силы C, и A, C и B;

тогда мы получимъ въ нашихъ сѣчен. 2 равныя силы R (черт. 17).

Мосты.

1. Балки желѣзныхъ мостовъ.

Балочный мостъ состоитъ изъ двухъ горизонтальныхъ балокъ A, лежащихъ на опорахъ (чер. 1). Балки эти связаны по ширинѣ поперечными балками B, кот. наз. переводами. На переводы прямо кладутъ полотно моста, по значительности разстоянія между ними; поэтому съ переводами соединяются продольныя балки, такъ наз. прогоны C. Сверху и снизу главныя балки обыкновенно соединяются поперечными связями S; чтобы дать большую устойчивость мосту, т. к. главныя балки при малой ширинѣ имѣютъ большую высоту и легко могли бы опрокинуться. Продольныя или горизонтальныя связи D должны дать большую жесткость для сопротивленія давленію вѣтра, такъ онъ иногда наз. вѣтровыми связями. Балки даютъ двутавровую форму, какъ самую выгодную въ смыслѣ распредѣленія матеріала при изгибѣ, или дѣлаютъ сплошными или сквозными. (Чер. 2). Верхняя и нижняя части сплошной балки наз. поясами, а средняя – стѣнкой. Если стѣнка рашетчатая (чер. 3, 4), состоящая изъ отдѣльныхъ стержней, то балка наз. ферменой,

внутренние — многораскосные фермы наз. раскосными, а, если они вертикальные — вертикальными, наклонные стержни фермы наз. диагональными. Точки пересечения раскосов с поясами наз. узлами фермы, а расстояние между двумя узлами — панелью. Смотря по расположению частей ферм, фермы могут быть отнесены к двум типам: к типу со вертикалями — решетчатые или голландские фермы, а к типу без вертикалей — раскосные фермы (чер. 3, 4). Решетчатая и раскосная система наз. однораскосная, если образующие решетку раскосы не пересекаются (чер. 5). Когда раскосы пересекаются, то ферма наз. многораскосной. Так на чер. 6 представлена двураскосная ферма, потому что решетка ея составлена из двух систем раскосов abcdef и $ab'c'd'e'f$; на чер. 7 представлен другой тип двураскосной фермы. Размер l (чер. 5) наз. длиной фермы, а размер h — высотой. Очевидно, что высота будет наивыгоднейшей тогда, когда при данной прочности потребуется наименьшее количество материала. Въ фермах съ прямолинейными параллельными поясами это условие выполнено при $h = \frac{1}{8} - \frac{1}{12} l$, а съ выпуклыми — при $h = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} l$.

2. Расчет однораскосных ферм.

а) Чтобы найти напряжение стержня d (черт. 8)

надо разрезать этот стержень сечением I, I так, чтобы ферма была разделена на 2 части, заменив предварительно опоры реакциями A и B. Отбрасываем одну часть, напр. правую и заменяем действие ея на левую часть силами, равными напряжениям разрезанных стержней W, D и N. Оставленная левая часть фермы находится в равновесии под действием сил внешних A, P_1 и P_2 и сил W, D и N. Силы A, P_1 и P_2 известны, чтобы определить силу N, равную напряжению стержня cd, возьмем сумму моментов всех сил, действующих на левую часть фермы, относительно точки b, в которой пересекаются 2 других разрезанных стержня ab и cb, и при условии равновесия приравняем ее нулю. Момент внешних сил, действующих на левую часть фермы, сил A, P_1, P_2 относительно точки b можно определить аналитически или графическим путем; назовем его M_b. Моменты сил W и D относительно точки b = 0, момент силы N есть N_n. Запишем равенство

$$M_b - N_n = 0, \text{ откуда } N = \frac{M_b}{n} \quad \text{---} \quad (1).$$

(Момент силы N по условию знаков моментов будет отрицательный). Удобно ввести в выражение (1) вместо

n длину отрезка 6', проведенного через 6 до пересечения со стержнем ав в точке 4, обозначим ее h_6. Тогда из чрт. 1 — $n = h_6 \cos\varphi$, и следов. $N = \frac{M_6}{h_6} \sec\varphi$.

Подобным же образом определяется напряжение стержня ав - w; именно, взяв сумму моментов относительно точки c: $Wp + M_c = 0$, (где M_c - момент внешних, действующих на левую часть фермы, сил относительно Т.С.) и можно выразить (аналогично n) через h_c - длину вертикали из точки с до встречи со стержнем ав, $p = h_c \cos\varphi$, откуда

$$w = -\frac{M_c}{p} = -\frac{M_c}{h_c} \sec\varphi \quad (II).$$

Из выражения (I) и (II) видно, что стержни верхнего пояса сжимаются (w - отрицательно), стержни же нижнего пояса растягиваются (N - положительно).

Чтобы определить напряжение внутреннего стержня 4, следует взять сумму моментов относительно точки t пересечения стержней ав и 04, но часто эта точка не находится на чертежном листе вследствие того, что угол между ав и 04 очень мал, а в некоторых случаях стержня 04 = 0. Тогда написанное условие равновесия в таком виде: (проекции всех сил на горизонталь):

$$w\cos\varphi + N'\cos\varphi + D\cos\alpha = 0, \text{ откуда}$$

$$Y = -\frac{W\cos\varphi + N'\cos\varphi}{\sin\alpha};$$

подставляя сюда выражения N' и N'' из равенств I) и II) получим:

$$D = -\left(-\frac{M_c}{h_c} + \frac{M_б}{h_c}\right)\operatorname{cosec}\alpha; \quad (\sin\alpha = 1, \operatorname{cosec}\alpha = 1).$$

$$D = +\left(\frac{M_c}{h_c} - \frac{M_б}{h}\right)\cos\alpha \quad (III).$$

Заменяем $M_б$ через M, M_c через M', $h_б$ через h'', h_c через h'. Тогда: $D = -\left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\cos\alpha$ (3)

Таким выражается напряжение диагонали, наклоненной влево, т. е. которой нижний конец идет влево. Для диагонали, наклоненной вправо условие равновесия напишется:

$$N_{св}\sin\alpha + N_{ст} - D\sin\alpha = 0, \text{ откуда}$$

$$D = +\left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\cos\alpha.$$

Вообще, след., $D = \pm\left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\cos\alpha$.

Если внутренний стержень св вертикальный, то $\alpha = 0$, $\sin\alpha = 0$, $\cos\operatorname{ec}\alpha = -\infty$. Поэтому для вертикалей формула (3) не годится. Выведем другое выражение, пригодное более общего случая возьмем внутренний стержень св не вертикальный, а наклонный. Возьмем сумму моментов всех сил, действующих на левую часть фермы относительно точки t. Момент внешней силы A, d, P_1 обозначим через M_t, плечо силы D относительно точки t обозначим через η. Тогда условие равновесия напишется

$$Dd + Mr = 0.$$

Назвав равнодействующую внешних сил, действующих на левую часть фермы (т.е. сил A, P_1 и P_2) через R, плечо ея через r, напишем:

$$Mr = -R_1 r.$$

(Момент будет отрицательный).

Тогда, след., можно написать:

$$+ Dd - R_1 r = 0, \text{ откуда } D = -\frac{R_1 r}{d} \quad \ldots \quad (a)$$

Продолжим r до пересечения со стержнем cb, в точке v и назовем длину tv через e. Угол r с d равен углу, составленному стержнем cb с вертик., т. е. $= \alpha$. Таким образом

$$d = e\cos\alpha; \quad r = e - \rho v$$

Момент $R_1 r$ будет: $R_1 r = R_1 (e - \rho v)$.

$R_1 r = R_1 e - R_1 \rho v = R_1 e - Mv$, (где Mv момент R_1 относительно точки v); $e = tv$ выразим подобным образом: $mv = e\,tg\alpha$; $vn = e\,tg\gamma$.

$mv + vn = hv$; $hv = e(tg\alpha + tg\gamma)$;

след. $R_1 r = \dfrac{R_1 ev}{tg\alpha + tg\gamma} - Mv$.

Подставивши величину $R_1 r$ и d в равенство (a):

$$D = -\left(\frac{R_1 ev}{d(tg\alpha + tg\gamma)} - \frac{Mv}{d}\right) \text{ и } D = -\left(\frac{R_1 ev}{e(tg\alpha + tg\gamma)}\sec\alpha - \frac{Mv}{e}\sec\alpha\right)$$

$$D = -\left[R_1 - \frac{Mv}{hv}(tg\alpha + tg\gamma)\right]\sec\alpha \quad \ldots\ldots (b).$$

Для нахождения усилия в диагонали cb, наклоненной влево, составляем уравнение, подобное вышеприведенному, где моменты берутся относительно точки n.

$+ D\delta - R_1 r = 0$ и окончательно

$$D = \pm \left[R_1 - \frac{M_v}{h_v} (tg\omega + tg\gamma) \right] \sec\alpha$$

Глыдовательно вообще

$$D = \pm \left[R_1 - \frac{M_v}{h_v} (tg\omega + tg\gamma) \right] \sec\alpha$$

Если точка приложения силы R_1 получится справа стержня, то моментъ $-R_1 r = R_1 (l + \varsigma v) = R_1 l + R_1 \varsigma v =$
$= R_1 l + M_v$, т.е., для діагоналей, наклоненныхъ вправо $D = -[\dots]$, а для діагоналей, наклоненныхъ влѣво, $D = +[\dots]$

Вообще, лучше вычислить абсолютную величину напряженія D по формулѣ, а знакъ его опредѣлить непосредственно, (разсматривая при графическомъ способѣ равновѣсія силъ каждаго узла, при условіи непрерывности движенія по многоугольнику силъ. Чтобы опредѣлить графически величины M' и M'', встрѣчающіяся въ формулы (I), (II) и (III), служащихъ для опредѣленія W, N и D:

$$W = -\frac{M''}{h''} \sec\omega \; ; \; N = \frac{M'}{h'} \sec\gamma \; ; \; D = \pm \left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'} \right) \sec\alpha$$

и не имѣть дѣла съ тригонометрическими величинами угловъ ω, γ и α, дѣлаемъ слѣдующее построеніе (черт. 9). Предположимъ, что нагрузка передается на верхніе узлы фермы; опредѣлимъ внѣшнія силы для каждаго узла и строимъ на нихъ силовой многоугольникъ (чер. 9а), помощью котораго опредѣляются реакціи опоръ R_a и R_b. Затѣмъ строимъ (чер. 9) веревочный многоугольникъ 0, 1, 2, 3, 4, изъ котораго видно,

что: $M' = H_y'$; $M'' = H_y''$.

Чтобы определить выражение: $-\frac{M''}{h''}\sec\omega$, построимъ

$$z = \frac{M''}{h''} = \frac{H_y''}{h''}$$

(построеніе видно на чер. 10.)

Замѣтимъ по катету z и острому углу ω построимъ прямоуг. треуг-къ — діагональ его и будетъ равна по абсолютной величинѣ W; такимъ же образомъ можно построить и величину N.

Для наклоннаго стержня bc будетъ имѣть:

$$D = \pm\left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\csc\alpha, \text{ слѣд.}$$

$$D = \pm\left(\frac{H_y''}{h''} - \frac{H_y'}{h'}\right)\csc\alpha =$$

$$= \pm H\left(\frac{y''}{h''} - \frac{y'}{h'}\right)\csc\alpha.$$

Это можно легко построить.

Для опредѣленія напряженія вертикальнаго стержня de мы имѣли выраженіе:

$$D' = \left[\frac{R}{R} - \frac{M_x}{h_v}\left(\operatorname{tg}\omega + \operatorname{tg}\gamma\right)\right]\sec\alpha$$

Величина R_1 есть равнодѣйствующая силъ слѣва сѣченія $\overline{II\,II}$, она опредѣляется на многоугольникѣ силъ; h_v въ этомъ случаѣ — длина вертикали $\overline{de}$, а $M_x = Hy_x$

Подставивъ эти величины, можно опредѣлить напряженіе D' вертикали. При рѣшеніи фермы мы полагали нагрузки, передаваемыя узлами фер-

ными постоянными и определенными. Такъ будетъ въ случаѣ постоянныхъ нагрузокъ g_1, g_2, g_3 и равномѣрной нагрузки p на dt, здѣсь мы можемъ на основаніи статики легко опредѣлить нагрузки въ узлахъ; въ случаѣ же подвижной нагрузки такія напряженія стержней фермы получаются при помощи инфлюентныхъ линій напряженій.

3) Инфлюентныя линіи напряженій для стержней фермы.

Чтобы получить инфлюентную линію напряженія для стержня dt, перемѣщаемъ по линіи CD, соединяющей, напр., съ верхними узлами фермы, грузъ $= 1$, опредѣляемъ для разныхъ положеній его производимое имъ въ стержнѣ dt напряженіе и откладываемъ это напряженіе, какъ ординату, вертикально подъ точкой приложенія груза. (чер. 11.) Для опредѣленія напряженій, находимъ опора реакціи A и B и изъ чер. получаемъ:

$$A = \frac{l-x}{l} \quad ; \quad B = \frac{x}{l}$$

Разрѣзаемъ ферму произвольнымъ сѣченіемъ II, проходящимъ черезъ разсматриваемый стержень dt на двѣ части и, отбросивъ одну изъ этихъ частей,

прилагаемъ къ оставшейся части условіе равновѣсія моментовъ, принявъ для простоты за точку моментовъ ту точку, въ которой пересѣкаются направленія двухъ другихъ стержней, разрѣзанныхъ сѣченіемъ II. Это сѣченіе слѣдуетъ потому проводить такимъ образомъ, чтобы кромѣ стержня dt было пересѣчено не болѣе двухъ стержней, напряженія которыхъ неизвѣстны. Всего лучше отбрасывать ту часть, на которой находится грузъ = 1; такъ, если грузъ находится на правой части, напр. въ $\underline{u}$, то отбрасываемъ правую часть (и наоборотъ); лѣвая часть находится въ этомъ случаѣ въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силы A и напряженій dt, mt и m'. Принявъ m за точку моментовъ и обозначивъ плечо силы A черезъ a, а силы N, т.е. напряженія стержня dt черезъ h, получимъ:

$$Aa + Nh = 0,$$

откуда, т.к. $A = \frac{l-x}{l}$, абсолютно:

$$N = \frac{l-x}{l} \cdot \frac{a}{h} = y \text{ ----- } (I),$$

гдѣ y – ордината инфлюентной линіи. Давая x различныя значенія, мы будемъ получать соотвѣтствующія величины y. слѣд., ур-ie (I)

представляетъ собою ур-іе инфлюэнтной линіи, и, такъ какъ оно первой степени, то и выражаетъ, какъ извѣстно, прямую линію. Это уравненіе дѣйствуетъ не только до тѣхъ поръ, пока на лѣвую часть кромѣ реакціи A не дѣйствуетъ никакой грузъ, предъ-ламъ его будетъ узелъ t (потому что, какъ скоро грузъ перейдетъ узелъ t и займетъ положеніе между d и t, то онъ будетъ производить въ лѣвой части нѣкоторое давленіе A на узелъ d, кот. можно легко опредѣлить и разсматривать, какъ внѣшнюю силу, дѣйствующую въ лѣвой части фермы. Можно-бы внести это выраженіе въ ур-іе моментовъ и составить такимъ образомъ ур-іе инфлюэнтной линіи между узлами d и t для разсматриваемаго стержня dt). Предположимъ, что грузъ перешелъ узелъ t и узелъ d и находится въ лѣвой части, гдѣ-нибудь между d и c, тогда на правой части фермы не будетъ никакого груза. Поэтому, отбросивъ лѣвую часть, получимъ для оной, дѣйствующимъ на правую, по отношенію къ точкѣ m - уравненіе:

$$-N_k + B_b = 0,$$

откуда, такъ какъ $B = \frac{x}{l}$, $k = b - a$, то

$$N = r\frac{l-a}{h}\cdot\frac{x}{l} \quad \text{(II)}$$

Это ур-ие действительно между узлами d и A, при $x=0$, $y=0$; оно определяет прямую ad, (фиг. a), которой ордината на левой опоре $=0$; эту линию будем называть линией L.

Если в ур-ии (I) $y = \frac{l-x}{l}\cdot\frac{a}{h}$ положить $x=l$, тогда $y=0$, и ур-ие инфлюентной линии между узлами t и B определяет прямую линию m^b (фиг. a). Эту прямую будем называть линией P. Когда груз находится между узлами d и t, то определять ур-ие инфлюентной линии между этими узлами нет надобности, так как мы уже знаем, что между узлами фермы инфлюентная линия есть прямая. Следовательно, надо для получения инфлюентной линии между узлами d и t последнюю точку линии L, соответствующей точке d, прямо соединить с последней точкой линии P, соответствующей точке t; назовем эту последнюю прямую линией S.

Таким образом видим, что инфлюентная линия какого-нибудь стержня всякой фермы прямая. Следовательно, построить ее через три прямые L, S и P, причем прямая S заключена между узлами, которыми

передается действіе подвижного груза ближайшимъ къ разрѣзу II фер.лы, а линіи $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ идутъ отъ этихъ узловъ до правой и лѣвой опоры.

Точка пересѣченія линій $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ опредѣляется изъ ур-ій I и II

$$\frac{l-x}{l} \cdot \frac{a}{h} = \frac{x}{l} \frac{(l-a)}{h}$$

откуда $x = a$, т.е., линіи $\mathcal{L}$ и $\mathcal{F}$ пересѣкаются на вертикали точки моментовъ m. *

Вертикальное разстояніе $= CC_1$ этихъ линій, взятое на разстояніи = плечу h отъ точки пересѣченія M, получается изъ уравненія $\frac{CC_1}{h} = \frac{\left(\frac{a}{h}\right)}{a}$, откуда $CC_1 = 1$.

Инфлюентную линію на основаніи этихъ свойствъ можно построить слѣдующимъ образомъ (фиг.a) Черезъ произвольную точку M, взятую на вертикали точки моментовъ m, проводимъ двѣ прямыя $\alpha\beta$ и $\lambda\nu$ такъ, чтобы ихъ вертикальное разстояніе, взятое на горизонтальномъ разстояніи h отъ M было $= 1$. Одну изъ этихъ линій обозначимъ буквою $\mathcal{L}$, другую буквою $\mathcal{F}$.

---

* Вертикальныя разстоянія $\alpha\alpha$ и $\beta\beta$ этихъ линій на вертикаляхъ опоръ A и B получаемъ, полагая $x = 0$, въ ур-іи $(\underline{I})$ --- $\alpha\alpha = \frac{a}{l}$ и полагая въ уравненіи $(\underline{II})$ $x = l$, получаемъ $\beta\beta = \frac{b}{l} = \frac{l-a}{l}$.

Проектируем на L левую опорную точку A и левый нагруженный узел d переходной панели dt; правую-всю опору B и правый нагруженный узел t проектируем на линию F.

Проекции a и b опор соединяем прямой ab, а проекции d_1 и t_1 узлов прямой d_1t_1. Инфлюентная линия есть четырехугольник ad_1t_1b и прямая ab – его ось абсцисс. По этому способу построена на черт. (11 в) инфлюентная линия для стержня dt; для чего проведено сечение II, точка моментов будет узел m. Через точку m, взятую на вертикали подъ m, проведены прямыя ab и $a_1\beta$ (изъ нихъ ab проведена горизонтально), такъ что $CC_1 = 1$, гдѣ CC_1 отложенъ отъ m на разстояніи h = плечу стержня dt. Прямая ab принята за линію L, а $a_1\beta$ за линію F. На L спроектированы точки A и d, на F – точки t и B. Линія $ad_1t_1\beta$ будетъ инфлюентная линія стержня dt при оси абсциссъ ab. Такъ какъ намъ важны только ординаты инфлюентной линіи, то, чтобы получить ось абсциссъ горизонтальной, отложено

$$tt_1 = t_2t_3$$

и соединяемъ t_2 съ b и d_2; тогда ad_2t_2b будетъ инфлюентная линія стержня dt при оси ab.

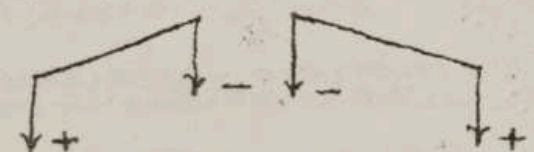
Въ этомъ нетрудно убѣдиться, такъ какъ соотвѣтствующія ординаты линій $ad_1t_1\beta$ при оси $\alpha\beta$ и $ad_2t_2\beta$ при оси ab равны.

Инфлюентная линія стержня di представлена на чер. (11с.). Разрѣзъ II II фермы черезъ этотъ стержень даетъ точку моментовъ m (см. справа чертежа). На перпендикулярѣ, проведенномъ черезъ точку m по предыдущему возьмемъ точку μ и черезъ нее проведемъ 2 прямыя $-\mu a$ и $\mu\alpha$ (изъ которыхъ $\mu\alpha$ горизонтальна), такъ что въ разстояніи h отъ $\mu - CC_1 = 1$. Точки A' и f спроектируемъ на $\mu\alpha$ въ точки α и f_1; точки B' и g спроектируемъ на μa въ точки β и g_1. Соединивъ g_1 съ f_1, получимъ инфлюентную линію стержня di въ видѣ линіи $\alpha f_1 g_1 \beta$ при оси $\alpha\beta$.

Отнесемъ теперь инфлюентную линію $\alpha f_1 g_1 \beta$ къ горизонтальной оси ab, для чего отложимъ $g_2 g_3 = g' g_1$.

Точка O, въ которой ордината инфлюентной линіи равна нулю, спроектируется въ O_1, и $f_1 f' = f_1 f_2$; слѣд. при оси ab инфлюентная линія стержня di будетъ $af_2 g_2 b$.

Относительно знаковъ мы въ предыдущемъ примѣрѣ можемъ замѣтить, что вся инфлюентная линія ad_2t_2b для стержня верхняго пояса будетъ отрицательна, такъ какъ извѣстно, что при всякой нагрузкѣ стержни верхняго пояса сжимаются. Въ случаѣ-же внутренняго наклон-

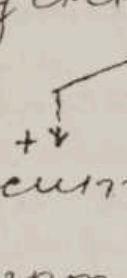
нало стержня d_1, если-бы мы определили напряжение его для каждаго положенія груза изъ уравненія инфлюентной линіи, которое можно составить для стержня d_1, наклоненнаго влѣво, лѣвую часть инфлюентной линіи df_2v, слѣдуетъ считать положительной, а правую $v_1 g_2 b$ — отрицательной; слѣд., стержень, наклоненный влѣво при положеніяхъ груза слѣва растягивается, а справа сжимается. Если-бы діагональ d_1 была-бы наклонена вправо, то, составивши уравненій инфлюентной линіи и построивши ее по вышеприведенному способу, мы увидѣли-бы, что въ этомъ случаѣ правая часть инфлюентной линіи будетъ положительна, а лѣвая отрицательна; слѣд., внутренній стержень, наклоненный вправо при положеніяхъ груза справа растягивается, а слѣва сжимается. Для памяти схематически это выражается такъ  Иногда точка моментовъ т лежитъ не помѣстится на чертежномъ листѣ, тогда построеніе инфлюентной линіи производится на основаніи слѣдующихъ соображеній. Проведемъ черезъ т (черт. 11) линію mv горизонтально до пересѣченія съ разсматриваемымъ стержнемъ d_1 въ точкѣ v, проводимъ черезъ v вертикаль до пересѣченія съ fm и im въ d и d' и обозначимъ dd' черезъ h. На разстояніи $= h$ проведемъ между fm и im вертикаль 99_1; $\angle tmv = \alpha$, и, слѣд., $vm = \frac{h}{\cos\alpha}$.

Из чертежа имеем $\frac{99_1}{cd_0} = \frac{\overline{vm}}{h} = \frac{h}{csa}$, откуда $99_1 = dd'csa = hcsa$. Если-бы прямыя fm и ik были приняты за линіи L и P, то было-бы $99_1 = 1$. Это свойство даетъ простой способъ для полученія инфлюентной линіи въ томъ случаѣ, когда точка моментовъ не получается на чертежномъ листѣ. На чер. 12 построена инфлюентная линія стержня ki, для чего ферма разрѣзана черезъ этотъ стержень сѣченіемъ KD. (Грузъ дѣйств. на нижнюю часть фермы) Такъ какъ прямыя qk и ik проходятъ черезъ точку моментовъ, то принимаемъ ихъ за линіи L и P, проектируемъ на L опорную точку A и нагруженный узелъ i, получаемъ точки α и i_1, а проекціи точекъ B и k на ik (т. е., на P) даютъ точки b и k_1; ab есть ось абсциссъ, а ki_1 – средняя линія S искомой инфлюентной линіи. Для опредѣленія единицы масштаба $1 = hcsa$ опредѣлена на разсматриваемомъ стержнѣ точка v, черезъ которую проведена вертикаль dd'; проекція этой вертикали на ki, т. е, длина $\delta\delta'$, на основаніи вышеуказаннаго $= 1$. Чтобы было возможно пользоваться для всѣхъ инфлюентныхъ линій фермы одними общими масштабомъ, полезно привести ординаты полученной такимъ образомъ инфлюентной линіи къ одному масштабу. На чер. 12 слѣва найдена приведенная къ общей единицѣ длина $\alpha\alpha_1$ ординаты $\alpha\alpha_1$ линіи L

для чего проведена через α произвольно линия $\alpha\bar{I}$ и на ней отложено $\alpha\bar{\Delta} = \bar{\delta}\bar{\delta}_1$, $\alpha\bar{I} = 1$

Точка Δ соединена с a и через $\bar{I}$ проведена $\bar{I}\alpha_1 \| \bar{\Delta}a$

На черт. (12 ъ.) сделано $\alpha_0\alpha_1 = \alpha\alpha_1$, точка O_1 спроектирована на $\alpha_0\beta_0$ въ O; α_1 соединяемъ съ β_0, получаемъ: на вертикали узла K точку k_1, проводимъ $k_1\alpha_1$ и затѣмъ $k_1\alpha_0$. Тогда $\alpha_0 i_1 k_1 \beta_0$ будетъ приведенная инфлюентная линія стержня hi.

Схема  показываетъ, что площадь $\alpha_0 i_1 O$ положительна, а площадь Ok_1b_0 — отрицательна.

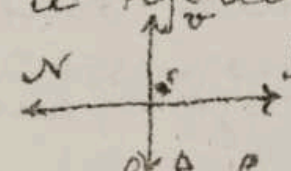
На черт. 13 построена по этому способу инфлюентная линія для вертикали dt (заключающей въ себѣ наклонный раскосъ  при ѣздѣ по низу.

Построеніе инфлюентной линіи упрощается въ случаѣ фермъ съ параллельными поясами. Тогда весьма удобно принять за единицу высоту фермы (h). Линіи δ и Δ въ этомъ случаѣ (черт. 14) — общія для всѣхъ внутреннихъ стержней и представляются поясами $\alpha\beta$ и $A\mathfrak{B}$, а потому ось абсциссъ $\alpha\mathfrak{B}$ (или $A\beta$) — общая. Опредѣлимъ инфлюентную линію вертикали mn (черт. 14а). Слѣдуя общему правилу, замѣчаемъ легко, что эта линія есть четыреугольникъ $\alpha mr\mathfrak{B}$ при оси $\alpha\mathfrak{B}$. На чр. 14а эта линія отнесена къ оси $a\mathfrak{v}$ (горизонтальной). Далѣе опредѣлимъ инфлюентную линію діагонали

тр (чер. 14ъ) Эта линія есть прямоугольникъ αтр B. единица длины ея будетъ длина pb (проекція вертикали на тр.) Для приведенія ея къ общей единицѣ h измѣненны ея ординаты въ отношеніи $pb : h$. Построеніе для этого видно справа на чер. 14:

$$B\Delta = pb \quad ; \quad BI = 1 = h \quad ; \quad \beta I \parallel \beta\Delta$$

Легко заключить, что $B\beta_1 = tp$. Затѣмъ на чер. 14в откладываемъ $b_1\beta_2 = B\beta_1$, проектируемъ на $a_1\beta_2$ точку n и на a_1b_1 точку o_1, проводимъ линію pr до встрѣчи съ вертикалью qr въ точкѣ p и точку p соединяемъ съ b_1. Линія a_1prb_1 будетъ ифлюентная линія діагонали tpr при оси a_1b_1. Чер. 14с представляетъ ифлюентную линію распора fq при ѣздѣ по низу. Построимъ теперь ифлюентную линію вертикали vs. Эта вертикаль отличается отъ другихъ тѣмъ, что ее невозможно перерѣзать такъ, чтобы звѣно разрѣзано не болѣе 3хъ стержней. Мы вырѣзаемъ поэтому узелъ S сѣченіями Em и прилагаемъ къ нимъ условіе проэкцій силъ



Положимъ что въ S дѣйствуетъ внѣшній грузъ Δ, тогда, взявъ сумму проекцій силъ по вертикальному направленію, получимъ: $v - \Delta = 0$, откуда $v = \Delta$. Если $\Delta = 0$, то и $v = 0$, т. е., что вертикаль испытываетъ напряженіе только тогда, когда ея узелъ S нагруженъ. Когда грузъ $= 1$

дъйствуетъ на самомъ узлѣ S, то $\Delta = 1$, и поэтому ордината инфлюентной линіи въ $S = 1$; когда грузъ находится слѣва узла p или справа узла f, то $b = 0$. Между узлами по общему правилу инфлюентная линія есть прямая линія. Такимъ образомъ получаемъ, что инфлюентная линія вертикалей есть треугольникъ pqf (чер. 141), котораго высота $qs = 1$. Точно такимъ образомъ получаемъ, вырѣзавъ узелъ B сѣченіемъ mn (чер. 14), что инфлюентная линія вертикали BB есть треуг-къ Bq,B. Стержни Ac и Bq не испытываютъ отъ вертикальной нагрузки никакихъ напряженій.

4 Опредѣленіе maximum'а и minimum'а напряженій стержней.

Когда на ферму дѣйствуетъ подвижная нагрузка, то прежде всего надо опредѣлить самое опасное положеніе этой нагрузки; оно, какъ было указано въ предыдущей статьѣ, опредѣляется при помощи инфлюентныхъ линій. Опредѣливши опасное положеніе нагрузки, можно получить непосредственно при помощи инфлюентной линіи напряженій maximum'альное напряженіе вызываемое ею въ разсматриваемомъ стержнѣ. Напишемъ, инфлюентная линія напряженій стержня S (чер. 15) будетъ A,x, CB, B, (прерывал. вдоль по верху)

Всякій грузъ, находящійся между О и В, производитъ положительное напряженіе, а находящійся между О и А, – отрицательное.

Если на ферму дѣйствуетъ система подвижныхъ грузовъ q_1, q_2, q_3, q_4, то, опредѣливъ положенія этихъ грузовъ, соотвѣтствующія положительному и отрицательному тахіальнымъ напряженіямъ N стержня S; самая величина N будетъ равняться суммѣ произведеній грузовъ на соотвѣтствующія ординаты инфлюентной линіи:

$$N = q_1 y_1 + q_2 y_2 + q_3 y_3 + q_4 y_4$$

Такимъ образомъ можно опредѣлить тахіт. положительныхъ напряженій $(\text{max} + N)$ и отрицательныхъ $(\text{тахіт} - N)$. Напряженіе отъ постоянной нагрузки (собственнаго вѣса фермы) можно опредѣлить аналогично при помощи той же инфлюентной линіи напряженій, причемъ вѣсъ фермы распредѣляется въ видѣ силъ, приложенныхъ къ узламъ фермы, назовемъ ихъ p. Тогда напряженіе стержня S отъ собственнаго вѣса фермы =

$$N = p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + \ldots$$

Предѣльныя напряженія, происходящія отъ совмѣстнаго дѣйствія постоянной и подвижной нагрузки будутъ:

1) $(\text{тахіт} + N) + N_0$, 2) $(\text{max} - N) + N_0$ 3) N_0.

(причем N_0 может иметь положительное и отрицательное значение).

Из этих трех значений нахитит будет то, которое абсолютно наибольше, а нитит та из оставшихся двух величин, которая ей нахит дает бо́льшую разность. Поясним это числен-ными примерами: пусть напряжение стержня нижнего пояса $N_0 = 400$ $(max + N) = 600$, $(min - N) = 30$. Окончательно получим: $N_0 = +400$, $N_0 + N_{max} = 400 + 600 = 1000$, $N_0 + N_{min} = 430$

$P_{max} = 1000$, разность $P_{max} - N_0 = 600$.

$P_{max} = (N_0 + N_{min}) = 570$.

$P_{min} = 400$. В случае стержня верх-него пояса, напр., имеем: $N_0 = -300$, $(max. + N) = -25$, $(max - N) = -500$; $N_0 + N_{max} = -325$; $N_0 + N_{mx} = -800$. Максимум -800. Разность $[-800 - (-25)] = -775$ и $[-800 - (-500)] = -300$, т. е., в случае диагонали $P_{min} = -25$. Для диагонали получим

$N_0 = -300$ $max + N = +600$ $max. - N = -900$.

Имеем: $N_0 + N_{mx} = +300$ $[N_0 + (max - N)] = -1200$; $N_0 = -300$.

След. $P_{max} = -1200$.

Разность! $[-1200 - (-300)] = -900$ и $[-1200 - 300] = -1500$, т. е. $P_{min} = +300$.

§ 5. Фермы.

По отношению положения раскосов можно разли-чать две главных системы ферм:

а) с равнобедренными треугольниками и

2) Ферма съ діагоналями и вертикалями.
Вторая система устраивается часто такъ, чтобы діагонали только растягивались и, слѣд., могли быть сдѣланы изъ полосового желѣза, вертикали-же сжимаются и устраиваются изъ углового желѣза. Для ясности положимъ, что діагонали составлены изъ веревокъ, т. е., что онѣ вовсе не могутъ выдерживать сжатія, вертикали-же изъ крѣпкихъ стержней (чер. 16.)
Для діагонали ав и кп графическая линія вліянія положительна, значитъ діагонали ав и кп при всякой нагрузкѣ будутъ растягиваться. Для всякой другой діагонали, напр. hl, на основаніи предъидущаго, если назовемъ ея напряженіе отъ постоянной нагрузки $+a$, положительный знакъ, напр., отъ подвижной нагрузки N_1, а отрицат. знакъ подвижной нагрузки $-N_2$, то предѣлы знак. будутъ: $N_{max} = N_1 + a$; $N_{min} = -N_2 + a$
Если N_{max} и N_{min} имѣютъ положительныя значенія, т. е., $N_2 < a$, то діагональ hl никогда не сжимается и тогда въ панели достаточна только одна діагональ; но если N_{min} получится отрицательно $= -c$, то на діагонали будетъ дѣйствовать и сжатіе, которому она вслѣдствіе своей гибкости (будучи по условію составлена изъ

простой полосы) сопротивляться не можетъ.
Проведемъ 2^го діагональ ік, тогда, разсматривая напряженія діагоналей hl и ік и называя ихъ D_p и D_e, при параллельныхъ поясахъ имѣемъ:
$D_p = \left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\operatorname{cosec}\alpha$, а $D_e = -\left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)\operatorname{cosec}\alpha$;
т.е., они равны по напряженію и обратны по знаку; слѣд., если ввести вторую діагональ ік, то, когда на первую hl будетъ дѣйствовать сжатіе, вслѣдствіе чего она, сокращая щъ полосы, будетъ безпрепятственно, въ то-же время вытягиваться.
Въ панели, имѣющей 2 діагонали, въ каждый данный моментъ будетъ дѣйствовать только одна изъ нихъ, сопротивляясь растяженіемъ. На чер. 16 d и l представляютъ индифферентныя линіи вправо и влѣво наклоненныхъ діагоналей hl и ік одной и той-же панели; мы видимъ, что онѣ обратны другъ другу, но по очертанію одинаковы. Въ діагоналяхъ, которыя растягиваются подъ дѣйствіемъ постоянной нагрузки, т.е, собственнаго вѣса, назыв. главными, а остальныя — контръ-діагоналями. На чер. 16 главныя діагонали сплошныя, контръ-діагонали начерчены пунктиромъ. Лучшій предѣлъ напряженія діагоналей такой фермы, т.е., N_{min} можно положить = 0, пр. что онѣ до

пъхъ поръ будетъ воспринимать сжатіе, производимое случайной нагрузкой, пока это сжатіе меньше напряженія, вызываемаго въ ней постоянной нагрузкой, и пока первое не сдѣлается равнымъ послѣднему, такъ что алгебраическая сумма этихъ напряженій станетъ равной 0. Но если дальнѣйшее увеличеніе сжимающей подвижной нагрузки, она еще нѣкоторое время будетъ сопротивляться, пор. что и полоса имѣетъ большее сопротивленіе сжатію въ діагонали; поэтому будетъ дѣйствовать и небольшое отрицательное напряженіе; въ виду незначительности котораго имъ можно для простоты расчета пренебречь и считать за $\min N=0$; $\max N$ для діагонали kl будетъ N_1+a, а для діагонали $ik = -(-N_2+a) = N_2-a$. Вторая разность больше 0, слѣд., ik дѣйствительно разгружается, ибо, по предыдущему, если-бы a было $> N_2$ то въ этой діагонали вовсе-бы не требовалось. Слѣд., окончательно предѣльныя напряженія будутъ для діагонали kl - $\max N = N_1+a$, $\min N = 0$, для діагонали ik - $\max N = N_2-a$, $\min N = 0$.

6. Фермы параллельныя.

Онѣ бываютъ равнобедренныя (чер. 17а) и прямоугольныя (чер. 17в). Кромѣ вертикали могутъ отсутствовать (чер. 17г и 17е.) Для уменьшенія

бъка фермы съ параллельными поясами Кеф-линъ оканчиваетъ верхній поясъ наклонными прямыми (черт. 18), ферма такого вида больше подходитъ къ балкѣ равнаго сопротивленія, чѣмъ обыкновенныя фермы параллельныя.

§ 7. Параболическія фермы.

Построимъ ферму въ которой напряженія діагоналей отъ полной равномѣрной нагрузки = 0. Назовемъ эту нагрузку на единицу длины черезъ q. Тогда полная нагрузка на всѣ длину = $q.l$. Реакція опоръ въ этомъ случаѣ = $\frac{ql}{2}$ (чер. 19).

Напряженіе стержня D опредѣлимъ, разсѣкая ферму произвольнымъ сѣченіемъ; тогда напряженіе діагонали $D = \left(\frac{M_2}{h_2} - \frac{M_1}{h_1}\right) \sec\alpha$ ..... (1)

здѣсь M_2 — моментъ реакціи опоры A_1 и нагрузки лѣвой части фермы относительно точки 2; M_1 — моментъ реакціи опоры A и нагрузки лѣвой части фермы слѣва точки 1 относительно точки 1.

$$M_1 = \frac{ql}{2}x - qx\cdot\frac{x}{2} = \frac{qx(l-x)}{2}$$

Чтобы напряженіе $D = 0$ — разность въ скобкахъ $\frac{M_2}{h_2} - \frac{M_1}{h_1} = 0$, откуда $\frac{M_2}{h_2} = \frac{M_1}{h_1}$; слѣд., отношеніе $\frac{M}{h}$ = постоянной величинѣ (такъ какъ по условію напряженіе всѣхъ діагоналей $D \neq 0$).

Для средины фермы въ точкѣ m_2 — $x = \frac{l}{2}$ и $M_2 = \frac{ql^2}{8}$. Назвавъ высоту фермы въ точкѣ 1 черезъ h_1, а въ точкѣ 2 (средина фермы) черезъ h_2

$\left(h_0 = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} l\right)$, имѣемъ:

$$\frac{q x (l-x)}{2h} = \frac{q l^2}{8 h_0} \quad ; \quad h = \frac{4 h_0}{l^2} x (l-x) \cdots\cdots (2)$$

"Вотъ связь между высотами h и ихъ разстояніемъ x отъ левой опоры A; это есть ур-ie параболы съ вертикальной осью, отнесенной къ лѣвой опорѣ A, какъ къ началу координатъ. Поэтому въ параболическихъ фермахъ діагонали при дѣйствіи одного собственнаго вѣса не испытываютъ никакого напряженія. При расчетѣ параболической фермы прежде всего выбираютъ высоту, въ средней въ зависимости отъ пролета l; разстояніе между панелями опредѣляется изъ условія, чтобы наклонъ діагоналей былъ около 45°.

Высоту h каждой вертикали легко опредѣлить по формулѣ (2). Предѣльныя напряженія главной діагонали по предыдущему: $+a$, $-N_1 + a$ и $-N_2 + a$, но a для параболическихъ фермъ (напряженіе отъ собственнаго вѣса) $= 0$, поэтому предѣлы будутъ $+N_1$ и $-N_2$ и это для всѣхъ діагоналей; каждая діагональ будетъ, слѣдовательно, растягиваться и сжиматься. Если эти діагонали испытываютъ изъ просвѣтъ полосъ, то онѣ не имѣютъ для сжатія достаточной жесткости, и тогда нужно помѣстить въ каждой панели 2 діагонали, при чемъ предѣльныя напряженія одной

чуть них будутъ N_1 и 0, а для другой N_2 и 0.
Параболическую ферму можно построить такжe графически и при этомъ слѣдуетъ различать 2 случая: въ первомъ случаѣ число панелей четное = 2n, тогда вертикаль h проходитъ посрединѣ фермы (чер. 20) Раздѣлимъ длину на равныя части, высоту на столько-же равныхъ частей и соединимъ ихъ, какъ указано на чертежѣ.
Во второмъ случаѣ число панелей нечетное (чер 21.) Дѣлимъ ∠ на равныя части, ихъ число, положимъ = 4, а высоту h дѣлимъ сверху внизъ въ отношеніи 1:2:3:4, получимъ точки 0, 1, 3, 6, 10, черезъ которыя проводимъ параллели оси x до встрѣчи съ соотвѣтственными ординатами въ точкахъ a, b, c, d. Точки a, b, c, d будутъ принадлежать исколомую очертанію параболическаго пояса. Параболическія фермы могутъ быть устроены также съ раздой по срединѣ (чер. 22) и по-верху (чер. 23.) Главный недостатокъ параболическихъ фермъ состоитъ въ томъ, что въ каждой панели необходимо устроить по 2 діагонали.

2. Полупараболическія фермы.

Когда высота параболической фермы на опорахъ не равна нулю, то ее наз. полупараболической. (чер. 24.)

Высота h_a на опорах прогиб-ка, стрелка выгиба $f = h_0 - h_a$, где h_0 – высота фермы в средине. $\left(h_0 = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} l\right)$

Один пояс параболический, а другой может быть параболическим или прямолинейным. Фермы по своим свойствам занимают средину между параллельными и параболическими: они имеют (как и параллельные) по краям панели, в которых диагонали только работают, т.е., в которых можно устроить только по одной диагонали, но число таких панелей в полупараболической ферме бывает менее, чем в параллельной, и это уменьшение тем меньше высота h_a фермы над опорами.

Построение кривой линии пояса, т.е., определение величины h производится точно таким образом, как для параболической фермы. Высота фермы в каждом узле будет $h_1 = h + h_a$. На чер. (24) показана ферма для езды по низу, на чер. (25) ферма для езды по верху. Полупараболические фермы могут при достаточной высоте h_a быть соединены поперечными связями даже на самых концах фермы.

§9. Гиперболические фермы (Мюллера)

Параболические фермы применяются

панели по диагонали. Швейлеръ задался цѣлью устроить фермѣ, въ панеляхъ которой не пересѣкались бы болѣе одной цѣлой діагонали, и получилъ очертанія выпуклаго пояса въ видѣ двухъ симметрическихъ гиперболъ (чер. 26). Возьмемъ въ такой фермѣ діагональ D_1, по условію максимальное отрицательное напряженіе отъ дѣйствія постоянной и перемѣнной временной нагрузки = 0. Мы знаемъ, что напряженіе діагонали выражается такъ: $D = \left(\frac{M_x}{h_2} - \frac{M_b}{h_1}\right) \sec \alpha$, оно по условію = 0, а если мы назовемъ моменты внѣшнихъ силъ по отношенію къ нижнему (правому) и верхнему (лѣвому) концу діагонали D_1, произведенные постоянной нагрузкой и случайной, соотвѣтствующей отрицательному максимальному напряженію діагонали D_1 — черезъ M_2 и M_1, то ферма Швейлера будетъ:

$$\frac{M_2}{h_2} - \frac{M_1}{h_1} = 0 \quad (\text{при этомъ } \min D = 0)$$

или отсюда:

$$h_1 = h_2 \frac{M_1}{M_2} \text{ ---- (I.)}$$

Моменты M_1 и M_2 составятся, какъ было указано изъ m_1 и m_2 — моментовъ отъ постоянной равномѣрной нагрузки (вѣса фермы) плюсъ M_1 и M_2 моментовъ отъ случайной нагрузки, произведенной діагональю максимальныя отрицательныя

напряжений всего проще определяется графическим путем.

Высота фермы в средине определяется в зависимости от пролета ($h = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} l$) Задаемся далее длиной панелей и откладываем точки 1, 2, 3..., через которые пройдут вертикали; нагрузки узлов, соответствующия весу моста, пусть будут g_1, g_2, g_3 и g_1, g_2 и g_3, они приложены в узлах и определяются по общему правилу. Строим веревочный многоуг-ник для постоянной нагрузки (Чер. 96, b ис) По вертикали I, действует груз $g_1 + g_2$, по вертикали II — $g_2 + g_2$ и т. д. На чер. (96, c) откладываем $01 = g_1 + g_1$, $1,2 = g_2 + g_2$..... ; берем произвольный полюс O, проводим лучи a, b, c.... и строим на чер. 96, b веревочный многоуг-ник, замыкающая сторона его — Zg. Далее определяем помощью инфлюентной линии напряжений то положение подвижной системы грузов, которому соответствует отрицательный максимум напряжения диагонали D. Из формы инфлюентной линии мы видим, что всякий груз справа диагонали D производит напряжение, а слева — производит сжатие ея, потому для отрицательного наибольшего D должна быть нагружена левая часть фермы. Если мост нагружен

подъ желѣзную дорогу, то случайной нагрузкой будетъ самый тяжелый поѣздъ. Предположимъ, что поѣздъ идетъ слѣва на право. На чер. 96 d отложены по порядку давленія колесъ этого поѣзда, причемъ для простоты построенія предположено, что на мосту помѣщаются только 9 осей (разстоянія между осями построены въ томъ-же масштабѣ, въ которомъ построена сама ферма). Строимъ на чер. 96 в веревочный многоуг-къ для этой подвижной нагрузки. Максимальное отрицательное напряженіе діагонали D произойдетъ тогда когда первая ось перваго паровоза (грузъ въ 7,5 tn) будетъ находиться на узлѣ 3, тогда правая опора будетъ находиться справа на разстояніи $1\overline{B}_1 = 3\overline{B}$ въ B, а лѣвая A влѣво на разстояніи $1\overline{A}_1 = 3\overline{A}$ въ A_1 (грузы всѣ расположены слѣва діагонали D). Замыкающая сторона веревочнаго многоуг-ка подвижной нагрузки, соотвѣтствующаго отрицательному maximum'у напряженія діагонали D, будетъ $\alpha_1\beta_1$. Изъ веревочнаго многоуг-ка постоянной нагрузки (чер. 96, b) можно опредѣлить моменты m_1 и m_2, по извѣстному правилу графостатики $m_1 = J\eta_3$ и $m_2 = J\eta_4$. Изъ веревочнаго многоугольника случайной нагрузки (чер. 96, d) можно опредѣлить M_1 M_2, $M_1 = J_1 b_{c1}$, $M_2 = J_1 b_{c2}$; поэтому

$M_1 = m_1 + \mathcal{M}_1 = \overline{\Pi} y_3 + \overline{\Pi}_1 h_1$ и

$M_2 = m_2 + \mathcal{M}_2 = \overline{\Pi} y_4 + \overline{\Pi}_1 h_2$, а слѣдовательно, вставивъ эти значенія въ урав-іе (I), имѣемъ:

$$h_1 = h_2 \left(\frac{\overline{\Pi} y_3 + \overline{\Pi}_1 h_1}{\overline{\Pi} y_4 + \overline{\Pi}_1 h_2} \right)$$

Если-бы было взято $\overline{\Pi} = \overline{\Pi}_1$, то $h_1 = h_2 \frac{y_3 + h_1}{y_4 + h_2}$ (II)

h опредѣляется въ зависимости отъ пролета изъ уравненія (II) можно опредѣлить h_1, затѣмъ переходимъ къ діагонали D_1 и при помощи тѣхъ же дѣйствій опредѣляемъ h - длину слѣдующей вертикали въ зависимости отъ h_1 и т.д.

Полученныя такимъ образомъ высоты будутъ вообще сначала возрастать отъ концовъ фермы къ средин и потомъ, дойдя до нѣкоторой наибольшей величины h, къ срединѣ фермы будутъ опять убывать, такъ что лѣвая половина верхняго пояса будетъ представлять собою, какъ оказывается, довольно точную гиперболу съ вертикальной осью. Такъ какъ ферма симметрична, то правая половина пояса будетъ симметрична лѣвой, и ее можно начертить непосредственно. Такая ферма, представленная на черт. 96, некрасива на видъ, ее обыкновенно выполняютъ, какъ указано на чер. 97. Здѣсь за высоту средней части выбираютъ наибольшую высоту h, такъ что средняя часть выходитъ съ параллельными поясами t и въ силу того, что мы отступили отъ геометрическаго очертанія, въ нѣкоторыхъ

или всѣхъ панеляхъ средней части фермы будутъ нужны 2 діагонали.

§ 10. Эллиптическія фермы.

Ферму Шведлера иногда замѣняютъ эллиптической фермой, такъ какъ она близко подходитъ къ ней, но имѣетъ болѣе пріятный видъ (чер. 28) Ур-ie эллиптическаго пояса, отнесеннаго къ центру эллипса будетъ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ····(I), гдѣ a и b — полуоси. Положимъ $a = \frac{l}{2}$ — половинѣ пролета и $b = h$ (безъ $\frac{1}{6} - \frac{1}{9} l$), тогда ур-ie (I) будетъ $\frac{x^2}{l^2/4} + \frac{y^2}{h^2} = 1$. Перенесемъ начало координатъ въ вершину A, полагая $x = \frac{l}{2} - z$; $z = \frac{l}{2} - x$; получимъ ур-ie эллипса приблизительно къ разсчету:

$$\frac{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2}{l^2/4} + \frac{y^2}{h^2} = 1 \quad \text{или} \quad y = 2\frac{h}{l}\sqrt{(l-x)x}$$

Откладывая длину горизонтальныхъ панелей, мы для соотвѣтствующихъ x будемъ получать соотвѣтствующія величины h для y. И здѣсь крайнія панели будутъ имѣть одну діагональ; но въ эллиптическихъ фермахъ такихъ панелей будетъ меньше, чѣмъ въ фермахъ Шведлера (чер. 29)

§ 11. Фермы Паули.

Паули предложилъ такого рода ферму, въ которой максимальныя напряженія появятся посолянно. Если M_1 и M_2 — максимальные моменты (сумма моментовъ отъ собственнаго вѣса + макси-

мальные моменты — max. M — отъ случайной нагрузки), взятые по отношению къ вертикалямъ 1, 2, h_1 и h_2 — высоты фермы въ этихъ ~~поясахъ~~ точкахъ (черт. 30), то

$$W = \frac{\text{max. } M_2}{h_2} \text{ sec } \omega$$

$$N_1 = \frac{\text{max. } M_2}{h_2} \text{ sec } V_1$$

Максимальныя напряженія въ поясахъ происходятъ полной нагрузкѣ фермы, а при такой нагрузкѣ въ лѣвой половинѣ натягиваются вправо наклоненныя діагонали, а въ правой — влѣво наклоненныя, т. е. при полной нагрузкѣ ферма будетъ симметрична относительно вертикальной оси. По условію равенства напряженій поясовъ имѣемъ $W = N_1$ слѣдовательно

$\frac{\text{max. } M_2}{h_2} \text{ sec } \omega = \frac{\text{max } M_2}{h_2} \text{ sec } V_1$, откуда получаемъ $\omega = V_1$, т. е., верхній и нижній стержни поясовъ должны быть симметричны черезъ панель. Для простоты ихъ однако дѣлаютъ симметричными по отношенію къ линіи MN фермы $(\omega = V, \varphi = V_1)$; максимальныя напряженія стержней нижняго пояса не будутъ въ этомъ случаѣ равны максимальнымъ напряженіямъ стержней верхняго пояса, но разница эта незначительна. Для опредѣленія формы поясовъ нужно знать максимальные моменты, соотвѣтствующіе узламъ фермы; эти моменты опять проще всего опредѣляются графически, помощью веревочнаго

многоугольник постоянной и случайной нагрузки (или помощью инфлюентных линий) Условие формулы Ньюмана аналитически выражается такимъ образомъ:

$$W = \frac{M}{h} \sec \omega = \text{Const} \quad \ldots\ldots (b)$$

Напишемъ это выражение для средней панели; моментъ ей соответствующій назовемъ черезъ M_0, а высоту h_0 $\left(h_0 = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} l\right)$; такъ какъ въ этомъ случаѣ пояса средней панели горизонтальны (въ средней ихъ вертикали), или почти горизонтальны (какъ указано на черт. 31) то Z совпадетъ или почти совпадетъ съ h, и, слѣд., $\omega = 0$ и $\sec \omega = 1$ и W выразится такъ $W = \frac{M_0}{h_0}$

Изъ черт. (31) имѣемъ для какого нибудь стержня $h = Z \sec \omega$ или, подставляя въ равенство (b), имѣемъ:

$$W = \frac{M}{Z} = \frac{M_0}{h_0}, \text{ откуда } Z = \frac{M h_0}{M_0} \quad \ldots\ldots (c)$$

Z – есть плечо, соотвѣтствующее разсматриваемому стержню пояса. Для опредѣленія плеча нужно поэтому знать максимальные моменты M_0 по отношенію къ вертикалямъ. Моменты постоянной нагрузки можно опредѣлить, построивши на черт (31 и 31,а) веревочную линію постоянной нагрузки, считая ее приложенной въ узлахъ. Когда мостъ назначается подъ желѣзную дорогу, то за случайную нагрузку можно принять поѣздъ, состоящій изъ трехъ паровозовъ, тендеровъ и вагоновъ

новь, причемъ въ этомъ случаѣ первые два паровоза обращены другъ къ другу трубами (первый паровозъ идетъ задомъ) Эта нагрузка и соотвѣтствующія ей силовой многоугольникъ и веревочная линія представлены на черт. 32 и 32в (поѣздъ движется справа на-лѣво.) Моменты случайной нагрузки М могутъ быть опредѣлены помощью инфлюентныхъ линій, но нѣсколько проще они получаются помощью веревочной линіи (черт. 32) пробнымъ путемъ. Изъ свойствъ инфлюентныхъ линій извѣстно, что въ данномъ сѣченіи произойдетъ наибольшее дѣйствіе тогда, когда одинъ изъ тяжелыхъ грузовъ ляжетъ на самомъ сѣченіи, а другіе расположатся вблизи его. Чтобы поэтому найти max. М для какого нибудь сѣченія (или точки), будемъ поочередно сажать на это сѣченіе тяжелые грузы, опредѣлять происходящіе при этихъ положеніяхъ моменты и затѣмъ выберемъ наибольшій моментъ max. М.

Не будемъ передвигать нагрузку по ферм., а будемъ перемѣщать саму ферму относительно нагрузки (чер. 32), помѣщая сѣченіе (узелъ фермы) на соотвѣтствующій грузъ.

Возьмемъ сѣченіе V. Максимальный мо... можетъ произойти, когда гру...

проходить одинъ изъ грузовъ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Ставимъ грузъ 5 на вертикаль $\overline{V}$ или, что всё равно, вертикаль $\overline{V}$ ставимъ на грузъ 5. Отъ точки $\overline{I}$ (черт. 32), соотвѣтствующей грузу 5, откладываемъ влѣво $\overline{V_1 5_0} = a_5 A$ (см. чр. 31) и вправо $\overline{V_1 5_0'} = a_5 B$; черезъ 5_0 и $5_0'$ проводимъ вертикали до пересѣченія съ веревочной линіей. Линія $5_1 5_1'$ будетъ замыкающей линіей веревочнаго многоугольника при такомъ положеніи подвижной нагрузки, и чтобы получить моментъ, происходящій въ вертикали $\overline{V}$, надо взять произведеніе $\overline{5_1(5_1')} \cdot \overline{J_1} = h_5 \overline{J_1} = M_1$

Этотъ моментъ будетъ самымъ большимъ тогда, когда черезъ вертикаль $\overline{V}$ проходитъ грузъ 5; чтобы получить моментъ, происходящій въ вертикали $\overline{V_1}$, когда черезъ нее проходитъ грузъ 6, откладываемъ отъ точки $\overline{VI}$, соотвѣтствующей грузу 6, влѣво $\overline{VI, 6_0} = a_6 A$, а вправо $\overline{VI, 6_0'} = a_6 B$ (такъ что $6_0 6_0' = AB = l$), затѣмъ черезъ $6_0, 6_0'$ проводимъ вертикали до пересѣченія съ веревочной линіей въ 6_1 и $6_1'$, соединимъ 6_1 съ $6_1'$ прямой $6_1 6_1'$.* Отрѣзокъ на вертикали грузa 6 между веревочной линіей и замыка-

---

* влѣво 6_0 совпала съ 6_1

кающей линией 6,6, обозначимъ черезъ h_6, тогда $M_2 = \overline{П}_1 h_6$. Такимъ-же образомъ найдемъ h_7, h_8, h_9, h_{10}, h_{11} для узловъ 7, 8, 9, 10, 11. Такъ какъ h_{10} между этими h имѣетъ наибольшую величину, то $M_{max} = \overline{П}_1 h_{10}$. Такимъ образомъ получимъ M_{max} и для другихъ вертикалей $\overline{IV}$, $\overline{III}$, $\overline{II}$, $\overline{I}$. Максимальный моментъ въ точкѣ 9 отъ дѣйствія постоянной и случайной нагрузки будетъ $M_9 = \overline{П} y_5 + \overline{П}_1 h_{10}$, а въ любой точкѣ — $M = \overline{П} y + \overline{П}_1 h$. Подставляя M_9 и M въ равенство (c), имѣемъ: $z = \frac{k_0 (\overline{П} y + \overline{П}_1 h)}{\overline{П} y_5 + \overline{П}_1 h_{10}} = A (\overline{П} y + \overline{П}_1 h)$, гдѣ A — величина для всякой фермы постоянная.

$$A = \frac{k_0}{\overline{П} y_5 + \overline{П}_1 h_{10}}$$

Такимъ образомъ мы можемъ опредѣлить z для любой точки. Чтобы построить ферму, намѣчаемъ длину панелей Aa, ab, bc (черт. 33), въ точкахъ a, b, c..... ось фермы пересѣкаетъ вертикали; опредѣлимъ для этихъ точекъ z_1, z_2, z_3..... и начинаемъ строить ферму отъ лѣвой опоры, описывая дуги α_1, α_2, α_3 .....; затѣмъ проводимъ изъ A касательную AI къ дугѣ α_1 до пересѣченія съ вертикалью aI въ точкѣ I; изъ точки I — касательную $\overline{III}$ къ дугѣ α_2 до пересѣченія со $\overline{II}$ b въ точкѣ $\overline{II}$, изъ $\overline{II}$ — касательную $\overline{II\,III}$ и т. д..... Такимъ образомъ получаемъ верхнюю половину фермы и строимъ съ ней симметричную нижнюю.

Діагонали въ фермахъ Гауми устраиваютъ по тѣмъ-же правиламъ, какъ діагонали другихъ фермъ, имѣющія достаточнаго сопротивленія для сжимающихъ усилій (Такъ какъ ферма Гауми по формѣ приближается къ параболической, то въ каждой панели будутъ вообще по 2 діагонали.

§ 12. Фермы со вспомогательными раскосами.

При большихъ пролетахъ въ зависимости отъ угла наклона раскосовъ, панели выходятъ очень длинными; это особенно неудобно въ сжимающихъ поясахъ, такъ какъ въ этомъ случаѣ размѣры поперечнаго сѣченія возрастаютъ въ зависимости отъ длины; кромѣ того, прогоны, получая значительную длину (во избѣжаніе изгиба ихъ) выходятъ тяжелыми. Для уменьшенія этихъ неудобствъ, кладутъ поперечныя балки не только въ узлахъ, но и между узлами; чтобы стержни нагруженнаго пояса не подвергались изгибу, подвѣшиваютъ его къ діагональнымъ стержнемъ W_0, а, чтобы не прогибалась діагональ, ее соединяютъ съ узломъ верхняго пояса стержнемъ D_3 (чер. 34) (ферма для кыдые по низу.) Опредѣленіе напряженія стержней такой фермы отъ дѣйствія постоянной

нагрузки (собственного веса фермы) можно выполнить аналитическим способом, или графически, по способу Кремона; поэтому мы рассмотрим определение напряжений от случайной нагрузки, которое мы можем произвести по изложенным правилам непосредственно, если имеются для каждого стержня инфлюентные линии напряжений. Выдерживаем какую-либо панель фермы, в ней имеются (чер. 34) W (верхний пояс), N и N_1 (нижний пояс), D_1 и D_2 (диагонали), D_3 (вспомогательный диагональный раскос), W_0 (вспомогательная вертикаль) и v (вертикаль); некоторую особенность представляет средняя вертикаль v_1.

Построим инфлюентные линии этих стержней.

1) Стержень W.

Проводим сечение I–I через W, D и N; точка моментов – пересечение D и N, точно так-же, как и для простых ферм; предыдущие будут узлы β и γ, инфлюентная линия строится обыкновенным образом (чер. 34, с): β проектируется на левую вытянутую в β_1, а γ – на правую вытянутую в γ_1; инфлюентная линия $W\beta_1\gamma_1 W_1$.

2) Для стержня N берем за начало моментов пересечение D_1 и W; построение инфлюентной линии (чер. 34, в) остается тем-же, каким было при отсутствии стержней D_3 и W_0, но крайние будут по линиям

v и W_0. Въ нашемъ случаѣ это не произведетъ измѣненія (такъ какъ начало моментовъ совпадаетъ съ однимъ изъ предѣловъ)

3.) Для стержня 2, инфлюентная линія (чер. 34,а) строится такъ-же, какъ и для простой фермы (сѣченіе пересѣкаетъ 3 стержня, но предѣлы будутъ по линіямъ v и W_0 въ B_0 и δ_0) Мы видимъ, что положительныя напряженія нѣсколько уменьшились, а отрицательныя, увеличились (между узлами) чѣмъ если-бы стержня W_0 не было, такъ какъ инфлюентная линія въ этомъ послѣднемъ случаѣ была-бы вмѣсто $2_{B_0}\delta_0$ и — $2_{1/3}\alpha_1$ и (обозначена на черт. пунктиромъ.) Для остальныхъ стержней описанные способы не приложимы (сѣченіе пересѣкаетъ болѣе чѣмъ 3 стержня) Проводимъ сѣченіе II II черезъ стержни N, W_0 и N_1, т.е. выразаемъ узелъ N.

4.) Для стержня N_1 беремъ сумму проекцій на горизонтальную линію (чер. 35)

$$N - N_1 + 0 = 0 \quad ; \quad N = N_1,$$

т.е., напряженія N и N_1 всегда равны; инфлюентныя линіи для N и N_1 одинаковы.

5.) Для стержня W_0 инфлюентная линія получается слѣдующимъ образомъ. Когда грузъ справа [illegible] стержня 23 (чер. 34), напряженіе въ

стержня не будетъ равно 0; если грузъ 1 на разстояніи z_3 отъ стержня W_0, то напряженіе его $W_0 - x = 0$.
(Гер. 36, проекція на вертикаль) x – давленіе отъ груза = 1 въ узлѣ f — $x = \frac{\lambda - z}{\lambda} z = 0$
(λ – разстояніе стержней W_0 и v_1).
Тогда $W - \frac{\lambda - z}{\lambda} z = 0$, и $W = \frac{\lambda - z}{\lambda} z$,
при $z = \lambda$ $W = 0$; при $z = 0$, $W_0 = 1$
Инфлюэнсная линія представится на черт. (34, d) линіей $\beta_2 f_2 \alpha_2$ ея ордината въ $f = 1$, а въ α и $\beta = 0$.
Для опредѣленія инфлюентной линіи стержней D_2 и D_3 проводимъ сѣченіе III–III, т. е., вырѣзаемъ узелъ m, вырѣзанная часть представлена на черт. 37.
Предполагая, что узелъ m въ равновѣсіи, напишемъ 2 условія равновѣсія:

$$D_1 \cos\alpha + D_3 \cos\beta - D_2 \cos\alpha - W_0 = 0 \quad \text{и}$$
$$(D_1 - D_2)\sin\alpha - D_3 \sin\beta = 0 \quad ; \text{ отсюда}$$
$$(D_1 - D_2) = D_3 \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots (a)$$

далѣе:

$$D_3 \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \cos\alpha + D_3 \cos\beta - W_0 = 0, \text{ отсюда}$$
$$D_3 \frac{(\sin\beta\cos\alpha + \cos\beta\sin\alpha)}{\sin\alpha} = W_0 ;$$
$$D_3 = \frac{W_0 \sin\alpha}{\sin\beta\cos\alpha + \cos\beta\sin\alpha} = \frac{W_0}{\sin(\alpha+\beta)} \quad \ldots\ldots (b)$$

Подставляя D_3 въ ур-іе (a) получимъ:

$$D_2 = C - \frac{W_0 \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \quad \ldots\ldots (c)$$

Изъ ур-ія (b) мы видимъ, что ординаты инфлюэнсной

линіи прямо пропорціональны W_0, значитъ, гдѣ $W_0 = 0$, тамъ и $\mathcal{D}_5 = 0$, и намъ достаточно построить ординату только средней точки; сдѣлать это графически (чер 38) Проводимъ къ ас линію подъ угломъ α, на ней откладываемъ $ab = W_0 = 1$ и изъ b проводимъ линію bc подъ угломъ $(\alpha+\beta)$, получимъ:

$$\frac{bc}{\sin\alpha} = \frac{W_0}{\sin(\alpha+\beta)} \quad \text{или}$$

$$bc = \frac{W_0 \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \mathcal{D}_5$$

и при $W_0 = 1$, $\mathcal{D}_5 = bc =$

$$= \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Инфлюентная линія представлена на чер. (34,c), въ которомъ $\overline{rs} = \overline{bc}$.

Для стержня $\mathcal{D}_2$ ищемъ по уравненію (c)

$$\mathcal{D}_2 = \mathcal{D}_1 - \frac{W_0 \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Обозначимъ второй членъ черезъ a и построимъ прежде его. (чр. 39 и 34,f) Построеніе инфлюентной линіи (чер. 34, g) сведется къ тому, что изъ соотвѣтствующихъ ординатъ инфлюентной линіи стержня $\mathcal{D}_1$ надо вычесть ординаты линіи a, (представляющей второй членъ); на протяженіи mn и kp вычитать не придется ничего, точки b и d останутся; въ точкѣ c отложимъ внизъ $bo = cf = d$ и полученную точку f соединимъ съ b и d.

e) Для стержня v проводимъ сѣченіе IV. V и беремъ

сумму вертикальных слагающих = 0:

$$v + D_2 \cos\alpha = 0 \quad ; \quad v = -D_2 \cos\alpha$$

видимъ, что ординаты инфлюентной линіи сферженія в пропорціональны ординатамъ D_2, но обратны по знаку. Следовательно, точка перелома одной будетъ точками перелома и другой инфлюентной линіи. Надо построить только ординаты точки перелома (чер. 34, к.) Построимъ для примѣра ординату въ точкѣ d_1 (чер. 34, д); проводимъ линію подъ угломъ α къ вертикали, изъ d опустимъ на эту линію перпендикуляръ, тогда $d_1 m = D_2 \cos\alpha$, ее и откладываемъ въ точкѣ δ (чер. 34, к — $\delta x = d_2 m$); точно такъ строимъ ординаты и остальныхъ точекъ ($cy = b y_1 \cos\alpha$), весь ординаты откладываемъ вправо ординатами D_2. Если бы дѣло производится по верху, то въ стержнѣ W_0 было-бы сжатіе. Расчетъ-же аналогиченъ; виды фермы для послѣдняго случая представлены на чер. 10.

§13. Многораскосныя фермы.

Изъ выраженія напряженія поясовъ видно что съ увеличеніемъ высоты фермы h эти напряженія уменьшаются. Въ то-же время увеличивается длина раскосовъ. Если раскосы бить вертикалей, и діагонали наклонены подъ угломъ въ 45°, то въ параллельныхъ фермахъ при высотѣ фермы h длина панелей $\lambda = 2h$ (чер. 11), т.е., разстояніе узловъ пояса

было-бы равно 2n. Чтобы N не было очень большим, вводятъ въ ферму новые раскосы, которые наз. раскосами втораго, третьей и т.д. системы, и ферму тогда наз. двураскосной, трехраскосной и т.д. и вообще многораскосной. Для расчета такой фермы ее разбиваютъ на нѣсколько раскосовъ. На черт. 42 представлена двураскосная ферма; ее разбиваютъ на 2 однораскосныя (чер. 42, а и в) такимъ образомъ, что при наложеніи изъ другъ на друга получится данная ферма. Въ трехраскосныхъ фермахъ длину N дѣлятъ на 3 части, такая ферма представлена на чер. 41. Бываютъ многораскосныя фермы и съ вертикалями (чер. 43 представляетъ двураскосную ферму съ вертикалями.) Точный расчетъ такихъ фермъ помощью условій равновѣсія невозможенъ, такъ какъ стержней болѣе, чѣмъ условій равновѣсія (3), можно составить (2). Расчетъ ихъ можно-бы было выполнить, пользуясь (~~условіями~~) законами упругости, но это очень сложно. Обыкновенно довольствуются приближенными расчетомъ, а именно — разбиваютъ ферму на просты и расчитываютъ ихъ отдѣльно.

Въ примѣрѣ, представленномъ на чер. 42, расчитываемъ напряженія стержней отъ дѣйствія поперечной нагрузки, приложенной въ узлахъ ихъ

и определяемъ по извѣстному способу Кремона напряженія a^{I}, b^{II} ..... всѣхъ стержней $I^{ой}$ элементарной фермы и напряженія всѣхъ стержней h^{2}, m^{2} $II^{ой}$ элементарной фермы. При этомъ раскосы, какъ было сказано, находятся въ обѣихъ просѣкахъ фермахъ только одинъ разъ; слѣдоват., полученныя ихъ напряженія и будутъ дѣйствительныя.

Крайніе-же вертикали и стержни поясовъ — по два раза (по разу въ той и другой фермѣ) и напряженія ихъ опредѣляются слѣдующимъ образомъ: если напряженіе стержня $\overline{1,2}$ (чер. 42) назовемъ a^{2} стержня $\overline{2,4}$ — b^{2}, стержня $\underline{1,1}$ — h^{2}, а во второй фермѣ (чер. 42, в) напряженіе стержня $\overline{1,3}$ назовемъ n_{1}, стержня $\overline{3,5}$ — m_{1}, стержня $\underline{1,1}$ — h'', то напряженіе стержней данной двураскосной фермы будутъ (чер. 42): — напряженіе $\overline{1,2} = a = a' + n_{1}$, напряженіе $\overline{2,3} = b = b' + m_{1}$, напряженіе $\underline{1,1} = h = h' + h''$ и т.д.

Въ случаѣ подвижной нагрузки опредѣленіе напряженій производится съ помощью инфлюентныхъ линій. Построимъ для какого-нибудь стержня фермы (чер. 42) напр. $\overline{2,3}'$ инфлюентную линію. Она строится по общимъ правиламъ, но для опредѣленія предѣловъ замѣтимъ, что въ узлахъ $2', 4', 6'$ главной фермы (чер 42), ближайшихъ къ узламъ $1', 3', 5'$ и $7'$ фермы (чер 42,а) напряженія $= 0$,

так как узлы 2', 4', 6' подвешены к другой системе раскосов и давления воспринимаются ими. Инфлюентная линия представится рядом треугольников (чер. 42, с.)

Пусть имеем трехраскосную ферму (чер. 43.) Разобьем ее на 3 просвета. Возьмем (нагруженный контур) часть этой фермы и строим инфлюентную линию для стержня ав, строим сначала, как для обыкновенных ферм. Предвы, в которых напряжение стержня $ав \div 0$, определяется точками c_1, d_1, c, d, c'', d'', пол. что при положении груза в этих точках напряжение передается стержнем других просветов фермы. Инфлюентная линия представится рядом заштрихованных треугольников. Предполагая подвижную нагрузку, в случае большого пролетов можно также предположить распределенной равномерно и, назвав площади вышеупомянутых заштрихованных треуг-ков через Ω, f_1 и f_2, имеем: напряжение от сосредоточенного вса

$$N = q(f_1 + f_2 - \Omega),$$

от случайной нагрузки $N_{max} = q_1(f_1 + f_2)$, (предполагая нагрузку распределенной по правой части фермы); $N_{min} = q_1 \Omega$ (нагружена только левая часть фермы. Если имеем сосредоточенных грузов то употребляют ан-

дующій способъ. Положимъ, напр., что случайной нагрузкой служитъ подвижной дороги; уравновѣсимъ систему ~~сосредоточенныхъ~~ грузовъ (давленія колесъ) такъ, чтобы самые тяжелые приходились подъ вершиной инфлюентной линіи и рядомъ съ нею и опредѣлимъ непосредственно напряженіе, вызываемое ею. (Для положительнаго тр. въ нашемъ случаѣ должна быть нагружена правая часть фермы, для отрицательнаго-лѣвая.) Взявъ другое и даже третье расположеніе грузовъ и опредѣляя изъ инфлюентной линіи напряженіе, вызванное ими, можно видѣть, какое расположеніе грузовъ дастъ maxim. напряженіе стержня.

Гораздо сложнѣе построеніе инфлюентныхъ линій стержней верхняго и нижняго пояса. Построимъ ея для ав (чер. 41) Разбивъ данную ферму на 3 отсѣченія, мы видимъ, что напряженіе стержня ав будетъ составляться сообразно изъ напряженій, полученныхъ для такихъ простыхъ фермъ.

Инфлюентная линія для стержня ав первой системы представится рядомъ треугольниковъ; инфлюентная линія второй системы тоже рядомъ другихъ треугольниковъ, точно такъ же и инфлюентная линія третьей системы (на чертежѣ она отрицательна).

Действительная инфлюентная линія равна суммѣ прибавочныхъ частей отъ II сѣченія къ III ограниченныхъ горизонтальными чертами, отъ I къ III — наклонными. Действительная инфлюентная линія будетъ abvdeiокlmnopгqst. Макс. случайной нагрузки опредѣляется подобно предыд. При ѣздѣ по низу выгодно продолжать вспомогательныя вертикали до верхняго пояса, чтобы уменьшить длину верхнихъ сжимаемыхъ частей; ферма получитъ 7 года видъ 44 а или 44 в. Когда ферма не имѣетъ вертикалей, то вспомогательныя раскосы образуютъ внутри треуг-ка abc (чер. 45)

Ферма съ вертикалями имѣетъ въ каждой панели по 2 жесткихъ діагонали, т. е. каждая діагональ можетъ сопротивляться растяженію и сжатію. (чер. 46) Разбиваемъ данную ферму на двѣ: a и b; расчитываемъ ферму a такъ, какъ-если-бы она одна несла всю нагрузку, но полученныя напряженія (какъ отъ постоянной, такъ и отъ перемѣнной нагрузки) дѣлимъ пополамъ. Такимъ расчитываемъ и ферму b. Такъ какъ каждая діагональ въ фермахъ a и b приходится только одинъ разъ, то полученныя для нихъ напряженія принимаются за действительныя,

а для вертикалей и поясов они получаются посредством соотвѣтственнаго сложенія.

Ферма черт. (47) раздѣлвается на фермы с и d, изъ кот. каждая представляетъ изъ себя ферму чер. (46)

Напряженіе вертикалей.

Напряженіе вертикали ав (чер. 46) = суммѣ напряженій вертикалей $a_1 b_1$ и $a_2 b_2$ (чер. а и в.)

Обозначимъ черезъ R равнодѣйствующую всѣхъ силъ (включая сюда и реакціи опоръ), дѣйствующихъ на лѣвую часть фермы a или b, отсѣченную вертикальнымъ сѣченіемъ $\overline{pp}$ или $\overline{p_1 q}$

Δ — грузъ верхняго узла

Δ_1 — грузъ нижняго узла каждой изъ этихъ фермъ

v — напряженіе вертикали ав (чер. 46)

v_1 и v_2 — напряженіе вертикалей $a_1 b_1$ и $a_2 b_2$

Изъ условія равновѣсія вертикальныхъ силъ получимъ (чер. а и в): $v_1 = \Delta_1 - R$; $v_2 = -\Delta + R$

$$v = v_1 + v_2 = +\Delta_1 - \Delta$$

Напряженіе вертикали зависитъ поэтому только отъ грузовъ Δ и Δ_1, дѣйствующихъ на ея концахъ въ элементарныхъ фермахъ и оно равно разности этихъ грузовъ. v есть, слѣдовательно, всегда малая величина, вслѣдствіе чего часто принимаютъ $v = 0$ и разсматриваютъ ферму (чер. 46 и 47) при предположеніи, что она не имѣетъ вертикалей.

§ 14. Фермы съ искусственно напрягнутыми вертикалями.

Мы предполагали, что вертикали напрягнуты искусственнымъ образомъ силою $=v_1$, число частей, на которыя діагональ одного направленія дѣлится діагоналями другого направленія, обозначимъ чрезъ n (такъ, напр., для чер. 48 $n=4$)

Опредѣлимъ напряженія поясовъ и діагоналей, произведенныя искусственнымъ напряженіемъ v_1.

Проведемъ сѣченіе A_1B_1 по направленію влѣво наклонныхъ діагоналей; напряженія пересѣченныхъ діагоналей, которыя съ достаточной точностью для практики, можно принять равными, обозначимъ чрезъ D_1. Изъ условія равновѣсія вертикальныхъ слагающихъ имѣемъ:

$$n D_1 \cos\alpha + \frac{n}{2} v_1 = 0 \quad \text{или} \quad D_1 = -\frac{1}{2} v_1 \sec\alpha$$

Проведя вертикальное сѣченіе B_2, обозначимъ напряженіе для діагоналей, наклоненныхъ влѣво, — чрезъ D_2, для поясовъ — чрезъ W_1 и N_1, получаемъ:

для вертикальныхъ слагающихъ:

$$\frac{n}{2} D_1 \cos\alpha - \frac{n}{2} D_2 \cos\alpha = 0, \text{ т. е. } \underline{D_1 = D_2}$$

для горизонтальныхъ слагающихъ:

$$N_1 + W_1 + \frac{n}{2} D_1 \sin\alpha + \frac{n}{2} D_2 \sin\alpha = 0 \text{ --- (2)},$$

для моментовъ относительно точки m:

$$W_1 \frac{h}{2} - N_1 \frac{h}{2} + D_2 \frac{h}{2} \sin\alpha - D_1 \frac{h}{2} \sin\alpha = 0 \text{ --- (3)}$$

Вслѣдствіе того, что $D_1 = D_2$, получаемъ изъ (3)

$$W_1 = N_1$$

и чрезъ (2): $N_1 = W_1 = -\frac{n}{2} D_1 \sin\alpha = -\frac{n}{2}\left(-\frac{1}{2} v_1 \sec\alpha\right)\sin\alpha = +\frac{n}{4} v_1 \operatorname{tg}\alpha$,

слѣдовательно: произведеніе искусственнымъ напряженіемъ v_1 вертикалей, напряженія діагоналей

$$D_1 = D_2 = -\frac{1}{2} v_1 \sec\alpha ,$$

напряженія подсобъ $N_1 = W_1 = +\frac{1}{4} n v_1 \operatorname{tg}\alpha$.

Эти напряженія слагаются съ тѣми, которыя производимы дѣйствующей на сооруженіе нагрузкой.

§ 15. Фермы системы Гау (Howe) и Шпрэкорнъ.

Въ этихъ фермахъ діагонали не соединены съ поясами неизмѣняемо, а только опираются на нихъ концами; онѣ не могутъ поэтому воспринимать никакого растяженія. Вертикалямъ дѣлаютъ искусственное напряженіе такой величины, чтобы произведеніе или въ діагоналяхъ сжатія уничтожало растяженіе, произведенное нагрузкой. Въ лѣвой половинѣ фермы, въ діагоналяхъ, наклоненныхъ вправо, постоянная нагрузка производитъ напряженіе, а случайная нагрузка, смотря, по положенію ея, растяженіе или сжатіе, но растяженіе всегда больше сжатія; влѣво наклоненныя діагонали, наоборотъ, испытываютъ большія сжатія и малыя растяженія. Вертикали поэтому нужно заряжать такъ, чтобы онѣ уничтожали напряженіе въ діагоналяхъ, наклоненныхъ вправо; если максимальное положительное напряженіе, произведенное въ этихъ діагоналяхъ

нагрузкой обозначимъ черезъ max. P, то при напряженіи v_1 вертикалей ихъ напряженіе будетъ

$$\max P = \frac{1}{2} v_1 \sec\alpha$$

Это напряженіе не должно быть положительно; тѣмъ менѣе напряженія v_1 получится вслѣдствіе того, изъ условія:

$\max P - \frac{1}{2} v_1 \sec\alpha = 0$, откуда $v_1 = 2 \max P \cos\alpha$.

Въ это время напряженіе влѣво наклоненной діагонали будетъ:

$$-\max P - \frac{1}{2} v_1 \sec\alpha = -\left(\max P + \frac{1}{2} v_1 \sec\alpha\right)$$

Такъ какъ напряженія влѣво наклоненныхъ діагоналей значительно больше, то ихъ наз. главными, а другія діагонали — контръ-діагоналями. Въ правой половинѣ фермы главными считаютъ тѣ діагонали, которыя наклонены вправо.

Напряженія верхняго пояса: $= -\max W + \frac{1}{4} n v_1 \operatorname{tg}\alpha$,

а нижняго: $+\max N + \frac{1}{4} n v_1 \operatorname{tg}\alpha$

— $\max W$ и $\max N$ означаютъ здѣсь максимальныя напряженія, произведенныя нагрузкой въ фермѣ, не имѣющей искусственнаго напряженія.

Въ фермахъ Гау сжимаемыя части (т.е. верхній поясъ и діагонали) прилаживаютъ изъ дерева, а въ фермахъ Шифкорна — изъ чугуна; растягиваемыя части въ тѣхъ и другихъ состоятъ изъ желѣза, но въ фермахъ Гау нижній поясъ иногда

иногда диагонали изъ двухъ брусьевъ; главныя діагонали обыкновенно двойныя, а контрдіагонали одиночныя.

§ 16. Многоугольныя фермы съ шарнирами.

(Изображенія на чер. 49.) Ферма состоитъ изъ 4-хъ фермъ CA, AB, BA_1 и A_1B_1, изъ которыхъ AB и A_1B_1, имѣютъ опоры на вѣсу. Расчетъ этихъ послѣднихъ фермъ ничѣмъ не отличается отъ расчета простыхъ двухъопорныхъ фермъ — и потому будетъ указанъ только способъ построенія моментныхъ линій для фермы BA_1, выступающей консолями за опоры C и B. Такъ какъ напряженіе всякаго стержня $= \frac{M}{h}$, гдѣ M — моментъ нагрузки по отношенію къ тѣмъ точкамъ, въ которой пересѣкаются два другіе стержня, а h — плечо, т. е., величина постоянная, то заключаемъ, что моментная линія напряженій есть фигура подобная моментной линіи моментовъ. Принимая въ вниманіе вышеприведенныя линіи для шарнирныхъ балокъ видимъ, что для полученія моментной линіи напряженій стержня шарнирной балки $BEFA$ (напр. стержня ab) достаточно линіи d и d по общему правилу (т. е., какъ если-бы фигура опиралась на опоры b и d); подложивъ подъ нее масштабъ

линію L до пересѣченія съ вертикалью лѣваго шарнира B съ B_0 и соединяемъ B_0 съ A_0 (проекціей слѣдующаго лѣваго шарнира A). И точно такъ-же продолжаемъ линію D до пересѣченія съ вертикалью праваго конца A_1 балки въ A_2 и соединяемъ A_2 съ B_2. По этому указанію построена на черт. 9 инфлюентная линія для стержня ak. Для построенія инфлюентной линіи стержня cd, принадлежащаго консоли, проводимъ чрезъ точку m, взятую на вертикали его точки моментовъ, прямыя Mo и $M\infty$, которыхъ вертикальная ордината на разстояніи, равномъ $\frac{1}{2}$ отъ m равна 1; на одну изъ этихъ линій, которую принимаемъ за линію L, проектируемъ лѣвый узелъ t и шарниръ B и соединяемъ B съ A_2 и t_1 съ D_1. Такимъ образомъ построена (справа) инфлюентная линія вертикали Sz.

§17. Непрерывныя многоопорныя фермы.

Расчетъ непрерывныхъ многоопорныхъ фермъ производится точно такимъ образомъ, какъ и расчетъ простыхъ фермъ, т. е., опредѣляемъ реакціи опоръ, разрѣзаемъ ферму чрезъ нѣсколько стержней такъ, чтобы было перерѣзано не болѣе 3-хъ стержней, въ которыхъ напряженія неизвѣстны; одну изъ отдѣленныхъ частей отбрасываемъ, а къ другой

принимаемъ условіе равновѣсія по общему правилу. И въ этомъ случаѣ напряженія отъ постоянной нагрузки получаются всего проще графически, посредствомъ многоугольника Кремона, а отъ подвижной — помощью инфлюэнтныхъ линій.

§ 18. Вычисленіе „полезной" площади поперечнаго сѣченія.

При опредѣленіи площади поперечнаго сѣченія стержня фермы надо различать 2 рода дѣйствія — растяженіе и сжатіе.

1.) Опредѣленіе площади поперечнаго сѣченія стержня, подверженнаго растяженію.

Пусть максимальная сила, растягивающая стержень — P, полезная площадь его опасн. сѣченія — Ω, тогда наибольшее напряженіе его будетъ

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{\Omega}$$

Если безопасное напряженіе назовемъ черезъ K, то должно быть:

$$K \geqq \sigma_{max} = \frac{P_{max}}{\Omega},$$

откуда, зная P_{max}, можно опредѣлить Ω.

Прежде полагали, что K — величина постоянная, т. е., безразлично, дѣйствуетъ-ли сила съ постоянствомъ или перемѣнными напряженіями. Если-же дѣйствіе данной силы на ферму сопровождалось ударами и сотрясеніями

по её удлинениям на пятой коэффициент
м. (см. 28) Новейшіе опыты показали, что крѣпость
сооруженія уменьшается не только отъ ударовъ, но
также и отъ повторнаго дѣйствія силъ. Опыты
по изслѣдованію желѣза и стали въ отношеніи
ихъ сопротивленія при перемѣнномъ и повто-
рительномъ дѣйствіи силъ производились весьма
обстоятельно Вёлеромъ въ теченіе 12 лѣтъ. Ре-
зультаты своихъ опытовъ онъ выразилъ слѣдую-
щимъ закономъ: изломъ стержня можетъ
произойти отъ напряженія, значительно мень-
шаго его крѣпости, если это напряженіе пов-
торяется достаточное число разъ, и число нуж-
ныхъ для излома повтореній тѣмъ менѣе,
тѣмъ больше разность между наибольшимъ
и наименьшимъ напряженіями. Въ мосто-
выхъ сооруженіяхъ эта разность, а, слѣд., отно-
шеніе наименьшаго напряженія къ наибо́льше-
му бываетъ для различныхъ стержней различно,
изъ чего слѣдуетъ, что и допускаемое напряже-
ніе не должно быть, какъ принимали прежде,
для всѣхъ стержней одинаковымъ. Если обозначимъ:
min p — наименьшее напряженіе стержня,
max p — наибольшее „ „ и
k — допускаемое напряженіе матеріала, то для

Библиотека

мягкой стали $K = \frac{7}{1 - 0{,}4 \frac{\min P}{\max P}}$, для мягкой стали $K = \frac{10}{1 - 0{,}5 \frac{\min P}{\max P}}$. Эти формулы дают напряж. к въ kg на 1 □ mm.

Величины $\min P$ и $\max P$ въ этихъ формулахъ должны быть взяты съ соотвѣтственными знаками. Такъ, напр., если $\min P$ и $\max P$ оба положительны (для обоихъ растяженіе) или оба отрицательны (для обоихъ сжатіе) то

$$K = \frac{a}{1 - b \frac{\min P}{\max P}};$$

если знаки при $\min P$ и $\max P$ различны (растяженіе и сжатіе или сжатіе и растяженіе) то

$$K = \frac{a}{1 + b \frac{\min P}{\max P}},$$

гдѣ подъ a слѣдуетъ подразумѣвать, смотря по матеріалу 7 или 10 kg., а подъ b — 0,4 или 0,5

Опредѣляемыя изъ этихъ формулъ величины K дѣйствительны для растягиваемыхъ стержней, для сжимаемыхъ — несовсѣмъ дѣйствительны при незначительной длинѣ ихъ. Возьмемъ численный примѣръ растягиваемаго стержня и выразимъ опредѣленіе площади сѣченія въ слѣдующей таблицѣ.

NN стержня	За Напряженіе постоянное	Напр. перем. напр. σ_{max}	S_{min}	σ_{max} $z=1{,}2$	σ_{min} $z=1{,}85$	$\max P$	$\min P$	$K = \frac{7}{1 - 0{,}4 \frac{\min P}{\max P}}$	$S = \frac{\max P}{K}$	Принятая площадь сѣч.
16	+ 30	+650	+ 20	+780	+24	+810	+54	8	$\frac{810}{8} = 101$	16 × 16 = 256

4.) Опредѣленіе площади поперечнаго сѣченія стер-

жения, подверженнаго сжатію.

Въ случаѣ длиннаго стержня, въ виду возможности продольнаго изгиба, вычисленную по предыдущему способу величину площади Ω слѣдуетъ повысить по наибо́льшей сжимающей силѣ, причемъ напряженіе въ этомъ случаѣ берется по эмпирической формулѣ, предложенной Ранкиномъ:

$$K_s = \frac{K}{1 + \frac{\alpha \Omega l^2}{J}}$$

Въ этой формулѣ Ω означаетъ площадь поперечнаго сѣченія стержня, l – длину стержня, J – минимальный моментъ инерціи поперечнаго сѣченія. Величина α зависитъ отъ матеріала и способа укрѣпленія концовъ стержней. Укрѣпленіе концовъ производится при помощи заклепокъ, и соединеніе получается сначала крѣпкое, но съ теченіемъ времени оно ослабѣваетъ, а получается соединеніе, подходящее къ шарнирному.

Для желѣза принимаютъ $\alpha = 0{,}0001$, и величина K_s будетъ для этого случая

$$K_s = \frac{K}{1 + \frac{0{,}0001\, l^2 \Omega}{J}}$$

Неудобство этой формулы заключается въ томъ, что при вычисленіяхъ приходится пользоваться методомъ приближеній, дѣйствуя слѣдующимъ образомъ:

вычисляемъ въ зависимости отъ предѣльныхъ напряженій σ_{min} и σ_{max} величину P и затѣмъ площадь $\Omega = \frac{\max P}{k}$. Задаемся формой сѣченія и размѣрами, такъ чтобы его площадь Ω_1 была бы нѣсколько больше этой величины Ω, опредѣл. для этого сѣченія J_{min}, вычисляемъ по формулѣ Ранкина K_s и затѣмъ $\Omega_2 = \frac{\max P}{K_s}$. Если $\Omega_2 \geq \Omega_1$ и разница $\Omega_2 - \Omega_1$ небольшая, то данное сѣченіе Ω_1, въ противномъ случаѣ расчетъ нужно будетъ повторить. Пояснимъ это численнымъ примѣромъ:

№№ стержн.	σ_0	σ_{max}	σ_{min}	$M\sigma_{max}$	$M\sigma_{min}$	$\max P$	$\min P$	$k = \frac{1}{1-0{,}4\frac{\sigma_0}{\sigma_n}}$	Ω	Принятая форма сѣченія	J_1	$K_s = \frac{k}{1+\frac{\alpha \Omega l^2}{J}}$	$\Omega_1 = \frac{M\sigma}{K_s}$	Исполнительная величина сѣченія
17	+20	+300	-450	+360	-540	-520	+380	$k=6$	$\frac{520}{6}=80$	90	$J_{1,изг}$	4	135	Нужно увелич.
18	-60	+400	+20	+480	+24	+420	-36	$k=6$	$\frac{420}{6}=70$	70	изг.	4	-15	Площ. достаточ.

Если площадь сѣченія можно назначать, не нарушая отношеній размѣровъ поперечнаго сѣченія, то можно избѣгнуть метода приближенія. Легко узнать, что можно положить $J = \Omega_1^2 \tau$, гдѣ τ – коэффиціентъ пропорціональности, зависящій только отъ отношеній размѣровъ. Въ этомъ случаѣ формула для K_s представится въ видѣ

$$K_s = \frac{k}{1 + \frac{\alpha \cdot \Omega l^2}{\Omega_1^2 \tau}}$$

и формула для опредѣленія Ω_1 будетъ:

$$\Omega_1 = \frac{N}{K_s} = \frac{N\left[1 + \left(\frac{\alpha l^2}{\tau \Omega}\right)\right]}{K}$$

(где N — наибольшая сжимающая сила.)

Раскрывъ скобки и перенесъ всѣ члены въ первую часть, получимъ:

$$k\tau R_1^2 - N\tau R_1 - N\alpha l^2 = 0 \text{ , откуда}$$

$$R_1^2 - \frac{N}{k} R_1 - \frac{N\alpha l^2}{k\tau} = 0$$

Опредѣливъ отсюда R_1, получимъ:

$$R_1 = \frac{N}{2k} \pm \sqrt{\frac{N}{4k^2} + \frac{N\alpha l^2}{k\tau}}$$

$$R_1 = \frac{N}{k}\left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{\alpha l^2}{\tau}\frac{N}{k} + \frac{1}{4}}\right] \cdots\cdots (1)$$

(При знакѣ — получается $R_1 < 0$, что не имѣетъ значенія.)

Такъ какъ $\frac{N}{k} = R$, то формула (1) преобразуется:

$$R_1 = R\left[0{,}5 + \sqrt{\frac{\alpha l^2}{\tau}\frac{N}{k} + 0{,}25}\right]$$

Величину $\tau = \frac{J}{F^2}$ можно вычислить — это есть число отвлеченное, l, свободная длина стержня, также извѣстна. Слѣдовательно, во второй части формулы всѣ величины извѣстны, и R_1, изъ нея можно опредѣлить.

§ 19. Матеріалъ желѣзныхъ мостовъ.

Верхнее строеніе желѣзныхъ мостовъ составляется обыкновенно изъ элементовъ, имѣющихъ видъ полосъ и стержней, которые соединяются между собою посредствомъ заклепокъ или болтовъ въ одно цѣлое такимъ образомъ, что крѣпость соединенія во всякомъ мѣстѣ равна или болѣе крѣпости, необходимой для выдерживанія дѣйству-

ющихъ на соединеніе усилій.

Матеріаломъ желѣзныхъ мостовъ служатъ желѣзо и сталь, чугунъ же употребляется только для второстепенныхъ частей моста, какъ напр., для подушекъ на опорахъ. Элементы желѣзныхъ мостовъ изготовляются способомъ прокатки. Чаще всего употребляются слѣдующіе сорта желѣза:

1.) Листы - толщиною 6-20 mm въ рѣдкихъ случаяхъ до 25 mm, шириною 800-1000 mm, max. 1500 mm. Длина листовъ опредѣляется условіемъ, что вѣсъ листа не долженъ быть болѣе 350-450 кг. Уд. вѣсъ желѣза принимается равнымъ 7,7 Цѣна листа зависитъ отъ рода матеріала, фабрикаціи, вѣса и размѣровъ, а также и отъ спроса. Тонкіе Листы (менѣе 8 mm) дороже средн., такъ какъ ихъ прокатка трудна и они требуютъ только хорошаго матеріала. Листы толще 6 mm и тоньше 25 mm въ мостовыхъ сооруженіяхъ вообще не употребляются, пот. что первые легко могутъ проржавѣть, а послѣдніе могутъ имѣть внутри пороки, недопустимые снаружи.

2.) Полосовое желѣзо. Оно для мостовъ употребляется шириною отъ 60-600 mm, толщиною отъ

в - 25 mm а длиною до 10 m; въ исключительныхъ случаяхъ длина доходитъ даже до 20 m. Всего чаще употребляется полосъ толщиною 10-16 mm. Наибольшая длина опредѣляется условіемъ, чтобы вѣсъ полосы не превышалъ 400 kg. Вѣсъ 1 погон. m полосы: $= q = 7{,}7 \cdot t$ kg, гдѣ t - толщина полосы въ сантим.

3.) Угольники. Наиболѣе употребляемыя формы угольниковъ приведены на черт. 51, 52, 53, 54 и 55. Угольники бываютъ равнобедренные съ равной шириной полокъ b и неравнобедренные $h \neq b$. Ширина полосъ колеблется между 60-200 mm, а толщина между 6-20 mm. Размѣры угольниковъ пишутъ обыкновенно въ видѣ дроби такимъ образомъ, что въ числителѣ пишутъ ширины полокъ, а въ знаменателѣ - ихъ среднюю толщину, напр. $\frac{120 : 100}{10}$ (см. чер.) Отношеніе толщины δ къ ширинѣ b = min $\frac{1}{11}$ и max = $\frac{1}{6}$. Толщина полокъ угольниковъ обыкновенно равна полусуммѣ ихъ размѣровъ или немного больше этой послѣдней. Вѣсъ одного погоннаго m угольника $q = 0{,}77 \cdot (b + h - \delta)\delta$ kg., при чемъ b, h и δ въ сант. Длина угольниковъ доходитъ до 10 m и больше. Цѣна угольниковъ увеличивается съ длиною полокъ и съ длиною угольниковъ. Очень тонкіе угольники дороже угольниковъ средней толщины.



Для равнобедренных уголников момент инерции получается из уравнения (приближенно):

$$J = 0{,}093\, F.h^2,$$

где F — площадь поперечного сечения и h — ширина полки.

В следующих таблицах приведены: площадь поперечного сечения, вес, разстояние центра тяжести x и y (стр. 56) от внешней грани полок и момент инерции по отношению к оси центра тяжести, параллельной полкам, для уголников различных измерений. В 1-ой таб., так как уголники равнобедренные, то $b = h$, $x = y$ и моменты по отношению к осям x и y — $J_x = J_y$.

Во 2-ой таб. для неравноб. треуг-ков x > y и мом. инерции относительно оси xx — J_x > J_y (мом. инерц. относ. оси y

Размеры поперен. сеч.		Площ. попер. сечения	Вес 1 пог. мет.	Разстоян. центров тяж.	Мом. инерц. по отн. к оси
h и b в ⅏	δ в ⅏	в □ см	в кг.	y в см	xx в см
60,60	7	7,92	6,09	1,75	21,80
	8	8,96	6,90	1,79	23,69
70,70	7	9,31	7,17	2,00	43,59
	8	10,56	8,13	2,04	48,41
80,80	8	12,16	9,36	2,29	72,75
	10	15,00	11,55	2,37	88,98
90,90	9	15,39	11,75	2,58	118,10
	10	17,00	13,09	2,62	128,15
100,100	10	19,00	14,63	2,87	184,80
	12	23,56	17,37	2,94	238,06
120,120	12	29,36	21,97	3,44	373,75
	15	53,75	25,99	3,56	450,53

Размеры поперен. сеч.		Площ. попер. сечения	Вес 1 пог. мет.	Разстояние центров тяж.		Моменты инерции относ. к цен. тя.	
h и b в ⅏	δ в ⅏	в □ см	в кг.	y в см	x в см	J_y в см	J_x в
100-80	10	17.	13,09	2,15	3,15	95,12	167,
	12	20,76	15,52	2,21	3,21	111,48	196,
120-90	12	23,16	17,29	2,37	3,57	164,80	339,
	15	29,25	22,52	2,48	3,78	194,40	409
150-100	15	35,25	27,14	2,67	5,05	284,29	798

4.) Тавровое железо. (черт. 57)

Ширина $b = 100-160^{m/m}$ Высота $h = 60-120^{m/m}$ Средняя толщина $\delta = \delta' = 8-20^{mm}$. По Винклеру даются следующія отношенія: $b = 6\delta'$; $h = 8\delta'$; $\delta = 1{,}5\delta'$, причемъ толщина δ' задается.*

5.) Двутавровое железо (черт. 58.)

Высота $h = 160-400^{mm}$; ширина $b = 80-150^{m/m}$, толщина $\delta = 8-20^{m}$

Наиболѣе удобныя отношенія размѣровъ:

$$b = 1{,}5\delta', \quad b = 10\delta', \quad h = 20\delta'.$$

Для этихъ отношеній будетъ площадь поперечнаго сѣченія $= 47\delta'^2$, моментъ инерціи $= 2983\delta'^4$ (по отношенію къ оси ц. тяжестей, параллельной b.) Длина двутавровыхъ полосъ доходитъ до 14^{mt}. Вѣсъ погоннаго $mt = 0{,}77[2b\delta' + (h+2\delta')\delta']^{kg}$, причемъ размѣры указаны въ сант. Эта формула употребляется для главныхъ балокъ малыхъ мостовъ и для переводовъ и продольныхъ болтовъ, а иногда и для сжатыхъ раскосовъ; въ Американскихъ мостахъ — для сосѣдняго пояса.

6.) Корытообразное железо. (черт. 59)

Соотвѣтствуетъ двутавровому, въ которомъ полки устроены съ одной стороны. Въ мостовыхъ сооруженіяхъ употребляются преимущественно слѣдующіе размѣры: $h = 100-300^{m/m}$; $b = 60-100^{m}$; $\delta' = 8-20^{m}$; $\delta = 1{,}5\delta'$, длина до 14^{mtr}. Употребляется иногда для сжатыхъ раскосовъ,

---

*Длина тавровыхъ полосъ доходитъ до 10^{mt}. Вѣсъ погон. мет. $= 0{,}77(b\delta' + (h-\delta')\delta')\,kg$, гдѣ размѣры въ сант

въ Американскихъ мостахъ также и для сжимаемыхъ поясовъ.

7.) Фенижъ - эжектор. (Черт. 60, 61)

Представляетъ секторы, которые соединяются въ колонны. Сечение такихъ колонъ изображено на черт. 62, 63. Внутренній діаметръ — отъ 92 - 365 m/m. Толщина средняго сектора 3 - 32 m/m. Длина секторовъ до 12 mtr. Колонны составляются изъ 4, 5, 7 до 8 секторовъ. Употребляются въ Американскихъ мостахъ для сжимаемыхъ частей. Данная форма сѣченій - наивыгоднѣйшая въ смыслѣ сопротивленія изгибу при ударѣ но представляетъ затрудненія при соединеніи колонны съ прочими частями моста.

8.) Сопла эжектора, употребляемыя для сооруженія полотна.

а) Цорреа - эжектор (чер. 64)

Ширина $b = 110 - 310^{m/m}$, высота $h = 48 - 115^{m/m}$; ширина боковыхъ стѣнокъ $\delta = 3 - 12^{m/m}$; толщина нижняго фланца и дна δ_1 и $\delta_2 = 4$ до $14,5^{m/m}$. Удобныя слѣдующія соотношенія:

$h = 0,38b$; $b_1 = 0,15b$; $l_2 = 0,3b$, $\delta_1 = 0,04b$; $\delta_2 = 0,035b$; $\delta = 0,02b$.

Если разстояніе l отъ дна отъ сѣченія $c = 0,013b$,

Примѣчаніе къ стр. 316. (Такъ какъ упругія поперечной нагрузки не сопровождаются ударами и толчками, то сказанное относится къ сопротивленію S статической нагрузки и въ расчетъ 6т. болтовъ l_1 надо вносить kP_{max}, гдѣ k для обыкновенныхъ мостовъ = 1,4, для мостовъ-фермъ = 1,3.

то при указанныхъ соотношеніяхъ между размѣрами будетъ имѣть: площадь поперечнаго сѣченія $s = 0{,}043\ в^2$, моментъ инерціи сѣченія по отношенію къ горизонтальной оси центра тяжести $J = 0{,}000849\ в^4$, а разстояніе центра тяжести отъ основанія $= 0{,}191\ в$.

в.) Шпалы Вотперена (Vautherin)

Сѣченіе-трапеція ⏢ такого вида. Онѣ употребляются, какъ желѣзныя шпалы. Размѣры тѣ-же, что и для Цюрихской.

с) Волнистое желѣзо.

Встрѣчается въ видѣ волнообразныхъ листовъ: шириною до 1^{mt}, длиною до 3^{mt}, толщиною $1-6\ ^m/_m$.

Волны въ поперечномъ сѣченіи представляютъ дуги круга, которыхъ центральный уголъ α бываетъ отъ $120-180°$ (Черт. 65.) Ширина волны $b = 130-250\ ^m/_m$. Высота волны $h = 27-125\ ^m/_m$. Моментъ инерціи волны съ достаточнымъ приближеніемъ $J = b h^2 \delta (0{,}11 + 0{,}16 \frac{h}{b})$

Вѣсъ 1 кв. mt $= 102\delta$ klg, гдѣ δ – толщина въ $^m/_m$.

Въ послѣднее время изготовляютъ волны вида (черт.

Для этихъ волнъ:

толщина листа $\delta = 1-5\ ^m/_m$

ширина волны $b = 90-100\ ^m/_m$

высота волны $h = 50-100\ ^m/_m$

Моментъ инерціи волны

$$J = \frac{1}{6}\delta h_1^3 + \frac{\pi}{4}(r^2 - r_1^2)\left(r^2 + r_1^2 + h_1^2\right) + \frac{b}{3}h_1(r^3 - r_1^3)$$

Вѣсъ 1 кв. mt $= 0{,}77\left[0{,}57 + 2\left(\frac{h}{b} - \frac{\delta}{b}\right)\right]\delta$ klg, гдѣ δ въ $^m/_m$.

d) Висячіе листы.

Висячіе листы суть листы цилиндрическія прогонные (чер. 67) abcdf, имѣющіе по краямъ ушки, плоскія кромки ab и df, которыми они прикленываются къ балкамъ. Длина листа l бываетъ до 2 mt, стрѣлка $h = 0,08\,l - 0,18\,l$.

e) Выпуклые листы.

Они имѣютъ прямоугольное или квадратное основаніе. Длина стороны основанія – 0,7 – 1,6 mt; (чер. 68) профилируетъ планъ листа и разрѣзъ его по діагонали. Средняя часть этихъ листовъ куполообразна (въ видѣ сплющеннаго свода), края плоскія. Высота f листовъ $= \frac{1}{8} - \frac{1}{18}$ меньшей стороны основанія. Ширина краевъ должна имѣть такую величину, чтобы листы можно было прикрѣплять къ балкамъ; она равна 40–80 m/m. Толщина листовъ = 6–10 m/m. Выпуклые листы выдѣлываются изъ плоскихъ, которымъ въ зависимости состояній придается выпуклая форма.

§20. Средства соединенія отдѣльныхъ частей листа между собою.

Заклепки. Въ Европѣ для соединенія рѣшетовыхъ листовъ между собою употребляютъ исключительно заклепки. Листы съ шарнирами строятъ только въ Америкѣ, да и тамъ ежегодный полезъ уменьшается непрерывными

(стр. 69.) При соединении заклепками углы, образуемые стержнями, не могут изменяться (как в шарнирных соединениях), так что стержни при действии внешних сил вид, указанный на стр. 70, они будут изгибаться, и напряжения изгиба увеличат действительное напряжение. Если стержни были-бы соединены шарнирным образом, то при действии внешних сил треугольник abc, представленный на стр. 71, принял-бы вид a'b'c', и стержни остались-бы прямыми. Но шарнирные соединения требуют большой тщательности в применении, в противном случае такие соединения являются мало-надежными.

В мостовых сооружениях употребляются заклепки диаметра $d = 18-26$ m/m. Высота головки у. перпендикуляра стержня (стр. 72) $h = 0{,}5d$; диаметр головки $= 1{,}5d$. Длина стержня заклепки $l_{max} = 4d$ и также $l_{max} = 4{,}5d$; так как заклепки забиваются в раскаленном состоянии, то, охлаждаясь, они укорачиваются, но головки сравнительно мало допускают. Этого и должно быть в заклепках, напряжение растяжения. При длине $l > 4{,}5d$ это напряжение могло-бы быть столь значительным, что заклепка не имела-бы достаточно сопротивления.

Діаметръ головки опредѣляется на основаніи слѣдующихъ соображеній: головка сопротивляется срѣзанію площадью — $= \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$;
если безопасное напряженіе для срѣзанія обозначимъ — k, а для сжатія стержня — σ, то прочность будетъ одинакова, когда

$$\sigma \frac{\pi d^2}{4} = k \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

Сжатіе производится опорной поверхностью головки у заклепки на соединяемые ею листы или полосы; въ виду лучшаго качества заклепочнаго желѣза, сравнительно съ полосовымъ, примемъ напряженіе срѣза перваго = напряженію сжатія для второго, т. е., $\sigma = k$, тогда $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$,
откуда:

$$D = d\sqrt{2} \quad \text{или} \quad D = 1{,}41\,d.$$

Поверхность срѣза головку $= \pi d h_1$, напряженіе срѣза головки σ_1, площадь срѣза стержня $= \frac{\pi d^2}{4}$, напряженіе стержня — σ.
При условіи одинаковой прочности имѣемъ:

$$\sigma \frac{\pi d^2}{4} = \sigma_1 \pi d h_1;$$

полагая $\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{3}{4}$, имѣемъ:

$$h_1 = \frac{\sigma d}{4 \sigma_1} = \frac{5}{16} d = \sim \frac{1}{3} d$$

Обыкновенно дѣлаютъ $h_1 = 0{,}5\,d$.
Опыты показали, что заклепки съ погруженными отчасти головками имѣютъ большую крѣпость, чѣмъ

без погружения, вследствіе отсутствія (более) плавнаго перехода формъ; глубина погруженія $v = \frac{1}{10} - \frac{1}{8} d$ (иногда болѣе), уголъ конуса погруженія $= 60-80°$ (черт. 73)

Употребляемыя въ мостовыхъ сооруженіяхъ формы головокъ слѣдующія:

1.) Шаровой сегментъ. Если головка безъ погруженія, то ея объемъ v (черт. 73):

$$v = \frac{\pi}{6}\left(\frac{3}{4}D^2 + H^2\right)H.$$

Здѣсь D – діаметръ головки, а H – наибольшая ея высота. При обозначеніяхъ размѣровъ (черт. 74):

$$v = 0{,}601\, d^3 \quad (d \text{ – въ ст.});$$

вѣсъ $q = 0{,}046\, d^3$ кг (d – въ ст.)

Если $H = \frac{2}{3}d$, $h_1 = 0{,}5d$ (высота головки у периметра стержня), то $D = 1{,}632\, d$.

2.) Эллиптическая головка (чер. 75.)

Уравненіе эллипса: $\frac{d^2}{D^2} + \frac{h^2}{H^2} = 1$;

поэтому для $D = 1{,}5d$ и $H = \frac{2}{3}d$; $h = 0{,}497\, d$ и объемъ ея

$$v = 0{,}785\, d^3 \quad (d \text{ – въ ст.})$$

3.) Совсѣмъ погруженная головка (потайная) (чер. 76)

Здѣсь $r = H = 0{,}4-0{,}5d$; $D = 1{,}6d$.

4.) Полупогруженная головка (чер. 77)

5.) Коробовая головка, очерченная по дугамъ круга (чер. 78) имѣетъ $v = 0{,}0584\, d^3$ и $q = 0{,}0045\, d^3$ (d – ст.)

Если діаметръ заклепокъ < 10 мм, то склепывать можно

и во горячемъ и въ холодномъ состояніи, но такія тонкія заклепки въ постоянныхъ сооруженіяхъ не употребляются, поэтому клепываніе всегда производятъ въ горячемъ состояніи. Длина l свободно высовывающейся части стержня (чер. 79), нужная для заполненія зазора отверстія и образованія головки, $l = 0{,}1a + \frac{4}{3}d$ (когда толщина соединяемыхъ листовъ $a > 4{,}5d$, то соединяютъ не заклепками, а болтами).

Обыкновенно отверстія пробиваютъ, при чемъ форма ихъ получается коническая, причемъ листы накладываютъ другъ на друга (какъ указано на чер. 80) и развертываютъ отверстія. Пробиваніе увеличиваетъ крѣпость, но только, если въ съченіи находится одно отверстіе; это объясняется тѣмъ, что матеріалъ вдавливается въ стѣнки отверстія и образуется тонкое кольцо съ уплотненнымъ матеріаломъ, такъ что при равной площади стержень съ однимъ пробитымъ отверстіемъ выдержитъ бо́льшій грузъ, чѣмъ сплошной съ одинаковою площадью поперечнаго съченія (чер. 81.) Но при пробиваніи нѣсколькихъ отверстій крѣпость значительно понижается и матеріалъ ухудшается (чер. 82), поэтому отверстія пробиваютъ съ нѣсколько меньшимъ діаметромъ и затѣмъ ихъ раз-

сверливают или вымеливают, чтобы поврежденная часть устранялась. Если соединяются несколько листов, то при сверлении они складываются вместе; при непосредственном сверлении отверстий, вследствие неоднородности материала, часто сверло несколько изгибается, идет по наиболее слабому месту, и дыра получает вид, указанный на черт. 83. Лучше всего было-бы пробить отверстия в каждом листе отдельно, а потом, сложив листы, вымерять отверстия.

§ 91. Расчет заклепочных соединений.

Когда два или более листов соединяются между собою, то, вследствие сокращения от остывания заклепки при охлаждении, является сильное прижатие листов друг к другу, и хотя между отверстием листа и стержнем остается зазор, но, вследствие сильного трения, скольжение становится невозможным. Опыты показали, что сила этого прижатия $N = 3775$ кг на 1 кв. ст, и действующая сила трения

$$fN = 0{,}2 \cdot 3775 = 775 \text{ кг на 1 кв. ст.}$$

Но такое сближение происходит только при тщательной клепке и равных листах, да и оно с течением времени ослабевает; поэтому трение при расчете не принимается во внимание, а предполагается, что заклепки сопроти-

лются одному срезыванію. Для заклепокъ вообще берется лучшее железо, чѣмъ для мостовъ и котловъ; среднимъ числомъ сопротивленіе листоваго железа при разрывѣ $K = 3200$ kg на 1 кв. cmt, а для заклепочнаго — сопротивленіе разрыву — $K_2 = 4000$ kg на 1 кв. cmt. Слѣдовательно $\frac{K}{K_2} = \frac{4}{5}$.

Обозначимъ сопротивленіе срезыванію заклепокъ черезъ δ, тогда будетъ именно $\delta = \frac{4}{5} K_2$, но $K_2 = \frac{5}{4} K$; поэтому $\underline{\delta} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} K = \underline{K}$,

т. е., сопротивленіе заклепокъ срезыванію равно сопротивленію листовъ разрыву.

Обозначимъ число заклепокъ, образующихъ соединеніе, черезъ n (стр. 84), діаметръ ихъ — d и сила, дѣйствующая на соединеніе, — P, то должно быть

$$n \cdot \frac{\pi d^2}{4} \delta \geq P \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Такъ какъ усиліе распредѣляется на всѣ заклепки неравномѣрно, то вмѣсто n берутъ $1{,}2n = n_1$.

Стержень заклепки производитъ давленіе на боковую поверхность; слѣдовательно, второе условіе, которому должно удовлетворять соединеніе — чтобы не допускалось напряженіе смятія больше допускаемаго.

Если K — напряженіе смятія, то должно быть

$$P \leq K \cdot 1{,}5d \cdot \delta \cdot n \quad \ldots\ldots \quad (2),$$

гдѣ δ — толщина листа, n — число заклепокъ, d — ихъ діаме

1,5 взято потому, что, согласно опытам, сопротивление срыванію, отнесенное къ проекціи отверстія, въ 1,5–2 раза больше сопротивленія. срыванію.

Сравнивая формулы (1) и (2), имѣемъ:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_n = k.\ 1{,}5d.\delta.n,$$

откуда имѣемъ:

$$d = \frac{1{,}5\delta.k}{\frac{\pi}{4}\sigma}.$$

Принимая $k = \sigma$ и полагая $\pi = 3$, $d = 2\delta$, т. е, когда діаметръ. заклепки = удвоенной толщинѣ листа, то формулы (1) и (2) даютъ одинаковое число заклепокъ. Положимъ, что $d \neq 2\delta$, тогда, опредѣляя число заклепокъ по формулѣ (1), получимъ:

$$n = \frac{4P}{\pi d^2 \sigma};$$

по формулѣ (2) получимъ число заклепокъ:

$$n = \frac{P}{k.\ 1{,}5d.\delta};$$

въ обоихъ случаяхъ $P = \frac{\pi d^2}{4}\sigma.n = k.\ 1{,}5d.\delta.m \ldots (3)$

при $k = \sigma$, получимъ:

$$n = \frac{2\delta}{d} m \quad \text{или}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{2\delta}{d}, \text{ т. е., при } d > 2\delta \ldots m > n,$$

а при $d < 2\delta$ ..... $m < n$.

Для исполненія нужно брать бо́льшее изъ чиселъ m и n. Такъ что если $d < 2\delta$, то надо расчитывать по 1ой формулѣ на срѣзываніе, а, если $d > 2\delta$, то по 2ой формулѣ на смятіе.

Найдемъ теперь, на какомъ минимальномъ раз-

стояний отъ края листа надо пробивать дырки.
Если предположимъ, что листъ срѣзывается по параллельнымъ плоскостямъ, тогда (чер. 85) площадь среза для каждой заклепки =

$$= 2\left(l - \frac{d}{2}\right)\delta.$$

Срѣзывающая сила, приходящаяся на каждую заклепку = p.

Имѣемъ $p = 2\left(l - \frac{d}{2}\right)\delta . S$,

гдѣ S — напряженіе листа при срѣзываніи. Съ другой стороны по условію сопротивленія срѣзанію заклепки срѣзываніе

$$p = \sigma \frac{\pi d^2}{4}$$

При равенствѣ сопротивленій срѣзу листа и заклепки

$$2\left(l - \frac{d}{2}\right)\delta . S = \sigma \frac{\pi d^2}{4}$$

Но $\frac{\sigma}{S} = \frac{5}{4}$ (на долю-же основаніи, на которомъ выше положено $\frac{K_d}{K} = \frac{5}{4}$)
Если примемъ $\pi \sim 3$ и $d = 2\delta$, то

$$2\left(l - \frac{d}{2}\right) = \frac{15}{18} d \text{ , откуда}$$

$$l \sim 1{,}5\, d$$

Обыкновенно берутъ $l \geqq 1{,}5\, d$.

Опредѣляемъ $2t$ — разстояніе между заклепками.
Полоса можетъ разорваться по линіи ab. Подобно предыдущему.

$$p = \sigma \cdot \frac{\pi d^2}{4} = k \cdot 2t \cdot \delta ,$$

но $k = \sigma$, при $d = 2\delta$ и $\pi \sim 3$, $2t = \frac{3}{2} d$ (чер. 85, 86, 87)
Разстояніе заклепки отъ боковой кромки $t = \frac{3}{4} d$;
слѣд., (чер. 85) $t' = \frac{3}{4} d + \frac{d}{2} = 1\frac{1}{4} d$.

Обыкновенно дѣлаютъ $t' = 1{,}5d$

Наименьшее разстояніе между рядами $c = 3d$, при шахматномъ расположеніи заклепокъ можно брать (чер. 84) діагональное разстояніе $c = 4d$.

22. Склепываніе широкихъ растягиваемыхъ листовъ (чер. 88.)

Заклепки располагаютъ по линіямъ, перпендикулярнымъ къ оси листа (т.е., къ дѣйствующему на него усилію); совокупность заклепокъ на одной такой линіи наз. рядомъ. За первый рядъ будемъ принимать тотъ, который наиболѣе удаленъ отъ конца листа. Прикрѣпляемый листъ обозначимъ буквой А, а тотъ, къ которому его прикрѣпляютъ, буквой В. Число заклепокъ какого нибудь $p^{го}$ ряда обозначимъ — c_p. Размѣщаемъ заклепки такъ, чтобы отъ края прикрѣпляемой полосы до заклепокъ послѣдняго ряда разстояніе было-бы не менѣе $1{,}5d$, а разстоянія между самими рядами отъ 2 до $4d$.

Пусть при такомъ размѣщеніи получилось n рядовъ, причемъ въ первомъ ряду помѣстилось c_1 заклепокъ, и ширина листа въ этомъ сѣченіи $= b_1$; во второмъ ряду c_2 заклепокъ, ширина листа — b_2, въ $p^{мъ}$ ряду — c_p заклепокъ, ширина листа — b_p; въ $n^{мъ}$ ряду послѣднемъ, число заклепокъ c_n, ширина листа — b_n

Сопротивленіе соединенія въ сѣченіи по $1^{му}$ ряду заклепокъ

$$\delta\,(t_1 - c_1 d)\,k$$

во второмъ, при одинаковомъ числѣ заклепокъ въ рядахъ, будетъ больше, такъ какъ разрушеніе соединенія черезъ какой-нибудь $p^{\text{тый}}$ рядъ произойдетъ только тогда, когда въ то-же время будутъ срѣзаны заклепки всѣхъ предыдущихъ $(p-1)$ рядовъ. Такимъ образомъ, сопротивленіе сѣченія во $2^{\text{мъ}}$ ряду будетъ равно сопротивленію площади сѣченія во $2^{\text{мъ}}$ ряду + сопротивленіе всѣхъ c_1 заклепокъ $1^{\text{го}}$ ряда: сопротивленіе сѣченія по 3 ряду = сопротивленію площади сѣченія по $3^{\text{емъ}}$ ряду + сопротивленіе c_1 заклепокъ $1^{\text{го}}$ ряда + сопротивленіе c_2 заклепокъ $2^{\text{го}}$ ряда.

Соединеніе можно подобрать такъ, что опаснымъ мѣстомъ будетъ сѣченіе $1^{\text{го}}$ ряда, а чтобы это сѣченіе было прочно, должно быть исполнено условіе:

$$\delta\,(t_1 - c_1 d)\,k = P_{max}.$$

Очевидно, что $1^{\text{е}}$ сѣченіе будетъ всего менѣе ослаблено, если поставить въ $1^{\text{мъ}}$ ряду только 1 заклепку.

Пусть ширина листа, къ которому прикрѣпляется полоса A, въ сѣченіяхъ по $1^{\text{му}}$ ряду — m_1, по второму m_2, по $p^{\text{му}}$ — m_p, по $n^{\text{му}}$ ряду — m_n; толщина листа — t. Полное число заклепокъ, необходимое для прочнаго соединенія A съ B, опредѣляется изъ формулы:

$$P_{max} = n \cdot \frac{\pi d^2}{4}\,\delta$$

(полагая, что $d = 2\delta$)

Слѣдовательно:

$$n \frac{\pi}{4} d^2 \sigma = (t_1 - c_1 d)\, \delta \cdot k \cdot 1{,}2 \ldots\ldots (I)$$

(Множитель 1,2 введенъ потому, что обыкновенно число n уменьшаютъ на 20%)

Діаметръ заклепокъ сохраняется одинаковымъ во всѣхъ рядахъ. Для опредѣленія числа заклепокъ въ какомъ нибудь ряду служитъ такая формула:

$$c_p \leqq c_1 + \mathfrak{D} \sum_1^{p-1} c + \frac{b_p - t}{d} \ldots\ldots (II)$$

(См. журн. Мин. Путей Сообщенія за 1882 г., статья: „Вычисленіе склепанныхъ соединеній.")

Здѣсь c_1 означаетъ число заклепокъ $1^{\text{аго}}$ ряда,

$\sum_1^{p-1} c = c_1 + c_2 + c_3 + \ldots c_{p-1}$ = сумма чиселъ заклепокъ предыдущихъ рядовъ, $\mathfrak{D} = \mathfrak{B} d = 0{,}785 \frac{d}{\delta^2}$.

(При этомъ принималось $\delta = k$.)

При такомъ расчетѣ наименѣе слабымъ сѣченіемъ листа A будетъ $1^{\text{ое}}$ Чтобы соединеніе было прочно, необходимо такоже, чтобы ни одно сѣченіе листа B не было-бы слабѣе перваго сѣченія листа A. Это условіе будетъ исполнено, когда число заклепокъ $c_p + p^{\text{го}}$ ряда будетъ удовлетворять слѣдующему выраженію:

$$c_p' \leqq \frac{m_p q - \mathfrak{B} d^2 \sum_1^{p-1} c}{d(q + \mathfrak{B} d) + \theta q} \ldots\ldots (III)$$

Здѣсь $q = \frac{t}{\delta}$, члѣнъ θq выражаетъ зависимость c_p' отъ разности діаметра отверстія листа и заклепки

(δ = около $1^{m/m}$), или обыкновенно пренебрегаютъ, B по предыдущему: $B = \frac{0{,}785}{\delta}$

Первое сѣченіе листа B будетъ тѣмъ прочнѣе, чѣмъ меньше C_1; наиболѣе прочно оно будетъ, если $C_1 = 1$; $n^{ый}$ рядъ относительно листа A есть первый рядъ относительно листа B, т. е., для него самый опасный, и поэтому слѣдовало-бы помѣстить одну (вообще нѣсколько) заклепку; но если B значительно крѣпче листа A, то число заклепокъ въ $n^{мъ}$ ряду т. е., въ $1^{мъ}$ для листа B - можно дѣлать большее числа заклепокъ перваго ряда листа A, и далѣе вообще не обращать вниманія на формулу (III), а расчетъ вести только по формулѣ (II), по которой число заклепокъ будетъ при увеличиваясь отъ перваго ряда листа A до послѣдняго. Вообще-же изъ двухъ величинъ C_p и C'_p, полученныхъ соотвѣтственно изъ формулъ (II) и (III) надо брать для исполненія меньшую, т. е., по сравненію въ $p^{мъ}$ ряду C_p заклепокъ, если $C_p < C'_p$ и C'_p, если $C_p > C'_p$. Для первыхъ рядовъ всегда $C_p < C'_p$; поэтому расчитывать начинаемъ по формулѣ (II). Изъ (II) формулы видно, что съ увеличеніемъ p, C_p увеличивается, а изъ формулы (III), что C'_p - уменьшается. Продолжаемъ опредѣлять число заклепокъ въ каждомъ ряду до тѣхъ поръ, пока въ какомъ-нибудь

V – C_r не делается $> C_r'$; тогда уже продолжаем расчеть, пользуясь формулой (III) Этотъ V-ый рядъ опредѣляется поэтому условіемъ:

$$C + \mathfrak{D}\sum_1^{r-1} c + \frac{b_r - b}{d} \geqq \frac{m_r q - \mathfrak{B} d^2 \sum_1^r c}{d(q + \mathfrak{B} d)},$$

откуда: $$\sum_1^{r-1} c = \frac{q m_r d - (b_r - b + C_1 d)(dq + \mathfrak{B} d^2)}{\mathfrak{R}\left[\mathfrak{B} d^2 + (q+1) d\right]} \quad \text{..... (IV)}$$

Расчеть, слѣдовательно, ведется такъ: намѣчаютъ форму прикрѣпляемаго листа, обусловливаемую конструкціей, изъ черт. опредѣляютъ линію центровъ предѣльныхъ заклепокъ, задавшись на разстояніи $3d$ подлинѣ прикрѣпляемой полосы намѣчаютъ рядъ заклепокъ, ширина b и m того и другого листа въ каждомъ намѣченномъ ряду заклепокъ будутъ, слѣд., изъ чертежа извѣстны.

Выбираемъ теперь $d \geqq 2\delta$ и сообразуясь этому пользуемся для опредѣленія числа и заклепокъ соединенія данными ранѣе формулами.

Затѣмъ задаемся числомъ C_1, принявъ его, если возможно $= 1$, затѣмъ опредѣляемъ C_2, по C_2 и $C_1 - C_3$ и т. д. до тѣхъ поръ, пока не будетъ удовлетворяться условіе (IV), послѣ чего ведемъ расчеть по формулѣ (III), пока не будетъ удовлетворено уравненіе (IV).

Если-же $b_p = b_n = b_1$, то расчеть упрощается, такъ какъ тогда членъ $\frac{b_p - b_1}{d} = 0$ и, если при этомъ ши-

рина листа B значительно больше листа A (что имеет место при прикрытии раскосовъ к поясу), то число заклепокъ определяется непосредственно изъ формулы (II), которая въ этомъ случаѣ принимаетъ видъ:

$$C_p \geqslant C_1 + D \sum_1^{p-1} c \quad \text{..... (a)}$$

Примѣръ (Чер. 89a и 89b)

Сжатіе пояса съ раскосомъ $l = 300^{mm}$, $\delta = 15^{mm}$, $d = 25^{mm}$

Слѣд., $d < 2\delta$; поэтому для опредѣленія числа заклепокъ пользуемся формулой (I):

$$n \frac{\pi d^2}{4} \sigma = (l_1 - c_1 d)\, \delta . k . 1{,}2.$$

($\sigma = k$) При $c_1 = 1$:

$$\frac{\pi \cdot 2{,}5^2}{4} = (30 - 2{,}5)\, 1{,}5 \cdot 1{,}2$$

Откуда $n = a \cdot 6$.

Сопротивленіе листа B на разрывъ значительно болѣе сопротивленія листа A. Ведемъ расчетъ по формулѣ (II).

Въ первомъ ряду помѣстимъ одну заклепку

$$D = 0{,}785 \frac{d}{\delta} = 0{,}785 \frac{2{,}5}{1{,}5} = 1{,}2;$$

слѣд., во второмъ ряду число заклепокъ будетъ:

$c_2 = 1 + 1{,}2 \cdot 1 = 2{,}2 = 2$ (Если получается въ ряду дробное число заклепокъ, то всегда беремъ меньшее число, а не большее.)

Въ третьемъ ряду $c_3 = 1 + 1{,}2\,(2+1) = 4{,}6$. Такъ какъ требуется поставить всего 6 заклепокъ, то беремъ $c_3 = 3$, тогда $c_1 + c_2 + c_3 = 1 + 2 + 3 = 6$. (достаточ.)

Заклепки на соединяемых листах стараются располагать симметрично относительно оси листа, тогда $\sigma = \frac{P}{52}$ (чер. 89). В противном случае (чер. 91) сила, действующая по этой оси, будет стремиться повернуть лист около заклепки (сила P действует на лист A, и заклепка расположена на расстоянии l от оси листа); прикладывая в центре заклепки 2 равные и противоположные силы $(+P)$ и $(-P)$, получим силу растягивающую и пару $(+P, -P)$. Лист будет испытывать сложное напряжение

$$\sigma_1 = \frac{P}{52} + \frac{Ml}{J}$$

которое $> \sigma = \frac{P}{52}$. (На черт. 92 показан случай несимметрично расположенных заклепок.)

Если-бы мы в этом случае стали размещать заклепки симметрично, то данное число их не поместилось-бы (черт. 92) и пришлось-бы ввести в соединение промежуточный узловой лист. Вследствие этого, несимметричное расположение заклепок в мостовых сооружениях употребляется довольно часто, благодаря тому, что выгадывается место, но только тогда число заклепок нужно увеличивать.

23. Клепаные сжимаемых листов.

При сжимающей силе действии наиболее (чер. 92)

нагруженный будутъ заклепки 1го ряда, слѣдоват., въ этомъ ряду нужно поставить какъ можно больше заклепокъ. Число рядовъ не должно быть большимъ и вообще не 4, пот. что заклепки дѣйствуютъ тѣмъ менѣе, тѣмъ больше онѣ удалены отъ 1го ряда.

Въ мостовыхъ сооруженіяхъ склепываніе двухъ листовъ или полосъ производится обыкновенно при помощи промежуточнаго листа — накладки. Такъ какъ накладка должна выдерживать силу, дѣйствующую на соединеніе листовъ, то длина ея должна быть не менѣе ширины листа (чер. 93) сила N дѣйствуетъ по оси соединяемыхъ листовъ и чрезъ заклепки передается отъ одного листа чрезъ накладку и заклепки къ другому, причемъ ось накладки лежитъ выше оси листовъ на величину δ (толщина листа) На накладку будетъ дѣйствовать вслѣдствіе этого сила N изгибающимъ образомъ (моментъ ея будетъ $= N\delta$), и соединяемые листы примутъ видъ, указанный на черт. 94. Напряженіе, вызываемое этимъ, будетъ слѣдовательно:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mv}{J},$$

гдѣ N — сопротивленіе всѣхъ заклепокъ въ 1мъ ряду заклепокъ.

$$N = (b - c_1 d)\sigma_k;$$

$$\mathfrak{P} = (b - c_1 d)\delta$$

Слѣдовательно:

$$\delta = \frac{(b - c_1 d)\delta_к}{(b - c_1 d)\delta} + \frac{N\delta\frac{\delta}{2}}{\frac{1}{12}\delta^3(b - c_1 d)};$$

слѣдоват.:

$$\delta = \kappa + 6\kappa = 7\kappa,$$

т. е., при соединеніи съ одной накладкой, напряженіе въ соединяемыхъ листахъ можетъ увеличиться въ 7 разъ. Если-же мы прибавимъ еще накладку внизу, то центръ тяжести всей этой системы не измѣнится, а, слѣд., изгиба не будетъ. (Обыкновенно въ этомъ случаѣ и употребляютъ 2 накладки (чер. 95.)

Если-же соединяемые листы лежатъ среди нѣсколькихъ другихъ, то можно употребить и одну накладку, такъ какъ вліяніе ея на положеніе центра тяжести въ этомъ случаѣ незначительно. (чер. 96.) Толщина накладки опредѣляется изъ условія, что накладка должна испытывать то-же сопротивленіе, а, слѣдоват., и ту-же нагрузку, что и листъ.

Слѣдоват., для случая (чер. 97):

$$(l - 2d)\delta_к = (l_1 - 3d)\tau_к$$

гдѣ $l - 2d$ — полезная ширина листа въ сѣченіи AA_1, а $l_1 - 3d$ — накладки въ сѣченіи BB_1. Отсюда опредѣляется наименьшая толщина

накладки t.

Пусть имѣемъ 2 накладки (чер. 95.); тогда, если происходитъ разрывъ черезъ заклёпки, то каждая заклепка срѣзывается въ $2^{мъ}$ сѣченіяхъ, т. е., сопротивленіе заклепокъ въ этомъ случаѣ вдвое больше, нежели будетъ:

$$2\,\frac{\pi d^2}{4}\,n\,\sigma = \left(t - c_1 d\right)\delta\,\kappa \qquad (\sigma = \kappa)$$

Отсюда получаемъ число заклепокъ n на половинѣ накладки; на всей длинѣ ихъ — $2n$.

Толщина накладки t опредѣлится изъ условія:

$$2\left(t_1 - c_1 d\right) t\,\kappa = P,$$

откуда

$$t = \frac{P}{\left(t_1 - c_1 d\right) 2\kappa};$$

гдѣ c_1 — число заклепокъ въ первомъ рядѣ накладки, т. е., наиболѣе удаленныхъ отъ кромки накладки.

Отсюда и опредѣлится t. Обыкновенно t дѣлается нѣсколько толще, чѣмъ получается изъ формулы; вообще t берутъ такъ, чтобы суммарная толщина обѣихъ накладокъ была-бы больше толщины листа; при ежемасломъ стержнѣ тоже $2t > \delta$, чтобы не было слишкомъ листовъ.

24. Форма поперечнаго сѣченія поясовъ.

Растянутый поясъ можетъ состоять изъ одной полосы, наложенныхъ одна на другую съ поперечными стыками (чер. 98). Такую форму употребляютъ

часто для растягиваемого пояса фермъ Паули, но практически она не совсѣмъ удобна, такъ какъ затрудняетъ прикрѣпленіе раскосовъ. Всего чаще употребляютъ какъ для сжимаемаго, такъ и для растягиваемаго пояса формулу тавра, для чего при малыхъ пролетахъ берутъ фасонное железо, а при болѣе значительныхъ его составляютъ изъ уголниковъ и полосъ. Обыкновенно она состоитъ изъ одиночнаго или двойного вертикальнаго листа и двухъ уголниковъ — $\underline{\text{II}}$; когда одного сѣченія недостаточно, то его усиливаютъ полосами или лямелями. (Гл. 22)

При выборѣ этого сѣченія можно пользоваться слѣдующими эмпирическими формулами, въ кот. l — обозначаетъ длину пролета въ metr'ахъ.

Толщина уголковъ: для желѣзныхъ дорогъ въ 1 путь — $\delta^{m/m} = 10 + 0{,}06\,l$, для желѣзной дороги въ 2 пути или мостъ подъ шоссе $\delta^{m/m} = 10 + 0{,}08\,l$.

Ширина полокъ уголниковъ $c = 6\delta$ до 11δ

Ширина лямели — $b^{m/m} = 150 + 4l$ (1 путь)

$b^{m/m} = 160 + 8l$ (2 пути или шоссе)

Свободная ширина t вертикальнаго листа зависитъ отъ числа заклепокъ, нужнаго для прикрѣпленія раскосовъ, для чего опредѣленія проектируютъ соединеніе болѣе крѣпкихъ раскосовъ. Въ сжимаемомъ поясѣ

толщина вертикального листа не должна быть менее $\frac{1}{15}$ t. Полезно употреблять двойной вертикальный лист, хотя, что поясные уголки одного листа не совпадают вообще с поясными другого.

Тавровый пояс можно употреблять в параллельных фермах до пролетов 80 mt, а в параболических до 100 mt. Для мостов под 2 пути эти пределы следует сузить 50 ... 60 mt. На чер. 100 представлены сечения поясов шоссейного моста, фермы которого имеют вид, указанный на фиг. 101.

Жесткость пояса тавровой фермы иногда увеличивают полосами, прерывающимися на узлах (чер. 102 или уголками (чер. 103).

Двойной тавровый и многотавровый пояс. Он получается от расположения двух или более одноставрових, один возле другого, которые соединяются общими горизонтальными полосами. На концах фермы, где эти полосы оказываются излишними, замыкают иногда их раскосами. Размеры определяются по правилам, данным для однотаврового сечения. Расстояние вертикальных листов (приблизительно) — 0,08 h, где h - высота фермы. Двойной пояс особенно пригоден для больших пролетов, так как при нем легко

увеличивать площадь сечения, а также употреблять двутавровые сжимаемые раскосы, и кроме того они представляют большее сопротивление сжатию. Образцы этого рода поясов (Чер. 104, 105)

Двутавровый пояс. Он употребляется редко, так как к нему трудно прикрепить раскосы.

Лежачий двутавровый или Н-образный пояс. Он может быть употреблен для поясов с постоянным поперечным сечением (Паули), так как изменение сечения при этой форме затруднительно (Чер. 106, 107) Среднюю горизонтальную полку формы Н обыкновенно делают раскосами.

Крестообразный пояс. Он составляется из четырех или более угольников с горизонтальными прокладками или без прокладок и с вертикальными листами (Черт. 108 и 109) Эта форма отличается большою жесткостью и потому особенно удобна для сжимаемых поясов. Площадь ее сечения можно изменить, сообразно изменяя размеры и число угольников. Где сечение по расчету получается малым, там можно устроить только 2 угольника и можно не делать горизонтальных и вертикальных полос. Как предел употребления этой формы можно при-

нять: для параллельныхъ фермъ — до 100 mt пролета, а для параболическихъ до 120 mt пролета. Для желѣзнодорожныхъ мостовъ подъ 2 пути или широкихъ мостовъ проѣздныхъ дорогъ этотъ предѣлъ приблизительно = 60% предыдущихъ.

Въ Американскихъ шарнирныхъ мостахъ употребляютъ преимущественно фермы — желѣзо и двойную или многократную форму.

§25. Соединенія частей, составляющихъ поясъ

Заклепки горизонтальныхъ полокъ угольниковъ, соединяющія угольники съ горизонтальными полосами, располагаются обыкновенно другъ противъ друга въ одномъ и томъ-же сѣченіи; заклепки вертикальныхъ полосъ, соединяющія угольники съ вертикальными листомъ, находятся всегда посрединѣ между вертикальными (чер. 110.)

Слѣдуетъ замѣтить, что горизонтальныя заклепки даютъ меньшее ослабленіе сѣченія, чѣмъ вертикальныя. Когда ширина выступающихъ краевъ горизонтальныхъ полокъ $\geqq 60^{mm}$, то прибавляютъ заклепки Z (чер. 110); онѣ располагаются между заклепками угольниковъ, такъ что въ одномъ сѣченіи поясъ имѣетъ не болѣе двухъ отверстій.

Если l — длина пролета въ mtr, то d — діаметръ заклепокъ для поясовъ можетъ быть опредѣленъ по

формулу

$$d = (20 + 0{,}05\,l)\ mm$$

Разстояніе заклепокъ въ срединномъ поясѣ должно быть настолько малымъ, чтобы часть между двумя рядами заклепокъ не могла прогнуться. При толщинѣ полосъ δ это разстояніе можетъ доходить до 20δ. Обыкновенно берутъ разстояніе заклёпокъ $t = 5d$ до $7d$ (d – діаметръ заклепокъ); среднее $t = 6d$.

Разстояніе крайнихъ заклепокъ z, не проходящихъ сквозь угольники, можетъ быть вдвое больше, т. е. $1{,}2d$ (стр. 110.)

При прикрѣпленіи концовъ горизонтальныхъ полосъ (лямелей), чтобы уменьшить по возможности длину накладокъ D, располагаютъ нужное для ихъ прикрѣпленія заклепки на меньшемъ разстояніи, чѣмъ заклёпки остальной части пояса. Это разстояніе обыкновенно $= 3d$. На практикѣ и эти заклёпки располагаютъ на нормальномъ разстояніи $6d$ (стр 111).

Примѣръ. Ширина полосы $= 32{,}8\,ct$, толщина $= 1{,}1\,ct$, діаметръ заклепокъ $d = 2{,}4\,ct$. Полезное сѣченіе полосы въ разсматриваемомъ поясѣ:

$$(32{,}8 - 2{,}4)\,1{,}1 = 31{,}02\ кв.\ ст.$$

Поперечное сѣченіе заклепки:

$$= \frac{3{,}14}{4} \cdot 2{,}41 = 4{,}52\ кв.\ ст.$$

Слѣдовательно, число заклепокъ:

$= \frac{31,02}{4,52} = 6,65$ или

съ прибавкою 20% — будетъ 8.

Въ каждомъ сѣченіи не должно быть > 2^х заклепокъ, поэтому число рядовъ = $\frac{8}{2} = 4$.

Теоретически накладка можетъ кончиться въ ав (чер. 111); изъ чертежа видно, что для помѣщенія этихъ 8 заклепокъ надо удлинить верхнюю полосу на величину Д

$$Д = 3d \cdot 3 + 1,5d = 10,5d = 10,5 \cdot 2,4 = 25,1 \text{ ст.}$$

Длина одного листа имѣетъ извѣстные предѣлы, въ зависимости отъ вѣса (не болѣе 400 кг). Поэтому въ большихъ случаяхъ бываетъ необходимо составлять поясъ изъ полосъ, длина которыхъ меньше длины пролета. На стыкахъ эти полосы сращиваются, сѣченіе пояса уменьшается на сѣченіе стыкаемыхъ полосъ и для возстановленія непрерывности необходимо стыки покрывать накладками. (Если полная поперечная площадь пояса будетъ Ω, и площадь срѣзаемаго листа — ω, то въ каждомъ листѣ срѣза будетъ сопротивляться Ω − ω, а поэтому необходимо увеличить сопротивленіе, введя накладку, сопротивленіе которой было-бы равно ω.)

§ 26. Распредѣленіе стыковъ въ поясѣ.

Возьмемъ главный поясъ составленный изъ вертикальнаго листа, двухъ угольниковъ и нѣсколькихъ

лямелей (чер 112) Напряжения пояса между накладками двумя узлами получаются, но одинаково отъ напряжения между двумя другими узлами (чер. 112) Съ увеличеніемъ напряженія, должно соотвѣтственно увеличиваться сѣченіе пояса.

Разсмотримъ, какъ распредѣляются стыки въ поясѣ, сперва стыки лямелей, затѣмъ вертикальныхъ листовъ и наконецъ уголковъ.

Стыки лямелей Существуютъ 2 способа распредѣленія стыковъ лямелей По первому - стыки распредѣляются равномѣрно по слѣдующимъ правиламъ:

а) разстоянія стыковъ въ тѣхъ частяхъ, въ которыхъ площадь сѣченія не измѣняется, должны быть одинаковы;

б) длины отдѣльныхъ частей не должны значительно отличаться отъ нормальныхъ;

в) нѣтъ габ на концахъ малыхъ длинъ.

Этотъ способъ особенно удобенъ для симметрическихъ поясовъ. Когда стыкъ получается вблизи угла - надо имѣть, что полезно удлинить верхнюю лямель, чтобы она перекрыла стыкъ, такъ что самая нижняя лямель будетъ служить накладкой.

Второй способъ распредѣленія стыковъ - это способъ сосредоточенныхъ стыковъ, т.е. сосредоточенныхъ въ одномъ мѣстѣ. Стыки, расположенные близко другъ отъ друга, значительно ослабляютъ

жесткость сечения, но для расчитываемых поясов это не имеет значения, поэтому такъ можетъ применяться второй способъ. При равномерномъ распредѣленіи сучковъ, для каждого стыка нужна особая накладка длиною = $2a$, но, если мы сосредоточимъ стыки на одномъ мѣстѣ, давая разстояніе между ними равное тому разстоянію b, которое необходимо для помѣщенія заклепокъ, соединяющихъ мѣсто съ накладкой (b = $\frac{1}{2}$ обычной длины накладки), то потребуется меньшая длина накладокъ. Въ этомъ случаѣ (чер. 113) стыки всѣхъ полосъ могутъ быть покрыты одной общей накладкой, длина которой = $(n+1)b$. Въ случаѣ равномернаго распредѣленія сучковъ, общая длина накладокъ = $2n$ (n – число сучковъ). Стыки вертикальнаго листа. Ихъ удобно располагать около узловъ (чер. 114), потому что, увеличивая величину накладки и подводя ихъ подъ сжимаемые раскосы, можно избѣгнуть вычета послѣднихъ.

Для опредѣленія мѣста стыка вертикальныхъ мѣстовъ, сперва различаютъ положеніе раскосовъ, въ зависимости отъ которыхъ и распредѣляются стыки. (Сжимаемый стержень всегда долженъ быть доведенъ до полки уголька)

Стыки угольниковъ. Стыки угольниковъ покрываются угольниками-же или полосами (чер. 115, 116.) Покрытіе угольниками возможно только при нѣкоторой длинѣ полосъ. Надо, чтобы центры отверстій для заклепокъ находились отъ полки на разстояніи 1½ діаметра.

Стыки угольниковъ лучше всего располагать между узлами, чтобы не стѣснять другихъ соединеній, но въ сжимаемомъ поясѣ выгодно располагать стыки вблизи узловъ, такъ какъ въ этихъ мѣстахъ поясъ имѣетъ вообще большую жесткость, чѣмъ между узлами. Примѣръ стыковъ обоихъ угольниковъ въ пр. (на чер. 118.) Снизу стыки покрыты общей накладкой кв.

§27. Графическое распредѣленіе матеріала пояса.

Правильное распредѣленіе стыковъ и расположеніе накладокъ въ поясахъ всего проще получается графическимъ способомъ, къ которому прибѣгаютъ послѣ того, когда не только теоретическія, но и конструктивныя соображенія всѣхъ стержней окончательно опредѣлены, и узлы вычерчены.

Способъ графическаго распредѣленія матеріала поясными листами.

Пусть получили по расчету слѣдующія вели-

ными площадей:

1-я панель: $a_1 = 40^{кв}$; 2-я ... $a_2 = 90^{кв}$; 3-я ... $a_3 = 120^{кв}$; 4-я ... $a_4 = 160$
5-я ... $a_5 = 160^{кв}$; 6-я ... $a_6 = 120^{кв}$; 7-я ... $a_7 = 90^{кв}$ и 8-я ... $a_8 = 40^{кв}$.

Это лишь расчетные полезные площади, в них не входят площади заклепочных отверстий, а потому действительные площади будут больше (это вообще те площади, которые получаются от разделения максимального груза на допущенное напряжение).

Положение (стр. 117) мы построили ось пояса 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, полупараболической фермы в цветном масштабе и первую половину пояса разделили на 4 части (панели), так что точки 1, 2 ... 8 суть узловые точки (2-я половина симметрична первой, хотя по отношению к стыкам она может быть и несимметрична).

Затем берем какой нибудь масштаб площадей (не очень малый, напр. $1^{см} = 50 \square^{см}$) и откладываем в этом масштабе различные величины площадей в виде линейных элементов: $11' = a_1$, $22' = a_2$, $33' = a_3$ ... проводим через 1', 2', 3' прямые, параллельные оси пояса; тогда получим обозначенный пунктиром ступенчатый многоугольник теоретических полезных площадей. Теперь задаемся цветной формой сечения пояса.

Возьмемъ, напр., форму сѣченія изъ вертикальнаго листа и двухъ уголниковъ (безъ лямелей), и пусть высота листа (чр. 117, а), отъ вычета отверстій, какъ для одной заклепки въ уголникахъ, такъ и для другихъ заклепокъ, могущихъ встрѣтиться, уменьшится до 90 $^{m}/_{m}$ (замѣтимъ, что расположеніе стержней, размѣры, число заклепокъ и ихъ расположеніе на вертикальномъ листѣ опредѣлено до этого графическаго расчета) Откладываемъ $KK' =$ полезной площади вертикальнаго листа, задаемъ $K'K_1' = K'\alpha =$ полезной площади каждаго уголка; $\alpha_2\alpha_3$, $\alpha_3\beta$ .... полезнымъ площадямъ лямелей и чрезъ полученныя точки $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ проводимъ прямыя, параллельныя оси 1, 2, 3.... 9 пояса.

Пусть въ выбранномъ нами примѣрѣ (чр. 117, а) площадь вертикальнаго листа $= 90.15 = 13{,}5_{\square}ct$, площадь уголника (діам. заклепки $= 20^{m}/_{m}$) будетъ $8{,}0.1{,}0 + 9{,}0.1{,}1 = 17{,}2_{\square}ct$. Вся площадь сѣченія $=$

$$= K\alpha = 13{,}5 + 17{,}2 = 47{,}5_{\square}ct.$$

Въ графѣ расчетныхъ площадей мы имѣли $a_1 = 40$, слѣд., выбранное нами сѣченіе $> a_1$ удовлетворительно для 1^{й} панели. Переходимъ ко 2^{й} панели; мы видимъ, что $a_2 = 90$, слѣд., нужно сѣченіе усилить лямелями. Возьмемъ 2 полосы шириною въ 300 $^{m}/_{m}$. Но (чр. 119) $(300 - 245) = 85$ 3

сыдовать, полоса выступать съ каждой стороны только на $\frac{85}{2} = 42,5^{мм}$, такъ что помѣщаемъ не болѣе $2^{хъ}$ заклепокъ на полосѣ.

$300 - 2.20 = 260^{мм}$; $2\omega = 26.1,0 = 26_0 ст = $ полной площ. лм.

Площадь всего сѣченія пояса $2^{го}$ панели будетъ

$$47,5 + 2.26 = 99,5 ст^2 = 9_{хе}$$

$2'и$ = излишку площади $= 99,5 - 90 = 9,5 ст^2$.

Чрезъ точку и проводимъ $ВВ_3$ параллельно оси пояса и т.д. Находимъ прилежащій многоугольникъ $Дд_2 ВВ_3 В_4 В_4^б$.... принятыхъ нами полезныхъ площадей.

Затѣмъ, сообразуясь съ указанными выше правилами, намѣчаемъ линіи стыковъ $\underline{р}$, $г$, s вертикальнаго листа, угольниковъ и лямелей. Стыки угольниковъ — посрединѣ между узлами, наблюдая, чтобы въ смежномъ поясѣ въ одномъ сѣченіи не встрѣчалось двухъ стыковъ. Нарощенныя лямели удлиняемъ на величину $ВЕ$ = половинѣ накладки.

Вертикальный листъ покрываемъ двумя накладками, полезныя площади которыхъ окладываемъ прорывъ стыковъ внизъ. Стыки угольниковъ и покрывалъ угольниками-же, площади ихъ пригружаемъ наверху, причемъ длина = длинѣ накладываемаго угольника, а ордината = площади

поперечнаго сѣченія.

Точно такимъ-же чертежомъ наверху и площади накладокъ для стыковъ ламелей. Подобнымъ-же образомъ вычерчивается распредѣленіе матеріала нижняго пояса. Разница въ томъ, что стыки ламелей могутъ быть сосредоточены и покрыты общей накладкой.

§28. Форма поперечнаго сѣченія раскосовъ.

Для растягиваемыхъ раскосовъ, (подвергающихся только давленію) употребляютъ обыкновенно полосовое или угловое желѣзо, шириною до 700 mm, толщиною до 20 mm, въ исключительныхъ-же случаяхъ: — толщиною до 30 m/m, длиною до 11 mt.

Когда длина раскоса > 11 mt, тогда его составляютъ изъ половинъ, соединенныхъ накладками. Когда раскосъ выходитъ слишкомъ широкимъ или слишкомъ узкимъ, то его дѣлаютъ двойнымъ, и тогда онъ прикрѣпляется къ вертикальному листу съ обѣихъ сторонъ (чер. 118.)

Въ большихъ мостахъ, которыхъ пояса имѣютъ двойное тавровое сѣченіе, раскосъ состоитъ изъ 2хъ или 4хъ полосъ (чер. 119)

Чтобы уменьшить дрожаніе длинныхъ раскосовъ, происходящее во время движенія груза по мосту, соединяютъ ихъ, въ случаѣ, когда они

двойные, заклепками со втулками или прокладками, сохраняющими посредством их разстояние друг от друга (чер. 120.) Разстояние v отъ заклепокъ по направлению оси раскоса должно равными около 15δ, гдѣ δ — толщина листа, т.е. v отъ $300^{m/m} - 50^{m/m}$.

Съ этою-же целью увеличивают иногда въ распорки раскосовъ уже во время сборки моментъ инерціи, для этого вставляютъ по средине полосъ прокладки, которыхъ толщина > разстоянія полосъ (чер. 121.) Если l — длина раскоса, δ — толщина и c — стрѣлка прогиба, то максимальное c можетъ быть опредѣлено изъ выраженія:

$$c > \frac{l - 60\delta}{360}$$

Для сжимаемыхъ раскосовъ употребляютъ всего чаще слѣдующія формы сѣченія

1.) Сѣченіе въ видѣ L. Уголники могутъ быть употребляемы при малыхъ поперечныхъ сѣченіяхъ, особенно для сжимаемыхъ раскосовъ горизонтальныхъ и вертикальныхъ связей.

2.) Тавровое сѣченіе T. Цѣльное прокатное употребляется рѣдко и только для малыхъ мостовъ. Оно можетъ быть составлено изъ двухъ уголниковъ ⊤, двухъ уголниковъ и вертикальнаго листа T (вмѣсто одного могутъ быть взяты

ова вертикальных листа ⊤) и изъ двухъ угольниковъ, вертикальнаго листа и одной или болѣе полосъ, прикленанныхъ къ угольникамъ ⊤.

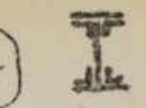
Относительно склепыванія этихъ формъ дѣйствительныя правила, данныя для двутаврового пояса.

3.) Крестообразное сѣченіе (чр. 122) Всего чаще это сѣченіе составляется: а) изъ двухъ угольниковъ; угольники соединяются прокладками шириною около 70 мм, перекрещивающимися въ горизонтальной проекціи; разстояніе прокладокъ другъ отъ друга не болѣе 120 δ, гдѣ δ — толщина полокъ угольниковъ. На концахъ это разстояніе слѣдуетъ брать меньше; къ срединѣ раскоса оно можетъ быть больше.

б.) Къ угольникамъ прикрѣпляются листы къ каждому по одному или по два (чр. 123)

с.) Четыре угольника безъ промежуточныхъ листовъ а и б (чр. 124), съ листами а (чр. 126), съ листами б (чр. 125), съ листами а и б (чр. 127.) Уменьшая или увеличивая число и размѣры листовъ и размѣры угольниковъ, можно получить различныя площади сѣченія.

4.) Двутавровое сѣченіе составляется изъ вертикальнаго листа и угольниковъ ⊥. Въ случаѣ надобности къ угольникамъ могутъ быть

приклепаны горизонтальныя полосы (ямки) 
Вертикальную стѣнку заключаютъ тоже раскосами, причемъ минимальная ширина этихъ полосъ раскосовъ = 60 мм, минимальная толщина = 7 мм. На черт. 128 горизонтальныя полки угольниковъ обращены наружу, вертикальныя примыкаютъ другъ къ другу, раскосы наклонные прикрѣплены къ угольникамъ изнутри. На чер. 129 горизонтальныя полки угольниковъ обращены внутрь, раскосы вертикальные и наклонные, послѣдніе наклонены попеременно то въ одну, то въ другую сторону и укрѣплены между угольниками. На чер. 130 наклонные раскосы переплетаются между собою и укрѣплены между угольниками, къ которымъ приклепаны полосы р. Уголъ раскосовъ съ вертикалью бываетъ отъ 45°–60°.

Въ Американскихъ мостахъ очень часто употребляютъ прутковые склепанные раскосы, составленные изъ фениковъ-желѣза. Эта форма весьма выгодна, но имѣетъ то неудобство, что внутри ея трудно возобновить окраску. Возобновленіе производится иногда слѣдующимъ образомъ: чрезъ верхнее отверстіе раскоса наливаютъ краски въ достаточномъ количествѣ; цилиндръ изъ, вырѣзанной изъ нижняго отверстія, собираютъ для дальнѣйшаго употребленія.

§ 29. Конструкція узла.

Къ построенію узловъ приступаютъ только тогда, когда окончены всѣ расчеты, извѣстны размѣры и положенія стержней, а также числа заклепокъ. Положимъ имѣемъ поясъ (чер. 131); чер. (131, a) представляетъ сѣченіе верхняго пояса, чер. (131, c) — сѣченіе вертикали, чер (131, d) — сѣченіе діагонали. Приступимъ къ построенію самаго узла, для чего строимъ осевыя линіи верхняго пояса, діагонали и вертикали (нанесены на чер. пунктиромъ.) Осевыя линіи проходятъ черезъ центры тяжести соотвѣтственныхъ сѣченій, поэтому вычерчиваемъ относительно осевыхъ линій очертаніе пояса, діагонали и вертикали. Смежный раскосъ слѣдуетъ продолжить до вертикальной полки угольника, лучше, если онъ продолженъ до горизонтальной, раскосамъ слѣдуетъ давать вообще, гдѣ возможно, симметричное сѣченіе по отношенію къ поясу. Если срѣзъ вертикальнаго листа дѣлаютъ около узла, тогда накладка, нужная для соединенія, можетъ служить дополненіемъ подкладки подъ вертикаль. Чер. 131, a представляетъ вертикальный угольникъ, доведенный до верхней полки, изгибая его вслѣдствіе отсутствія подкладки; на чер. (131, b) подъ вертикальнымъ угольникомъ находится подкладка, которой можетъ служить накладка

для стыка вертикальных листов пояса; подклад-
ка р должна быть прикрѣплена къ вертикаль но-
му листу особыми заклепками, чтобы она не мог-
ла скользить по послѣднему, такъ какъ въ проти-
номъ случаѣ заклёпки могли-бы выгибаться
(см. тж на черт. 130, г.)
Заклепки располагаемъ, шагъ окрайки соединяемыхъ
полосъ по указаннымъ выше правиламъ, причемъ зак-
лепки, поставленныя на конецъ вертикали, на вы-
нутой ея части, не идутъ въ счетъ нужнаго для
прочности окрѣпленія.
Возьмемъ теперь ферму только съ діагоналями (чер
132). Построеніе останется то-же. Ряды заклепокъ ставятся
перпендикулярно къ оси діагонали, т. е., къ направленію
ея усилія. Раскосы можно не доводить
до угольниковъ пояса; соединенные, какъ выше сказано,
обязательно нужно доводить до вертикальной или луч-
ше до горизонтальной полки угольника.

§30. Прикрѣпленіе раскосовъ къ поясамъ помощью узловыхъ листовъ.

Если поясъ не имѣетъ вертикальнаго листа или, когда
ширина его недостаточна для помѣщенія нужныхъ за-
клепокъ, то употребляютъ на узлахъ особые листы, при-
крѣпляемые къ поясу, къ этимъ листамъ раскосы при-
крѣпляютъ непосредственно или при помощи накладокъ.

На (черт. 133) представлен верхний, а на черт. (134) нижний узель фермы, въ которой раскосы прикрѣплены помощью узлового листа, такъ какъ оба пояса не имѣютъ вертикальныхъ листовъ. Форма узлового листа опредѣляется размѣщеніемъ заклепокъ, соединяющихъ раскосы съ листомъ и листъ съ поясомъ. Наименьшее число заклепокъ, которыми должны быть прикрѣплены этотъ листъ къ поясу, опредѣляется максимальной разрушающей этого узла, обыкновенно его дѣлаютъ равнымъ числу тѣхъ заклепокъ, которыми прикрѣплены раскосы къ листу. Иногда употребляютъ узловые листы, какъ накладки для покрытія стыковъ нижнихъ частей пояса. Въ этомъ случаѣ число необходимыхъ для этого покрытія заклепокъ нужно прибавить къ предыдущему числу. Для того, чтобы получить заклепки двусѣчныя и тѣмъ уменьшить ихъ число, устраиваютъ иногда узловые листы изъ двухъ листовъ, между которыми проходитъ раскосъ.

Если ширина вертикальнаго листа недостаточна для помѣщенія всѣхъ заклепокъ, то вертикальные листы срѣзываютъ на узлахъ по ав и нд (чер. 135 б) и срѣзаютъ съ ними узловой листъ авсдефдн. Стыки ав и дн покрываются накладками по общимъ правиламъ. Иногда устраиваютъ узкій вертикаль-

ный листъ изъ двухъ параллельныхъ листовъ и помѣщаютъ узловые листы между ними. Такожде дѣлаютъ вертикальный листъ изъ одного только листа, который идетъ непрерывно во всю длину пояса, а узловые листы дѣлаютъ двойными и располагаютъ изъ съ обѣихъ сторонъ вертикальнаго листа.

Узловые листы вмѣстѣ съ вертикальнымъ листомъ приходится часто употреблять для конечныхъ раскосовъ параллельныхъ фермъ, потому что эти раскосы требуютъ обыкновенно такого значительнаго числа заклепокъ, что было-бы не экономично въ смыслѣ затраты матеріала, опредѣлять ширину вертикальнаго листа въ зависимости отъ числа заклепокъ этихъ раскосовъ.

Во многоугольныхъ фермахъ, не имѣющихъ опорныхъ вертикалей, образованіе опорныхъ узловъ производится помощью узловыхъ листовъ.

Примѣръ образованія опорнаго узла параболической фермы представленъ на чер. 136.

Общій видъ параболической фермы представленъ на чер. 137.

§31. Перекрещиванье раскосовъ.

Чтобы раскосы не встрѣчались въ одной плоскости, нужно сдѣлать, наклонные вправо, прикрыть съ одной, а наклонные влѣво съ другой сторон

вертикального листа. Это всегда возможно, если раскосы составлены из одной только половины, но, если они составлены из двух половин, прикрепляемых с обеих сторон вертикального листа, то вдвое пересыкающиеся раскосов нежелательна.

Если, как на чер. (138), скошенный раскос (который в этом примере составлен из двух двойных стержней N и N_1) ложится на подкладках, то диагональ, составленная из полос Д и $Д_1$, может свободно пройти между половинами скошенного раскоса и вертикальным листом пояса. На местах перекрещивания раскосы всегда соединяются между собою заклепками, но таким образом, чтобы эти заклепки не препятствовали свободному удлинению или укорочению стержня, для чего отверстия получают немного больший диаметр, чем проходящая через него заклепка.

Если раскосы не соприкасаются, то между ними вставляются вкладки или прокладки. Когда диагонали длинные и не могут быть устроены из одной цельной части, то их сращивают на месте перекрестка и употребляют прокладку, как накладку для покрытия стыков. На чер. (139) прокладка покрывает 2 стыка тут пред объими полосами диагонали. Здесь предпо-

можно, что объ половины діаметра могутъ свободно пройти между половинами вертикали. На чер. (140) указаны сряки двойной діаметра въ случаѣ двойного Гавровало пояса (вида ⊤) Вертикаль имѣетъ двутавровое поперечное сѣченіе. Такъ какъ первый рядъ содержитъ здѣсь 2 заклепки, то соединеніе это нельзя назвать образцовымъ. Стыки въ такихъ случаяхъ слѣдуетъ покрывать двумя накладками. Если встрѣчаются 2 смежныхъ раскоса, то тотъ изъ нихъ, которому напряженія больше, идетъ непрерывно, а другой срѣзываютъ и покрываютъ образовавшійся сряку общей накладкой. (чер. 141.) Такъ какъ жесткое соединеніе раскосовъ въ мѣстахъ ихъ перекрестка уменьшаетъ ихъ напряженіе, то дѣлаютъ иногда отверстія для заклепокъ немного больше ихъ діаметра, такъ какъ самое соединеніе дѣлается съ тѣмъ умѣньшеніе дробленіе длинныхъ раскосовъ придаетъ ихъ на форму перемѣнной нагрузки.

§32. Конструкція полотна.

Полотно моста можетъ быть расположено поверху, по-низу и по-средине (см. чер. 142, 143, 144.) Во второмъ и третьемъ случаѣ ширина желѣзнодорожнаго моста опредѣляется габаритомъ. Въ случаѣ моста съ ѣздою поверху ширина

моста можетъ быть доведена до ширины пути и даже нѣсколько менѣе, лишь-бы соблюдалось условіе устойчивости отъ боковыхъ давленій, производимыхъ вѣтромъ. Поэтому желѣзнодорожные мосты до пролетовъ въ 60 mt выходятъ дешевле съ ѣздой по верху, чѣмъ по-средині и по-низу, при пролетахъ отъ 60-80 mt мосты съ ѣздою по верху и по низу обыкновенно выходятъ, а при пролетахъ отъ 80 mt и болѣе мосты съ ѣздою по верху дороже.

(Въ случаѣ моста подъ два пути это правило не примѣнимо, такъ какъ при необходимой ширинѣ моста въ этомъ случаѣ, условіе устойчивости будетъ удовлетворяться и для мостовъ пролетовъ) Такіе мосты съ ѣздою по верху возможно устроить лишь при досрочной высотѣ конструкціи. На пер. 145 изображено устройство моста съ полотномъ подъ шоссе, ѣзда по средині.

Для поддержанія полотна и соединенія объихъ фермъ въ поперечномъ направленіи, фермы соединяются поперечными балками — переводами.

Переводы устраиваются всегда перпендикулярно къ фермамъ и обыкновенно только на узлахъ, поэтому изъ разстоянія между ними равно длинѣ панелей. Переводы можно разсматривать, какъ свободно-лежащія фермы малыхъ размѣровъ,

нагрузка на нихъ передается помощью продольныхъ балокъ, соединяющихъ съ ними такъ-наз. прогоновъ. На прогонахъ же непосредственно располагаютъ полъ полотна моста. Переводы при малой ширинѣ моста устраиваются изъ прокатнаго двутаврового желѣза. При болѣе значительной ширинѣ моста переводы составляютъ или клепаные, изъ вертикальнаго листа, 4хъ уголниковъ и горизонтальныхъ листовъ (чер. 146) или въ видѣ небольшихъ раскосныхъ фермъ (Въ послѣднемъ случаѣ прогоны соединяются съ переводами на ихъ узлахъ.)

§33. Расчетъ переводовъ.

Переводы расчитываются обыкновенно какъ балки, лежащія свободно на опорахъ, хотя они прикрѣпляются къ фермѣ жесткимъ образомъ, но переводъ нельзя разсматривать какъ защемленную балку, такъ какъ отъ дѣйствія нагрузки фермы могутъ прогибаться внизъ, и разстояніе опорныхъ точекъ переводовъ здѣсь измѣняется.

Наиболѣе выгодная высота h переводовъ въ mtr. получается изъ слѣдующихъ формулъ, въ которыхъ означено: D - наибольшее давленіе на переводы въ тоннахъ, b - длина перевода въ метрахъ, c - разстояніе среднихъ прогоновъ другъ отъ друга (чер. 147), a - разстояніе крайнихъ прогоновъ отъ фермъ въ mtr.

1. Желѣзнодорожные мосты.		
	Переводъ составленъ, какъ простая листовая балка 	Переводъ рѣшетчатой системы
Дорога въ 1 путь	$h^{mt} = \frac{0{,}615^{c}\sqrt{Da(b+c)}}{\sqrt{k(b\delta+46)}}$	$h^{mt} = \sqrt{Da\,\frac{2{,}05a+1{,}23(b+c)}{4{,}1D+1{,}25k}}$
Дорога въ 2 пути	$h^{mt} = 0{,}489\sqrt{\frac{D(b^2-5{,}6c^2)}{k(b\delta+6{,}5^{-}}}$	$h^{mt} = \sqrt{D\,\frac{1{,}43b^2-117c^2}{2{,}7D^2+190k}}$
2. Мосты подъ проѣзжія дороги.		
Легкія повозки	$h^{mt} = (0{,}08+0{,}013\lambda)(1+0{,}19c)b.$	
Тяжелыя повозки	$h^{mt} = (0{,}10+0{,}013\lambda)(1+0{,}19c)b$	
Очень тяжелыя повозки	$h^{mt} = (0{,}12+0{,}013\lambda)(1+0{,}19c)b.$	

λ - разстояніе переводовъ между собою въ mtr (длина прогоновъ), δ — толщина вертикальнаго листа въ mt и k — допускаемое напряженіе въ тоннахъ на $1\square^{c/m}$.

Толщина вертикальной стѣнки δ въ случаѣ сплошной листовой балки можетъ быть получена изъ формулы:

$$\delta^{c/m} = (0{,}8+0{,}015b)^{c/m},$$

гдѣ b — длина перевода въ mtr.

Уголъники берутся равнобедренные, ширина полокъ въ $^{c}/_{m}$ приблизительно опредѣляется по формулѣ

$$\Pi = 6+0{,}2b \qquad (b - \text{въ mtr})$$

Опредѣлимъ наибольшее давленіе D въ случаѣ желѣзнодорожнаго моста. На (черт. 148) изображенъ продольный разрѣзъ такого моста: P_1, P_2, P_3 — переводы,

$П_1, П_2, П_3$ – прогоны, s – шпалы, vv – рельсы.

При движении колеса по рельсу изменяется давление, передаваемое прогонами на точки прикрепления их к переводу. Для определения наибольшего давления $Д_1$ отъ случайной нагрузки строимъ инфлюенцную линію давленій на переводъ p_2. Предположимъ, что грузъ = 1 движется прямо по прогонамъ; когда онъ будетъ находиться надъ p_1, то давленіе на переводъ $p_2=0$, то-же самое будетъ, когда онъ находится надъ p_3; когда грузъ находится непосредственно надъ p_2, то все давленіе передается на p_2, слѣд., ордината инфлюентной линіи давленій въ точкѣ $p_2 = 1$, а въ точкахъ p' и $p''=0$, и инфлюентная линія выразится ломаной $p'1p''$.

Когда грузъ движется по рельсу, то онъ передаетъ прогонамъ шпалами только въ точкахъ (узлахъ) 1, 2, 3.....9, а, такъ какъ между узлами инфлюентная линія – прямая, то видъ ея будетъ I II III IV V VII VIII.

Опредѣляемъ опасное положеніе системы грузовъ [въ нашемъ случаѣ давленій колесъ паровоза (стр. 148, а)] и затѣмъ произведеніе его тахіи. давленіе $Д_1$. Полное наибольшее давленіе $Д = Д_1 + Д_2$, гдѣ $Д_2$ – давленіе всѣхъ поперечинъ и прогоновъ.

Собственный вѣсъ перевода опредѣляется въ зависимости отъ его объема, приблизительно онъ

можетъ быть получена изъ слѣдующихъ выраженій, гдѣ q_0 означаетъ давленіе одного колеса въ тоннахъ, α, λ, b и c — имѣютъ прежнія значенія.

1.) Для желѣзныхъ дорогъ

а) 1 путь $q = (55 + 5{,}3\,q_0 + 1{,}31\,q_0\lambda)\,b^{kg}$.

б) 2 пути $q = (94 + 9{,}1\,q_0 + 2{,}26\,q_0\lambda)\,b^{kg}$

2.) Для. проѣзжихъ дорогъ

	Переводъ сплошной.	Переводъ раскосный
Легкія повозки	$q = (8{,}3 + 1{,}4\lambda)\left(1 + \frac{0{,}39}{c}\right) b^2$	$q = (2{,}6 + 1{,}9\lambda)(1 + 0{,}115\,\frac{b}{c})\,b^2$
Тяжелыя —·—·—	$q = (10{,}4 + 1{,}4\lambda)\left(1 + \frac{0{,}39}{c}\right) b^2$	$q = (3{,}4 + 2{,}6\lambda)(1 + 0{,}115\,\frac{b}{c})\,b^2$
Очень тяжелыя ·—·—	$q = (12{,}5 + 1{,}4\lambda)\left(1 + \frac{0{,}39}{c}\right) b^2$	$q = (6{,}8 + 2{,}3\lambda)(1 + 0{,}115\,\frac{b}{c})\,b^2$.

На переводъ дѣйствуютъ слѣдующія силы (чер. 147) 1.) Реакціи опоръ R, 2) давленія прогоновъ P въ точкахъ M и N и 3) собственный вѣсъ переводовъ Q.

Въ случаѣ раскоснаго перевода (чер. 149) легко опредѣлить по даннымъ силамъ напряженіе стержней по способу Кремона (полагая собственный вѣсъ распредѣленнымъ по узламъ равномѣрно). Въ случаѣ же сплошного перевода изъ листовъ J, размѣры листа и уголковъ опредѣляются по предыдущимъ эмпирическимъ формуламъ (h, δ и Π) въ зависимости отъ дѣйствующихъ на переводъ силъ R, P и Q. Но сѣченіе слѣдуетъ повѣрить на изгибъ, и, если оно окажется недостаточнымъ, то увеличить

ляхмелями. Наибольший сгибающий момент (чер. 147.) будет въ точкахъ M и N (см. линію момен-тов.) Если весь вѣсъ перевода = Q, то вѣсъ одного погоннаго метра будетъ $\frac{Q}{b}$, поэтому моментъ въ N

$$= M_{max} = Ra - \frac{Q}{b} \cdot \frac{a^2}{2}$$

$$M_{max} = \left(D + \frac{1}{2}Q\right)a - \frac{Q}{b} \cdot \frac{a^2}{2} =$$

$$M_{max} = Da + \frac{1}{2}\,\frac{Qa}{b}\,(b-a) \ldots\ldots (1)$$

Такъ какъ въ равенствѣ (1) вторичный членъ относительно первого сравнительно малъ, то можно взять:

$$M_{max} = Da.$$

Если обозначимъ J_1 — полезный моментъ инерціи опредѣленнаго по эмпирическимъ формуламъ сѣченія, состоящаго изъ вертикальнаго листа и 4-хъ угольниковъ, f — полезное сѣченіе предполагаемыхъ ляхмелей (одного или многихъ) и K — допускаемое напряженіе, то моментъ инерціи J сѣченія въ мѣстѣ, гдѣ необходимы ляхмели, чтобы выдержать сгиб. моментъ M_{max} получится изъ выраженія:

$$M_{max} = \frac{KJ}{h/2},$$

откуда необходимый моментъ инерціи:

$$J = \frac{M_{max} \cdot h}{2K} = \frac{Dah}{2K}.$$

Если получится $J > J_1$, то изъ выраженія

$$J = J_1 + \frac{Fh^2}{2}$$

можно опредѣлить площадь f ляхмелей одного пояса.

Если число заклепок въ одномъ сѣченіи = 2, и означимъ черезъ β - ширину, черезъ τ - толщину ламели одного пояса, то полезное сѣченіе ламели —

$$f = \beta\tau - 2d\tau,$$

откуда

$$\tau = \frac{f}{\beta - 2d}$$

Діаметръ заклепокъ обыкновенно $d = 20^{m/m}$, ихъ разстояніе въ уголькахъ и ламеляхъ среднимъ числомъ $= 6d = 120^{m/m}$.

Мосты пропускныхъ дорогъ. Для этихъ мостовъ можно принять, что случайная нагрузка распределена равномѣрно по мосту.

Пусть (на чер. 150) плоскій первозъ пропускной дороги; давленіе нагрузки на него передается 3-мя прогонами 1, 2 и 3. Ширина моста — b, разстояніе среднихъ прогоновъ между собою — c, разстояніе крайнихъ отъ фермъ — a. Если разстояніе перевозовъ — l въ m/m., то случайная нагрузка q, соотвѣтствующая 1 погонному метру перевоза въ тоннахъ можетъ быть опредѣлена изъ выраженій:

Легкія повозки	$q^{tn} = 0{,}59 + 0{,}41 l^{mt}$
Тяжелыя —	$q^{tn} = 1{,}02 + 0{,}57 l = \text{не} < 3{,}11^{tn}$
Очень тяжелыя —	$q^{tn} = 1{,}29 + 0{,}56 l = \text{не} < 3{,}3^{tn}$

Изъ чертежа (чер. 150)

$$D' = \frac{1}{2}(a+c)q$$

$$D' = qc \quad ; \quad R = \frac{1}{2}qb$$

Это давленіе отъ случайной нагрузки, къ которому надо прибавить давленіе полоза

На переводъ дѣйствуютъ поэтому силы:

1) На плечѣ прикрѣпленія его къ фермамъ (въ точкахъ m и n) реакціи R

2) Въ точкахъ прикрѣпленія прогоновъ къ переводамъ — давленія прогоновъ

3) Собственный вѣсъ перевода, распредѣленный равномѣрно.

§ 34. Соединенія переводовъ съ фермами.

Когда ферма имѣетъ вертикали, то переводы прикрѣпляются къ вертикалямъ; если фермы не имѣютъ вверху поперечныхъ связей, то помощью листовъ ABCD (чер. 151) увеличиваютъ жесткость листа въ поперечномъ направленіи. Этотъ листъ входитъ между уголъниками, образующими вертикаль, и соединенъ съ ними заклепками. Къ его сторонѣ AB примыкаетъ вертикальная сѣтка перевода. Сторону AB покрываютъ съ обѣихъ сторонъ накладками. Уголъники, образующіе верхній и нижній поясъ перевода, продолженіи до полки уголъника EF и скленваются также съ листомъ ABCD.

Листъ ABCD, имѣющій формѣ трапеціи, доведенъ до верхняго пояса фермы для придачи ей большей жесткости въ поперечномъ направленіи, такъ какъ въ нашемъ случаѣ по недостаточной высотѣ фермы не

могутъ получить вверху поперечныхъ связей. На (чер. 152 и 153) указано соединеніе перевода раскосной системы съ вертикалью фермы. На (чер. 154) видно расположеніе перевода, когда подъ устроенъ по-верху.) Переводъ расположенъ на верхнемъ поясѣ фермы и прикрѣпленъ къ нему заклепками.

Когда ферма не имѣетъ вертикалей, то листы, прикрѣпляющіе переводъ къ фермамъ, могутъ скрѣпляться съ вертикальными листомъ пояса. На (черт. 155) представлено устройство при ѣздѣ по низу, поясъ двойной, главовый; оба вертикальные листа пояса въ этомъ мѣстѣ прикрѣпленія перевода для большей жесткости соединены между собою поперечнымъ листомъ а, прикрѣпленнымъ къ вертикальнымъ листамъ помощію уголковъ. Иногда устраиваютъ для прикрѣпленія переводовъ особыя вертикали изъ уголковъ. При ѣздѣ по верху переводы при достаточной высотѣ конструкціи располагаются сверху фермы.

§ 35. Прогоны.

Прогоны суть короткія балки (длина ихъ = длинѣ панелей фермы), параллельныя фермамъ, опирающіяся на переводы.

Въ желѣзнодорожныхъ мостахъ на нихъ можетъ шпалы или лежни, на которыхъ располагаются рельсы (черт. 156, 157), а въ мостахъ подъ шоссе-полотно. Длина прогоновъ бываетъ отъ 2^хъ до 8 мет. Для короткихъ прогоновъ можно употреблять двутавровое прокатное желѣзо, болѣе длинные составляютъ изъ полосъ и угольниковъ.

Прогоны прикрѣпляются къ вертикальнымъ стѣнкамъ переводовъ помощью угольниковъ (чер. 158), рѣже ихъ располагаютъ сверху переводовъ. Разстояніе между прогонами для желѣзнодорожныхъ мостовъ иногда = ширинѣ пути, такъ что рельсы лежатъ надъ самыми прогонами, но лучше брать это разстояніе немного больше.

Если s' - ширина пути и e - разстояніе прогоновъ, то можно брать $e = 1{,}2s' - 1{,}3s'$.

Для $s' = 1{,}524$ mt = 5 фут. $e = 1{,}83 - 1{,}98$ mt

Наименьшая высота прогона можетъ быть получена изъ слѣдующей таблицы, гдѣ λ - длина прогона въ metr' ахъ:

Желѣзнодорожные мосты	$h = 0{,}19 + 0{,}137\lambda$ въ mtr	... для главныхъ путей
	$h = 0{,}17 + 0{,}164\lambda$ въ mtr	... для второстеп. путей
Мосты проѣзжихъ дорогъ	$h = 0{,}197(1+0{,}24c)(1+0{,}47\lambda)$	... мелкія повозки
	$h = 0{,}146(1+0{,}35c)(1+0{,}47\lambda)$	... тяжелыя — " —
	$h = 0{,}125(1+0{,}37c)(1+0{,}47\lambda)$	... очень тяжелыя — " —

Разстояніе прогоновъ с между собою, въ случаѣ мостовъ проѣзжихъ дорогъ зависитъ отъ размѣровъ насѣй, изъ которыхъ составляютъ полотно пролета; теоретически наиболѣе выгодное получается изъ слѣдующихъ формулъ:

Родъ балки прогона	Родъ повозки	Задніе колеса	Разстояніе прогоновъ с, когда полотно изъ:		
			Дерева-желѣза	Волнист. жел.	Висячія листов.
Изъ двухъ желѣза	Легкія	1,5	$0,86 + 0,104\lambda$	$0,69 + 0,084\lambda$	$1,26 + 0,152\lambda$
	Тяжел	3	$0,67 + 0,081\lambda$	$0,54 + 0,060\lambda$	$0,98 + 0,118\lambda$
	Очень тяж	5	$0,46 + 0,056\lambda$	$0,46 + 0,056\lambda$	$0,84 + 0,102\lambda$.
Изъ фасоннаго прокат. желѣза	Легкія	1,5	$1,09 + 0,088\lambda$	$0,88 + 0,081\lambda$	$1,60 + 0,043\lambda$
	Тяжел	3	$0,79 + 0,058\lambda$	$0,64 + 0,047\lambda$	$1,60 + 0,085\lambda$
	Очень тяж	5.	$0,62 + 0,066\lambda$	$0,50 + 0,054\lambda$	$0,91 + 0,097\lambda$

Если мостъ проѣзжей дороги покрытъ деревомъ, то разстояніе прогоновъ с не $> 1,5^{mt}$.

Когда $h < 400^{mm}$, то можно составить его изъ фасоннаго желѣза; при $h > 400^{mm}$ употребляютъ клепаную балку.

Прогонъ повѣряется на изгибъ по формулѣ

$$kW = M_{max},$$

гдѣ $k = 600^{kg}$ на $1\square cent.$

Собственный вѣсъ прогона для желѣзно-дорожнаго моста приблизительно получается изъ слѣдующей таблицы:

Родъ дороги	Прогонъ изъ мостовыхъ	Изъ фасонн.
Главныя дороги	$p = 15 + 15{,}0\lambda$	30λ
Второстепенныя съ нормальн. ширин.	$p = 14 + 13{,}1\lambda$	26λ
—— " —— шириною въ 1^{mt}	$p = 9 + 12{,}8\lambda$	22λ.

p — вѣсъ $1^{пог.\ mt}$ пролета, λ^{mt} — длина пролета, c^{mt} — разстояніе прогоновъ. Болѣе точно онъ опредѣляется его объемомъ.

Опредѣленіе максимальнаго момента M_{max}.

Прогонъ разсматриваемъ, какъ балку, свободно лежащую на переводахъ.

Пустимъ моментъ (черт. 158) прогона П, лежащій на двухъ переводахъ p_1 и p_2. На прогонѣ расположены шпалы, на которыхъ лежатъ рельсы. Если-бы случайная нагрузка дѣйствовала на прогонъ непосредственно, то инфлюентная линія слѣдующ. моментовъ для средняго сѣченія NN имѣла-бы видъ треугольника $d\beta f$ (черт. 159); вслѣдствіе-же передачи груза шпалами, она получитъ ломаный видъ $mn\beta qf$. Для опредѣленія наиб. момента отъ случайной нагрузки беремъ, напр., 2 паровоза, обращенные другъ къ другу трубами (расположеніе грузовъ видно на черт. 159, а) и опредѣляемъ опасное положеніе. Получимъ, что моментъ

$$M'_{max} = \sum q.y.$$

= сумма произведений из давлений колес на соответственные ординаты инфлюентной линии. Подвижную нагрузку предполагаем распределенной равномерно. Она будет состоять из:

1.) веса прогона p
2) веса шпал w
3) веса рельс u
4) веса, доставой насыпки, приходящейся на 1 прогон — n

Если момент подвижной нагрузки обозначить через M_o, то полный момент, по которому должен быть рассчитан прогон

$$M_{max} = M'_{max} + M_o.$$

Число заклепок, прикрепляющих прогон к переводам, вычисляется в зависимости от максимальной реакции прогона.

В случаях постов пропускной дороги, вес прогона может быть вычислен приблизительно по следующей таблице:

Род подвижного	Прогоны мостового типа	— фасонного типа
Легкий.	$p = 11,0(1+0,22c)(1+0,37\delta)$	$21 + (2,9 + 2,1c)\delta$
Тяжелый	$p = 13,4(1+0,28c)(1+0,37\delta)$	$21 + (4,2 + 4,2c)\delta$
Очень тяжелый	$p = 16,5(1+0,26c)(1+0,37\delta)$	$21 + (6,6 + 5,2)\delta$

Впрочемъ всегда лучше опредѣлять вѣсъ прогона по его объему.

§ 36. Прикрѣпленіе прогоновъ къ переводамъ.

Прогоны прикрѣпляются къ переводамъ помощью угольниковъ, которые оканчиваются на полкахъ прогона (чер. 160) или-же, какъ на чер. 161, продолжаются до полковъ перводовъ. Въ послѣднемъ случаѣ нужно горизонтальныя полки прогона на концахъ срѣзать, чтобы пропустить угольники.

Подъ прогонами располагаются иногда коротkіе угольники d, образующіе (чер. 160) для нихъ родъ опоръ. Подъ каждой шпалой прикрѣпляютъ къ вертикальной сторонѣ прогона угольникъ K перелицемъ съ одной и другой стороны (чер. 162), под. что такая стыковка могла-бы служить опорой давленію шпалы. Если прогонъ устроенъ высоко надъ нижнимъ поясомъ перевода, то стыкъ послѣдняго скрѣпляютъ подъ нимъ консолью изъ треугольныхъ листовъ (чер. 163), которые прикрѣпляются какъ къ прогону, такъ и къ переводу помощью угольниковъ. Если прогоны лежатъ сверху перевода, то для сохраненія ихъ вертикальнаго положенія подпираютъ ихъ подкосами, какъ на чер. 153, или, если они находятся вблизи главныхъ фермъ, ихъ прикрѣпляютъ къ листамъ, скрѣпляющимъ переводы съ

главными фермами (чер. 152)

37. Поль полотна мостовъ для проѣзжихъ дорогъ.

Поль полотна служитъ для поддерживанія верхняго строенія дороги, по которому происходитъ ѣзда. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ поль полотна имѣетъ значеніе самого полотна, такъ что по немъ происходитъ ѣзда непосредственно. Онъ изготовляется изъ дерева, чугуна, желѣза и камня.

1) Дерево. Деревянная насыпка употребляется для мостовъ съ небольшимъ движеніемъ. Брусья кладутся перпендикулярно къ направленію ѣзды, ихъ толщина = 10–16 сант.

Часто насыпку дѣлаютъ двойную: верхнюю толщиною 5–7 сант., а нижнюю 10–16 ст. Нижняя насыпка кладется параллельно или перпендикулярно, а верхняя всегда перпендикулярно направленію пути.

Для стока воды между нижними брусьями оставляютъ промежутокъ въ 2–3 ст. Для верхней насыпки нужно брать твердое дерево, всего лучше буковое, нижнюю можетъ быть изъ мягкаго.

Брусья насыпаютъ или

а) на самыя фермы, или

б) на переводныя || фермамъ, или

с) на железныхъ или деревянныхъ прогонахъ.
Полосы брусьевъ накладываютъ безъ всякаго прикрѣпленія, между полосами должны быть прикрѣплены для предупрежденія ихъ передвиженія во время пѣзды и смазки сильнымъ ветромъ.
При двойной насадкѣ верхніе брусья прикрѣпляются къ нижнимъ гвоздями. Если пѣзда не проходитъ непосредственно по насадкѣ, то между брусьями оставляютъ всегда зазоры 1–3 сант. При этомъ удобно для увеличенія ихъ долговѣчности смазывать ихъ дегтемъ или протиривать. Если насадка лежитъ на деревянныхъ прогонахъ, то она прикрѣпляется къ нимъ крѣпкими гвоздями, а если на желѣзныхъ, то — болтами, фолиціонъ 16–18 м/м, съ погруженными сверху головками. Болтъ проходитъ чрезъ подъ балки. Для избѣжанія изготовленія нужныхъ для этого отверстій въ подъ, употребляютъ для этого хомуты (черт. 165), вбиваемые въ брусья съ одной стороны. Если насадка сверху покрывается кровлею или другимъ матеріаломъ, то прикрѣпляютъ только крайніе брусья, другіе придерживаются нѣсколькими полосами шириною около 40 м/м и толщиною въ 5 м/м, которыя прикрѣпляются краями. Также употребляютъ

ленные брусья, окаймляющие наружную сторону и прикрепляемые к ней и балкам болтами.

2.) Чугун. Чугун употребляется в видѣ плитъ, имѣющихъ для крѣпости нѣсколько вертикальныхъ реберъ (чер. 166) Они лежатъ параллельными концами на балкахъ, длина плитъ (слѣдов. нужное для ихъ укладки разстояніе балокъ=0,5–2 mt. Высота реберъ обыкновенно увеличивается отъ краевъ къ срединѣ, сообразуясь съ наибольшимъ сопротивленіемъ.

Плиты чаще кладутся ребрами вверхъ, иногда внизъ, безъ всякаго прикрытія. Сверху настилаютъ песокъ, гравій или щебень, выбирая для нижняго слоя болѣе мелкій матеріалъ.

Плиты разсчитываются, какъ балки на изгибъ. Допускаемое напряженіе чугуна можно брать для разрѣженія k=240 kg. на 1 □ сант., а для сжатія 600 kg на 1 □ ст. Толщина реберъ и плиты отъ 15–20 m/m

3. Мелкъзо. Всего чаще употребляютъ для пола голомя черепъ. Дозерить – мелкъзо, которое укладываютъ поперекъ моста на фермы или прогоны, или по продольному направленію на перекрытія.

Достаточно прикрѣпить каждое фасонное мелкъзо

къ каждой балкѣ одной заклепкой. Между двумя рядами желѣза оставляютъ промежутокъ $= 2-3$ см, которые покрываютъ накладками, чтобы черезъ нихъ не выгадали мелкій дрязгъ.

На (чер. 167) изображена часть полотна пути Боррисъ желѣза. Также употребляютъ для пола полотна двутавровое ⊥ желѣзо, рельсы Barlow'a, Winnell'a и проч.

Разсчетъ фасоннаго желѣза производится по извѣстной формулѣ изгиба $Ж = Ме$.

Волнообразное желѣзо. Длина мѣстовъ по направленію волнъ $= 1-3$ mtr.

Если, напр., разстояніе балокъ $= 1{,}5$ mt, то можно класть 1 листъ на 3 балки, такъ что онъ будетъ лежать на $3^{хъ}$ опорахъ. Волны кладутъ обыкновенно перпендикулярно къ направленію моста. Каждая волна прикрѣпляется къ балкѣ тонкою заклепкой. Края отдѣльныхъ волнъ перекрываютъ взаимно на ширину $= \frac{1}{4}$ ширины волны и соединяютъ нѣсколькими заклепками.

На (чер. 168) волны расположены параллельно, а на (чер. 169) перпендикулярно къ оси моста.

Вышіе листы лежатъ непосредственно на фермахъ, прогонахъ или переводахъ выпуклою стороною вверхъ и прикрѣпляются къ нимъ заклепками.

Они производятъ на балки, къ которымъ прикрѣплено горизонтальное давленіе, вслѣдствіе чего эти балки должны быть соединены между собою распорками. Концы отдѣльныхъ листовъ перекрываютъ другъ друга на 40 mm (чер. 170). Углубленія листовъ заполняютъ бетономъ, иногда, что менѣе хорошо, смѣсью матеріаломъ и тогда для отведенія воды дѣлаютъ на нижнихъ листахъ въ листахъ отверстія.

Выпуклые листы. Эти листы имѣютъ обыкновенно видъ сомкнутаго свода на квадратномъ основаніи (см. раньше чер. 99) Они прикрѣпляются къ балкамъ всѣми четырьмя краями, для чего пояса балокъ не должны имѣть сверху выгубовъ. Края, перпендикулярные къ оси листа, подкрѣпляютъ шпренгельными поперечными балочками изъ угольниковъ или ⊔ образнаго желѣза (чер 171) и скрѣпляютъ иногда сверху еще ⊥ желѣзомъ, прикленаннымъ къ краямъ листовъ и этимъ балочкамъ.

Пазухи между выпуклостями заполняютъ бетономъ, поверхности которого даютъ поперечный скатъ для стока воды.

Въ новѣйшее время начинаютъ употреблять выпуклые листы, укладывая ихъ выпуклою стороною

внизъ. При такомъ расположеніи они выходятъ тоньше и дешевле.

4. Камень. Кирпичъ употребляется въ видѣ сводиковъ, толщиною въ 1/2 кирпича, для уменьшенія вѣса берутъ иногда пустотѣлый кирпичъ. Также дѣлаютъ сводики изъ бетона.

Пятки сводиковъ находятся на переводахъ или прогонахъ, прилежащихъ къ фермахъ, причемъ для уничтоженія горизонтальнаго распора ставятся поперечныя (балки) связи. На (чер. 172) пяти устроены прогоны. Пазухи заполняются кладкою или бетономъ. Забутка покрывается цементомъ толщиною 2,5-4 сант. или слоемъ асфальта толщиною 1,5-2 сант. для отведенія воды. Забутка получаетъ поперечные скаты къ фермамъ, при чемъ надо смотрѣть, чтобы желѣзо было защищено отъ воды.

Стрѣлка свода дѣлается $\frac{1}{8}-\frac{1}{18}$ пролета. Пролетъ = разстоянію между прогонами = 2-3 mtr. Max. горизонтальный распоръ свода на единицу длины приблизительно равенъ

$$H = \gamma r z,$$

гдѣ z - высота нагрузки въ вершинѣ, r - радіусъ свода, γ - плотность кладки.

Горизонтальная сила H стремится опрокинуть прогонъ

Чтобы укрепить прогоны, их соединяют ухватами, отстоящими друг от друга на расстоянии $\frac{1}{4}$ На длину $\frac{1}{4}$ будет действовать сила $\frac{1}{4}$, и на эту силу должны быть рассчитаны ухваты.

Правда, что на каждый прогон действует сила $\frac{1}{4}$ с двух прилегающих сторон, но при ходе по мосту не весь мост нагружается сразу (от случайной нагрузки), так что сила может действовать только с одной стороны. При мосте, не нагруженном случайной нагрузкой и равных расстояниях прогонов, нагрузка будет действовать только на крайние прогоны.

Иногда устраивают полотно из камней прямоугольной плиты, мелкощебня двумя или всеми четырьмя краями на балках. При таком устройстве горизонтального распора не будет, но потребуется устройство вдоль сделанных балок между прогонами.

38. Банкеты.

Полотно для боковых банкетов получает вообще такое же устройство, как и полотно проезжей дороги, только они здесь могут быть слабее. Для отдыхания банкета от проезжей части, его устраивают на 12–20 ст выше. На мосту, где проезжая часть приле-

кать къ банкету, устраиваютъ часто лотки для отведенія воды.

§ 39. Полотно.

Полотномъ, по которому проходитъ путь, служитъ при досчатой насыпкѣ часто уже сама насыпка. Важнѣйшія изъ другихъ устройствъ — слѣдующія:

Деревянная мостовка (чер. 173) Она состоитъ изъ призматическихъ брусьевъ прямоугольнаго или многоугольнаго сѣченія, укладываемыхъ продольно плотно другъ около друга. Основаніемъ ему служитъ деревянный или земляной полотно. По системѣ Кёстлэна, весьма распространенной въ Америкѣ, (чер. 174) призматическіе брусья, составляющіе полотно, укладываютъ рядами на брусчатую насыпку, толщиною въ 3 саж. Между брусками полагаются прокладки толщиною въ 2,5 т. Каждый призматическій брусъ прикрѣпляется къ насыпкѣ наклонно вбитымъ гвоздемъ, проходящимъ сквозь прокладку и брусъ. Готовая мостовая поливается горячимъ дегтемъ, и на нее насыпаютъ гравій.

Для Дунайскаго моста въ Вѣнѣ полотно покрыто бетономъ, на него насыпанъ слой смѣси изъ глины и песку толщиною въ 7 т, поверхъ этого слоя уложена двойная перекрещивающаяся досчатая

насыпка, толщиною въ 2 ст каждая, и на этой насыпкѣ — мостовка изъ призматическихъ брусьевъ высотою въ 13 ст.

Полотно изъ гравія. Оно употребляется очень часто. Толщина слоя на наивысшемъ мѣстѣ полотна 12–18 ст. Для отвода воды поверхности даютъ поперечный скатъ 1/50. Большая толщина полотна чрезмѣрно увеличиваетъ вѣсъ, а малая скоро изнашивается.

Образецъ полотна изъ гравія виденъ на чер. 175.

Полотно изъ бетона.

Оно бываетъ: а) изъ асфальтоваго бетона, т. е., смѣси асфальта и гравія; его толщина 12–20 ст.

б) изъ смѣси каменноугольнаго дегтя, гравія и песку, для увеличенія плотности массы берутъ вмѣсто дегтя смолу-пекъ. Толщина слоя 10–18 ст; его покрываютъ иногда слоемъ асфальта толщиною въ 2,5 ст;

в) изъ цементнаго бетона, толщиною въ 12–18 ст. Слой этого бетона покрываютъ асфальтомъ толщиною 2,5–4 ст или слоемъ битумозной извести въ 7 ст толщиною.

Каменная мостовка.

Она употребляется рѣдко вслѣдствіе большого вѣса и производимыхъ ею большихъ сотрясеній во время

движения; камни, высотою 16–20 ct кладутся на слой песку или гравія толщиною 6–15 ct.

§40. Колеи желѣзно-дорожныхъ мостовъ.

Рельсы располагаютъ на мосту на поперечинахъ или шпалахъ, какъ и въ остальной части пути (Чер. 142, 143, 144). Рѣже употребляютъ вмѣсто шпалъ продольныя лежни (чер. 156), на которыхъ рельсы лежатъ всей своей длиной; также существуютъ мосты, въ которыхъ рельсы расположены непосредственно на поясахъ фермъ или прогоновъ, или переводы расположенія такъ что одинъ возлѣ другого, что рельсы лежатъ на нихъ непосредственно.

Размѣры поперечныхъ шпалъ слѣдующіе, если a — разстояніе средины рельса отъ оси фермы, то при ширинѣ шпалы = 2,5 ct, высоту ея слѣдуетъ брать изъ прилагаемой таблицы.

Для a	5	10	15	20	25	ct
Выс. шпалы	13	18	21	24	27	ct.

Разстояніе шпалъ между собою = 65–85 ct. Стыки рельсъ получаютъ на мосту такое-же устройство, какъ и на всемъ. Шпалы прикрѣпляются къ фермамъ или прогонамъ болтами.

Эти болты проходят через отверстія въ поясахъ (чер. 164), а имъ болтовъ употребляютъ такіе-же (чер. 165) Для предупрежденія вращенія костылей, они получаютъ вблизи головки четырехгранное сѣченіе (чер. 176) Толщина болтовъ d=18—22 mm. Для предупрежденія боковыхъ передвиженій, шпалы получаютъ на нихъ мѣстахъ, гдѣ рельсы ложатся на балкахъ, вырѣзки отъ 1—3 ст глубины. Для головокъ закленокъ дѣлаютъ особыя углубленія a.

Мостъ покрываютъ настилкою изъ досокъ толщиною въ 6—7 ст и шириною около 25 ст. Между досками оставляютъ промежутки въ 2 ст для стока воды. Доски прикрѣпляются къ шпаламъ гвоздями (чер. 153) Возлѣ рельсъ оставляютъ такой промежутокъ, чтобы ихъ можно было прикрѣплять къ шпаламъ, не устраняя доскѣ: для этого достаточно 6 ст Для безопасности, чтобы колеса не могли сойти съ рельсъ, прикрѣпляютъ часто между рельсами, на разстояніи отъ нихъ приблизительно 6—7 ст толстые брусья (чер. 142—144.)

Если на мосту идетъ кривая, то внѣшній рельсъ устраивается выше внутренняго. Возвышеніе внѣшняго рельса относительно внутренняго можно вычислить по формулѣ:

$$h = \frac{sv^2}{gR}$$

(s - ширина пути, v - максимальная скорость, R - радіусъ закругленія, g - ускореніе тяжести. Если g въ mtr, то и всѣ берется въ метр, въ числѣ-же получается и h. Возвышеніе внѣшняго рельса въ кривыхъ устраиваютъ различными образомъ: весьма часто подкладываютъ подъ шпалу (подъ внѣшнимъ рельсомъ) деревянную подкладку p (чер. 177) или подкладку устраиваютъ подъ самимъ рельсомъ (чер. 178.)

41. Поперечныя связи.

Боковыя давленія (вѣтра и пр.), дѣйствуя на фермы, стремятся ихъ опрокинуть, вращая около точекъ опоръ a, b (чер. 179.) Чтобы такое опрокидываніе было невозможно, нужно устроить поперечныя соединенія, соединяющія обѣ фермы въ одно цѣлое. Разсмотримъ устройство поперечныхъ связей въ мостахъ съ пѣшей по верху и по низу.

1. Пѣшая по верху. При высотѣ балокъ не $> 0{,}7^{mtr}$ достаточно соединить обѣ фермы, сосредоточивъ въ данномъ случаѣ непосредственно изъ I прокатнаго желѣза, для сохраненія взаимнаго разстоянія ихъ, распорныя болванки. (чер. 180.)

Если пролетъ моста не $> 6^{mtr}$, то можно употреблять распорки, составленныя, смотря по высотѣ

балки, изъ одного уголькика, нѣсколькихъ уголькиковъ (склепанныхъ какъ показано на чер. 181), а также нѣсколькихъ уголькиковъ, тавровъ и полосъ (чер. 191.)

Раскосныя въ продольномъ направленіи заклепки въ подобныхъ распоркахъ можно принимать = 2 0 d, гдѣ d – діаметръ заклепокъ.

На (чер. 182) указанъ способъ прикрѣпленія этого рода распорокъ къ балкѣ. Между двумя вертикальными уголькиками 3, 3, укрѣпленными къ балкѣ, помѣщенъ треугольный листъ 1, къ котор. прикрѣплены уголькики 4, составляющіе распорку. Эти уголькики оканчиваются на полкахъ вертикальныхъ уголькиковъ 3. При пролетахъ 4-6 mtr употребляются иногда 2 перекрещивающіяся распорки изъ T или L образнаго желѣза безъ горизонтальныхъ распорокъ внизу балки. На чер. (183) распорки изъ L образнаго желѣза соединены съ балкой посредствомъ двухъ вертикальныхъ уголькиковъ. При высотѣ балокъ фермъ до 0,8 mtr удобно употреблять распорки, составленныя изъ 2 хъ полосъ, соединенныхъ между собою наскосами. Полоса могутъ составляться изъ полосоваго желѣза. Къ балкѣ пояса такой распорки прикрѣпляются помощью вертик. уголькиковъ и узловыхъ Листовъ (чер. 184.) или они соединяются непосред-

ственно съ поясами балки.

Всѣ перечисленныя выше формы поперечныхъ связей встрѣчаются преимущественно въ мосты, фермы которыхъ представляютъ изъ себя, по незначительности пролета, сплошныя балки. Въ раскосныхъ мостахъ и вообще въ мосты большихъ пролетовъ составляютъ поперечныя связи изъ 2хъ поясовъ и діагоналей. (чер. 185)

Если уголъ діагоналей съ поясомъ получится > 45°, то устраиваютъ 2 и болѣе такихъ связей одну подъ другой (чер. 142 и 186) На чер. 186 верхній поясъ горизонтальныя связи замыкаетъ переводъ р. Пояса и діагонали этихъ горизонтальныхъ связей составляютъ изъ эллипса углового, полосового, таврового и пр. сортовъ эллипса (чер. 181) При нѣсколькихъ большихъ пролетахъ діагонали поперечныхъ связей сопрягаютъ непосредственно съ полосъ. Поперечныя связи устраиваются въ плоскостяхъ переводовъ и прикрѣпляются къ вертикаляхъ фермъ помощью особыхъ соединительныхъ листовъ p и q (чер. 187) Вертикальный листъ p прикрѣпляется непосредственно къ вертикали фермы, а въ случаѣ, когда ферма вертикалей не имѣетъ, — къ вертикальному листу пояса помощью особыхъ угольниковъ m, а горизонтальный соединительный листъ q — къ нижнему

пояса. Часто можно обойтись безъ этого листа 9.

2.) Пояса по низу. При поясахъ по низу поперечныя связи могутъ быть устроены только тогда, когда высота фермы больше высоты нужнаго для пути свѣтлаго пространства. Въ этомъ случаѣ употребляютъ, смотря по высотѣ:

а) распорки изъ фасоннаго желѣза или изъ угольниковъ и полосъ

в) распорки имѣютъ видъ клепаной или раскосной балки. (чер. 188 и 189.), которыми иногда для увеличенія свободной высоты, нужной для проѣзда подъ ними, придаютъ изогнутую форму.

с) косые кресты изъ горизонтальныхъ, распорокъ и діагоналей въ одинъ и больше рядовъ, одинъ выше другого (чер. 190), смотря по высотѣ фермы, въ зависимости отъ свѣтлаго пространства. На (чер. 190) устроены 2 косыхъ креста. Пояса для этихъ крестовъ могутъ представлять собою также раскосныя балки. Для увеличенія жесткости соединенія слѣдуетъ въ углахъ устраивать особые угловые листы в или консоли. Прикрѣпленіе этихъ связей къ фермамъ производится почти такимъ образомъ, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, когда пути устроены по верху.

42. Горизонтальныя связи.

Поперечныя и горизонтальныя связи имѣютъ цѣлью придать мосту достаточную крѣпость для сопротивленія горизонтальнымъ силамъ. Подъ названіемъ „горизонтальныя или вѣтровыя связи" понимаютъ специально тѣ скрѣпленія фермъ, которыя лежатъ въ поверхностяхъ, опредѣляемыхъ поясами фермъ; Между тѣмъ, какъ цѣлью поперечныхъ связей есть предупрежденіе опрокидыванья фермъ, горизонтальныя связи должны бы лишь изгибъ въ горизонтальной плоскости невозможнымъ. Связи укрѣпляютъ вверху и внизу фермы, но при ѣздѣ по низу верхнія связи бываютъ возможны только въ достаточной высотѣ фермы.

Когда одинъ поясъ многоугольный, то верхнія связи въ этомъ случаѣ бываютъ возможны только въ средней части фермы. При ѣздѣ по низу или по средине, когда верхніе пояса, вслѣдствіе недостаточной высоты фермъ, не могутъ быть между собою соединены, укрѣпляютъ горизонтальныя связи только въ поверхности нижнихъ поясовъ. Жесткость фермы должна быть въ этомъ случаѣ увеличена особыми консольными (угловыми листами) листами, устроенными въ плоскостяхъ переводовъ (по

образцу черт. 151.)

Горизонтальные связи составляют с поясами, между которыми они расположены, и с поперечными связями горизонтальную раскосную ферму. Пояса этой фермы служат поясами вертикальной фермы, вертикалями поперечные связи или переводы, а діагоналями - сами горизонтальные связи. Эта ферма отличается от обыкновенной тем, что в случае вертикальной фермы как постоянная так и случайная нагрузка действует вертикально вниз с одной только стороны; в случае же горизонтальной фермы нагрузка, воспринимаемая ею, (боковое давление ветра W, чер. 191) может действовать по противоположным направлениям, смотря с какой стороны дует ветер. Діагоналям такой горизонтальной фермы стараются дать такое положение, чтобы угол с вертикалями как можно более приближался к 45°. При широких мостах бывает для этого нужно сделать горизонтальную ферму многораскосной.

Как и нагрузка может действовать как с одной так и с другой стороны фермы, в случае, когда діагонали составляют из полос, не могущих

сопротивляться, сжатию, в каждой панели устраи-
ваются по 2 діагонали одинакового поперечного
сѣченія.

Иногда діагонали даютъ жесткое поперечное сѣченіе,
такъ что онѣ могутъ сопротивляться и сжатію, или
даютъ діагоналямъ изъ полосового желѣза въ время
сборки такое натяженіе, что въ случаѣ ея сжима-
нія она терпитъ только это натяженіе. На чер.
192 указано устройство горизонтальныхъ связей
въ случаѣ косого моста. AA' и BB' - пояса обѣих
вертикальныхъ фермъ; AB, aa и bb, - поперечныя
связи; ab, a,b, bd, и b,c - горизонтальныя связи;
pp, и 99, - прогоны; mm, - поперечныя связи
прогоновъ. На (чер 193) горизонтальныя связи
образуютъ двухраскосную ферму, имѣющую
по 2 перекрещивающіяся діагонали въ каждой
панели (Мостъ устроенъ подъ 2 пути, имѣ-
етъ поэтому 2 пары прогоновъ).

По этой-же причинѣ, что для главныхъ
фермъ, должны и прогоны быть связаны
между собою горизонтальными связями. Эти
устраиваютъ обыкновенно только тогда, когда дли-
на прогоновъ > 4 mtr.

Въ мостахъ - же подъ шоссе, когда ѣзда про-
изводится по верху или по-низу, создъ устраи-

сверху или снизу, на долю листа, где находится полотно, горизонтальных связей делать нет надобности, так как их вполне заменяет жесткость полотна.

Для связей всего чаще употребляются полосовое железо одиночное и двойное, угольники, соединенные в Т форму, Т железо, Г-образное железо.

Горизонтальные связи иногда прикрепляют непосредственно к ребрам пояса (чер. 194), но в большинстве случаев употребляют для этого особые соединительные листы, прикрепленные к поясам.

Так (на чер. 195) соединительный лист а всей прикреплен к поясу фермы и перевода f, заменяющего уже поперечную связь, и к нему прикреплены стержни S и S_1 горизонтальной связи.

На чер. (196) для каждого из стержней S и S_1 употреблен особый соединительный лист. Когда фермы имеют небольшую высоту, то стержни горизонтальных связей прикрепляют иногда не к поясам ферм, но к поясам переводов или поперечных связей. Такой случай представлен на (чер. 197).

На мѣстахъ перекрестка горизонтальныхъ связей съ переводами, прогонами или поперечными связями, ихъ соединяютъ съ ними одною или нѣсколькими заклёпками, чтобы избѣжать дрожаній длинныхъ связей при дѣйствіи переменной нагрузки. Лучше вм. заклепокъ употреблять подвѣски, какъ на чер. 198.

43. Расчетъ горизонтальныхъ фермъ.

Горизонтальная ферма, составленная изъ поясовъ главныхъ фермъ, изъ поперечинъ и горизонтальныхъ связей, расчитывается по общимъ правиламъ фермъ. На чер. 191 представлена двухраскосная ферма этого рода (Если діагонали не жесткія, то каждый разъ дѣйствуютъ только тѣ, которыя растягиваются.) При направленіи долею боковыхъ силъ, указанныхъ на чер. 191 (въ планѣ сверху внизъ), растягиваются отъ полной равномѣрной нагрузки въ лѣвой половинѣ фермы вправо-наклоненныя, а въ правой – влѣво наклоненныя діагонали. Собственный вѣсъ принимаемъ = 0. При дѣйствіи вѣтра со стороны пояса $\overline{0,10}$ растягиваются діагонали, построенныя на (чер. 191 II). При противуположномъ направленіи вѣтра будутъ дѣйствовать противуположныя діагонали, т. е., тѣ, которыя на фиг. II

— ныть, и предѣльное напряженіе діагонали, напр., 2,4' будетъ = предѣльному напряженію діагонали 2',4, такъ что объ перекрещивающіяся діагонали, заключенныя между одинаковыми вертикалями, получаютъ одинаковое поперечное сѣченіе.

Слѣдовательно, расчетъ фермы, представленной на чер. (191, I) сводится къ расчету фермы, представленной на фиг. II. Для расчета двухраскосной фермы II, разлагаемъ ее на 2 одно-раскосныя ф. III и IV. Въ обѣихъ этихъ фермахъ каждая діагональ и каждая вертикаль, за исключеніемъ опорныхъ, входитъ только по одному разу, а стержни поясовъ — по 2 раза. Если разстояніе узловъ данной фермы (ф. I) = λ, то и f — единичная равномѣрная нагрузка, то нагрузка узловъ 1, 3, 5, 7 и 9 фермы (ф. III) и узловъ 2, 4, 6, 8 фермы (ф. IV) = $f\lambda$, а узловъ 0 и 10 = $\frac{1}{2} f\lambda$.

Если опредѣлимъ извѣстнымъ образомъ напряженія стержней обѣихъ фермъ III и IV (см. чер.), то напряженія діагоналей и вертикалей фермы II, которыя намъ требовалось опредѣлить, будутъ соотвѣтственныя напряженія діагоналей и вертикалей фермъ III и IV (См. расчетъ многораскосныхъ фермъ.) Чтобы получить напряженія

стержней поясовъ фермы II и опорныхъ верти-
калей 0,0' и 10,0' нужно сложить сооръ жения
ныя для нихъ напряженія въ фермахъ III и IV.
Когда фермы моста параллельны, слѣд. пояса
ихъ горизонтальны, то полученныя помощью
этого расчета напряженія суть ихъ дѣйстви-
тельныя напряженія; когда же фермы не парал
лельны, то онѣ суть только ихъ горизонтальныя
слагающія. Если β - уголъ наклона къ горизонту стер-
жня, котораго напряженіе получено = N, то
его дѣйствительное напряженіе $= N_1 = N \sec \beta$
(чер. 191, а)

Нагрузка горизонтальныхъ фермъ.

На ферму дѣйствуютъ слѣдующія горизонталь-
ныя силы:

1) Давленіе вѣтра на фермы. Эта нагрузка
посчитана и распредѣлена равномѣрно на всю
длину фермы; ея единичный грузъ означимъ
черезъ f.

2.) Давленіе на поѣздъ, движущійся по мосту.
Эта нагрузка подвижна, но можетъ быть
разсматриваема какъ равномѣрно распредѣлен-
ная на поѣздъ; ея единичный грузъ означимъ
черезъ p (на 1 пог. мтр. фермы.)

3.) Когда мостъ находится въ кривой, то кромѣ

этихъ двухъ нагрузокъ дѣйствуетъ еще центробѣжная сила. Эту силу вводятъ въ расчетъ, какъ грузъ, приложенный къ переднему концу нагрузки p. Мы будемъ его обозначать черезъ Z. Горизонтальныя связи расчитываются для двухъ случаевъ:

а) Принимаютъ давленіе вѣтра = 250 kg на 1 кв.mtr. боковой поверхности главной фермы, но предполагаютъ, что на мосту нѣтъ поѣзда. Въ этомъ случаѣ ферма расчитывается на одну постоянную равномѣрно распредѣленную по всей длинѣ фермы нагрузку f. Въ этомъ случаѣ величину f можно брать по слѣдующимъ формуламъ:

1.) Горизонтальныя связи только вверху или только внизу, поѣзда по верху или по низу. Здѣсь $f = (0{,}08 + 0{,}12h)$ тонны на 1 m (h-высота главн. фер. въ mtr)

2.) Горизонтальныя связи сверху и снизу фермъ. Здѣсь при поѣздѣ по верху слѣдуетъ брать для верхнихъ связей $f = (0{,}043 + 0{,}067h)$ tn на 1 m. При поѣздѣ — же по низу для верхнихъ связей $f = (0{,}037 + 0{,}053h)$, а для нижнихъ $f = (0{,}043 + 0{,}067h)$.

в.) Принимаютъ давленіе вѣтра = 150 kg на 1 m., и предполагаютъ, что по мосту движется поѣздъ. Въ этомъ случаѣ для расчета можно брать слѣдующія значенія давленій грузовъ

f и p и груза Z (См. таблицу) Эта таблица дастъ нагрузки f и p въ tonn'ахъ на 1 $^{пог.м}$ длины горизонтальной фермы, Z также въ tn, h – въ ней означаетъ высоту главныхъ фермъ въ metr., $r^{пог.м}$ – радіусъ кривой пути.

Горизонтальныя связи устроены	Поѣздъ по верху.			Поѣздъ по низу		
	Постоянн. нагруз. f.	Подвиж. нагр. p	Z.	f	p	Z
только вверху или внизу фермы	$0,041+0,072h$	0,48	$\frac{924}{r}$ (фаз)	$0,048+0,072h$	Если $\leq 6^{пог.м}$ $p=0,23h$ Если $>6^{пог.м}$ $p=0,31h$	$\frac{924}{r}$
вверху и внизу	Для верхнихъ связей					
	$0,026+0,04h$	0,48	$\frac{924}{r}$	$0,022+0,32h$	0	0
	Для нижнихъ связей.					
	$0,022+0,32h$	0	0	$0,026+0,04h$	Если $h<6$ $p=0,9-0,27h$ Если $h\geq 6$ $p=2,55$	$\frac{924}{r}$

Кромѣ вышеприведенной величины Z, представляющей сосредоточенный грузъ, находящійся впереди поѣзда, слѣдуетъ въ кривыхъ брать величину p, данную въ предыдущей таблицѣ — $p+\frac{47}{r}$

Для мостовъ желѣзныхъ дорогъ въ 2 пути и для мостовъ подъ шоссе шириною $>7,5^{мт.}$ нужно увеличить (приблизительно) f на 10%, а p на 25%

Напряженія поясовъ главныхъ фермъ, полученныя при расчетѣ горизонтальныхъ связей (т.е. произведенныя горизонтальными силами), должны быть прибавляемы къ наибольшимъ

напряжениями, произведенными вертикальной нагрузкой. Часто пренебрегают этими напряжениями, предполагая, что наибольшия давления ветра не происходят одновременно съ наибольшими напряжениями фермы и что для ветра редкия случаи, когда такое совпадение имѣетъ мѣсто, ферма, вслѣдствіе ея почти трехкратной надежности, имѣетъ достаточную прочность.

Площади поперечныхъ сѣченій стержней горизонтальной фермы, когда наибольшее напряженія опредѣлено, получаются обыкновеннымъ образомъ. Допускаемое напряженіе здѣсь можетъ быть принято бо́льшее, чѣмъ для вертикальныхъ фермъ, такъ какъ наибольшія напряженія отъ ветра происходятъ вообще довольно рѣдко и излом какого нибудь стержня не представляетъ такой опасности, какъ стержня вертикальной фермы.

Для растягиваемыхъ стержней изъ полосового желѣза берутъ за допускаемое напряженіе $k = 950$ кг на $1 \square$ см, для стержней желѣзнаго поперечнаго сѣченія $k = 720$ кг на $1 \square$ см. Стержни, подверженные сотрясію, разсчитываются обыкновеннымъ образомъ по формуламъ для сжимаемыхъ стержней.

Примѣчаніе. Техническо-инспекторскій комитетъ издалъ 5го янв. 1884 г. слѣдующія постановленія:

Условія въ связяхъ, зависящія отъ давленія вѣтра, на боковую поверхность прямыхъ частей, разсчитываются придвухъ предположеніяхъ, выбирая наивыгоднѣйшее:

а) При отсутствіи поѣзда на мостѣ, принимая давленіе въ $1\frac{1}{3}$ пуд на 1 □ фут. бок. пов. (235,1 кг на 1 □ мт.)

в) Въ случаѣ нагруженія моста поѣздомъ, принимая давленіе вѣтра въ $\frac{3}{4}$ пуд. на 1 □ фут. повер. (145 кг на 1 □ мт)

ad.-a. Въ первомъ случаѣ за боковую поверхность, подвергающуюся дѣйствію вѣтра, слѣдуетъ брать кромѣ дѣйствительной боковой поверхности одной фермы еще часть поверхности другой фермы, такъ какъ при наклонномъ или косомъ направленіи вѣтра обѣ фермы не будутъ вполнѣ перекрывать одна другую. Поверхность, подвергающуюся дѣйствію вѣтра двухъ фермъ одного пролета можно принять приблизительно для рѣшетчатыхъ фермъ въ 0,60 отъ сплошной площади, ограниченной наружнымъ очертаніемъ одной фермы, а для раскосовъ въ 0,50, предполагая при этомъ, что желѣзное строеніе пролетнаго

часи помѣщается между поясами. Давленіе вѣтра на боковую поверхность фермы распредѣляется въ этомъ случаѣ поравну между верхними и нижними горизонтальными связями. Если желѣзное строеніе проѣзжей части помѣщается не между поясами фермъ, а надъ поясами, то слѣдуетъ еще взять въ расчетъ давленіе вѣтра на сплошную боковую поверхность строенія проѣзжей части, относя такое добавочное давленіе полностью на верхнія или нижнія связи, смотря по расположенію проѣзжей части.

ad — b. Во второмъ случаѣ, при нахожденіи на мосту поѣзда, полная боковая поверхность, подверженная давленію вѣтра, получается отъ прибавленія къ исчисленной, согласно вышеизложенному, поверхности фермы а — 10 кв. фут. на 1 пог. футъ моста (3,05 кв. мт. на 1 пог. мтръ), въ мостахъ, имѣющихъ ѣзду по верху, относя при этомъ по $^3/_5$ давленія, принимаемаго боковой поверхностью поѣзда, какъ на верхнія, такъ и на нижнія связи. ; b.) въ мостахъ съ ѣздою по низу отъ 7,5 до 10 кв. фут. на 1 пог. футъ моста (2,29 — 3,05 кв. мт. на 1 пог. мтръ) (Сообразственно вышесказанному относительно фермъ, имѣющихъ отъ 0,5 саж. до 3 саж.;

1,07 mt – 6,4 mt) и более, причем все давление на эту добавочную площадь относится на нижния связи. Величина добавочной площади въ 10 и 7,5 кв. фут. (3,05 – 2,29) кв. mt) получается изъ полной боковой поверхности поезда на погонный футъ (пог. метръ) моста, за вычетомъ промежутковъ между смежными вагонами и между головкою рельса и поломъ вагона, причемъ первая величина 10 кв. фут. относится къ тому случаю, когда поверхность поезда не прикрыта фермою Н во всю высоту; вторая предполагаетъ поверхность поезда прикрытою во всю высоту фермой, что будетъ имѣть мѣсто въ мостахъ съ ѣздою по низу при фермахъ съ высотою $\geq$ 3 саж (6,4 mtr)

Поперечныя связи поясовъ главныхъ фермъ и поперечныхъ балокъ (переводовъ), если послѣднія замѣняютъ собою поперечныя связи и являются вертикалями горизонтальной фермы, опредѣляются по слѣдующимъ формуламъ:

I) для поясовъ $S = \frac{\max P + 0{,}5 \max P'}{k}$

II) для поперечныхъ балокъ $K_1 = \frac{M_e}{J} + \frac{0{,}5 P''}{S'}$

Здѣсь k и k_1 – допускаемыя напряженія для поясовъ главныхъ фермъ и поперечныхъ балокъ (k_1 = 600 кгр на 1 □ ct); $\max P$ – наибольшее усиліе,

принимаемое поясом отъ вертикальной нагрузки; max. P' — наибольшее усилія въ поясѣ отъ дѣйствія вѣтра; s — площадь сѣченія пояса; M — наибольшій сгибающій моментъ отъ вертикальной нагрузки на поперечную балку (переводъ), P'' — наибольшее усиліе, принимаемое поперечной балкой, принимающей на себя сжимающее усиліе. Численные коэффиціенты въ этихъ формулахъ представляютъ: первый — отношеніе $\frac{750}{1200}$, второй — $\frac{600}{1200}$, т. е. отношенія напряженій, допускаемыхъ соотвѣтственно въ поясѣ главной фермы и въ поясѣ поперечной балки (перевода) для вертикальной нагрузки и для вѣтра.

44. Устройство мостовъ на отгонахъ.

Желѣзнодорожные мосты. Земля, насыпи и балластный слой ограничиваются обыкновенно стѣнкой, лежащей на опорѣ, устроенной позади фермы. Стѣнка покрывается сверху рядомъ камней, толщина ея, смотря по высотѣ — 0,5 — 1 mtr. Переходъ полотна отъ пути къ мосту устраивается слѣдующимъ образомъ:

1.) На стѣнку кладутъ, смотря по ея верхней толщинѣ 1 или 2 шпалы, на которыхъ непосредственно лежатъ рельсы (стр. 199). Если шпалы на мосту лежатъ на прогонахъ, а первый переводъ

(считая отъ опоры) находится отъ стѣнки на разстояніи, бо́льшемъ разстоянія шпалъ между собою, то продолжаютъ прогоны въ видѣ консолей и кладутъ первую шпалу на эти консоли (чер. 200) Часто вмѣсто консолей продолжаютъ прогоны до самой стѣнки и укладываютъ ихъ концами на чугунныхъ подушкахъ, расположенныхъ на полкахъ опоръ такимъ-же образомъ, какъ и главныя фермы (чер. 201) При этомъ устройствѣ первый переводъ можетъ быть удаленъ отъ опоръ, что облегчаетъ его прикрѣпленіе къ фермѣ.

2.) При описанномъ устройствѣ сотрясенія производятъ весьма дурное вліяніе на стѣнку, поэтому часто щебнемъ кладутъ на нее шпалы. На (чер. 202) опора окончена вверху весьма тонкой стѣнкой, послѣдняя шпала находится передъ этой стѣнкой; рельсы переходятъ на мостъ, не прикасаясь къ ней. Подобное устройство видно также на (чер. 200.) Устройство на промежуточной опорѣ указано на (чер. 203) Здѣсь средняя часть опоры между фермами продолжена вверхъ и на ней лежитъ шпала.

Мостъ подъ шоссе.

Земляное дѣло получаетъ окончаніе, какъ и въ желѣзнодорожныхъ мостахъ, вертикальной

стыкной опоры.

Относительно перехода полозка изъ пути на мостъ слѣдуетъ различать опору съ неподвижной и подвижной подушкой.

1.) Опора съ неподвижной подушкой. Когда полозъ деревянный, то покрываютъ промежутокъ между опорой и желѣзнымъ сопротивомъ деревяннымъ брусомъ (чер. 204.) На (чер. 205) указанъ переходъ для полозка изъ Ворсель-желѣза. Подобнымъ-же образомъ устраиваютъ переходъ, когда полозъ сосунъ изъ выпуклыхъ листовъ или волнистаго желѣза. При употребленіи выступы листовъ оканчиваютъ ихъ тупо передъ стыкомъ опоры или они покрываютъ немного самую стыку, но не лежатъ на ней. (чер. 209)

2.) Опора съ подвижной подушкой. Здѣсь употребляютъ часто такое-же устройство, какъ и на опорѣ съ неподвижной подушкой. На (чер. 206) указанъ способъ, употребляемый Гербероли. Полъ полозка составленъ изъ волнистаго желѣза. На нѣсколькихъ мѣстахъ прикрѣпленъ къ опорѣ желѣзная полоса съ помощью завернутыхъ болтовъ b съ потопленной головкой. На этой полосѣ скользитъ другая полоса P, къ которой прикрѣпленъ волнистое желѣзо.

На (чер. 207) показано подобное-же устройство для полотна Ширесъ-экселъза.

На чер. (208) полотно моста сосоитъ изъ деревянныхъ призмъ и висячихъ мостовъ; шоссе мощеное камнемъ. Полотно на мосту окончено вертикальнымъ мостомъ V, а земляное тоже пути — поперечной двутавровой балкой. Вмѣсто экселъзной балки можно было употребить деревянную поперечину. На поперечинѣ укрѣпленъ горизонтальный мостъ, по которому можетъ скользить чугунная плита m, соединенная съ полотномъ.

45. Подушки.

Балки не укладываются непосредственно на опоры, но сначала кладутся на опоры подкладки или подушки и на нихъ располагаются фермы.

Цѣль подушекъ:

1.) Распредѣленіе давленія на бо́льшую плоскость подфермennаго камня. При непосредственной укладкѣ можно-бы произойти его раздробленіе. Наибольшее давленіе на 1 □ см не должно превышать: для гранита — 60 kg, для песчаника — 20 kg, извести́яка — 30 kg, кирпича 6–10 kg, цементнаго раствора — 15 kg и воздушнаго раствора — 4 kg.

2.) Облегченіе передвиженій концовъ балокъ, происходящихъ отъ удлиненій, происходящихъ пере-

ными температуры.

3.) Придать точкѣ приложенія опорнаго давленія опредѣленное положеніе.

Подушки бываютъ а) неподвижныя, недопускающія передвиженія конца балки b) скользящія, въ которыхъ это передвиженіе возможно только послѣ уничтоженія трренія скольженія и c) каточныя, облегчающія передвиженіе помощью катковъ. Наибольшее перемѣщеніе концовъ балки въ зависимости отъ перемѣны температуры можно опредѣлить изъ формулы: $\Delta = \alpha t l$, гдѣ l длина балки, t — перемѣна температуры, Δ — соотвѣтствующее этой температурѣ удлиненіе, α — коэффиціентъ линейнаго расширенія желѣза. Для градусовъ Цельсія $\alpha = 0{,}000018$; для $t = 30$ и $l = 1{,}20^{mtr}$, получимъ изъ этого выраженія $\Delta = 70^{m/m}$. На такую величину передвинется одинъ конецъ этой балки, если другой ея конецъ неподвиженъ. Изъ этого примѣра видимъ, что передвиженіе концовъ балки, производимое перемѣнами температуры, вообще говоря, не очень мало.

Неподвижныя и скользящія подушки.

Эти подушки употребляются для мостовъ малыхъ пролетовъ, для стропильныхъ фермъ они могутъ быть употребляемы для пролетовъ 25^{mtr}.

Неподвижная подушка сострогъ изъ чугунной плиты (чер. 210), окаймленной обыкновенно выступающими продольными ребрами, отстоящими отъ полосъ на 1,0 до 2,5 ст. Эти ребра должны быть низкими и узкими; если они мѣшаютъ прикрѣпленію вѣдей или переводовъ къ концамъ фермы, то ихъ вовсе не устраиваютъ. Цѣль ихъ — устранить поперечныя перемѣщенія балки на подушкѣ. Если полосъ снизу неглядкій, но имѣетъ выступающія головки заклепокъ, то для нихъ устраиваютъ на плитѣ углубленія, какъ на (чер. 211) Вмѣсто отдѣльныхъ углубленій для каждой заклепки, должно имѣть видъ желобковъ, простирающихся во всю длину подушки, или снизу пояса прикрѣпляютъ къ нему промежуточную плиту, толщиною не менѣе высоты головокъ заклепокъ, въ которой для этихъ головокъ устроены соотвѣтствующія углубленія. Часто поясъ лежитъ на неподвижной подушкѣ безъ всякаго соединенія. При этомъ предполагаютъ, что трепія между подушками и поясами вполнѣ достаточно для устраненія всякаго перемѣщенія пояса вдоль подушки.

Скользящія подушки.

Онѣ состоятъ изъ двухъ частей.

1.) Изъ промежуточной плиты а (чер. 212)
2) Изъ нижней плиты в, расположенной на подферменномъ камнѣ.

Для облегченія скольженія промежуточной плиты по нижней, изъ соприкасающихся поверхностей дѣлаютъ по возможности гладкими.

Промежуточная плита а изготовляется изъ элемента и изъ чугуна. Въ первомъ случаѣ она прикрѣпляется къ поясу заклепками, а во второмъ — болтами, съ потайными головками въ обѣихъ случаяхъ.

Для устраненія поперечныхъ перемѣщеній балки, промежуточная плита получаетъ часто выступающія внизъ ребра.

Размѣры неподвижныхъ и скользящихъ подушекъ.

Если ширину нижней плиты подушки обозначимъ черезъ p, а ширину пояса — p_1, то для однопролетнаго пояса $p = 1{,}5\,p_1$, для двойного завареного $p = 1{,}25\,p_1$, для двухзавареного $p = 1{,}0 - 1{,}75\,p_1$.

Если наибольшее опорное давленіе = D, допускаемое давленіе подфермеинаго камня — k и l — длина подушки, то l получается изъ условія:

$$k.p.l = D.$$

Величины k для различныхъ сортовъ камня даны выше

Для мостов большихъ пролетовъ можно вслѣдствіе малыхъ ударовъ брать K больше, чѣмъ для малыхъ мостовъ.

Если l – длина пролета въ mtr'ахъ, λ – длина подушки въ mtr., то λ можно опредѣлить изъ слѣдующихъ эмпирическихъ формулъ:

Двухъопорныя балки: $\lambda = 0{,}32 + 0{,}007\,l$

Многоопорныя на концахъ $\lambda = 0{,}27 + 0{,}006\,l$

Многоопорныя на промежуточныхъ опорахъ $\lambda = 0{,}45 + 0{,}01\,l$.

Толщина нижней плиты въ $^m/_m$ $t = 40 + 0{,}9\,l$, гдѣ l – пролетъ моста въ mtr. По краямъ толщина плиты можетъ быть немного меньше. Высота боковыхъ реберъ $0{,}3t$ до $0{,}4t$. Толщина промежуточной плиты: желѣзной $t_1 = 0{,}33t$, чугунной $= 0{,}67t$

Въ случаѣ поясовъ, не имѣющихъ снизу равныхъ поверхностей, форма подушекъ зависитъ отъ формы нижней части балки. Одинъ примѣръ этого рода подушекъ для балки, составленной изъ двухъ рельсовъ, показанъ на чер. (213) Вся подушка отлита одной чугунной частью, нижняя поверхность, на которой лежитъ головка рельса, хорошо обработана, чтобы прилеганіе было плотнѣе; балка прикрѣплена къ подушкѣ [illegible] болтами съ клиньями.

Если высота рельса h, то можно брать: ширину подушки внизу – $2{,}5\,h$, длину $= 2{,}0\,h$, толщ.

ну подъ головкой рельса — 0,4h.

Соединеніе подушекъ съ опорами.

Въ малыхъ мостахъ прикрѣпляются чаще подушки къ опорамъ фундаментными или „каменными" болтами, входящими въ кладку. Эти болты проходятъ только сквозь нижнюю плиту или также черезъ накладки, прижимающія пояса. Число болтовъ обыкновенно 4, рѣже 2 или 6. Діаметръ ихъ $D = 0,6t$, гдѣ t — толщина плиты. Въ большихъ мостахъ болтовъ не употребляютъ. Вмѣсто болтовъ лучше соединять нижнія плиты съ опорой поперечными ребрами, входящими въ подферменный камень. (чер. 210, 214.)

Высота реберъ $= 0,8t$, толщина въ срединѣ ихъ высоты $= 0,6t$ (t — толщина плиты) Малыя подушки получаютъ 1 поперечное ребро на ихъ заднемъ концѣ. Длинныя — 2 ребра: одно на концѣ, другое посрединѣ. Чтобы плита лучше прилегала къ подферменному камню, подкладываютъ подъ нее свинцовый листъ толщиною 4–7 m/m или асфальтовый полъ. Нѣкоторые укладываютъ ихъ въ цементъ толщиною 10–15 m/m Между подошвой и промежуточной плитою полагаютъ иногда тоже свинцовый листъ. Наибольшему давленію подвергается передній конецъ плиты, но толщину недолжно

доходить до крайняго ребра подферменнаго камня на величину $0,1\lambda - 0,2\lambda$, гдѣ λ — длина подушки. Для мальхъ мостовъ употребляли прежде часто подкладки изъ дерева для уменьшенія ударовъ, происходящихъ при переходѣ пути на мостъ. Часто подушки располагаютъ горизонтально, такъ что въ ненагруженномъ состояніи происходитъ болѣе или менѣе полное соприкасаніе балки съ подушкой. Но это соприкасаніе не будетъ имѣть мѣста, когда балка вслѣдствіе нагруженія получитъ изгибъ. Тогда точка приложенія опорнаго давленія передвинется къ переднему концу подушки, вслѣдствіе чего подферменникъ камень подвергается на одномъ мѣстѣ чрезмѣрному давленію. Поэтому оказывается полезнымъ дать подушкѣ такой уклонъ, чтобы полное соприкасаніе происходило въ нагруженномъ состояніи балки.

Въ ненагруженномъ состояніи будетъ тогда задняя часть подушки испытывать большее давленіе, чѣмъ передняя, что однако менѣе вредно, чѣмъ сосредоточеніе давленія нагруженной балки.

~~(Въ ненагруженномъ состояніи будетъ тогда задняя часть подушки.)~~ Наклонъ подушки не долженъ быть болѣе $\frac{1}{400}$.

Подвижные каучуковые подушки.

Когда при изменении температуры конець балки не можеть перемѣщаться, то въ балкѣ возбуждаются добавочное напряженія, пропорціональное измѣненію длины. Если одна подушка скользящая, и мы обозначимъ коэффиціентъ тренія желѣза по желѣзу черезъ f, то при опорномъ давленіи D, сопротивленіе тренія на подушкѣ будетъ fD.

Если l – пролетъ балки, t – измѣненіе температуры противъ нормальной, α – коэфф. линейнаго расширенія желѣза, то удлиненіе балки

$$\Delta = \alpha . t . l$$

и соотвѣтствующее ему напряженіе

$$N = \frac{\Delta . E . F}{l},$$

гдѣ E – коэф. упругости, F – площадь сѣченія пояса, лежащаго на подушкѣ. Если $N > fD$, то балка получитъ удлиненія, соотвѣтствующее только разности $(N - fD)$, а напряженіе пояса измѣнится на fD. Для скользящаго тренія $f = 0,2$, если будетъ $D = 15$ тн, то $fD = 0,2 . 15 = 3$ тн, т. е., напряженія пояса могутъ увеличиться сверхъ перемѣнныхъ температуры на 3 тн; для этого было-бы нужно при допускаемомъ напряженіи $= 700$ кг на 1 кв ст увеличить площадь сѣченія пояса на $\frac{30}{0,7} = 5$ кв ст

Для уменьшения этого неудобства располагают один конец балки на каждых Если диаметр катков = d $\frac{тн}{т}$, то приблизительно

$$f_1 = \frac{1,5}{d}$$

Поэтому для $D = 15$ тн, $d = 150$ мм будет $f_1 D = 0,15$ тн, т.е., увеличение напряжения будет в 20 раз меньше, чем в предыдущем случае, при простой скользящей подушке. На чер. (215) представлено употребляющееся приспособление катучей подушки. Она состоит из чугунной плиты a, прикрепленной болтами к подфермленному камню. На этой плите расположены катки, соединенные между собою жесткой рамой vv, а на катках лежит конец фермы. Такое устройство имеет то неудобство, что во время движения нагрузки, давление распределяется весьма неравномерно на катки вследствие изгиба балки; обращенный к средине балки крайний каток k принимает в это время почти полным опорным давлением D, а противоположный крайний не испытывает никакого давления. Поэтому в новейшее время балку не кладут непосредственно на катки, но на них располагают другую чугунную плиту

тр (чер. 223), въ средину которой устроенъ цилиндрическій шипъ S. На этотъ шипъ расположена чугунная плита cd, прикрѣпленная болтами къ поясу балки. Шипъ S прикрѣпленъ къ верхней плитѣ cd или къ нижней тр. Плита cd можетъ такимъ образомъ свободно качаться около оси шипа S. Когда балка изгибается, то ея поясъ, а съ нимъ и плита cd, получаютъ наклонное положеніе, но такъ какъ послѣдняя поворачивается только около оси S, то линія дѣйствія опорнаго давленія проходитъ посрединѣ черезъ центръ шипа S, вслѣдствіе чего это давленіе распредѣляется равномѣрно на всѣ катки.

Размѣры и число катковъ. (чер. 216.) Вслѣдствіе вертикальнаго давленія Q, приходящагося на каждый катокъ, происходитъ упругая деформація, катокъ нѣсколько сплющивается, и круговая дуга ab получитъ болѣе пологій видъ adb и въ то-же время плоская часть плиты ab получитъ углубленіе adb.

Положимъ, что въ точкѣ p, отстоящей отъ оси симметріи на разстояніи = x, плита сжата на величину z, а катокъ — на величину z_1.

Предполагая, что предѣлъ упругости не превзойденъ, можемъ принять сжатія пропорціональными давленіямъ; если, поэтому, напряженіе давленія, т. е., давленіе, отнесенное къ единицѣ горизонтальной площади для точки p означимъ черезъ $б$, а черезъ A и A_1 — постоянные (опытные) коэффиціенты, зависящіе отъ матеріала, то

$$h = Aб \quad ; \quad h_1 = A_1 б \quad ; \quad h + h_1 = (A + A_1) б$$

Пусть r — радіусъ катка, s = длинѣ полухорды $\frac{ab}{2}$, то съ достаточной точностью:

$$x^2 = 2r \cdot zf = 2r(ef - mn) =$$

$$= 2r \cdot ef - 2r(h + h_1),$$

а такъ какъ приблизительно

$$2r \cdot ef = s^2, \text{ то}$$

$$x^2 = s^2 - 2r(h + h_1)$$

откуда:

$$б = \frac{s^2 - x^2}{2r(A + A_1)} \quad \text{---- (I)}$$

$$\left(\text{Ибо} \quad б = \frac{h + h_1}{A + A_1} \right)$$

Если полное давленіе на катокъ = g, а его длина t, то:

$$g = \int_{-s}^{+s} б \, t \, dx$$

$$g = \frac{t}{2(A + A_1)r} \int_{-s}^{+s} (s^2 - x^2) \, dx = \frac{2ts^2}{3(A + A_1)r}$$

Отсюда:

$$S = \sqrt[3]{\frac{3(A+A_1)qx}{2t}} \quad \text{----- (II)}$$

Из ур-ия (I) получаем, что наибольшее напряжение σ происходит в точке, для которой $x = 0$, т.е.,

$$\max\sigma = \frac{S^2}{2r(A+A_1)}$$

и, подставив сюда для S его значение из ур-ия (II), получаем:

$$\max\sigma = \sqrt[3]{\frac{q(A+A_1)^2 q^2 r^2}{4t^2[2r(A+A_1)]^3}};$$

делая приведение и сокращая, имеем:

$$\max\sigma = \sqrt[3]{\frac{9q^2}{32(A+A_1)t^2r}} \quad \text{--- (III)}$$

Если допускаемое напряжение сжатия обозначим через k, то должно:

$$\max\sigma \leq k.$$

Пусть D – полное опорное давление, n – число катков и d – диаметр, тогда

$$q = \frac{D}{n} \quad \text{и} \quad \frac{d}{2} = r$$

Подставив эти значения в ур-ие (3), получим:

$$k = \sqrt[3]{\frac{9D^2}{16(A+A_1)n^2t^2d}} \quad \text{..... (IV)}$$

Обыкновенно величинами t и d задаются и получают из формулы (IV) число катков.

Подставивъ для A и A_1 значенія, выведенныя изъ практики, получаемъ для чугуна и эксплуза

$$k = \frac{160 D}{t \sqrt{k^3 d}}$$

Въ этой формулѣ должно быть выражено D въ tonn'ach, k въ тоннахъ ($k = 0{,}73 - 0{,}78$), а t и d — въ m/m.

Часто опредѣляютъ k по формуламъ:

а) каткіе эксплузные:

$$k = \frac{24 D}{td}$$

в) каткіе чугунные

$$k = \frac{30 D}{td},$$

гдѣ D — максимальное давленіе въ tonn, а t и d въ cm.

По Фрелькелю: $ntd = 4200 D$ до $5000 D$ (t и d въ m/m) для чугуна и

$ntd = 2800 D$ до $3300 D$ (для эксплуза)

Діаметръ каковъ выбирается въ зависимости отъ слѣдующихъ эмпирическихъ формулъ:

Для дороги въ 1 путь $d = \left(100 + \frac{1}{10} l\right)$ m/m

полотно въ 2 пути $d = \left(100 + \frac{1{,}3}{2} l\right)$ m/m

Здѣсь l — пролетъ моста въ mtr., d не должно быть болѣе 200 mm.

Длина t каковъ зависитъ отъ ширины пояса: для

главных поясов можно брать:

1 путь ---- $t = (100 + 7l)$ m/m

2 пути ---- $t = (100 + 11l)$ m/m

l – в метр.

Иногда каждая связь имеет внутри пустоты, тогда толщина стенок не должна быть $< 0{,}2d$.

Полукапки.

Каждый поворачивается на дугу наименьшего удаления балки. Эта длина – вообще небольшая и получается из выражения:

$$\Delta = d \cdot t \cdot l.$$

Если подгонку отложили (стр. 217) $ab = ab' = \Delta$, то будут действовать только дуги bab' и cdc', поэтому действия капка вовсе не изменится, если вертикальными плоскостями bc и $b'c'$ отрежем от него сегменты btc и $b'tc'$. Капок будет иметь теперь вид $bab'c'dc$ и очень хорошо заменит полный капок. Такой капок с отрезанными боковыми поверхностями наз. полукапком. Употребление полукапков делает возможным увеличить диаметр и число их, не увеличивая длины подушки. Недостаток полукапков заключается в том, что, если в то время, как он, напр., повернулся при повышении температуры вправо, а слева около него попадет камушек, препятствующий обратному

Вследствіе при понижении температуры, то балка, сокращаясь, будетъ скользить по катку и затѣмъ при новомъ повышеніи t°, продолжая далѣе поворачивать полукатокъ вправо, можетъ его опрокинуть.
На (чер. 218) представлено устройство каучуковой подушки съ полукатками; здѣсь полукатки соединяются рамкой на чер. (219) представленъ отдѣльно разрѣзъ полукатковъ по линіи M N (средины полукатковъ) Ширина b полукатковъ опредѣляется длиной нижней дуги ab, которая = 2Δ = 2α t° l. Обыкновенно берутъ b = 2Δ + + 25 m/m или b m/m = 32 + 0,85 l (l - пролетъ въ mtr.)
Эту ширину обыкновенно полукатку по всей высотѣ не даютъ.
На чер. (220, a, b) указаны часто употребляемыя формы поперечнаго сѣченія полукатковъ. Діаметръ полукатковъ или ихъ высота можетъ быть получена изъ формулъ: для дороги въ 1 путь $d = (150 + 1{,}5l)$ m/m
— — — — въ 2 пути $d = (150 + 2{,}0l)$ m/m
(l - длина балки въ mtr)
Число полукатковъ для дороги въ 1 путь $n = 3{,}0 + 0{,}045l$
— — — въ 2 пути $n = 4{,}5 + 0{,}045l$
(l - длина балки въ mtr.)
Толщина срѣзки полукатка $\delta = 0{,}16d$ (d - діам. ск.)
Всѣ катки соединяются между собою рамой, имѣющей отверстія для шиповъ въ полукаткахъ (чер. 220.)

Шины отливаются въ одно цѣлое съ лапками или карнизами получаютъ въ центрахъ углубленія, въ которыя вставляются шины (чер. 218.) Рама состоитъ изъ двухъ желѣзныхъ полосъ, соединенныхъ обыкновенно двумя поперечными полосами, параллельными осямъ полукарповъ, посредствомъ болтовъ. (чер. 221), или рама составлена изъ угольниковъ, соединенныхъ по угламъ заклепками (чер. 222). Размѣры рамы принимаютъ слѣд.:

1) изъ полосъ — толщина шиновъ $= 0,16d$, высота полосъ рамы $= 0,32d$, толщина ихъ $= 0,10d$.

2.) — изъ угольниковъ — ширина угольниковъ $= 0,32d$, діаметръ болтовъ m, соединяющихъ продольныя полосы рамы, замѣняющихъ поперечныя полосы перваго случая, (чер. 219) $= 0,16d$, (d — діам. полукар.)

Обыкновенно устраиваютъ 2 рамы на двухъ различныхъ высотахъ (чер. 218.) Для предупрежденія перемѣщенія полукарповъ по направленію ихъ осей, придаютъ имъ часто на концахъ фланцы или уширенія, которые обхватываютъ края нижней и промежуточной плиты (чер. 219) Ко всѣмъ-же причисляютъ щитъ 5 имѣетъ только на концахъ фланцы. Опредѣлимъ размѣры щита нижней, верхней и промежуточной плитъ. Длина нижней плиты завимаетъ очевидно

отъ полукатковъ и ширины ихъ. Если n — число полукатковъ, b — ихъ ширина, l — длина нижней плиты, то $l = 1{,}3\ nb$. Ширина B нижней плиты немного > длины катковъ t: обыкновенно $B = 1{,}4\ t$, толщина нижней плиты $t = 0{,}4\ d$ (d — діаметръ полукатковъ). Относительно соединенія этой плиты съ опорами, дъйствительно все то, что было сказано для неподвижныхъ подушекъ. Промежуточная плита изготовляется всего чаще изъ чугуна, иногда и изъ литья и стали. Длина ея $= 1{,}2\ nb$ (n — число полукатковъ, b — ихъ ширина); толщина ея $= 0{,}3\ d$ (d — діам. полукатка) и ширина ея = длинѣ полукатка. Верхняя плита получаетъ обыкновенно тѣ же размѣры, что и промежуточная, длина ея можетъ быть и меньше длины промежуточной. Толщина ея. Вслѣдствіе нагрузки, поверхность $f_1 q$ (чер. 224) шипа и поверхность $f_2 q$ подшипника получаютъ видъ fRq. Сжатія въ точкѣ p, взятыя по нормальному направленію, положимъ: $\overline{vp} = Ab = h$ и $\overline{pq} = h_1 = A_1 b$. (гдѣ b — нормальное давленіе въ p, отнесенное къ единицѣ площади, а A и A_1 — практическіе коэффиціенты, зависящіе отъ матеріала).

Если $\overline{vs} \parallel Ac$ и $\angle Acp = \varphi$, то $\overline{vq} = \overline{vs} \cdot \cos\varphi$;

если положимъ $vs = h_0$, то $\overline{vq} = h + h_1 = h_0 \cos\varphi$.

или $(A+A_1)\sigma = h_0 \cos\varphi$, откуда $\sigma = \frac{h_0 \cos\varphi}{A+A_1}$ (I)

Если r – радіусъ шина и t – его длина, то, предполагая, что соприкасание происходитъ по окружности, получимъ, что опорное давленіе

$$D = t\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sigma r\, d\varphi = \frac{h_0 rt}{A+A_1}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\, d\varphi$$

$$= \frac{h_0 rt}{A+A_1}\cdot\frac{\pi}{2}\ ;\ \text{отсюда}\ h_0 = 2\frac{(A+A_1)}{\pi rt}D$$

Подставляя h_0 въ уравненіе (I) имѣемъ:

$$\sigma = \frac{2(A+A_1)D}{\pi rt}\cdot\frac{\cos\varphi}{A+A_1} = \frac{2D_1\cos\varphi}{\pi rt}$$

σ будетъ max для $\varphi = 0$, а потому $\sigma_{max} = \frac{2D}{\pi rt}$.

Этотъ max. не долженъ превышатъ допускаемаго напряженія K; если подставимъ $\max\sigma = K$, то будетъ $K = \frac{2D}{\pi rt}$, откуда $r = \frac{2D}{\pi Kt} = 0{,}636\frac{D}{Kt}$.

Такъ какъ эта формула даетъ для r слишкомъ малые размѣры, то r опредѣляютъ обыкновенно по ур-ію:

$r = \frac{2D}{Kt}$ ($K = 0{,}73 - 0{,}78$ tn. на 1 кв. ct) экипажн. ш

и $r = \frac{1{,}5D}{K_1 t}$ (K_1 около 1 tn на 1 кв ct) – грузовой —

Подушка съ карками устраивается только на одной опорѣ, другая – одна въ этомъ случаѣ устраивается безъ карковъ (стр. 225). Нижняя и верхняя плита

и шить получаютъ 7ъ-ого размѣры, что и соотвѣтственныя части подушки съ каркасомъ (чер. 296 и 297) представляютъ устройство шипа на плоскости; части A и B изготовляются изъ сферич. радіуса дуги abc — $r = \frac{4D}{k^{kg} t^{q}}$ (D^{kg} — опорное давленіе, k^{kg} — допускаемое давленіе на 1 кв. ст. и $t^{m/m}$ — длина шипа.) Ширина δ въ этомъ случаѣ: $\delta = (70 + 4Q)^{m/m}$, гдѣ Q — промеръ моста въ tn. Полщина $\beta = 0{,}36\delta$ (среднимъ числомъ).

§1. Давленіе рыхлыхъ тѣлъ на стѣнки.

Рыхлыми тѣлами наз. такія однородныя неупругія массы, между частицами которыхъ не дѣйствуетъ никакое или очень слабое сцѣпленіе; они занимаютъ по своимъ свойствамъ средину между жидкими и твердыми тѣлами. Частицы рыхлыхъ тѣлъ находятся на поверхности главнымъ образомъ посредствомъ одного тренія. Къ рыхлымъ тѣламъ принадлежатъ земли, песокъ, зерно, дробь и т.д. Въ слѣдующихъ выводахъ мы будемъ имѣть въ виду главнымъ образомъ земляныя массы, но полученные результаты будутъ дѣйствительны для всякихъ рыхлыхъ массъ, которыхъ физическія свойства одинаковы

съ земляными. Въ слежавшихъ земляныхъ массахъ дѣйствуетъ между частицами нѣкоторое сцѣпленіе, но на него не разсчитываютъ, такъ какъ оно можетъ быть ослаблено сыростью, сотрясеніями и т. д. Въ сухомъ пескѣ и насыпной землѣ сцѣпленіе столь незначительно, что можетъ всегда быть принято = 0. Вслѣдствіе этого обстоятельства сопротивленіемъ сцѣпленія въ земляныхъ массахъ пренебрегаютъ, чѣмъ очевидно увеличивается надежность результатовъ. Такъ какъ при существованіи сцѣпленія, давленіе этихъ массъ будетъ меньше противъ вычисленныхъ.

Естественный откосъ.

Откосомъ наз. ограниченная угла, образуемаго наклонной плоскостью съ горизонтомъ, т. е. отношеніе $\frac{l}{h}$ - основанія къ высотѣ (черт. 2.)

Если откосъ AB (черт. 1) рыхлой массы слишкомъ крутъ, то она обвалится и образуетъ болѣе пологій откосъ AC. Предполагая, что масса имѣетъ нѣкоторое сцѣпленіе, то откосъ AC будетъ соотвѣтствовать суммѣ сопротивленій сцѣпленія и тренія. Подъ дѣйствіемъ дождя, мороза и т. д. сцѣпленіе будетъ уменьшаться, вслѣдствіе чего отъ плоскости AC частицы будутъ выкрашиваться и скатываться

внизъ до тѣхъ поръ, пока не образуется откосъ АД, при которомъ частица удерживается въ равновѣсіи однимъ треніемъ. Въ массахъ, не имѣющихъ сцѣпленія, откосъ АД образовался-бы сразу, его наз. естественнымъ откосомъ, а уголъ, образуемый имъ съ горизонталью - угломъ естественнаго откоса.

Изъ этого угла = коэффиціенту треній земляныхъ частицъ между собою, т.-е. что, если имѣемъ (чер. 9) на наклонной плоскости АВ частицу к и располагаемъ ея вѣсъ 1 на слагающія р и т, изъ которыхъ первая перпендикулярна къ АВ, то частица только тогда будетъ находиться въ равновѣсіи, когда треніе t, производимое сѣ̈вущею слагающею, будетъ равно р. Слѣдовательно $p = t$.

И такъ какъ $p = n \operatorname{tg} \alpha$ ($\operatorname{tg} \alpha$ - уголъ наклона плоскости АВ) $t = fn = \operatorname{tg} \varphi . n$, то $n \operatorname{tg} \alpha = n \operatorname{tg} \varphi$, откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi = f.$$

Въ слѣдующей таблицѣ даны для нѣкоторыхъ рыхлыхъ грунтовъ углы естественнаго откоса, или тангенсы или коэффиціенты треній и вѣсъ 1 куб. mtr. въ kgr.

Названіе грунтовъ	Уголъ φ	Коэф. трен. т. е., $tg\varphi$	Вѣсъ 1 куб. мт. въ кл.
Мелкій сухой песокъ	31°	0,60	1400
Рѣчной песокъ - очень мелкій	33°	0,65	1800
Рыхлая земля, очень сухая	39°	0,81	1250
Обыкнов. сухой грунтъ	46° 50'	1,07.	1450.
Полотно, увлажненный глекъ	54°	1,38	1600.
Очень плотный грунтъ	55°	1,43	1900.
Черноземъ сухой	40°	0,839	1400
" влажный	45°	1,000	1580
" насыщенный водою	27°	0,51	1800
Глина сухая	40°	0,839	1500
" влажная	45°	1,000	1550
" насыщ. водою	17°	0,306	2040.
Песокъ сухой	35°	0,700	1640
" влажный	40°	0,839	1770
" насыщенн. водою	24°	0,445	2000.
"	"	"	"

Изъ этой таблицы видно, что для первыхъ четырехъ грунтовъ уголъ φ среднимъ числомъ $= 33°$, а, такъ какъ $\operatorname{ctg}\varphi = 1\frac{1}{2}$, то въ насыпяхъ даюръ земляному телу полуторный откосъ.

§ 2. Напоръ земли и его направленіе.

Когда наклонъ плоскости, ограничивающей земляную массу, круче естественнаго откоса, то для

предупреждения обвала ее подпирают стенкой AB, которую наз. подпорной стенкой (чер. 3)
Мы предполагали, что земляная масса, стремящаяся обвалиться, отламывается по плоскости AD, проходящей через подошву A стенки. Земляной клинь ABD стремится сползти вдоль AD, вследствіе чего производить на стенку AB давленіе, называемое напоромъ земли.
Если-бы стенка AB немного подалась влѣво, то клинь ABD передвинулся бы внизъ, скользя по AB и AD; въ моментъ равновѣсія скольженія уничтожилось-бы полезное сопротивленіе тренія въ плоскостяхъ AB и AD. Если нормальное давленіе на AB обозначимъ черезъ N, на AD — черезъ F, коэф. тренія земли о стѣнку черезъ f_1, а земли о землю черезъ f, то сопротивленіе вдоль стѣнки $AB = f_1 N$, а вдоль $AD = f.F$. Если E — давленіе на стѣнку AB, то N — его нормальная слагающая, а другая слагающая T дѣйствуетъ вдоль стѣнки. Пусть φ — уголъ, образуемый давленіемъ E съ нормалью N, то $T = N \operatorname{tg} \varphi$
Въ моментъ равновѣсія должно $T =$ тренію R
а такъ какъ $R = f_1 N_1$, то имѣемъ:

$$f_1 N = N \operatorname{tg} \varphi, \text{ откуда}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = f_1 = \operatorname{tg} \varphi_1, \text{ или } \varphi = \varphi_1, \text{ т. е.}$$

давленіе на стѣнку образуетъ съ нормалью уголъ = углу тренія между стѣнкою и земляною массою. Точно такимъ образомъ получимъ, что давленіе S на плоскость излома A_1, образуетъ съ нормалью этой плоскости уголъ = углу тренія φ (земли о землю). Этими условіями направленіе силъ E и S опредѣлено. Если бы плоскость излома A_1 была шероховата, то былъ-бы извѣстенъ и вѣсъ Q клина AB_1, и тогда для полученія напора E было-бы нужно только разложить Q по направленіямъ силъ E и S. Опредѣленіе напора земли приводится такимъ образомъ къ опредѣленію плоскости излома. Уголъ тренія φ_1 обыкновенно не равенъ φ, но вслѣдствіе неровностей задней поверхности стѣнки, отдѣляется при нарушеніи равновѣсія земляная масса вдоль нѣкоторой плоскости A_1B_1 (чер. 4.), и скольженіе происходитъ не вдоль стѣнки, а вдоль поверхности, какъ-бы смазанной землей. Вслѣдствіе этого принимаютъ, что напоръ дѣйствуетъ не подъ угломъ φ_1, а подъ угломъ φ къ нормали поверхности стѣнки. Пусть AB (чер. 5) — стѣнка, подпирающая земляную массу, ограниченную произвольной поверхностью BKD. На нее дѣйствуетъ напоръ, происходящій отъ того,

что призма ABK, отдѣлившаяся отъ остальной массы по плоскости излома AK, стремится сползти вдоль AK внизъ. Представимъ себѣ, что вся масса ABK, заключенная между стѣнкой и плоскостью излома, образуетъ цѣлое тѣло, т. е., что никакая часть слоя AK не можетъ отъ нея отдѣлиться. Если-бы изломъ произошелъ вдоль плоскости AK_1, очень близкой къ внутренней поверхности AB стѣнки, то напоръ былъ-бы очень малъ, такъ какъ онъ тогда зависѣлъ бы отъ очень малаго вѣса ABK_1. Кромѣ этого трѣнія вдоль AK_1 было-бы равно 0 (почти), такъ какъ давленіе на AK_1, происходящее отъ массы ABK_1, было-бы ничтожно. Если-бы съ другой стороны, изломъ произошелъ-бы вдоль плоскости AK_2, очень близкой къ плоскости естественнаго откоса AO, то вѣсъ давящей призмы ABK_2 былъ-бы значительно больше, но вмѣстѣ съ тѣмъ измѣнилъ-бы и большее значеніе и трѣніе вдоль AK_2, зависящее отъ этого вѣса и отъ наклона плоскости AK_2; и, если-бы масса изломалась вдоль плоскости естественнаго откоса AO, то она уравновѣшивалась бы на этой плоскости одномъ трѣніемъ, и напоръ на стѣнки былъ-бы опять 0. Изъ этого слѣдуетъ, что напоръ = 0 для плоскос

излома по АВ и по АО; для всякой другой плоскости онъ не будетъ = 0 и при постепенномъ переходѣ отъ АВ въ АК будетъ постоянно увеличиваться, дабы, при нѣкоторомъ положеніи АК плоскости излома, достигать максимума, начиная съ котораго, приближаясь къ положенію АО, начинаетъ уменьшаться и при АО сдѣлается опять = 0.

Призма АВК, для которой величина напора достигаетъ максимума, наз. призмой максимальнаго напора, а плоскость АК — плоскостью сполза́нія.

Положеніе плоскости АК можетъ быть опредѣлено аналитическимъ или графическимъ путемъ.

§3. Опредѣленіе плоскости излома графически.

При всѣхъ слѣдующихъ разсчетахъ будемъ предполагать, что длина стѣнки, перпендикулярная плоскости чертежа = 1. Пусть (черт. 6) АО — плоскость естественнаго откоса, АД — плоскость сполза́нія. Земляная призма АВД находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ 3-хъ силъ: вѣса W, реакціи стѣнки Е и реакціи S плоскости сполза́нія, при чемъ, согласно предыдущему, Е образуетъ уголъ δ съ нормалью къ АВ,

а S — тот-же уголъ φ съ нормалью къ AJ. Чтобы найти $\mathfrak{E}$, нужно только разложить всѣ W по этимъ 2-мъ направленіямъ (чер. 6, фиг. а.) Такъ какъ для плоскости AJ на поръ $\mathfrak{E}$ достигаетъ maximum'а, то значитъ, если перейдемъ къ безконечно-близкой плоскости AJ_1, то измѣненіе maximum'а, т. е., $\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial w}$ будетъ $=0$., т. е., призма ABJ, производитъ точно такой-же maximum, какъ и призма $AB\mathcal{J}$. Если поэтому отложимъ $JK_1 = bisq$ призмы AJJ_1 и соединимъ K_1 съ H, то K_1H = реакціи плоскости AJ_1. Очевидно, что всѣ $KK_1 = f.\ AJJ_1$, гдѣ f — всѣ кубической единицы земли. AJJ_1 и KK_1H могутъ быть разсматриваемы, какъ безконечно малые секторы, которыхъ центральные-углы JAJ_1 и KHK_1 равны $d\omega$; ихъ площади поэтому относятся какъ квадраты радіусовъ, т. е.,

$$\frac{KHK_1}{JAJ_1} = \frac{KH^2}{AJ^2}$$

Треугольники KHK_1 и KH_2 относятся какъ основанія KK_1 и K_2, которыя равны $f.\ AJJ_1$ и $f.\ ABJ$; слѣд.:

$$\frac{KK_1H}{KH_2} = \frac{KK_1}{K_2} = \frac{f.\ JAJ}{f.\ ABJ}; \text{ отсюда имѣемъ:}$$

$\frac{KHK_1}{JAJ} = \frac{KH^2}{AJ^2} = \frac{KH_2}{ABJ}$. Проведем через J прямую JN так, чтобы она образовывала с AO угол $\beta+\delta$, тогда углы J треугольников AJN и KH_2 соответственно равны, а потому следует:

$$\frac{KH_2}{AJN} = \frac{KH^2}{AJ^2} = \frac{KH_2}{ABJ}, \text{ откуда}$$

$AJN = ABJ$, т. е, плоскость сопротивления определяется условием равенства площадей AJN и ABJ. Из силового треугольника KH_2 имеем:

$$\frac{E}{W} = \frac{H_2}{K_2}; \text{ но } \frac{H_2}{K_2} = \frac{NJ}{AN}$$

поэтому

$$\frac{E}{W} = \frac{NJ}{AN} \quad \ldots\ldots (I)$$

и так как $W = \text{ф. } ABJ$, то $E = \text{ф. } ABJ \cdot \frac{NJ}{AN}$; отложив на AN отрезок $NM = JN$, то получим:

$$\frac{NJM}{ANJ} = \frac{NM}{AN}$$ и, так как

$NM = NJ$ и $ANJ = ABJ$, то

$NJM = ANJ \cdot \frac{NM}{AN} = ABJ \cdot \frac{NJ}{AN}$.

Следовательно $E = \text{ф. } \overline{NJM}$, т. е.,

напоръ земли равенъ всу земляной призмы, которой нормальное сѣченіе = NJK, а высота = длинѣ стѣны.

Прямая JN образуетъ съ горизонталью уголъ $\beta + \varphi$; если послѣдуемъ проведемъ черезъ A прямую Ап по $\angle\varphi$ къ AB, то Ап ∥ JN.

Прямую Ап, образующую со стѣнкой уголъ φ будемъ наз. направляющей линіей.

Изъ предѣдущаго слѣдуетъ, что плоскость скалзанія AJ опредѣлена условіемъ равенства площадей ABJ и AJN.

Когда поверхность земли имѣетъ произвольное очертаніе, то AJ можетъ быть найдено опытнымъ путемъ (чер. 7): вблизи биссектрисы $\angle BAO = \beta - \varphi$ проведемъ черезъ A нѣсколько прямыхъ Ai_1, Ai_2, Ai_3, Ai_4 и черезъ точки i прямыя $i_1 n_1$, $i_2 n_2$, $i_3 n_3$, $i_4 n_4$ параллельныя направляющей Ап. Для каждой изъ этихъ линій опредѣляемъ разность площадей, которую откладываемъ на соотвѣтственной in отъ точекъ i въ разныя стороны, соотвѣтственно противоположнымъ знакамъ этихъ разностей. Такъ (на чер. 7)

$$\overline{i_1 1} = ABi_1 - Ai_1 n_1$$

$$\overline{i_2 2} = ABi_2 - Ai_2 n_2$$

$\overline{i_3 3} = AB\,i_3 - A\,i_3 n_3$

точки 1, 2, 3 соединяют непрерывной кривой, которая пересечет поверхность земли в некоторой точке J. Если через J провести $JN \parallel An$ и сделать $NK = JN_1$, то $E = \angle NJM$. Когда поверхность плоская и, след., линия BP прямая, то плоскость сползания может быть найдена непосредственно. В этом случае (черт. 8) $\Delta\Delta^{ки}$ ABJ и AJN_1, которых площади равны и основание AJ общее, имеют равные высоты. Проведем $Nw \parallel AJ$, то из равенства площадей AJB и AJN следует $BJ = JW$. Из черт. (8) имеем:

$$\frac{JW}{JO} = \frac{AN}{AO} = \frac{BJ}{JO}; \text{ но}$$

$$\frac{BJ}{JO} = \frac{vN}{NO} = \frac{AN - Av}{AO - AN} \qquad (Bv \parallel Jn)$$

поэтому $$\frac{AN}{AO} = \frac{AN - Av}{AO - AN}.$$

$$AN \cdot AO - AN^2 = AN \cdot AO - AO \cdot Av,$$

откуда $AN^2 = AO \cdot Av \ldots (\alpha)$, т. е.,

1) точка N должна быть определена таким образом, чтобы AN была средней пропорциональной между AO и Av.

Для этого опишем на AO полуокружность,

через B проведем $Bv \parallel An$ (An — направляющая) возставим $vK \perp Ao$ и отложим $AN = AK$.
Если через N проведем $JN \parallel AK$, то получим на BO точку J и делая $NM = NJ$, будет $C = \angle NJM$.
Для ступени BA, получаем — бы очевидно совсем подобная фигура, из чего следует, что при плоской поверхности для всех точек ступени плоскости скольжения AD параллельны между собою.
Проведем через v и N прямые vD и NE параллельные ступени AB, то

$$\frac{AN}{Av} = \frac{BE}{BD}, \text{ но по } (\alpha) \quad \frac{AN}{Av} = \frac{Ao}{AN}; \text{ из черт.}$$

имеем: $\frac{Ao}{AN} = \frac{oB}{BE}$; след., $\frac{BE}{BD} = \frac{oB}{BE}$

2.] Точку N можно подобно получить также следующим образом: описать на BO полуокружность, возставим $Ek \perp BO$, отложим $BE = BK$, и проведем $EN \parallel AB$.
3) Когда точка O получается далеко, то это-же построение можно исполнить на AB, проведя $vQ \parallel BO$.
4.) Продолжаем линию поверхности BO до встречи с направляющей An в u; получим:

$$\frac{uB}{uJ} = \frac{Av}{AN} = \frac{BD}{BE}, \text{ а так как}$$

$$\frac{BD}{BE} = \frac{BE}{BO} = \frac{AN}{AO} = \frac{WJ}{WO}, \text{ то}$$

$$\frac{WB}{WJ} = \frac{WJ}{WO}$$

WJ есть, слѣдоват., средняя пропорціональная между WB и OW. Но WJ = касательной WJ, проведенной изъ W къ окружности, описанной на BO. Чтобы получить точку J, нужно поступить такъ: проведемъ изъ W къ полуокружности, описанной на BO, касательную WJ и отложимъ на WO : WJ = WJ.

5.) Если точка O получается далеко, то проводимъ черезъ B : BQ ∥ AO (линія естественнаго откоса) до пересѣченія съ направляющей Aa въ Q, описываемъ на AQ полуокружность, проводимъ къ ней изъ W касательную WK; откладываемъ на WA : WH = WK и проводимъ HJ ∥ AO до пересѣченія съ BO въ J (Точку H можно также получить посредствомъ полуокружности, описанной на Wd и перпендикуляра QQ, возставленнаго въ Q къ Aa, отложивъ WH = WS) Если поверхность наклона подъ угломъ естественнаго откоса = S, то точка O находится въ бѣсконечности и, слѣд., AN = ∞ и BJ = ∞ ; поверхность скольженія будетъ по-прежнему ∥ BO, т. е., совпадаетъ съ AO. Треугольникъ напора будетъ

въ этомъ случаѣ заключенъ между двумя параллелями AO и BO, вальдерье чего весь промежутокъ (чер. 7) будутъ равны, точку J можно повсюду взять на AO произвольно (чер. 9).

§4. Распредѣленіе напора вдоль стѣнки при различныхъ условіяхъ.

1. Стѣнки и поверхность плоски.

На чер. 10 опредѣляемъ по предыдущему для стѣнки AB треуг-къ напора MNJ, такъ что $E = \gamma . \overline{MJN} = \gamma . \overline{JN}^2 \sin \frac{B+S}{2}$ или, подставивъ $JN = z$:

$$E = \gamma \sin \frac{B+S}{2} z^2 .$$

Для стѣнки A_1B : $A_1J_1 \parallel AJ$, и напоръ

$$E_1 = \gamma . \sin \frac{B+S}{2} z_1^2$$

Слѣдовательно : $\frac{E}{E_1} = \frac{z^2}{z_1^2}$.

Такъ какъ $A_1J_1 \parallel AJ$, то $\frac{z_1}{z} = \frac{A_1J_1}{AJ} = \frac{h_1}{h}$

Поэтому $\frac{E_1}{E} = \frac{h_1^2}{h^2}$; $E_1 = E \frac{h_1^2}{h^2}$.

Превращаемъ ΔMJN въ другой ΔADB со высотою h ; если основаніе AD послѣдняго обозначимъ черезъ b, то

$$E = \gamma . \frac{bh}{2} \quad \text{и тогда} \quad E_1 = \gamma \frac{bh}{2} . \frac{h_1^2}{h^2}$$

или $$E_1 = \gamma \cdot \frac{h_1}{2} \cdot \frac{b h_1}{h} \quad \ldots\ldots (I)$$

Так как $\frac{b h_1}{h} = A_1 C_1$, то:

$$\left(\frac{b}{h} h_1\right) \frac{h_1}{2} = A_1 C \cdot \frac{h_1}{2} \text{ г } \Delta A_1 CB,$$

т. е., основание напорного треуг-ка для высоты h_1 равно A_1C. Ширина ΔACB даёт полному для всякой точки A_1 на AB соотвѣтственное основание A_1C напорного треугольника. Напоръ на часть A_1F полному получится, если черезъ F и A_1 проведемъ ширины EF и A_1C и опредѣлимъ площадь трапеціи ECA_1F_1, т. е, напоръ на A_1F.

$$\Delta E = \gamma (EF + A_1C) \frac{\Delta h}{2}$$

Если въ (I) подставимъ $h_1 = y$, то $E = \gamma \cdot \frac{y^2}{2} \cdot \frac{b}{h}$; давленіе на элементъ высоты dy и длиною 1 = $= dE = \gamma \cdot \frac{b}{h} \cdot y \, dy$, а давленіе на 1 кв. д. вертикальной проекціи $\frac{dE}{dy} = \gamma \cdot \frac{b}{h} \cdot y$. Если ds - длина элемента стѣнки, котораго вертикальная проекція dy, то $dy = ds \cdot \sin\beta$. Поэтому

$$\frac{dE}{ds} = \gamma \cdot \frac{b}{h} \sin\beta \cdot y$$

Изъ послѣдняго выраженія видно, что напоръ увеличивается пропорціонально съ глубиной. Так как $\overline{ГВ} = \frac{b}{h} y$, то $\frac{dE}{dy} = \overline{ГВ}$, т. е., напоръ, отнесенный къ квадратной единицѣ вертикальной (поверхности) проекціи =

ширина W напорного треуг-ка ABD, взятая на соответственной высоте y. На (чр. 11) высота стенки = 7 mtr, ея скос со стороны земли = 1 : 1/5 — наклон поверхности = 1/10, уголь φ взять = 35°, вес 1 кб. mt грунта $\gamma = 1800$ kg. Построением получено $E = 17172$ kg на 1 пог. метр стенки. На (чр. 12) построение исполнено по способу (4), стенка высотою 7 mtr имеет скос = 1 : 1/5 въ противуположную сторону; прочія данныя тѣже, что и въ предыдущемъ примѣрѣ. Получено графически $E = 7970$ kg на 1 пог. метръ.

2) Поверхность ограничена произвольной кривой, стѣнка плоская (черт. 13).

Стѣнку AB дѣлимъ на нѣкоторое число равныхъ частей: $A1 = 1M = MB$, опредѣляемъ напоръ на стѣнку BM, $B1$ и BA. Если изъ напора на BA вычесть напоръ на $A1$, то получимъ напоръ на часть $B1$, а, чтобы получить напоръ на $1M$, нужно изъ напора на $B1$ вычесть напоръ на BM. Для опредѣленія напора на AB, проводимъ Ac подъ угломъ естественнаго откоса φ къ горизонтали и направляющую An подъ угломъ $\frac{1}{2}\varphi$ къ стѣнкѣ. Затѣмъ проводимъ Ag такъ, чтобы площадь ABg = площади $\triangle AgK$, гдѣ $gK \parallel An$.

Прямая AG соответствует плоскости сколзания. Если отложить от K на AC: $KO = KG$, то напоръ на стѣнку $AB = \mathfrak{D} = \gamma . \Delta \overline{gKO}$. Такимъ образомъ получимъ напоръ на B_1L_1: $\mathfrak{D}_1 = \gamma . \Delta FKS$. Слѣдовательно, давленія на часть AL стѣнки $\Delta\mathfrak{D} = \gamma(\Delta gKO - \Delta FKS) = \gamma . \overline{gOVH}$. Эту трапецію $gOVH$ превращаемъ въ прямоугольникъ высотою $\Delta h = AL$, и полученное основаніе откладываемъ на горизонталяхъ отъ L и A такъ что параллелограммъ $ALPW$ представляетъ напоръ $\Delta\mathfrak{D}$ на AL. Такимъ-же образомъ построимъ параллелограммы давленій для частей ML, BM и среднюю сторону ихъ, проведемъ непрерывной линіей, то получимъ плоскость напора стѣнки AB. Эта плоскость напора будетъ тѣмъ болѣе точна, чѣмъ меньше была взята высота частей стѣнки.

3.) Поверхность ломаная, стѣнка плоская. Положимъ, что въ части B (чер. 14) поверхность наклонена подъ угломъ естественнаго откоса φ, а часть $\mathfrak{D}$ болѣе пологая. Для опредѣленія напора на стѣнку AB, проводимъ линію естественнаго откоса $A\mathfrak{D}$ и спрямляющую AE, такъ чтобы $\Delta AEC = \Delta ABC$, (для чего

нужно провести $BE \parallel AC$, до пересѣченія съ продолженіемъ CS въ E. Земляное тѣло $ABCD$, можно теперь замѣнить тѣломъ AED и для послѣдняго опредѣляемъ общимъ способомъ линію сползанія AJ. Проводимъ направляющую AM, подъ угломъ $24°$ къ AB, продолжаемъ линію CS поверхности до пересѣченія съ AM въ M, на діаметрѣ ED описываемъ полуокружность, проводимъ къ ней изъ M касательную MT и изъ M засѣкаемъ на MD: $MS = MT$.

Чтобы получить величину напора, проводимъ $JK \parallel AM$ и дѣлаемъ $KO = JK$, искомый напоръ: $E = 8 \cdot JKO$.

Если точка M получается слишкомъ далеко по всей линіи AE можно взять для опредѣленія линіи сползанія AJ, только нѣкоторую часть отъ AE. Такъ на (черт. 15.) эта линія опредѣлена для части $EF = \frac{1}{2} AE$, для которой получена линія сползанія FJ, искомая линія сползанія $AJ \parallel FJ$. Призма наибольшаго напора въ этомъ случаѣ представлена четырехугольникомъ $ABCJ$ (черт. фр. 6). Такъ какъ для каждой части линіи получается другая точка E (т. е. E_1, E_2) то линіи сползанія для этихъ частей не будутъ параллельны между собою и потому напорная линія BE будетъ не прямая, но нѣкоторая кривая, которая получается такимъ образомъ.

как было уяснено выше для произвольного очертания поверхности.

4.) Наклон поверхности как в части AC, так и в CD, меньше естественного откоса. (черт. 16.)

Определим для произвольной части BE плоскость скольжения EJ при предположении, что поверхность ограничена прямой BC и проведем через точку перелома C: CF // EJ. Для части BF стенки, напорная линия преуспевает кривую JK, потому что линии скольжения в этой части не будут параллельны между собою и призмы давления имеют вид четырехугольников, между тем как для части BF линии скольжения параллельны EJ, а призмы наибольшего напора представляют треугольники.

5) Земляное тело, на которое действует постоянная нагрузка.

Если стенка подпирает насыпь обыкновенной или железной дороги, то к напору, происходящему от земляной массы, прибавляется напор от нагрузки. Последнего принимают в расчет таким образом, что представляют себе на насыпи слой земляного материала, такой высоты, что давление, производимое им на 1 кв. единицу насыпи = давлению нагрузки.

Для насыпей обыкновенных дорог достаточно брать 400 кгр. на 1 кв. mtr, предполагая эту нагрузку равномерно распределенной по полотну как проезжей части, так и банкетов (тротуаров). Для железнодорожных насыпей эта нагрузка должна быть определена в каждом данном случае особо, в зависимости от ширины пути, рода верхнего строения, давления оси и их взаимного расстояния. Для главных дорог, по которым движутся паровозы весом 60 tn, длиною 10 mtr, то на 1 mt. пути придется: $\frac{60000}{10} = 6000$ кгр. Если примем, что эта нагрузка распределяется на ширину 1,5 mtr. на каждую сторону оси, то на 1 кв. mtr. будет действовать: $\frac{6000}{3} = 2000$ кгр. Полагаем вес 1 куб. mtr. земли = 1600 кгр., получим для высоты земляного слоя, заменяющего временную нагрузку, в случаях:

проезжей дороги $y = \frac{400}{1600} = 0{,}25$ mtr.

железной дороги $y = \frac{2000}{1600} = 1{,}25$ mtr.

Этот земляной слой можно разматривать как составляющий одно целое с земляной массой и при определении напора, принимать за поверхность поверхность этого слоя. На (черт. 17) случайная нагрузка предавлена земляным слоем высотой 1,25 mtr высота стенки = 5 mtr поверхность BC плоская линия AC естественного откоса примята под углом

33° к горизонтали и она продолжена, равно как и стенка AB до поверхности нагрузки ED. Затем была определена для земляного тела A.ED, плоскости скольжения AG, треугольника OGK и линий напора EJ. Величина напора: E = δ. Δ OGK = 7200 кг. на 1 пог. mtr. На (черт. 18) предъявлено более точное построение. Поверхность в части B, параллельна естественному откосу AD, а в части CD - горизонтальна. Затем принято: высота нагрузки q = 1 mtr, φ = 35° δ = 1600 кг. Для определения линии скольжения, проведена сначала спрямляющая линия AE, так что Δ AEC = Δ ABC. и следовательно Δ AEQ = четырехуг. ABCQ (где Q - начало случайной нагрузки). Затем Δ AEQ превращен в другой Δ AFQ, которого вершина F, находится на расстоянии = 2q от ED, это превращение сделано для того, чтобы отсеченное произвольной плоскостью AD' земляное тело вместе с лежащей на нем нагрузкой QNOD: можно было простым образом превратить в равновеликий ему треугольн. AFD'. Для определения плоскости скольжения, взято земляное тело AZD, через Z проведена прямая ZJ // направляющей AN, до пересечения с AD в J, затем JV // AB и VV' ⊥ ZD до пересечения с полуокружностью, описанною на ZD в V, после того засечками из Z на ZD: ZS = ZV', проводимой

$S N \parallel AB$ и $NP \parallel AK$, получаем плоскость сжатия AP.
По доказанному раньше (рав 1, 23) имеем $\frac{E}{w} = \frac{NP}{AN}$
.... (2) w – давл = всему спасск $ABCDNVPA$, (где $DNPV$ – нагрузка, наклад. на CP.) = всему спасск AFP.
(вследствіе равенства площадей $ABDNPV$ и AFP)
Проведем через P': $P'F \parallel AF$, то $\Delta AFF = \Delta AFP'$,
следовательно $w = \delta . AFP' = \delta . AFF$. Опустим из F на AF перпендикуляр Ft и положим $Ft = l$,
то: $\Delta AFF = AF . \frac{l}{2}$, следов. $w = \delta . AF \frac{l}{2}$; если через F проведем $FH \parallel NP$, то: $\frac{NP}{AN} = \frac{FH}{AF}$, поэтому (по 2)
$E = w \frac{FH}{AF} = \gamma . (AF \frac{l}{2}) \frac{FH}{AF}$ или $w = \gamma \frac{FH . l}{2}$; для погруженного на (черт. 18) призмы получено:
$w = 1600 . \frac{2 . 45 . 8 . 3}{2} = 16346$ кг на 1 к. мтр.
Давление на стенках земляное тело FKB, прилегающее стенка к кладке, так как его вес и действующий на BK напор передаются прямо стенке.
Здесь поэтому принято, что давление получается на стенка AK, по плоскость AB.

§ 5. Напор на многоугольныя и кривой нейныя стенки.

1) *Многоугольныя стенки.* Задняя сторона стенки (черт. 19) в вертикальна, а в переднем AB наклонена под углом β к горизонтали, земляная поверхность ограничена плоскостью AD. Напор на стенку BC и соответствующей

ему напорный треугольник BCE получаемый обыкновенным способом. Приблизительно тот же способ можно употребить и для стенки AB, предоставив себе ее продолжение до поверхности CD и определив напор на AF и на BF; напор на AB = разности обоих последних напоров. Для напора на AF получен напорный треугольник MFF; напор на AB изобразится позолу трапецией KLMJ.

Этот способ дает досадочно точные результаты только тогда, когда пренебрегаемая земляная призма BCF сравнительно с призмой максимального напора AFG, достаточно мала и направления напоров D_1 и D_2 почти параллельны, т. е. когда угол ABC приблизительно равен 180°. В противном случае нужно для определения напора D_2 на AB, употребить следующий способ. (чер. 20.) Проводим линию естественного откоса AL и спрямляющую AE, так что $\Delta CJE = \Delta AJB$, строим также направляющую AM для части AB и BN, для части BC. стенка (под углом 2φ к нормали) Определяем для стенки AE обыкновенным способом плоскость скольжения AJ. На призму максимального давления AEJ, отключенную этой плоскостью AJ, действуют 4 уравновешивающиеся силы: напоры D_1, D_2, реакция K, плоскости скольжения AJ и собственный вес призмы J.

На этих силах построим заданный четырехугольник (черт. 20, а) и в нем образуют G ск. K^5 угол $\gamma - \varphi = \angle GAD$ и D_1 и D_2 — углы φ с нормалями к CB и BA. Затем проведем $GH \parallel AE$; $KH \parallel BN$, $FK \parallel MA$, и откладываем такие углы KH и FK, чтобы многоугольник $AHKF$ был подобен силовому многоугольнику, получаем на основании предыдущего $\frac{D_1}{G} = \frac{KH}{AH}$; $\frac{D_2}{G} = \frac{FK}{AH}$; или, так как $G = \delta \cdot AH \cdot \frac{l}{2}$ (где l — длина перпендикуляра CH, опущенного из C на AD.) $D_1 = G \cdot \frac{KH}{AH} = \delta \cdot \frac{AH}{2} \cdot l \cdot \frac{KH}{AH}$.

$D_1 = \delta \cdot KH \cdot \frac{l}{2}$; $D_2 = \delta \cdot FK \cdot \frac{l}{2}$; если напор D_1 изобразить напорным треугольником CBO, то: $D_1 = \delta \cdot BO \cdot \frac{h_1}{2}$, поэтому $\delta \frac{BO \cdot h_1}{2} = \delta \cdot KH \cdot \frac{l}{2}$; откуда $KH = \frac{h_1}{l} \cdot BO$. Определив по этой формуле KF, и таким образом получив D_2 из выражения $D_2 = \delta \cdot \frac{l}{2} \cdot AF$. Напорная плоскость BSK для стенки AK получается по правилу уясненному в 1) и 2) S 4.

2) *Стенка криволинейная.* Кривую линию заменяем многоугольной, по возможности совпадающей с ней и определяем напоры на каждую сторону многоугольника по одному из двух предыдущих способов, смотря по характеру кривизны. На (черт. 21) это исполнено по первому (приближенному) способу, построен указанно для горды AD криволинейной стенки ADB. Для определения

действующего на AD напора, проведемъ прямую A2, до встречи съ поверхностью въ F и получимъ для данного типа AFC опредѣленіе напора на AF и для типа FDC' (DC'//AC) — напоръ на DF. Полученъ напоръ на A2, по отношенію къ единицѣ длины отливки: $D_g = \delta . (\Delta gKO - \Delta g'K'O')$. На (чер. 22) построеніе исполнено по обычному способу, при слѣдующихъ данныхъ: наклонъ поверхности $CD = \frac{1}{3}$; уголъ естественнаго откоса $g = 40°$; вѣсъ 1 куб. мтр. земли $= \delta' = 1800$ кгр. Для напора D' на BJ получено: $D_1 = \delta' . \frac{D_1 . h_1}{2} = 1800 . \frac{0{,}8 . 3{,}84}{2} =$ $= 2765$ кгр. на 1 мтр. Для давленій D_2 на Z_2 имѣемъ: ZE_2 = справляющая линія ZG_2 — линія скольженія. $G_2H_2 // ZE_2$, $KK // JM$, $KH = \frac{l_2}{l_1} D_1$, $FK // ZM_2$.

$D_2 = \delta' . FK . \frac{l_2}{2} = 1800 . \frac{1{,}02 . 4{,}2}{2} = 4406$ к. на 1 мтр.

Напоръ D_3 на AZ. AE_3 — справляющая линія AG_3 — линія скольженія, $G_3P // AE_3$, $GP // ZM_2$ $KO_1 = \frac{l_2}{l_3} FK_1$ $SK // AM_3$

$D_3 = \delta' \frac{SK}{2} . l_3 = 1800 \frac{0{,}96 . 6{,}3}{2} = 5616$ к. на 1 пог. мтр.

Точка приложенія силъ D_1 D_2 D_3 находятся на линіи-осѣ бассейна, что и удобно потому, что центръ тяжести соотвѣтственныхъ площадей напора.

§6. Аналитические формулы расчета.

Хотя графическим способом напор земли получается значительно скорее и не менее точно, чем аналитическим, но в некоторых случаях бывает важно знать формулы, помощью которых этот напор мог-бы быть вычислен. Обозначим через (стр. 23) h – вертикальную высоту стенки, h_1 – вертикальную высоту насыпи над стенкой, ограниченной сбоку плоскостью естественного откоса; γ, β и φ имеют прежние значения. Приемлемый результат получается материала:

$$D = \gamma \frac{(h+h_1)^2}{2} \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon}\left[\sqrt{\operatorname{ctg}\varphi - \operatorname{ctg}\varepsilon} - \sqrt{m - \operatorname{ctg}\varepsilon}\right],$$

где $\varepsilon = \beta + 2\varphi$

$$m = \operatorname{ctg}\beta + \left(\frac{h_1}{h+h_1}\right) 2\left(\operatorname{ctg}\varphi - \operatorname{ctg}\beta\right)$$

По этой формуле получаем при $\varphi = 33°$, $\beta = 90°$

$\frac{h_1}{h}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	2	3	4	5	6	10	∞
$\frac{D}{\gamma h^2}$	0,158	0,182	0,200	0,217	0,228	0,240	0,257	0,262	0,272	0,282	0,330	0,358	0,366	0,376	0,389	0,394	0,413.

Для очень высоких насыпей ($h = \infty$):

$$D = \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sin^2(\beta-\varphi)}{\sin^2\beta \cdot \sin(\beta+\varphi)}. \quad \text{При } \varphi = 33°,\ \beta = 90°$$

$$D = 0{,}419\ \gamma h^2.$$

Строит. мех.

Если поверхность идет от вершины сухи горизонтально ($h_1=0$) то

$$D = \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin\varepsilon}\left(\sqrt{ctg\varphi - ctg\varepsilon} - \sqrt{ctg\beta - ctg\varepsilon}\right)^2$$

По этой формуле получаются при $\varphi = 33°$ следующие числа для $ctg\alpha$.

+0,3	+0,2	+0,1	0	−0,1	−0,2	−0,3
0,079	0,098	0,110	0,134	0,159	0,186	0,217.

Если сухка вертикальна, то формула получает вид ($\alpha = 90°$, $h_1 = 0$):

$$D = \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1 + 3tg^2\varphi}}\right)^2$$

В случае, когда поверхность – плоскость, наклоненная к горизонту под углом δ и сухка вертикальна, то:

$$D = \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \frac{\sqrt{1+tg^2\varphi}}{\left[\sqrt{1+tg^2\varphi} + \sqrt{2}\,tg\varphi\,(tg\varphi - tg\delta)\right]^2}$$

Эта формула дает следующую таблицу

$tg\delta$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\frac{D}{\gamma h^2}$	0,143	0,155	0,169	0,187	0,205	0,255	0,125	0,134	0,144	0,157	0,173	0,199
	$tg\varphi = 0,6$						$tg\varphi = 0,7$					

§ 7. Точка приложения напора.

Точка приложения напора получится проектируя фигуру напорной плоскости. Положим, что линия напорной плоскости (чер. 214) имеет вид кривой BGFC,

плоскости на произвольный элемент стенки, которого ширина $EE = \partial s$, а длина $= 1$, действует напор

$$\partial D = \gamma . EGFE = \gamma . \partial \Omega$$

обозначив через $\partial \Omega$ площадь $EGFE$.

Проведем через точки $A, E, \ldots$ стенки прямые $AC', EF', EG' \ldots$ под углом естественного откоса φ к нормали стенки, а также — горизонтали $AC, EF, EG \ldots$ до пересечения с напорной кривой в $C, F, G \ldots$ и через последние точки прямые $CC' \parallel FF' \parallel GG' \parallel AK$, то элемент $EEF'G'$ равновелик $EEFG$ и, след., площадь $\triangle BC' = \triangle BC = \Omega$.

Элемент $EEF'G'$ представляет по величине и направлению напор $E\partial$ и потому равнодействующая ∂ сил напора, действующих на стенку AB проходит через центр тяжести площади $ABB'C'A$ и параллельна AC'. Если обозначим через β — угол наклона стенки AB к горизонтали и через z и y — расстояния центров тяжести площадей $AK'C$ и AKC' от AC' и AC, то

$$z_0 = \frac{1}{\Omega} \int d\Omega . z .$$

и так как

$$z = y \frac{\cos\varphi}{\sin\beta} , \text{ то:}$$

$$z_0 = \frac{\cos\varphi}{\sin\beta} \frac{1}{\Omega} \int d\Omega . y$$

Следовательно, высота точки приложения напора над AC:

$$\Delta h = \frac{\delta}{\cos\varphi} \sin K = \frac{1}{\Omega} \int \delta\Omega y.$$

На точно такомъ-же разстояніи отъ AC находится центръ тяжести площади ABC, изъ чего слѣдуетъ: При плоской стѣнкѣ точка приложенія напора находится на одинаковой высотѣ съ ц. тяжести площади давленія.

Когда стѣнки и поверхность земли плоскія, то площадь напора имѣетъ видъ треугольника, точка приложенія напора находится поэтому на $\frac{1}{3}$ высоты стѣнки, считая отъ подошвы ея. Если стѣнка плоская, но поверхность возвышается по ломаной или кривой линіи, то точка F находится немного выше, но при вертикальной стѣнкѣ она не поднимается $\frac{3}{8} h$; поэтому допускается незначительная ошибка, если и въ этомъ случаѣ она будетъ взята на $\frac{1}{3} h$. Когда стѣнка ломаная или криволинейная, то предыдущее правило можетъ быть употребимо лишь для отдѣльныхъ частей, на которыя стѣна раздѣлена, такъ какъ въ этомъ случаѣ направленія напора на разныя части не параллельны между собою. Точка приложенія равнодѣйствующей получается въ этомъ случаѣ всего проще помощью веревочнаго много-

Съ достаточной для практики точностью точка приложенія напора можетъ быть опредѣлена слѣдующимъ образомъ. Положимъ, что AB (чер. 25) стѣнка, BD — земляная поверхность, GO — линія равномѣрной нагрузки, AK — линія скольженія для высоты $AG' = h + h_1$, а для другой высоты AT линія скольженія $am \parallel aK$, а для высоты BT линія скольженія получится $Bn \parallel AK \parallel am$. Если, слѣд., раздѣлимъ AB въ точкахъ $n, 2, a \ldots$ на нѣкоторое число равныхъ частей и проведемъ прямыя $1,1', 2,2' \ldots \parallel AK$, то онѣ представятъ линіи скольженія для высотъ $1\bar{5}$, $2\bar{5} \ldots$. Напоръ на высоту $A1$ будетъ поэтому зависѣть отъ призмы $AK11'$, т. е., отъ разности призмъ $AK\bar{5}$ и $1,1'\bar{5}$, а точно такъ-же напоръ на высоту $\overline{1,2}$, которая = разности высотъ $1\bar{5}$ и $\bar{5}2$, будетъ зависѣть отъ призмы $1,1'2'2$, которая равна разности призмъ $A1'\bar{5}$ и $A2'\bar{5}$. Полное давленіе на высоту AB = $GA - GB$ будетъ равнодѣйствующая давленій на элементы $A1, 1,2$, т. е., будетъ зависѣть отъ суммы площадей $A1K1'$, $11'2'2 \ldots$. Эти суммы = трапеціи $AGKB$, равнодѣйствующая которой проходитъ поэтому черезъ центръ тяжести этой трапеціи $\cdot g$ и $\parallel AK$. Такимъ образомъ получимъ напоръ, соотвѣтствующій призмѣ $AKnB$

и его нужно сложить съ напоромъ призмы BBK. Такъ какъ эта призма скользитъ вдоль Bn, то будемъ разсматривать ее, какъ клинъ, давящій на точку B (чер. 26), точка приложенія этого давленія $\parallel AK$, находящаяся подъ нимъ въ B. Сложеніе производится помощью веревочнаго многоугольника и помощью силового многоугольника (чер. 26, а), которыя полюсъ Π (длины 1,1 и q, q пропорціональны площадямъ BBn и $BnKA$, которыя приняты за силы 1 и q, дѣйствующія въ точкахъ B и $q \parallel AK$); прямая St, проведенная черезъ точку пересѣченія S крайнихъ сторонъ a и c, даетъ на сторонѣ AB искомую точку приложенія напора въ t.

Предъявленный на (чер 27) случай отличается отъ предыдущаго тѣмъ, что плоскость скольженія Bn не параллельна плоскости скольженія AK. Для опредѣленія точки приложенія t, опредѣляемъ сначала плоскости скольженія AK и Bn, затѣмъ площади BBK и $BnKA$ и центръ тяжести послѣдней q.

Въ B дѣйствуетъ сила 1 по направленію Bn, пропорціональная площади BBn, а въ q сила $q \parallel AK$ и пропорціональная $ABnK$.

На этихъ силахъ построимъ силовой многоугольникъ (чер. 27, а) и веревочный $a_1 b_1 c_1$, прямая St проведена // равнодействующей v.

Примѣчаніе. Центръ тяжести четыреугольника получается всего проще слѣдующимъ образомъ (чер. 28): чрезъ вершины a и b проводимъ прямыя as и bs // діагоналямъ db и ac до пересѣченія въ точкѣ S, противуположную сторону dc дѣлимъ на 3 равныя части въ точкахъ 1 и 2 и проводимъ $1z \parallel dc$ и $2z \parallel cs$ до пересѣченія въ точкѣ $\frac{z}{n}$, которая есть искомый центръ тяжести.

Случай, когда поверхность возвышается надъ сѣткой.

Если поверхность выше сѣтки имѣетъ ломаный видъ BNK (чер. 29), то, опредѣливъ линію скользящія AK, проводимъ $Nn \parallel AK$. Напоръ, производимый трапеціей AKNn проходитъ черезъ ея центръ тяжести $Z \parallel AK$, напоръ отъ треугольника nBN тоже $\parallel AK$ (т. е., онъ $\parallel Nn$) и проходитъ черезъ центръ тяжести треугольника NnB.

Для полученія точки приложенія напора нужно поступить слѣдующимъ образомъ: найти равнодѣйствующую параллельныхъ силъ C_1 и Z_2, которая

пропорціональны площадямъ NBC и NCA.
На каждый дѣйствуетъ равномѣрная нагрузка dz.
Отдѣлимъ (чер. 30) линіею скольженія AK и черезъ начало нагрузки N проведемъ NnC ∥ AK. Напоръ можно разсматривать, какъ равнодѣйствующую 3хъ силъ, параллельныхъ AK, изъ которыхъ сила 1 пропорціональна площади треуг-ка BNC и проходитъ черезъ его центръ тяжести. Сила 2 пропорціональна площади треугольника NBc и приложена въ точкѣ n; сила 3 пропорціональна трапеціи AKcn и проходитъ черезъ ея центръ тяжести Z.
Равнодѣйствующая этихъ 3хъ силъ получается всего проще помощью веревочнаго многоугольника. Хотя эти графическіе способы опредѣленія точки приложенія напора менѣе точны, чѣмъ указанный раньше способъ напорной плоскости, но они дадутъ практически достаточно точные результаты и отличаются бо́льшей простотой.

§8 Расчетъ подпорныхъ стѣнокъ.

Будемъ разсматривать стѣнку длиною =1 (чер. 31)

На произвольное сѣченіе MN стѣнки дѣйствуютъ слѣдующія внѣшнія силы:

1.) Вѣсъ части MNBC стѣнки, эта сила вертикальна.

2.) Напоръ земли на BN.

3) Нагрузка стѣнки D (если таковая имѣется).

Пусть K — равнодѣйствующая этихъ силъ по величинѣ и положенію.

Предполагая, что всѣ силы (или ихъ равнодѣйствующія находятся въ средней плоскости EF, приходимъ къ заключенію, что и общая равнодѣйствующая K находится въ этой плоскости.

Такимъ образомъ имѣемъ: плоскость силъ EF (фиг. b) есть плоскость симметріи стѣнки, а сила K не перпендикулярна къ сѣченію MN и вообще не проходитъ черезъ его центръ тяжести. Легко видѣть, что такому случаю соотвѣтствуетъ сопротивленіе изгиба, и что проходящая черезъ центръ тяжести нейтральная ось n совпадаетъ съ nn (такъ какъ силовая линія есть главная ось EF, то нейтральная ось есть вторая главная ось nn.)

Разложимъ K на нормальную слагающую N и касательную (параллельную MN) T.

Разсмотримъ дѣйствіе нормальной слагающей

Обозначим напряжение прямой $\underline{m}$, находящейся в той половине сечения MN, что и точка приложения t, параллельной $\bar{n}\bar{n}$ отстоящей от $\bar{n}\bar{n}$ на расстоянии v через $\bar{\sigma}$, а напряжение прямой cc, находящейся в другой половине сечения (в которой нет силовой точки t) через σ_2, то по правилам изгиба:

$$\sigma_1 = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mv_1}{J}; \quad \sigma_2 = \frac{N}{\Omega} - \frac{Mv_2}{J};$$

или, так как

$$\Omega = b \cdot 1; \quad M = Ne, \quad J = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot b^3,$$

получим:

$$\sigma_1 = \frac{N}{b}\left[1 + \frac{12ev_1}{b^2}\right]; \quad \sigma_2 = \frac{N}{b}\left[1 - \frac{12ev_2}{b^2}\right]$$

Если обозначить напряжения в крайних волокнах MM_1 и NN_1 через n_1 и n_2, то, так как для них $v_1 = v_2 = b/2$, то

$$n_1 = \frac{N}{b}\left[1 + \frac{6e}{b}\right]; \quad n_2 = \frac{N}{b}\left[1 - \frac{6e}{b}\right]$$

Так как кладка не может сопротивляться растяжению, то каменные сооружения должны получить такие размеры, чтобы σ_1 и σ_2 были сжатия, т. е., чтобы σ_1 и σ_2 были > 0, предел для σ_2 можно подучить $= 0$.

Если подставить $n_2 = 0$, то получим $e = \frac{b}{6}$,

т. е., K_2 будетъ тогда $= 0$, когда точка приложенія равнодѣйствующей отстоитъ отъ края на разстояніи $= \frac{1}{3} b$. Въ этомъ случаѣ получаемъ:

$$\sigma_1 = \frac{N}{b}\left(1 + \frac{e \cdot \frac{b}{6}}{\cdot b}\right) = \frac{2N}{b}; \quad \text{(черт. 31)},$$

т. е., напряженія по MM_1 будутъ вдвое больше, чѣмъ они было-бы при равномѣрномъ распредѣленіи давленія N, которое имѣло-бы мѣсто, если-бы равнодѣйствующая R проходила черезъ центръ тяжести сѣченія $(e = 0)$

Если-бы форма сѣченія стѣнки не имѣла-бы вида прямоугольника или силовая линія не совпадала съ осью симметріи, то для того, чтобы можно было опредѣлить, въ какомъ положеніи точка приложенія равнодѣйствующей R будетъ во всѣхъ точкахъ сѣченія дѣйствовать одно давленіе, было-бы нужно построить ядро сѣченія. Для прямоугольника ядро имѣетъ видъ ромба (черт. 31, д), у котораго вершины находятся на осяхъ симметріи въ разстояніяхъ $\frac{1}{6} b$ и $\frac{1}{6} 1$ отъ центра прямоугольника. Когда точка приложенія находится внутри ромба, то давленія въ нѣкоторыхъ точкахъ прямоугольника $= 0$, а, если она находится внѣ ромба, то въ нѣкоторыхъ мѣстахъ стѣнки дѣйствуетъ растяженіе.

Если поэтому въ швахъ кладки не должно быть растяженія, то ей необходимо дать такой профиль, чтобы точка приложенія равнодѣйствующей какого нибудь шва находилась внутри его ядра. Для прямоугольнаго сѣченія это условіе будетъ исполнено, если точка приложенія находится внутри средней трети шва. Для первой касательной слагающей T (стр. 31) сосчетъ въ томъ, что она стремится, сдвинуть верхнюю часть кладки вдоль MN. Предѣлъ равновѣсія по отношенію къ этому дѣйствію (какъ это доказано въ §1) будетъ тогда, когда $\beta = \varphi$, (гдѣ φ, — уголъ тренія кладки о кладку.) Происходящія при этомъ въ разныхъ точкахъ сѣченія скалывающія напряженія τ могутъ быть приняты пропорціональными нормальнымъ напряженіямъ σ. При такомъ предположеніи нормальныя давленія въ отдѣльныхъ точкахъ сѣченія (т. е., равнодѣйствующія изъ σ и τ) будутъ || между собою, а изъ равновѣсія слѣдуетъ что они должны быть параллельны главному давленію R.

Изъ послѣдняго условія слѣдуетъ (стр. 32)

$$\tau = \sigma_1 \operatorname{tg} \varphi$$

Поэтому движущее напряжение, отнесенное к единице площади, вдоль ребра M

$$\tau_1 = n_1 \operatorname{tg}\alpha = \frac{cN}{b} \operatorname{tg}\alpha \left(1 + \frac{6e}{b}\right)$$

Или, так как

$$N = R\cos\alpha, \text{ то}$$

$$\tau_1 = \frac{R}{b}\left(1 + \frac{6e}{b}\right)\sin\alpha$$

и для ребра N:

$$\tau_2 = \frac{R}{b}\left(1 - \frac{6e}{b}\right)\sin\alpha$$

Элемент ребра M испытывает полное косое напряжение

$$\sigma_1 = \sqrt{n_1^2 + \tau^2} = \frac{R}{b}\left(1 + \frac{6e}{b}\right)$$

и элемент ребра N:

$$\sigma_2 = \frac{R}{b}\left(1 - \frac{6e}{b}\right) \quad \ldots\ldots (\alpha)$$

§ 9. Условия устойчивости подпорной стенки.

Стенка должна быть построена такимъ образомъ, чтобы ни въ какой части ея не могло имѣть мѣсто ни скольженіе (сдвигъ), ни вращеніе (опрокидываніе) и чтобы давленіе на кладку не превышало безопаснаго давленія ея.

Кромѣ сказаннаго требуется условіе, чтобы ни въ какомъ мѣстѣ кладки не допускалось растяженіе.

Эти условія будутъ удовлетворены если:

1) равнодѣйствующая всякаго <u>изъ</u> образуемъ

съ нормалью послѣдняго угольникъ, меньшій угла трѣнія,

2) Эта равнодѣйствующая не выходитъ изъ ядра шва

3) напряженіе кладки нигдѣ не превышаетъ допускаемаго напряженія.

(см для разныхъ швовъ 0,0, 1,1, 2,2.... стѣнки (чер. 33) построимъ соотвѣтственныя или равнодѣйствующія, то линія, образованная этими равнодѣйствующими R, R_1, R_2..... наз. линіей давленія, а линія, образованная точками a, b, c.... , въ которыхъ эти равнодѣйствующія встрѣчаютъ соотвѣтственные швы — опорной линіей. Изъ предыдущихъ условій слѣдуетъ, что при прямоугольномъ сѣченіи стѣнки, опорная линія не должна выходить изъ средней трети (заштрихованной на чер. 33)

Но стѣнка можетъ считаться достаточно прочной, и тогда, когда равнодѣйствующая выходитъ изъ средней трети, если только максимальное напряженіе не превышаетъ допускаемаго.

Если въ этомъ случаѣ (стр. 34) разстояніе точки приложенія t отъ ближайшаго ребра M обозначимъ черезъ m и положимъ $M_p = 3mt$ то напряженіе въ точкѣ $p = 0$, а въ точкѣ M:

$$\delta_1 = \frac{2R}{3m}$$

для безопасности должно

$$\frac{2R}{3m} \leqq K ;$$

часть pN сѣченія, которой въ этомъ случаѣ соотвѣтствуетъ растяженіе, будетъ служить и вся нагрузка уравновѣшиваться частью M_p.

За допускаемое напряженіе K можно принять для:

1) обыкновенной кирпичной кладки на цвѣсковомъ растворѣ — 8 кг на 1 □ ст.
2) лучшая кирпичная кладка на цементномъ растворѣ — 11 кг на 1 □ ст
3) самая лучшая клинкерная кладка на цементномъ растворѣ — 14 кг на 1 □ ст
4) бутовая кладка — 10 — 15 кг на 1 □ ст
5) кладка изъ тесоваго камня — 15 - 25 кг на 1 □ ст
6) основаніе на прочномъ пескѣ, гравіи и т. д. — 5 - 7 кг на 1 □ ст
7.) основаніе на мягкой скалѣ — 10 кг на 1 □ ст.

§ 10. Размѣры подпорной стѣнки при условіи, что линія давленія проходитъ черезъ переднюю треть швовъ.

Мы предполагаемъ, что стѣнка имѣетъ форму трапеціи $EABA'$ (чер. 35), и ея швы наклонены подъ угломъ къ горизонту; задняя сторона EA составляетъ съ направленіемъ

шовъ уголъ δ.

Помѣщаемъ стѣнки на разстояніи y отъ верху обозначимъ черезъ x. Часть $ABCE$ стѣнки длиной $= 1$, находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ вѣса ея Q, напора D, и реакціи R шва AB; послѣдняя должна быть поэтому равна и противуположна равнодѣйствующей силъ Q и D, которая проходитъ черезъ точку t, подъ условіемъ

$$Bt = \frac{1}{3} AB.$$

. Условіе равновѣсія моментовъ по отношенію къ точкѣ A даетъ

$$R \cos\beta \, \frac{2}{3} x = (D \cos\varphi)\, y + (Q f) \quad \ldots\ldots (I)$$

Такъ какъ трапеція $AEC = \Delta Bmc + CEnm + \Delta AEn$, то вѣсъ Q разсматриваемъ какъ сумму вѣсовъ:

$$Q = W_1 + W_2 + W_3$$

трехъ призмъ, которыя основанія $= BCm$, $CEnm$, AEn, а высота $= 1$. Каждый изъ вѣсовъ W разложимъ на слагающую $p \parallel AB$ и $\perp$ную къ ней слагающую q, моментъ Qf будетъ такимъ образомъ равняться суммѣ моментовъ силъ $p = W \sin\omega$ и силъ $q = W \cos\omega$, т.е:

$$-Qf = \left[(W_1 \sin\omega)\frac{y}{3} - (W_1 \cos\omega)\left(x - \frac{2}{3} a_1\right)\right] + \left[(W_2 \sin\omega)\frac{y}{3} - (W_2 \cos\omega)\left(a_2 + \frac{x - a_1 - a_2}{2}\right) + \left[(W_3 \sin\omega)\frac{y}{3} - (W_3 \cos\omega)\frac{2 a_2}{3}\right]\right]$$

и, так как $W_1 = \gamma \cdot \frac{a_1 y}{2}$; $W_2 = \gamma (x - a_1 - a_2) y$

$W_3 = \gamma \cdot \frac{a_1 y}{2}$,

где γ - вес кубической единицы кладки, то:

$$Qf = \gamma \cdot \frac{a_1 y}{2} \left[\left(x - \frac{2}{3} a_1 \right) \cos\omega - \frac{y}{3} \sin\omega \right] + \gamma (x - a_1 - a_2) y +$$

$$+ \left[\left(\frac{x + a - a_1}{2} \right) \cos\omega - \frac{y}{2} \sin\omega \right] + \gamma \cdot \frac{a_2 y}{2} \left(\frac{2}{3} a_2 \cos\omega - \frac{y}{3} \sin\omega \right)$$

и после соответственного сокращения:

$$Qf = \gamma \cdot \frac{y}{2} \cos\omega \left[x^2 - x (a_1 + y \operatorname{tg}\omega) + \frac{a_1^2 - a_2^2}{2} + \frac{2}{3} y (a_1 + a_2) \operatorname{tg}\omega \right]$$

Кроме того имеем:

$$Q = \gamma \cdot \frac{y}{2} (2x - a_1 - a_2) \quad \text{и}$$

$$R \cos\beta = D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos\omega$$

Следовательно по (I):

$$\left[D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos\omega \right] \frac{2}{3} x = D d \cos\varphi + Qf \quad (\alpha)$$

и подставив для Q и Qf - значения, имеем:

$$\frac{2}{3} x \left[D \cos(\delta - \varphi) + (2x + a_1 - a_2) \frac{\gamma y \cos\omega}{2} \right] =$$

$$= D d \cos\varphi + \frac{\gamma y \cos\omega}{2} \left[x^2 - x (a_1 + y \operatorname{tg}\omega) + \frac{a_1^2 - a_2^2}{2} + \frac{2}{3} y (a_1 + a_2) \operatorname{tg}\omega \right]$$

Решая это уравнение по x, получаем:

$$x^2 + \left[a_1 - 2a_2 + 3y \operatorname{tg}\omega + 4 \frac{D \cos(\delta - \varphi)}{\gamma y \cos\omega} \right] x =$$

$$= a_1^2 - a_2^2 + 2y (a_1 + a_2) \operatorname{tg}\omega + 6 \frac{D d \cos\varphi}{\gamma y \cos\omega} \quad \ldots\ldots \text{(II)}$$

Давление вдоль ребра B:

$$S = \frac{2 R \cos\beta}{x} = \frac{2}{x} \left[D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos\omega \right] \ldots\ldots \text{(III)}$$

По этому уравнению можно определить максимальную высоту, какую может получить стенка данной толщины при условии, чтобы давление вдоль наружного ребра не превышало допускаемого. Для этого нужно выразить напор D, толщину x стенки и вес G в функции высоты y. Пусть, напр. (стр. 96), если стенка вертикальна, постоянной толщины $\underline{b}$, при высоте h, поверхность земли горизонтальна, $\varphi = 33°$ и вес кладки = весу земли, то

$$D = 0{,}134\,\gamma h^2 \,;\quad b = 0{,}35\,h \,;\quad \sin 33° = 0{,}545$$

и так как

$$\delta = 90° \,,\quad \omega = 0 \,,$$

то:

$$S = \frac{2}{b}\left(0{,}134\,\gamma h^2 \sin\varphi + \gamma_1 bh\right) = 2\gamma\left(\frac{0{,}134 \cdot \sin\varphi}{0{,}35}\,77/h\right),$$

откуда

$$h = 0{,}414\,S.$$

Для кирпичной кладки можно взять $S = \gamma^{kg}$ на $1\,\square^{ct} = 80000^{kg}$ на $1\,\square^{mtr}$ и $\gamma = \gamma_1 = 1600^{kg}$; поэтому, допускаемая высота этой стенки

$$h = 0{,}414\,\frac{80000}{1600} = 20{,}9^{mtr}.$$

Почти такая же высота получается для бутовой кладки при $S = 100{,}000$ и $\gamma = 1800 = \gamma_1$.

Из этого примера видим, что высота, при которой напряжение стенки может превысить безопасное, (при предположении, что

равнодействующая проходить через переднюю треть шва) довольно значительна.

По ур-ию (II) можно определить для разной высоты у такую толщину ж, при которой равнодействующая R проходить через переднюю треть шва; максимальное напряжение S шва выч-ляется тогда по формуле (III) Обыкновенно получается при этом S меньше допускаемого напряжения k, из чего следует, что толщина могла-бы быть взята меньшей, чем даёт ур-ие (III), что поэтому получилось-бы сбережение материала, если бы: толщина шва была определена такими образомъ, чтобы его максимальное напряжение S равнялось допускаемому k. Пусть (черт. 37) t - точка, через которую проходит равнодействующая R некоторого шва AB и разстояние ея от переднего ребра B, т.е., tB = l - меньше $\frac{2}{3}x$, гдѣ x = AB. Если положить ti = 2l, то напряжение въ и. и во всякой точкѣ части iA = 0, а напряжение въ B = $\frac{2R\cos\beta}{3l}$; по условію должно

$$\frac{2R\cos\beta}{3l} = k$$

и такъ какъ:

$R\cos\beta = D\cos(\delta-\varphi) + Q\cos\omega$, то

$$k = \frac{2}{3e}\left[D\cos(\delta-\varphi) + Q\cos\omega\right],$$

откуда:

$$e = \frac{2}{3}\left[\frac{D\cos(\delta-\varphi) + Q\cos\omega}{k}\right]$$

и, следовательно толщина $Bn = 3e$.

При этой толщине напряжения не будет выше допускаемого; но условие устойчивости требует, чтобы стенка не могла быть опрокинута, вследствіе чего действительная толщина ея x должна удовлетворять условію равенства моментов, т. е., должно:

$$\left[D\cos(\delta-\varphi) + Q\cos\omega\right](x-e) = D\cos\varphi\, d + Qf \quad \ldots\ldots (\beta)$$

Это ур-ie отличается отъ ур-ія (α) только тѣмъ, что множитель лѣваго члена, который въ (α) $= \frac{2}{3}x$, въ (β) замѣненъ множителемъ $(x-e)$, который больше $\frac{2}{3}x$, (такъ какъ $e < \frac{1}{3}x$).

Уравненіе (β) даетъ поэтому большую толщину, чѣмъ ур-ie (II).

Частный случай.

Если сѣченіе — прямоугольникъ шириною x и высотою $= y$, то

$$\delta = 90^\circ; \quad \omega = 0; \quad Q = \gamma . x . y;$$

$$d = \frac{y}{3}; \quad f = \frac{x}{2}; \quad e = \frac{2}{3k} D\sin\varphi + \frac{2}{3k}\gamma . xy.$$

(γ_1 — вѣсъ кубической единицы кладки.)

$$\left(D\sin\varphi + \gamma_1 xy\right)(x-e) = \frac{x}{3} D\cos\varphi + \frac{\gamma_1}{2} x^2 y.$$

Если въ это ур-ie подставимъ для e его значенія, то послѣ соотвѣтственнаго приведенія получимъ:

$$x^2 + \frac{2D\sin\varphi}{\gamma_1 y} x = \frac{2D}{\gamma_1 y\left(1 - \frac{4\gamma_1 y}{3k}\right)} \cdot \left(\frac{y}{3}\cos\varphi + \frac{2D}{3k}\sin^2\varphi\right) \cdots \text{(IV)}$$

Для $\varphi = 33^\circ$, слѣдовательно $\sin\varphi = 0{,}545$, $\cos\varphi = 0{,}839$. При горизонтальной поверхности земли насыпи $D = 0{,}134\,\gamma\, h_1^2$.

$$x^2 + 2\left(0{,}073\,\frac{\gamma h}{\gamma_1}\right)x = \left(\frac{0{,}268}{1 - \frac{4\gamma_1 y}{3k}}\right)\frac{\gamma}{\gamma_1} y^2\left(0{,}279 + 0{,}026\,\frac{\gamma}{k} y\right)$$

$$x = -0{,}073\,\frac{\gamma}{\gamma_1} y + y\sqrt{\left(0{,}073\,\frac{\gamma^2}{\gamma_1} + \frac{3268}{1 - \frac{4\gamma_1 y}{3k}}\right)\left(0{,}279 + 0{,}026\,\frac{\gamma_1}{k} y\right)}$$

Напр., при $y = 10^m$; $\gamma_1 = \gamma = 1600^{kg}$; $k = 80000^{kg}$ на $1\square^m$

$$b = 0{,}73 + 10\sqrt{0{,}005 + 0{,}366\,(0{,}275 + 0{,}005)} = 2{,}57^m$$

$$2 = \frac{2}{3.80000}\left(0{,}134\,\gamma . y^2 \sin\varphi + \gamma_1 xy\right) = \frac{1}{120000}$$

$$\left(0{,}134 . 1600 . 100 . 0{,}540 - 1600 . 10 . 2 . 57\right) = 0{,}44^m$$

Слѣдовательно, сопротивленіе проявляетъ только часть BQ плеча AB, которая равна

$3 . 0{,}44 = 1{,}32^{mt}$, на протяженіи

$AQ = 2{,}57 - 1{,}32 = 1{,}25^{mtr}$ давленіе $= 0$.

11 Определение наиболее выгодного профиля подпорной стенки.

Стенка не можетъ получить въ каждомъ изъ своихъ точекъ расчетную толщину, такъ какъ атмосферныя вліянія и размѣры камней обусловливаютъ нѣкоторую максимальную толщину, которую она получаетъ въ верхней своей части. При употребленіи камня толщину вверху должно не менѣе 0,6 – 0,75 mtr и наименьшая толщина кирпичныхъ стѣнокъ 2 кирпича. (12 в. или 54 ст.) Вѣсъ, частями которой толщина стѣнки можетъ быть минимальной, получается по ур-ію (III) § 10.

Положимъ, что профиль стѣнки — прямоугольникъ ABCD (чер. 39, а), размѣры котораго опредѣлены такимъ образомъ, что равнодѣйствующая R проходитъ черезъ точку E, отстоящую отъ D на разстояніи $\frac{1}{3}$ DA.

Вѣсъ Q_2 части DEFC стѣнки, находящейся слѣва проходящей черезъ E вертикали EF, вращаетъ (по отношенію къ E въ ту же сторону, что и напоръ, между тѣмъ какъ вѣсъ Q, находящійся справа EF части кладки вращаетъ въ противопо-

ломаную сторону.

Поэтому устойчивость стенки будет увеличена, если Q_2 уменьшить и Q_1 увеличить. Это можно произвести различными образом:

1.) Посредством поворота стенки около C по направлению к земляной массе (чер. 39, b) но так, чтобы проведенная через центр тяжести вертикаль ZQ встретила основание DA

2.) Уменьшить профиль $ABCD$ (чер. 39 c) на треугольник DCF и прибавить к нему $\triangle ABB_1$

3) Оценив треугольник DCF (чер. 39, k), т. е. уменьшив Q_2; но не изменяя Q_1, так что передняя часть стенки будет откосной.

4.) Переднюю часть стенки ограничивать ломаной DgF (чер. 39, d), причем точку g принимать так, чтобы равнодействующая QN встретила этот шов на расстоянии $\frac{1}{3}$ QH от Q.

Вместо ломаной DgF можно ограничить стенку кривой GKF (чер. 39, l) касательной к FE.

5.) Сделать стенку внизу наклонной плоскости HJ (чер. 39 g)

Чертежи (39, h) изображают стенку, пред-

ставленную на чер. (39, g), но сръзанную внизу по ЖЗ. Если ломаныя линіи ЕдЗ и ВЖЗ (чер. 39, h) замънимъ касательными къ нимъ кривыми, то получимъ такъ наз. англійскій профиль.

Часто наклонъ начинается (чер. 39, i) не у задняго верхняго ребра В, но у передняго — Д. Такая стънка требуетъ немного больше матеріала, тогда какъ напоръ на нее зависитъ не отъ высоты АВ, но отъ высоты

$$Ав = АВ + ВС.$$

§ 12. Направленіе швовъ и линія давленія.

Швы должны имѣть такое направленіе, чтобы нигдѣ не могло происходить скольженіе, т. е., равнодѣйствующая каждаго шва должна образовать съ нормалью его уголъ не большій угла тренія. Правильное направленіе швовъ получается всего проще графически, посредствомъ построенія линіи давленія. Эта линія даетъ также наглядное представленіе объ устойчивости стѣнки; поэтому опредѣленію ея придается важное значеніе.

Аналитическое определение линии давления.

Аналитический способъ определенія линіи давленія требуетъ очень сложныхъ выводовъ, поэтому для практики мало пригоденъ, вслѣдствіе чего будетъ указанъ лишь въ принципѣ.

Пусть abc (чер. 40) — искомая линія давленія, пересѣкающая нѣкоторый шовъ mn въ точкѣ v на разстояніи R отъ центра тяжести Эпюра шва.

Изъ свойства линіи давленія слѣдуетъ, что черезъ v пройдетъ равнодѣйствующая K всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на mn, т. е., вѣса Q кладки pqmn и напора D.

Если разстояніе шва mn отъ вертикали кладки обозначимъ черезъ y, а ширину его черезъ x, то, изъ условія равновѣсія моментовъ по отношенію къ n, имѣемъ:

$$Qn + D\sin\varphi\left(n + \frac{x}{2}\right) = D\cos\varphi\,\frac{y}{3},$$

откуда:

$$n = \frac{\frac{y}{3}\cos\varphi - \frac{x}{2}\sin\varphi}{\frac{Q}{D} + \sin\varphi}$$

и, такъ какъ

$$Q = \gamma_1 xy \quad \text{и} \quad D = \gamma\cdot\frac{y^2}{2}E,$$

слѣдовательно:

соотвѣтственно:

$$\frac{Q}{\mathfrak{D}} = \frac{2}{\varepsilon} \cdot \frac{\delta_1}{\delta} \cdot \frac{x}{y}, \text{ то:}$$

$$n = \frac{\frac{y^2}{3} \cos\varphi - \frac{y^2}{2} \sin\varphi}{\frac{2}{\varepsilon} \frac{\delta_1}{\delta} x + y \sin\varphi}$$

Въ этомъ уравненіи n и y суть координаты линіи давленія, и она представляетъ гиперболу, если $\varphi \leqq 90^\circ$; для $\varphi = 0$ (напоръ дѣйствуетъ нормально на стѣнку) уравненіе это выражаетъ параболу.

Въ частномъ случаѣ, когда поверхность ограничена плоскостью естественнаго откоса и начинается у задняго ребра g, будетъ при $\varphi = 33^\circ$ ($\sin\varphi = 0{,}5446$); $\frac{\delta_1}{\delta} = 1{,}4$; $\varepsilon = \cos\varphi = 0{,}7387$

$$n = \frac{0{,}28\, y^2 - 0{,}272\, xy}{3{,}338\, x + 0{,}545\, y}.$$

Изъ этого ур-ія получаемъ, что линія давленія пересѣкаетъ вертикальную ось ab стѣнки въ точкахъ a и a_1, для которыхъ

$$y = 0 \quad \text{и} \quad y = 0{,}971\, x.$$

Графическое опредѣленіе линіи давленія.

Линія давленія подпорной стѣнки сжимающаго вида профиля.

Швы горизонтальные (чер. 41)

Дълаютъ профиль и соотвѣтствующую ему напорную плоскость на часяхъ равной высоты прямыми, параллельными швамъ. Горизонтальныя среднія линіи этихъ часей принимаютъ (соотвѣтственно) за высоты и за напоры земли въ случаѣ, когда $\gamma = \gamma_1$ (т.е. когда высоты кладки и земли равны), въ противномъ случаѣ ширины напорной плоскости уменьшаютъ въ отношеніи $\gamma : \gamma_1$ (т.е., въ отношеніи высоты земли къ высотѣ кладки). При дѣленіи полезно исходить изъ точки перелома K задней поверхности стѣнки, такъ какъ тогда не получается сложныхъ фигуръ; лежащую на берегу землю причисляютъ къ кладкѣ.

Если при этомъ высота одной части получится $= w_1$, а высота остальныхъ будетъ w, то среднюю ширину первой уменьшаютъ въ отношеніи $w_1 : w$ для того, чтобы ее привести къ общей единицѣ.

Помощью этихъ среднихъ линій строятъ силовой многоугольникъ (чер. 41, а).

Такъ какъ здѣсь высота верхней части $w_1 = 1,7$, а высота остальныхъ $w = 2,0$,

то средняя линія правой части fq QF профиля кладки и средняя линія первой части qQ1 напорной плоскости уменьшены въ отношеніи 1,7 : 2. Напорная линія построена при предположеніи, что поверхность засыпки горизонтальна, $l_q = 33°$ и вѣсъ 1 куб. mtr. земли = вѣсу δ_1 1 куб. mtr. кладки. = 1800 kgr.

На черт. (41, a) представляютъ OI — напоръ на qS, $I\bar{1}$ — вѣсъ части fq QF, $1\overline{II}$ — напоръ на QK, $\overline{II}\,2$ — вѣсъ FQKF, $2\overline{III}$ — напоръ на KN, $\overline{III}\,3$ — вѣсъ FKN2.

Точки приложенія S_1, S_2 и S_3 напора находятся на высотѣ центровъ тяжестей площадей qQ1, QK1 и K1vt; силы $\overline{I}$, $\overline{II}$ и $\overline{III}$ образуютъ съ нормалями прямыхъ qQ, QK, KN — углы $\varphi = 33°$. Слагаемъ сначала напоръ $\overline{1}$ съ вѣсомъ; равнодѣйствующая AM, проходитъ черезъ точку A, въ которой пересѣкаются $S_1\overline{I}$ и $A\overline{I}$ съ параллельной O1, ея пересѣченіе со швомъ FQ даетъ точку опорной линіи M_1.

Эту равнодѣйствующую AM, слагаемъ съ напоромъ $\overline{II}$, для чего продолжаемъ AM, до пересѣченія съ $S_2\overline{II}$ въ B и черезъ B проводимъ BC ∥ $O\overline{II}$; силу BC (т. е., силу $O\overline{II}$) слагаемъ съ вѣсомъ 2, для чего черезъ—

точку C, въ которой BC пересѣкаетъ C_2, проводимъ $Cд \parallel 0,2$; точка M_2, въ которой $Cд$ встрѣчаетъ шовъ JK есть вторая точка опорной линіи. Затѣмъ складываемъ $Cд$ съ напоромъ $\overline{III}$, проводимъ черезъ точку пересѣченія $Cд$ съ $S,\overline{III}$ $дE \parallel 0\overline{III}$ до пересѣченія съ высью 3 въ E и черезъ E — $EM_3 \parallel 03$, получаемъ на LM точку M_3, черезъ которую проходитъ равнодѣйствующая всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на стѣнку.

Чтобы получить нормальное давленіе N на основаніе LN (по отношенію къ 1 пог. мт. стѣнки), раскладаемъ (чер. 41,а) силу $0,3$ на горизонтальную слагающую $3\bar{v}$ и вертикальную $0\bar{v}$. Число килограммовъ, которая содержитъ $0\bar{v}$, (т. е., сила N) получится, если опредѣлимъ вѣсъ какой-либо части кладки и сравнимъ его съ тою частью, которая представляетъ его на (чер. 41,а). Такъ, напр., вѣсъ второй части $FJK_2 = 2 \cdot 1,28 \cdot 1800$ кг, а длина $\overline{II_2} = 12,8$ мт, поэт. 1 мт погоннаго шва соотвѣтствуетъ:

$$\frac{2 \cdot 12,8 \cdot 1800}{12,8} = 360 \text{ кг}$$

такъ какъ $0v = 45,4$ мт, то нормальное

давленіе $N = 45{,}4 \cdot 360 = 16344$ кдк

Максимальное напряженіе S вычисляется по формулам (α) §8.

Линіи давленія подпорной стѣнки съ наклонными гвалми. Форма профиля (чер. 42) — трапеція ABCD.

Вершина ея засыпана на высоту $EC = 1{,}5$ mt

Принимаемъ $\varphi = 33°$, $\gamma = 1800$ кг $\gamma_1 = 2400$ кг (вѣсъ 1 куб. mt обыкновенной бутовой кладки), задняя поверхность CB стѣнки вертикальна, поверхность земли имѣетъ средственный откосъ $1:2$. Передняя поверхность AD стѣнки имѣетъ наклонъ $\frac{1}{5}$, а швы перпендикулярны къ AD.

Если треуг-къ CDE причислимъ къ стѣнкѣ, то получимъ приведенный къ кладкѣ треугольникъ напора $= EBF$, котораго высота $h = 10$ mt, а основаніе $BF = \frac{\gamma}{\gamma_1} \operatorname{ctg} h = \frac{3}{4} \cdot 0{,}832h = 0{,}624h$; часть ECH этого треугольника должна быть отнесена къ земляному клину DCE, а часть $CHFB$ — къ стѣнкѣ CB.

Треугольникъ EBF превращаемъ въ другой CBQ, ($FQ \parallel EB$), котораго сторона BQ образована продолженіемъ основанія AB стѣнки;

дѣлимъ $\overline{CB}$ на равныя части и черезъ точки дѣленія проводимъ прямыя, параллельныя AQ, которыя раздѣлятъ площадь $DCBA$ стѣнки и соотвѣтствующую ей напорную площадь $CBQN$ на части равной высоты. На (чер. 42) эти площади раздѣлены прямой $\overline{qr}$ на 2 части, высотою 4 mt. каждая.

Такимъ образомъ получены, включая ΔDCE и его напорный ΔECN, три веса и три напора. Веса $\overline{2}$ и $\overline{3}$ и напоры $\overline{II}$ и $\overline{III}$ изображаемъ въ силовомъ многоугольникѣ соотвѣтственными средними линіями, такъ что

$\overline{1\,II} = \overline{2,2_2}$, $\overline{II\,2} = \overline{2_1 2}$, $\overline{2\,III} = \overline{3,3_2}$, $\overline{III\,3} = \overline{3,3}$.

Для напора $\overline{I}$ и веса $\overline{1}$ средняя линія $\overline{1,1_2}$ и $\overline{1_1,1}$ треугольниковъ CED и CEN уменьшены въ отношеніи $1,9 : 4$; такъ какъ высота этихъ треугольниковъ $= 1,9$, а высоты другихъ частей $= 4$; кромѣ того нужно земляное дно CED привести къ плотности кладки.

Поэтому взято (чер. 42, а):

$$\text{Напоръ } O\overline{I} = \frac{1,9}{4,0} = \frac{CN}{2} = \frac{1,9}{40} \cdot \frac{1,2}{2} = 0,285^{mt}$$

$$\text{Вѣсъ } \overline{I,1} = \frac{1800}{2400} \cdot \frac{1,9}{40} \cdot \frac{DC}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1,9}{40} \cdot \frac{4}{2} = 0,427$$

Точки пересѣченія $S_1, S_2 S_3$ напоровъ I, II и III находятся на прямыхъ, параллельныхъ AB, проведенныхъ черезъ центры тяжести сосѣдственныхъ нагорныхъ площадей ECH, CgrK и gBgr. Помощью силового многоугольника получимъ посредствомъ такого-же построенія, какъ и въ предыдущемъ случаѣ равнодѣйствующія R_1, R_2, R_3 и отложенныя кружками точки опорной линіи α, β, γ. Масштабъ силового многоугольника получится слѣдующимъ образомъ: (чер. 42) построимъ въ масштабѣ 1:200, средняя линія $\overline{2,2}$ части ЭСgч стѣнки, циклорен. по этому масштабу, получаетъ равной = 2,8 mtr; поэтому вѣсъ 2 части =

$$= 2,8 . 4,0 . 2400 = 21880 .$$

Этотъ вѣсъ изобразимъ отрѣзкомъ II.2, длина котораго = 14 m.

Одинъ kmt представляется поэтому силу

$$\frac{21880}{14} = 1920 \text{ kg}.$$

13. Своды.

В строительном деле гипсовых наиболее применяются цилиндрические своды с горизонтальной осью, мы поэтому разсмотрим прежде всего устойчивость цилиндрических сводов. В инженерном искусстве они употребляются при сооружении каменных мостов, которые состоят из свода, составленного из возможно крепкого материала и из подсыпки, состоящей: из мусора, глины, песку, гравия и пр., вообще из материала более или менее рыхлого, обладающего самым ничтожным сопротивлением. Эта подсыпка имеет целью образовать сверху свода плоскость, на которой лежит или по которой движется нагрузка. Хотя последняя состоит обыкновенно из отдельных сосредоточенных грузов (давление колес и пр.), но свод она будет передавать посредством подсыпки, как нагрузка, равномерно распределенная на некоторую плоскость. Если бы между сводом и его верхней плоскостью находилась вода, то эта нагрузка распределялась бы на своды

(Стр. мер. Л. 69

равномѣрно: вслѣдствіе того, что насыпка передается не арейкой, но твердой рыхлой массой, распредѣленіе будетъ только приближаться къ равномѣрному. Нагрузка свода состоитъ изъ постоянной и перемѣнной или случайной. Постоянную нагрузку образуетъ весь самый свода, весь его насыпи и весь расположенный на послѣдней сооруженій (какъ напр. мостовки перила и пр.) Случайная нагрузка зависитъ отъ назначенія свода. Если конструкція свода и его нагрузка на всемъ его протяженіи одинакова, то всякая часть свода, заключенная между двумя вертикальными плоскостями, параллельными его пятамъ, находясь въ одинаковыхъ условіяхъ и тогда достаточно повернуть разсмотрѣніе одну такую часть. Длину этой части будемъ принимать =1. Такъ какъ силы, дѣйствующія на эту часть расположены по отношенію къ ея средней вертикальной плоскости симметрично или произвольно. Когда случайная нагрузка подвижная, то во время когда она въѣзжаетъ на мостъ или съѣзжаетъ съ него, она занимаетъ только нѣкоторую часть моста, слѣдовательно она расположена къ средней плоскости не симметрично. Постоянная нагрузка дѣйствуя —

лять обыкновенную симметричную нагрузку. Мы будем разматривать симметричный свод съ симметричной или не симметричной нагрузкой.

17. Своды нагруженные симметрично общія условія равновѣсія.

На черт. 43 представлена половина симметрично нагруженнаго цилиндрическаго свода. Въ немъ изображаетъ а в т к - сводъ; в п е насыпку его е f g k - случайную нагрузку, представляемую слоемъ того же матеріала, что и насыпка, имѣющія такую высоту, что ея вѣсъ = данной случайной нагрузкѣ. Если величину послѣдней, отнесенной къ единицѣ площади горизонтальной проэкціи свода означимъ черезъ q, площадь $f g k$ - соотвѣтствующаго ей слоя - $f g k$ черезъ t, а вѣсъ 1 куб. единицы насыпи черезъ w, то t получая изъ условія $1 \text{ mtr.} . t . w = q$; откуда $t = \frac{q}{w}$.

Чтобы находящійся между вертикальными плоскостями в с и п f рыхлый матеріалъ насыпи со свода не сползъ, придумываютъ себѣ что-нѣ в с и п f присоединены крѣпкія стѣнки, на которыя дѣйствуютъ горизонтальныя силы E и E_1, равныя и противуположныя напорамъ земляной массы п f в с (или собственно горизонтальн. слагающимъ этихъ напоровъ) на эти стѣнки.

Так как высоты ве и иф неравны, то будет $E > E_1$ и разность $E - E_1$, передается посредством материала пасыти свод. Но отъ этой разности такая значительная часть уничтожается треніемъ частицъ пасыти между собою, что отъ нея передается дѣйствительно своду обыкновенно столь малая величина, что ее можно пренебречь. Только при возвышенныхъ сводахъ небольшихъ отверстій (гдѣ разность высотъ ве и иф значительна) можетъ оказаться нужнымъ принимать силу $E - E_1$ въ расчетъ. Мы будемъ обозначать черезъ: q – половину веса свода съ его нагрузкой: K – давленіе, дѣйствующее въ какомъ нибудь гиві свода; H – горизонтальную и V – вертикальную слагающую этого давленія. Слагающую H будемъ называть распоромъ свода. Допустимъ слѣдующіе важные законы: (черт. 44.) 1) Когда на сводъ дѣйствуетъ симметричная нагрузка, то давленіе въ вѣнцѣ свода горизонтально. 2) Когда на сводъ дѣйствуетъ только вертикальная нагрузка, но горизонтальная слагающая давленія для всякаго гива свода величина постоянная, т. е. всѣ гивы подвергаются одинаковому горизонтальному распору. Пусть AC и AB (черт 44.) двѣ половины (немного развернутая) симметричнаго и симметрично нагруженнаго свода, Q_1 – полная нагрузка одной половины, R – давленіе въ вершинѣ для левой, R_1 – для правой

половины (которыя предполагаемъ наклоненными къ горизонту A и B — сопротивленія опоръ. Разложимъ R на слагающія H и V и R_1 — на H_1 и V_1; лѣвая половина свода находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ A, Q, H и V, потому сумма ихъ моментовъ по отношенію къ произвольной точкѣ должна = 0, если за точку моментовъ возьмемъ точку a, взятую на силѣ A, то получимъ:

$$Qq - Hk - Vv = 0 \quad \ldots\ldots (1)$$

И для правой половины, принявъ за точку моментовъ точку b (вслѣдствіе симметричности нагрузки, силы A и B равны будутъ и симметричны), получимъ:

$$-Q_1 q + H_1 k - V_1 v = 0 \quad \ldots\ldots (2.)$$

Сложивъ оба уравненія и принимая во вниманіе, что $H = H_1$, $V = V_1$ (такъ какъ R_1 равно и прямо противоположно R) получимъ: $2V \cdot v = 0$,

а такъ какъ $v \neq 0$, то изъ послѣдняго уравненія слѣдуетъ: $V_1 = V = 0$,

т. е. что давленіе B въ вершинѣ горизонтально.

2) Сумма горизонтальныхъ слагающихъ силъ, дѣйствующихъ на какую нибудь часть свода, вслѣдствіе ея равновѣсія = 0. Если AB (черт 43) произвольной промежуточный шовъ и IIR - шовъ въ вершинѣ, то (пренебрегая разностью $E - E_1$) получимъ изъ условій равновѣсія (черт. 44.) $- v - q = 0 \quad \ldots\ldots (a)$

$H_1 - H = 0$ ..... (b), $y_q - H_k = 0$ ..... (c)

Из уравнения (b) имеем:

$H_1 = H$ ..... (1)

т.е. горизонтальный распор всякого свода представляет боковое горизонтальное давление.

Из (a) следует: $v = q$ ..... (2)

т.е. вертикальное давление на шов равно грузу лежащему на своде между его вершиной и этим швом. Из уравнения (c): $H = \frac{q_q}{y}$ ..... (3)

С помощью последнего уравнения было-бы возможно определить H если-бы были известны точки приложения равн. давления K и распора H в вершине.

Положение точек приложения давлений в швах.

Линий давления. Положение точек приложения сил R и H не определено, но известно, что точка k, должна находиться между точками a и b, а точка q - между m и n (черт. 43) потому что только в a b и m n давление встречает материал, могущий оказывать сопротивление и должно-щий поэтому возможным швом.

Из ур-ния (3): $H = \frac{q_q}{k}$ видно что:

1) H увеличится отн q и k, т.е отн положения точек приложения y и p (в дальнейшем будем пользоваться отношением полагая весь за пяту свода), и

2) N достигаетъ maximum'a, когда q будетъ имѣть наибольшую, а h - наименьшую величину т.е. N проходитъ черезъ m, - R - черезъ b (черт. 45.) и N будетъ minimum когда R проходитъ черезъ a, а N черезъ n (это потому что h въ этомъ случаѣ достигаетъ наибольшаго а q - наименьшаго значенія) Распоръ въ первомъ случаѣ называютъ максимальнымъ и во второмъ минимальнымъ. Въ этомъ случаѣ говорятъ о наибольшемъ и наименьшемъ распорѣ въ архитектурныхъ постройкахъ: въ инженерныхъ постройкахъ требуютъ, чтобы точка приложенія силъ p_2 и N не выходили изъ средней трети сѣченій поэтому maximum и minimum N опредѣляются случаями указанными на (черт. 47 и 48.) Въ архитектурныхъ постройкахъ считаютъ сводъ достаточно прочнымъ и тогда, когда точка приложенія выходитъ изъ средней трети и находится съ k и m потому, что при соблюденіи условія, чтобы она не выходила изъ средней трети, получаются для толщины сводовъ слишкомъ большія величины. Возьмемъ произвольное вертикальное сѣченіе Kd (черт. 49.) между вершиной mn и пятой ab свода и предположимъ лѣвую часть свода въ состояніи свободнаго равновѣсія. Давленіе R. на сѣченіе Kd разложимъ на горизонтальную слагающую

съ вертикалью v, а давленіе R въ пятѣ на слѣдующей H и A, въ лѣвой части свода съ нагрузкой означимъ черезъ Q. Изъ условія равновѣсія будемъ имѣть: $A = Q + v$, моментъ относительно точки A:

$$H, y = Qq + v, x$$

откуда: $y = \frac{Qq + vx}{H}$ ..... (1)

Три данныя точки, приложенія A и B давленій R и H въ пятѣ и въ вершинѣ легко найти, а такъ какъ величины Q, q; v и x - совершенно опредѣленныя, то слѣдуетъ, что ордината y - уравнен. (1) совершенно опредѣлена, а слѣдовательно вполнѣ опредѣлено положеніе распора въ разсматриваемомъ сѣченіи. Такимъ образомъ получаемъ, что точка K есть въ каждомъ сѣченіи совершенно опредѣленная точка, а такъ какъ линія соединяющая эти точки, наз. опорной линіей, то можемъ сказать: давящимся точкой приложенія распора H въ вершинѣ и давленія R въ пятѣ, получается при данной нагрузкѣ только одна опорная линія или (что одно и тоже) только одна линія давленія. Но такъ какъ такихъ точекъ въ среднихъ трехъ пивовъ mn и ab, можно взять очень большое число, то можно построить очень много опорныхъ линій и вписывающихъ въ теорѣ свода.

Особыя условія равновѣсія и безопасности.

Для расчета сводовъ и кривыхъ брусьевъ, вообще толщина которыхъ, сравнительно съ радіусомъ кривизны мала, употребляютъ тѣже формулу, что и для прямыхъ балокъ: $K = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{J}$;

(См. главу о надпорномъ стѣнкахъ).

Изъ которой послѣдуетъ, что сводъ, только тогда не будетъ опрокидываться т. е. ни въ какой точкѣ его не будетъ растяженія, когда точка приложенія равнодѣйствующей не выходитъ изъ его средней трети или ядра, такъ напр. точка приложенія распора K не должна находиться внѣ pq, если она будетъ въ p такъ на (черт. 47.) то напряженіе въ K будетъ вдвое больше чѣмъ оно было бы при равномѣрномъ распредѣленіи давленія на сѣченіе что имѣло бы мѣсто тогда, когда K проходило бы чрезъ центръ тяжести F сѣченія I) а напряженіе въ т тогда $= 0$. Для крѣпости свода необходимо, чтобы давленіе ни въ какомъ случаѣ не было больше безопаснаго допускаемаго давленія на матеріалъ свода, для того чтобы камни, не могли быть раздавлены. Вторымъ условіемъ будетъ отсутствіе скольженія въ швахъ, т. е. чтобы направленіе давленія K на швъ не выходило изъ конуса треній

15. Определение толщины свода.

Если обозначим через t толщину свода в замке, K - допускаемое напряжение при сжатии, то в случае когда H действует в центре тяжести сечения (черт. 50) $H = Kt \cdot 1$; откуда $t = \frac{H}{K} \ldots (1)$ а когда в ядровой точке по предыдущему $t = \frac{2H}{K} \ldots (2)$

Для определения толщины свода, нужно знать распор H, но для определения последнего надо знать толщину свода, вследствие того формулы (1 и 2) для употребления неудобны. В настоящее время имеется много сводов, которых конструкция оказалась вполне целесообразной и может служить образцом для новых сооружений. Из этих конструкций выведены эмпирические формулы, которыми пользуются при проектировании сводов, для определения его толщины. Приведем важнейшие из этих формул и в них обозначают: t - толщину свода, e - отверстие (расстояние между опорами). Lesguiller дает: $t = 0{,}2\sqrt{e} + 0{,}1$ mtr, Rankine для круговых сводов $t = 0{,}346\sqrt{r}$.

Для полных коробовых: $t = 0{,}412\sqrt{r}$; по Bauerfeind: $t = \frac{2r(\delta_0 p + S)}{2K(\delta_0 p + S)}$; $\delta_0 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$; $K = 2{,}62 + 32{,}2\frac{r}{l}$.

δ_1 - удельный вес кладки свода, δ_2 - удельный вес насыпки; p - высота постоянной нагрузки (отнесенная к единице длины) в вершине свода. S - случайная нагрузка (на единицу площади) L - отверстие пролета. в замке r - радиус внутр. контура

свода въ двушнетрахъ, f стрѣлка (высота) внутренней направляющей, k = допускаемое напряженіе въ klg на 1 кв. дешм. Heinzelbing составилъ таблицу для t при различныхъ высотахъ насыпей надъ сводомъ и для различныхъ матеріаловъ.

	Толщина свода въ ключѣ при высотѣ h = насыпи надъ сводомъ		
Хорошій тесовый камень	$h < 1{,}5$ mtr	$h = 1{,}5 - 15$ mtr	$h > 15$ mtr
	$t = 0{,}4 + 0{,}025\,r$	$t = 0{,}45 + 0{,}03\,r$	Для отверст. от 2–12 mtr для полукруглыхъ сводовъ съ горизонт. дорогой $t_0 = t + \sqrt{1 + \frac{h-d}{r}}$ (сводовъ съ гориз. дор.) $t_0 = t\sqrt{1 + \frac{h-d}{r}}$
Хорошая кирпичная кладка	$t = 0{,}43 + 0{,}026\,r$	$t = 0{,}51 + 0{,}033\,r$	
Хорошая бутовая кладка	$t = 0{,}48 + 0{,}031\,r$	$t = 0{,}55 + 0{,}037\,r$	

Примѣръ. Дано отверстіе $l = 24$ mtr, высота (стрѣлка) $f = 4{,}7$. Радіусъ $r = \frac{c_2 - 4f^2}{8f} = \frac{24^2 + 4(4{,}7)^2}{8 \cdot 4{,}7} = 17{,}67$ mtr $= 176{,}7$ dcmtr; f — опредѣляемъ по Bauerfeind: $\frac{l}{f} = 5{,}76$: поэтому $k = 2{,}6 \times 240 \times 3233{,}76 = 746$ klg на 1 кв. dcmtr.

Если $h = 1{,}8$ mtr, $\delta_1 = 2{,}5$ klg., $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$, случайная нагрузка $W = 3$ kg на 1 kl. dmtr., то $t = \frac{2{,}176{,}7\,(2{,}5 + 1{,}8 + 3)}{2{,}746 - (1{,}8 \cdot 2{,}5 + 3)} = 12$ dcmtr $= 1{,}2$ mtr.

По Lesguillier'y: $t = 1{,}4$ mtr. по Rankine'y: $t = 1{,}45$ mtr.

По Heinzeling'y для кородобовъ при $h > 5$ mtr $t = 1{,}09$ mtr.

16. Толщина свода въ пятахъ.

Мы предполагаемъ, что давленіе въ пятѣ (черт. 51) проходитъ черезъ центръ тяжести пяты и вообще не выходитъ изъ средней трети. Если

b - искомая длина пяты, длина свода = l, α - угол пяты с вертикалью; то означив нормальное давление в пяте через N, имеем $N = \frac{H}{c\beta\alpha}$ ..... (a)
Для безопасности должно $N = kb.l$, где k - допускаемое давление. Принимая, что давление (отнесенное на единицу) должно быть не более в пяте, чем в ключе, имеем $M = Kt.l$, а следовательно, подставив в (a) для N и H эти значения получим. $Kb = \frac{Kt}{c\beta\alpha}$ ..... откуда $b = \frac{t}{c\beta\alpha}$; Если в a отложим по вертикали $ac = t$ и проведем через c горизонталь до пересечения с направлением пяты в b, то ab будет искомая толщина. Нагруженную направляющую нужно теперь определить, как дугу круга, проходящую через точки b и k, которой центр находится на продолжении mn (когда свод симметричный) Для полукруговых сводов эта конструкция дала бы для пяты бесконечно большую толщину. Толщина свода в пятах определяемая часто последующими эмпирическими формулами. К своду причисляют только ту часть его, которая находится над нивой ab, наложенная к горизонту под углом около 30°. Эти своды строят двоякими способами: 1) (стр. 52) Ту часть свода, которая поднята выше нивы, наложенного к горизонту под углом 30° исполняют по правилам свода и тогда нагруженную направляющую определяют по предыдущему правилу.

По Craizette Desnayx (f – подъем, b – отверстие свода

t – толщина свода в замке

А) Для мостов проезжих дорог

$\frac{f}{c}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$
t	$0,15 + 0,15\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,14\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,13\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,12\sqrt{2r}$	$= 0,15 + 0,11\sqrt{2r}$

Б) Для мостов пешеходных дорог

$\frac{f}{c}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$
t	$0,20 + 0,17\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,16\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,15\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,14\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,13\sqrt{2r}$

t_1 – толщина свода в пазах (для проез. и пеш.)

Круговые своды.

$\frac{f}{c}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$
t_1	$t_1 = 2t$	$t_1 = 1,8t$	$t_1 = 1,4t$	$t_1 = 1,25t$	$t_1 = 1,15t$	$t_1 = 1,10t$

Эллиптические своды.

$\frac{f}{c}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
t_1	$t_1 = 1,8t$	$t_1 = 1,6t$	$t_1 = 1,4t$

К каждому пазу этих сводов, причисляют их опорам и ведут ее обыкновенным образом с горизонтальными или вертикальными радиальными швами

2) (черт. 53). Карусельная направляющая полукруглость концентрическая с внутренней. Свод в этом случае дополняют правильной клинчатой арки BB', назыв. Рабутской, которая составляет продолжение опоры кверху и ограничивается плоскостью $\delta\delta'$ – касательной к своду, имеющей к горизонту уклон $\frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ ($tg\varepsilon = \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$).

Когда по предыдущему размеры свода определены, то проверяют его устойчивость, помощью линий давлений

и опорной линии. Согласно указанному свод будет
имѣть удовлетворительную прочность если опорная
линія въ архитектурныхъ постройкахъ находится вся
внутри полосы, ограниченной внутренней и внѣшней
направляющими свода, а въ мостовыхъ сооруженіяхъ
внутри средней трети полосы и если 2 такія дав-
ленія ни въ какомъ сѣченіи не образуютъ съ нормалью
соотвѣтственнаго шва, уголъ, большій угла трѣнія,
который при двухкратной прочности можно принять г.
г 17.

14. Построеніе линій давленія для симметрической нагрузки.

По данному своду: отверстію, подъему (стрѣлкѣ)
и нагрузкѣ опредѣляемъ по эмпирическимъ формуламъ
его толщину въ ключѣ и пятахъ. Помощію этихъ дан-
ныхъ строимъ половину свода въ возможно большомъ
масштабѣ (не < 1:50), примемъ случайную нагрузку
изображаютъ слоемъ земли, одинаковой плотности
съ насыпкой. (черт. 54, а) mnab - сводъ, AB - поверхность
насыпи, CD - случайной нагрузки. Высота насыпи +
высота случайной нагрузки приводятся къ плотности
кладки свода (a m), получается линія MN. Длина
площадь нагрузки на вертикальной полосѣ прямыми
IK и UV .... одинаковой ширины b (напр. b = 0,5 mtr
что въ масштабѣ $\frac{1}{50}$ будетъ $\frac{52}{50}$ = 1 st.)

Проведемъ въ каждой полосѣ среднія линіи 1, 2, 3, которыя принимаемъ за линіи тяжести отдѣльныхъ полосъ, (потому что вслѣдствіе малой ширины послѣднихъ, можно ихъ принимать безъ замѣтной ошибки параллельными). Если означимъ чрезъ P_1, P_2 P_3 .... вѣса соотвѣтствующія полосамъ mN, nn и vv, ... которыхъ ширина $= b$, а высоты $1Z = h$, $SS_1 = h_2$ — то $P:P_1 = P_2$ то $P_1 : P_2 : P_3 = \delta b h_1 : \delta b h_2 : \delta b h_3 = h_1 : h_2 : h_3$ ... или тоже $\frac{h_1}{h} : \frac{h_2}{h} : \frac{h_3}{h}$ ... Беремъ только $\frac{1}{h}$ часть отъ $h, h_2 h_3$ .... какъ вертикальныя силы дѣйствующія по вертикалямъ 1, 2, 3 ... и строимъ помощью произвольнаго полюса — O (полюсъ o — взять на перпендикулярѣ AO къ AC.) а затѣмъ веревочный многоугольникъ (EIIIIIIIVVVIVIIVIII) Если продолжимъ крайнія стороны до пересѣченія въ f, то чрезъ f проходитъ равнодѣйствующая P. Наливъ въ вершинѣ mn принимаемъ какую-нибудь точку K, за точку приложенія распора a на гивѣ ab = пяты точку i — за точку приложенія давленія на пяту. (точки K и i на чрт. взяты на среднихъ гивовъ mn и ab.) Проводимъ чрезъ K — горизонталь Kt до пересѣченія съ P въ t, соединяемъ t съ i и чрезъ точку C въ силовомъ многоугольникѣ (черт. 54, b) проводимъ $bO // ti$ до пересѣченія съ AO въ H, то распоръ свода $H = AO$. Докажемъ это. Примемъ (за точку моментовъ и

)

означим плечи сил H и P по отношению к этой точке через f_H и f_P, то по предыдущему $H = \frac{Pp}{f}$;

Если через i проведем вертикаль 1i и продолжим kt до пересечения с этой вертикалью в i, то Δ it ~ Δ AOB и из подобия следует: AO : AB = ri : ri;

но AB = P, rt = p, ri = f, следовательно $AO = \frac{Pp}{f} = H$.

Из последнего уравнения видно, что AO нужно взять такой величины, которой было употреблено для откладывания силы P. Принимаем O за новый полюс, который соединяем с точками 1, 2, 3..

6 сторонного многоугольника (черт. 54, б.) и строим новый веревочный многоугольник K, 1, 2, 3, ... 6, i, которого первая сторона проходит через K, а последняя сторона должна пройти через i. Этот последний многоугольник есть искомая линия давления.

Примечание. Так как вместо сил P_1, P_2 были отложены величины p_1, p_2... которые в δ. в. п. раз меньше их, то AH изображает величину силы в δ. в. п раз меньше распора, а потому $H = \delta$. в. п. AO. Принявши вместо точек K и i другия точки K и i на том же в, мы получим другую линию давления и т. д., так что задавшись этими точками можно построить очень много линий давления не выходящих из толщи свода, или в случае моста), из средней трети.

Если въ данномъ сводѣ возможна хотя одна опорная линія, удовлетворяющая этому условію, то можно быть увѣреннымъ въ его устойчивости. Если эта линія не есть наиболѣе выгодная, т. е., не совпадаетъ съ осью свода, то на основаніи принципа наименьшаго сопротивленія, можно утверждать, что, вслѣдствіе симметричности матеріала, дѣйствительная линія давленія будетъ болѣе выгодна, чѣмъ та, которая получена построеніемъ (при которомъ измѣненіе формы камней, вслѣдствіе ихъ сжимаемости, не принято во вниманіе). Если въ данномъ сводѣ не возможно построить одной линіи давленія, которая не выходила-бы изъ него или изъ его средней трети, то принятые размѣры свода надо считать не удовлетворяющими условію устойчивости. и тогда надо измѣнить форму линіи давленія посредствомъ увеличенія или уменьшенія нагрузки или помощью измѣненія формы свода или достигнуть требуемой устойчивости увеличеніемъ его толщины. Наконецъ можно измѣнить его отверстіе или отношеніе подъема къ отверстію.

Примѣръ. Дано отверстіе $l = 15$ mtr, подъемъ $f = 3$ mtr, вѣсъ 1 куб. mtr кладки $\gamma_1 = 1800$ kg, высота пяты въ вершинѣ $h = 1{,}9$ mtr, случайная нагрузка $q = 600$ kg на 1 кв. mtr. Получаемъ: радіусъ $r = 10{,}87$ mt; $\frac{r}{f} = 3{,}62$, высота нагрузки $= \frac{600}{1800} = \frac{1}{3}$ mtr.

По Ванор. получается $K = 2,6 \cdot 150 + 32,3 \cdot 3,62 =$ $= 507$ кг на 10 кв. мтр или $K = 50700$ кг. на 1 кв. мтр. $t = 0,08$ мтр. Помощью этих данных построен (чер. 55) в масштабе 1:100. Приведенная высота нагрузки определена помощью черт (56), так как $\frac{V}{V'} = \frac{1800}{2400} = \frac{3}{4}$, то вся средняя высота полос уменьшена в $\frac{3}{4}$ раза. Для этого взят произвольный угол $\angle bca$ (чер. 56), на одной из сторон отложено $cb = 4$, а на другой $ca = 3$. Высоты $cc_1 = ss_1 \ldots$ откладываем от c на cb и помощью параллели со ab получаем на ca их приведенные величины. Это последнее уменьшение в 5 раз помощью произвольного $\angle mcn$ (чер. 57), в котором $cm = 5$ и $cn = 1$; h_1, h_2 ... и т. д. отложены от m на mn, а $\frac{h_1}{5}$, $\frac{h_2}{5}$ получаются на mn с помощью параллелей к nb. Эти уменьшения высоты отложены на прямой AB (чер. 58) как силы, помощью произвольного полюса O, построен веревочный мног-к (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII) который определил точку A равнодействующей D. Задались помощью прямой $\partial\partial$, длина $AO = H$ (черт. 58) пропорциональная распору, а помощью O, как полюса, построена линия давлений $b_4, 9_0, 3_0 \ldots e$, которая показывает, что она не выходит из средней трети.

Последняя полоса нагрузки принята (нагр. 55) ограниченной вертикалью aK. Часто ее ограничивают вертикалью через b, а часть нагрузки, лежащей на пятке ab, присчитывают к опоре. Измерением получено $AO = 4,4$ mtr. Так как $b = 1,05$, $\gamma = 2400$, $n = 5$, то $H = b\gamma AO = 1,05 \cdot 2400 \cdot 5,44 = 55440$ к. Следов., $t = \frac{H}{k} = \frac{55440}{55700} = 1,09$ mt. Разница сравнительно с примером Гольдинга $= 1,09 - 0,98 = 0,11$ mt. Свод должен поэтому получить толщину 1,09 mt. Вторичной поверкой построением линии давления при толщине 109 m/m не будет нужно, так как другие формулы дают весьма близкие к этому числу толщины. По Lesguillier $t = 0,875$ mt; Rankine $t = 1,14$ mt, Heimerling при $h > 1,5$ mt для камня: $t = 0,78$ mt и для кирпича $t = 0,87$ mt. Пренебрегая толщиной 0,78, получим, как среднее арифметическое $\frac{0,875 + 1,14 + 0,87}{0,9} = 0,97$, т. е. число весьма близкое к 0,98.

§ 18. Опорная линия.

В предыдущих исследованиях было принято деление свода вертикальными плоскостями, между тем, как они всегда разделены плоскостями перпендикулярными к внутренней направляющей (правильнее было-бы делить плоскостями, перпен-

диаметральными къ Линіи давленія.) При изслѣдованіи сопротивленія скольженію по швамъ нужно брать дѣйствительное сѣченіе швами и опорная линія должна быть построена для этого послѣдняго случая дѣленія Линію давленія нужно вслѣдствіе этого исправить для каждаго шва слѣд. образомъ: Пусть βE (черт. 55) – вертикальная плоскость, пересѣкающая шовъ pp. Для полученія правильной Линіи давленія для шва pp нужно силу 50 (равнодѣйствующую изъ H и изъ силъ $1-5$) сложить съ силою $\alpha\beta E$ pp. Для этого проводимъ черезъ центръ тяжести фигуры $\alpha\beta E\,pp$ вертикаль ZZ_1, превращаемъ эту фигуру въ прямоугольникъ, котораго основаніе = ширинѣ полосѣ нагрузки (т. е., $\overline{aN} = b$), откладываемъ въ силовомъ многоугольникѣ (черт. 58) $\overline{5_1 d} = \frac{1}{n}$ высоты этого прямоугольника (въ данномъ случаѣ $n = 5$), проводимъ лучъ d и затѣмъ черезъ точку Z, въ которой Линія давленія пересѣкаетъ ZZ (черт. 56) проводимъ $Zg \parallel do$ до пересѣченія съ pp въ z; z – будетъ точкой опорной линіи. Подобнымъ образомъ опредѣляемъ эти точки для другихъ швовъ. При достаточномъ числѣ дѣленій при первоначальномъ построеніи обѣ линіи подходятъ весьма близко другъ къ другу. Чтобы не было скольженія, уголъ φ, который составляетъ z съ нормалью къ шву pp,

должен быть < угла трения, при двойной прочности $\varphi = < 17°$. Продолжение линии давления сводчатого замка — же образом.

§19. Аналитическое ур-ie линии давления

Пусть тк — вершина свода, ик (чер. 59) — его вертикальное (продольное) сечение, zb — линия приведенной нагрузки и Eq — линия давления. Давление в E, которое касательно к Eq, означим через R, угол этой касательной с горизонталью через α. Возьмем прямоугольную ось координат таким образом, чтобы их начало было в b, ось абсцисс горизонтальна, а ось ординат совпадала с тк. Ординаты опорной линии будем обозначать через y, а высоты полной нагрузки через z. Разложим R на горизонтальную слагающую H и на вертикальную — v, тогда имеем $tg\alpha = \frac{v}{H}$ (1). Это есть основное ур-ie опорной линии. Для точки опорной линии, которой абсцисса x, а ордината y $tg\alpha = \frac{dy}{dx}$, а соответствующая ей вертикальная нагрузка $v = \int z\,dx$, где $\int$ — вес 1 куб. единицы кладки свода. Подставив эти значения в ур-ie (1), получим:

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{z\,dx}{H}$$

и производная последнего уравнения

$$\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\gamma z}{H} \quad \ldots\ldots (2)$$

Если ρ — радиус кривизны опорной линии, то

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

или, так как $\frac{dy}{dx} = tg\alpha$ и $(1 + tg^2\alpha) = sec^2\alpha$, то

$$\rho = \frac{sec^3\alpha}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

и подставив для $\frac{d^2y}{dx^2}$ значение из (2):

$$\rho = \frac{H\, sec^3\alpha}{\gamma z} \quad \ldots\ldots (3)$$

Для вершины $\alpha = 0$; если радиус кривизны опорной линии в вершине означить через Z, то так как $sec\,0 = 1$, будет:

$$H = \gamma_3 Z_0 \quad \ldots\ldots (4),$$

т. е. в симметричных сводах к вертикальной нагрузке горизонтальный распор равен весу каменной призмы, которой высота равна радиусу кривизны опорной линии в вершине и основание — прямоугольник, имеющий одной стороной приведенную высоту нагрузки в вершине, а другую сторону = 1. Если опорная линия — дуга круга радиуса r, то $\rho = \varrho = r$ и тогда из (3) и (4) получим

$$r = \frac{H \cdot sec^3\alpha}{\gamma z} = \frac{H}{\gamma z_0}, \text{ откуда } z = z_0 sec^3\alpha.$$

Помощью этого ур-я можно при данном z_0

для всякого угла α получить высоту нагрузки Z и, след, определить такую нагрузку, при которой опорная линия будет дугой круга. В круговом своде эта линия будет совпадать с осью свода. Когда свод — полукруг, то для пяты $\alpha = 90°$ (чер. 60) и, так как $\sec 90° = \infty$, то для α $Z = \infty$, т. е, чтобы опорная линия имела вид полукруга, нагрузка вблизи пят должна-бы иметь бесконечную высоту. Вследствіе этого линіями пят $ac = bd$ дуги (соотвѣтствующія приблизительно углу $30°$) считаютъ не принадлежащими своду, такъ что сводомъ считаютъ только верхнюю дугу cmd, которой центральный уголъ около $120°$. Поэтому требованіе круговой линіи (ложер) можетъ относиться только къ дугѣ не $> 120°$.

Нагрузка, дающая круговую опорную линію, получается весьма просто графически (чер. 61, а) Пусть ac — данная опорная линія и требуется найти линію соотвѣтствующей ей нагрузки, т. е, линію 0123456. Проведемъ черезъ a и c касательныя къ опорной линіи (ac) до ихъ взаимнаго пересѣченія въ d; изъ свойствъ опорной линіи слѣдуетъ, что черезъ d пройдетъ равнодѣйствующая искомой нагрузки. Возьмемъ на вертикали (чер. 61) произвольную длину AD и пр

ей за величину этой нагрузки. Если провести через A : AO ∥ cf и через D — DO ∥ ad, то O будет полюсом силового многоугольника, которого веревочный многоугольник есть кривая ac. Разделим дугу ac в точках 1', 2', 3'.... на части, имеющие одинаковую горизонтальную ширину b и через середины этих частей проведем вертикали f1, g2, h3. Из O (чер. 61, b) проведем лучи 0,1, 0,2, параллельные касательным к дуге ac в 1', 2', 3' и т. д. до пересечения с AD в 1₀, 2₀, 3₀ ; получим на AD отрезки A1₀, 1₀2₀, 2₀3₀.... которые пропорциональны грузам, действующим по вертикалям 1f, 2g, 3h. Поэтому, отложив f1 = M₀, g2 = 1₀2, h3 = 2₀3₀.... получим линию нагрузки 0, 1, 2, 3, 4, которой линия давления будет дуга arc. Проведем горизонталь ab (чер. 61, a) и радиусы z0, z1', z2', z3' и обозначим точки пересечения этих радиусов с ab через b, I, II, III. Так как по построению zC ⊥ AO, z1' ⊥ 1₀O, z2' ⊥ 3₀O .... то △ AO₀ ~ △ bz1, △ 1₀O2 ~ △ Iz II, △ 2₀O3 ~ △ II z III .... если длина AD была взята так, что AD = ab, то bI = aI₀, III = 1₀2₀ ; II III = 2₀3₀ ..... и, след. вар, f1 = bI, g II = III, h3 = II III.... Из этого следует, что для построения линии нагрузки 0 1 2 3 4..... нужно надобности строить

силовой многоугольникъ $A_0 2$ и досадочно провести радіусы $o1'$, $o2'$, чтобы получить отрѣзки $b\underline{I}$, $\underline{I}\,\underline{II}$, $\underline{II}\,\underline{III}$.....

§ 20. Возвышенные своды.

При расчетѣ возвышенныхъ сводовъ принимаютъ во вниманіе величину напора насыпи E который въ этомъ случаѣ можетъ быть довольно значительнымъ. Раздѣлимъ сводъ (чер. 62) съ приведенной нагрузкой, ограниченной линіей отвѣсными плоскостями на части равной ширины, ширину крайней части опять обозначимъ черезъ b. Пусть l_1, l_2, l_3 будутъ напоры на полученныя такимъ образомъ части ab, bc, df.... свода. (Напоръ l_1 проводимъ черезъ точку α, находящуюся приблизительно на разстояніи $\frac{1}{3}ab$, точки α_2, α_3..... находятся приблизительно на срединахъ bc, cd.....) Вѣсъ отрѣзковъ $amnk$, $knpq$ обозначимъ черезъ g_1, g_2.... Распоръ въ ключѣ назовемъ черезъ H, а распоръ въ пятѣ — H_1. Замѣтимъ силы l_1 и g_1, l_2 и g_2, l_3 и g_3 и т. д. равнодѣйствующими r_1, r_2.... Каждая изъ силъ l_1, l_2, l_3, l_4 выражается площадью треуг-ка напора умноженною на γ и на $1 : l = пл.\Delta . \gamma . 1$. Приводимъ каждый треуг-къ къ равновеликому прямоуг-ку съ данною основаніемъ b: получимъ $l_1 = bh_1\gamma$, $l_2 = bh_2\gamma$

$l_3 = b h_3 \gamma \ldots$, где h_1, h_2 — высоты полученных прямоуг-ков. Вертикальныя силы, т. е., въса частей свода съ нагрузкой $q_1 = (\text{аспк}) \cdot 1 \cdot \gamma$, $q_2 = (\text{клрт}) \gamma \cdot 1$. Проведемъ среднія линіи 11' 22' .... и обозначимъ ихъ длины W_1, $W_2 \ldots$; тогда $q_1 = b W_1 \gamma_1$, гдѣ W_1 — высота прямоуг-ка съ основаніемъ b, равновеликаго трапеціи аспк, $q_2 = b W_2 \gamma_2$, $q_3 = b W_3 \gamma_3$. Площади отрѣзковъ свода превращаемъ въ прямоуг-ки съ основаніемъ b и плотность $= \gamma_1$, замѣчая плоскую γ; можно написать $l_1 = \frac{b h_1 \gamma}{\gamma_1} \gamma_1$, $l_2 = b h_2 \gamma_2 \frac{\gamma}{\gamma_2}$; $l_3 = b h_3 \gamma_3 \frac{\gamma}{\gamma_3}$. Измѣнимъ высоты h_1, $h_2 \ldots$ въ отношеніи $\gamma : \gamma_1$ (всего проще помощью пропорціон. угла) положимъ $h_1 \frac{\gamma}{\gamma_1} = H_1$, $h_2 \frac{\gamma}{\gamma_2} = H_2 \ldots$ то будемъ имѣть $l_1 = b \gamma_1 H_1$, $l_2 = b \gamma_1 H_2$, $l_3 = b \gamma_1 H_3 \ldots$ и при томъ $q_1 = b \gamma_1 W_1$; $q_2 = b \gamma_1 W_2$; $q_3 = b \gamma_1 W_3 \ldots$, т. е., всѣ силы будутъ пропорціональны H и W, а потому для построенія кривой давленія можно эти высоты или ихъ n-ныя части откладывать какъ силы. Направленія равнодѣйствующихъ отъ этого не измѣняются, а ихъ величины получаются въ n разъ меньше, откладываемъ на прямыхъ $\parallel$ съ соотвѣтствующ. силами (чер. 63) $\overline{0a_1} = \frac{1}{n} W_1$, $\overline{ab_1} = \frac{1}{n} W_2$, $\overline{bc_1} = \frac{1}{n} W_3$, $\overline{aa_1} = \frac{1}{n} H_1$, $\overline{bb_1} = \frac{1}{n} H_2$, $\overline{cc_1} = \frac{1}{n} H_3$ и проводимъ прямыя I II III ..., которыя будутъ $\parallel$ ни и пропорціональны равнодѣйствующимъ r_1, r_2 силъ l_1 и q_1, l_2 и $q_2 \ldots$ Прямая od,

соединяющая 0 съ d параллельна и пропорціональна равнодѣйствующей силъ I II III.... Изъ произвольнаго полюса П проводимъ лучи П0, Па, Пb..., черезъ точки d_1, d_2..., въ которыя переѣзжаютъ b_1 съ g_1, b_2 съ g_2.... проводимъ прямыя $ч_1$, $ч_2$ // соотвѣтственнымъ прямымъ I, II силового многоугольника, строимъ веревочный многоугольникъ WW' и проводимъ равнодѣйствующую К силъ $ч_1$ и $ч_2$. Задаемся точками g и δ' опорной линіи въ вершинѣ и пятѣ свода (чер. 62), проводимъ черезъ g горизонталь до пересѣченія съ К въ β и соединяемъ β съ δ', черезъ 0 (чер. 63) проводимъ $0П_1$ // $\beta\delta'$, черезъ d : $d\Pi_1$ // $g\beta$, получаемъ полюсъ $П_1$. Проводимъ лучи $П_1 0$, $П_1 a$, $П_1 b$ и строимъ опорную линію, которой вершины будутъ находиться на силахъ $ч_1$ и $ч_2$, а крайнія стороны пройдутъ черезъ δ' и g, распоръ свода получится $d\Pi_1 b_1$ гр.

Если опорная линія не выходитъ изъ средней трети и никогда не образуетъ съ нормалью соотвѣтственнаго шва угла $17°$, то сводъ можетъ считаться вполнѣ прочнымъ и устойчивымъ.

Перемычка. Устойчивость перемычки (чер. 64) провѣряется совершенно такимъ-же образомъ, какъ и устойчивость свода (или арки), котораго внѣшняя направляющая касательна къ верхней линіи тя, а внутренняя проходитъ черезъ точки a и b.

§21. Несимметрично нагруженные своды.

Мы предполагаем, что нагружена только правая половина свода (чер. 65, а), ll_1 – линия господствующей нагрузки, hq – случайной нагрузки, nv и fw – линия приведенных нагрузок для левой и правой половин. Разбиваем нагрузку, как и в предыдущем случае на полосы одинаковой ширины b, проводим чр. средния линии $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$,... в левой и kk_1, ll_1,... в правой половине. Деление на полосы примем так, что средние линии крайних полос проходят через точки d и d_1 пяты, n для чего эти линии откладываем на вертикали (чер. 65, б) от точки A для правой половины вверх, а для левой вниз. $\overline{A1'} = \frac{1}{n} kk_1$, $\overline{1'2'} = \frac{1}{n} ll'$, $\overline{2'3'} = \frac{1}{n} mm_1$, $\overline{A1} = \frac{1}{n} \alpha\alpha_1$, $\overline{12} = \frac{1}{n} \beta\beta_1$. Проводим через A горизонталь, берем на ней произвольный полюс O', проводим лучи $\overline{O'1'}$ $\overline{O'2'}$... $\overline{O'1}$, $\overline{O'2}$ и строим веревочный мн-к $MД\,III\,II\,I\,I\,II\,III\,Ж$. Равнодействующая q нагрузки всего свода проходит через точку пересечения F крайних сторон $MД$ и $ЖN$, равнодействующая q_2 нагрузки правой половины свода – через точку пересечения E сторон II' и $ЖN$, а левой половины свода q_1 через точку пересечения V сторон II' и $MД$. Крайние стороны $MД$ и $N2$ встречаются вертикали крайних точек a и d' пят

въ D и E. Если проведемъ замыкающую сторону DE и чрезъ полюсъ O — OC ∥ DE, то получимъ вертикальныя давленія въ a и a, A = $\overline{C4}$, B = $\overline{C4'}$. Такъ какъ весь лѣвой нагрузки q_1 = A4 (чер. 65 б), а правой q_2 = $\overline{A4'}$, то A уд на величину AC, а B уд$_2$ на ту-же величину AC. Для равновѣсія необходимо (чер. 66) чтобы сумма вертикальныхъ слагающихъ для каждой половины породы была равна нулю. Такъ какъ A − q_1 = 0, то для равновѣсія лѣвой половины нужно надругомъ ея концѣ, т. е., въ вершинѣ т приложить такую силу X, чтобы A − q_1 + x = 0 (Здѣсь мы беремъ + x, такъ какъ не знаемъ еще направленія силы x) Отсюда x = A − q_1, т. е., x = − AC (пол. что q_1 < A) такъ x имѣетъ тотъ-же знакъ, что и q_1, т. е. она направлена внизъ. Такимъ-же образомъ получаемъ, что для равновѣсія правой части должна въ ея вершинѣ т' дѣйствовать вертикальная сила x = AC вверхъ. Давленіе въ вершинѣ въ этомъ случаѣ, слѣд., не горизонтально, а перпендикулярно къ H и x. Если будемъ разсматривать правую половину свода, то она находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ слѣдующихъ силъ (чер. 67) — горизонтальнаго распора H и вертикальной силы x въ вершинѣ и направленной вверхъ, всѣхъ этихъ половины q_2, дѣйствующаго въ t^c и сопротивленія опоры R_2.

(Определимъ положеніе равнодѣйствующей S для силъ x и q_2 (помощью веревочнаго мног-ка), принимая за точку моментовъ точку i на кв, получимъ $Hh + Xo - q_2 r = 0$, откуда $H = (q_2 r - xb) : h$ или $Hh - Ss = 0$. Для построенія линіи давленія задаемся точками i_0 и i (чер. 65 и 67) въ вершинѣ и на вертикали a'l (точка l должна находиться внутри средней трети), чрезъ которыя проходятъ соотвѣтствующія давленія R и R_0. Такъ какъ силы R, S и R_0 (при котор. H проходитъ черезъ точку i_0, а R черезъ B) находятся въ равновѣсіи то R_0 проходитъ черезъ st до пересѣченія съ q и Q и соединяетъ Q точками i's. Точка q есть пересѣченіе распора H съ равнодѣйствующей силъ Q и x_1 дѣйствующихъ на лѣвую половину свода. Qq вертикаль Da въ точкѣ i'. На (чер 65 в) проведемъ $\overline{4'0} \parallel q_1 i$ и $\overline{40} \parallel q_2 i''$, точка 0, въ которой обѣ прямыя пересѣкаются есть полюсъ линіи давленія. Проводимъ лучи $\overline{04'}$, $\overline{03'}$.... и строимъ соотвѣтствующій имъ веревочный мног-къ. Въ точкѣ 1_0 (въ вершинѣ) дѣйствуетъ равнодѣйствующая (чер. 65) изъ H и x (гдѣ $x = AC$; поэтому проводимъ $i_0 1_0 \parallel A0$ до пересѣченія съ kk, въ 1_0 сначала геометрически A0 съ $\overline{A1'}$, получаемъ $1'_0$, проводимъ черезъ $1_0 - 1_0 2 \parallel 1'0$, затѣмъ $2^0 3^0 \parallel 2'0$ и т.д. Такимъ-же образомъ строимъ линію давленія для лѣвой половины

свода. ($d_1 d_2 \parallel \overline{10}$, $d_2 d_3 \parallel \overline{20}$.) Полученная такимъ образомъ линія давленія должна проходить черезъ точки i и C и прямая ii, должна быть $\parallel CO$, что можетъ служить повѣркой правильности построенія. Точки опорной линіи на швахъ свода опредѣляются такимъ-же образомъ, какъ это было уяснено для симметричнаго свода. Сводъ по предыдущему достаточно проченъ, если 1) въ немъ возможна хотя-бы одна линія давленія, не выходящая изъ средней трети, если, слѣд., и опорная линія не выходитъ изъ средней трети, 2) если линія давленія ни въ какомъ мѣстѣ не составляетъ съ нормалью сооотвѣтственнаго шва уголъ $>$ угла тренія, 3) если давленія ни въ какомъ мѣстѣ не превышаютъ допускаемаго давленія.

§22. Устойчивость опоръ (устоевъ)

Устойчивость опоръ опредѣляется по способу, уясненному въ отдѣлѣ подпорныхъ стѣнокъ. Пусть (чер. 68) c – толщина свода, H – распоръ свода, Q – вѣсъ свода съ нагрузкой, R – равнодѣйствующая изъ Q и H (давленіе въ пятѣ), Q – вѣсъ опоры безъ нагрузки и R, равнодѣйствующая изъ R и Q; R должна встрѣтить шовъ JK въ его средней трети и уголъ въ β съ нормалью къ JK не долженъ быть $>17°$. Принимая O за точку вращенія, получаемъ:

$$Q \cdot \overline{ov} - H \cdot \overline{oJ} + R\,\overline{os} = 0 \ldots\ldots (\alpha)$$

Если W — средняя высота опоры (съ ея насыпью), то $Q = \gamma . b . W$ (полагая длину опоры = 1) тогда принимая $l_0 = \frac{l}{3}$, получимъ слѣд. ур-іе вмѣсто вышенаписаннаго:

$$g\left(g + \frac{2}{3}l\right) - Hh + \gamma l W \frac{l}{6} = 0$$

$$l^2 + \frac{4g}{\gamma W} \cdot l = \frac{6}{\gamma . W}\left(Hh - Qg\right),$$

откуда:

$$l = \frac{2g}{\gamma . W} + \sqrt{\left(\frac{2g}{\gamma . W}\right)^2 + \frac{6}{W . \gamma}\left(Hh + Qg\right)}$$

Чтобы не имѣло мѣста скольженіе вдоль шва $2h_1$, ближайшаго къ пятѣ, должно быть $H \leq (Q+g)\,tg\,17^\circ$ (принимая уголъ тренія камня = 17°), гдѣ Q — вѣсъ кладки и насыпи, лежащей надъ $2h_1$.

Примѣчаніе. Если позади опоры находится земля, то на опору давитъ еще напоръ грунта, который противодѣйствуетъ распору H; для бо́льшей прочности этимъ напоромъ при пологихъ сводахъ и низкихъ устояхъ пренебрегаютъ, но при значительной высотѣ устоевъ или пренебрегать нельзя и нужно бываетъ провѣрить, имѣетъ-ли устой достаточно сопротивленія для производства этому напору грунта. Устойчивость опоръ провѣряется построеніемъ линіи давленія и опорной линіи совершенно такимъ-же образомъ, какъ было указано выше для горизонтальной пятки. Иногда кладку устоевъ ведутъ по правиламъ свода.

Для этого дъленіе на вертикальныя полосы продолжаютъ и въ опорн. На черт (69 а) представляютъ: $E\bar{F}$ — насотъ опоры, E_1F_1 — линію приведенной нагрузки, R — давленіе свода въ пятъ. Ширина полосъ $E\alpha$, $\alpha\alpha_1$, $\alpha_1\beta$ принята равной $\frac{1}{n}$ какъ и въ сводъ. Вертикали $11'$, $22'$ .... проходятъ черезъ цръ центры тяжести. Продолжаемъ R до пересѣченія съ $11'$ въ a, тогда вѣсъ лежащей сверху нагрузки $QE_1\alpha\alpha$, пропорціоналенъ длинѣ $\alpha 1$; если его означимъ черезъ P_1; то $P_1 = \gamma . b . \alpha 1$ (γ - вѣсъ 1 куб. ед. кладки) Проведемъ $J'K' \parallel RJ$ (чер. 69, в), откладываемъ $J'K' = \frac{1}{n}R$ и на вертикали черезъ $J' - J'1 = \frac{1}{n}\alpha 1$; равнодѣйствующая $\bar{J}$ этихъ объихъ силъ = $1\bar{k}$; поэтому, слѣд., сторона ab линіи давленія проходитъ черезъ $a \parallel ik'$, т. е., проводимъ черезъ α прямую $\parallel ik'$ до пересѣченія съ $2,2'$ въ b'. Вѣсъ слѣдующей полосы $\alpha\alpha_1\beta\beta_1 = \gamma . b . 2b_1$, поэтому откладываемъ $\overline{12} = \frac{2b}{n}$, соединяемъ точку 2 съ k' и проводимъ черезъ $b - \overline{bc} \parallel 2k'$ до пересѣченія съ вертикалью 33, въ c, далѣе откладываемъ $2\bar{3} = \frac{3c}{n}$ и проводимъ $cd \parallel 3k'$ до пересѣченія съ 44 въ точкѣ d и т. д.

Швы кладки располагаемъ $\perp$ линіи давленія и, чтобы давленіе распредѣлялось на нихъ равномѣрно, принимаемъ ихъ центрами тяжести на этой линіи давленія. Если R — нормальное давленіе на шовъ, b — его длина и k — допускное давленіе

то l получается из условия $Hl = R$, откуда $l = \frac{R}{H}$. Для шва тп: $R = p.l.n\,tk'$ Для шва пч: $R_2 = p.b.n\,2k'$. Частные $\frac{R_1}{R_2}$; $\frac{R_2}{R}$ определяются всего проще помощью сетной линейки. Верхняя часть кладки ложеръ получитъ горизонтальные швы; толщина нижней кладки ложется быть весьма мала, такъ какъ она никакого груза не несетъ. Такъ какъ нижній шовъ №2 горизонтальный, то линія давленія къ нему наклонена. Чтобы не было скольженія уголъ стороны f съ нормалью къ №2 не должен быть $> 17°$; въ противномъ случаѣ и шовъ №2 долженъ получитъ уклонъ. Часто продолжаютъ кладку въ формѣ свода до самой подошвы основанія. Для построенія линіи давленія взять какъ полосы натуры фигуры $\mathfrak{L}E\alpha\alpha_1$, $\alpha\alpha_1\beta\beta_1$ ..... между швами какъ слѣдовало бы. Зная ME, $x\eta$ и $\mu\beta x\,tn\,\eta$..... происходящая отъ этого неточность линіи давленій вообще незначительна и въ случаѣ надобности можетъ быть исправлена вторичнымъ построеніемъ. Толщину устоя мостового свода можно приблизительно опредѣлить по эмпирической формулѣ

$$l = 0{,}3\,r\,\frac{l}{f}\cdot\frac{3e-3}{5+5} + 0{,}47\,h\ m,$$

гдѣ l — отверстіе свода, 5 — подъемъ (стрѣлка) / h — высота опоры до пятъ.

§ 93. Устойчивость промежуточных опор.

На опоры действуют (черт. 70): 1) распоры H и H_1, опирающихся на неё сводов, 2) веса P и P_1 половин этих сводов и их нагрузок и 3) вес Q опоры со ея нагрузкой. В архитектурных постройках обыкновенно $H = H_1$ и $P = P_1$, так как своды симметричные и симметрично нагруженные. Если w есть полная высота опоры со нагрузкой, b — ея толщина, то $Q = \gamma . w . b$ и для b имеем ур-е $Hk = 2p_1 + Q = 2p_1 + \gamma w k$, откуда $b = \frac{2p}{k - \gamma w}$.

Наименьшая толщина была $\min b = 2d$, где d — горизонтальная проекция пяты свода. В мостовых сооружениях H и H_1 могут быть не равны и самый невыгодный случай будет тогда (черт. 71), когда один свод (напр., левый) нагружен, а правый и опоры не нагружены. Равнодействующая всех действующих на опору сил не должна выходить из средней трети; если поэтому $OC = b/3$, то, принимая, что равнодействующая сил H, H_1, P, P_1 и Q проходит через O, будем иметь для O, как для центра моментов

$$P_1\left(p_1 + \frac{b}{3}\right) - H_1 k_1 - Q\frac{b}{6} - P\left(p + \frac{2}{3}b\right) + Hk = 0,$$ откуда, так как $Q = \gamma . w_1 b$, то

$$b^2 + \frac{(2p - p_1)}{\gamma w} \cdot b - \frac{6}{\gamma . w}\left(Hk + P_1 p_1 - H_1 k_1 - Pp\right)$$

(b получается часто $\frac{1}{6} - \frac{1}{9}$ отверстия.)

Устойчивость опоры полезно и въ этомъ случаѣ провѣрить построеніемъ линіи давленія. Чтобы верхніе слои опоры не могли быть сдвинуты распоромъ въ опоръ, швы должны быть горизонтальны и поэтому въ случаѣ, когда въ верхнихъ швахъ равнодѣйствующая всѣхъ силъ выходитъ изъ пол-ныны ущарѣній, швы укрѣпляются шпонками, какъ указано на (чер. 71.)

§ 24. Косой сводъ.

Разсмотримъ теперь косой сводъ, употребляющійся на желѣзныхъ дорогахъ. Косой сводъ разсчитываетъ какъ прямой, ибо его можно разбить на безконечно узкія полосы, къ которымъ вполнѣ приложимъ расчетъ прямого свода. Швы въ такихъ сводахъ располагаются въ перевязку, одни должны быть ∥ шлековой сторонѣ свода, а другіе ⊥ къ первымъ и къ внутренней направляющей свода. Отнесемъ сводъ къ прямоугольнымъ плоскостямъ проекцій, разобьемъ его плоскостями ∥ вертикальной плоскости, проекція на которую изобразится полуокружностью, а на горизонтальной — прямою ∥ оси проекцій. Означимъ эти горизонтальныя слѣды (прямыя линіи) цифрами I, II, III (чер. 72), а соотвѣтствующіе вертикальные слѣды (полуокружности, центры которыхъ будутъ 1', 2', 3'.... цифрами I', II', III'. Построимъ теперь продольный шовъ. Такъ какъ верти-

кальная проекція прямого угла, которого одна сторона || вертикальной плоскости проекцій – есть тоже прямой уголь, то въ вертикальной проекціи продольный шовъ будетъ ⊥ къ I' II' III'. Чтобы потому его получить на полуокружности центра O беремъ точку a', принадлежащую линіи шва, соединяемъ ее съ центромъ 1', линія a'1' пересѣчетъ полуокружность II' въ точкѣ b', соединивъ которую съ точкой 2', получаемъ прямую b'2', пересѣкающую полуокружность II' въ тот. C', проводимъ радіусъ C'3', находимъ точку d' и наконецъ e', соединяемъ эти точки и получимъ линію a'b'c'd'e', выражающую вертикальную проекцію продольнаго шва свода; соотвѣтствующая горизонтальная проекція этого шва будетъ abcde. Такимъ образомъ можно получить всѣ продольные швы, они не параллельны между собою и отсѣкаютъ другъ отъ друга радіальныя плоскости камня. Поперечные швы, какъ мы знаемъ, должны быть || къ щековой сторонѣ и быть въ перевязку, они между собою параллельны.

Помощью Начертательной геометріи можно построить проекціи каждаго камня, изъ которыхъ легко было-бы судить о натуральной величинѣ ихъ. Способъ этотъ, самый лучшій въ теоретическомъ отношеніи, трудно примѣнимъ на практикѣ вслѣдствіе того, что каждый камень приходится обтесывать по особому шаблону. Способъ этотъ называется

французскими и иногда употребляется во Франціи.
Употребительные англійскій способъ, въ которомъ
въ камни пилятъ облаковую форму.

Косой сводъ по англійскому способу.

Правила конструированія слѣд.: 1) пересѣченіе
плоскостей, нормальной къ оси, съ внутренней поверх-
ностью свода, есть дуга круга; 2) лежачіе швы на
развертк̀ѣ суть прямыя линіи ⊥ къ линіи АВ, ко-
торая есть развернутое очертаніе основанія свода (сер. 73).
3) стоячіе швы ∥ другъ и ⊥ лежачимъ и въ раз-
вертк̀ѣ и въ натурѣ, слѣд. въ развертк̀ѣ они пред-
ставляются прямыми; а въ натурѣ — винтовыми ли-
ніями, уголъ наклона которыхъ дополняетъ уголъ
наклона лежачихъ швовъ до 90°; 4) плоскости как̀ъ
лежачихъ, так̀ъ и стоячихъ швовъ образованы скольз-
ящей прямой ⊥ную къ поверхности свода, по соотв-
ѣтствующимъ линіямъ. При такихъ условіяхъ сторона
каждаго камня свода, обращенная внутрь, получаетъ
очертаніе прямоуг-ка, и всѣ камни могутъ быть
сдѣланы по одному шаблону. (Единственный недос-
татокъ англійской кладки состоитъ въ томъ, что
лежачіе швы не перпендикулярны къ пятѣ и
потому камни свода къ основанію имѣютъ осо-
бую форму — треугольную. Пусть имѣемъ косой сводъ
(сер. 73). Сначала опредѣляемъ развертку АаЬсДВ ви-

тренней поверхности свода. Для этого проводимъ сѣченіе BE $\perp$ къ оси свода, дугу этого сѣченія дѣлимъ на нѣсколько равныхъ частей, черезъ точки дѣленія 1, 2, 3.... проводимъ образующія поверхности $\underline{I}$, $\underline{II}$, $\underline{III}$..... Для построенія, напр., положенія образующей $\underline{VI}$ на развертку откладываемъ на продолженіи линіи BE отъ точки B величину выпрямленной дуги BH до K, черезъ эту точку $\parallel BA$ пройдетъ образующая $\underline{VI}$ въ своемъ положеніи на развертку. Для нахожденія развертки направляющей свода BA замѣчаемъ точки пересѣченій горизонтальныхъ проекцій образующихъ съ горизонтальной проекціей направляющей BA и черезъ эти точки проводимъ линіи $\perp$ къ оси вращенія BD до пересѣченія съ соотвѣтственными образующими въ ихъ новомъ положеніи на развертке. Черезъ это получимъ линію BA_0, которая будетъ мало отличаться отъ прямой BA'. Косыя швы на развертке изобразятся прямыми $\perp^{ми}$ къ линіи A_0B, а срѣзы изобразятся прямыми $\perp$ къ линіи косыхъ швовъ. Такимъ образомъ получимъ на развертке видъ внутренней кладки свода; всѣ камни, какъ видно, прямоугольные, за исключеніемъ прилежащихъ къ бокамъ, которые треугольные. Теперь не трудно начертить швы въ проекціяхъ. Для примѣра укажемъ, какъ

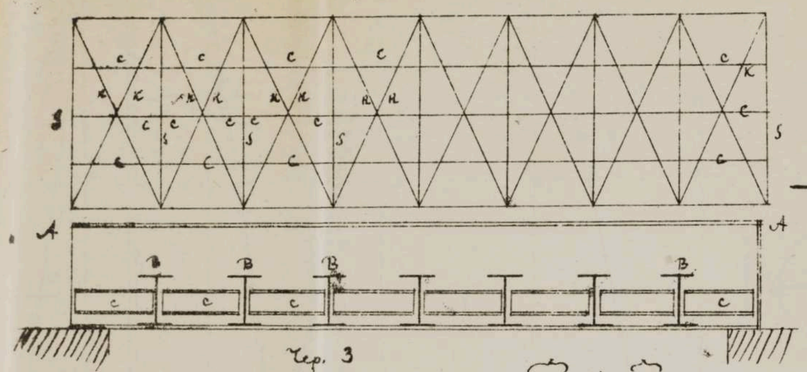
находятся проекціи ша ob. Замѣчаемъ точки пересѣченія этого ша съ образующими на развертки $\frac{I}{II}$. Эти точки соотвѣтственно будутъ m, l. Построимъ проекціи одной изъ этихъ точекъ, напр., l.

Точка l на развертки лежитъ на образующей $\frac{II}{}$, а потому и ея проекціи должны находиться на проекціи этой образующей; горизонтальную проекцію найдемъ, проводя черезъ точку l линію ∥ хо EB до пересѣченія съ горизонтальной проекціей образующей, а по горизонтальной находимъ вертикальную. Найдя проекціи точекъ d, e, m, o и соединивъ ихъ, получимъ, что горизонтальная проекція ша будетъ $d_1 l_1 m_1$, а вертикальная $d' l' m'$.

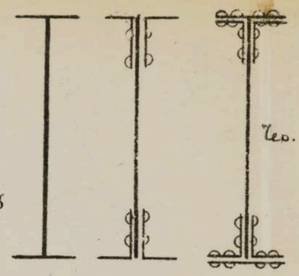
Мосты

Глава I

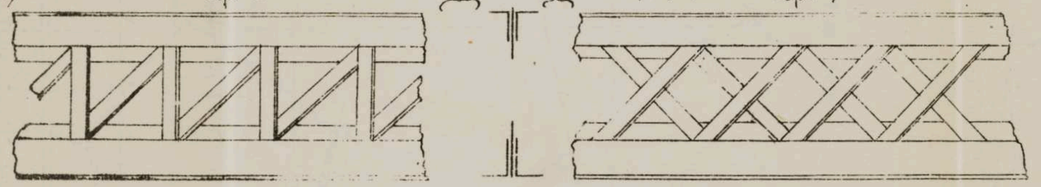
Чер. 1



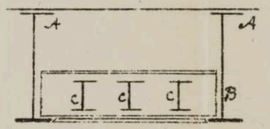
Чер. 2



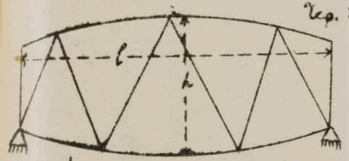
Чер. 3



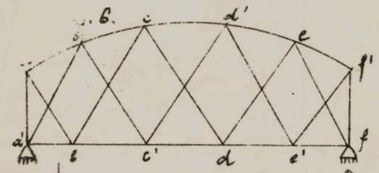
Чер. 4



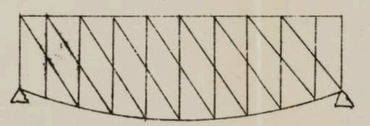
Чер. 5.



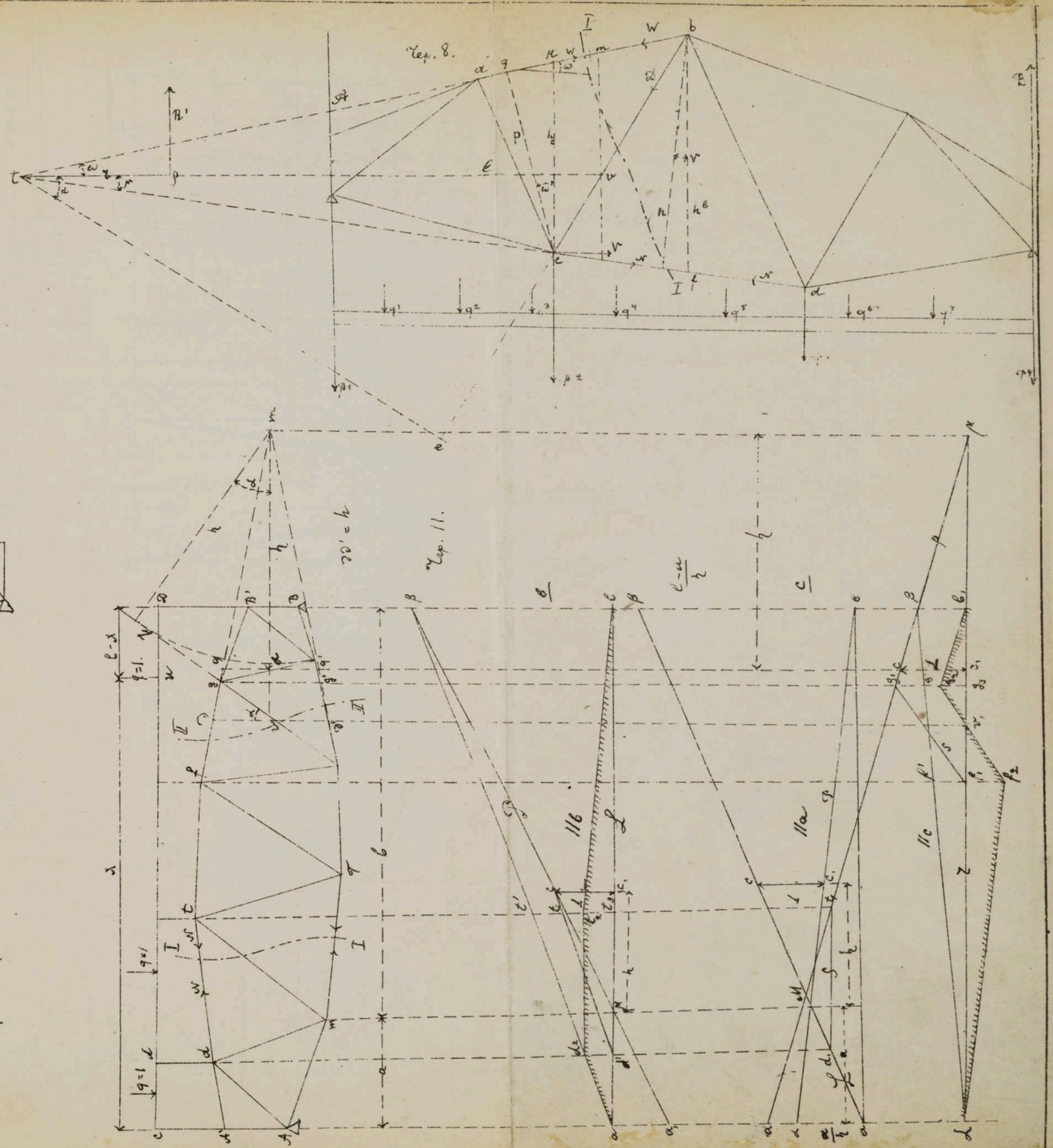
Чер. 6.



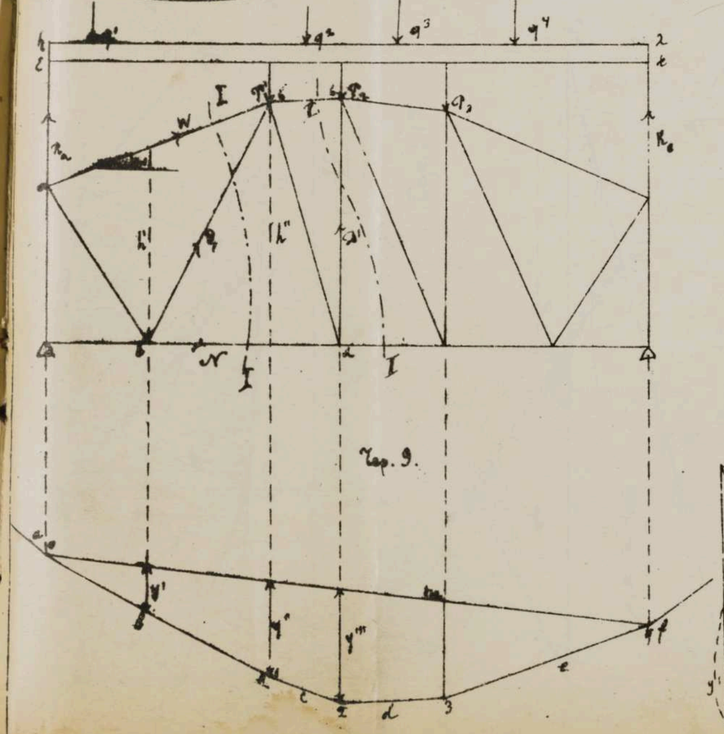
Чер. 7.



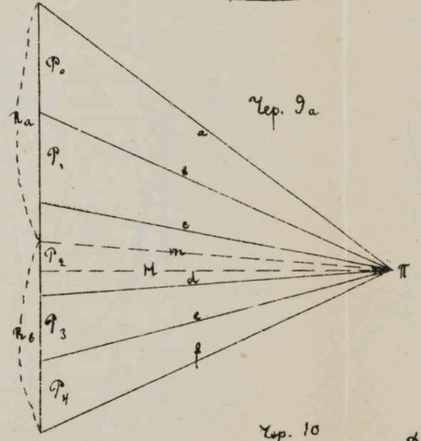
Чер. 8.



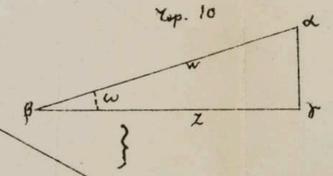
Чер. 9.



Чер. 9а



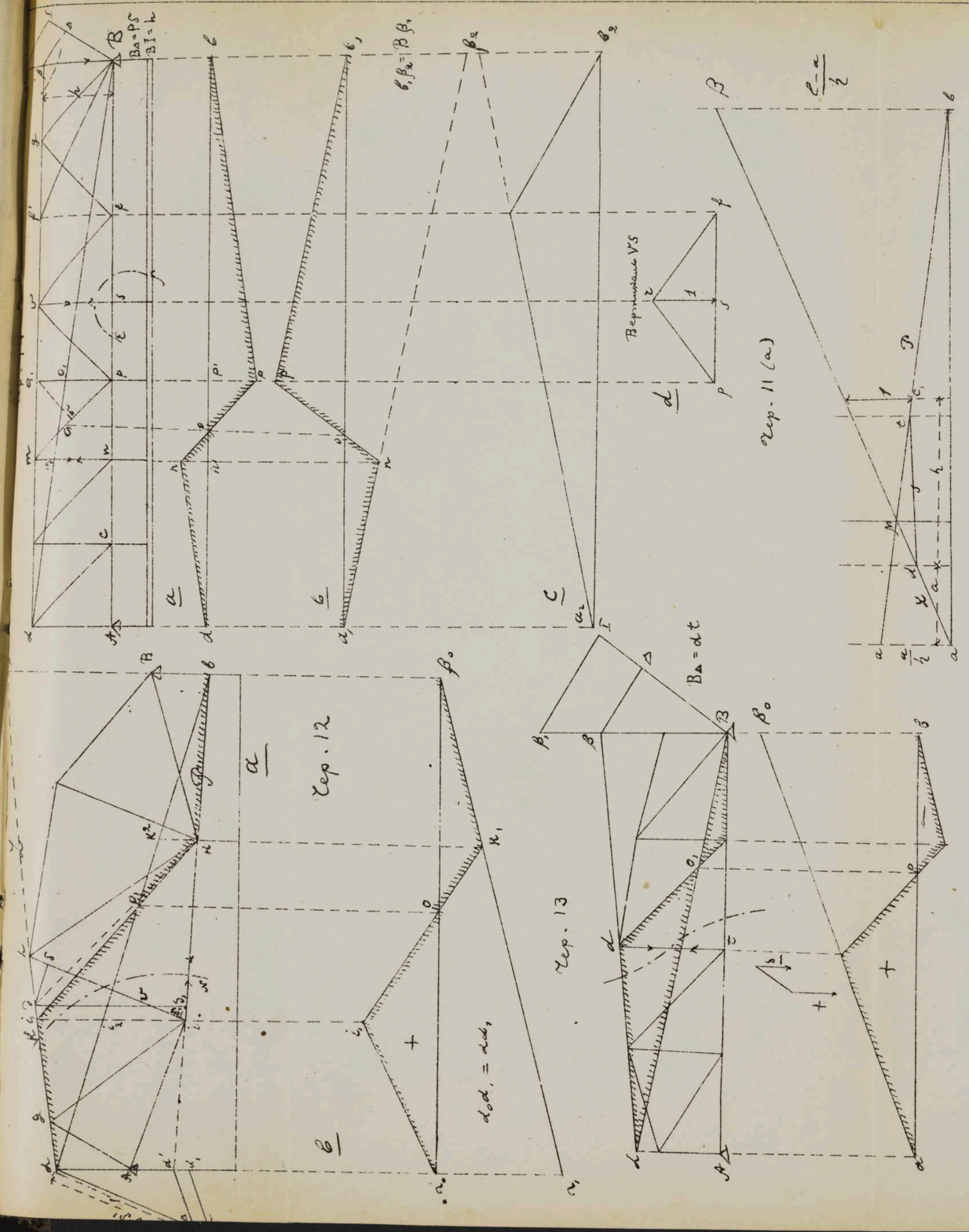
Чер. 10



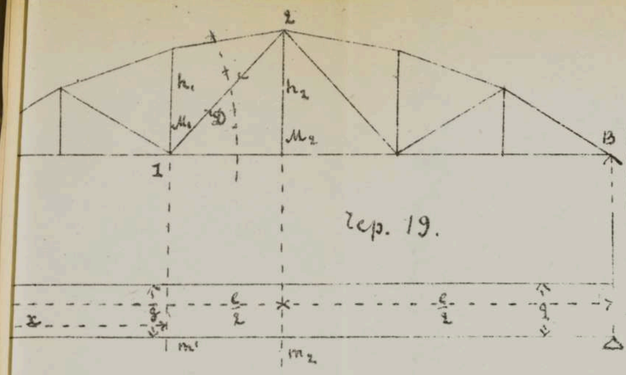
Чер. 11.

Мосты

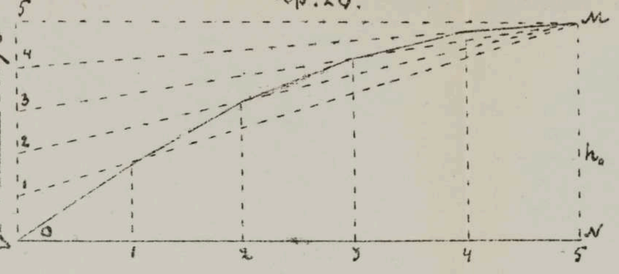
Лист 2.


Вертикали VS
Ba = PS
B1 = k
B, β1 = B B1
Bβ2
Bβ0
Bβ'0
Bβ'1
Bβ'2
Bβ'3
Bβ'4
Bβ'5
Bβ'6
Bβ'7
Bβ'8
Bβ'9
Bβ'10
Bβ'11
Bβ'12
Bβ'13
Bβ'14
Bβ'15
Bβ'16
Bβ'17
Bβ'18
Bβ'19
Bβ'20
Bβ'21
Bβ'22
Bβ'23
Bβ'24
Bβ'25
Bβ'26
Bβ'27
Bβ'28
Bβ'29
Bβ'30
Bβ'31
Bβ'32
Bβ'33
Bβ'34
Bβ'35
Bβ'36
Bβ'37
Bβ'38
Bβ'39

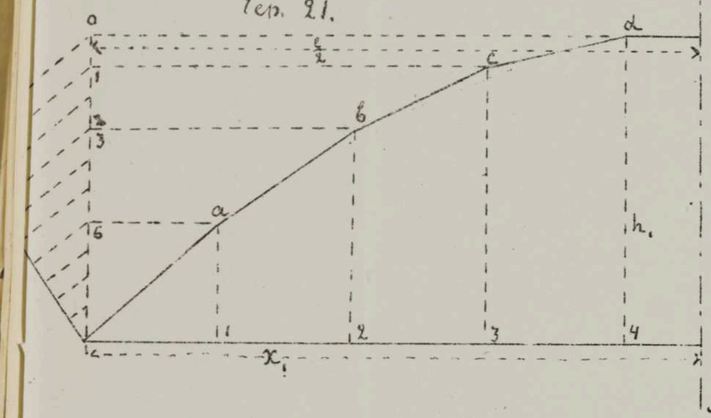
Чер. 19.



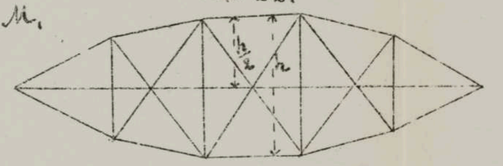
Чер. 20.



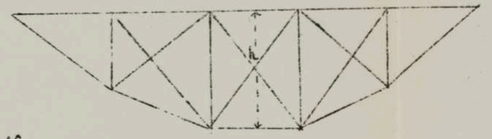
Чер. 21.



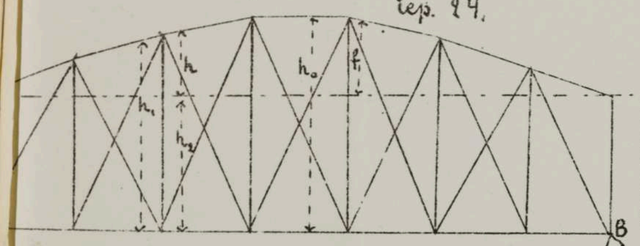
Чер. 22.



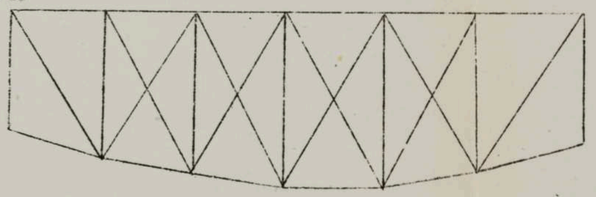
Чер. 23.



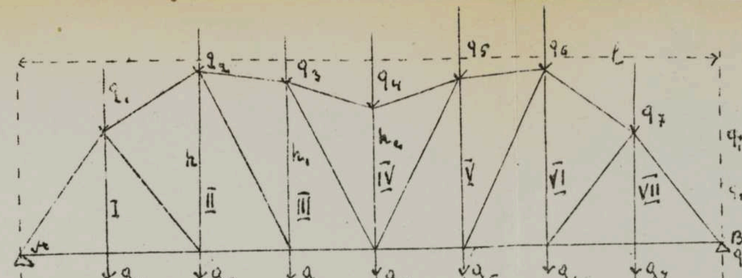
Чер. 24.



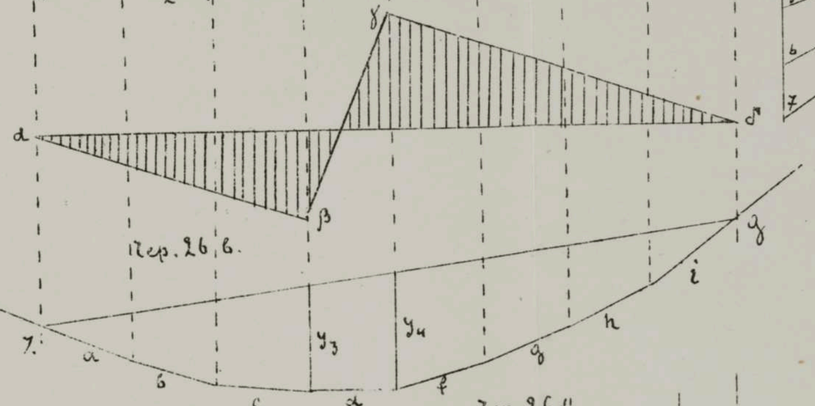
Чер. 25.



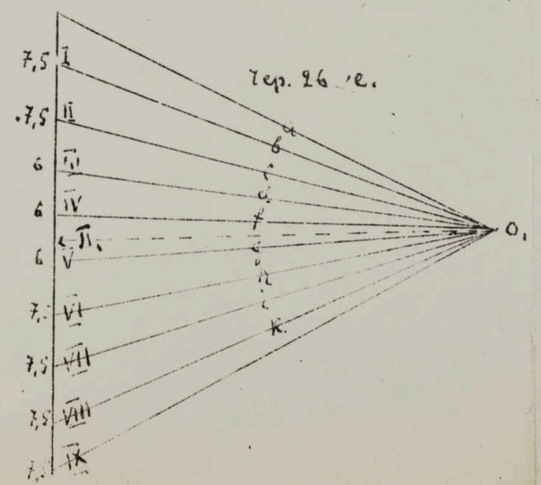
Чер. 26 а.



Чер. 26 б.

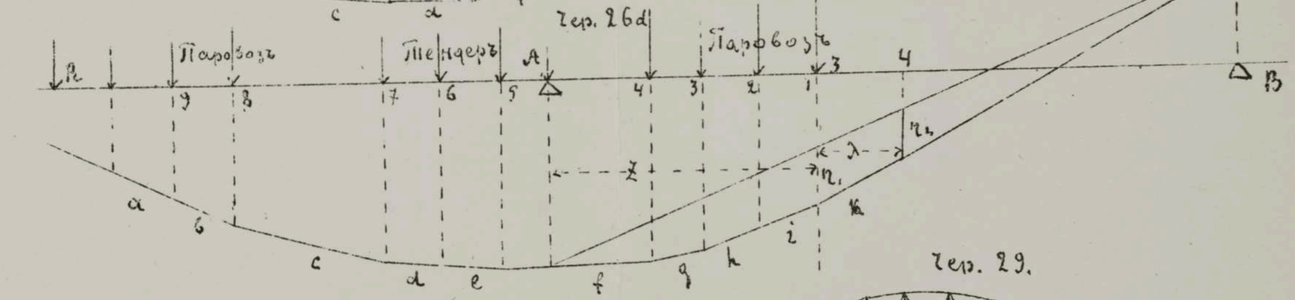


Чер. 26 в.

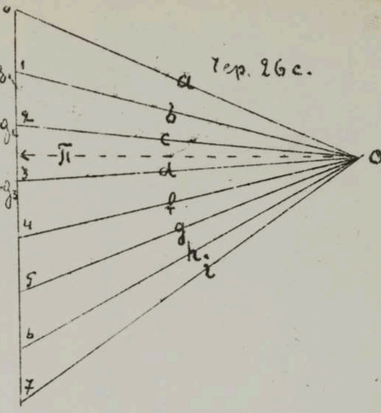


Чер. 26 г.

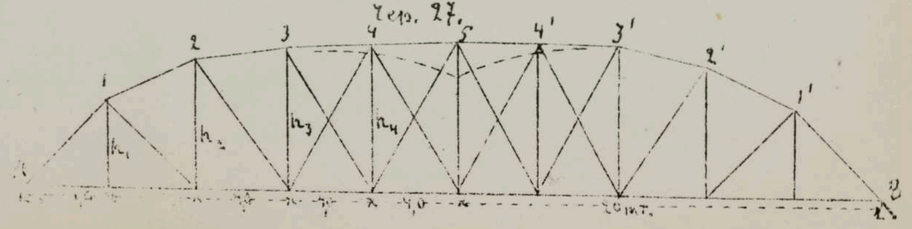
Чер. 26 д.



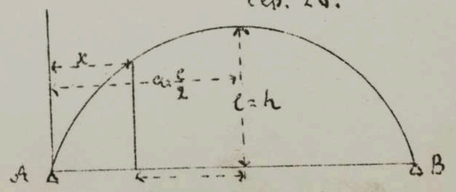
Чер. 26 с.



Чер. 27.



Чер. 28.



Чер. 29.

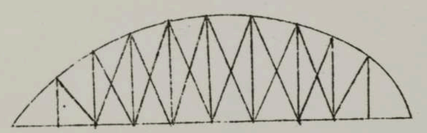
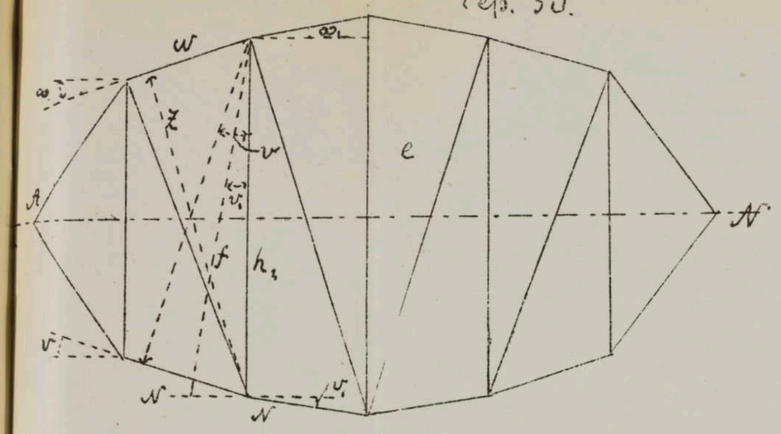
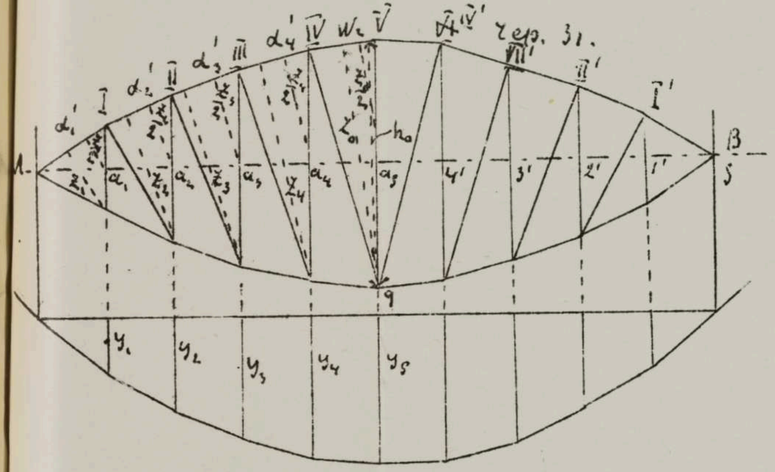


Таблица 3.

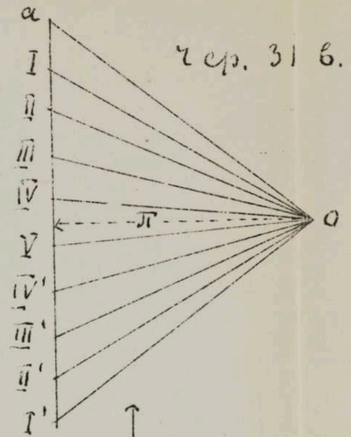
Черт. 30.



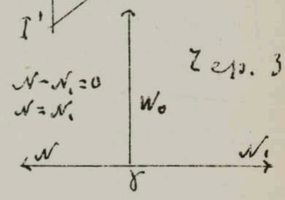
Черт. 31.



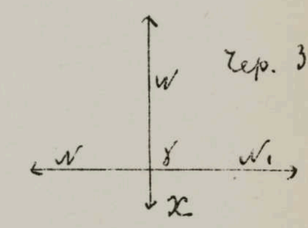
Черт. 31 б.



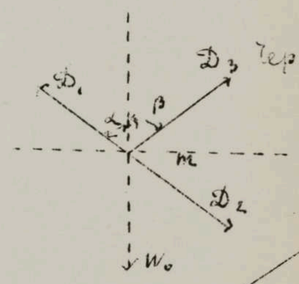
Черт. 35



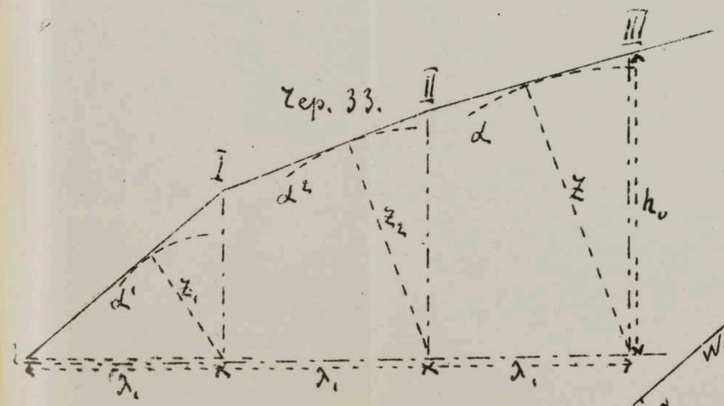
Черт. 36



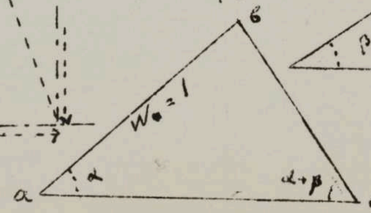
Черт. 37



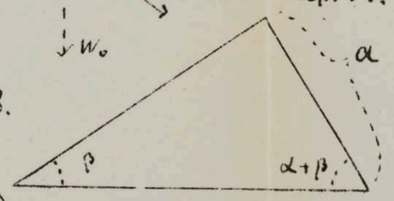
Черт. 33.

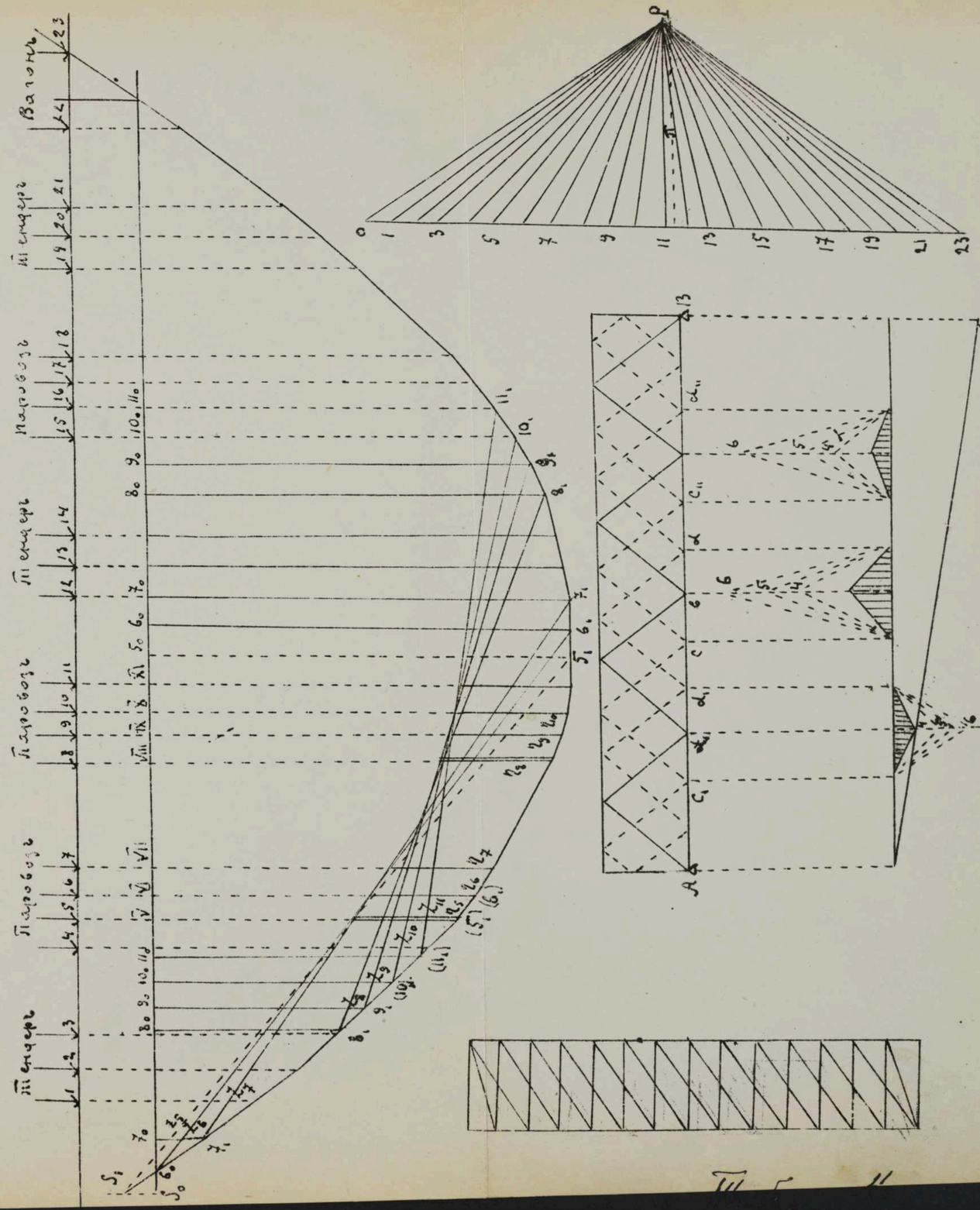


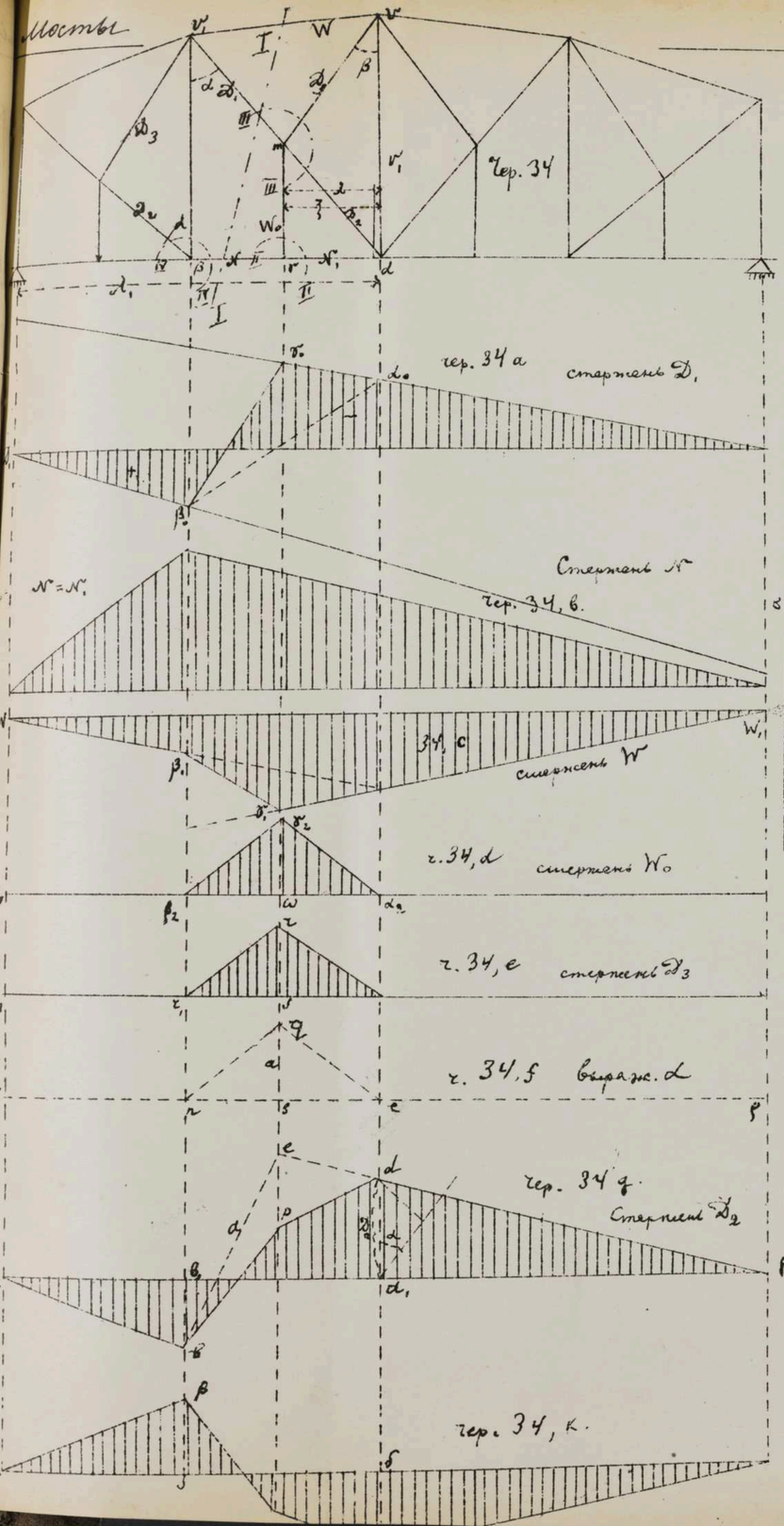
Черт. 38.

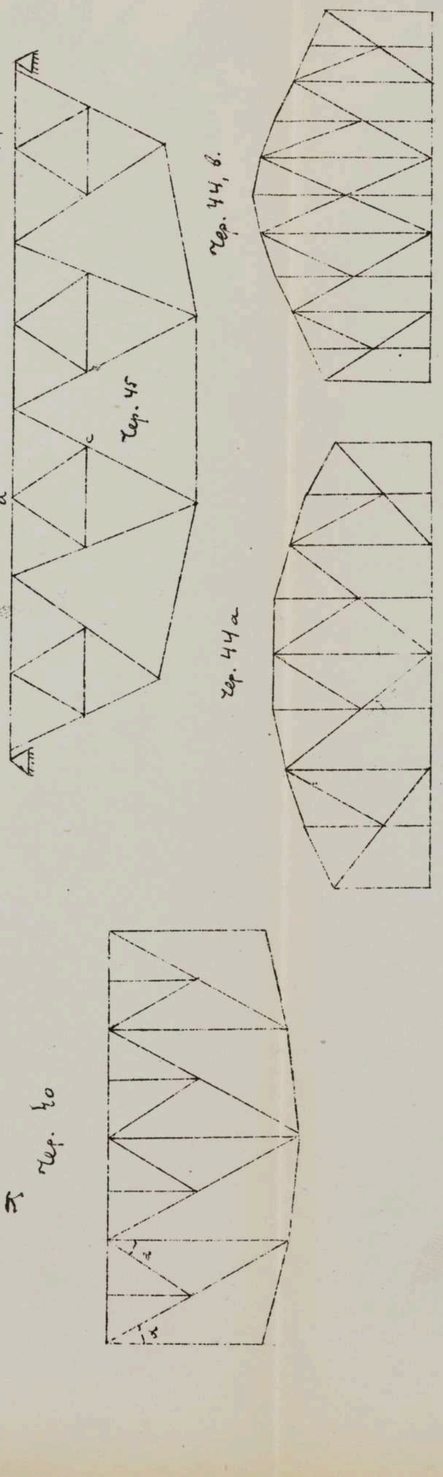


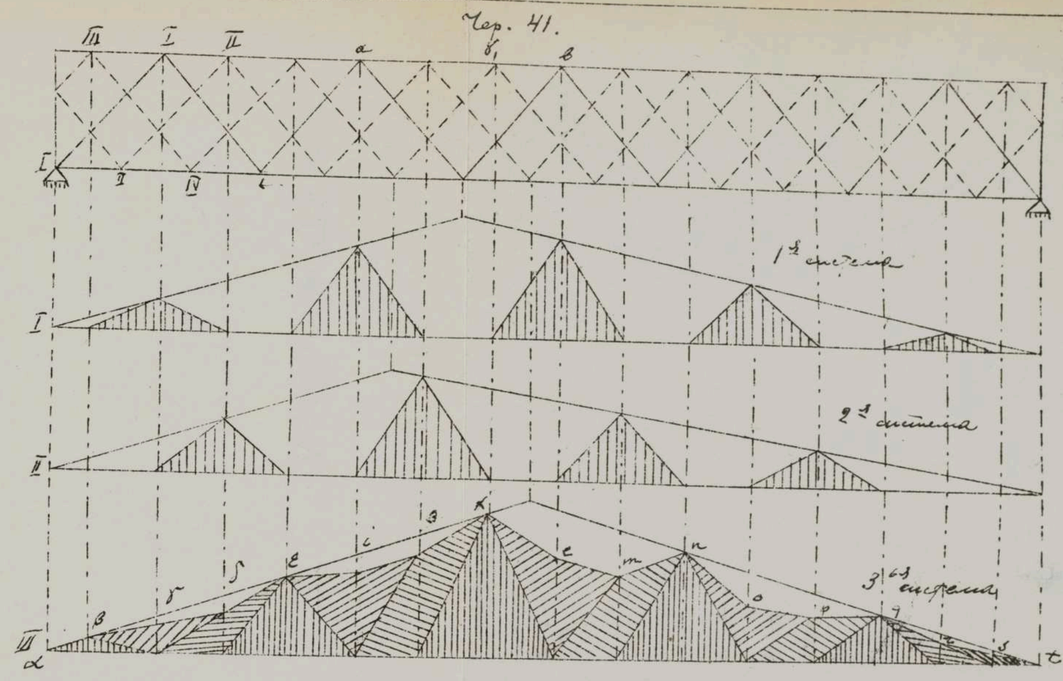
Черт. 39.

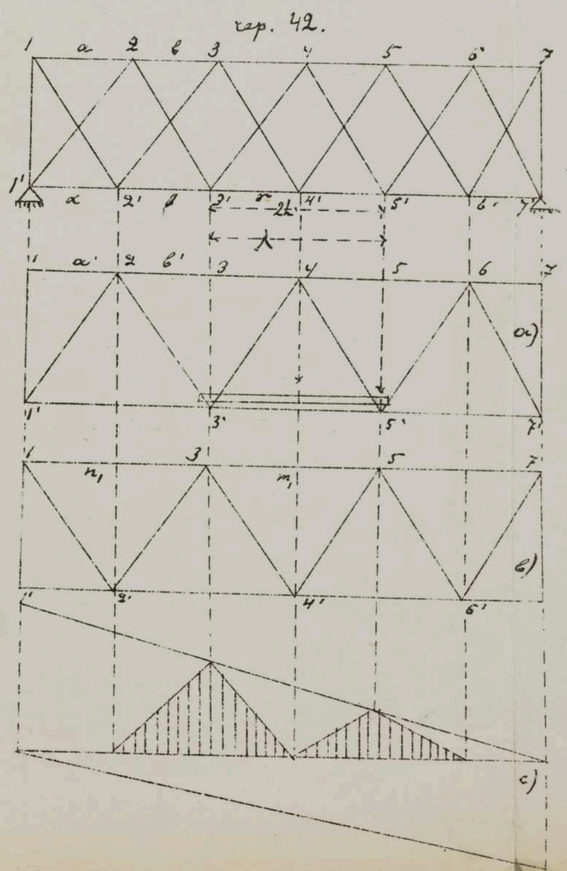





Чер. 34
Чер. 34 а
стержень D1
Чер. 34, в.
Стержень N
N=N1
Чер. 34, с
стержень W
Чер. 34, d
стержень W0
Чер. 34, е
стержень D3
Чер. 34, f
выраж. d
Чер. 34 g.
Стержень D2
Чер. 34, К.


Чер. 45
Чер. 44, в.
Чер. 44 а
Чер. 40


Чер. 41.
1-я система
2-я система
3-я система


Чер. 42.
a)
b)
c)

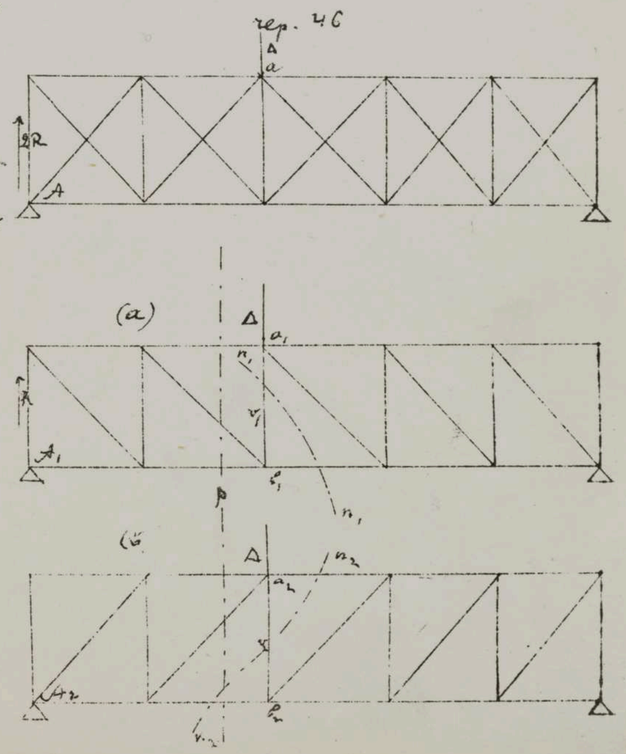

Чер. 46
(a)
(b)

Табл. 5

Чер. 47 ε

Чер 47 c

Чер 47 d

Чер.48

Чер. 49.

Чер. 51.

Чер 52

Чер. 53

Чер. 54.

Чер. 50.

Чер. 55

Чер. 57

Чер. 56.

Чер. 58

Чер. 59.

Чер 63

Чер. 62

Чер. 60.

Чер. 65.

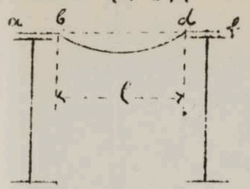
Чер. 66.

Чер. 64.

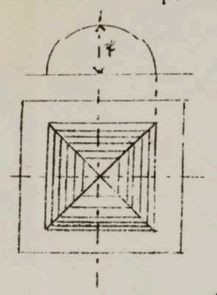
Чер. 61.

Библиотека

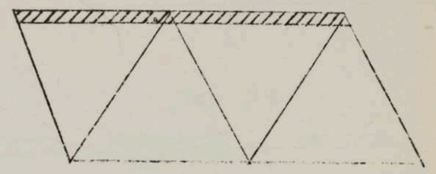
Чер. 67.



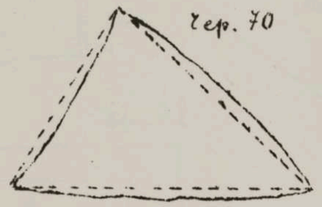
Чер. 68.



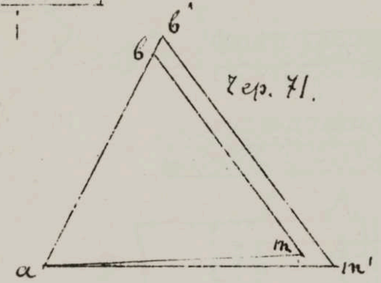
Чер. 69



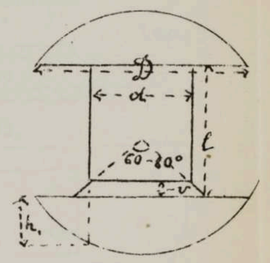
Чер. 70



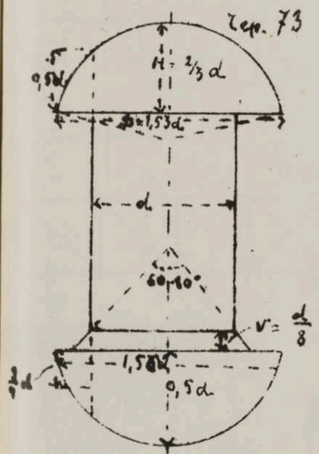
Чер. 71.



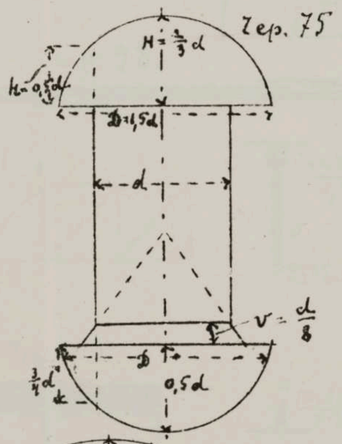
Чер. 72



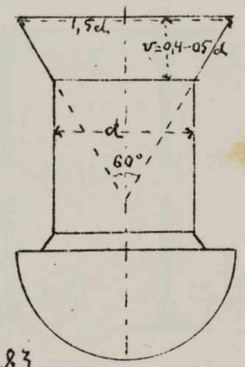
Чер. 73



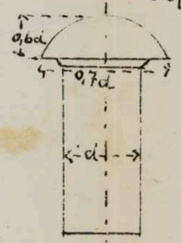
Чер. 75



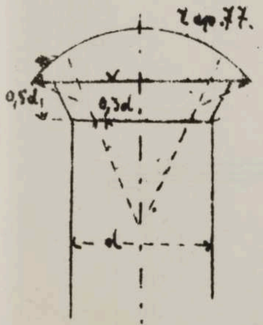
Чер. 76



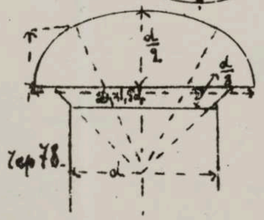
Чер. 74



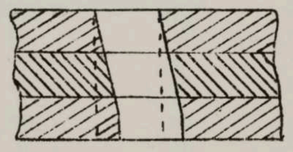
Чер. 77.



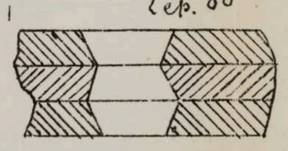
Чер. 78.



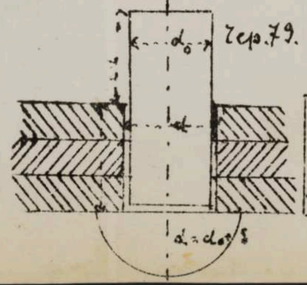
Чер. 83.



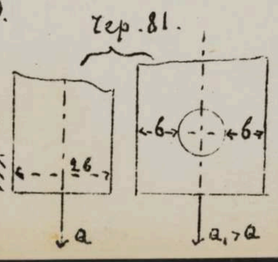
Чер. 80



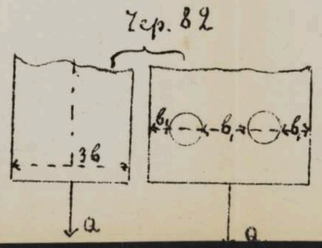
Чер. 79.



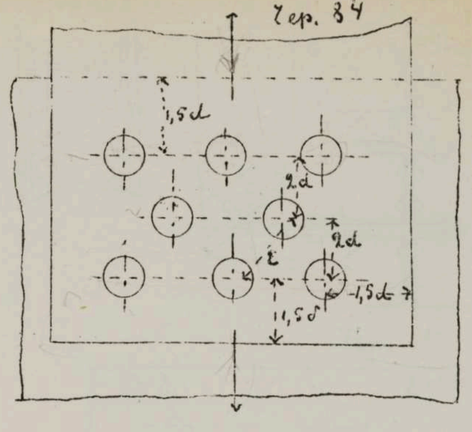
Чер. 81.

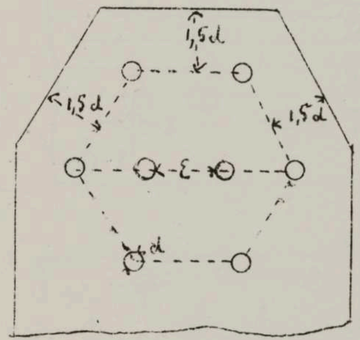


Чер. 82

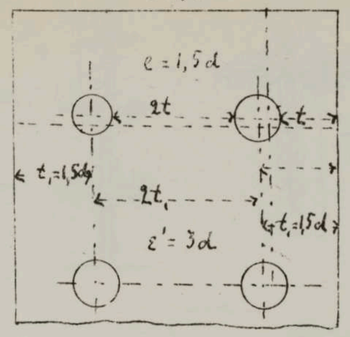


Чер. 84

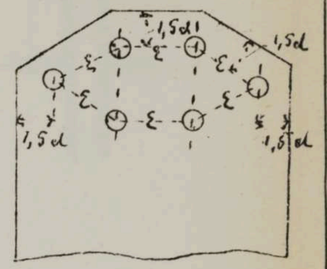


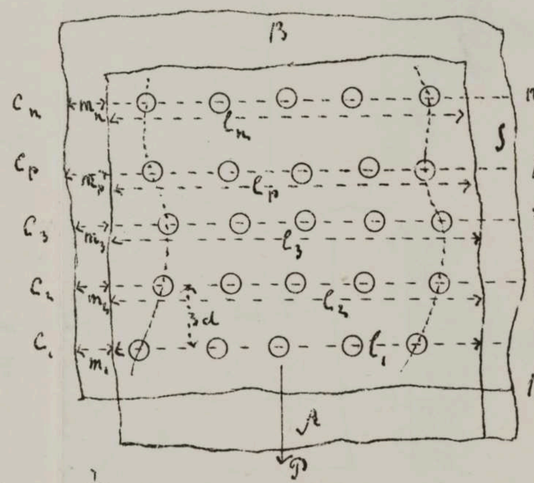


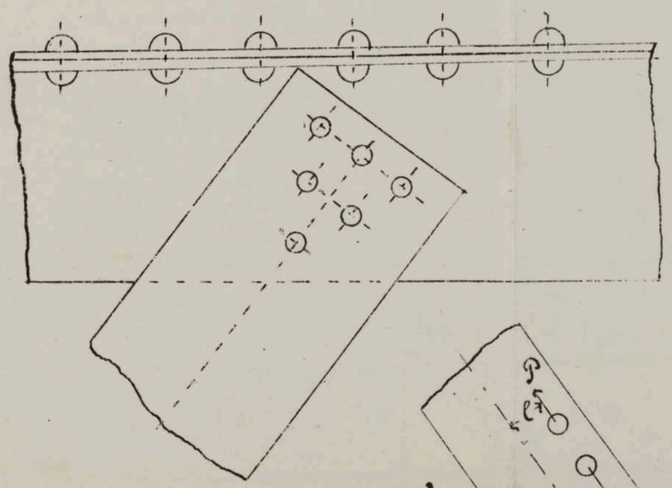
Чер. 85

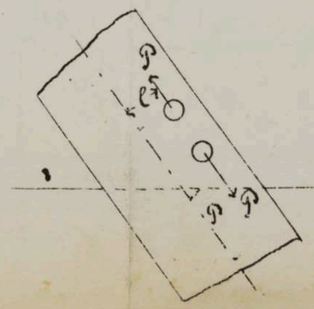


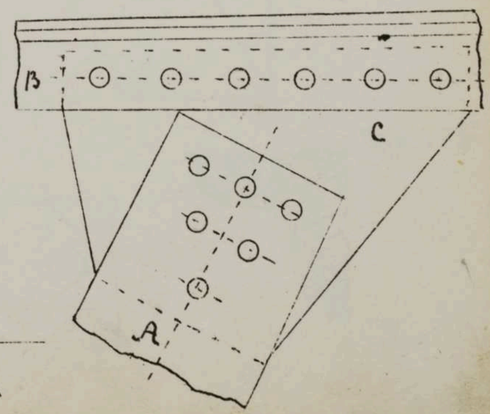
Чер 86



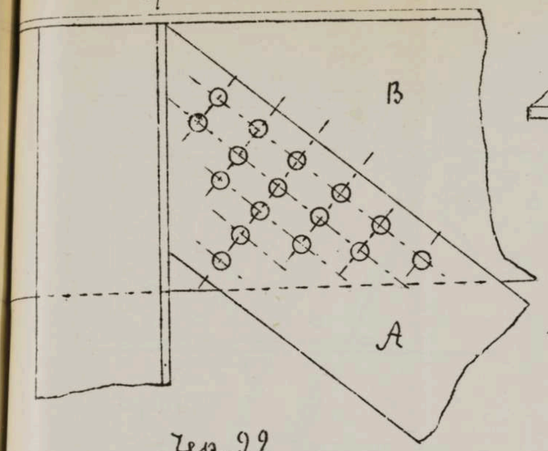




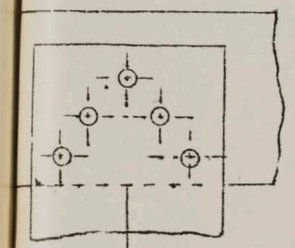




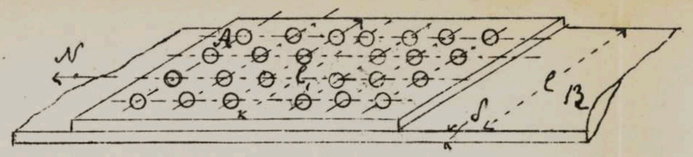
Чер. 91.



Чер. 92



Чер. 93.



Чер. 94.

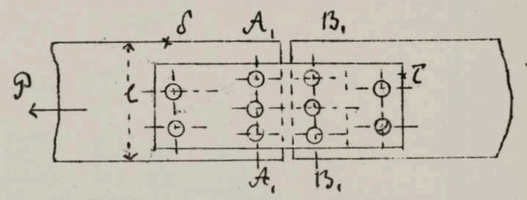


Чер. 95

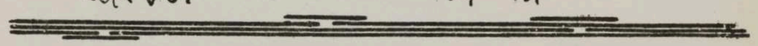
Чер. 96.



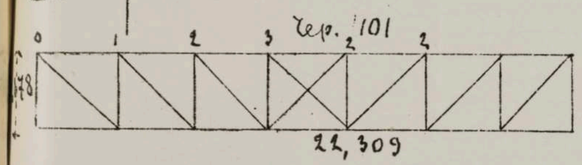
Чер. 97

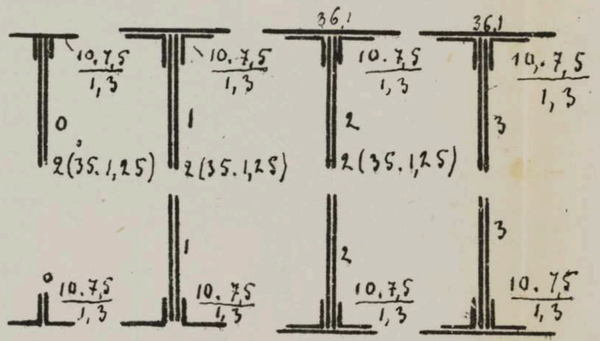


Чер. 98.

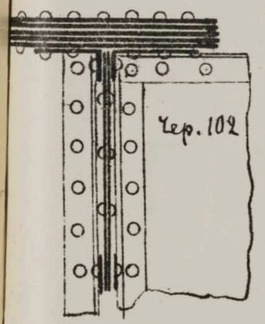


Чер. 101

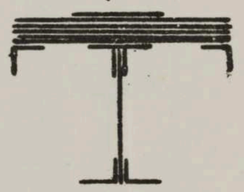




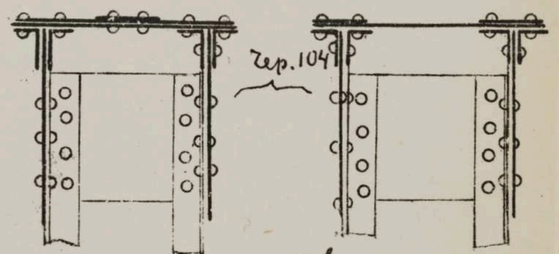
Чер. 102



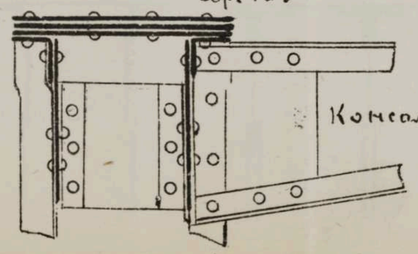
Чер. 103

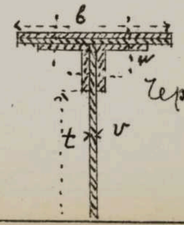


Чер. 104



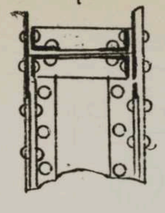
Чер. 105



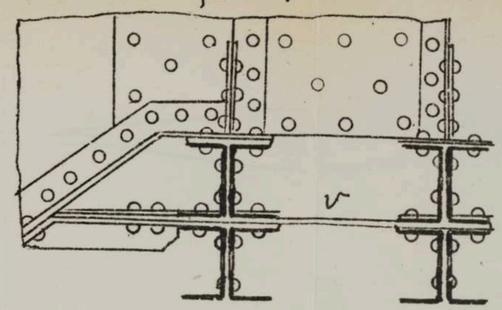


Чер. 99

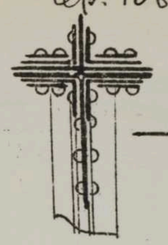
Чер. 106



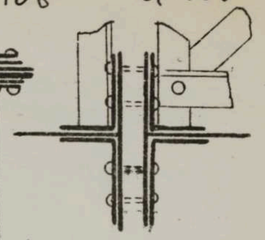
Чер. 107



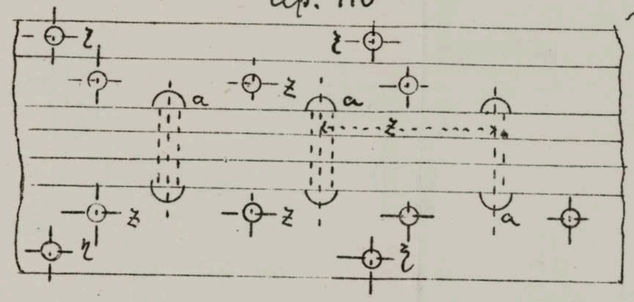
Чер. 108

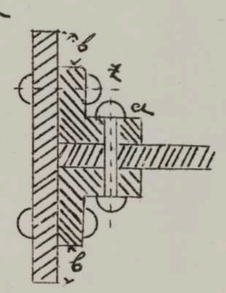


Чер. 109

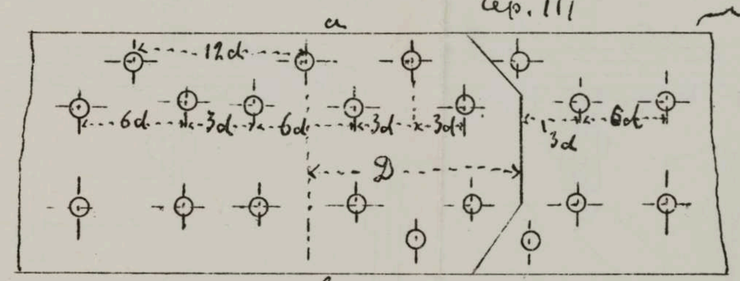


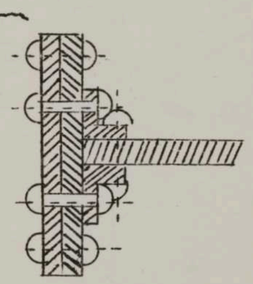
Чер. 110



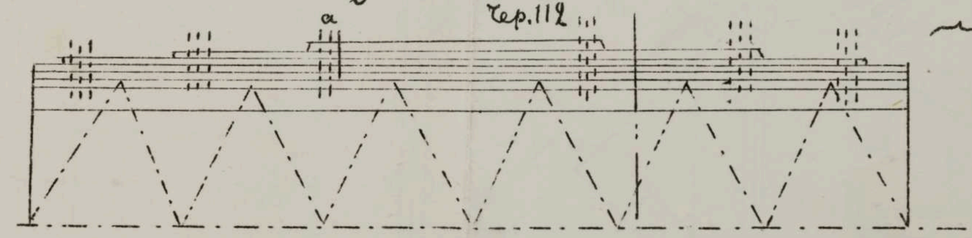


Чер. 111



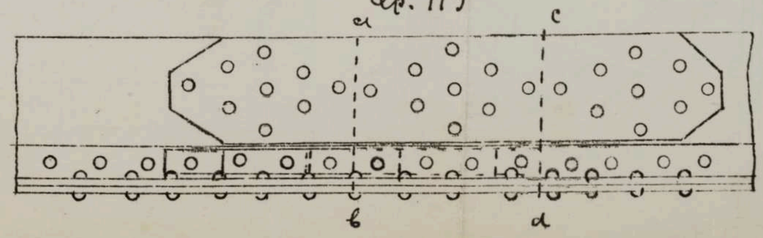


Чер. 112

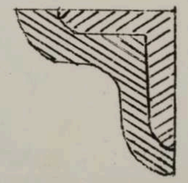




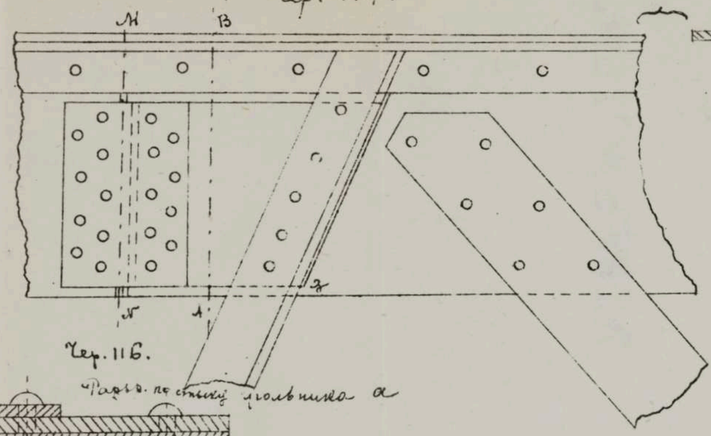
Чер. 113

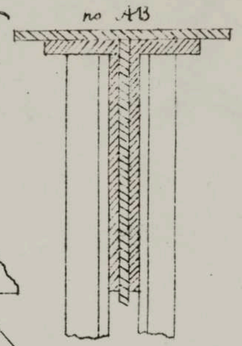


Чер. 115

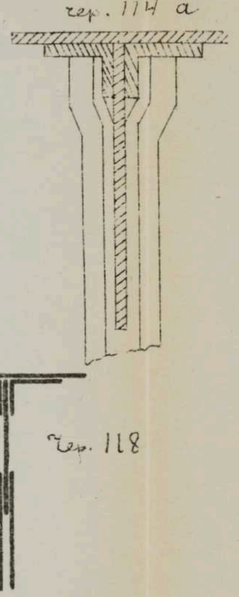


Чер. 114.



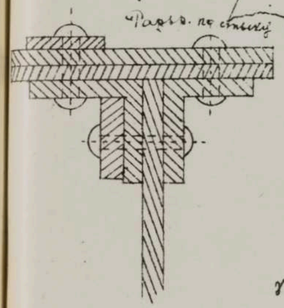


Чер. 114 а



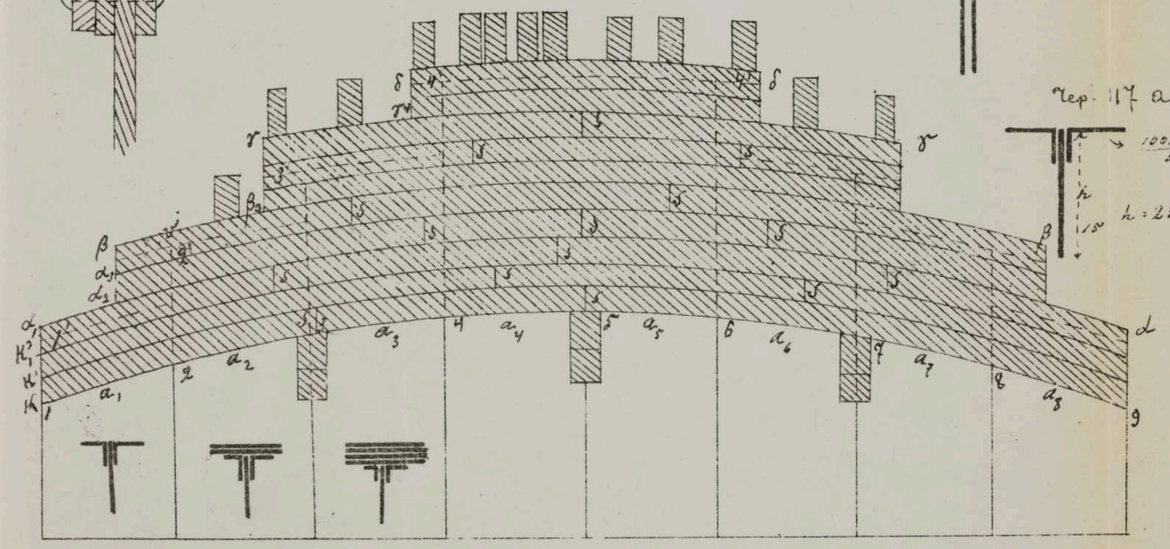
Чер. 116.

Разрез по оси крольника а

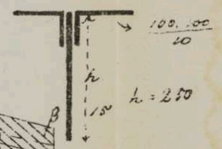


Чер. 118

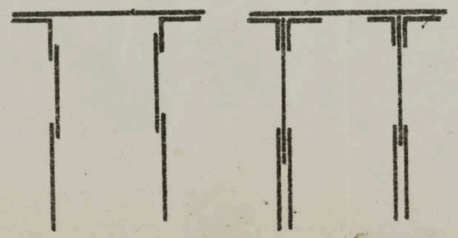
Чер. 117.



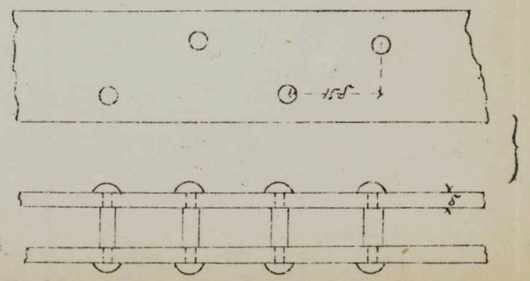
Чер. 117 а



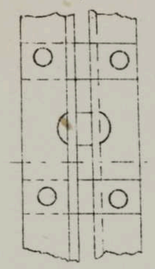
Чер. 119.



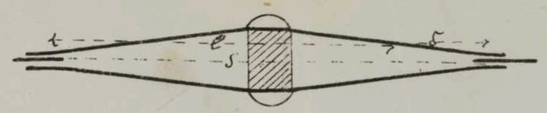
Чер. 120



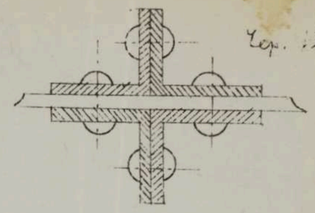
Чер. 122.



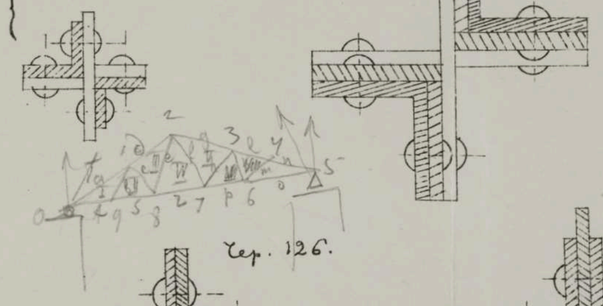
Чер. 121.



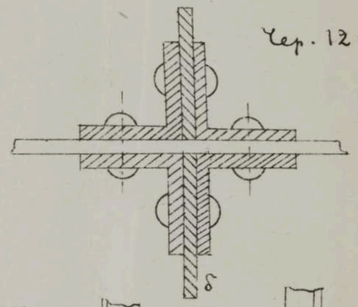
Чер. 124.



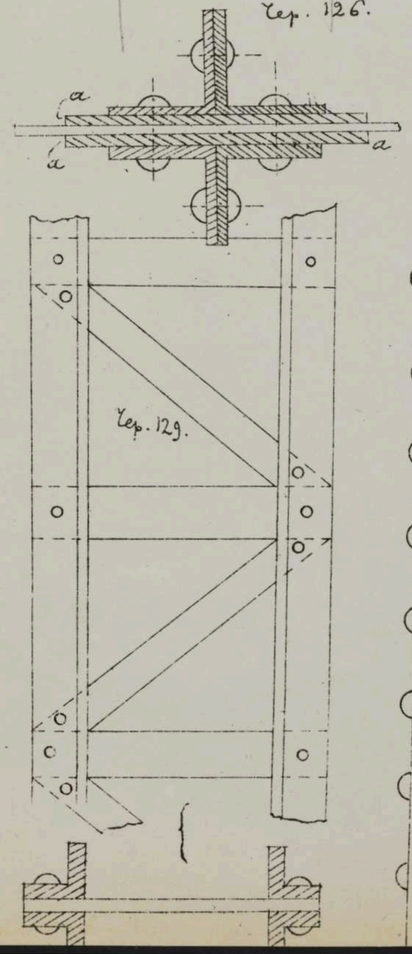
Чер. 123.



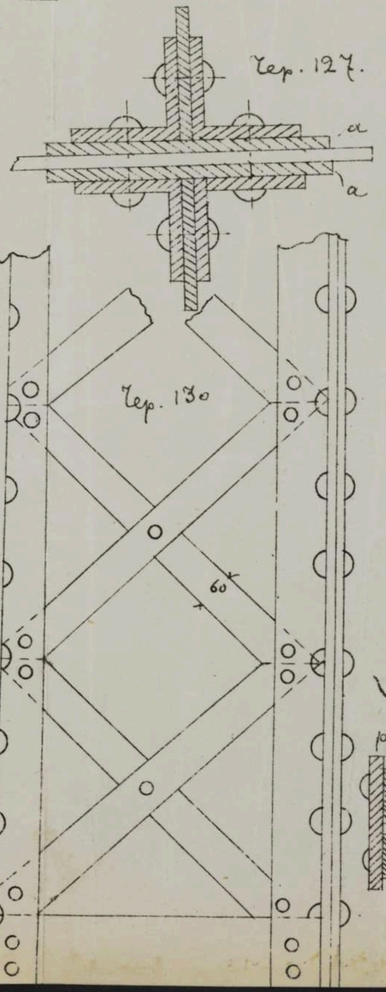
Чер. 125.



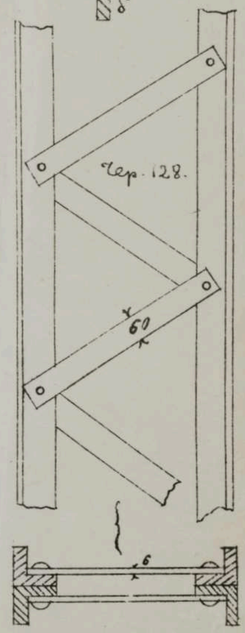
Чер. 126.



Чер. 127.

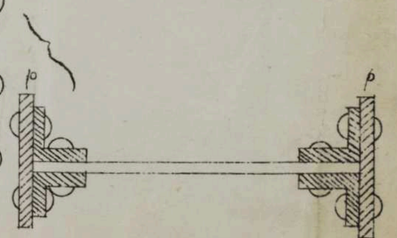


Чер. 128.

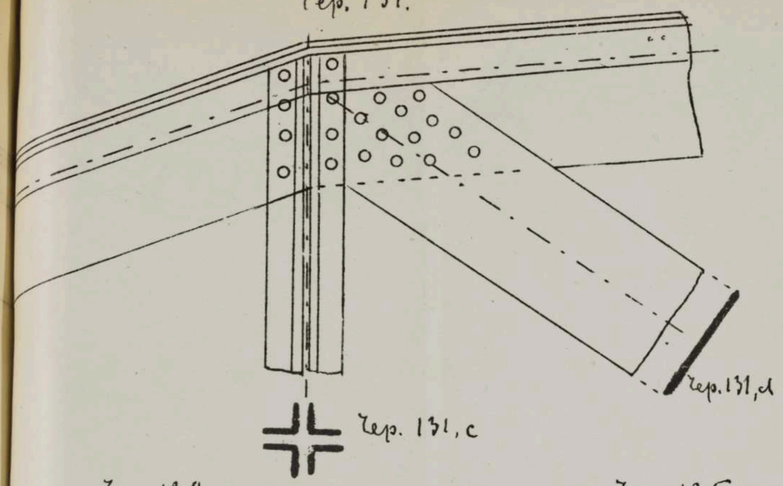


Чер. 129.

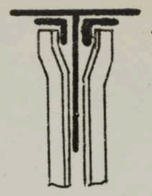
Чер. 130



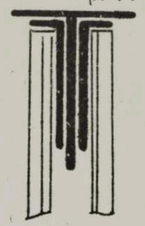
Чер. 131.



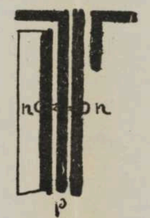
Чер. 131, а



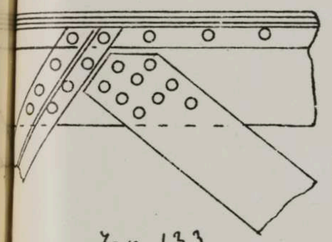
Чер. 131, б



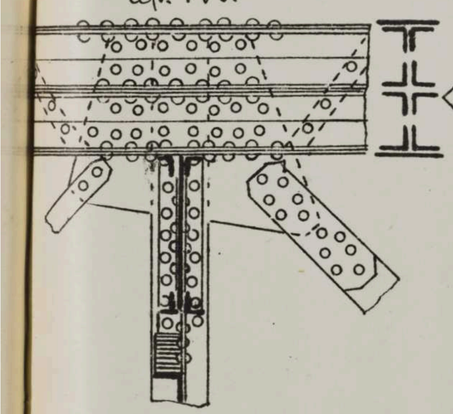
Чер. 131, в



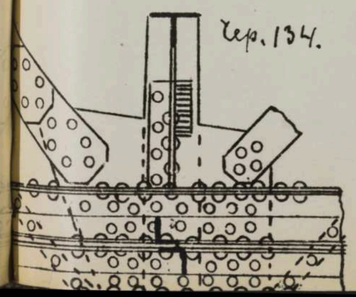
Чер. 132.



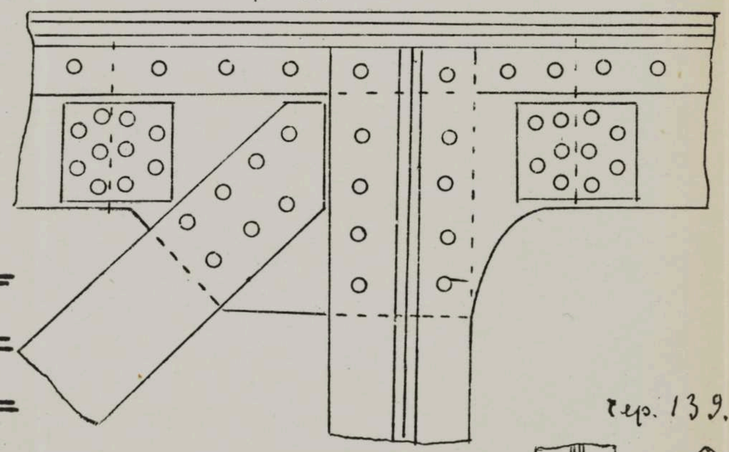
Чер. 133.



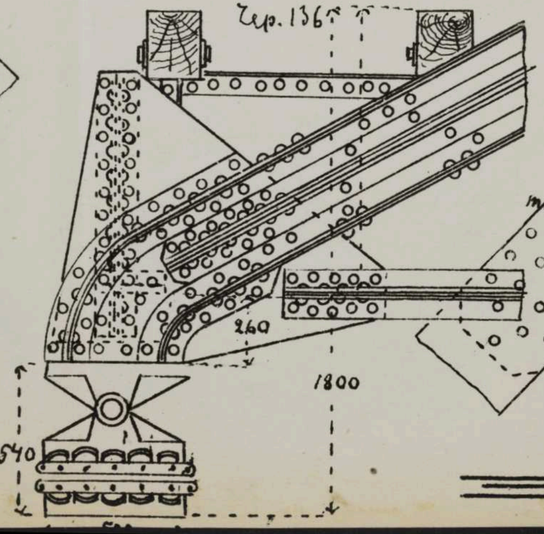
Чер. 134.



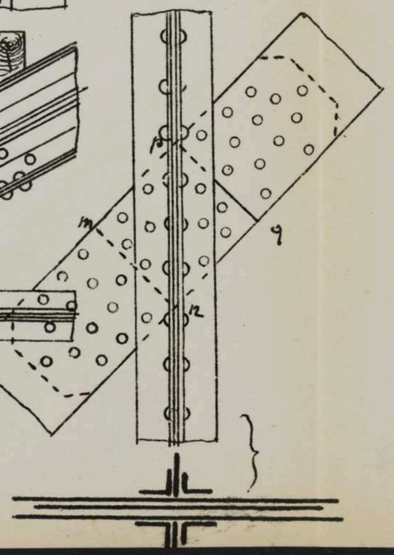
Чер. 135



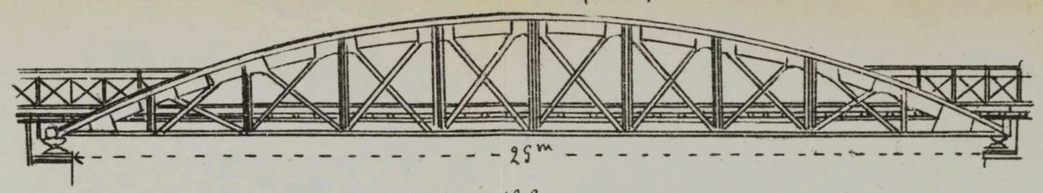
Чер. 136



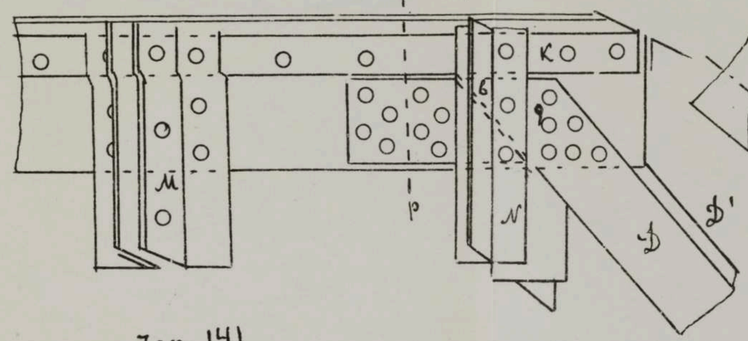
Чер. 139.



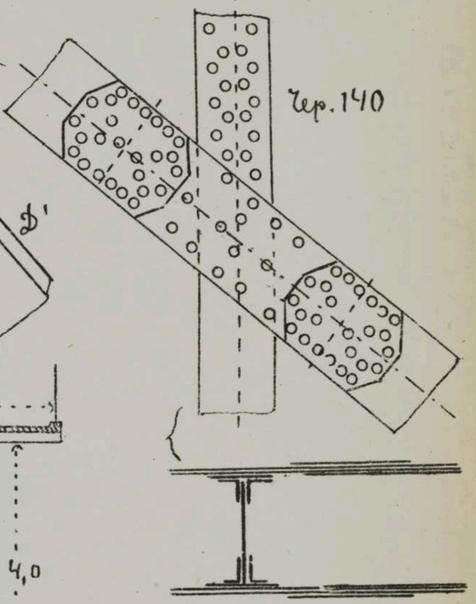
Чер. 137.



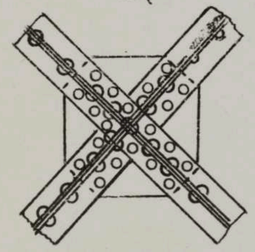
Чер. 138



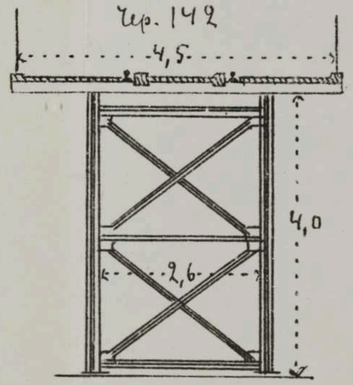
Чер. 140



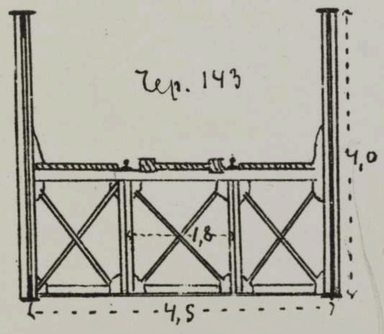
Чер. 141



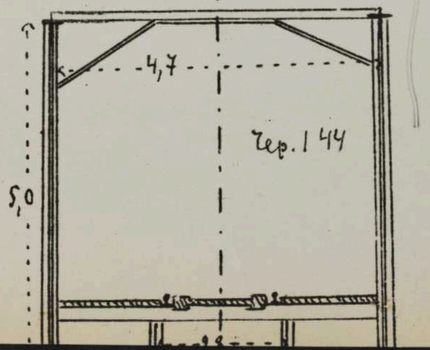
Чер. 142



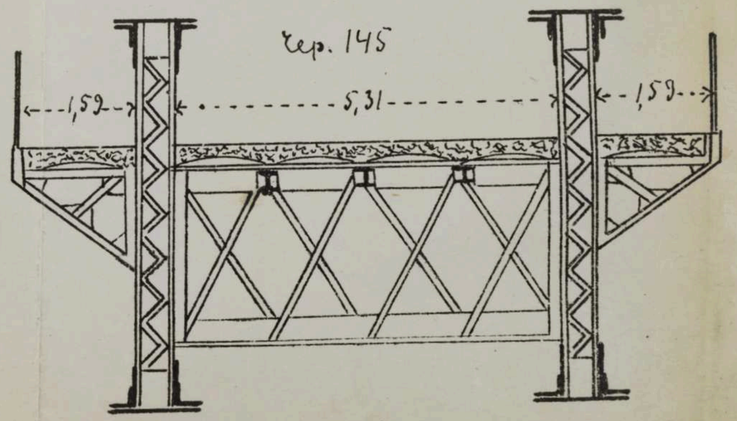
Чер. 143



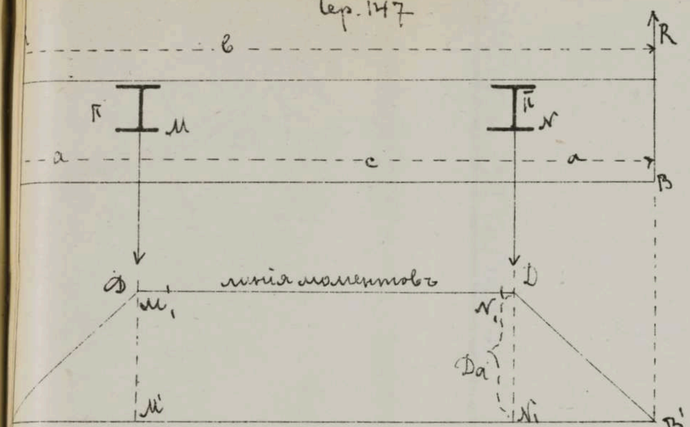
Чер. 144



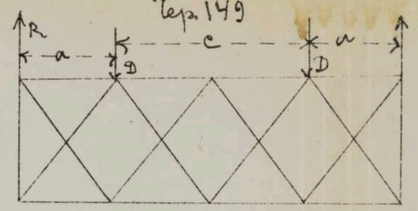
Чер. 145



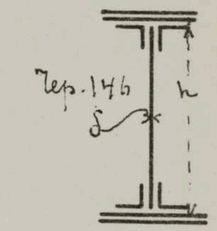
Чер. 147



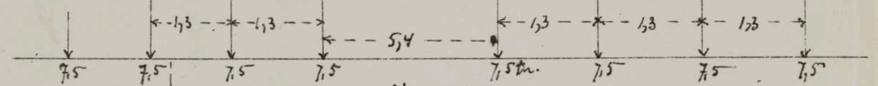
Чер. 149



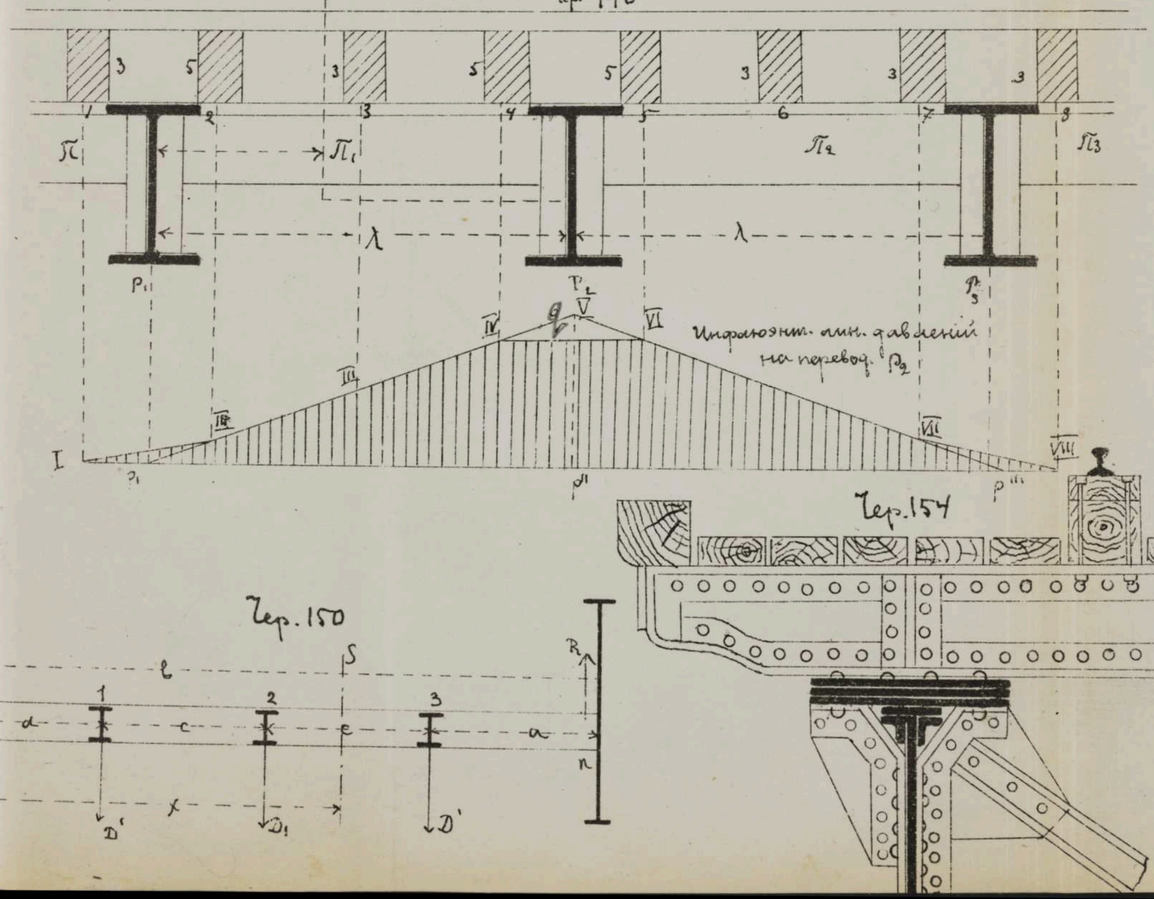
Чер. 146



Чер. 148, а.



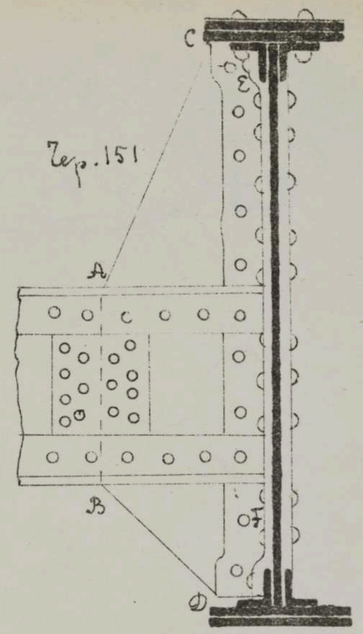
Чер. 148



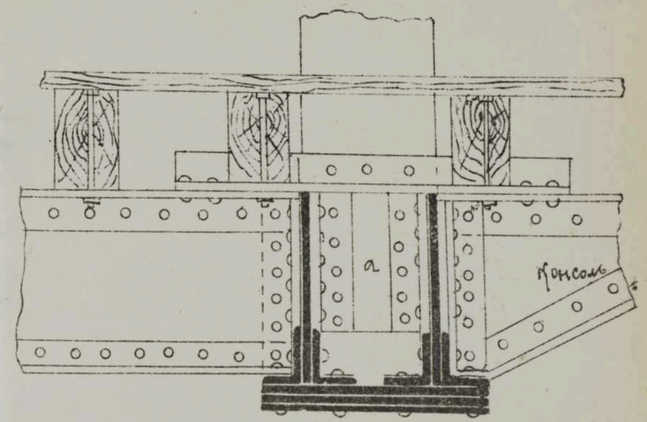
Чер. 154

Чер. 150

Чер. 151

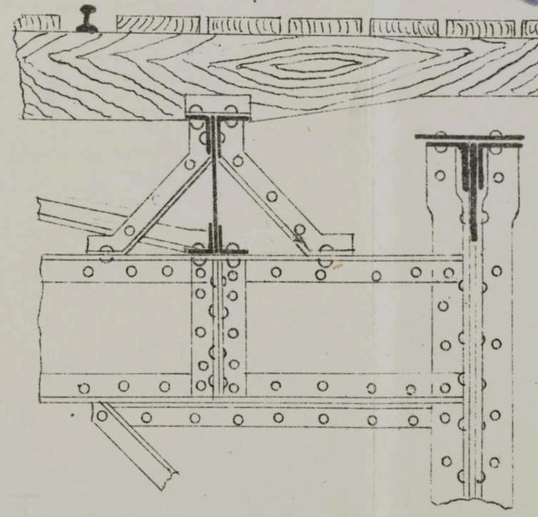


Чер. 155.

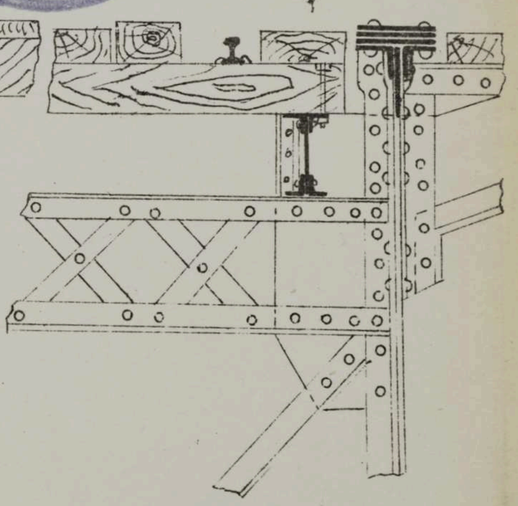


Киев. Инж.-Строит. Ин-т
БИБЛИОТЕКА
им. В. В. Куйбышева

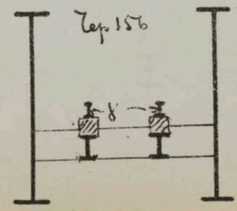
Чер. 153



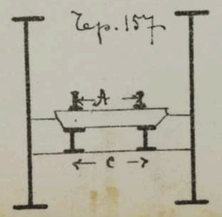
Чер. 152.



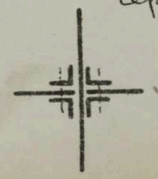
Чер. 156



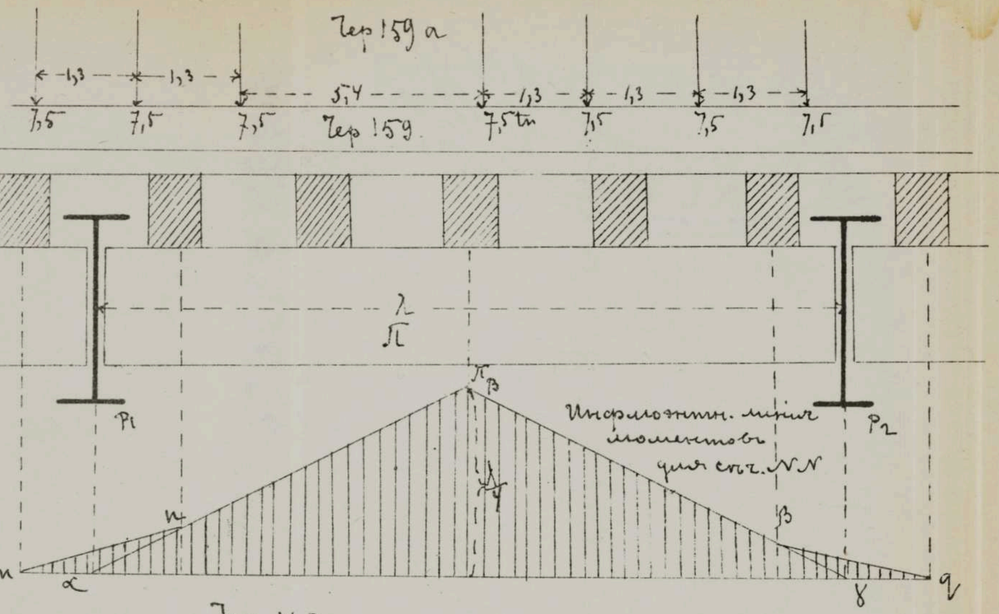
Чер. 157



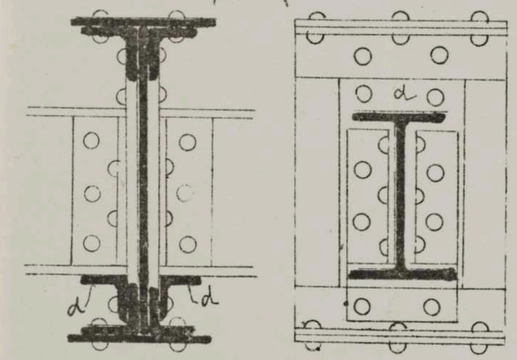
Чер. 157



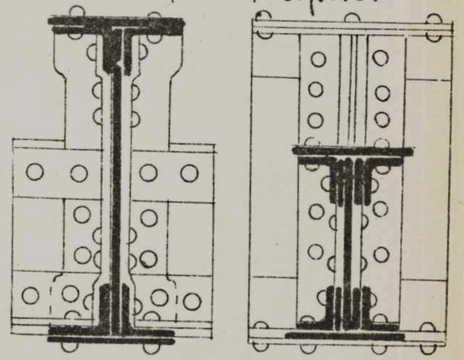
Чер. 159 а



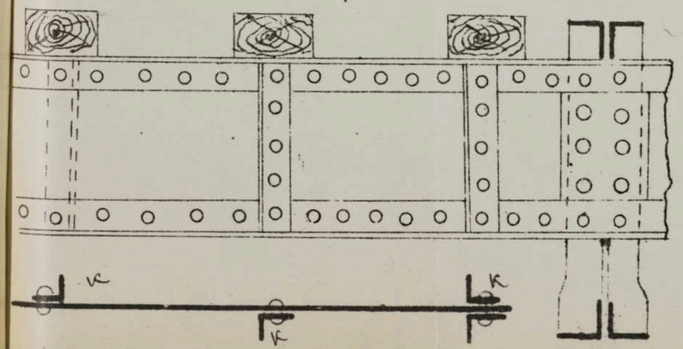
Чер. 160.



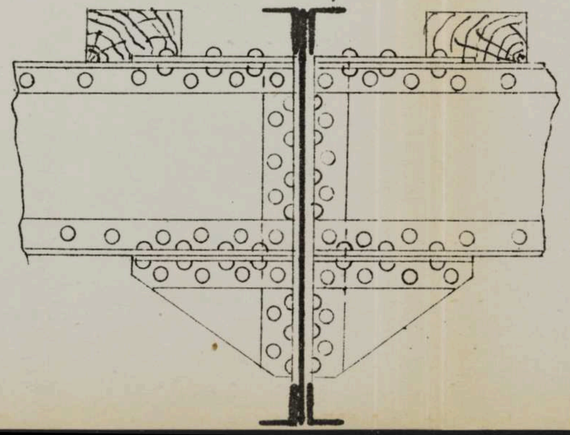
Чер. 161.



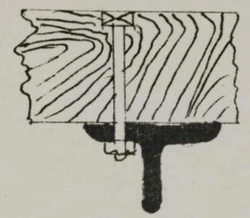
Чер. 162.



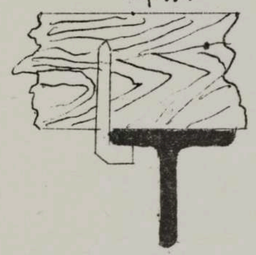
Чер. 163.



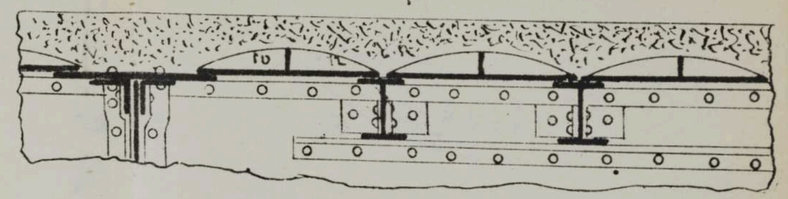
Чер. 164



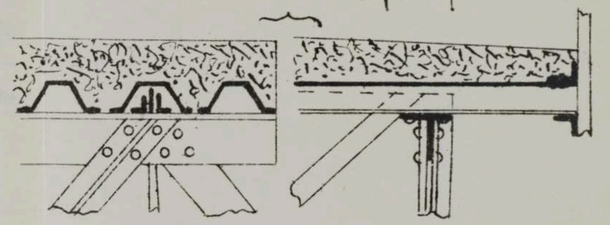
Чер. 165



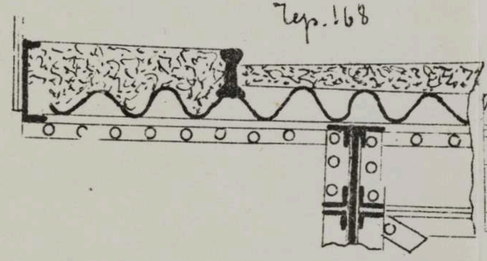
Чер. 166



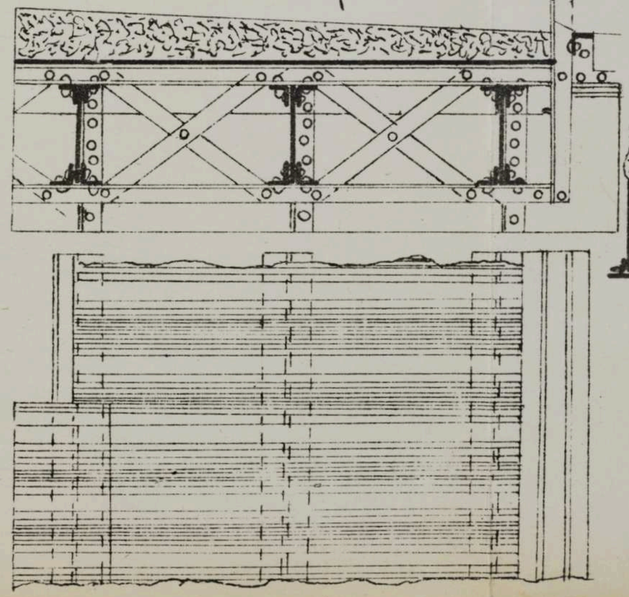
Чер. 167



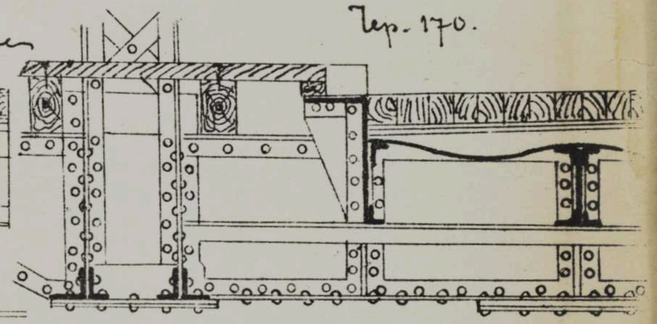
Чер. 168



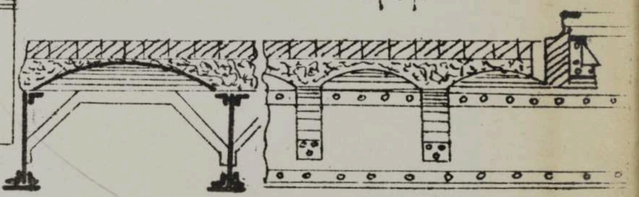
Чер. 169.



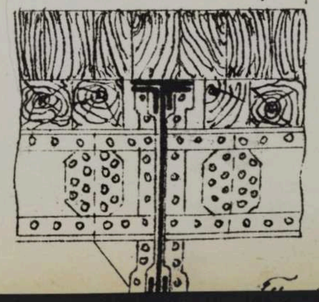
Чер. 170.



Чер. 171.

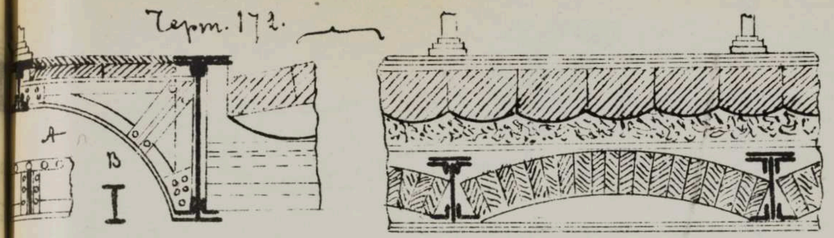


Чер. 173.

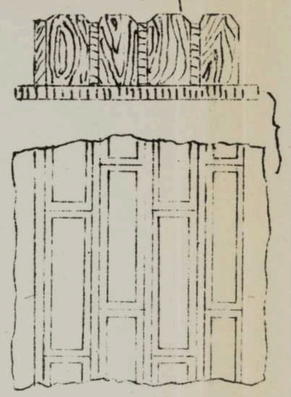


Москва.

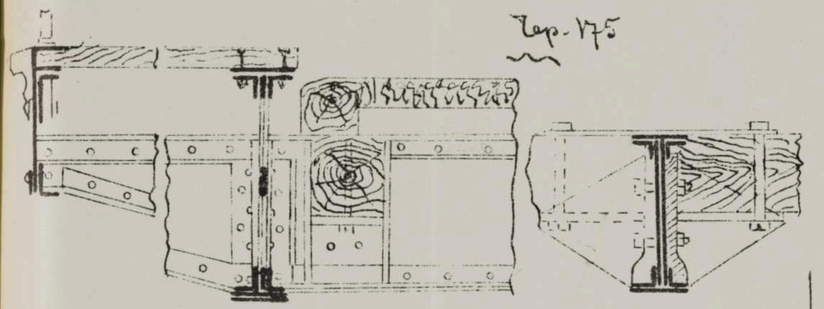
Черт. 172.



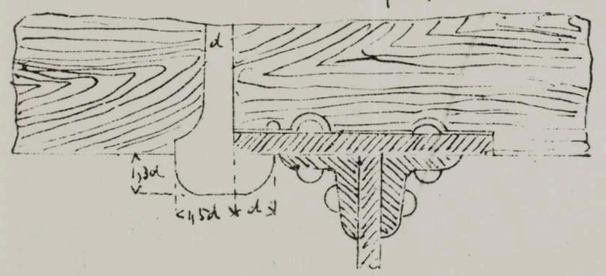
Черт. 174.



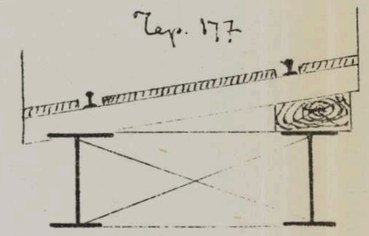
Черт. 175



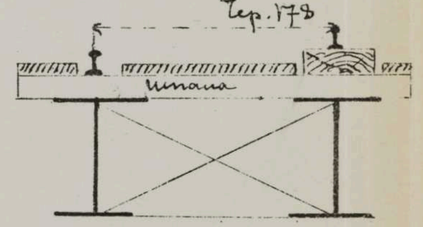
Черт. 176



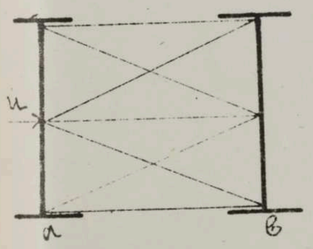
Черт. 177



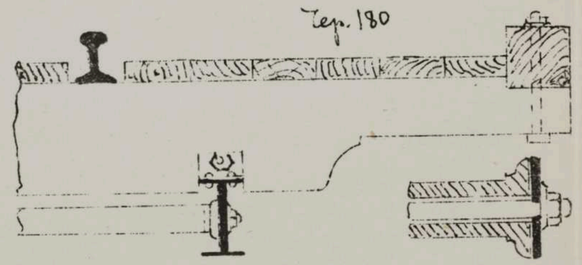
Черт. 178



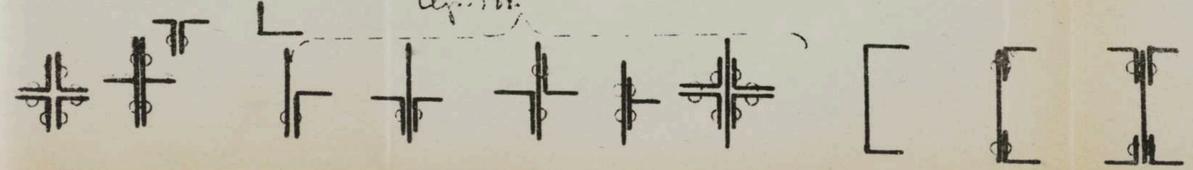
Черт. 179.



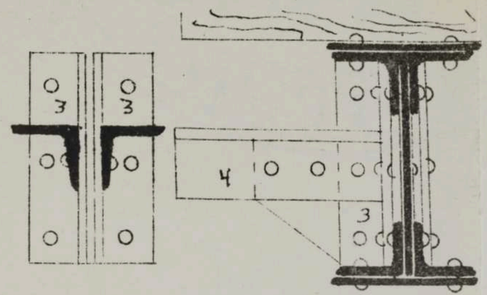
Черт. 180



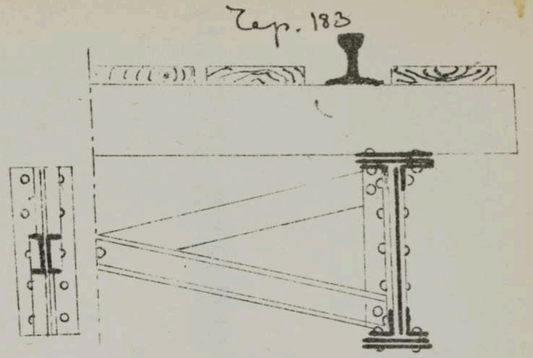
Черт. 181.



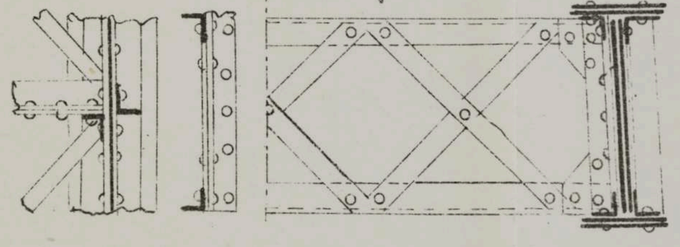
Черт. 182.



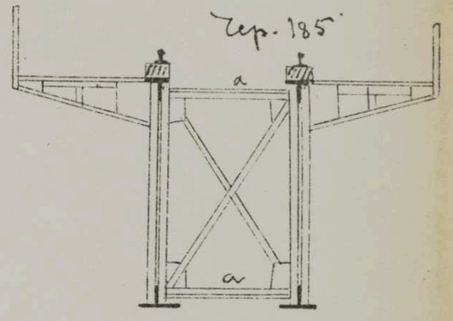
Черт. 183



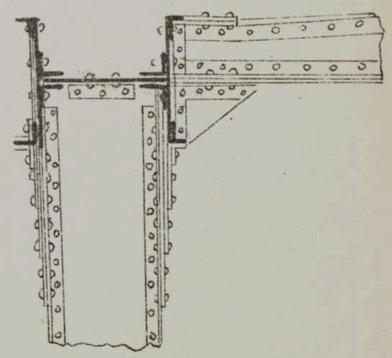
Черт. 184.



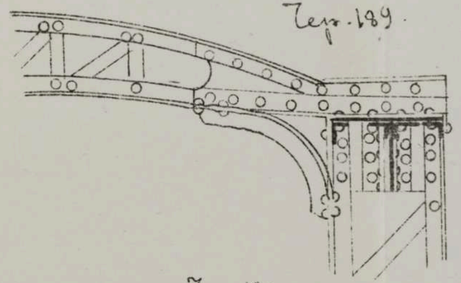
Черт. 185.



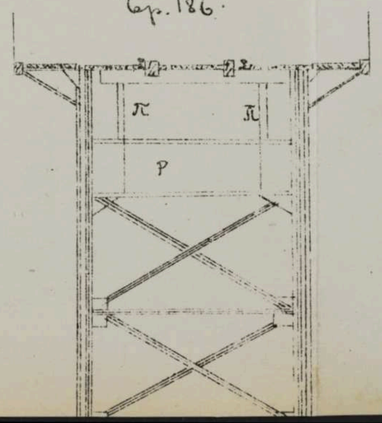
Черт. 188



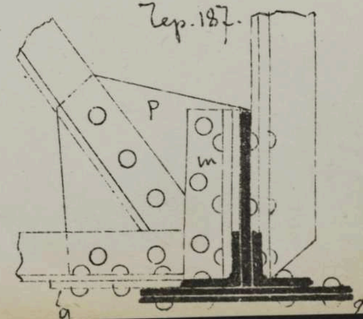
Черт. 189.



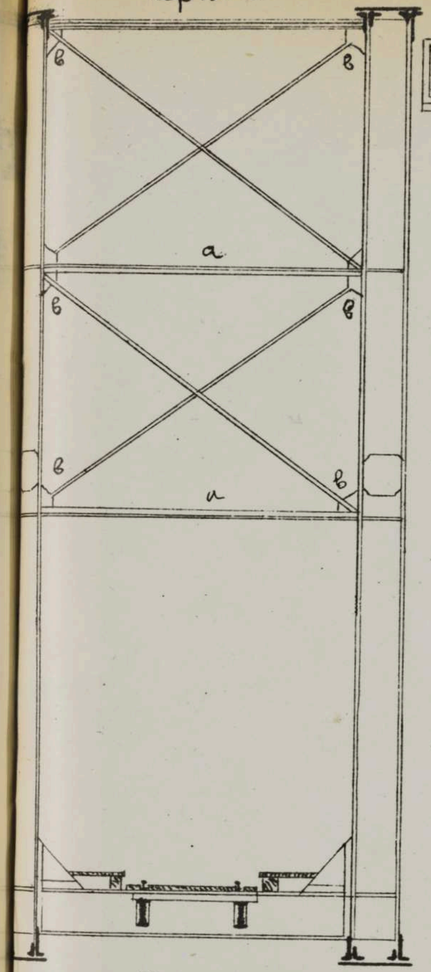
Черт. 186.



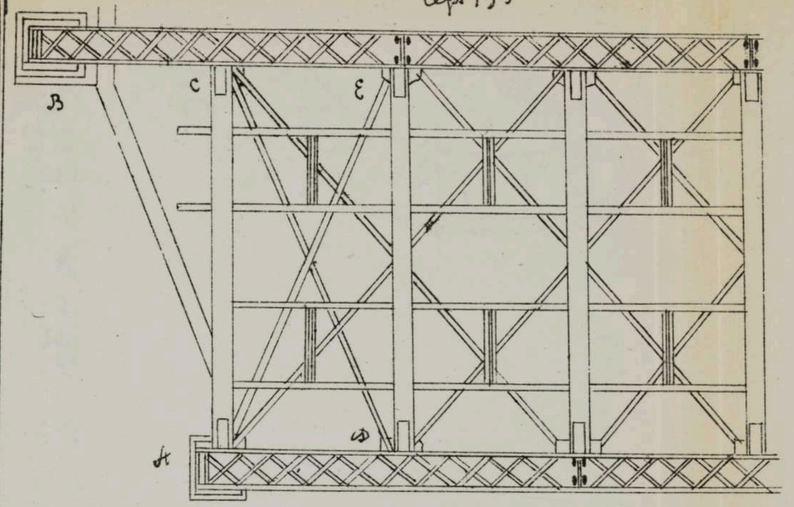
Черт. 187.



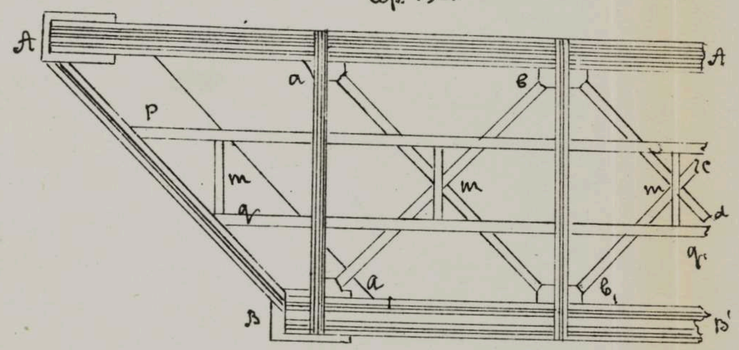
Чер 190а



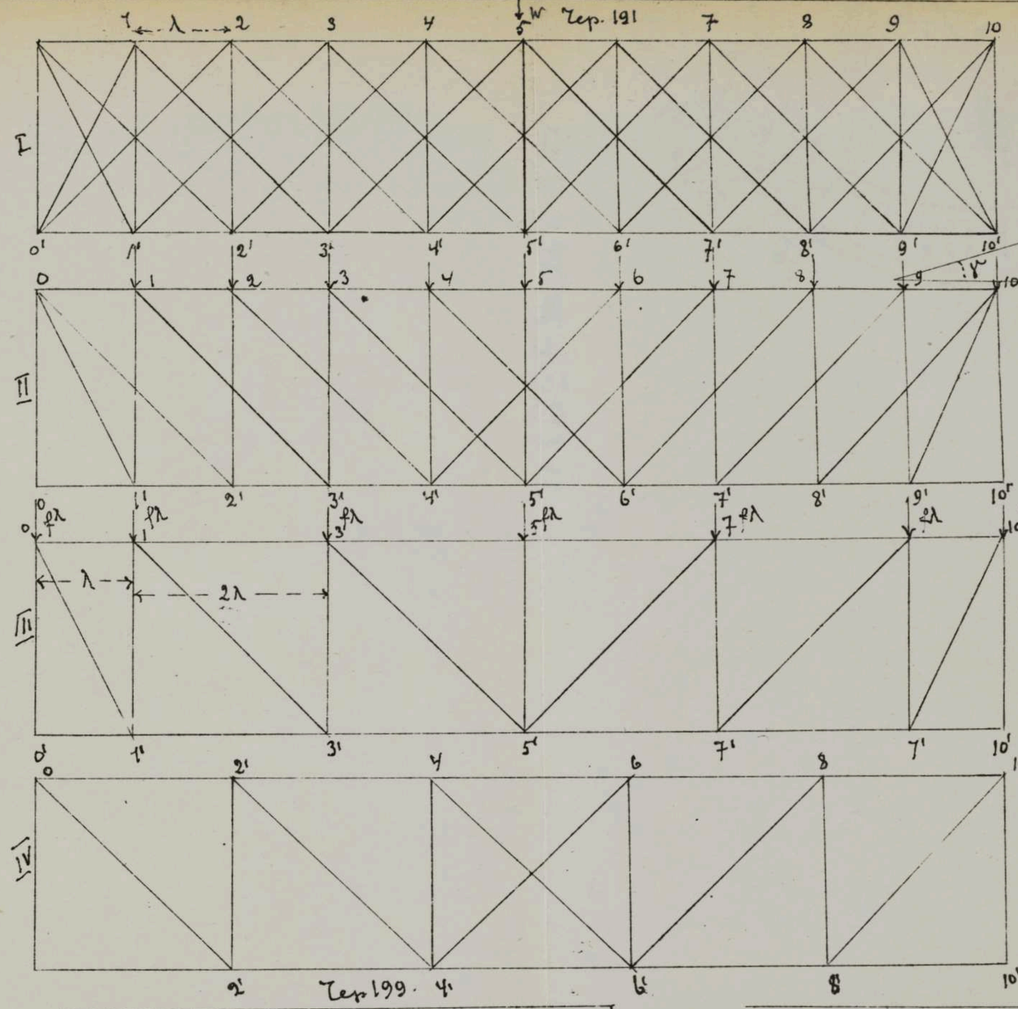
Чер. 193



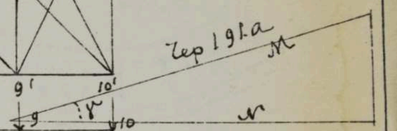
Чер. 192.



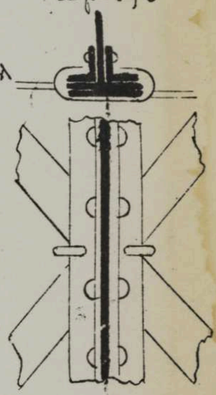
Чер. 191



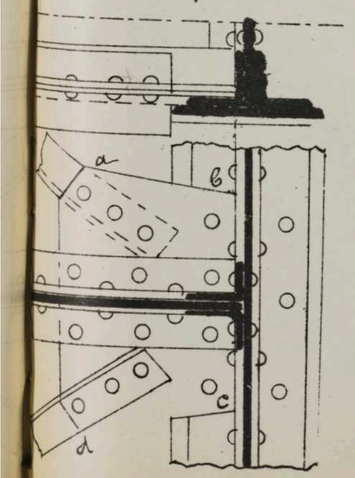
Чер 191а



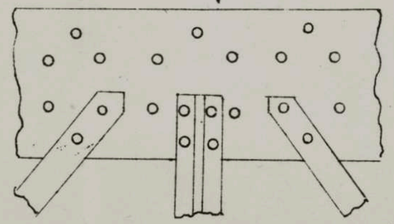
Чер. 198



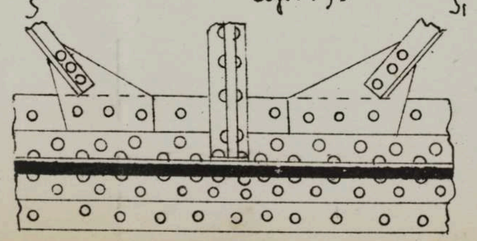
Чер. 195



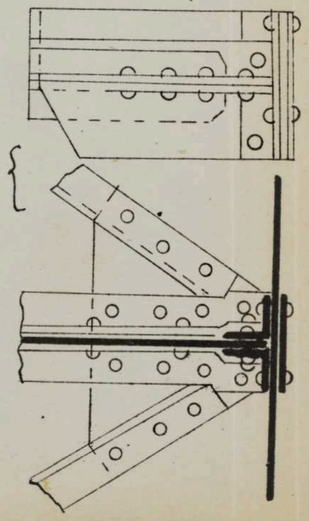
Чер. 194



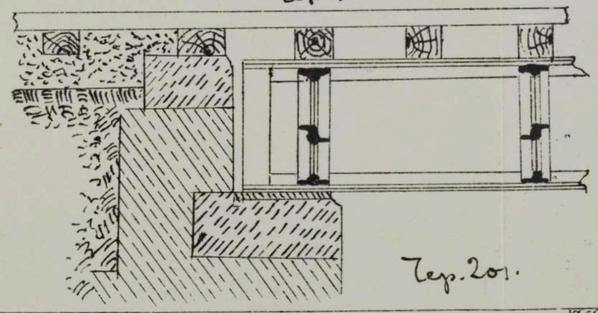
Чер. 196



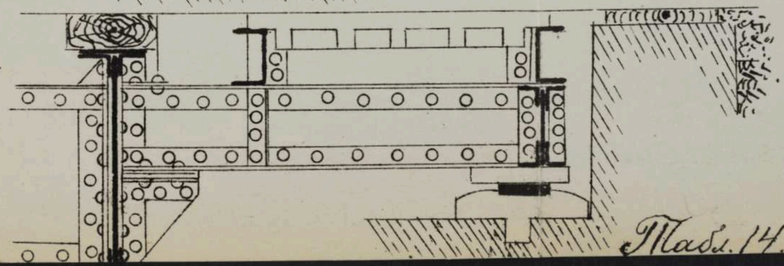
Чер. 197



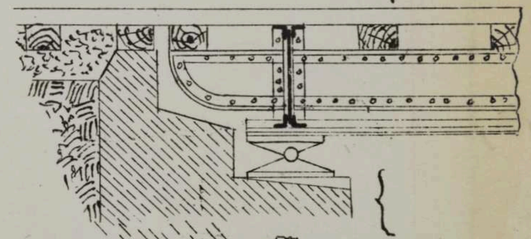
Чер. 199.



Чер. 201.



Чер. 200



Чер. 202

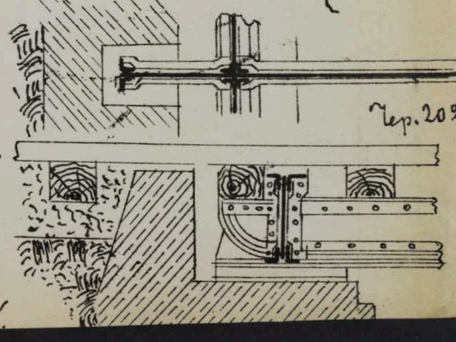
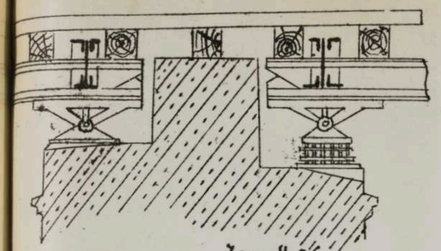
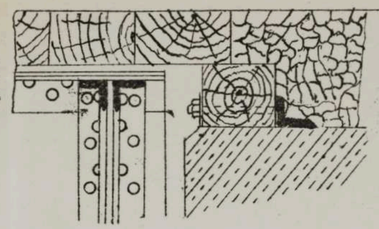


Табл. 14.

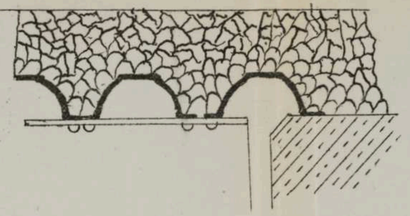
Чер. 203



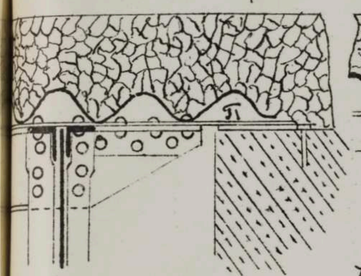
Чер. 204

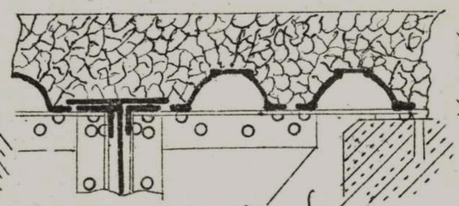


Чер. 205



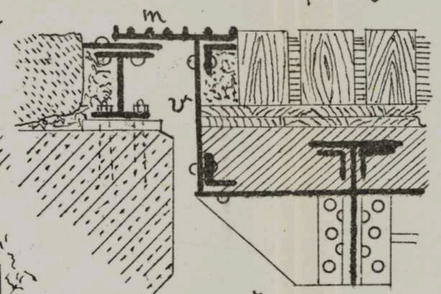
Чер. 206



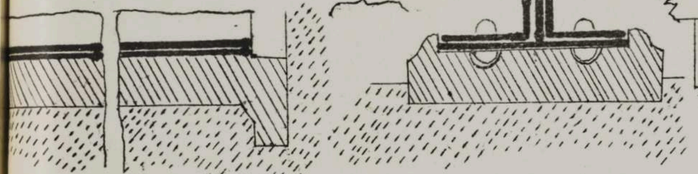


Чер. 207

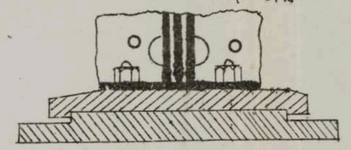
Чер. 208



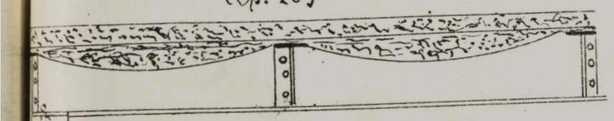
Чер. 210



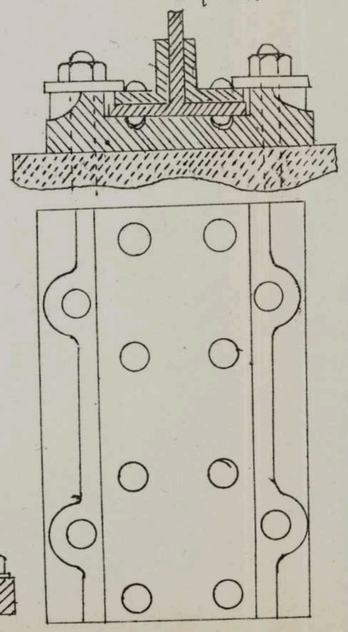
Чер. 212



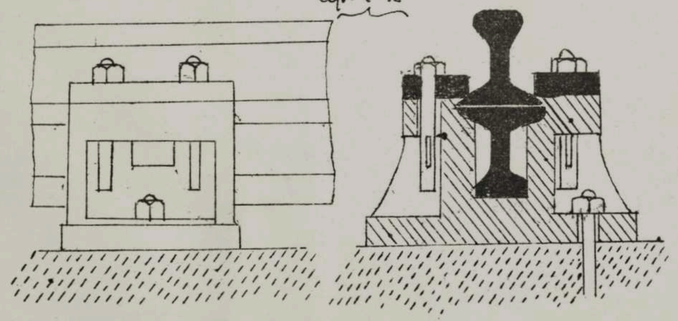
Чер. 209



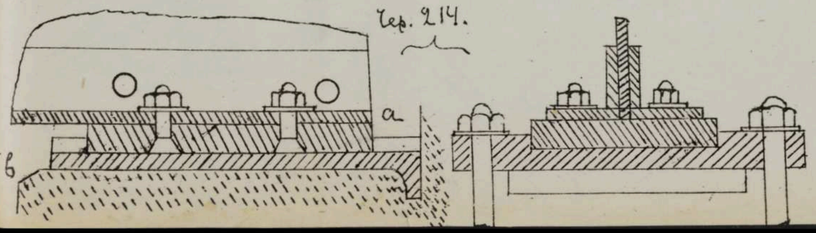
Чер. 211



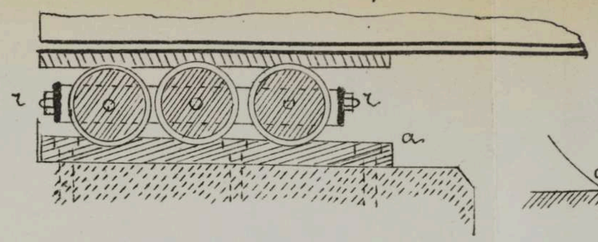
Чер. 212



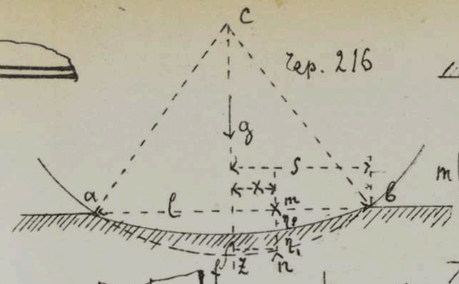
Чер. 214.



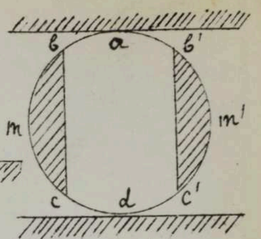
Чер. 215



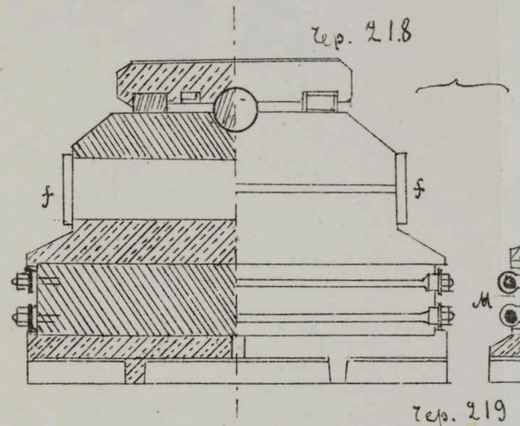
Чер. 216

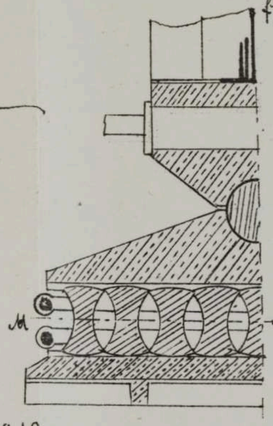


Чер. 217

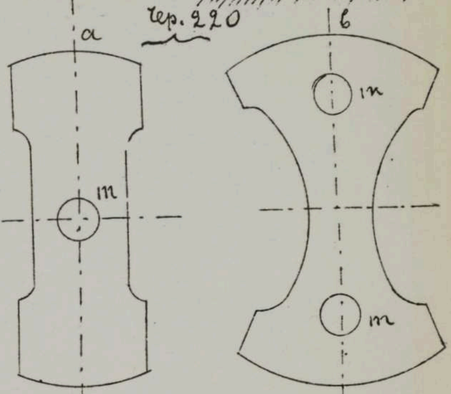


Чер. 218

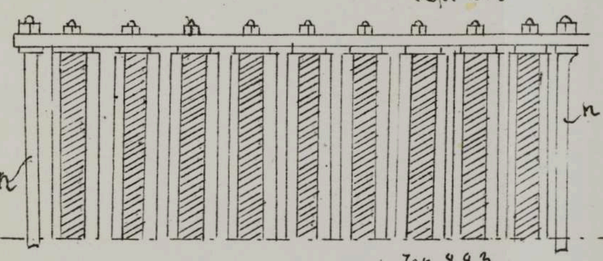




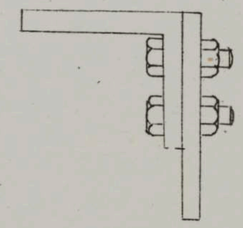
Чер. 220



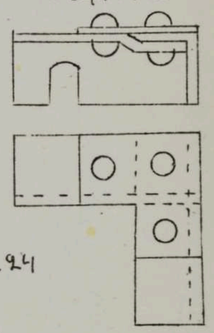
Чер. 219



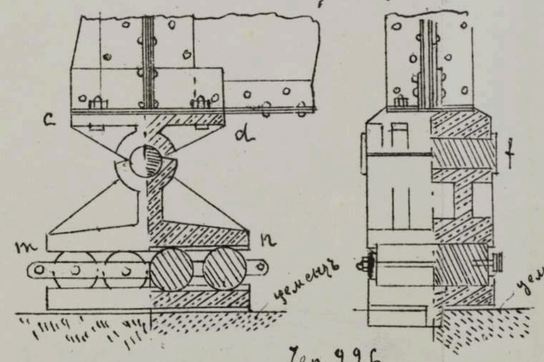
Чер. 221



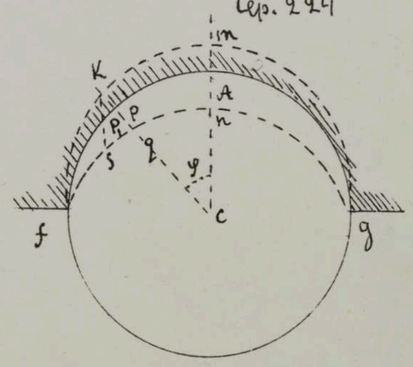
Чер. 222



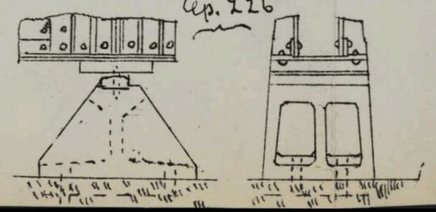
Чер. 223



Чер. 224



Чер. 226



Чер. 227

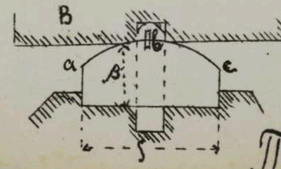
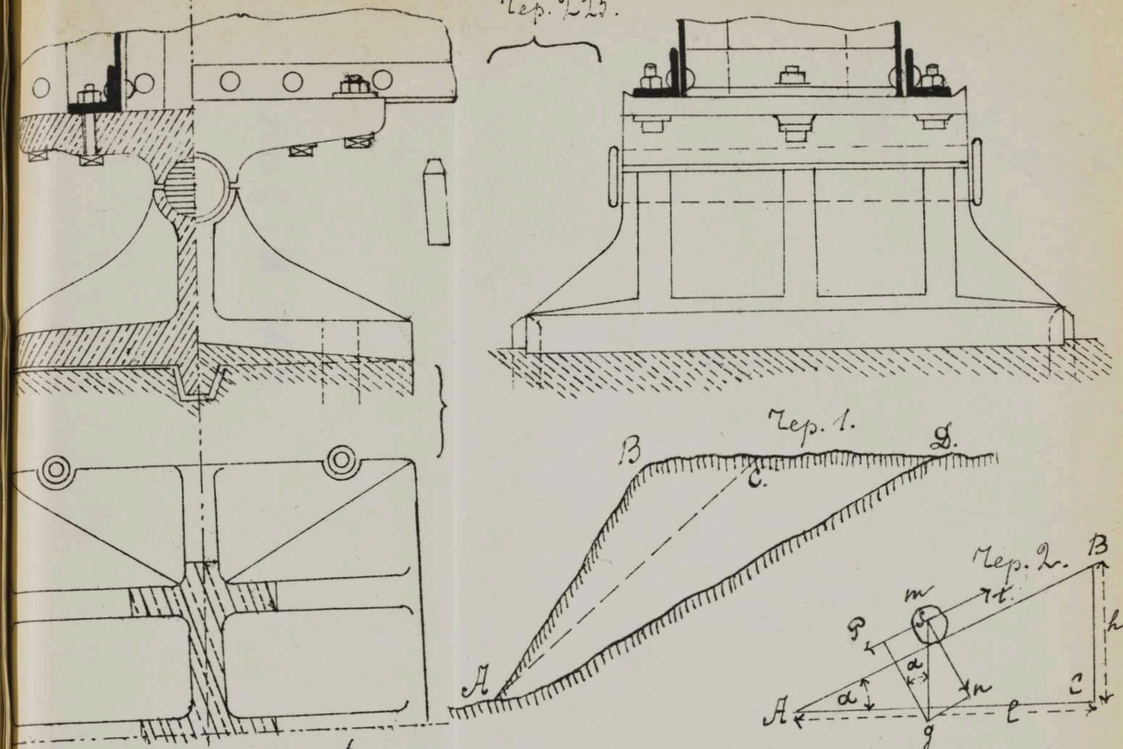


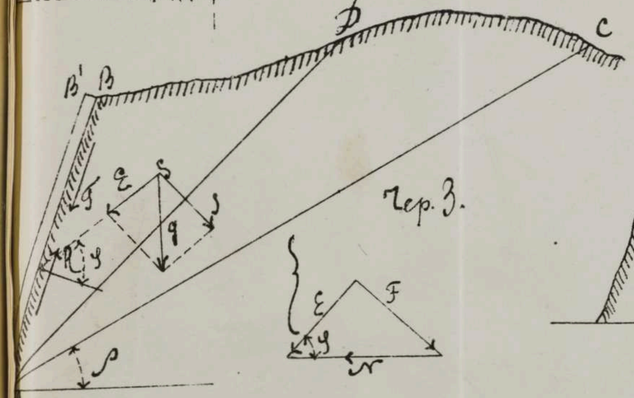
Таблица 15.

Чер. 225.

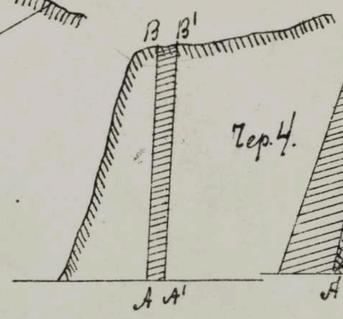


Чер. 1.

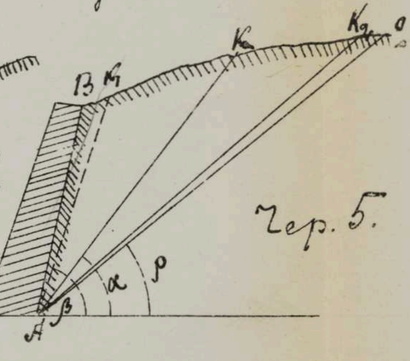
Чер. 2.



Чер. 3.

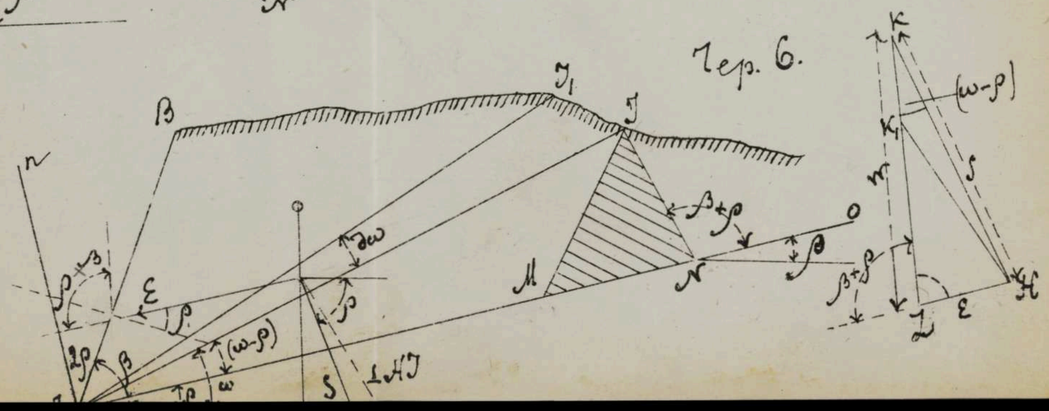


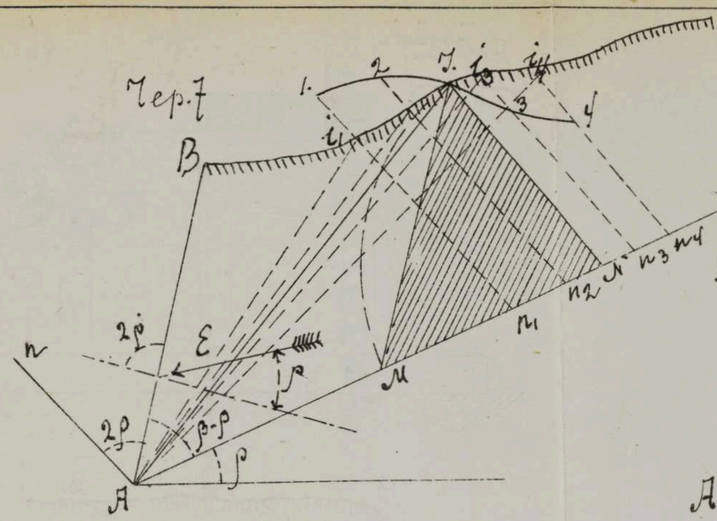
Чер. 4.



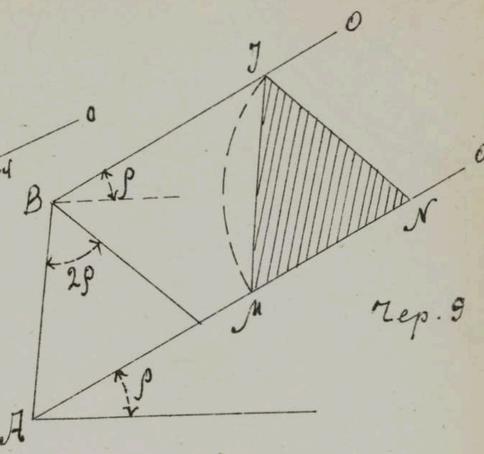
Чер. 5.

Чер. 6.



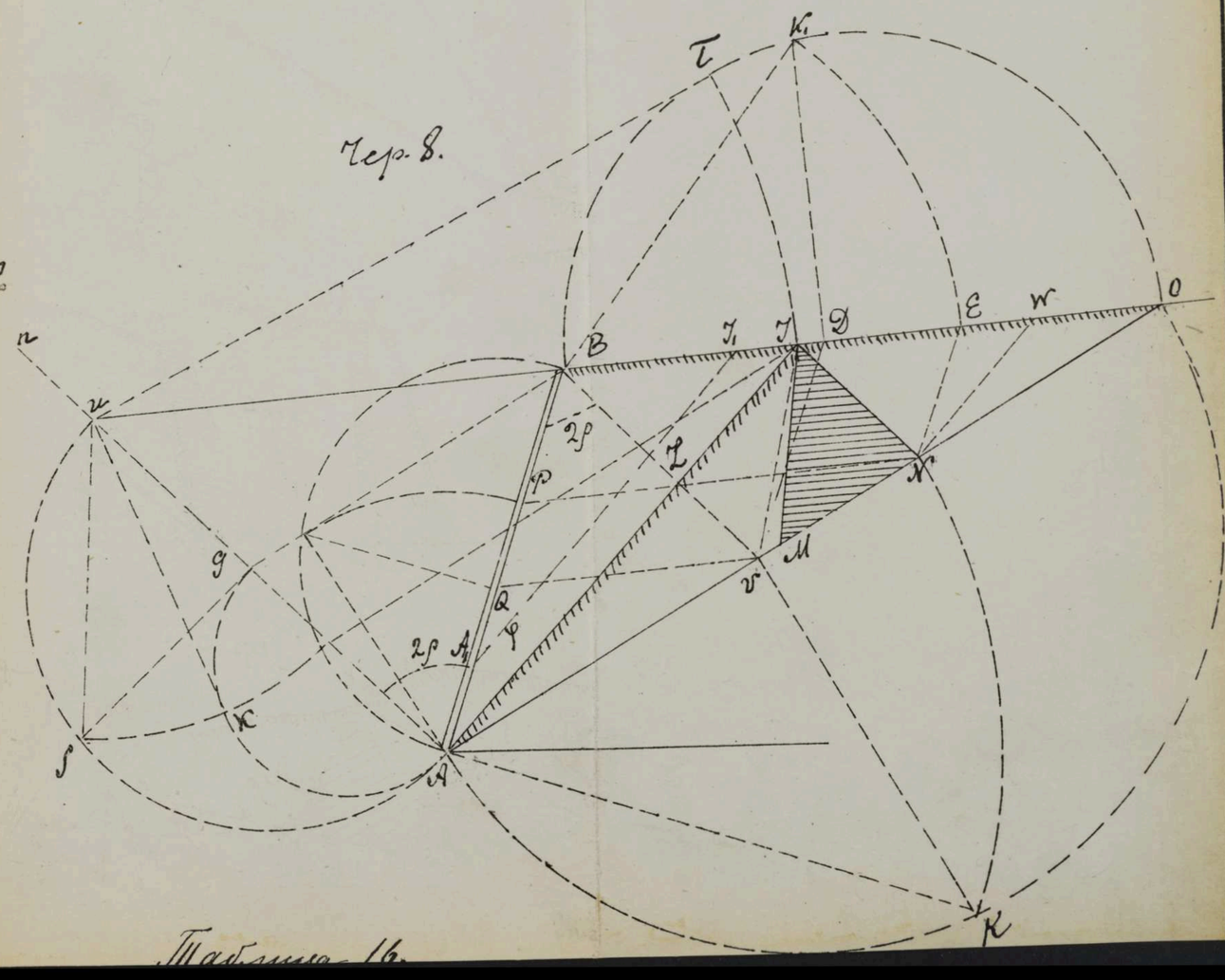


Чер. 7.

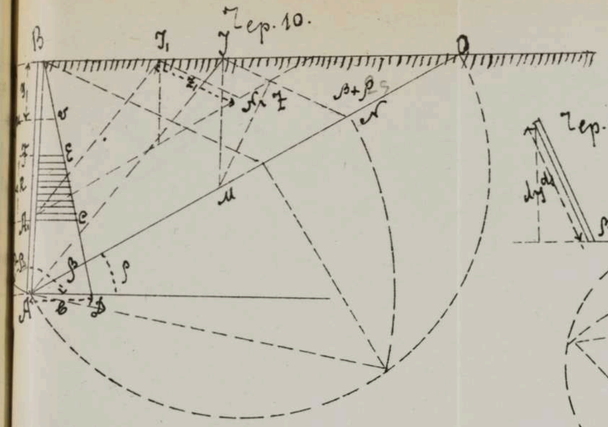


Чер. 9.

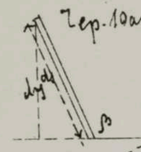
Чер. 8.



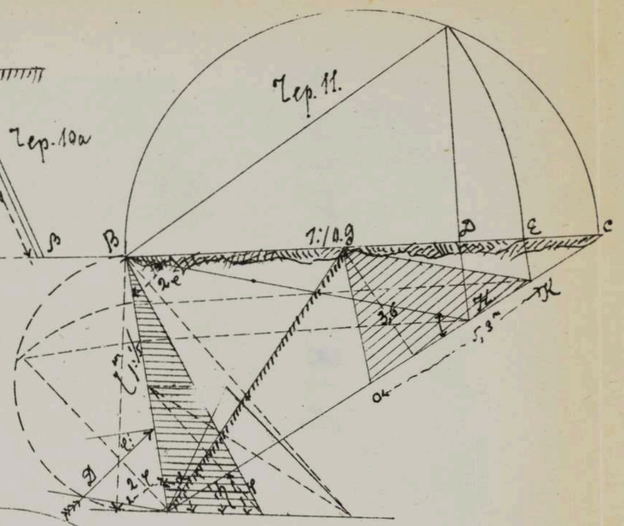
Черт. 10.



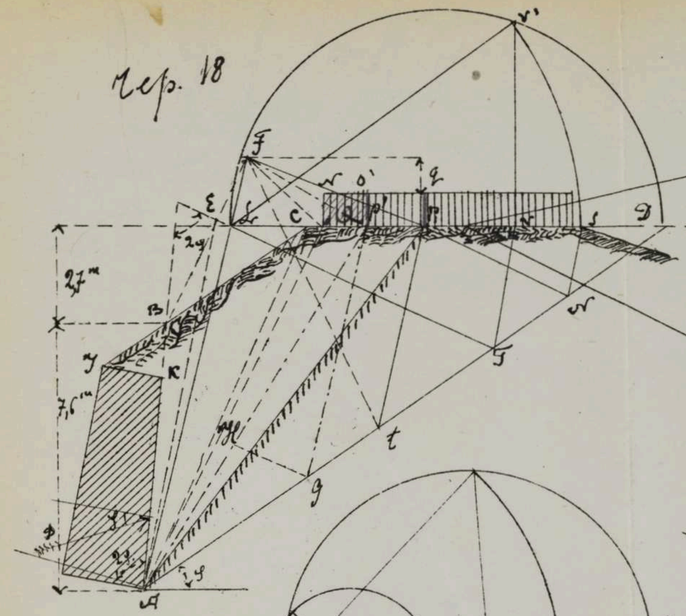
Черт. 10а



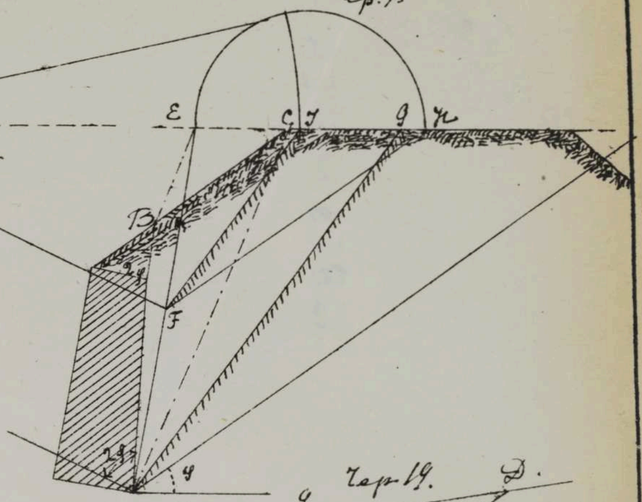
Черт. 11.



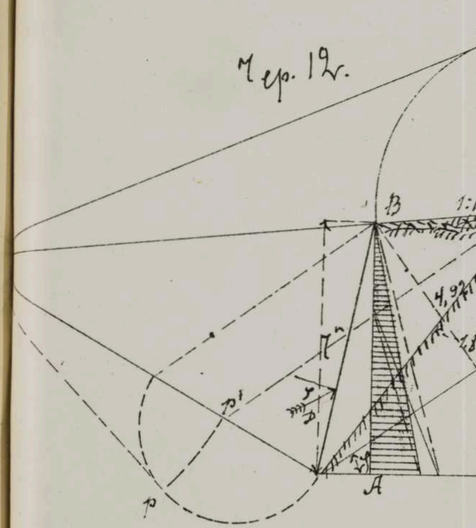
Черт. 18



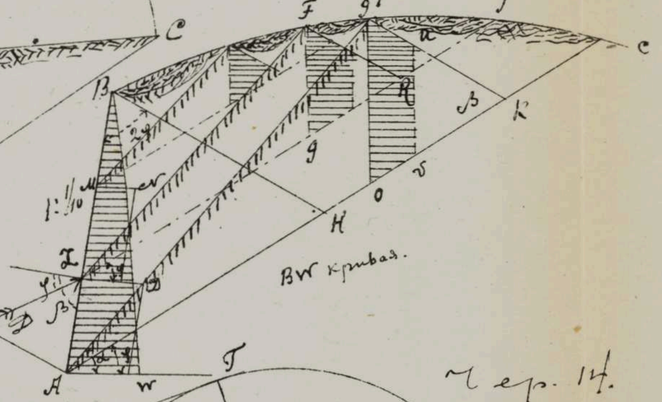
Черт. 15



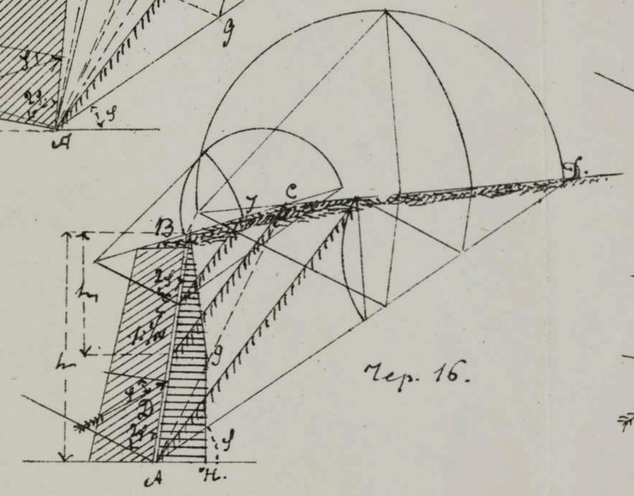
Черт. 12.



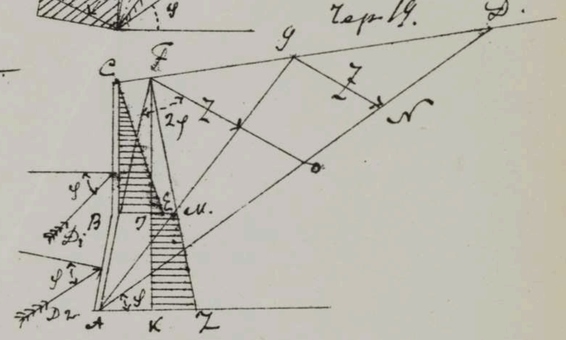
Черт. 13.



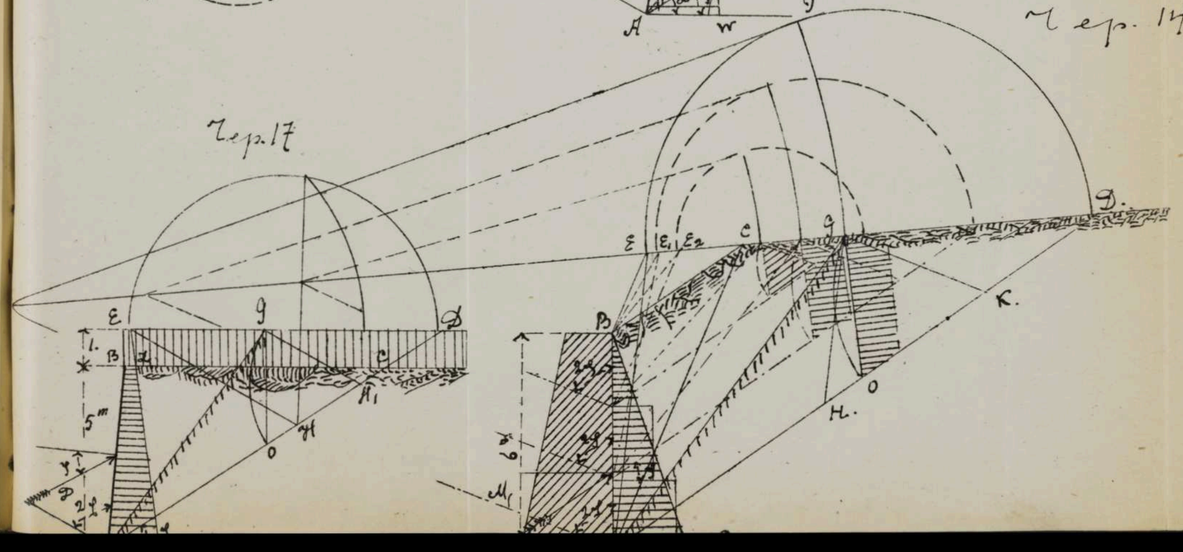
Черт. 16.



Черт. 19.

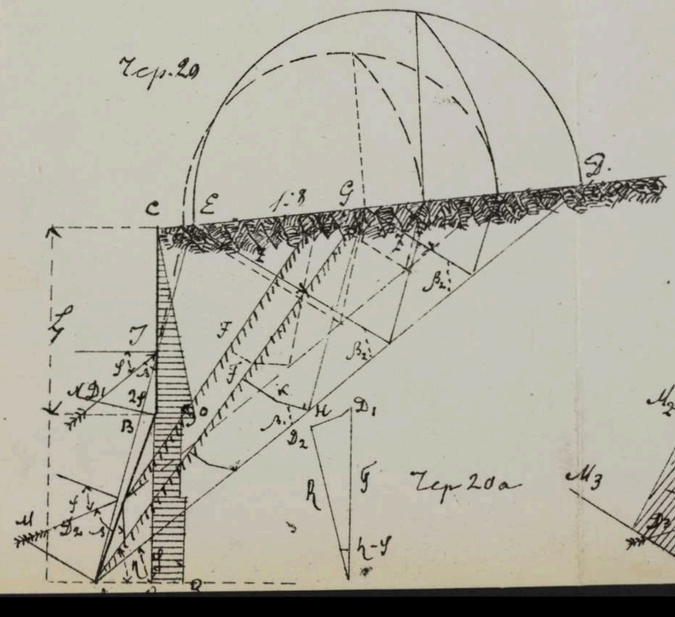


Черт. 14.

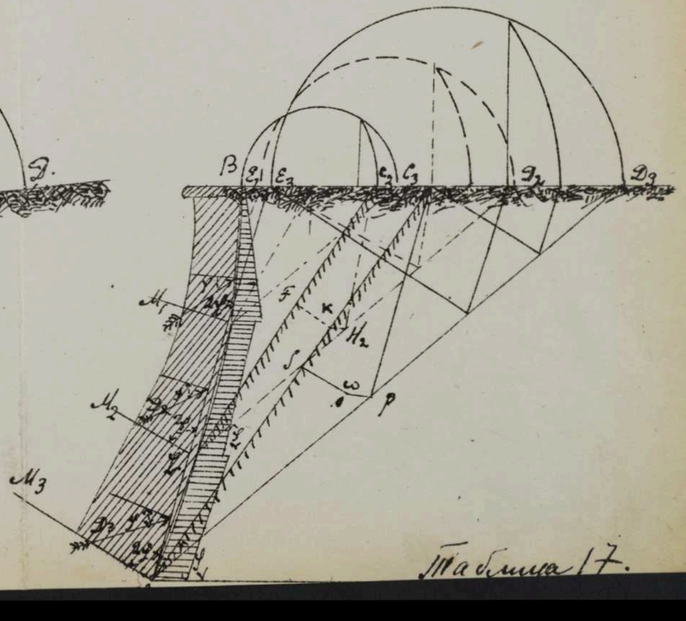


Черт. 17

Черт. 20



Черт 20а



Черт. 22.

Таблица 17.

Чер. 21.

Чер. 23.

Чер. 24.

Чер. 25

Чер. 26.

Чер. 26a

Чер. 28.

Чер. 27.

Чер. 27a

Чер. 29.

Чер. 30

Чер. 31a

Чер. 31a, b, c, d, f и g.

Чер. 32.

Чер. 35.

Чер. 33.

Чер. 37.

Чер. 36.

Чер. 38.

Чер. 39; a, b, c, d, g, k, i.

Чер. 40

Чер. 44.

Чер. 43

Чер. 41.

Чер. 41а

Чер. 42.

Чер. 42а

Чер. 45.

Чер. 46.

Чер. 47

Чер. 48.

Чер. 49.

Чер. 50.

Чер. 51.

Чер. 52.

Чер. 53.

Чер. 54а.

Чер. 54б.

Чер. 55.

Чер. 56.

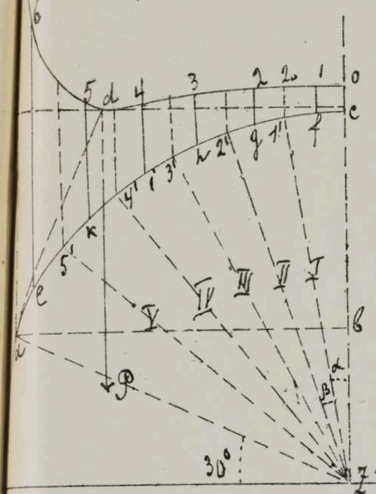
Чер. 57.

Чер. 58.

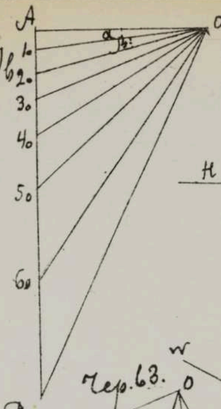
Чер. 59.

Чер. 60.

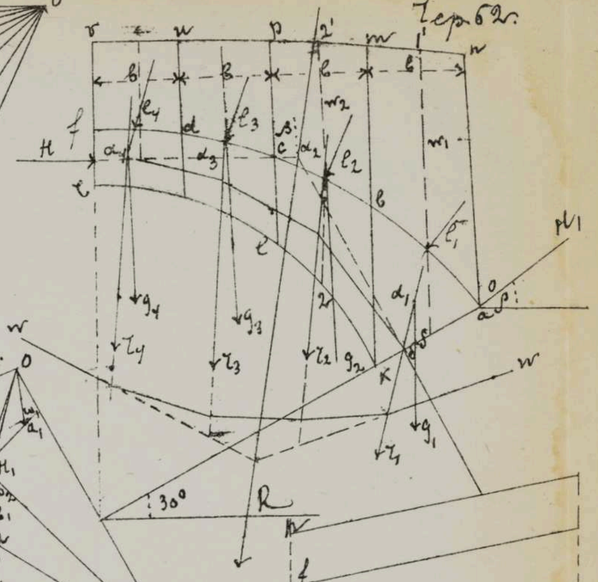
Чер. 61а



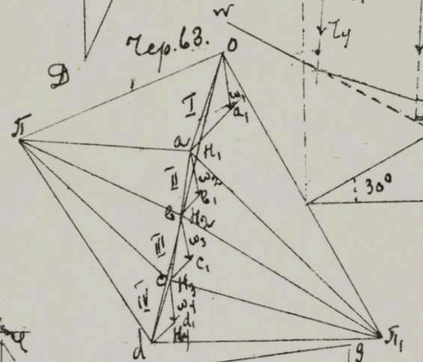
Чер. 61б



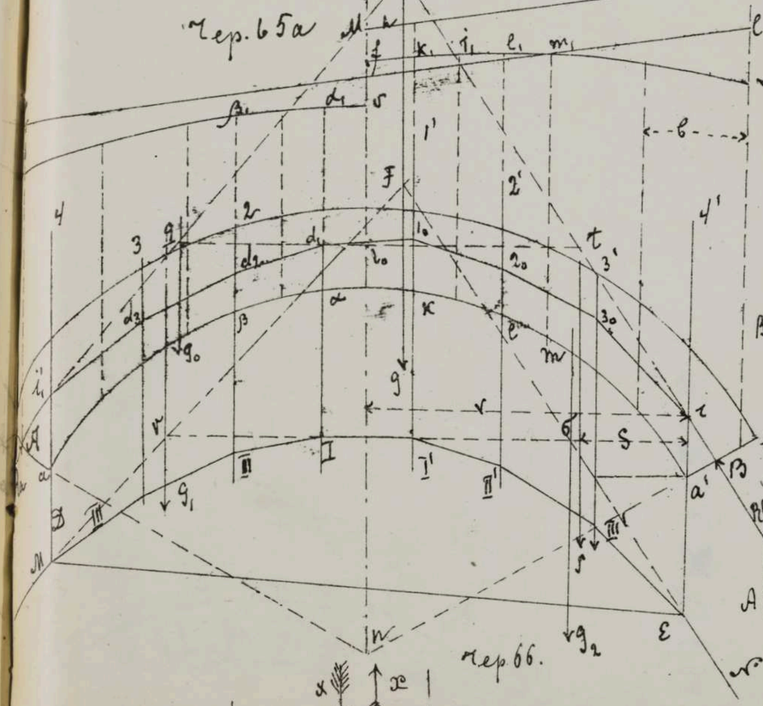
Чер. 62.



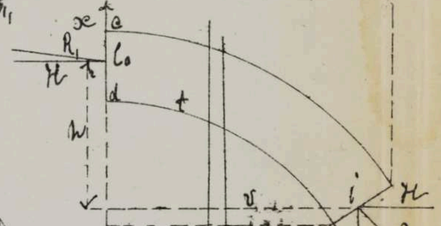
Чер. 63.



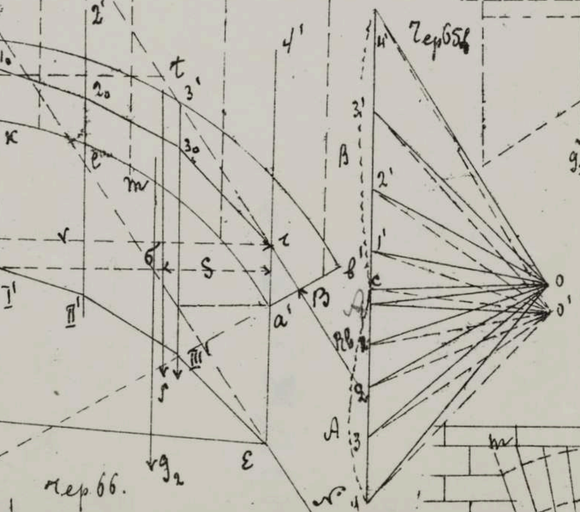
Чер. 65а



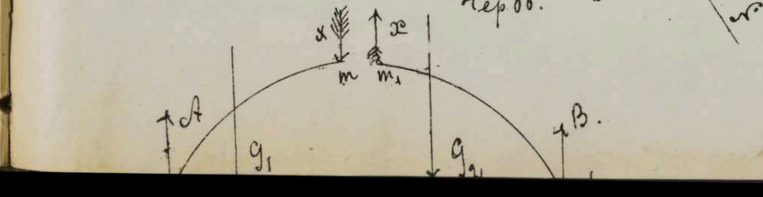
Чер. 67.



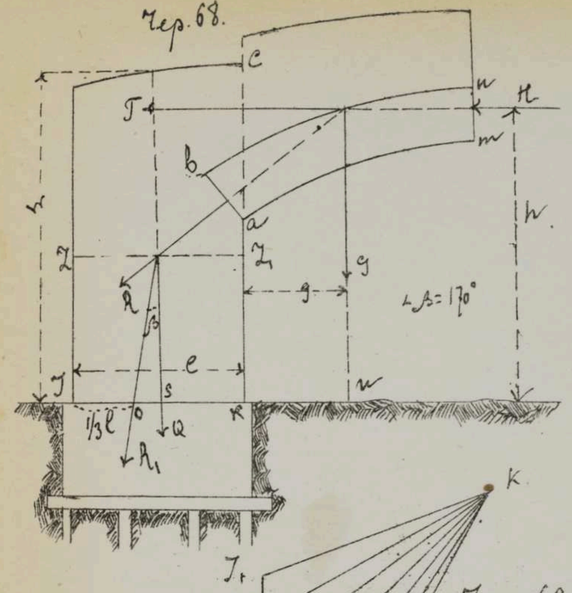
Чер. 64.



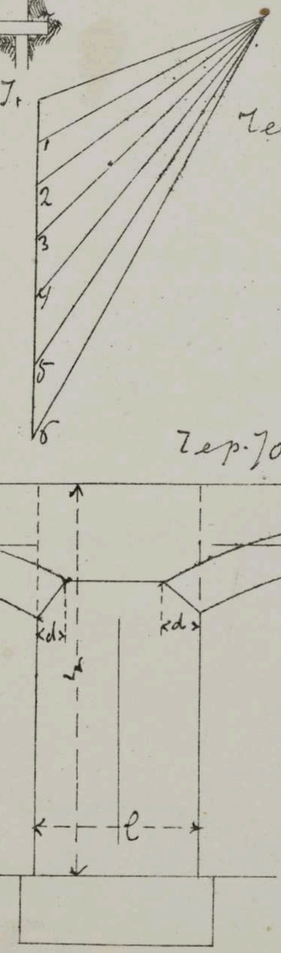
Чер. 66.



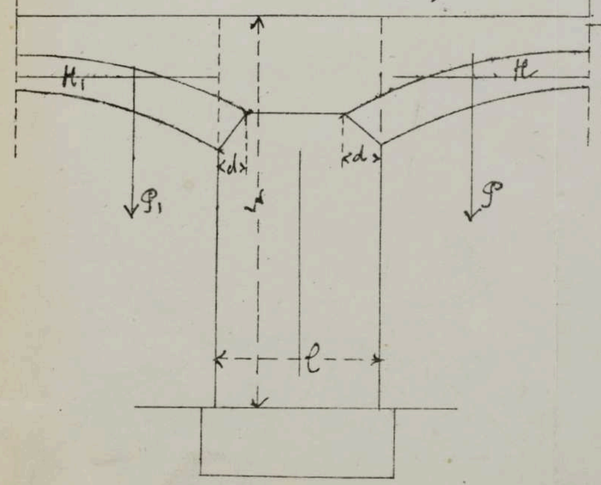
Чер. 68.



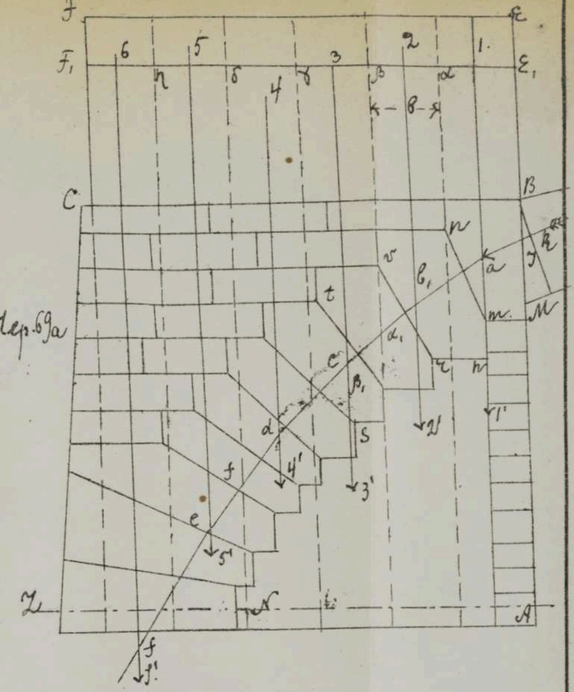
Чер. 69б



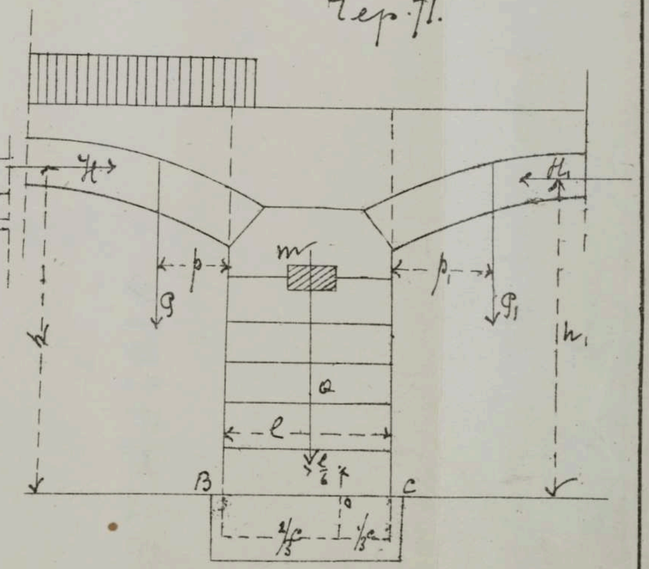
Чер. 70



Чер. 69а



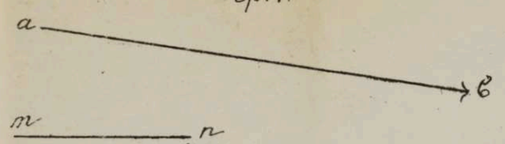
Чер. 71.



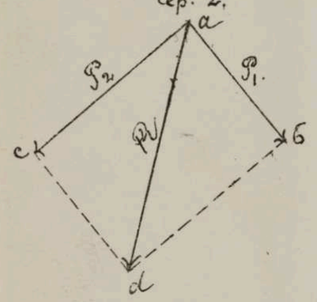
Черёжки 72 и 73 помещены на таблице 13-ой

Таблица 20.

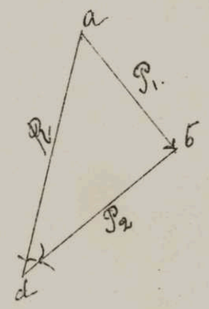
Чер. 1.



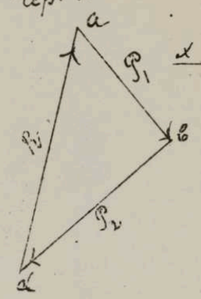
Чер. 2.



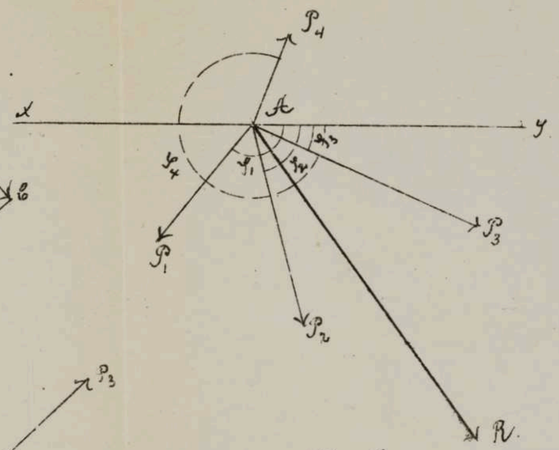
Чер. 3.



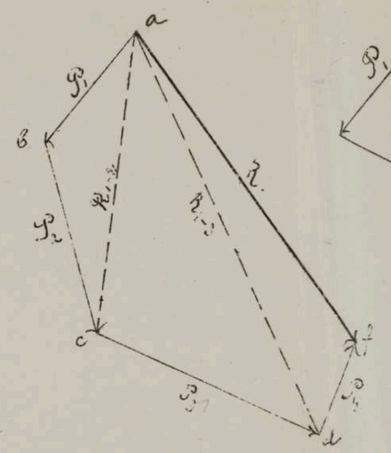
Чер. 4.



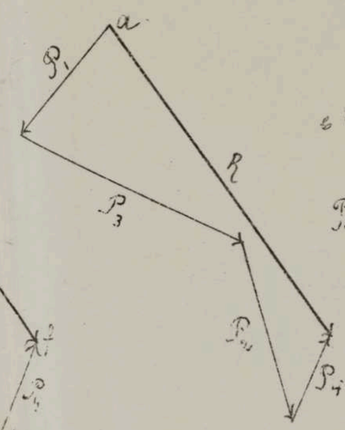
Чер. 5.



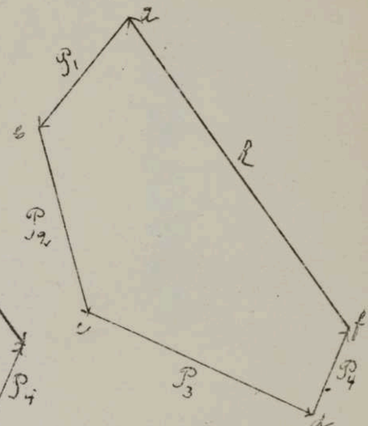
Чер. 5а



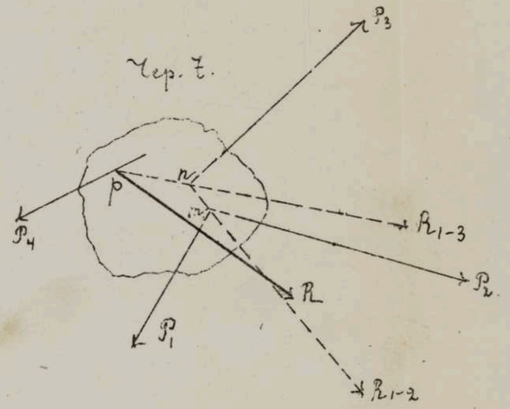
Чер. 5б



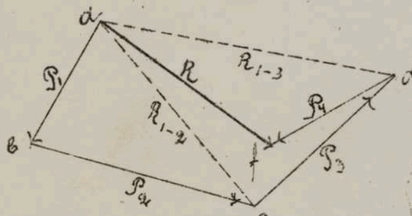
Чер. 6.



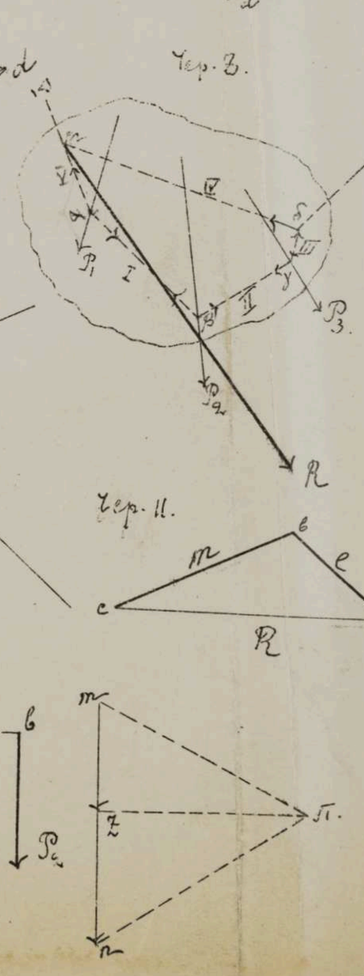
Чер. 7.



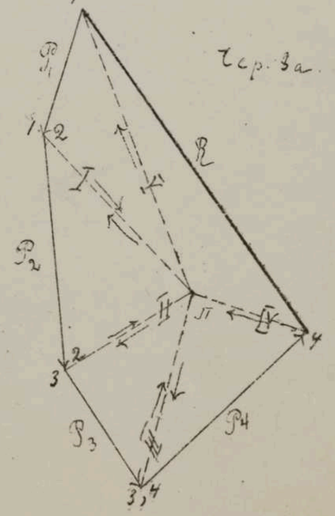
Чер. 7а



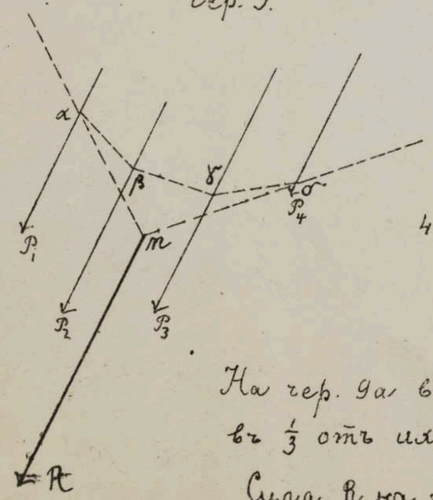
Чер. 8.



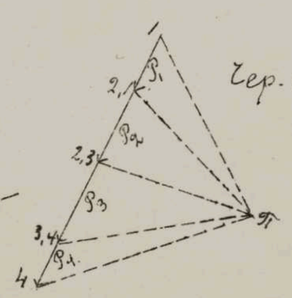
Чер. 8а.



Чер. 9.



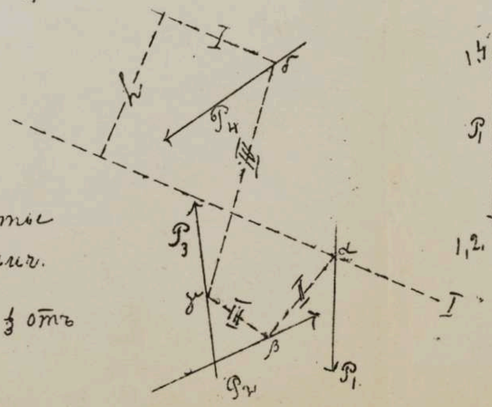
Чер. 9а.



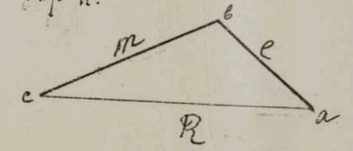
На чер. 9а всѣ сили взяты въ $\frac{1}{3}$ отъ ихъ натур. велич.

Сила R на чер. 9. также $\frac{1}{3}$ отъ натур. велич.

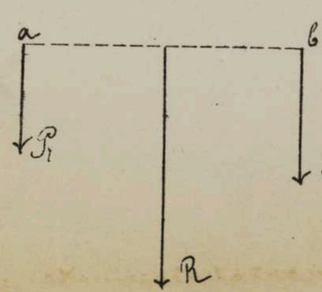
Чер. 10.



Чер. 11.



Чер. 12.

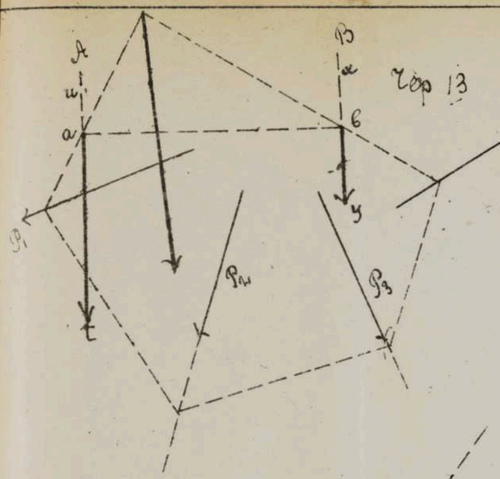


Чер. 13.

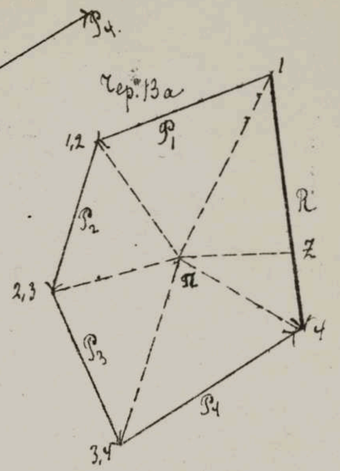
Чер. 13а.

Таблица 1-а

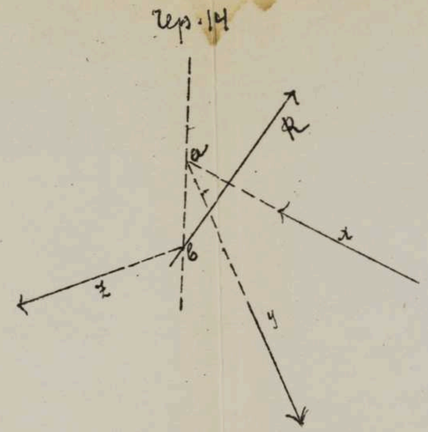
Чер. 13



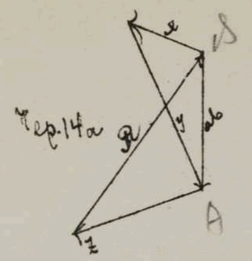
Чер. 13а



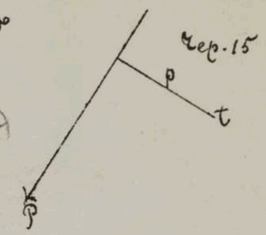
Чер. 14



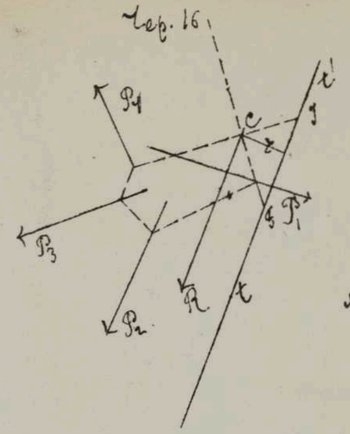
Чер. 14а



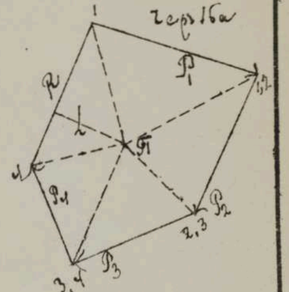
Чер. 15



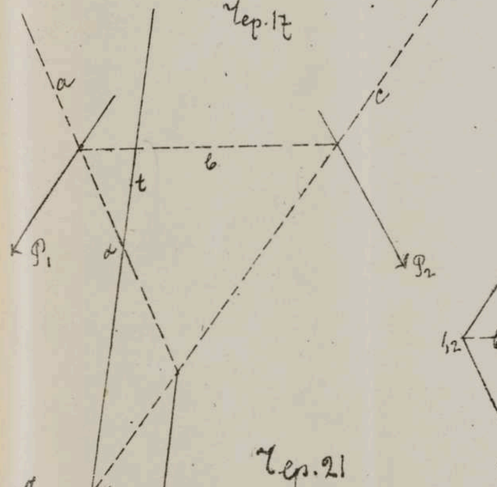
Чер. 16



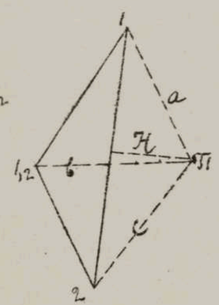
Чер. 16а



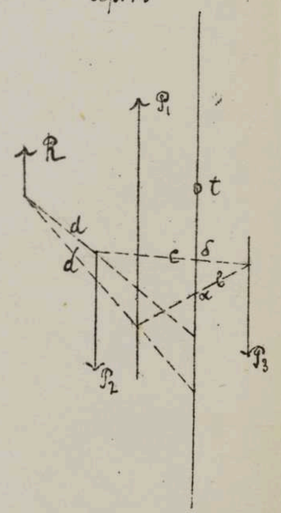
Чер. 17



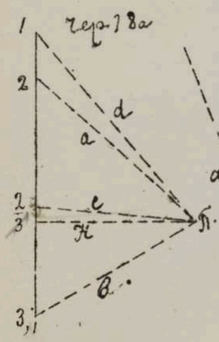
Чер. 17а



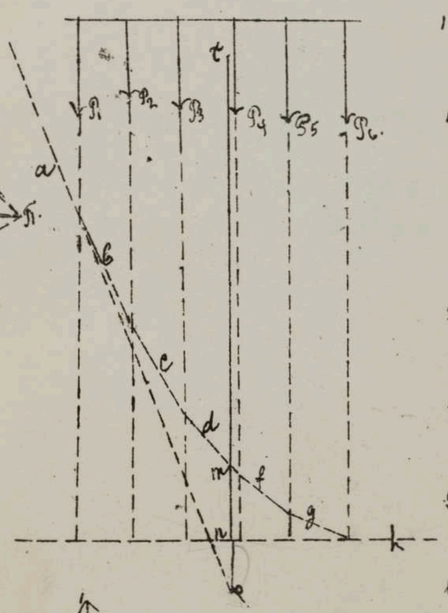
Чер. 18



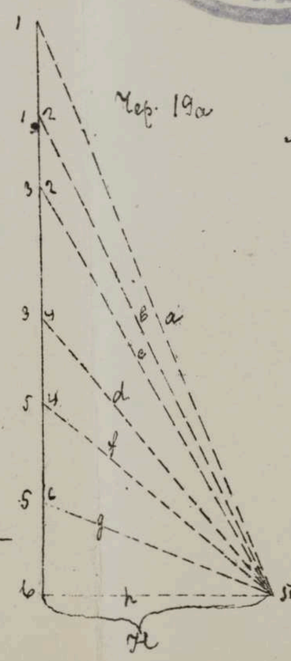
Чер. 18а



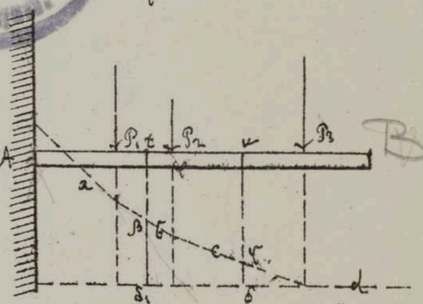
Чер. 19.



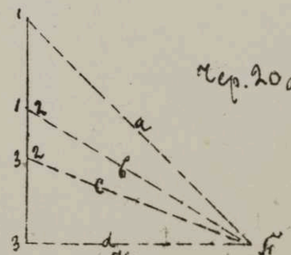
Чер. 19а



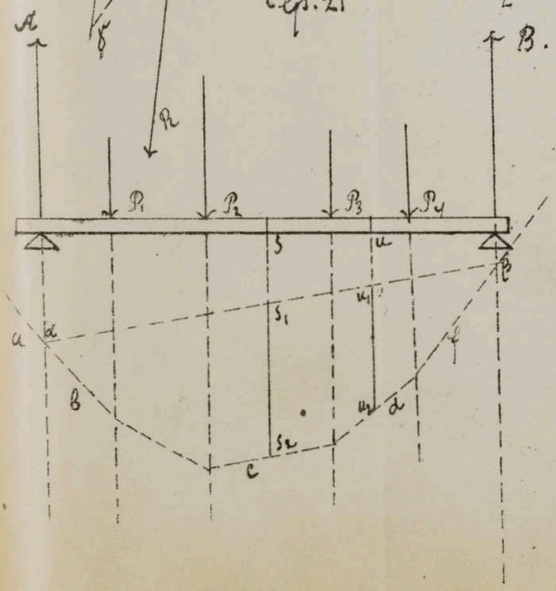
Чер. 20.



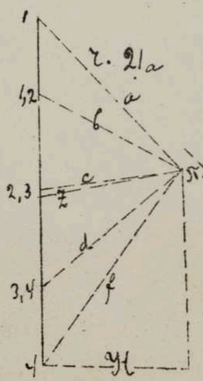
Чер. 20а



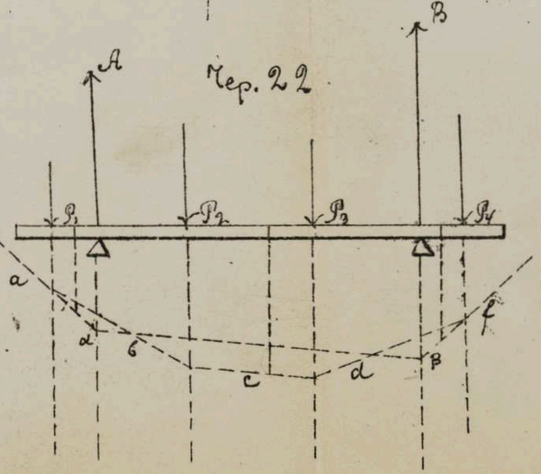
Чер. 21



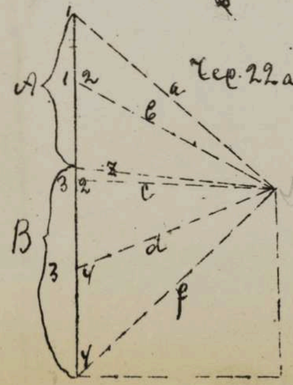
Чер. 21а



Чер. 22



Чер. 22а



Чер. №23.

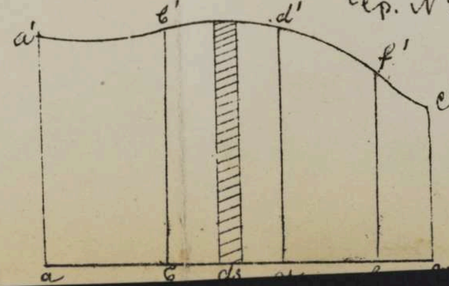
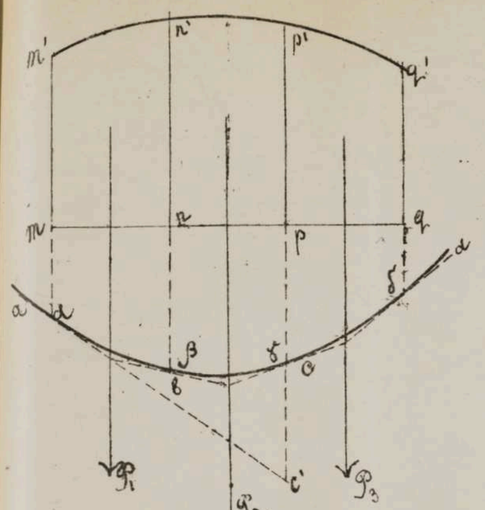
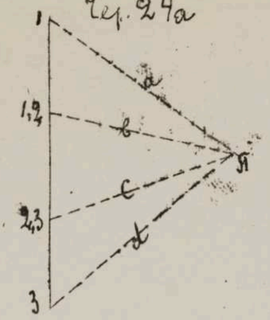


Таблица 2

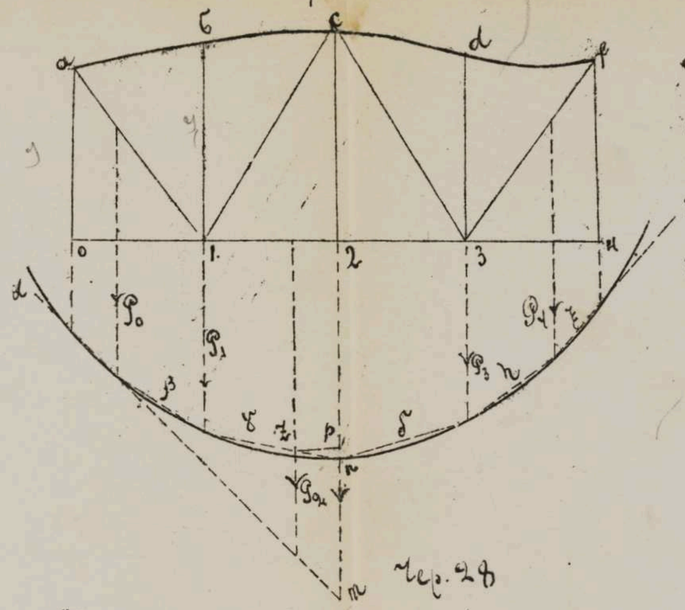
Чер. 24.



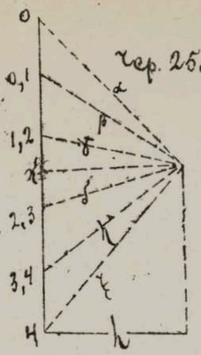
Чер. 24а



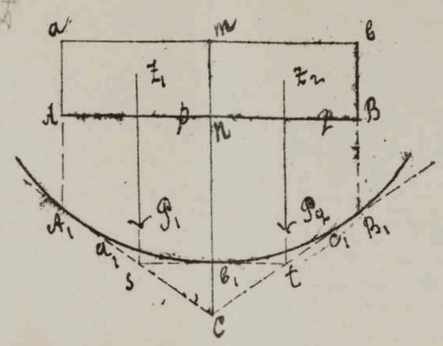
Чер. 25



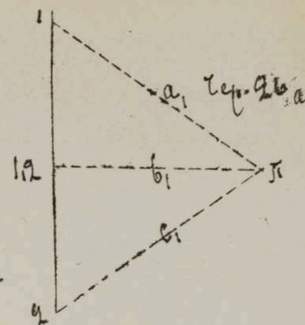
Чер. 25а



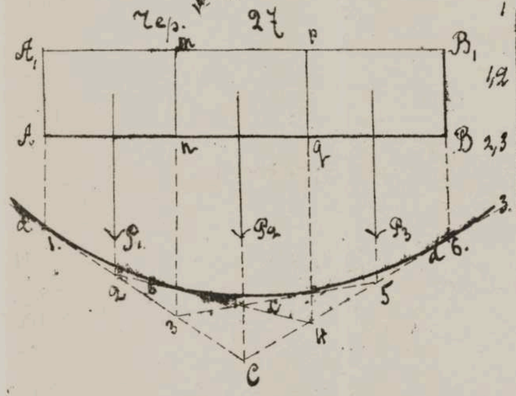
Чер. 26



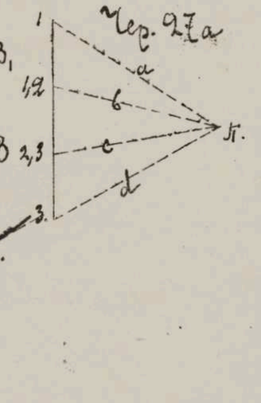
Чер. 26а



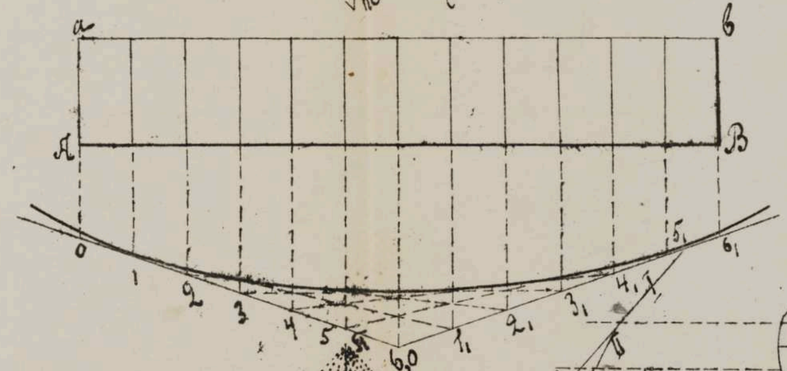
Чер. 27



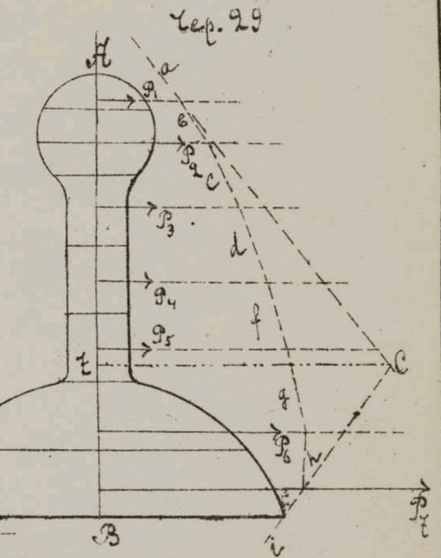
Чер. 27а



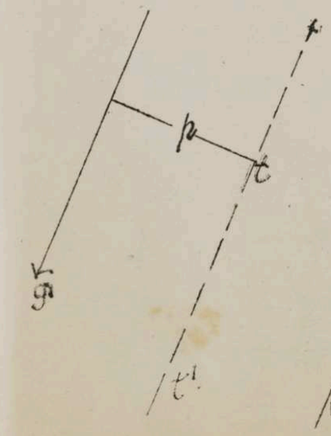
Чер. 28



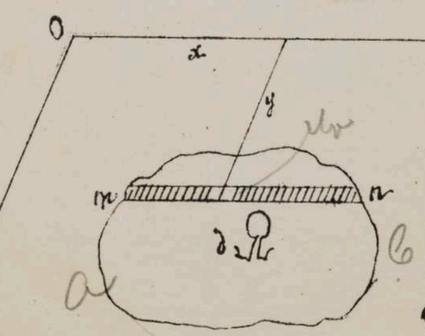
Чер. 29



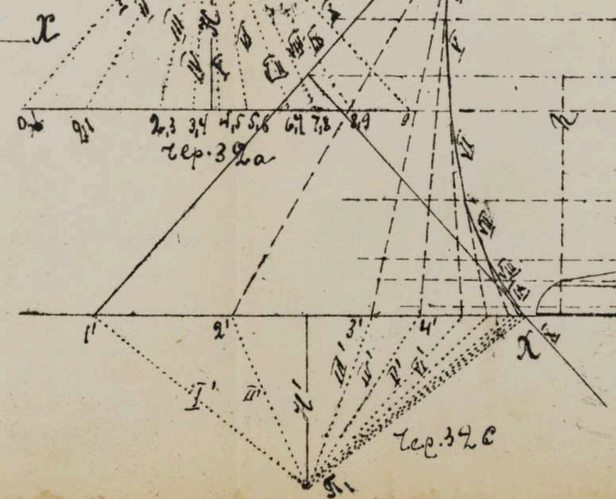
Чер. 30.



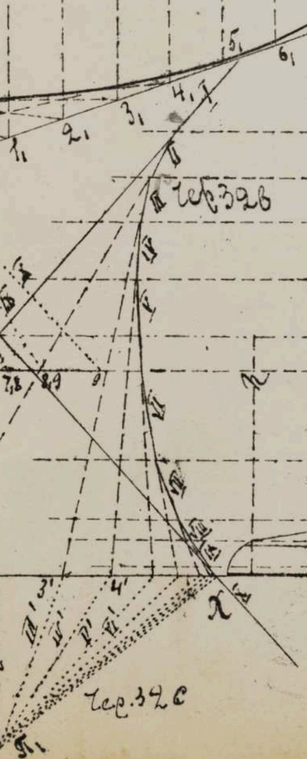
Чер. 31.



Чер. 32а



Чер. 32в



Чер. 32с

Чер. 32д.

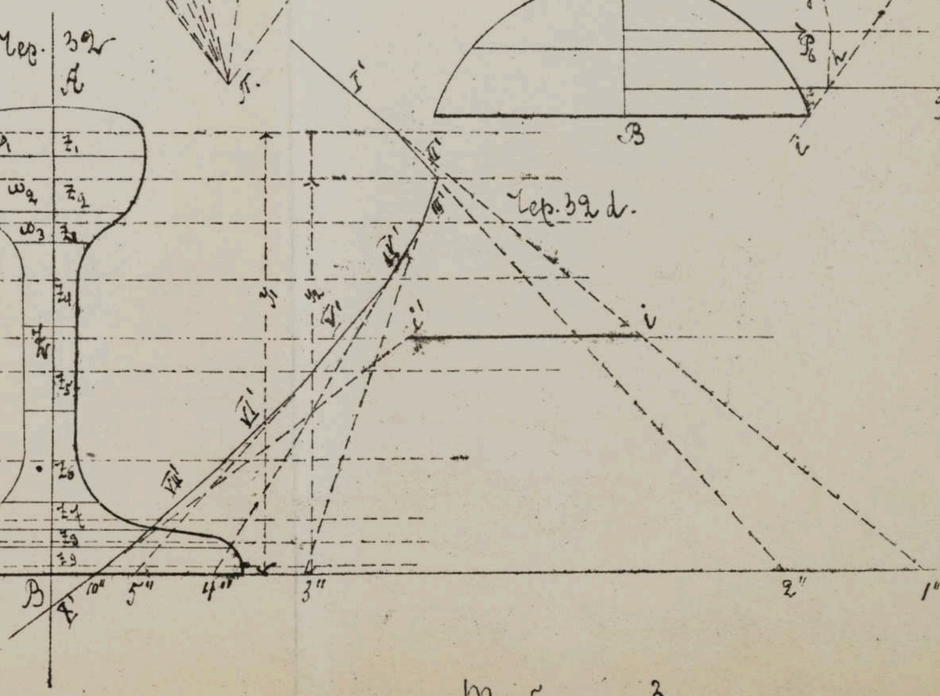
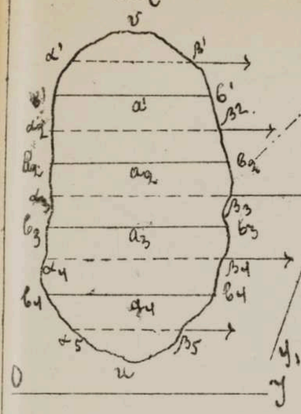
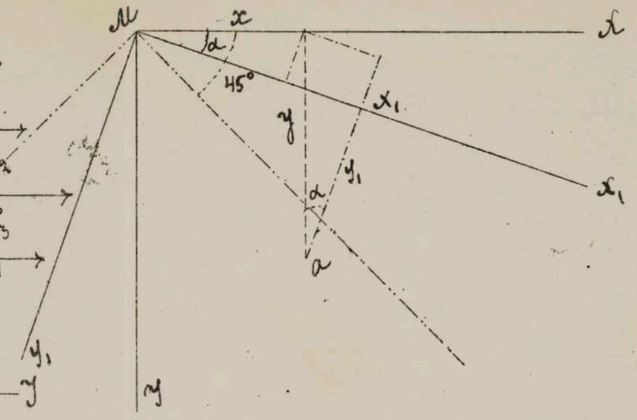


Таблица 3.

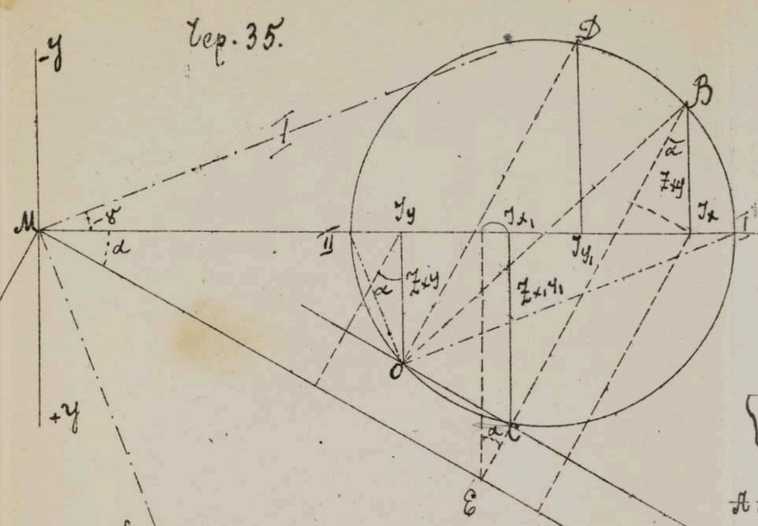
Чер. 33.



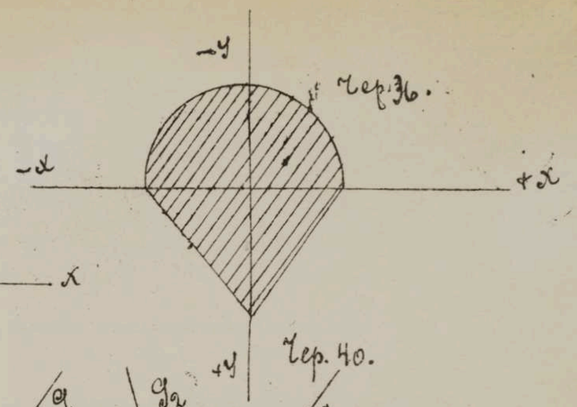
Чер. 34



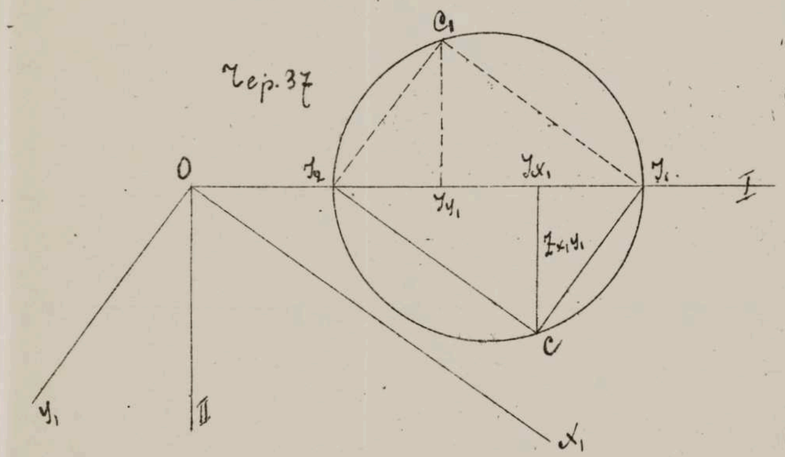
Чер. 35.



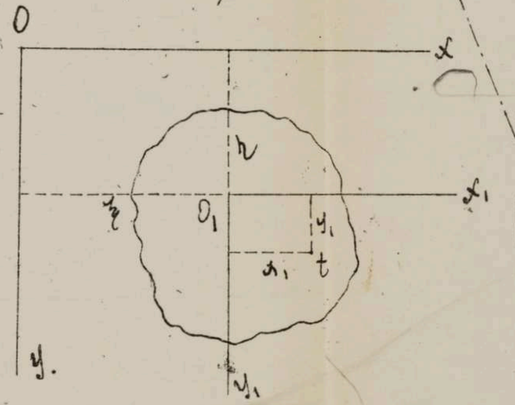
Чер. 36.



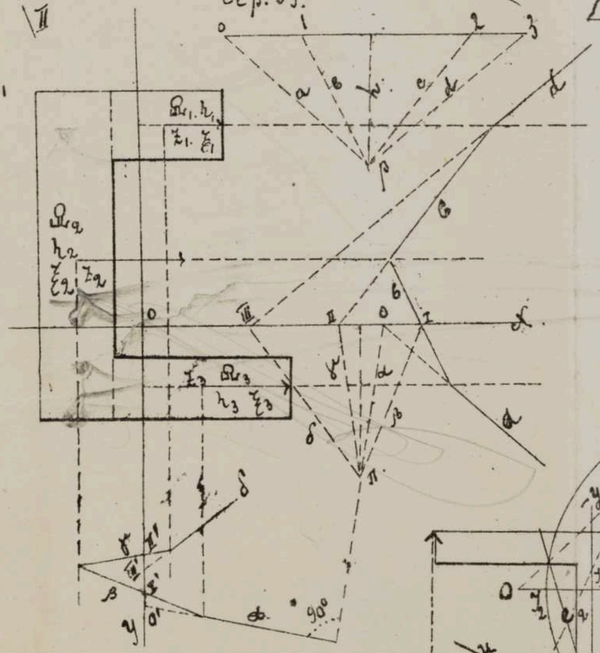
Чер. 37



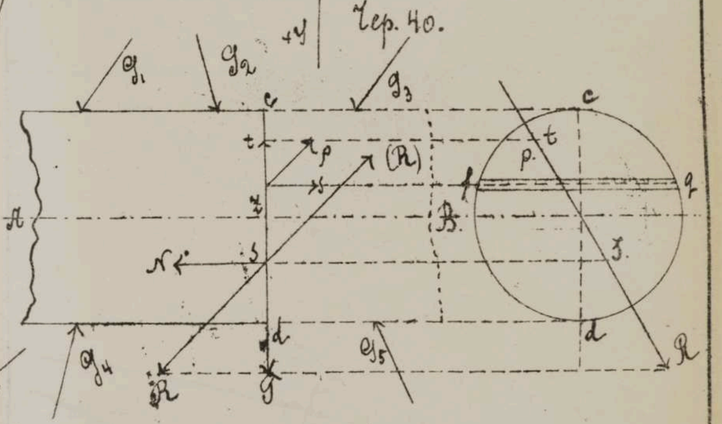
Чер. 38.



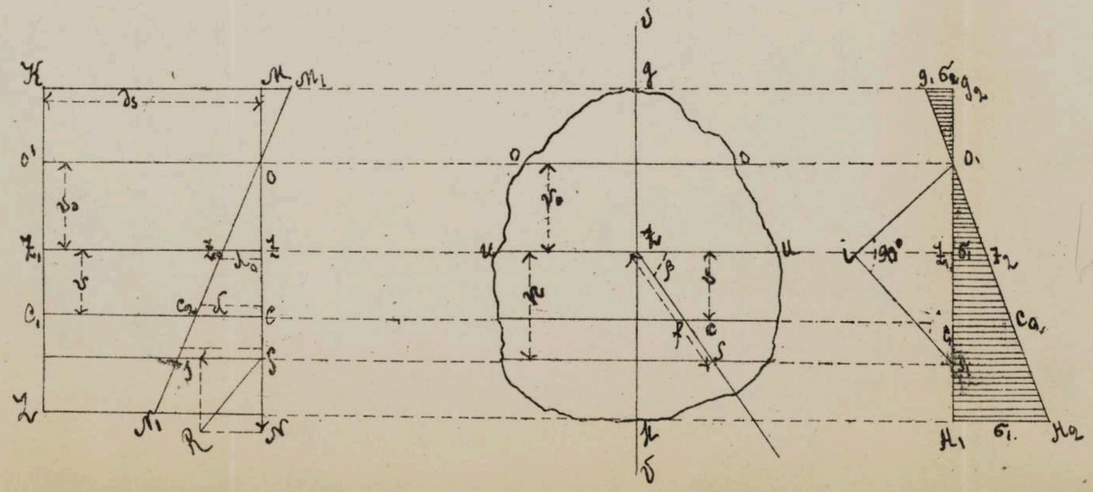
Чер. 39.



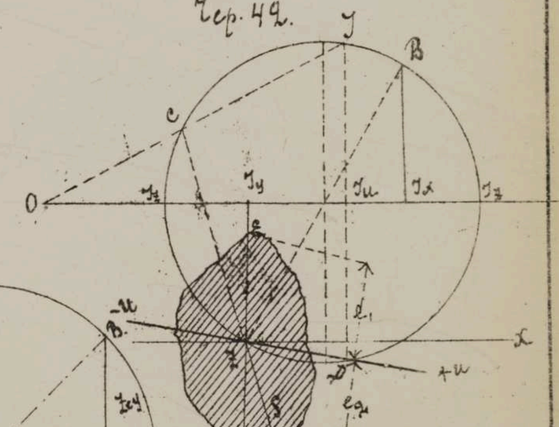
Чер. 40.



Чер. 41.



Чер. 42.



Чер. 43.

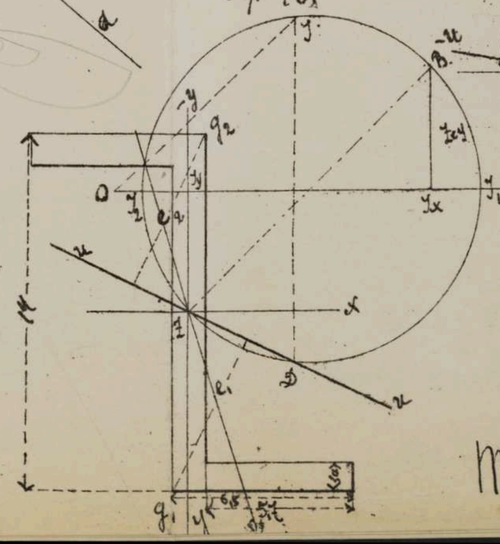
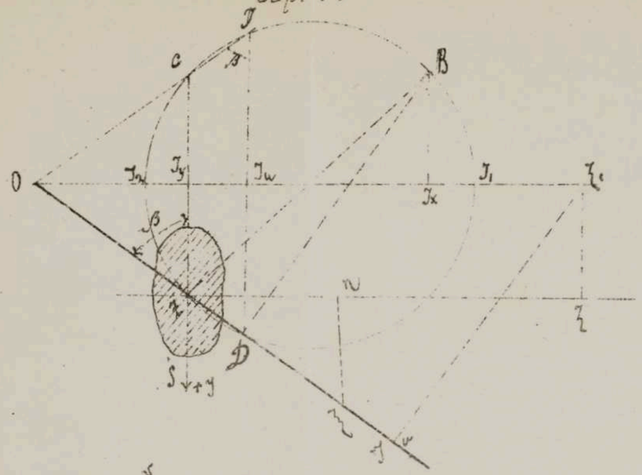
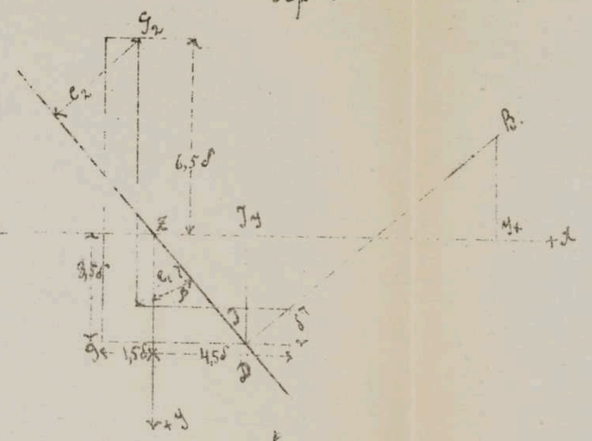


Таблица 4.

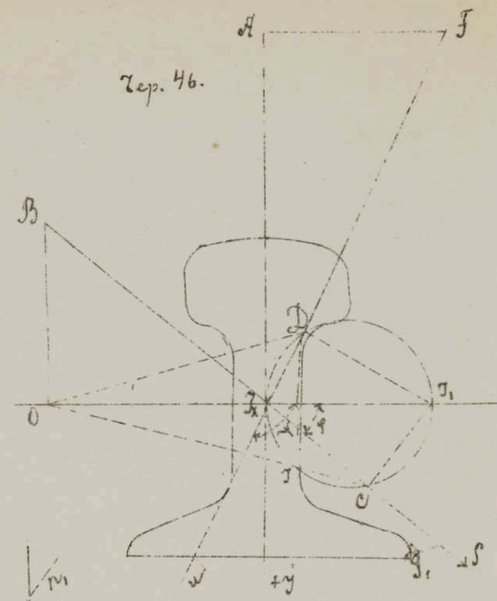
Чер. 44.



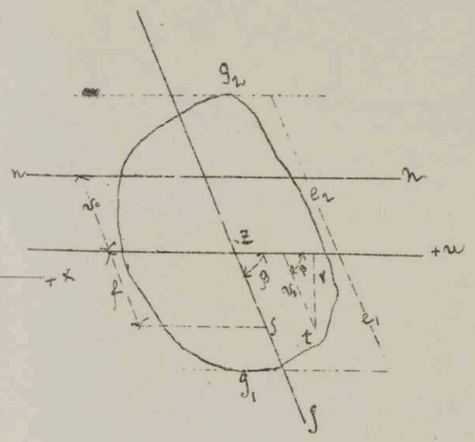
Чер. 45.



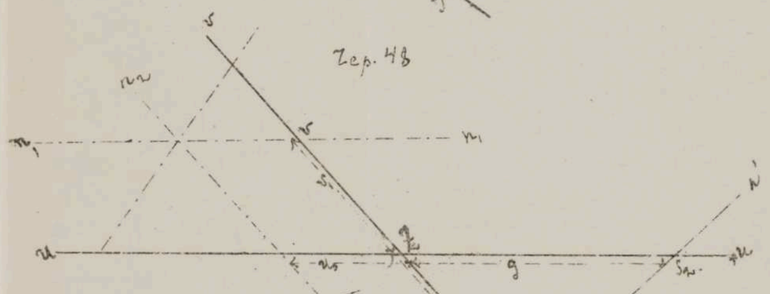
Чер. 46.



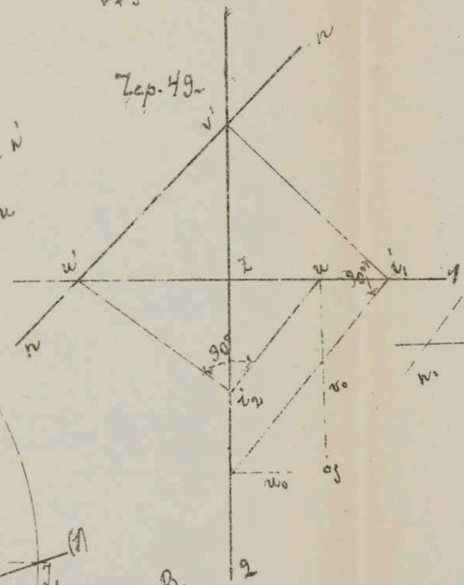
Чер. 47.



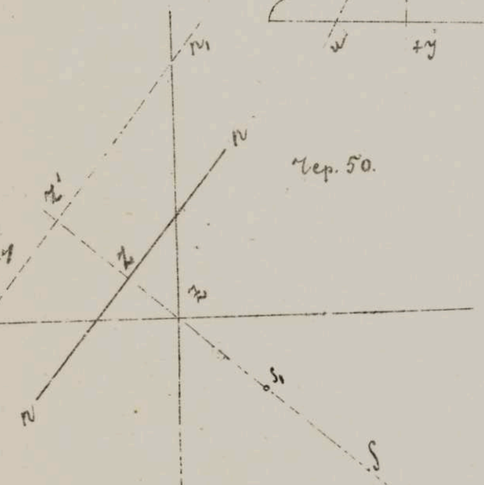
Чер. 48



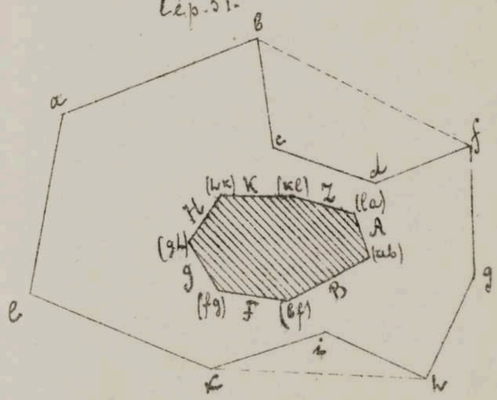
Чер. 49.



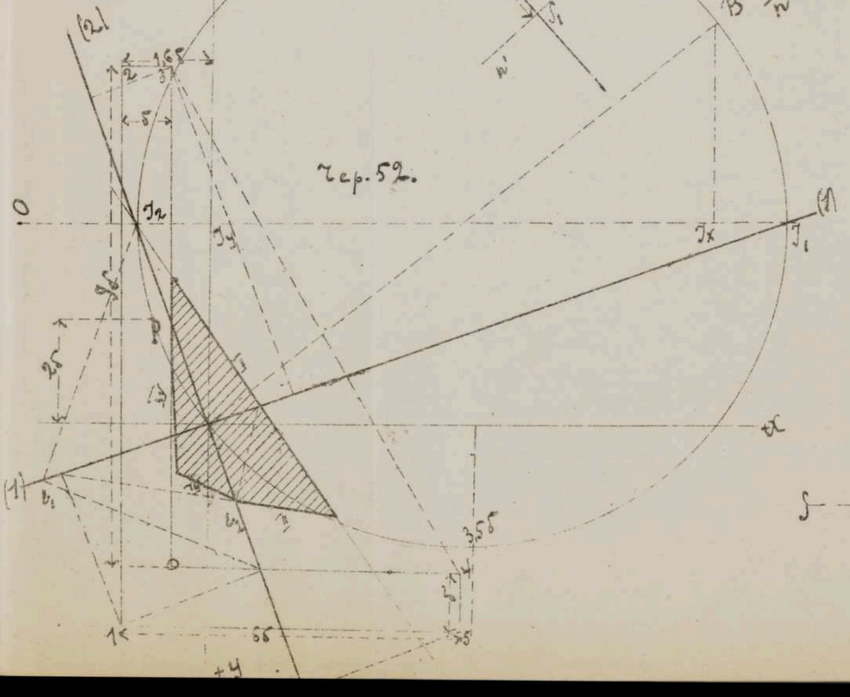
Чер. 50.



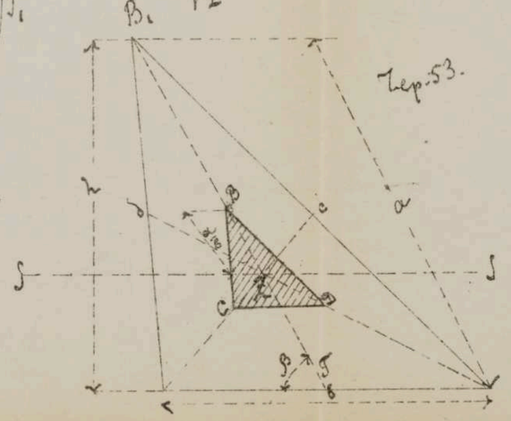
Чер. 51.



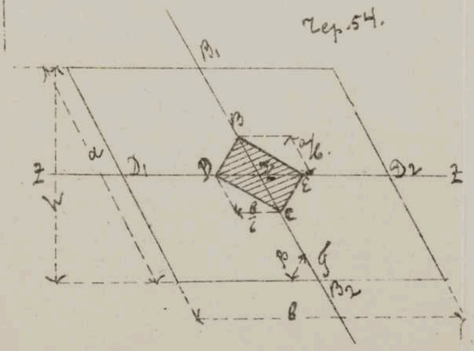
Чер. 52.



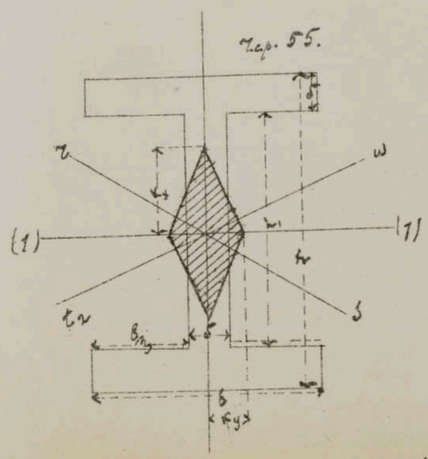
Чер. 53.



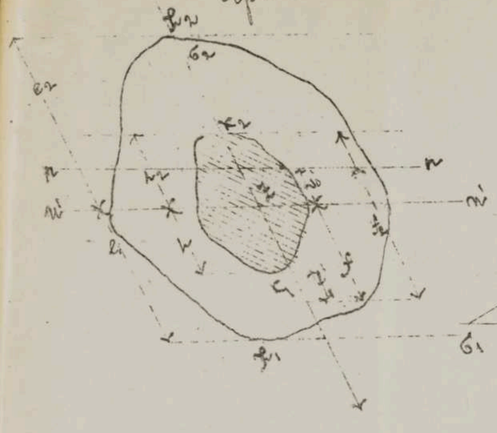
Чер. 54.



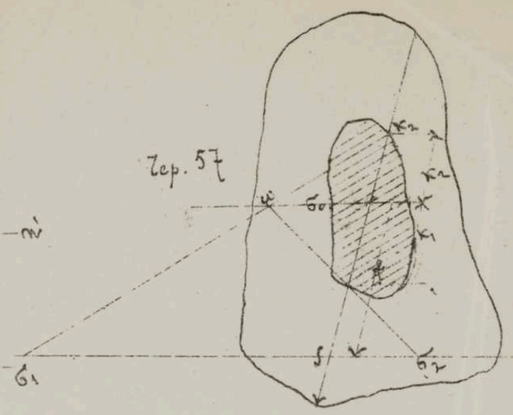
Чер. 55.



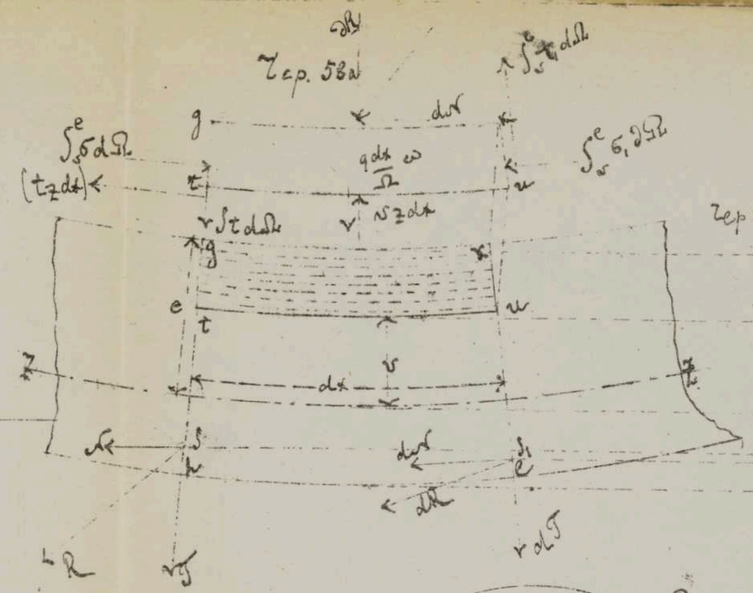
Чер. 56.



Чер. 57

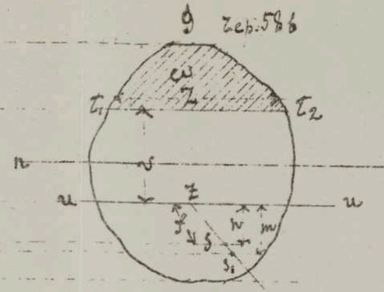


Чер. 58а

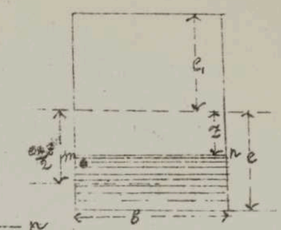


Чер. 58

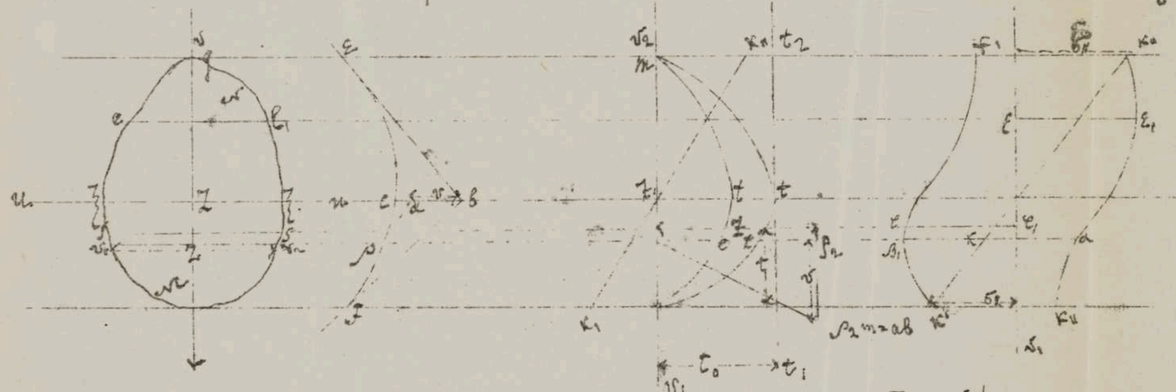
Чер. 58б



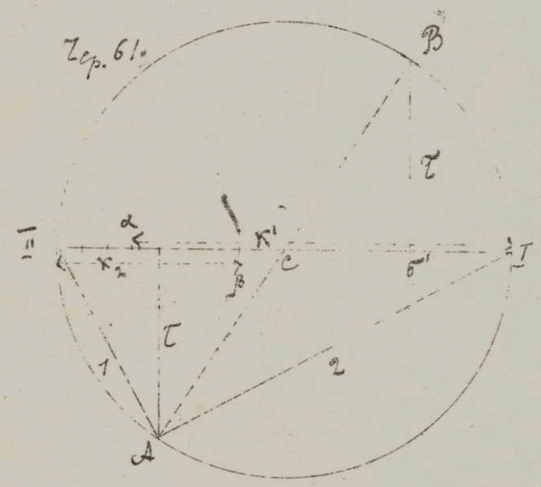
Чер. 59



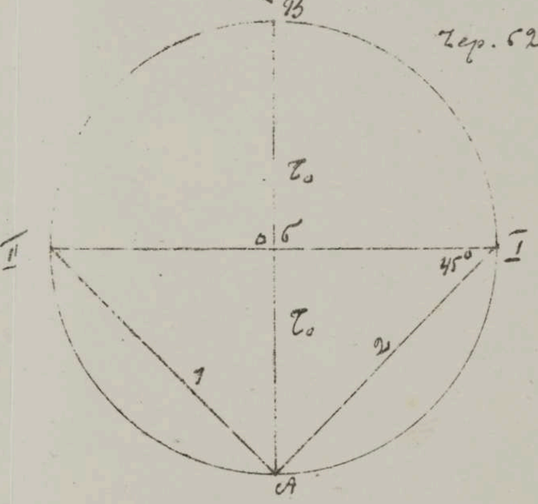
Чер. 60



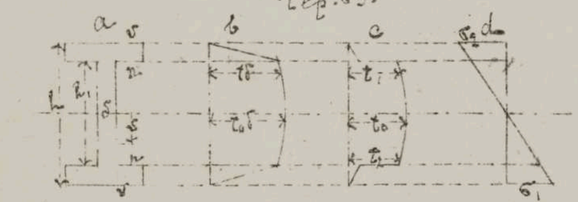
Чер. 61.



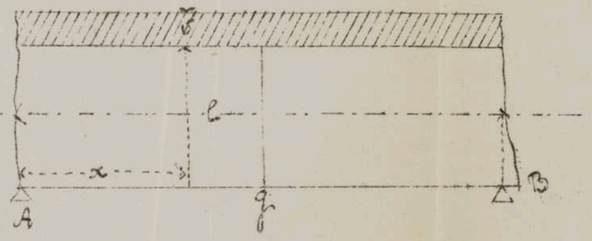
Чер. 62.



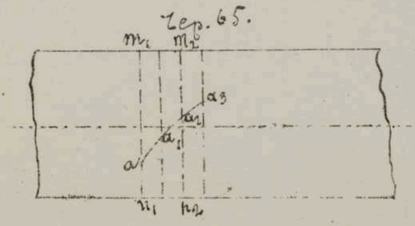
Чер. 63.



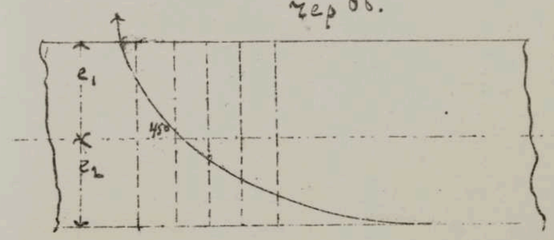
Чер. 64.



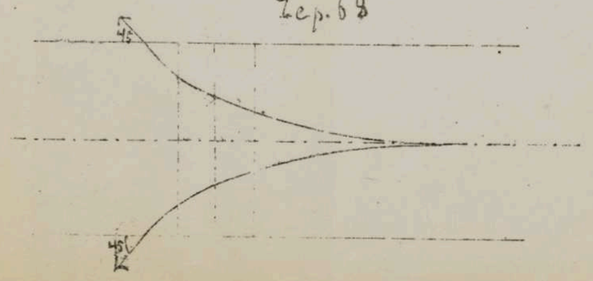
Чер. 65.



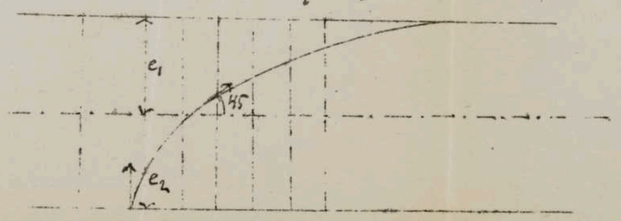
Чер 66.



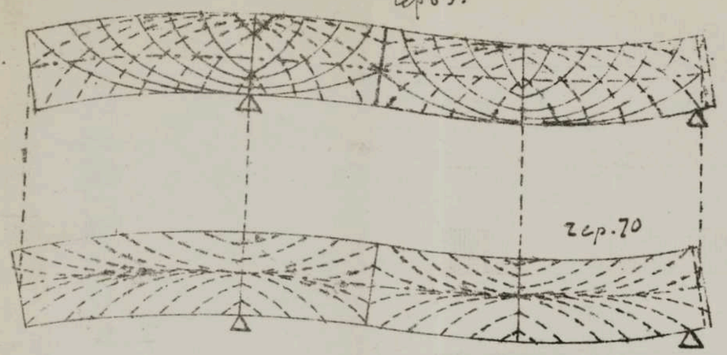
Чер. 68



Чер. 67

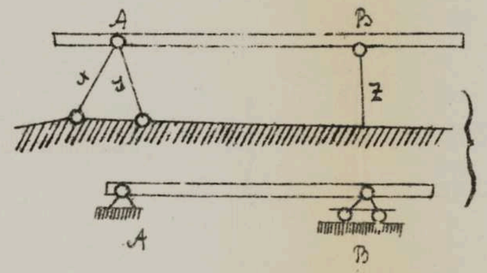


Чер. 69.

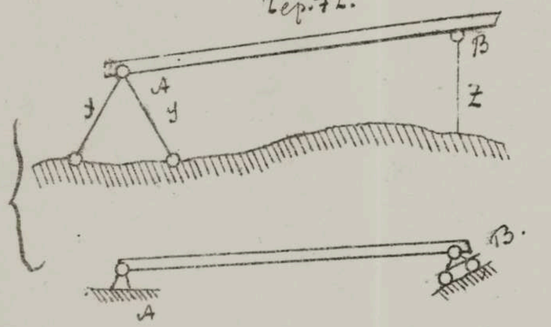


Чер. 70

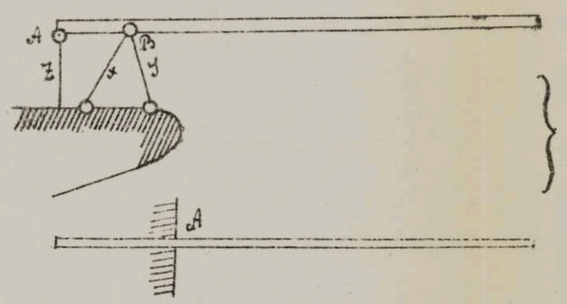
Чер. 71.



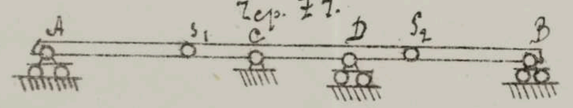
Чер. 72.



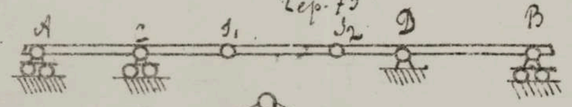
Чер. 73.



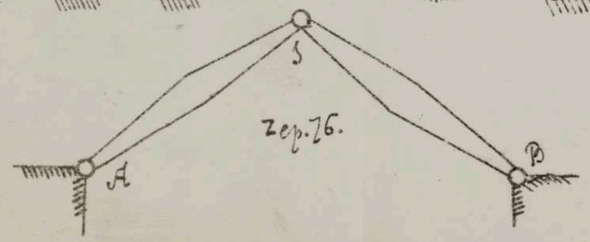
Чер. 74.



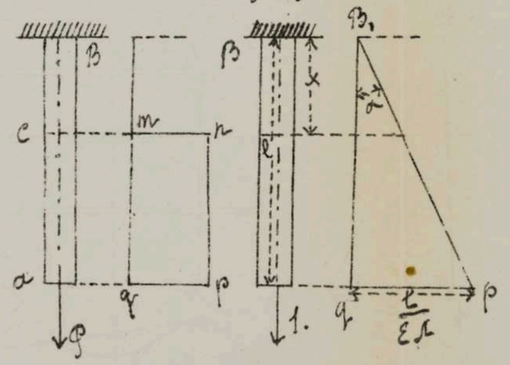
Чер. 75



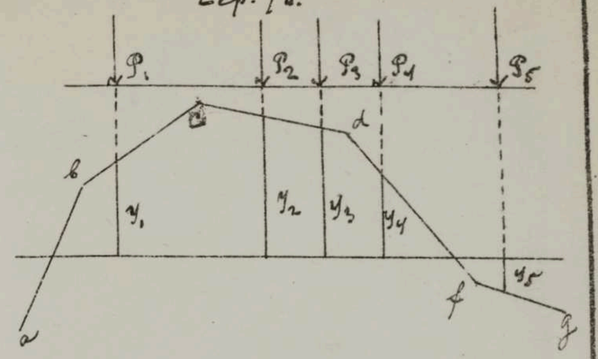
Чер. 76.



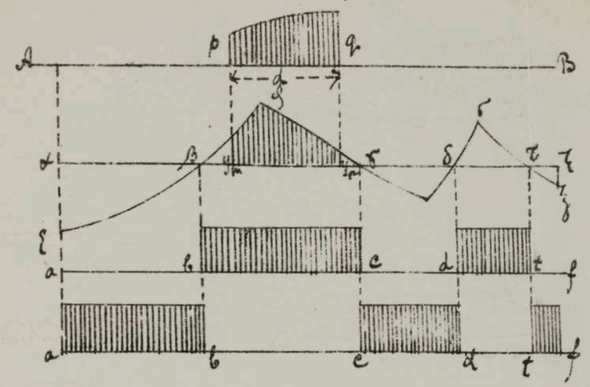
Чер. 77



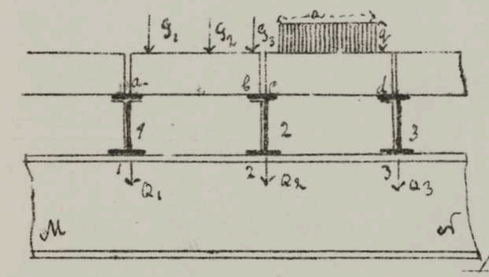
Чер. 78.



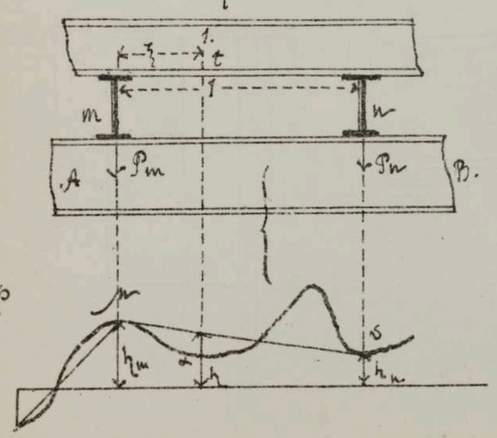
Чер. 79.



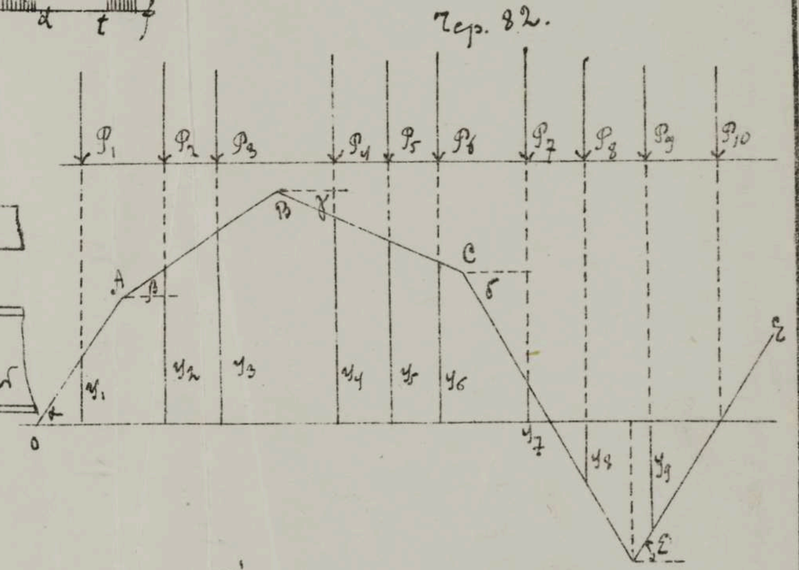
Чер. 80.



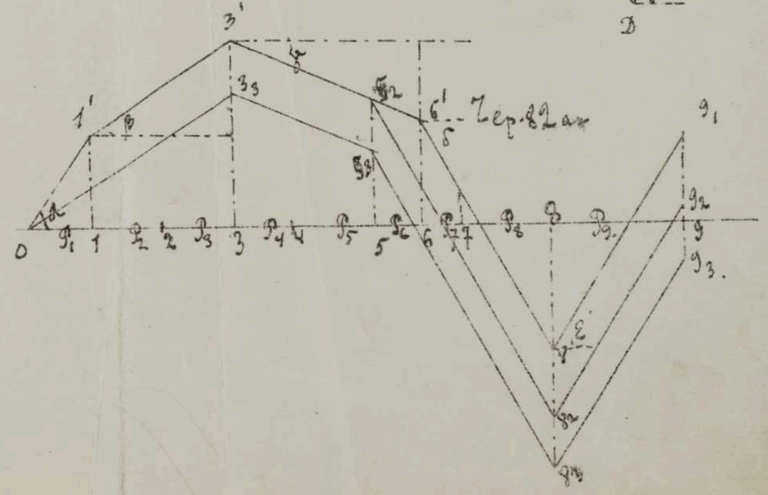
Чер. 81.



Чер. 82.



Чер. 82а.



Гер. 84.

Гер. 85.

Гер. 86.

Гер. 87.

Гер. 88

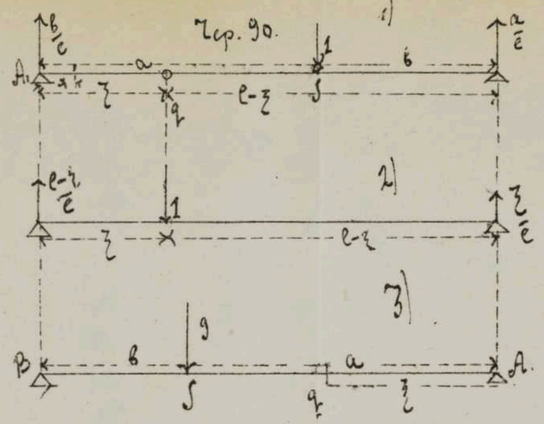
Гер. 83.

Гер. 89.

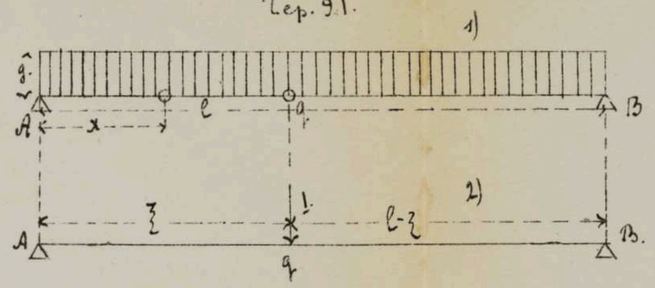
Моск. инж.-экономич. ин-т
Библиотека

Таблица 8

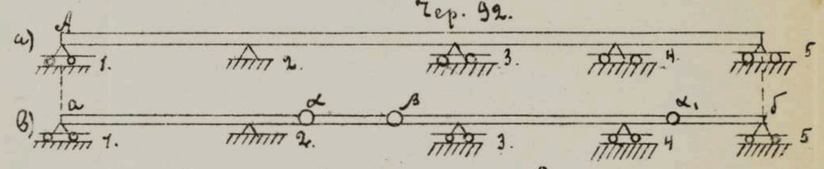
Чер. 90.



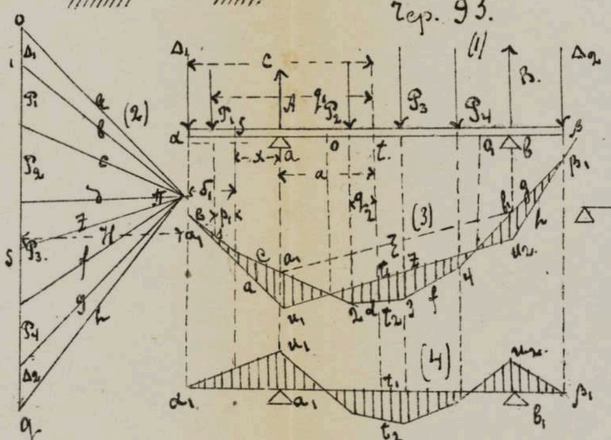
Чер. 91.



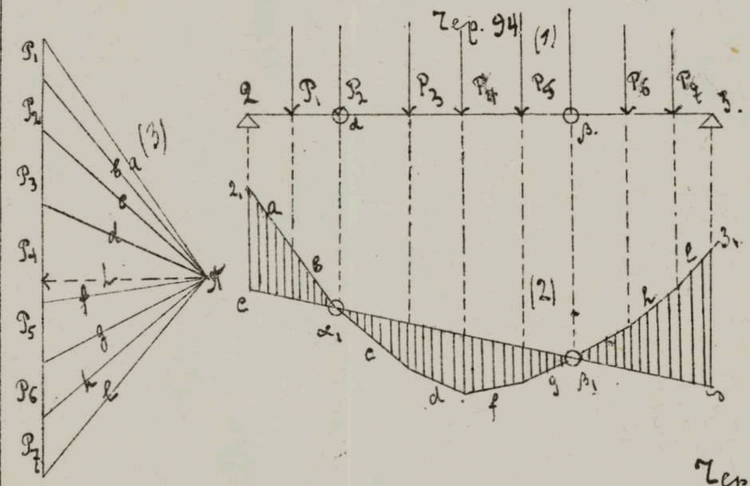
Чер. 92.



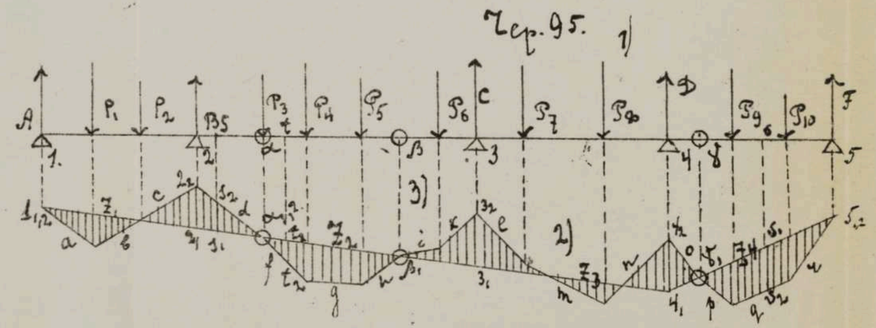
Чер. 93.

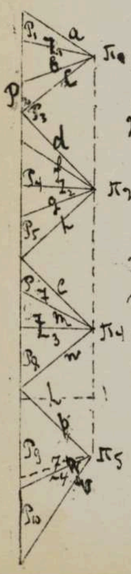


Чер. 94.



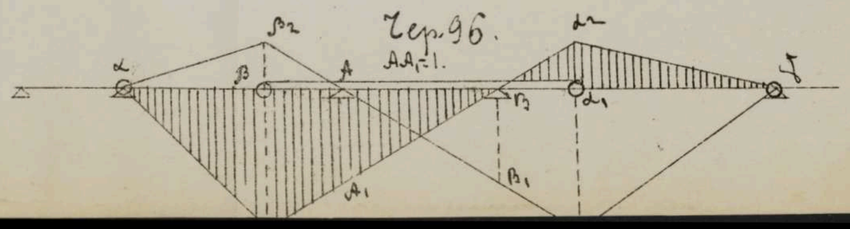
Чер. 95.



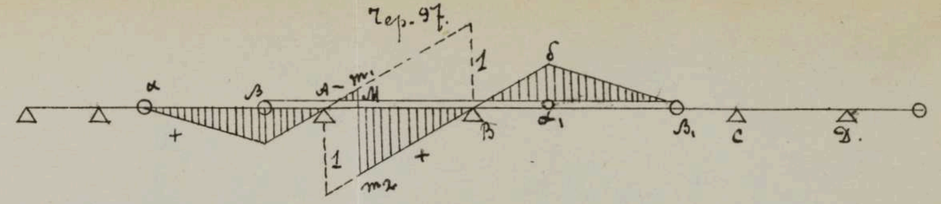


По оси 1 пролетное построение силового многоугольника на силы P_6 и разложение его на реакции опор 3 и 5.

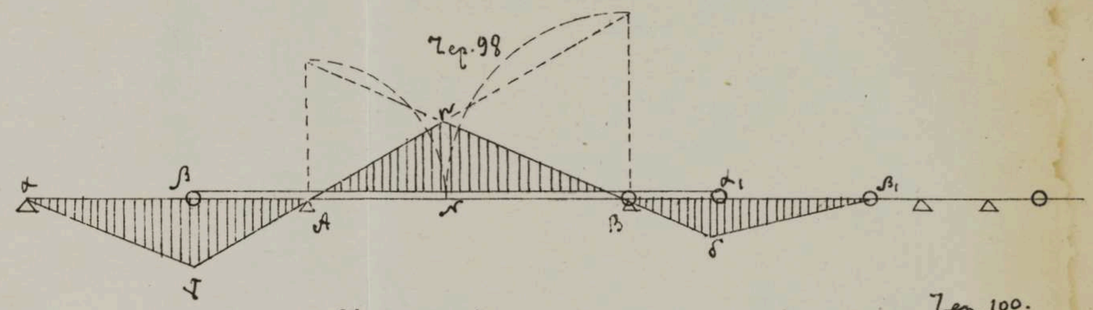
Чер. 96.



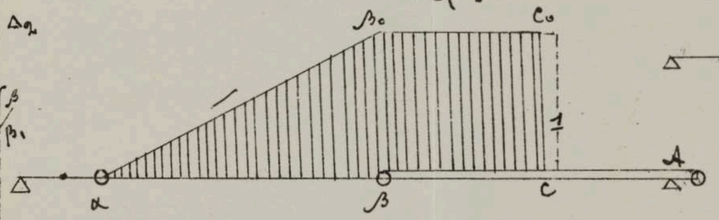
Чер. 97.



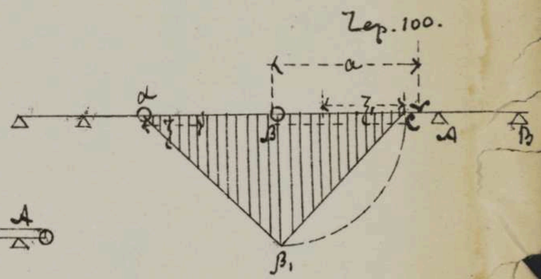
Чер. 98.



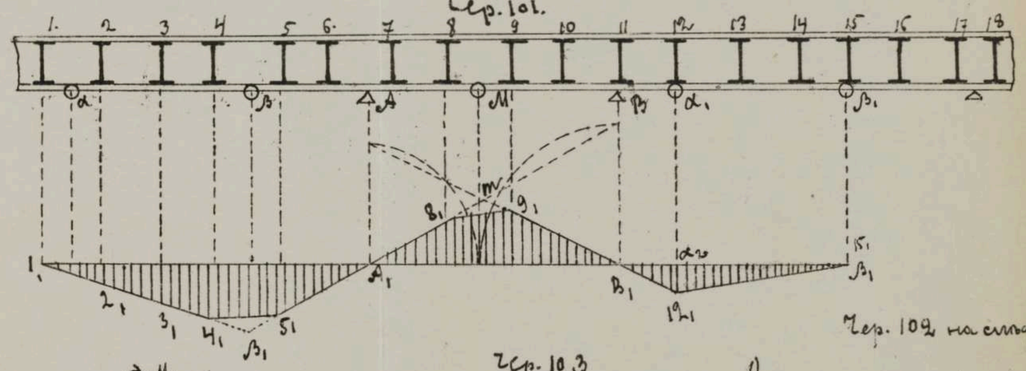
Чер. 99.



Чер. 100.

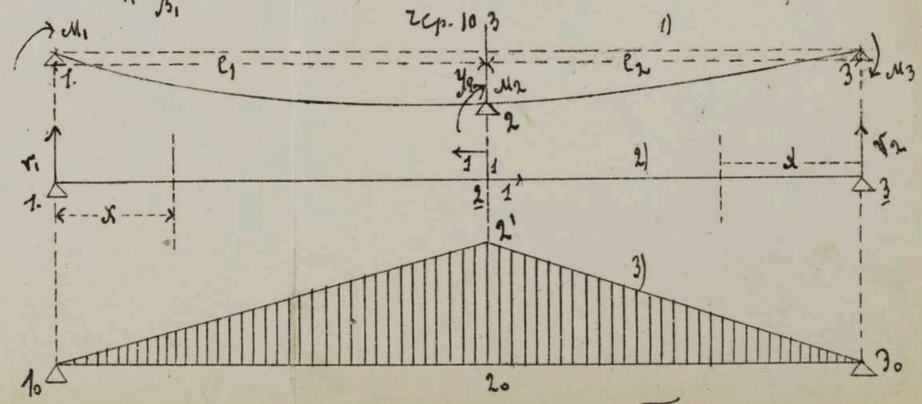


Чер. 101.

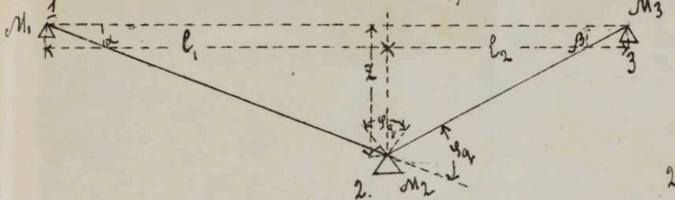


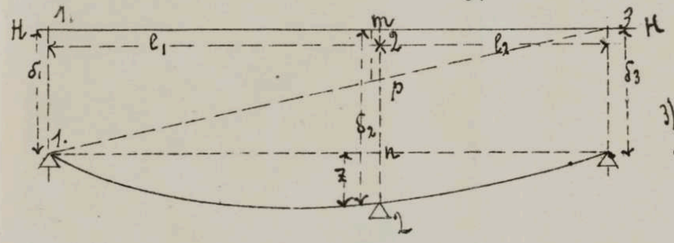
Чер. 102 на отд. табл.

Чер. 103.

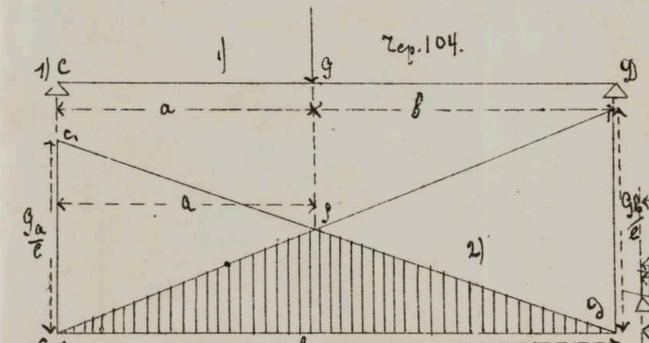


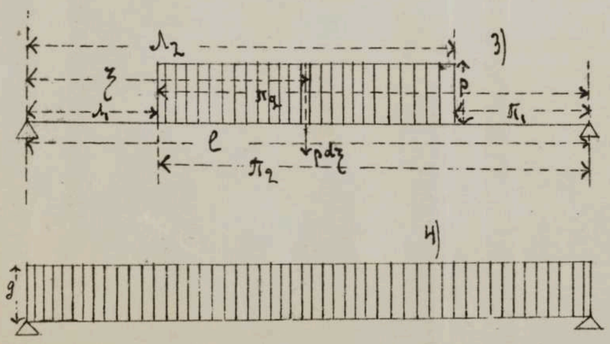
Зер. 103.



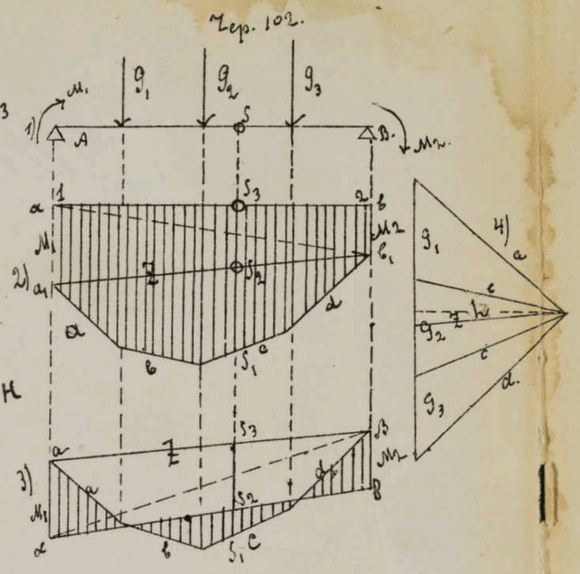


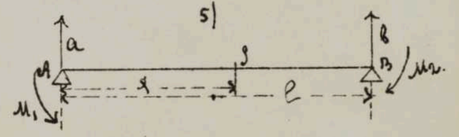
Зер. 104.



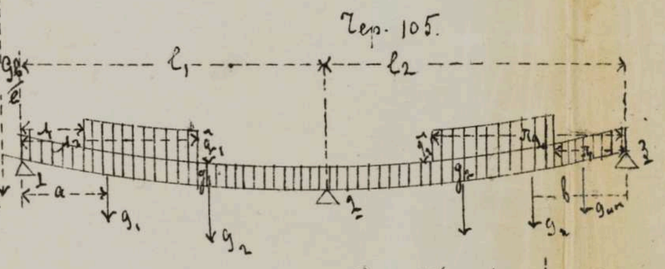


Зер. 102.

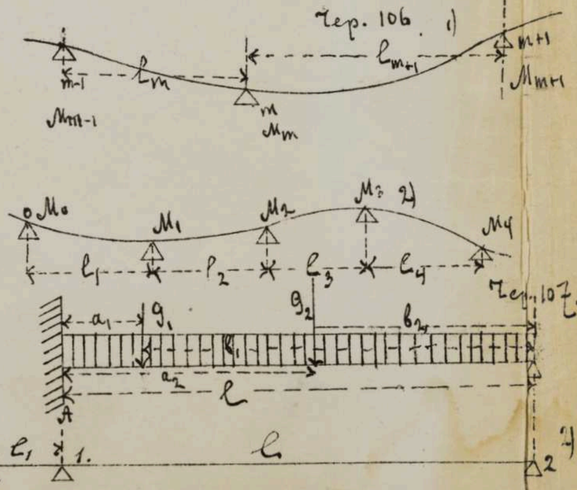




Зер. 105.



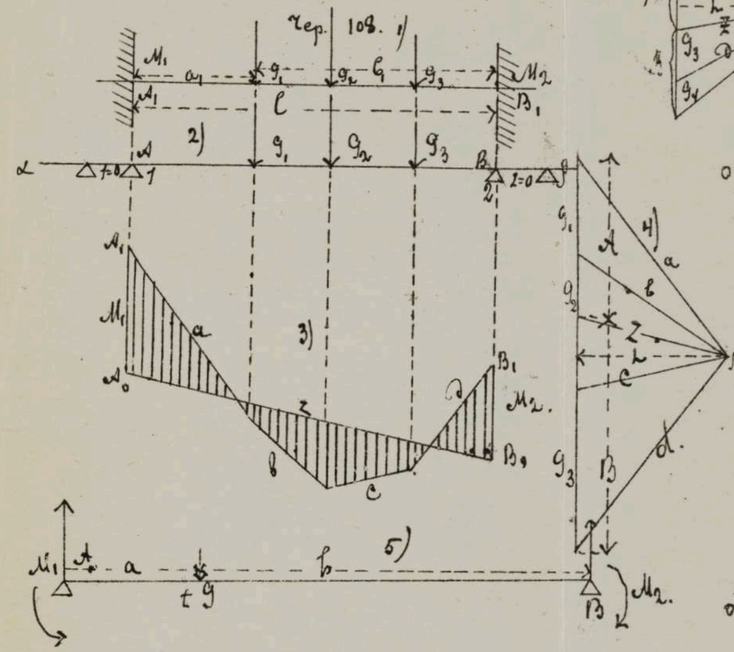
Зер. 106.



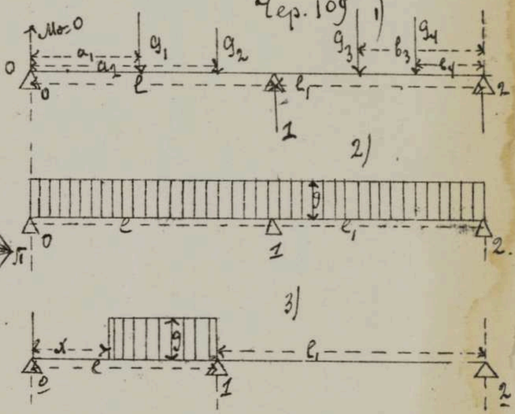
Зер. 107.



Зер. 108.

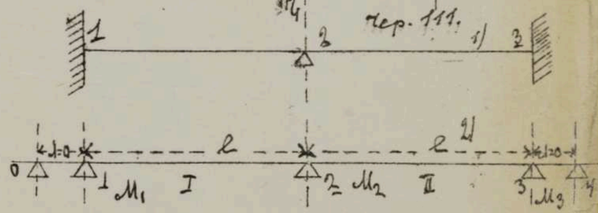


Зер. 109.

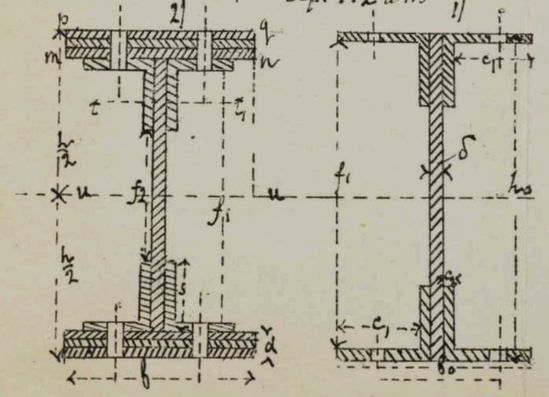


Зер. 110.

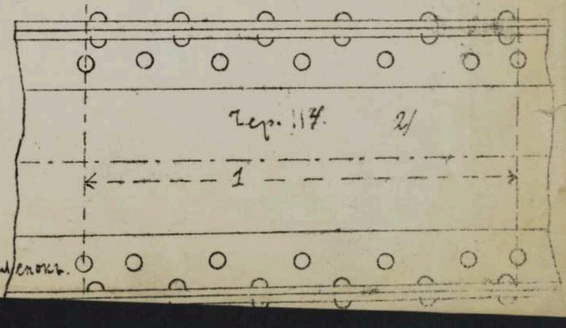
Зер. 111.



Зер. 112 и 113.

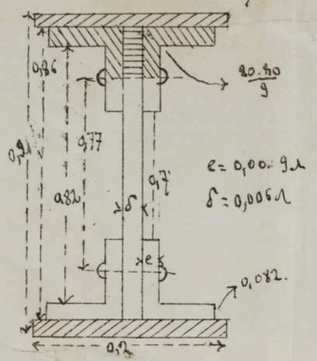


Зер. 114.

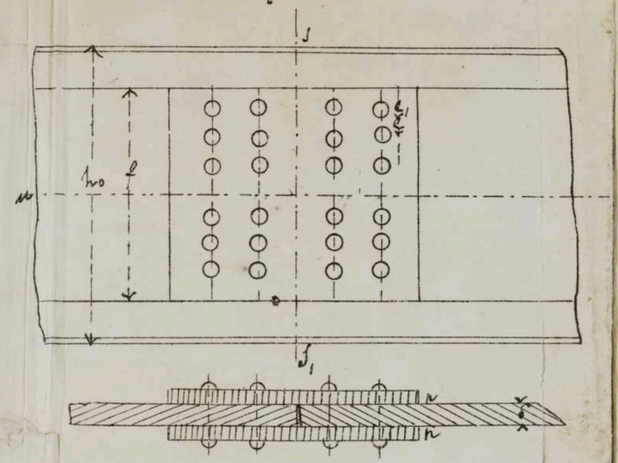


Размеры в ширина полки двутавр двойник диаметры закруглений.

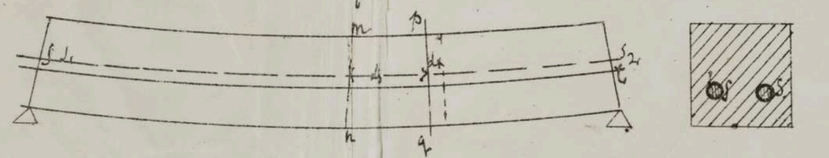
Чер. 114



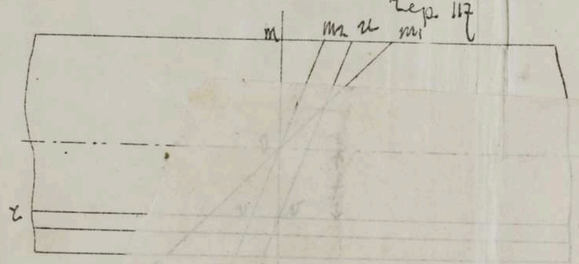
Чер. 115.



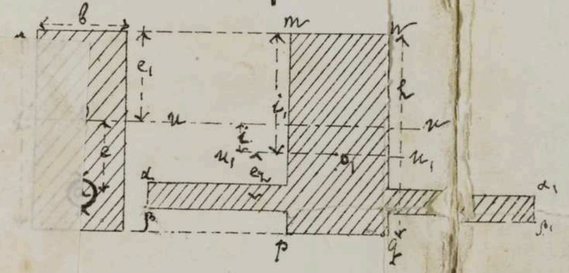
Чер. 116.



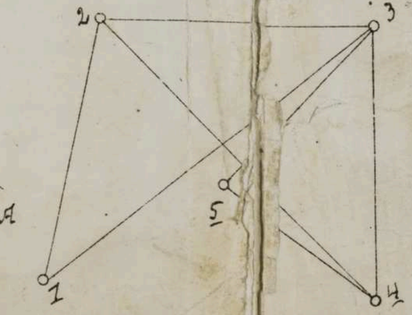
Чер. 117



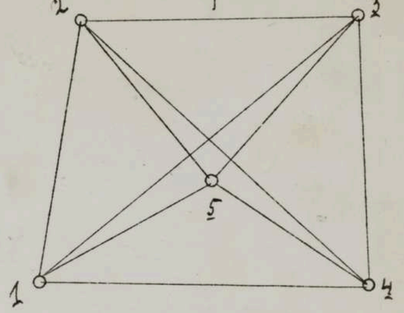
Чер. 118.



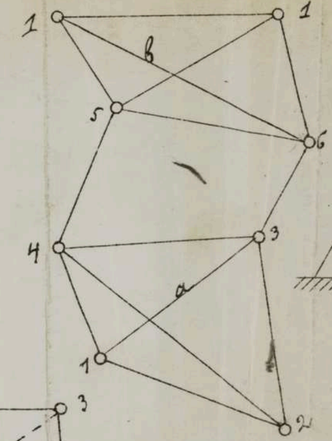
Чер. 119.



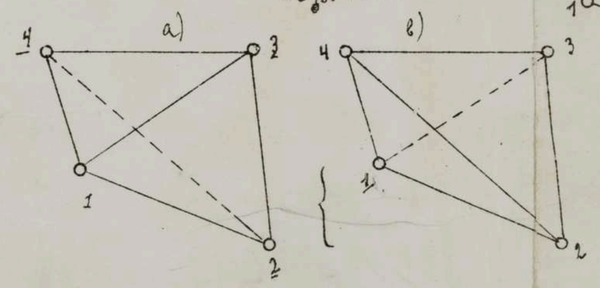
Чер. 121.



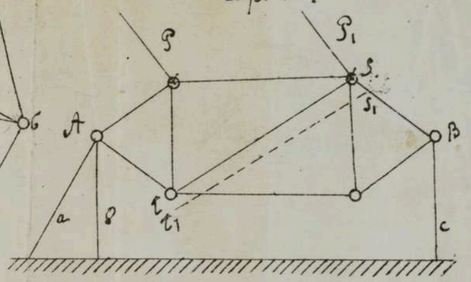
Чер. 122.



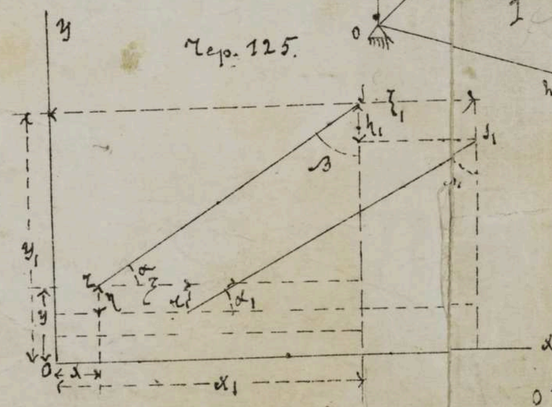
Чер. 123.



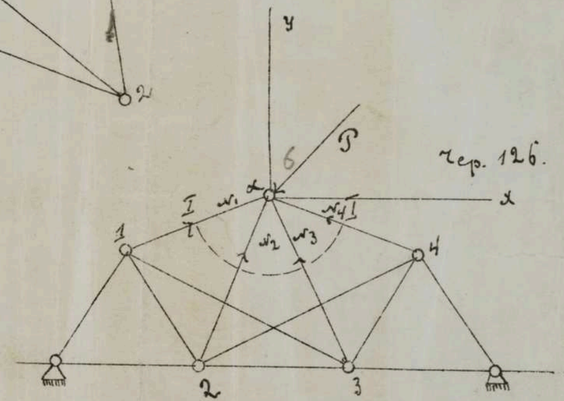
Чер. 124



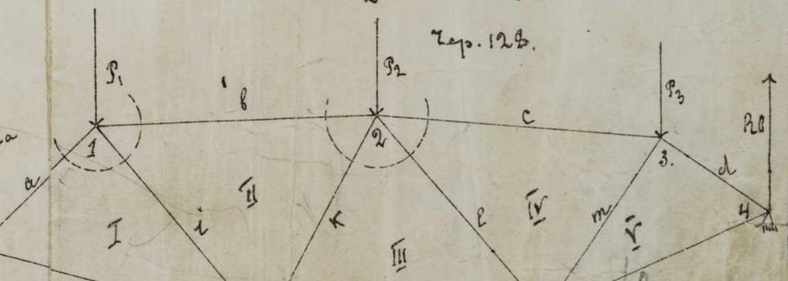
Чер. 125.



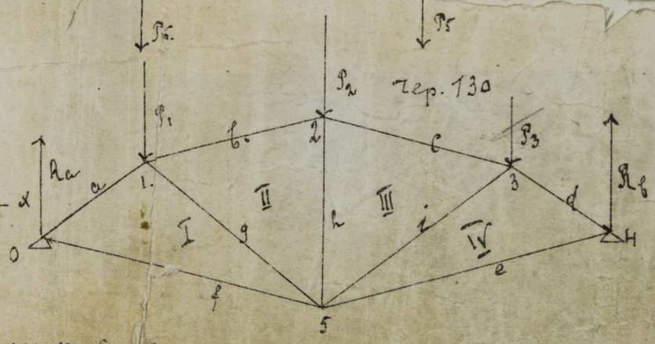
Чер. 126.



Чер. 128.

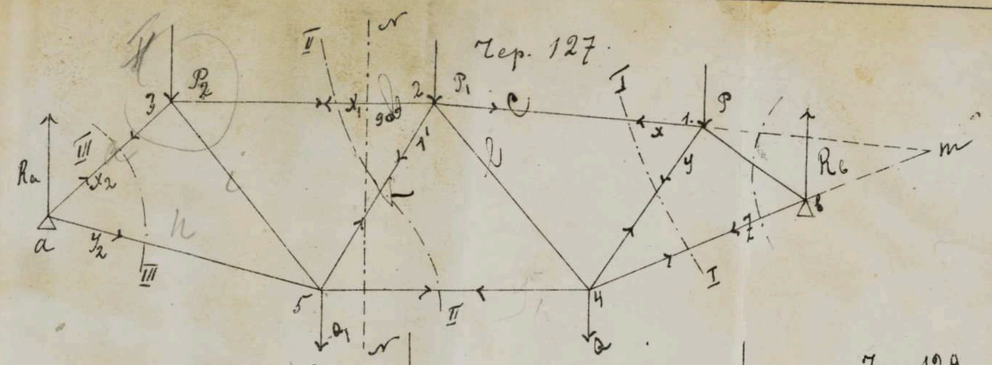


Чер. 130



Черт. 127 и 129 по...на стр. таблицы.

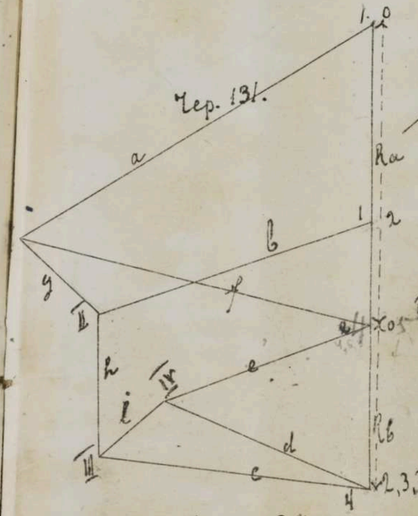
Чер. 127.



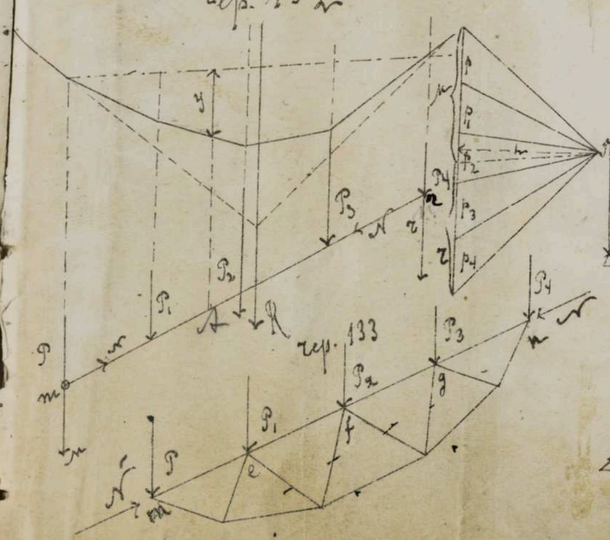
Чер. 129.



Чер. 131.

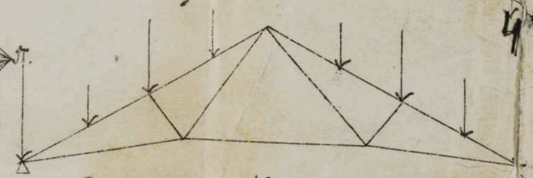


Чер. 132.

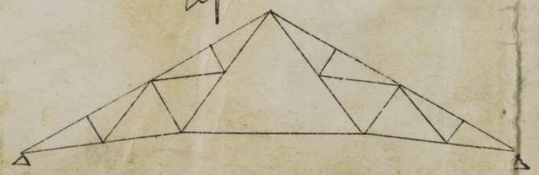


Чер. 133

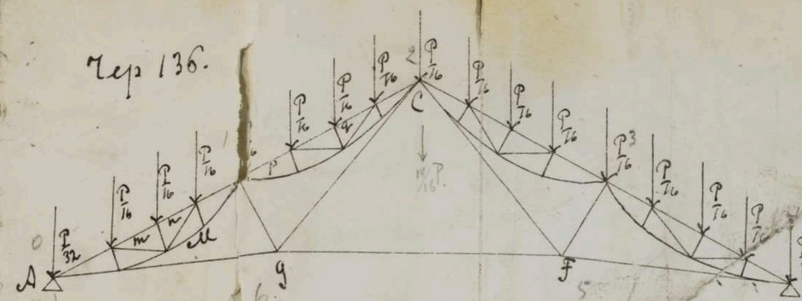
Чер. 134.



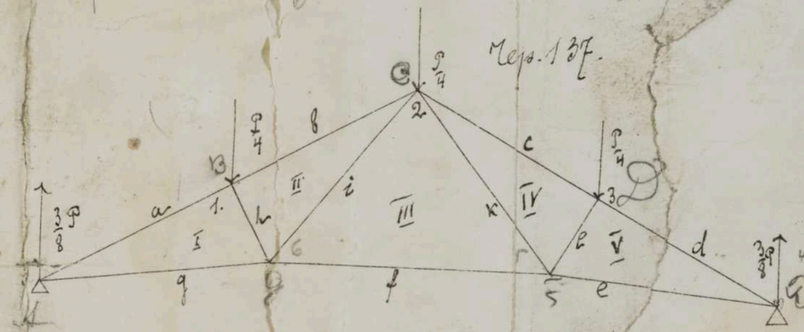
Чер. 135.



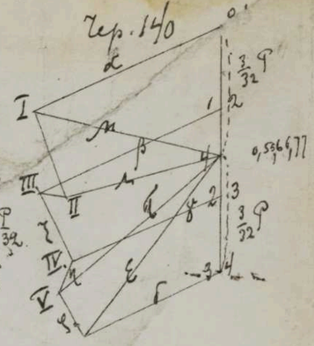
Чер. 136.



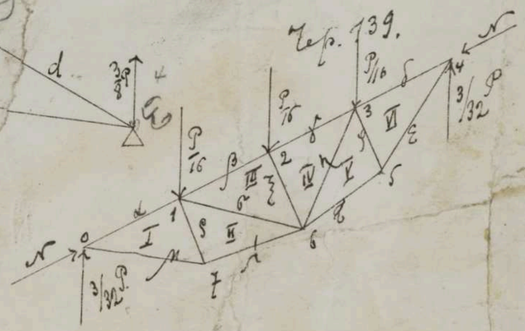
Чер. 137.



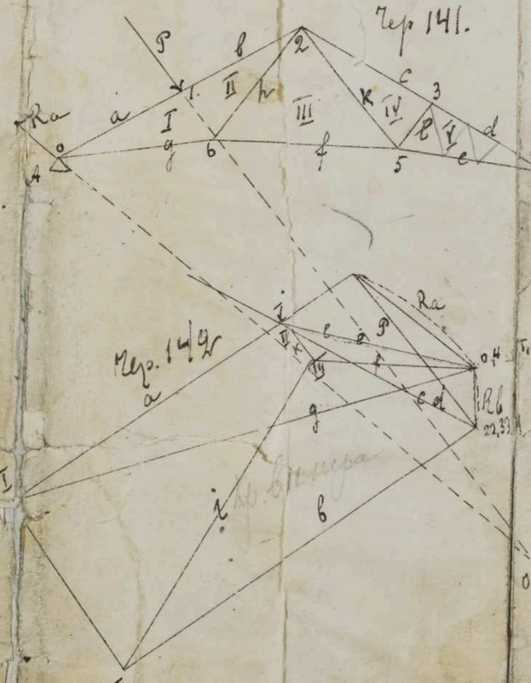
Чер. 140



Чер. 139.

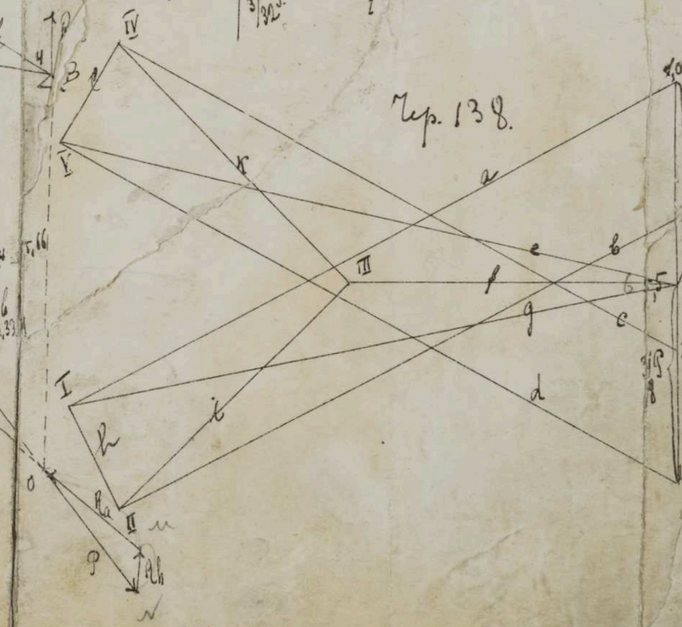


Чер. 141.

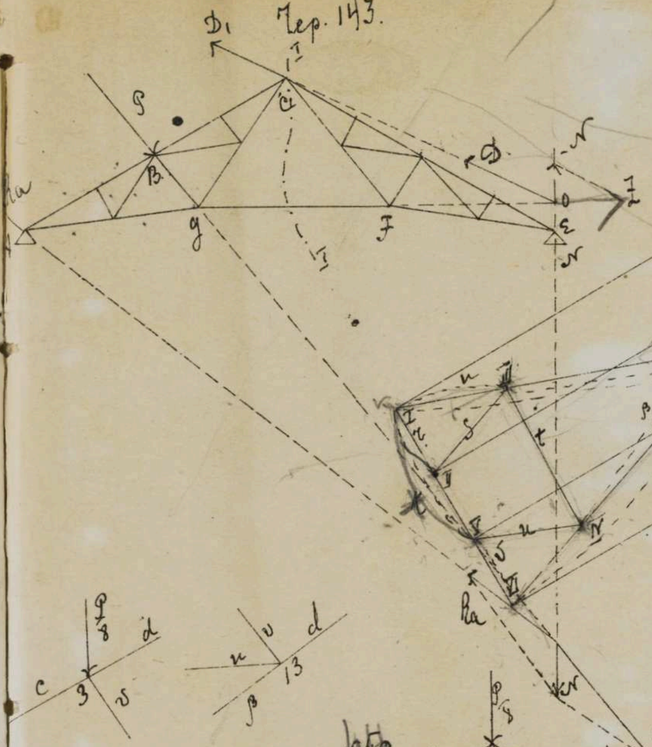


Чер. 142.

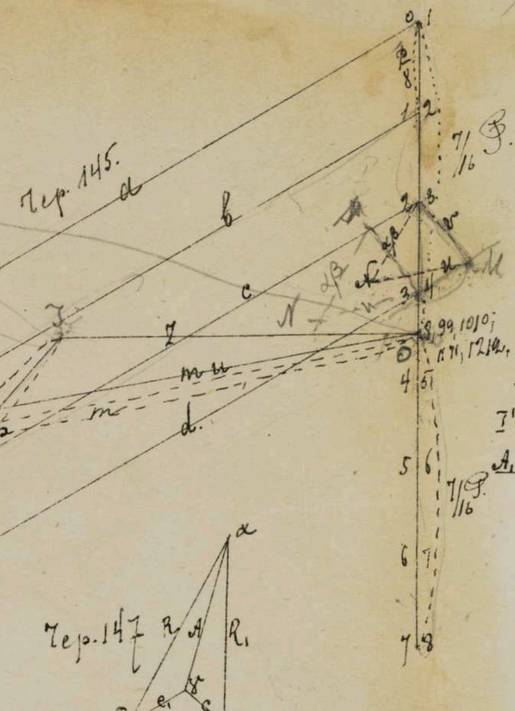
Чер. 138.



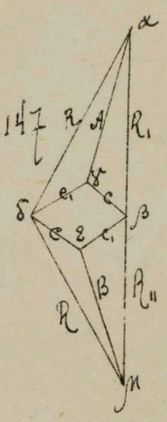
Чер. 143.



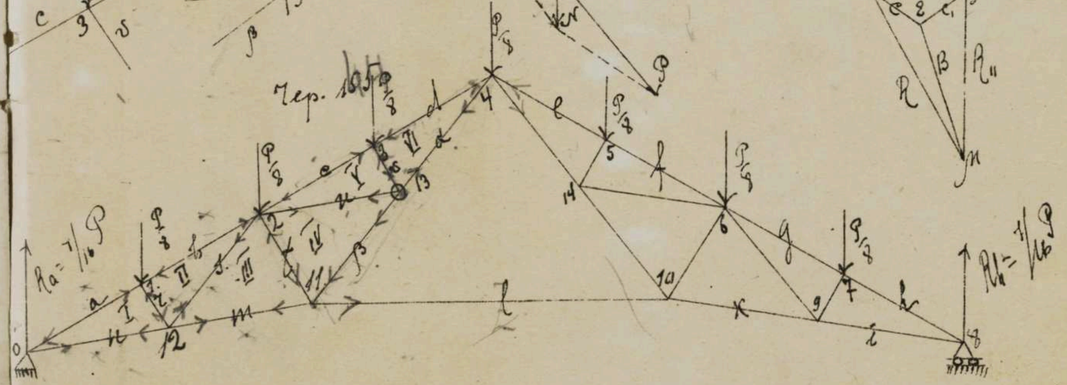
Чер. 145.



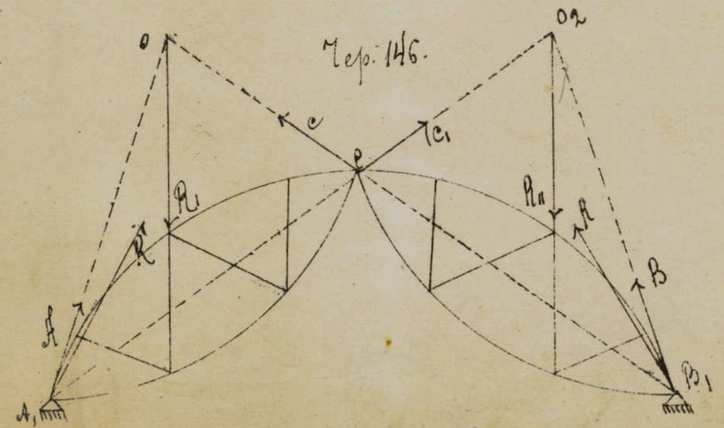
Чер. 147.



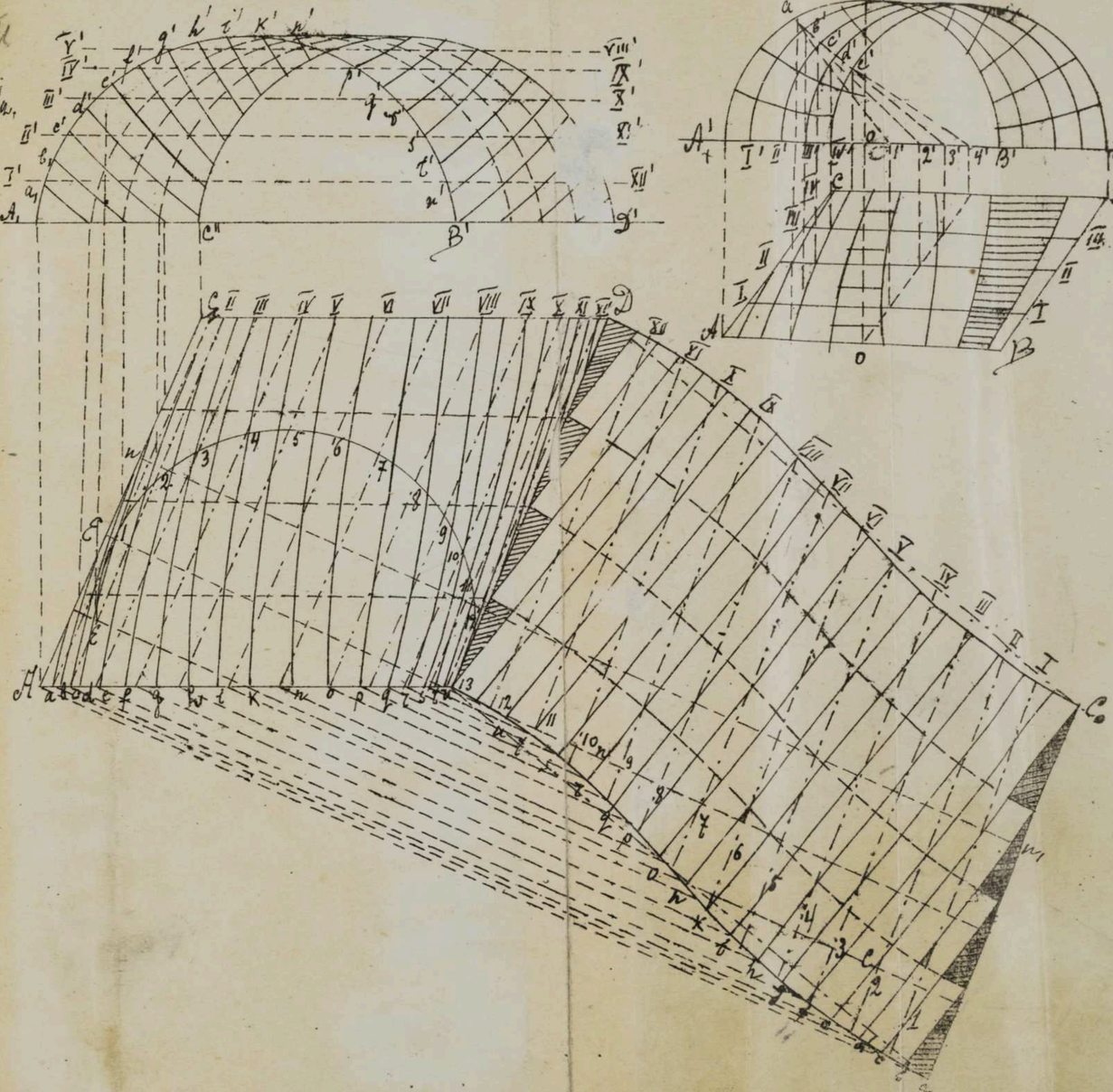
Чер. 144.



Чер. 146.



Чер 73



Чер. 74

