М.Т.У.

БИБЛІОТЕКА
ИМПЕРАТОРСКАГО
Московскаго
ТЕХНИЧЕСКАГО УЧИЛИЩА

Теорія тѣней

по лекціямъ

пр. И.Е. Михалевскаго

курсъ 2го общаго кл.

1882-83 г.

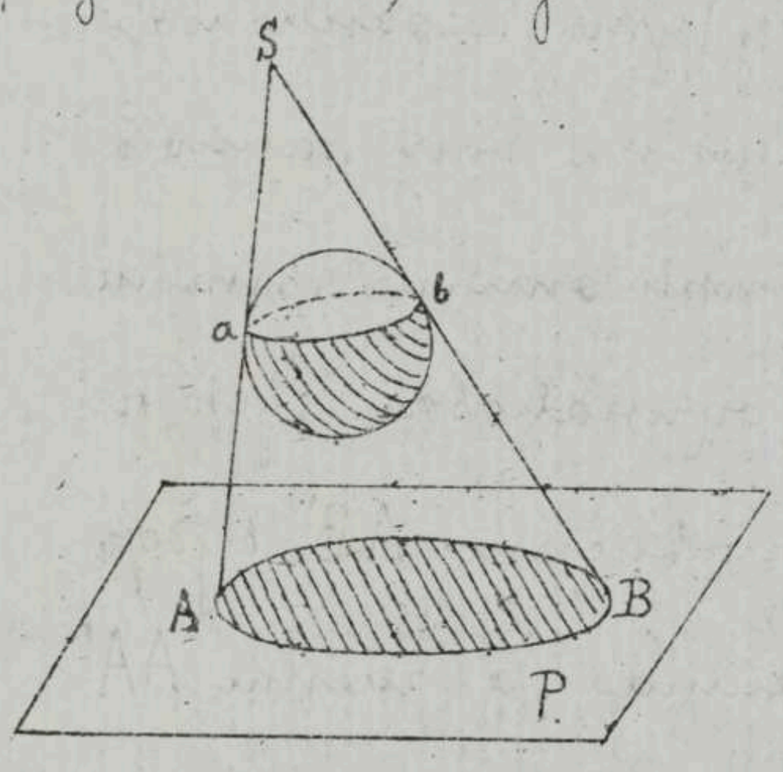
ПРОВЕРЕНО 1952
ПРОВЕРЕНО 1952
ПРОВЕРЕНО 1945
6305
Провер. 1935

Изданіе Г. Грачева

БИБЛІОТЕКА
ИМПЕРАТОРСКАГО
Московскаго
ТЕХНИЧЕСКАГО УЧИЛИЩА

Построеніе падающихъ тѣней.

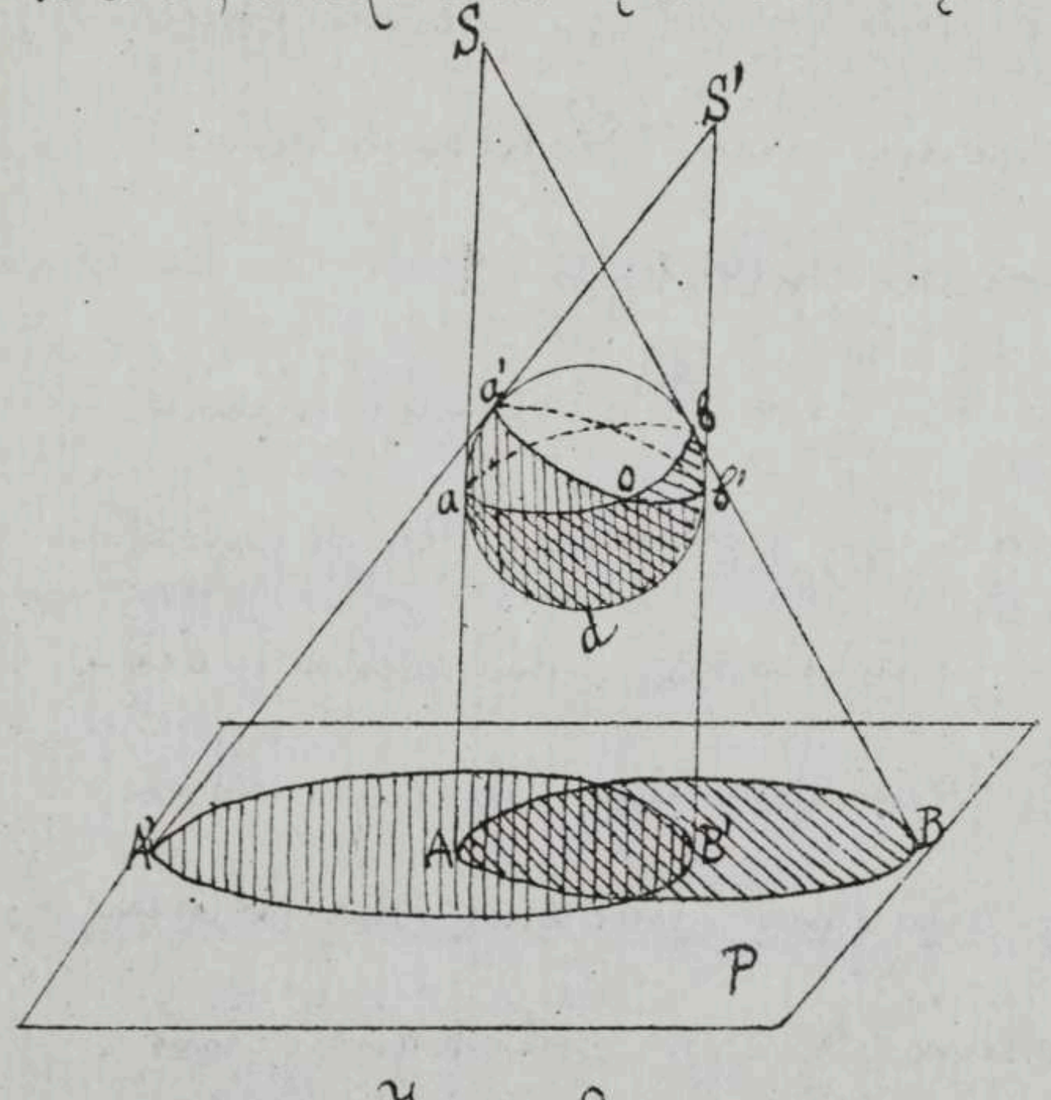
Изъ Физики извѣстно, что свѣтъ въ однородной средѣ распространяется по прямымъ линіямъ, которыя называются лучами свѣта и встрѣчая поверхность они освѣщаютъ ее. Источники свѣта могутъ находиться на конечномъ или бесконечномъ разстояніи, могутъ быть тѣлами или точкою.



Черт. 1.

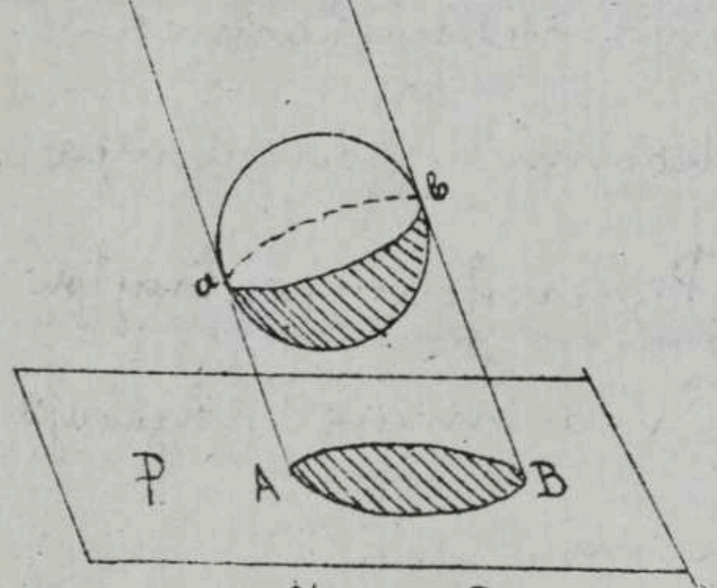
Положимъ тѣло (Черт. 1.) освѣщается источникомъ S, которой есть точка. Изъ этого источника выходятъ безчисленное множество лучей: одни изъ нихъ будутъ падать на тѣло, другіе касаться его; совокупность послѣднихъ составитъ коническую поверхность. Эта коническая поверхность, имѣющая вершиной S, будетъ прикасаться къ данному тѣлу по нѣкоторой кривой ab, которая называется линіею отдѣла освѣщенной части отъ несвѣтящейся. Эта линія раздѣлитъ тѣло на 2 части: на освѣщенную и несвѣтящуюся; послѣдняя называется собственно тѣнью. Если конусъ этотъ будетъ пересѣкаться нѣкоторою плоскостью P, то на этой плоскости получится кривая сѣченія AB, и всѣ точки плоскости P, лежащія внутри этой кривой будутъ находиться въ тѣни. Эта тѣнь называется падающею тѣнью отъ тѣла на плоскость.

Если данное тело освещено двумя источниками S и S', то к поверхности тела можем провести два обвертывающих конуса (Черт. 2) и соответственно получим две кривых линии ав и а'в', отделяющия освещенную часть от неосвещенной. На плоскости P получим также две кривых линии AB и A'B', которыя будут ограничивать падающия тени от данного тела, но при этом тени не будут одинаковой густоты. Часть плоскости AB' будет самая темная, а части AA' и BB' будут светлей, ибо AA' освещается источником S, а BB' источником S'; эти части будут только получены. Точно также и собственно тень будет неодинаковой густоты: часть aob'd темные, нежели части aoa и bob', которыя будут полутени.



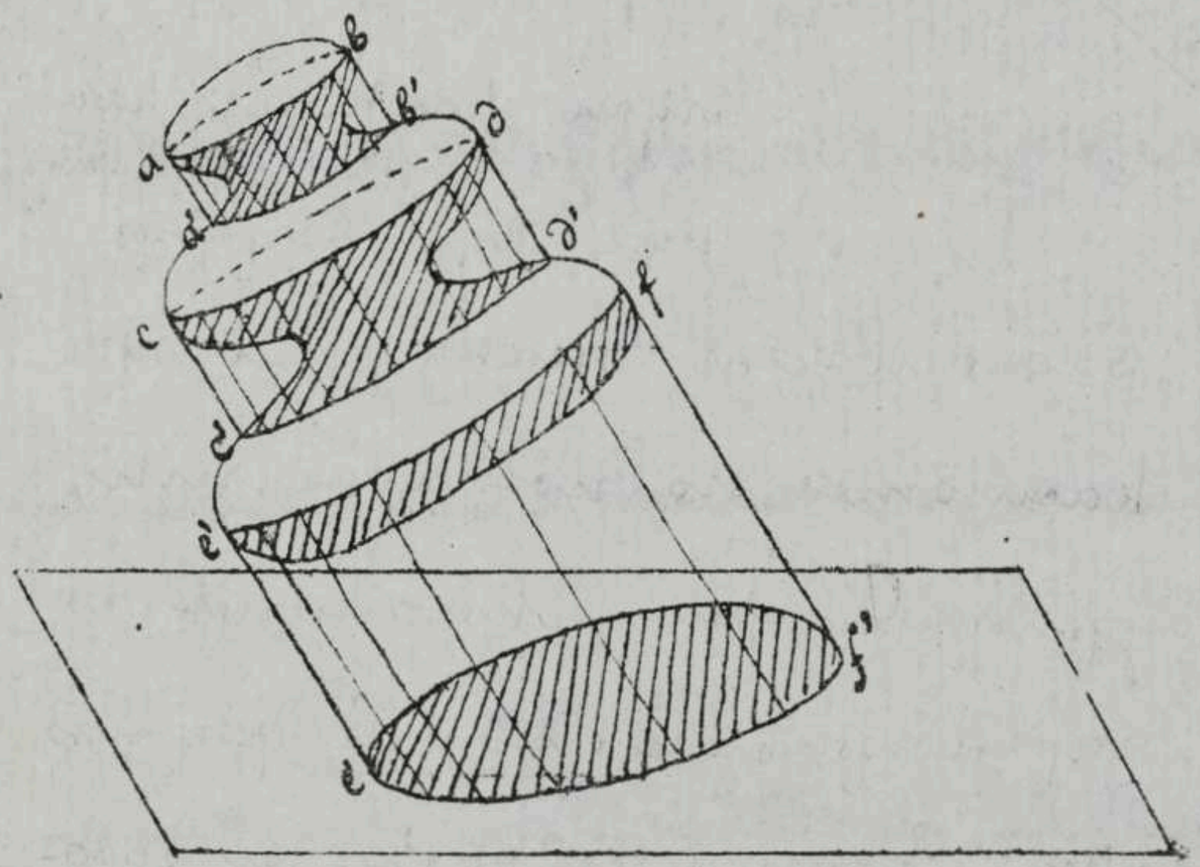
Черт. 2.

Допустим, что источники S и S' (Черт. 3) удаляются от освещаемого тела в бесконечность, сохраняя между собой одно и то же расстояние. В таком случае размеры падающей тени и собственно тени будут уменьшаться и, когда S и S' удалятся в бесконечность, конусы



Черт. 3

превратятся въ одинъ цилиндръ, огибающій данное тѣло, ибо всѣ лучи сдѣланныя параллельными между собой. Сѣченіе этого цилиндра съ плоскостію P дастъ кривую AB, которая будетъ ограничивать падающую тѣнь отъ даннаго тѣла на этой плоскости, и эта тѣнь будетъ вездѣ одинаковой густоты. Значитъ, чтобы получить въ этомъ случаѣ падающую тѣнь, нужно провести цилиндръ, обвертывающій данное тѣло, образующія котораго параллельны направленію луча; при этомъ нужно замѣтить, что, если мы будемъ перемѣщать тѣло параллельно лучу, или плоскость P параллельно самой себѣ, то величина и густота, какъ падающей, такъ и собственной тѣни, не будутъ измѣняться.



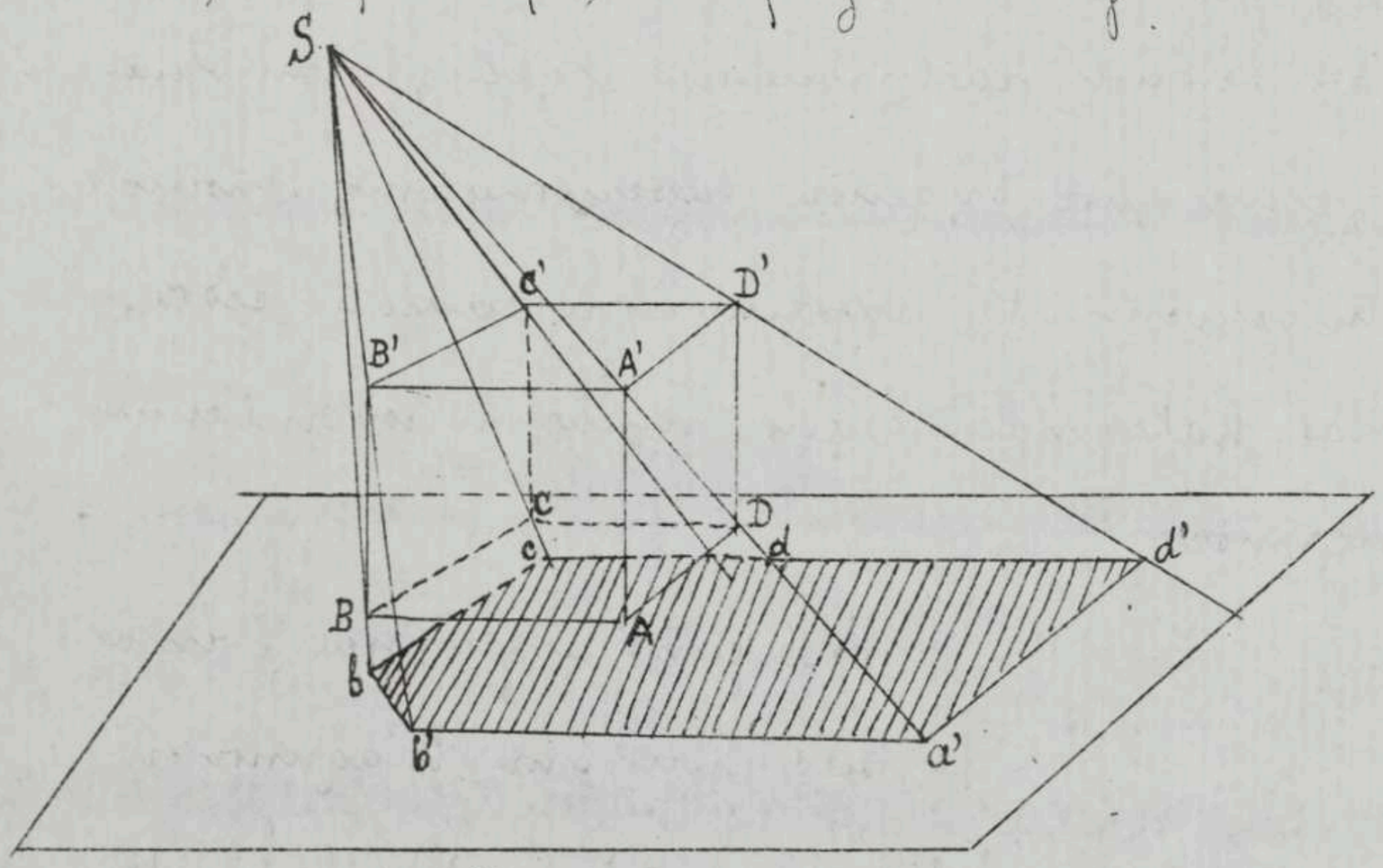
Черт. 4.

Можетъ случиться, что тѣло имѣетъ впадины и выступы (Черт. 4); въ такомъ случаѣ къ поверхности его можемъ провести нѣсколько обвертывающихъ цилиндровъ; и тѣнь одной части будетъ падать на слѣдующую. Въ нашемъ случаѣ цилиндръ, обвертывающій первую часть, пересѣкаясь со второй, даетъ кривую a'b', ограничивающую падающую тѣнь; второй обвертывающій цилиндръ касается тѣла по cd,

сѣченіе его съ тѣломъ (кривая c'd') ограничиваетъ падающую тѣни отъ второго выступа на тѣло, и наконецъ третій, огибающій цилиндръ, касается тѣла по ef и, пересѣкаясь съ плоскостью P даетъ падающую тѣнь отъ тѣла на эту плоскость.

Если данное тѣло ограничено гранями, то об-

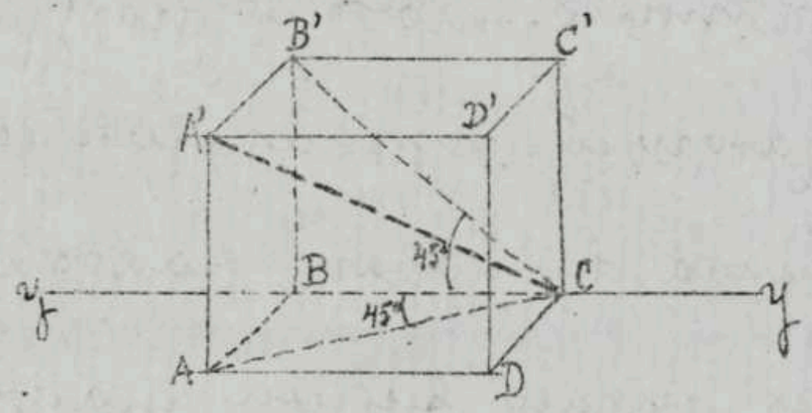
вертывающій конусъ превратится въ пирамиду или призму. Такъ, напримѣръ, вообразимъ кубъ ABCDA'B'C'D' (Черт.5), осѣ-



Черт. 5.

щенный источникомъ S, тогда лучи, касающіяся къ поверхности куба, составятъ пирамиду, огибающую поверхность; лучи же, пересѣкающіе кубъ будутъ его освѣщать. Положимъ кубъ расположенъ такъ, что лучи, проведенные черезъ точки B и B' касаются его поверхности, тогда, слѣдовательно ребро BB' будетъ служить касательнымъ къ этому кубу. одной изъ граней пирамиды, огибающей данную поверхность. Подобныхъ граней можетъ быть нѣсколько и совокупность ихъ составитъ нѣкоторую пирамидальную поверхность, вершина которой находится въ S. Линія отдѣла ея кривая, ограничивающая падающую тѣнь, будетъ въ этомъ случаѣ ломаная.

На техническихъ чертежахъ тѣни означаютъ въ предположеніи, что тѣло освѣщается солнцемъ, которое находится отъ земли на очень большомъ разстояніи (34500000 миль), такъ что лучи, падающіе отъ различныхъ точекъ солнца можно принять параллельными между собой; но такъ какъ направленіе солнечнаго луча постоянно измѣняется, то слѣдовательно падающая тѣнь, равно какъ и собственная будутъ измѣняться, и, чтобы устранить это обстоятельство, принимаютъ за направленіе падающаго луча діагональ куба, двѣ грани котораго горизонтальныя, двѣ параллельныя плоскости вертикальной, а остальныя двѣ перпендикулярны къ осямъ проекцій. Пусть грани ABCD и A'B'C'D' (Черт. 6)



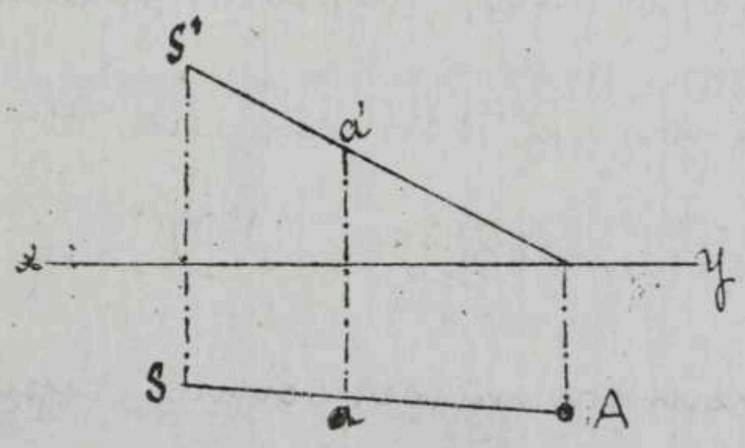
Черт. 6

параллельны плоскости горизонтальной, AA'DD' и BB'CC' параллельны плоскости вертикальной; тогда остальныя двѣ AA'BB' и DD'CC' будутъ перпендикулярны къ осямъ проекцій. Положимъ, что грань BB'CC' совпадаетъ съ плоскостью вертикальной; тогда BC совпадетъ съ осью проекцій. Примемъ діагональ A'C за направленіе солнечнаго луча, тогда проекція его возьмутся діагоналями квадратовъ ABCD и BB'CC' т.е. горизонтальная будетъ AC, вертикальная BC. Такъ какъ эти двѣ суть діагонали квадратовъ, то онѣ съ ребромъ BC будутъ составлять уголъ въ 45°. Солнечный лучъ однакожъ наклоненъ къ плоскостямъ проекцій; это видно изъ того, что углы A'CA и A'CB', которые онъ составляетъ съ плоскостями проекцій

равны между собой. Если принять сторону куба за 1, то $AC=\sqrt{2}$, а из треугольника $AA'C$ получим: $AC = AA'.\operatorname{ctg} ACA'$, откуда $\operatorname{ctg} ACA' = \frac{AC}{AA'} = \sqrt{2}$ т.е. $\angle ACA' \neq 45°$. Когда вопрос о падающей тени решается в проекциях, то напомним свойства, если она точка, сделать проекции, или все одного направления луча света в проекциях.

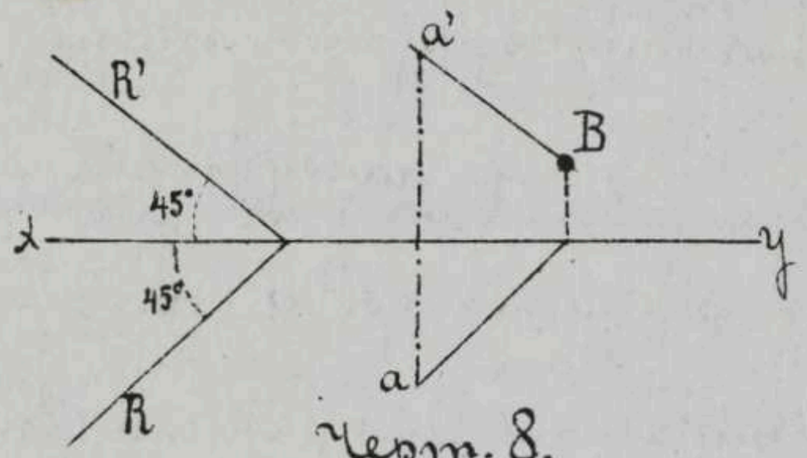
Построение падающей тени от точки.

Положим проекции источника света, который есть точка, будут S и S' (Черт. 7), а освещаемая точка есть (a, a'); при этом нужно заметить, что плоскости проекций не прозрачны. Так как освещаемая точка есть тоже, то для построения падающей тени, мы должны построить обертывающий конус, вершина которого находилась бы в S, S'. Но так как точка есть тоже весьма малочек размеров, то конус обратится в материальную прямую и сечение ея с плоскостями проекций и определится тень точки. Прямая эта в проекциях получится, если соединим a' с S' (вертикальная) и a с S (горизонтальная). Определим горизонтальный след этой прямой, получим точку A. Эта точка будет выражать падающую тень от данной точки на горизонтальную плоскость. Если бы нашли вертикальный след, то он не будет представлять падающей тени на вертикальной плоскости, ибо плоскости проекций, как мы заметили, не прозрачны, и луч света встретит горизонт. прежде, чем верт.



Черт. 7.

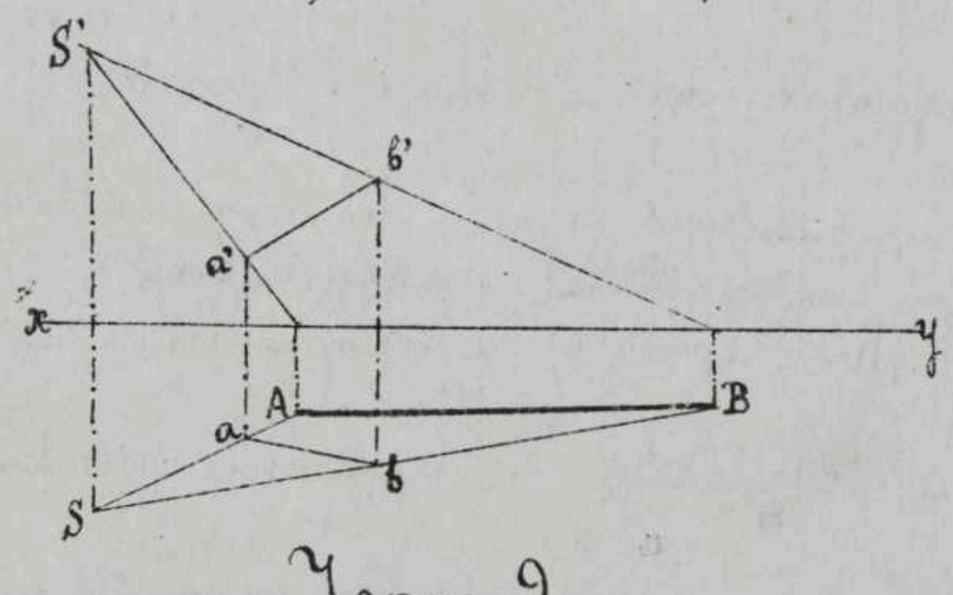
Положимъ, что данная точка (a,a') освѣщается солнцемъ (Черт. 8). Пусть направленіе солнечнаго луча, даннаго проекціями, есть R, R'. Освѣщающій цилиндръ въ нашемъ случаѣ превратится въ прямую линію, параллельную направленію луча. Эта прямая получится, когда изъ a' проведемъ параллель проекціи R', а изъ a — параллель проекціи R; далѣе находимъ слѣдъ B проведенной прямой; онъ будетъ тѣнью отъ данной матеріальной точки на вертикальной плоскости, потому что лучъ встрѣчаетъ сперва вертикальную, а потомъ горизонтальную плоскость проекцій.



Черт. 8.

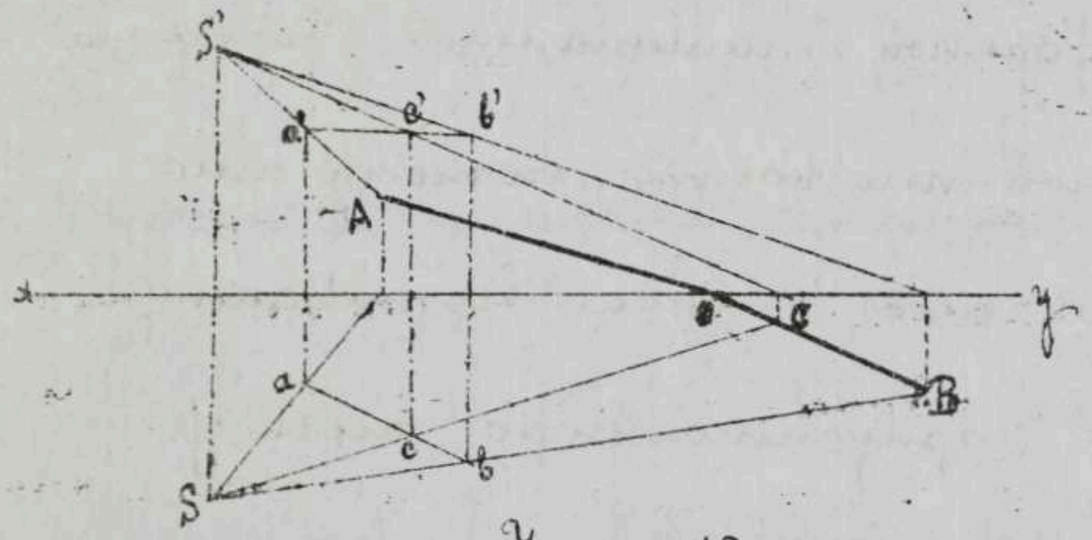
Построеніе тѣни отъ матеріальной прямой.

Пусть проекціи источника свѣта будутъ S и S' (Черт. 9), а проекціи прямой ab, a'b'. Для построенія падающей тѣни строимъ конусъ, освѣщающій наше тѣло. Этотъ конусъ въ этомъ случаѣ превратится въ плоскость, сѣченія которой съ плоскостями проекцій и опредѣлитъ падающую тѣнь. Такимъ образомъ тѣнь отъ прямой — будетъ прямой или ломаной линіей. Для полученія этой тѣни строимъ тѣни отъ крайнихъ точекъ даннаго отрѣзка. На этомъ основаніи соединимъ концы этой линіи т.е. точки a,a' и b,b' съ источникомъ свѣта S,S'; получимъ двѣ линіи, найдемъ слѣды этихъ прямыхъ. Слѣдъ прямой Sb, S'b' есть точка B, слѣдъ прямой Sa, S'a' — точка A. Такимъ образомъ тѣнь отъ точки b,b' будетъ B, а отъ точки a,a' — A.. Слѣдовательно



Черт. 9

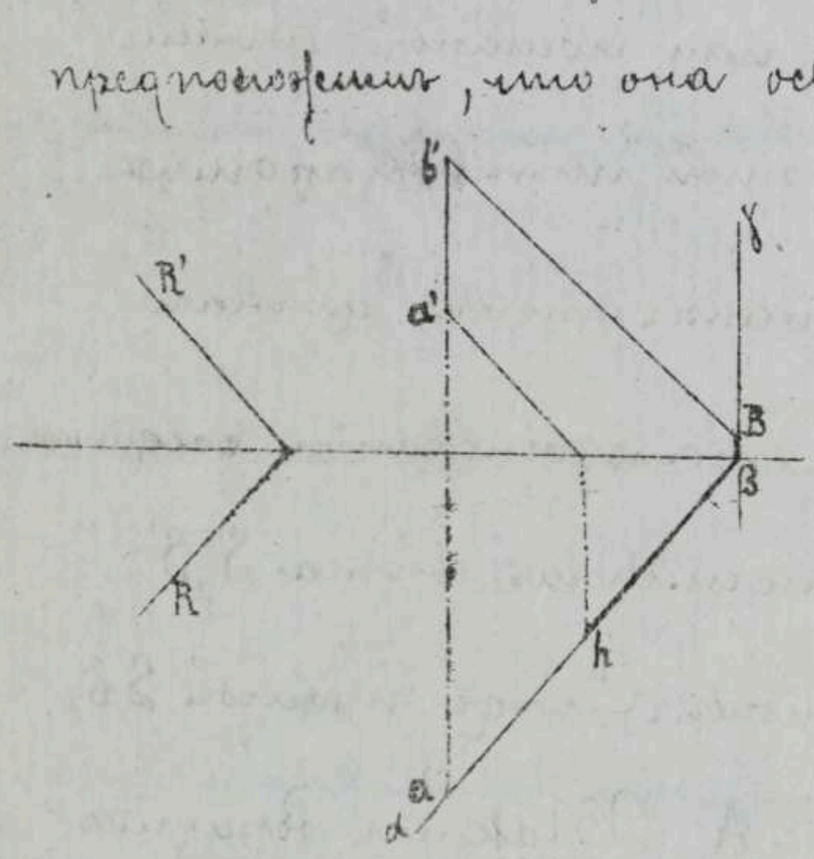
тень AB отъ данной прямой, находящаяся только на горизонтальной плоскости, ибо плоскость, проведенная черезъ отрѣзокъ и S,S' пересѣкаетъ сперва горизонтальную плоскость, а потомъ вертикальную. Но можетъ случиться, что тень будетъ падать на обѣ плоскости проекцій. Тогда, напримѣръ, построенная тень отъ прямой (ab, a'b') (Черт. 10). Для этого поступаемъ точно такимъ же т.е. находимъ тени отъ концовъ даннаго отрѣзка; отъ точки (a, a') тень есть A, а отъ (b, b') — B. Такимъ образомъ тень отъ даннаго отрѣзка находится на плоскостяхъ вертикальной и горизонтальной.



Черт. 10.

Чтобы опредѣлить направленіе тѣни на плоскостяхъ проекцій, сначала берутъ на отрѣзокъ (ab, a'b') еще какую нибудь точку (c, c') и находятъ ея тѣнь, которая есть C; тогда соединивъ C съ B и, продолживъ до оси, получимъ тѣнь прямой на горизонтальной плоскости, а соединивъ O съ A, получимъ тѣнь на вертикальной плоскости.

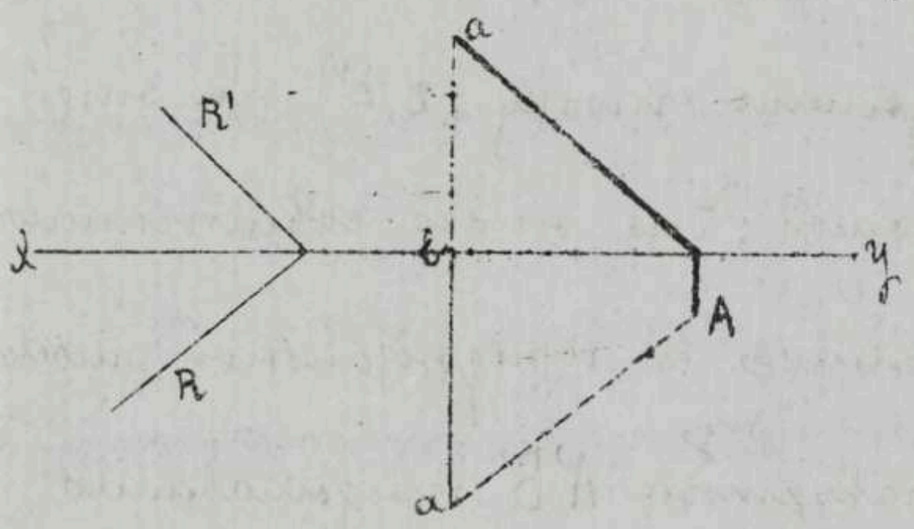
Положимъ теперь, что прямая, падающую тѣнь которой мы ищемъ, перпендикулярна къ плоскости горизонтальной и вѣроятность того предположимъ, что она освѣщена солнцемъ, направленіе лучей которого дано проекціями R, R' (Черт. 11.), а проекціи прямой суть (a, a'b'). Для построенія тѣни слѣдуетъ провести цилиндръ, описывающій нашу прямую съ образующими ‖ направленію луча. Этотъ цилиндръ обратится въ нашемъ случаѣ въ плоскость, перпендикулярную къ плоскости горизонтальной и параллельной лучу.



Черт. 11.

Эта плоскость есть $\alpha\beta\gamma$, при чем $ab \parallel R$. Сечение этой плоскости съ плоскостями проекцій дастъ направленіе падающей линіи, а дѣйствіе, чтобы ее ограничить строгими линіи отъ крайнихъ точекъ нашего отрѣзка. Тѣнь точки (a,a') есть A, а точки (a,b') — B, и потому тѣнь отъ даннаго отрѣзка есть BBA. Такимъ образомъ видимъ, что если прямая перпендикулярна плоскости горизонт. то тѣнь отъ нея на этой плоскости параллельна горизонтальной проекціи луча, а на вертикальной перпендикулярна къ оси.

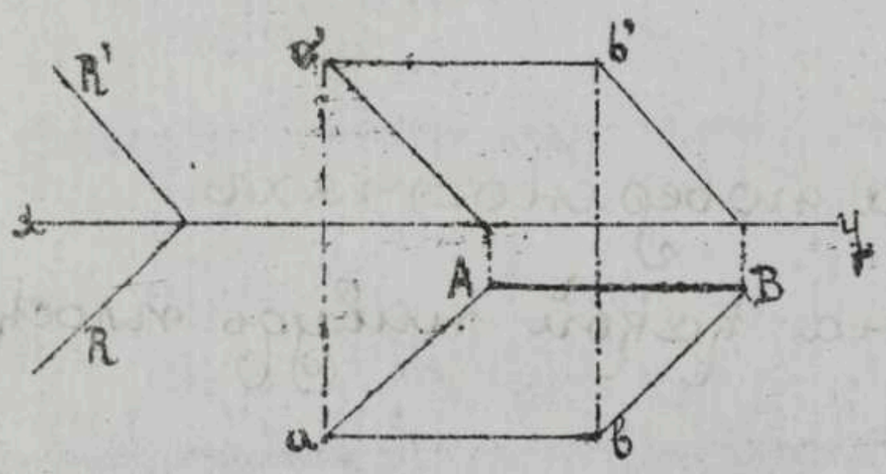
Если линія перпендикулярна къ вертикальной плоскости (Черт. 12), то



Черт. 12.

тѣнь отъ нея на вертикальной плоскости параллельна вертикальной проекціи луча, а на горизонт. перпендикулярна къ оси. Въ нашемъ случаѣ линія перпендикулярна къ вертикальной плоскости проекцій и тѣнь ея есть одну точку и потому тѣнь будетъ начинаться отъ этой точки.

Положимъ теперь, что прямая параллельна оси; тогда падающая тѣнь на плоскостяхъ проекцій будетъ параллельна оси, ибо плоскость, опредѣляемая этой прямой и направленіемъ луча, будетъ параллельна оси, и потому сѣченіе ея съ плоскостью проекцій будетъ линія, параллельная оси. Для полученія этой

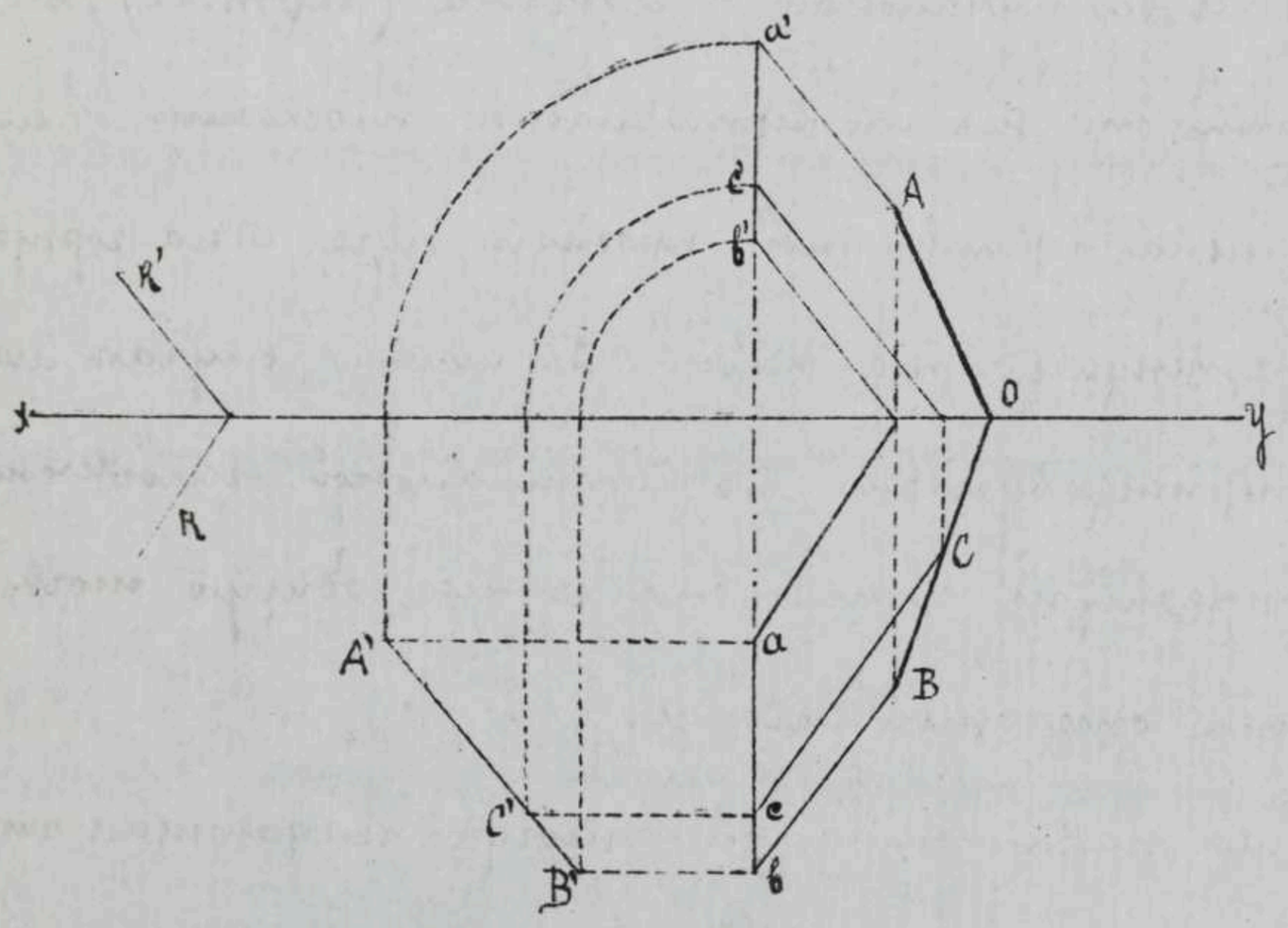


Черт. 13.

тѣни (Черт. 13.) строимъ тѣни отъ крайнихъ точекъ: отъ (a,a') будетъ A, отъ (b,b') будетъ B. Соединивъ A съ B получимъ тѣнь отъ данной прямой. Четырехугольникъ aABb есть параллелограммъ, а потому для построенія падающей тѣни отъ прямой, параллельной оси, можно поступить такъ: строимъ тѣнь A отъ точки (a,a'), черезъ точку A проводимъ параллель оси и на ней откладываемъ

длину, равную ав; тогда получимъ какъ величину, такъ и направленіе падающей тѣни отъ данной прямой.

Положимъ теперь, что прямая перпендикулярна къ оси; въ этомъ случаѣ проэкціи этой линіи располагаются, какъ это показано на черт. 14 (ав, а'в'). Строимъ тѣни отъ крайнихъ точекъ этой прямой; отъ (а, а') будетъ А, отъ (в в') будетъ В. Такимъ образомъ тѣнь отъ данной прямой будетъ лежать какъ на горизонтальной, такъ и на вертикальной плоскости. Чтобы получить положеніе тѣни на каждой изъ плоскостей проекцій, возьмемъ точку (с, с') на этой прямой; для этого совмѣстимъ прямую съ горизонтальной плоскостью такъ, чтобы А'В' представляло совмѣщенное положеніе ея; теперь зберемъ произвольную точку С' и строимъ ея проекціи (с, с'). Найдемъ, какъ, найдемъ тѣнь взятой точки,



Черт. 14.

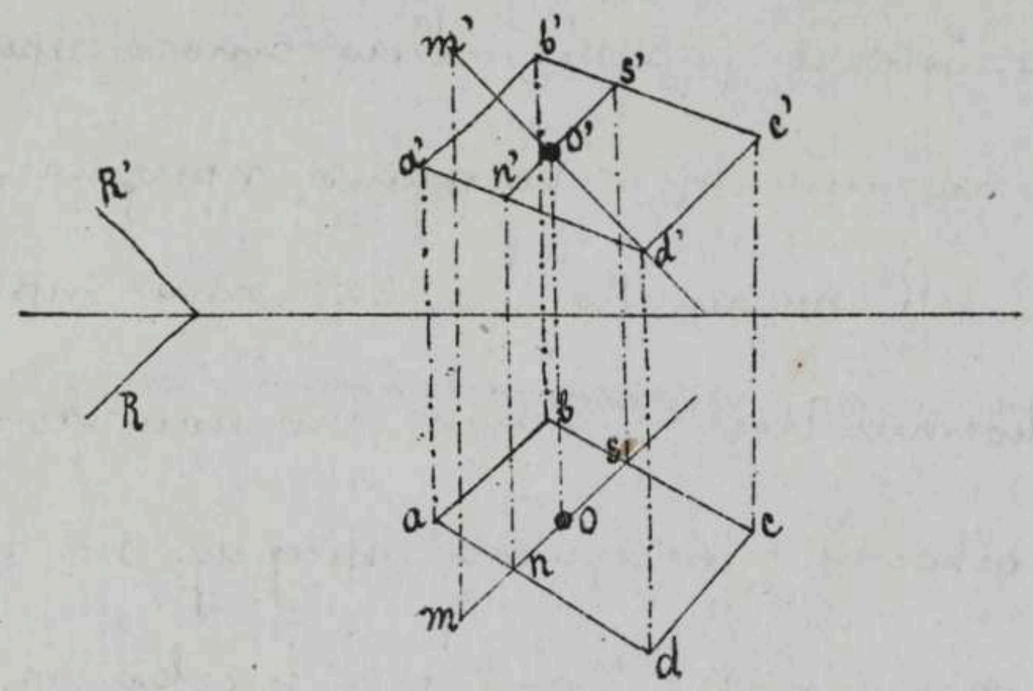
которая будетъ С; ее соединяютъ съ В и продолжаютъ до пересѣченія съ осью въ точкѣ О; эту точку соединяютъ съ А. Полученная ломаная линія АОВ будетъ тѣнью данной прямой.

Построеніе тѣней на поверхностяхъ

Построить тѣнь отъ точки на какой нибудь плоской фигурѣ.

Пусть, напримѣръ, даны (Черт: 15): точка (т, т'), плоскій четыреугольникъ (авсd, а'в'с'd') и направленіе свѣтоваго луча R, R'. — Для этого построенія тѣни отъ точки на четыреугольникъ проводимъ черезъ данную точку параллель свѣ-

товому лучу. Проекции этой прямой (m_0, m'_0) будутъ соответственно || лучу (R, R'). Затѣмъ ищемъ точку встрѣчи этой параллели съ плоскостью четыреугольника; для этого проводимъ черезъ (m_0, m'_0) горизонтально-проэктирующую плоскость, ея горизонтальный слѣдъ будетъ ms. Эта плоскость пересѣчетъ сторону четыреугольника $(bc, b'c')$ въ точкѣ (s, s'), а сторону $(ad, a'd')$ въ точкѣ (n, n'). Линія $(ns, n's')$ выразитъ сѣченіе проэктирующей плоскости съ четыреугольникомъ. Такъ какъ направленіе

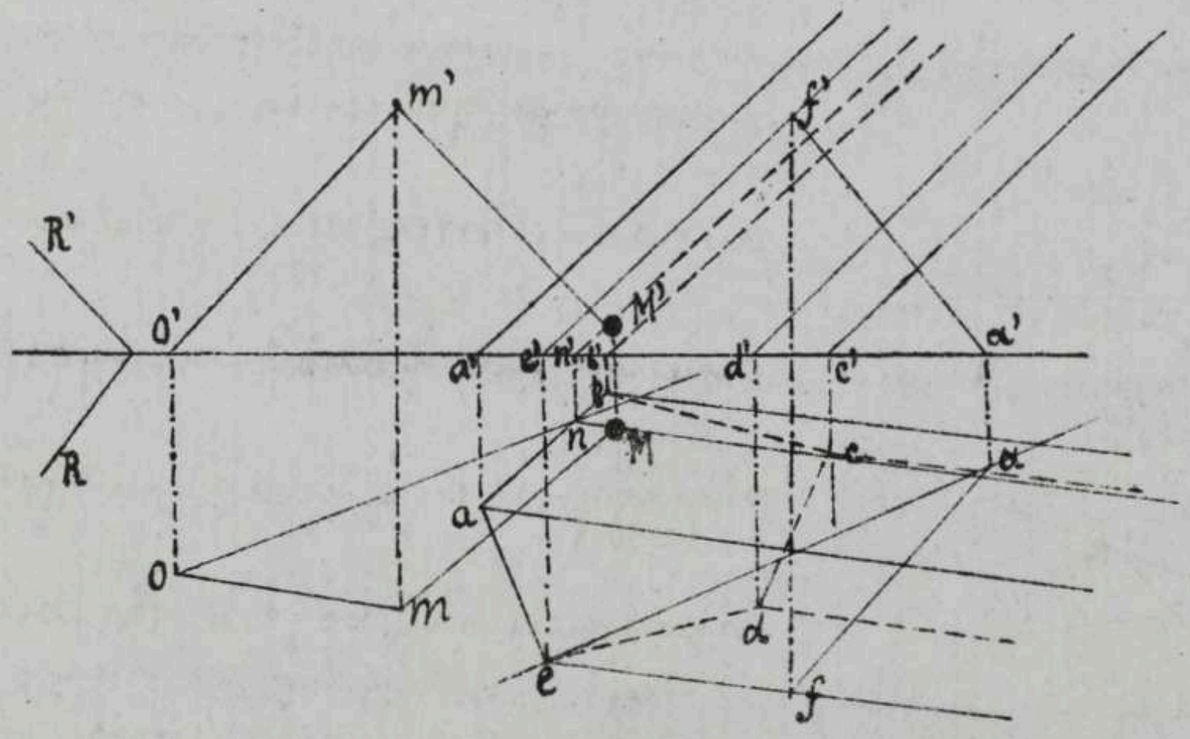


Черт. 15.

луча (m_0, m'_0) заключается въ той же проэктирующей плоскости, то точка $(0, 0')$ пересѣченія его съ прямой $(ns, n's')$ и будетъ точкой встрѣчи луча съ плоскостію фигуры. Эта точка $(0, 0')$ и будетъ искомой точкой тѣни. При этомъ должно замѣтить, что тѣнь, находясь въ плоскости фигуры, можетъ лежать и внѣ четыреугольника. –

Построить тѣнь отъ точки на данной призмѣ.

Чтобы построить тѣнь отъ точки (m, m'), беремъ (Черт. 16) на какомъ нибудь боковомъ ребрѣ (ef, ef') призмы произвольную точку (f, f') и проводимъ черезъ нее прямую $(fa, f'a')$, параллельную направленію луча (R, R'). Черезъ эту прямую и ребро $(ef, e'f')$ проводимъ плоскость. Ея горизонт. слѣдъ пройдетъ черезъ горизонт. слѣдъ α прямой $(fa, f'a')$ и слѣдъ e ребра (ef, ef') призмы; онъ представитъ прямую $e\alpha$.

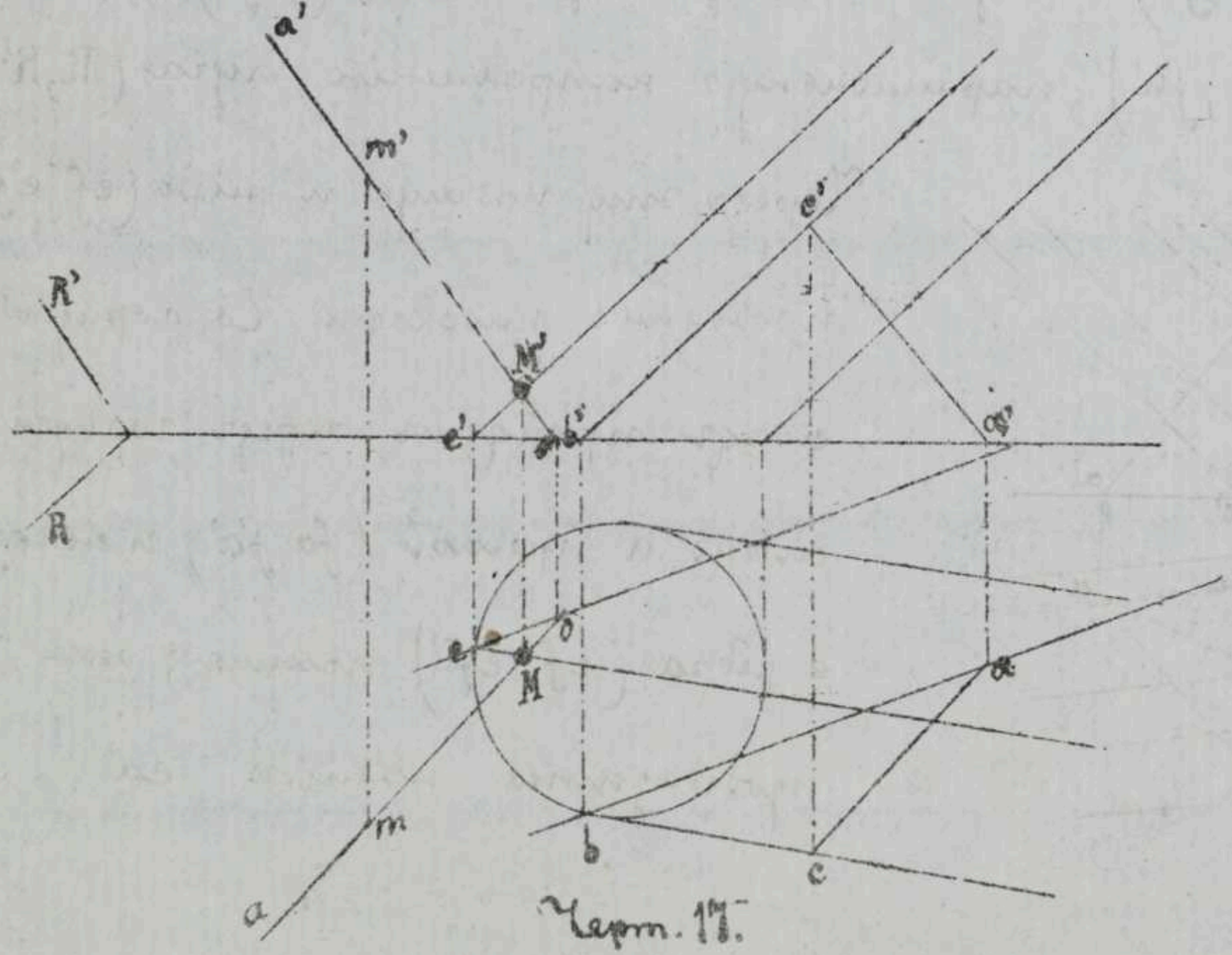


Черт. 16.

Построенная плоскость параллельна направлению луча, стало быть вся-кая плоскость, параллельная первой, будет заключать направление падающего луча. Теперь построим плоскость, параллельную только что построенной и проходящую через данную точку (m, m'). Для этого через точку (m, m') проведем прямую $(mo, m'o')$, параллельную ребрам призмы, а через горизонтальный след ея O линию OP параллельную ea; эта прямая OP и будет следом некоторой плоскости. Из чертежа, по построению следа OP заключаем, что построенная плоскость пересечет призму по прямой $(nM, n'M')$. На этой прямой и будет находиться тень от точки (m, m'), а для нахождения ея стоит только через вертикальную проекцию точки m' провести параллель $m'M'$ вертикальной проекции R' луча света. Точка встречи M' и будет вертикальной проекцией тени; по ней находим горизонтальную проекцию тени M.

Построить тень от точки (m, m') на поверхности цилиндра.

Тень эта получится, когда через данную точку (m, m') проведем линию $(am, a'm')$, параллельную лучу (R, R') и найдем ея сечение с цилиндром; тогда точка встречи, ближайшая к данной и будет некоторою (Черт. 17.)



Черт. 17.

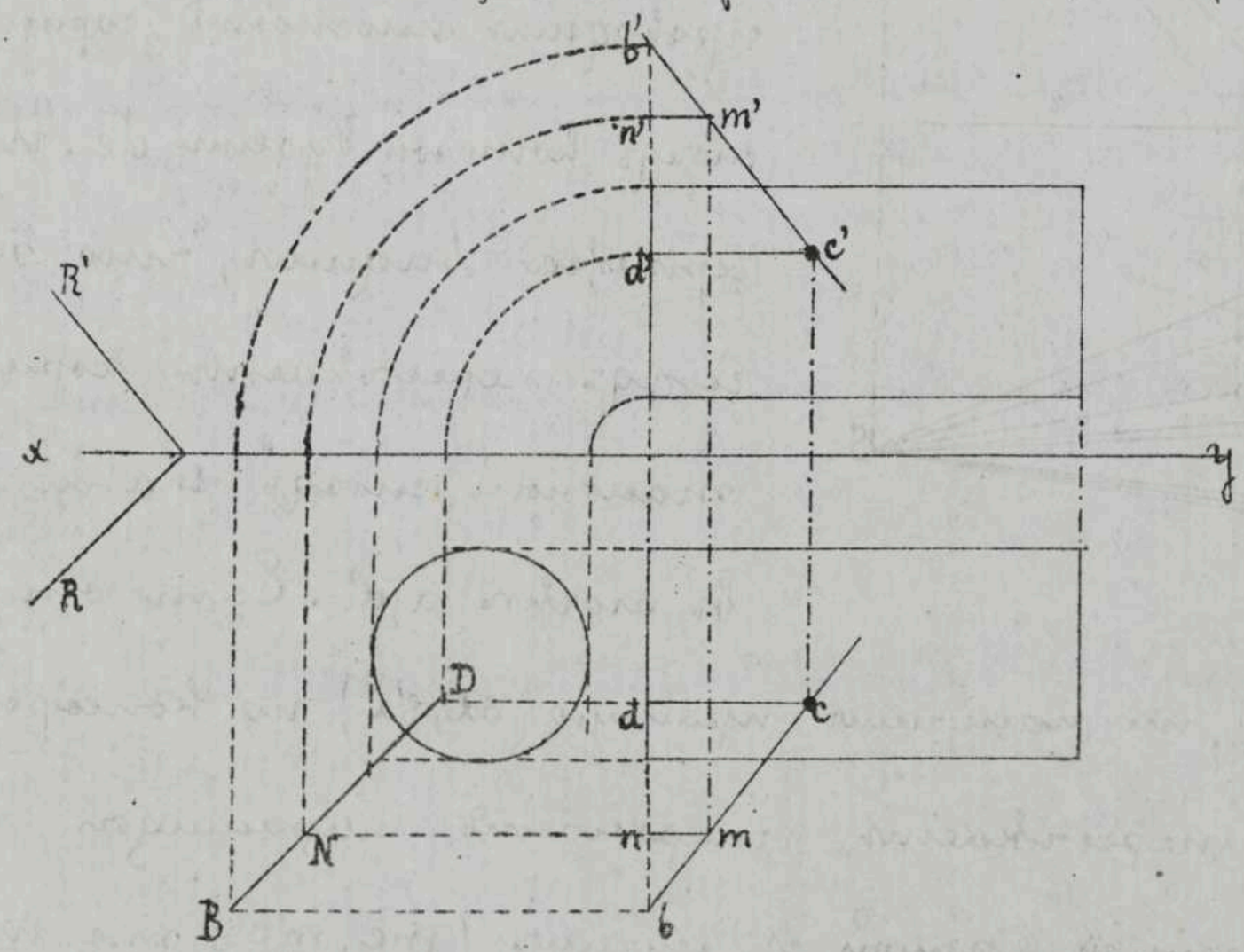
[цилиндр предполагается непрозрачным.]

Для определения точки встречи прямой $(ma, m'a')$ с цилиндром, берем на какой-нибудь его образующей, например, на предельной $(bc, b'c')$ произвольную точку (c, c') и через нее

проводим прямую $(ca, c'a')$, параллельную лучу (R, R'). Через линию $(ca, c'a')$ и образующую $(bc, b'c')$ проводим плоскость, горизонтальным следом которой будет прямая ba. Как эта плоскость, так и всякая ей параллельная будет заключать в себе направление луча. Теперь через данную точку (m, m') проводим плоскость, параллельную построенной; ея следъ пройдет через следъ O направления луча $(mo, m'o')$ и будет параллеленъ ba. Эта плоскость пересечет цилиндръ по образующей $(eM, e'M')$; пересечение этой образующей съ направлением луча $(mo, m'o')$ лежащаго въ одной съ нею плоскости и дастъ наконецъ (M, M') — искомую тень отъ данной точки (m, m'). — Тотъ же способъ употребляютъ для построения тени въ случаѣ цилиндра, перпендикулярнаго къ горизонтальной плоскости.

Построить тень отъ точки на поверхности цилиндра, образующія котораго параллельны оси.

Для построенія искомой тени черезъ данную точку (m, m') проводимъ (Черт. 18.) прямую $(mc, m'c')$ параллельно направленію луча (R, R') и ищемъ точку встрѣчи ея съ поверхностью цилиндра; эта послѣдняя и будетъ тенью. Продолженіе луча $(mc, m'c')$ до встрѣчи съ плоскостью основанія цилиндра въ точкѣ (b, b'); данныя черезъ данную точку (m, m'), параллельную образующимъ цилиндра. Совмѣстимъ теперь основаніе цилиндра вмѣстѣ съ съ

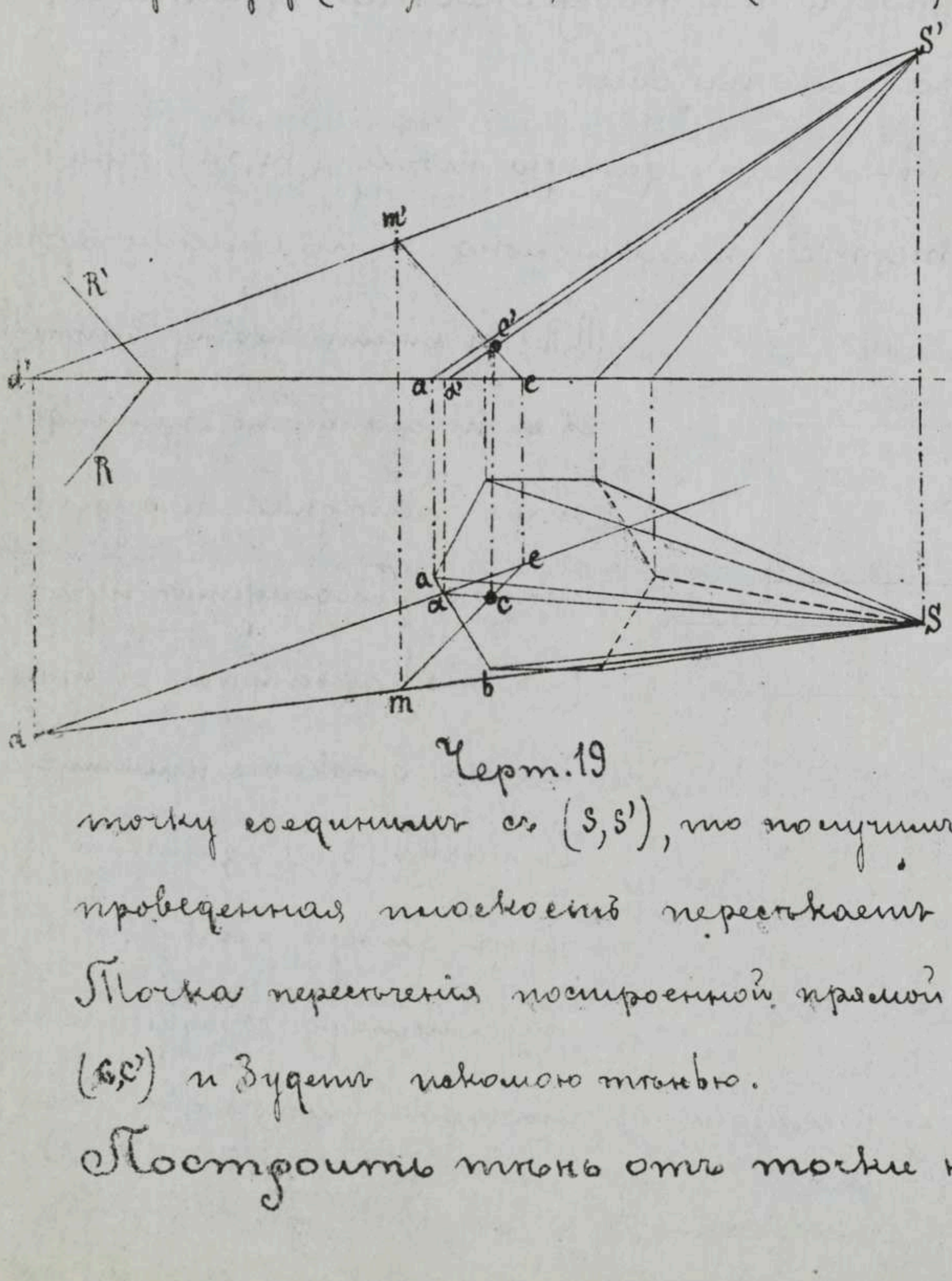


Черт. 18.

точками (b,b') и (n,n') съ горизонтальною плоскостію. Черезъ совмещенныя положенія B и N точекъ (b,b') и (n,n') проведемъ прямую BN, которая пересѣчетъ совмещенное положеніе основанія въ двухъ точкахъ. Поднявъ плоскость, найдемъ проэкціи точки D, ближайшей къ точкѣ N, изъ этихъ 2^хъ точекъ, въ которыхъ прямая B.N пересѣкается съ окружностью основанія. Проэкціи точки D будутъ (d,d'). Наконецъ черезъ точку (d,d') проводимъ образующую (dc,d'c') цилиндра. Такъ какъ образующая эта и дуга (mc,m'c') находятся въ одной плоскости, то точка встрѣчи ихъ (c,c') и дастъ искомую ∫

Построить тѣнь отъ точки на поверхности данной пирамиды.

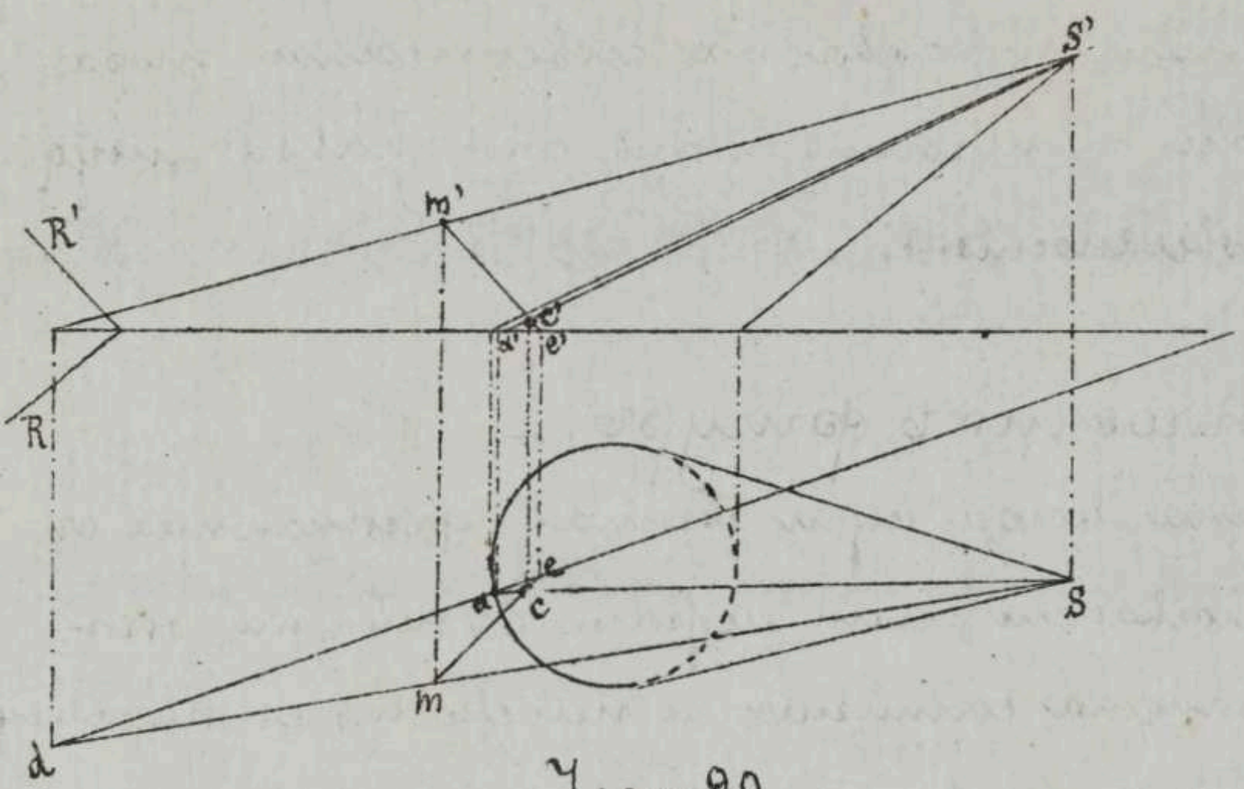
Какъ и всегда проводимъ черезъ данную точку (m,m') прямую (me,m'e'), параллельную лучу (R,R') и ищемъ ея (Черт. 19.) точку встрѣчи съ поверхностью пирамиды. Соединимъ точку (m,m') съ вершиной пирамиды (S,S') и черезъ прямыя (ms, m's') и (me,m'e') проводимъ плоскость, горизонтальный слѣдъ которой будетъ de. Изъ чертежа видимъ, что этотъ слѣдъ пересѣкаетъ горизонтальный слѣдъ грани abS въ точкѣ a,a'. Если эту точку соединимъ съ (S,S'), то получимъ прямую (Sa, S'a') по которой проведенная плоскость пересѣкаетъ поверхность пирамиды. Точка пересѣченія построенной прямой съ лучемъ (mc, m'c') т.е. точка (c,c') и будетъ искомою тѣнью.



Черт. 19

Построить тѣнь отъ точки на поверхности конуса.

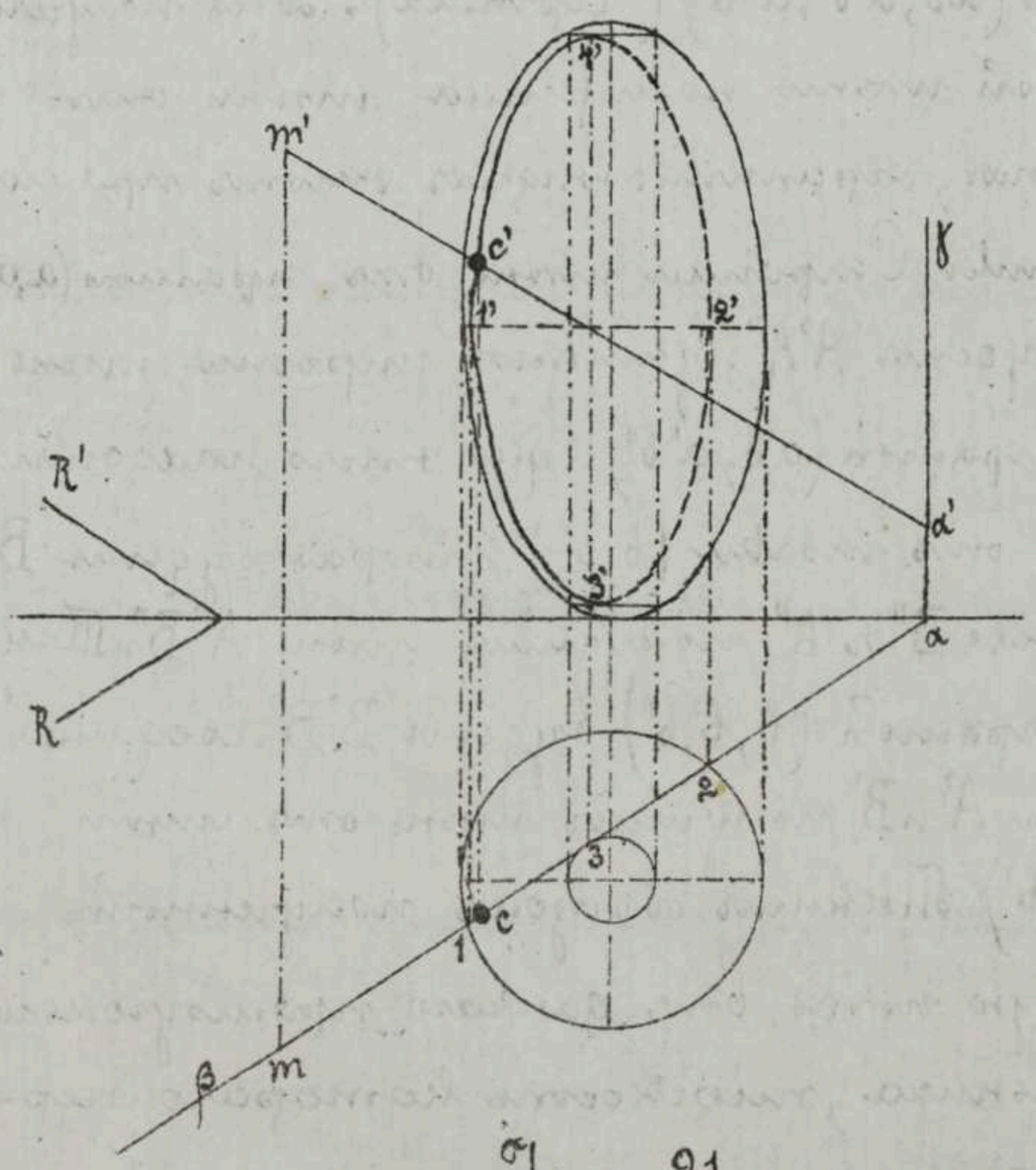
Для этого через данную точку (m,m') проводим прямую (mc, m'c'), параллельную (R,R') и ищем (Черт.20.) точку встречи ее с поверхностью конуса. Соединяем точку (m,m') с вершиной конуса (S,S') и через прямыя (ms, m's') и (mc, m'c') проводим плоскость, горизонтальным следом которой будет прямая de. Эта плоскость пересечет конус по двум образующим; Зеркальная изо них ея точки (m,m') будет (sa, s'a'). Сечение этой образующей с сечем (mc, m'c') т.е. точка (c,c') и есть искомая точка.



Черт.20.

Построить точку от точки на поверхности вращения.

Пусть данная поверхность вращения есть эллипсоид. Для отыскания точки проводим через данную точку (m,m') прямую (mc, m'c'), параллельную (R,R') и ищем ея точку встречи с данною поверхностью (Черт.21.). Для этого через построенную прямую проводим горизонтально проэктирующую плоскость βαγ. Строим эллипс, по которому пересечется эта плоскость с эллипсоидом. Находим сперва точки сечения, лежащия на экваторе; они будут (1,1') и (2,2'). Строим теперь высшую и низшую точки; для этого пересечем эллипсоид такой горизонт. плоскостью, горизонтальная проекция сечения которой с эллипсоидом, т.е. окружность (3), касается к горизонтальной проекции ma нашей прямой. Таких плоскостей будет две и они пересекут эллипсоид по двум окружностям, у которых одна горизонтальная проекция, а вертикальныя суть прямыя 3' и 4', параллельныя оси. Теперь по горизонтальной проекции 3 находим вертикальныя 3' и 4' низшей и высшей точек нашего сечения. Построив таким



Черт.21.

образом по точкам всех эллипсов, найдем точки пересечения этого эллипса с сечем (mc, m'c') тогда вспомогательная, к данной точке (m,m'), т.е. точка (c,c') и будет искомою точкою.

Умѣя строить на разсматриваемыхъ поверхностяхъ тѣни отъ точки, мы можемъ построить на нихъ тѣнь и отрѣзка прямой, а также и отъ какой-нибудь фигуры прямолинейной или криволинейной. —

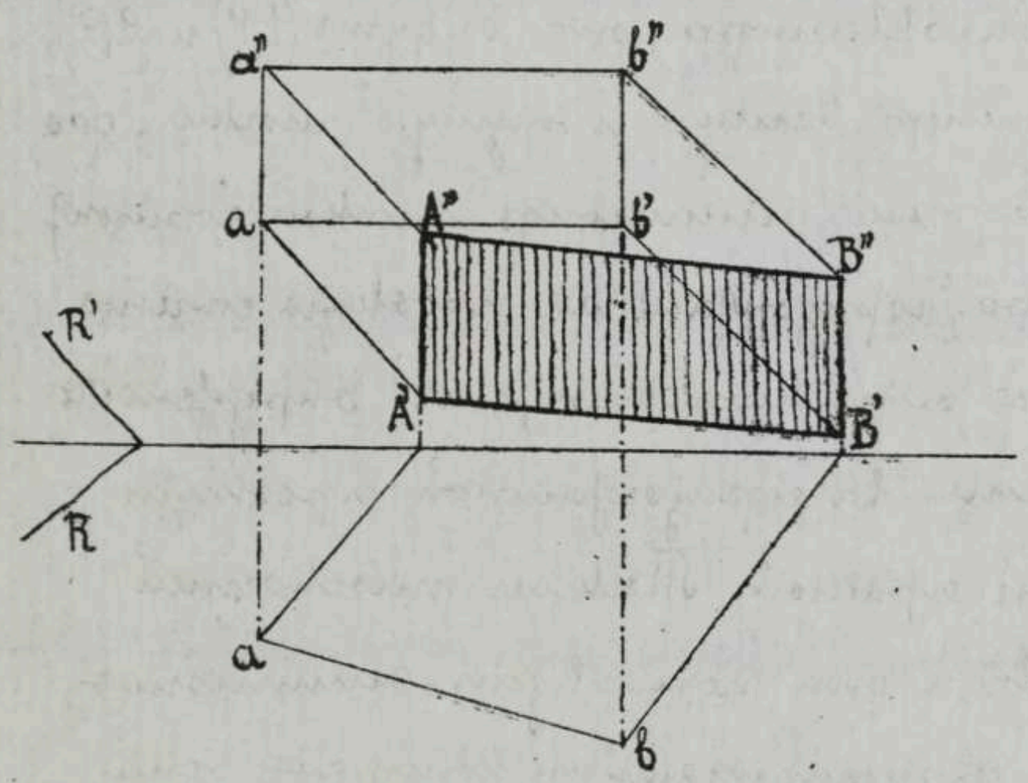
Примѣры. 1. Построить тѣнь отъ отрѣзка прямой на поверхности призмы (Призма стоитъ на горизонтальной плоскости, или основаніе ея ребра параллельны оси, или она имѣетъ произвольное положеніе въ пространствѣ)

2. Построить тѣнь отъ прямолинейнаго отрѣзка на поверхности пирамиды, конуса или цилиндра; или же построить тѣнь отъ какой нибудь прямолинейной фигуры на тѣхъ же поверхностяхъ.

Построеніе тѣней отъ плоскихъ фигуръ. —

Плоская фигура тогда только освѣщена, когда лучи свѣта перескакиваютъ черезъ нее. Если же лучи параллельны этой плоскости, или лежатъ въ ней, то они не будутъ ее освѣщать. Когда фигура освѣщена солнцемъ и плоскость ея параллельна падающимъ лучамъ, то она находится въ тѣни; то же произойдетъ, если фигура освѣщена точкою, находящейся на ея плоскости.

Построить тѣнь отъ прямоугольника, плоскость котораго перпендикулярна къ плоскости горизонтальной.



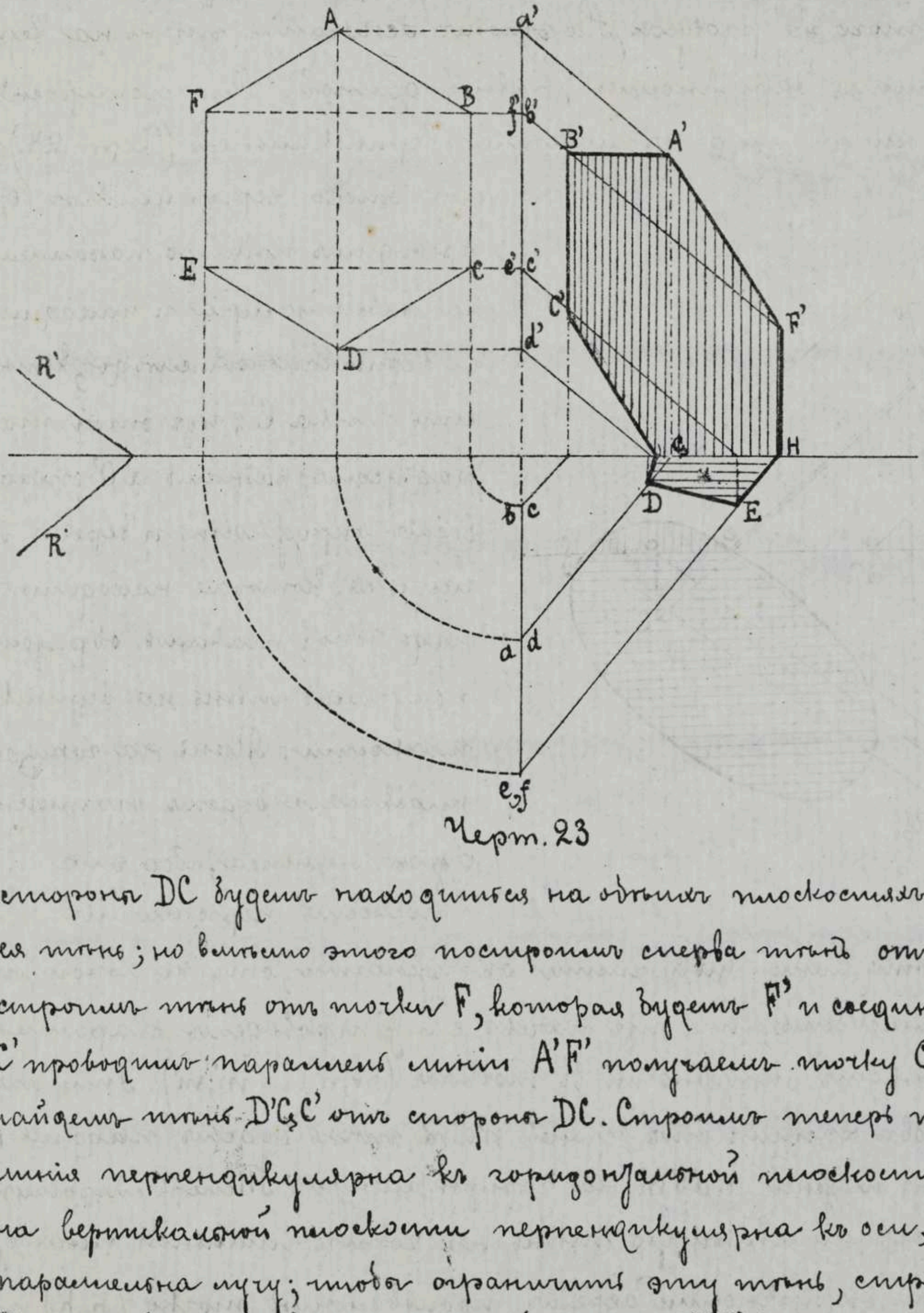
Черт. 22

Пусть проэкціи этого прямоугольника будутъ (ab, a'b', a''b'') (Черт. 22). Для полученія искомой тѣни построимъ тѣни отъ прямыхъ, ограничивающихъ этотъ прямоугольникъ. Строимъ тѣнь отъ прямой (a, a'a'') она будетъ A'A''; затѣмъ строимъ тѣнь отъ прямой (ab, a''b''), для этого находимъ тѣнь отъ точки (b, b''), которая будетъ B''; соединивъ B'' съ A'' получимъ тѣнь A''B''. Тѣнь отъ прямой (b, b', b'') будетъ B'B''. Соединивъ точки A' и B' получимъ тѣнь отъ линіи (ab, a'b'). Такимъ образомъ полученный параллелограммъ A'A''B''B' выражаетъ падающую тѣнь отъ даннаго прямоугольника.

Построить тѣнь отъ многоугольника, плоскость котораго перпендикулярна къ оси проэкцій (Черт. 23)

Возьмемъ правильный шестиугольникъ; для построенія проэкцій его мы должны

знать его натуральную величину. Пусть этот многоугольник дан въ совмѣщенномъ положеніи на вертикальной плоскости; тогда проэкціи его выразятся отрѣзками $(a'd', be)$. При чемъ точки (a,a'), (b,b'), (c,c'), (e,e'), (f,f') будутъ проэкціями его вершинъ. Для построенія тѣни отъ шестиугольника будемъ строить тѣни отъ сторонъ его. Чтобы найти тѣнь отъ стороны AB, построимъ тѣни отъ вершинъ A и B: отъ вершины (a,a') будетъ A', отъ вершины (b,b') – B, затѣмъ соединяемъ точку B' съ A' и найдемъ искомую тѣнь. Тѣнь отъ стороны BC находимъ слѣдующимъ образомъ: находимъ тѣнь отъ вершины (c,c'); она будетъ C', а потомъ соединяемъ C' съ B' получимъ C'B' тѣнь отъ BC; при этомъ замѣтимъ, что такъ какъ BC перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, то B'C' должна быть перпендикулярна къ оси. Отыщемъ тѣнь отъ вершины D; она будетъ D' и лежитъ на горизонт. плоскости. Изъ этого видно, что тѣнь отъ стороны DC будетъ находиться на обѣихъ плоскостяхъ, а потому, чтобы опредѣлить ея тѣнь; но вмѣсто этого построимъ сперва тѣнь отъ стороны FA; для этого строимъ тѣнь отъ точки F, которая будетъ F' и соединяемъ ее съ A'. Теперь черезъ C' проводимъ параллель линіи A'F' получаемъ точку C_3 на оси x, соединяя ее съ D' найдемъ тѣнь $D'C_3C'$ отъ стороны DC. Строимъ теперь тѣнь отъ стороны EF; она линія перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, а потому ея тѣнь F'H на вертикальной плоскости перпендикулярна къ оси, а на горизонтальной параллельна оси; чтобы ограничить эту тѣнь, строимъ тѣнь отъ точки E; она будетъ E'; такимъ образомъ E'HF' будетъ тѣнью стороны EF. Соединяемъ наконецъ точку D' съ E', получаемъ тѣнь отъ стороны ED. Полученный многоугольникъ D'C$_3$C'B'A'F'HE будетъ представлять падающую тѣнь на горизонтальной и вертикальной плоскости отъ даннаго многоугольника.



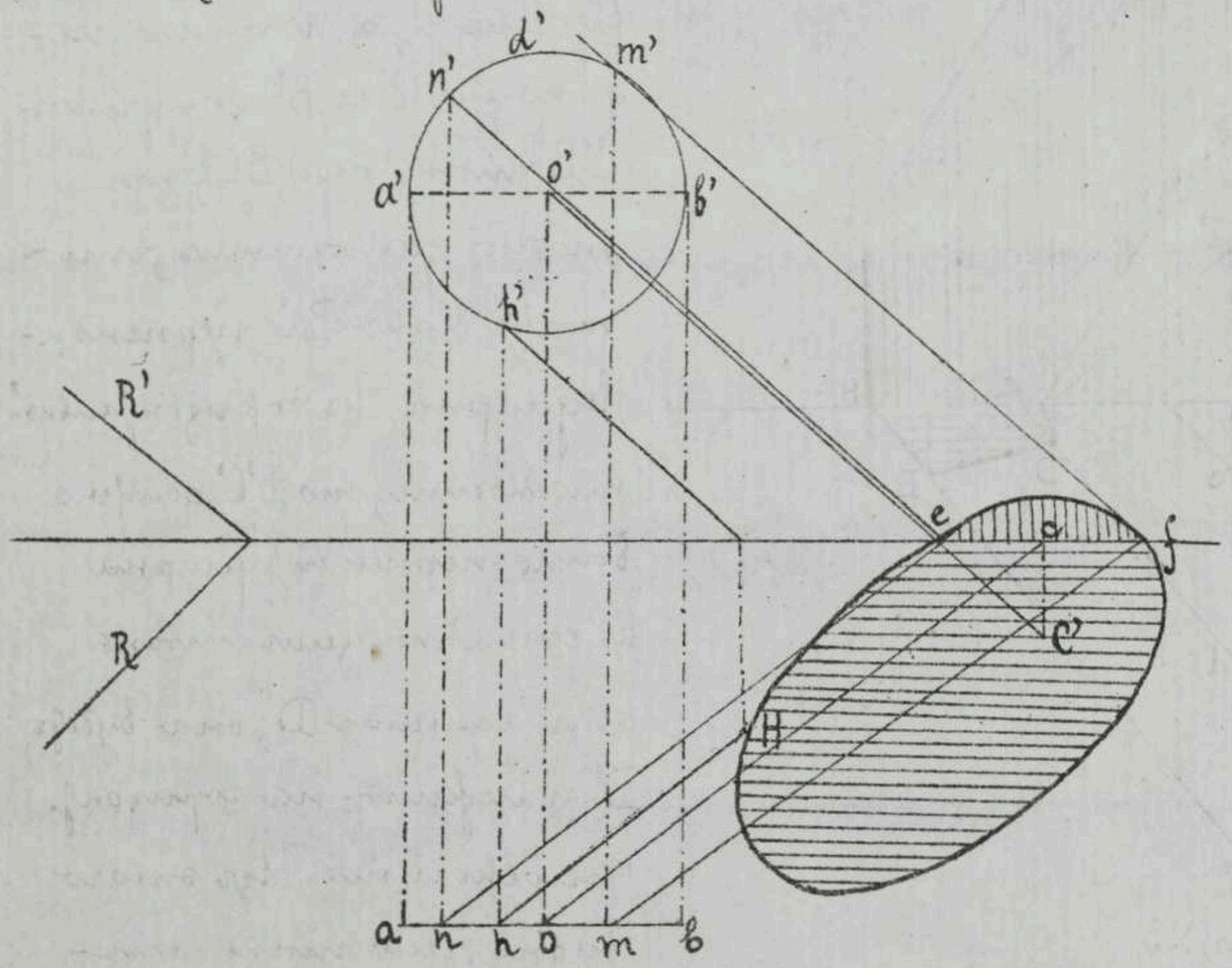
Черт. 23

3. 6305

БИБЛІОТЕКА
ИМПЕРАТОРСКАГО
Московскаго
ТЕХНИЧЕСКАГО УЧИЛИЩА

Построение падающей тени от круга, которого плоскость параллельна вертикальной плоскости.

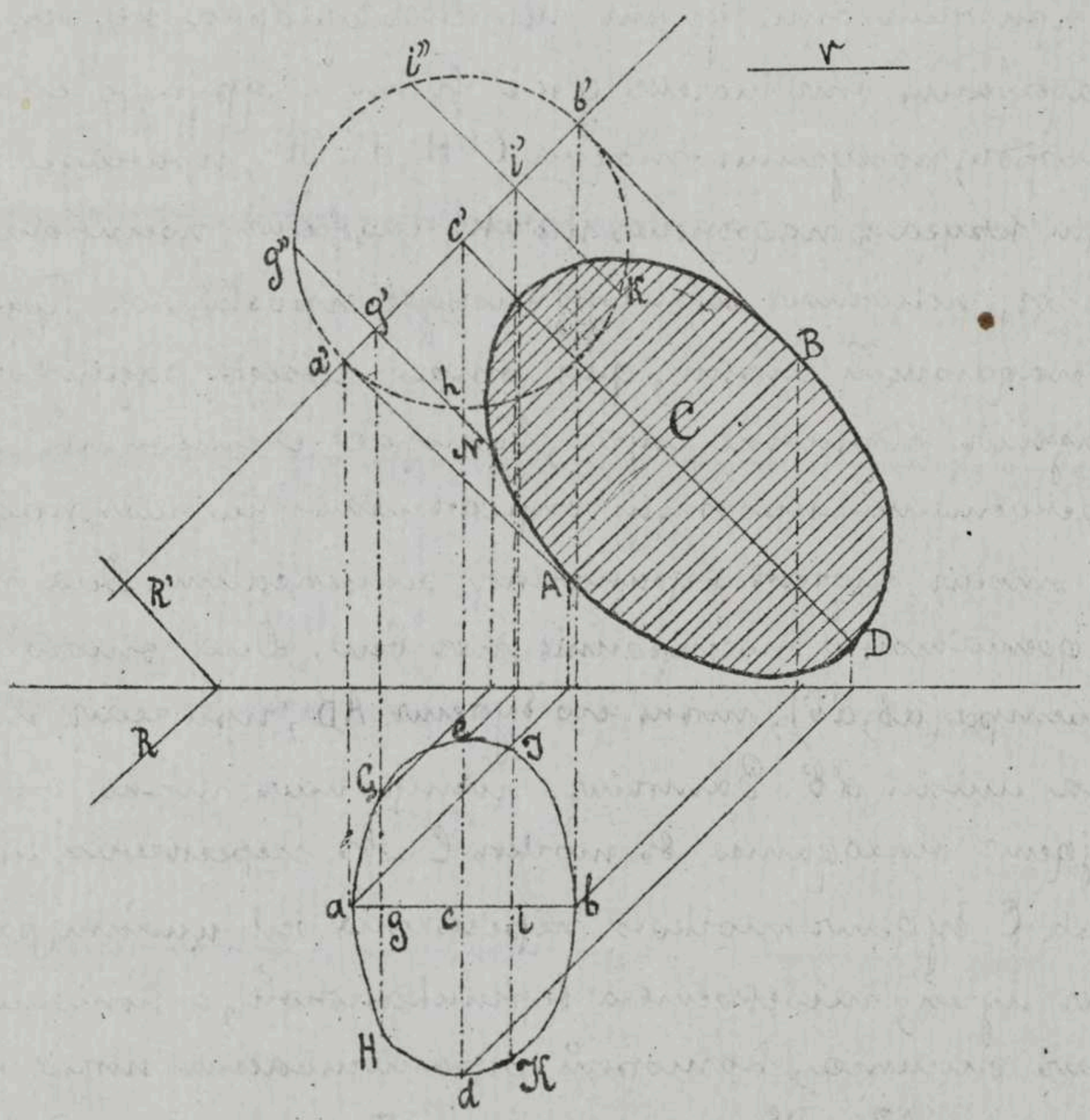
Чтобы построить тень от круга, мы должны вообразить, что через различные точки окружности его проходят лучи. Эти лучи составят цилиндрическую поверхность, сечение которой с плоскостями проекций и определит падающую тень. Так как этот цилиндр имеет направляющею – окружность, то сечение его с плоскостью, параллельной плоскости нашего круга (т.е. плоскостью вертикальной) даст круг того же радиуса. На этом основании тень на вертикальной плоскости ограничится окружностью, равной данной. Для построения ея находим точку встречи оси цилиндра с плоскостью вертикальной (Черт.24.); для этого через центр (O,O') проводим прямую параллельно направлению луча и находим ея вертикальной следы, который есть точка C'; из этой точки радиусом, равным a'O' описываем окружность и берем ту часть ея, которая находится над осью; таким образом получаем тень на вертикальной плоскости. Тень на горизонт. плоскости будет ограничена дугою эллипса, ибо эта плоскость пересекает цилиндр по эллипсу. Для отыскания той части окружности, от которой тень падает на горизонтальную плоскость, мы из точек e и f проведем параллели направлению луча; они пересекут окружность в точках (n,n') и (m',m'). Эти точки разделят окружность на две части: от верхней n'd'm' тень будет падать на вертикальную плоскость, а от нижней n'a'b'm' на горизонтальную. Теперь строим по точкам дугу эллипса, ограничивающую тень на горизонтальной плоскости. Для этого на нижней части окружности берем произвольную точку (h,h') и строим тень ея H; взяв еще несколько точек на этой части окружности, построим их тени и, соединив их получим тень на горизонтальной плоскости.



Черт. 24.

Построить тень отъ круга, котораго плоскость перпендикулярна къ вертикальной проекціи луча.

Прежде построимъ проэкціи этого круга. Для этого замѣтимъ, что такъ какъ плоскость круга перпендикулярна къ вертикальной проэкціи луча, то эта плоскость будетъ также перпендикулярна къ вертикальной плоскости и потому вертикальная проэкція круга выразится отрѣзкомъ прямой, равной діаметру. Горизонтальная же проэкція будетъ эллипсъ, ибо кругъ наклоненъ къ горизонтальной плоскости. Чтобы построить проэкціи круга, должно знать положеніе его центра и величину радіуса. Пусть проэкціи центра будутъ (c,c') и величина радіуса отрѣзокъ V (Черт.25); для полученія вертикальной проэкціи круга мы изъ точки c' опускаемъ перпендикуляръ на R' и на немъ отъ точки c' въ ту и другую сторону откладываемъ радіусъ. Такимъ образомъ получаемъ отрѣзокъ a'b' – вертикальную проэкцію луча. Этотъ отрѣзокъ a'b' будетъ выражать также и вертикальную проэкцію того діаметра круга, который параллеленъ вертикальной плоскости. Стало быть, горизонтальная проэкція его пройдетъ черезъ точку c и будетъ параллельна оси; если точки (a') и (b') спроэктируемъ на эту параллель, то получимъ ab – горизонтальную проэкцію этого діаметра. Затѣмъ возьмемъ діаметръ, перпендикулярный къ вертикальной плоскости. Вертикальная проэкція его выразится точкою c', а горизонтальная перпендикуляромъ къ оси, и эта послѣдняя будетъ выражать натуральную величину діаметра; поэтому отъ точки c въ ту и другую сторону откладываемъ радіусъ и получаемъ de: горизонтальную проэкцію проведеннаго



Черт.25.

діаметра.

Таким образом на горизонтальной проекцией получим линии ab. и cd, перпендикулярные между собой и проходящие через центр того эллипса, который выражает горизонтальную проекцию круга; а потому эти отрезки ab и cd суть оси некоего эллипса; по ним можно построить этот эллипс. Горизонтальную проекцию круга можно построить иначе: вообразим, что данной круг вращается около диаметра (ab, a'b') и приходит таким образом в положение, параллельное вертикальной плоскости; тогда круг на эту плоскость проэктируется в натуральную величину. В этом круг проведем ряд хорд, перпендикулярных к диаметру a'b'; дадим плоскость круга приведем в первоначальное положение, тогда хорды g"h и i"k на вертикальной плоскости проэктируются точками g' и i', а на горизонтальной плоскости — в натуральную величину, при чем они будут перпендикулярны к оси. На этом основании откладываем от точек g и i в ту и другую сторону половины проведенных хорд, получим точки C, H, J и K, принадлежащие горизонтальной проекции круга; подобных точек можем построить сколько угодно; соединив их, получим горизонтальную проекцию. Приступаемъ к построению падающей тени, для этого через различные точки окружности вообразим световые лучи, которые составляют цилиндр, а сечение его плоскостями проекций определяет на них падающую тень. Она будет в этом случае ограничена эллипсами. Для построения этих эллипсов достаточно построить их оси. Для этого мы строим тень от диаметра (ab, a'b'); тень его будет AB, причем линия AB параллельна и равна линии a'b'. Затем построим тень от диаметра (de, c'), которая будет находится в точке C: в пересечении линий AB и DE; потому точка C будет точкою пересечения оси цилиндра (составленного из световых лучей) плоскостью вертикальной, а потому эта точка будет центром эллипса, которой ограничивает тень на вертикальной плоскости; линии AB и DE — его осями. По этим найденным величинам можем построить эллипс, а значит и найти падающую тень. Эту тень мы можем получить иным образом, а именно: построим тени от точек (G, g'), (H, g'), (J, i') и (K, i'), которые будут N и т.д. и соединив их получим тень на вертикальной плоскости.

Построение теней от теней, ограниченных плоскостями.

Для построения падающих и собственных теней такого рода

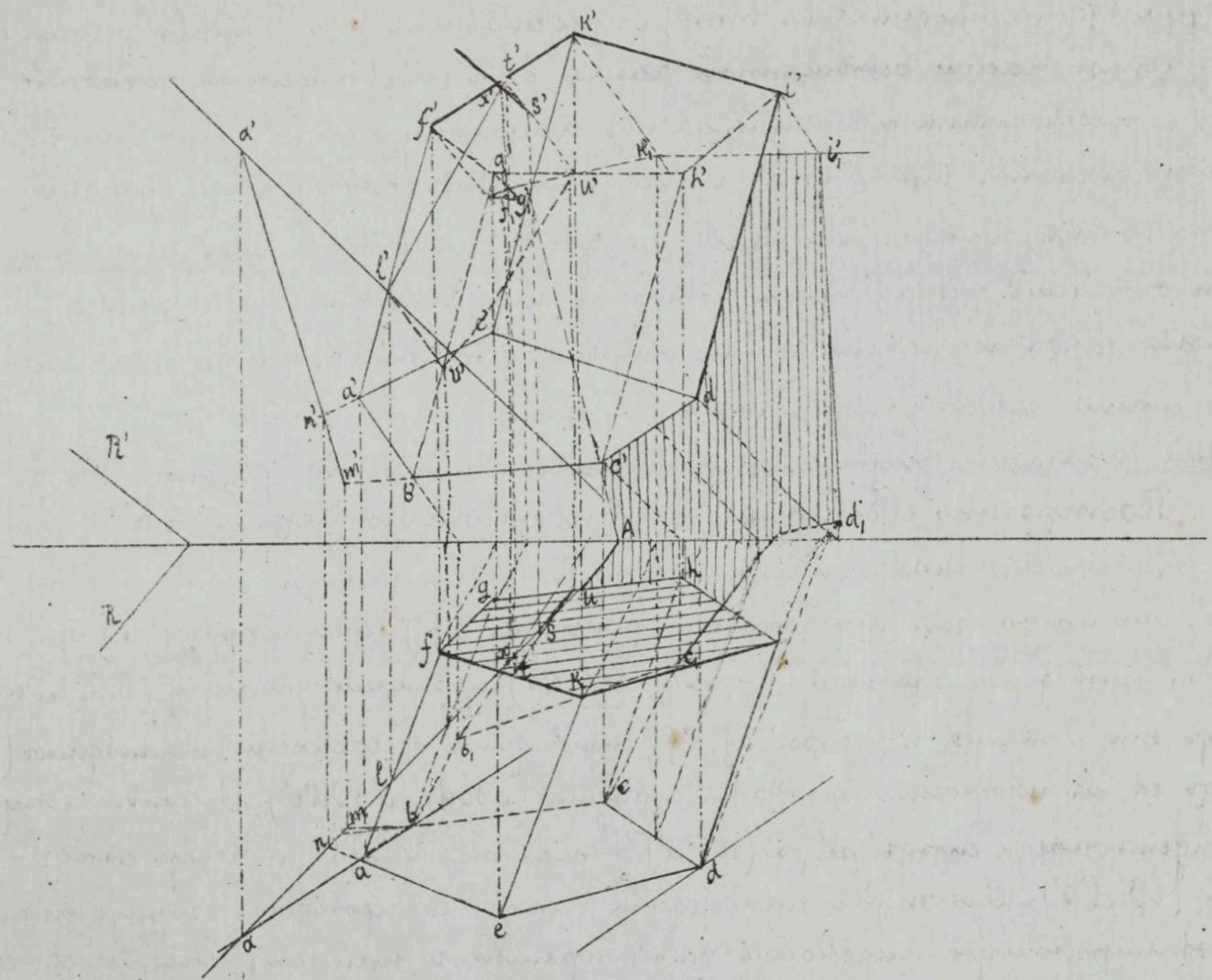
тью существуют два способа. Первый из них состоит в том, что строят призму, описанную около данного тела, и ребра которой параллельны направлению луча. Тогда косой многоугольник, по которому призма будет касаться к телу, представит собой линию отдела освещенной части освещенной части от неосвещенной, а сечение призмы с плоскостями проекций даст падающую тень. При втором способе строят тени от многогранников, служащих гранями тела тогда на плоскостях проекций получим некоторый ломаной контуры. Если отыщем ребра, тени которых служат границей этого контура, то эти ребра составят линию отдела освещенной части от неосвещенной а их тени ограничат падающую тень.

Для призмы и пирамиды эти способы несколько упрощаются.

Построить собственную и падающую тени от призмы

Для определения как собственной, так и падающей тени от призмы, мы на одном из боковых ребер $(af, a'f')$ берем произвольную точку (l, l') и проводим через нее прямую $(e\beta, e'\beta')$ параллельную лучу (R, R'). Затем через эту прямую и ребро $(af, a'f')$ проводим плоскость и находим (Черт.26) след ее на плоскости основания призмы $(abcde, a'b'c'd'e')$. Этот след пройдет через след ребра $(af, a'f')$ т.е. точку (a, a'), и через след прямой $(l\beta, l'\beta')$. Для этого построения след ее проведем горизонтально-проектирующую плоскость этой прямой и найдем сечение ее с плоскостью основания призмы. Для этого находим точки встречи ребер $(ae, a'e')$ и $(bc, b'c')$ с проведенной плоскостью. Чтобы найти эти точки, мы продолжим ae и bc до встречи с горизонтальным следом нашей плоскости в точках n и m и, проектируя их на вертикальную проекцию ребер $(ae, a'e')$ и $(bc, b'c')$ получим точки (m, m') и (n, n'), в которых эти ребра встречаются горизонтально-проектирующую плоскость луча $(l\beta, l'\beta')$. Соединив m' и n' получим линию сечения проектирующей плоскости с плоскостью основания призмы. Продолжив эту прямую до встречи с лучем $(l\beta, l'\beta')$ получим точку (d, d'), которая и выразит след луча на плоскости основания призмы. След d соединяем со следом a ребра $(af, a'f')$; тень что получим ad след вспомогательной плоскости, проходящей через ребро $(af, a'f')$ и луч $(l\beta, l'\beta')$. Таким образом всякая плоскость,

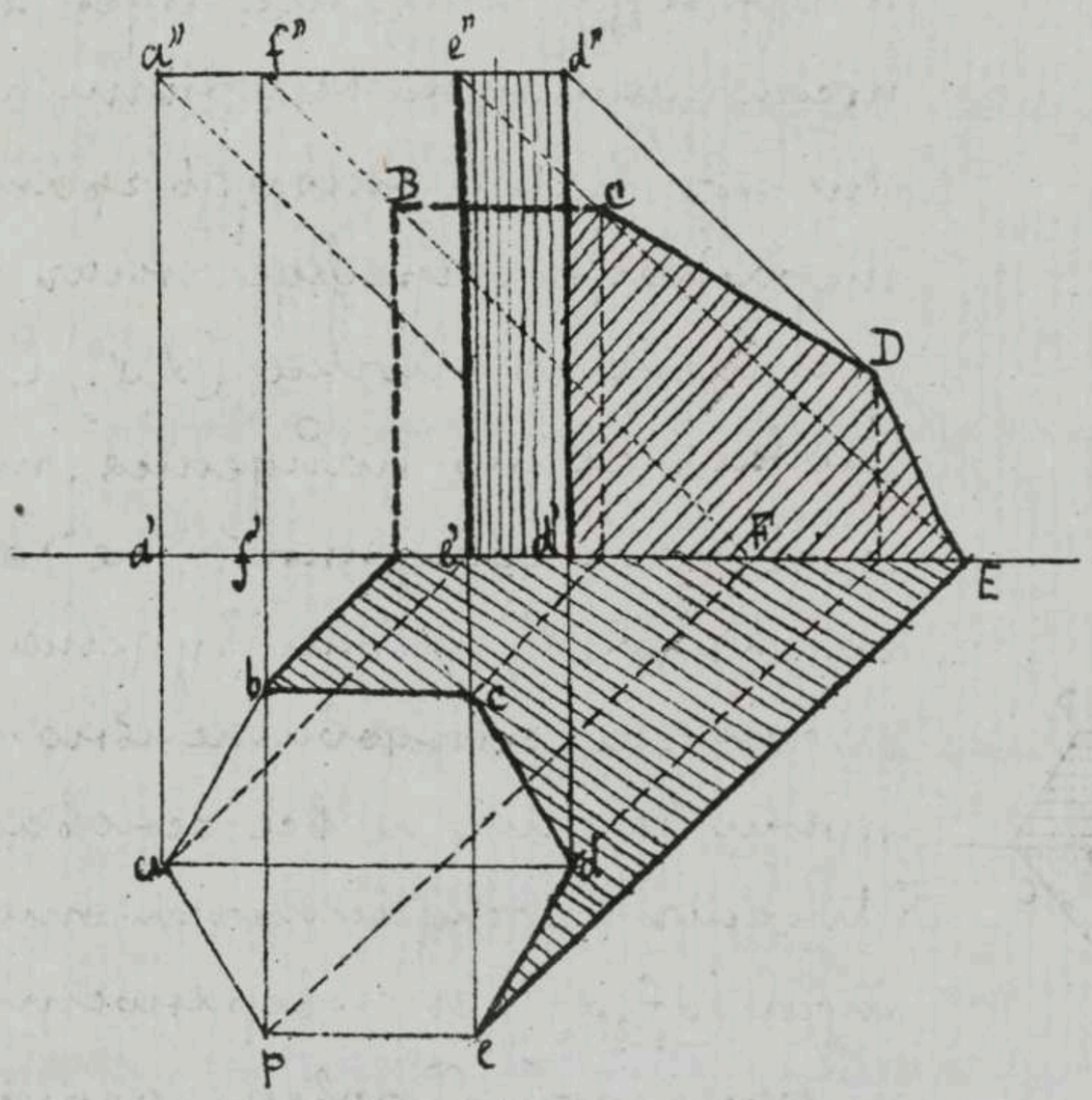
параллельная этой, будет содержать направление луча и будет содержать направление луча и будет пересекать боковые грани по линиям, параллельным ребрам, а основание по линиям, параллельным aa. Поэтому,



Черт. 26.

Как видно из чертежа, точки, принадлежащие передней вершине b и d основания, касательные к ней и проведенные параллельно aa, нужно рассматривать как сходственные точки соответственных плоскостей, которые разделят нашу призму на две части: освещенную и теневую. Так как предельные плоскости касаются призмы, по ребрам (di, d'i') и (bg, b'g'), то часть призмы (baedikfg, b'a'c'd'i'k'f'g') будет освещена, а противуположенная останется в тени. Верхнее основание призмы будет в тени. Чтобы в этом убедиться, возьмем на плоскости этого основания точку (S, S'), проведем через нее прямую (sx, s'x'), параллельную направлению падающего луча и определим сечение его с поверхностью призмы. Для этого проведем горизонтально-проектирующую плоскость и найдем сечение ея с призмой. Эта плоскость, как видно из чертежа, пере-

сечет поверхность призмы по ломаной линии $(lu, l't'u'v')$, сечение которой с прямой $(Sx, S'x')$ определяет точку (x, x') встречи проведенного луча с поверхностью призмы. Построенная точка (x, x'), очевидно, закроет точку (S, S') и луч света не достигнет точки (S, S'). То же самое получим и для всякой другой точки этого основания. Ребра $(gf, g'f')$ $(fk, f'k')$ и $(ki, k'i')$, по которым отточенное основание $(fghik, fg'h'i'k')$ пересекается с освещенными гранями призмы, будут принадлежать линии отдела света от тени.



Черт. 27

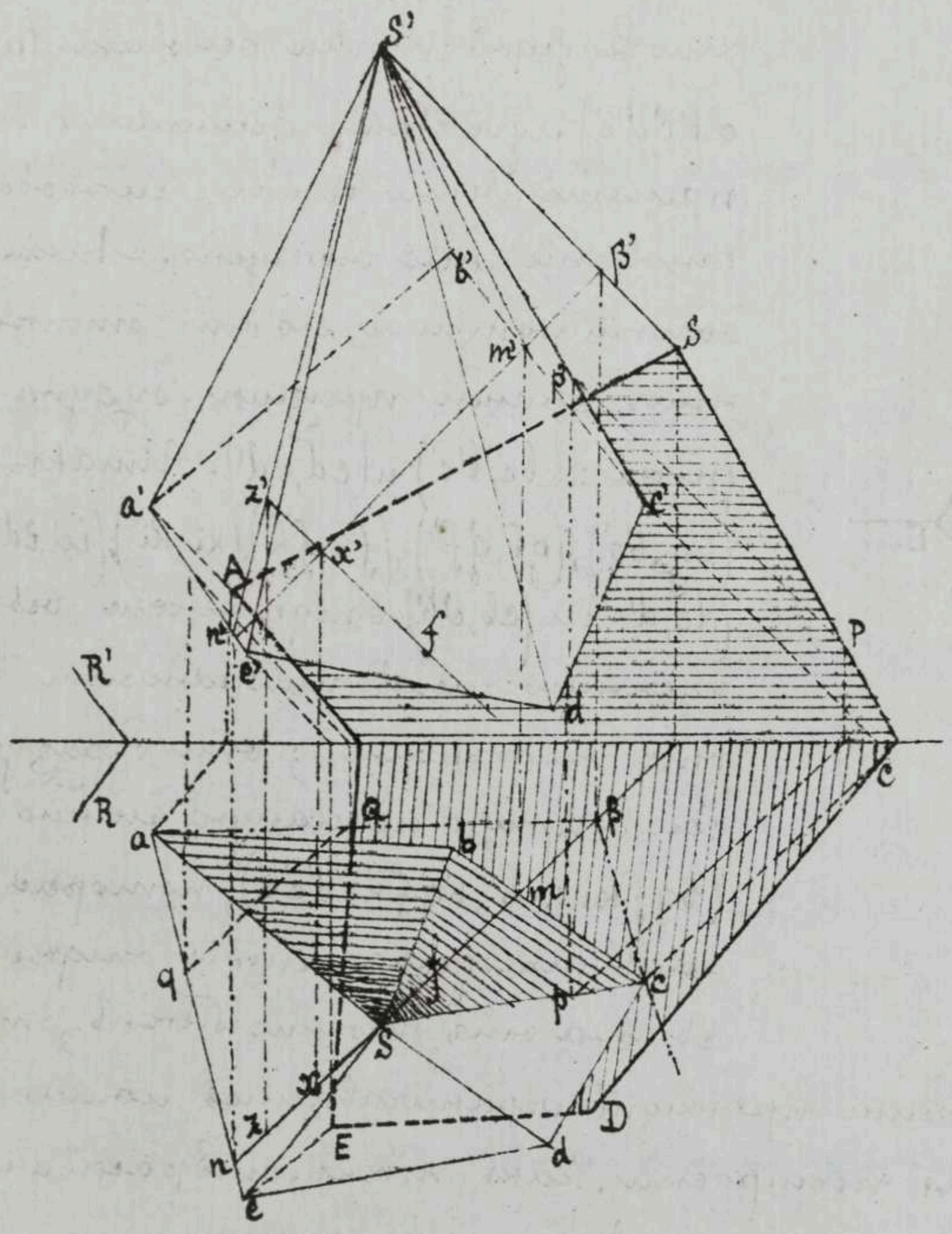
Подробнее образование удовлетворяется, что каждой точки основания $(abcde, a'b'c'd'e')$ луч света достигает беспрепятственно и что, следовательно, основание это освещено. Линиями, отделяющими его от отточенных граней призмы, будут ребра: $(bc, b'c')$ и $(cd, c'd')$. Итак ребра $(bg, b'g')$, $(gf, g'f')$, $(fk, f'k')$, $(ki, k'i')$, $(id, i'd')$, $(dc, d'c')$ и $(cb, c'b')$ отделяют освещенную часть поверхности призмы от отточенной; они образуют замкнутую ломаную линию $(bgfkidcb, b'g'f'k'i'd'c'b')$, которая и есть требуемая линия отдела света от тени. Тень, отбрасываемая призмою на плоскости проекций ограничивается ломаною линиею: $(bAg'f'_1k'_1i'_1d'_1c'_1b')$, которая построена, как тень, отбрасываемая на плоскости проекций линиею отдела света от тени.

Тень на прямой призмы, которой основание на горизонтальной плоскости будет расположена так, как указано на чертеже 27.

Построить собственную и падающую тень от пирамиды.

Для построения собственной тени от пирамиды мы проводим через вершину ея (S, S') линию (Черт. 28.) $(s\beta, s'\beta')$, параллельную лучу (R, R'). Далее находим след этой прямой (β, β') на плоскости основания пирамиды (*) и проводим через луч $(s\beta, s'\beta')$ плоскости,

касательныя къ поверхности пирамиды. Сѣчѣя этихъ плоскостей на плоскости основанія получатся, когда мы B соединимъ съ c и съ a; первая изъ этихъ плоскостей касается пирамиды по ребру (sc, s'c'), а вторая по ребру (sa, s'a'). Этими ребрами поверхность пирамиды раздѣлится на 2 части: часть (sabc, s'a'b'c') будетъ въ тѣни, а противоположная ей будетъ освѣщена. Собственная тѣнь въ нашемъ случаѣ, какъ видно изъ чертежа, будетъ видима только на горизонт. плоскости. Теперь разсмотримъ, будетъ ли освѣщено основаніе пирамиды. Для этого, взявъ на немъ какую нибудь точку (x, x') и проведя черезъ нее лучъ (xf, x'f') посмотримъ, не встрѣтитъ ли онъ какой нибудь грани пирамиды, прежде чѣмъ онъ достигнетъ точки (x, x'). Если такая грань найдется, то лучъ, остановленный, не достигнетъ (x, x') и она будетъ въ тѣни, а слѣдовательно въ тѣни будетъ и все основаніе. Ищемъ точку встрѣчи этого луча (xf, x'f') съ поверхностію пирамиды. Проведя горизонтально-проэктирующую плоскость этого луча видимъ, что она пересѣчетъ пирамиду по треугольнику (smn, s'm'n'). Лучъ (xf, x'f') пересѣкается въ точкѣ (z, z') со сторономъ (sn, s'n') этого треугольника, и слѣдовательно онъ будетъ задержанъ гранью (asc, a's'c'), на которой лежитъ эта сторона. Итакъ, точка (x, x') и все основаніе будетъ находиться въ тѣни. Линію отдѣла свѣтной части



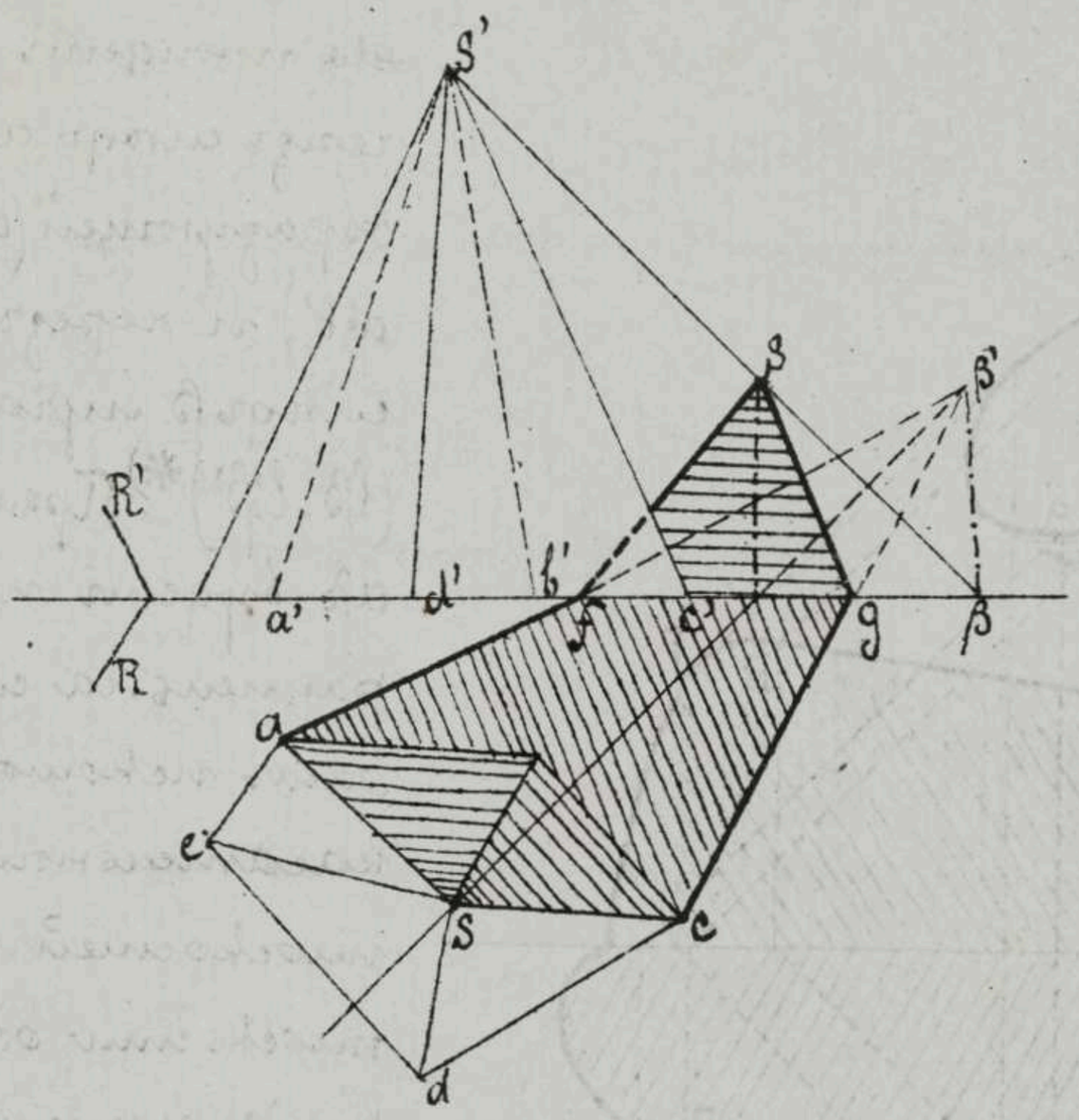
Черт. 28.

---

*) Для этого, проведя горизонтально-проэктирующую плоскость прямой (lB, l'B'). и найдя сѣченіе ея (mn, m'n') съ плоскостью основанія, берем точку встрѣчи этого сѣченія съ лучемъ (lB, l'B').

пирамиды отъ тѣней будетъ (aedesa, a'e'd'c's'a'). Если построимъ падающую тѣнь этой линіи, то она ограничитъ собой падающую тѣнь пирамиды. Такимъ образомъ найдемъ, что эта тѣнь будетъ SAQEDCPS (при этомъ точки (p,p') и (q,q') взяты произвольно на ребрахъ (Sc, S'c') и (ae, a'e'), ибо ихъ тѣни лежатъ на обѣихъ плоскостяхъ проэкцій).

Если основаніе пирамиды находится на горизонтальной плоскости, то построеніе тѣней будетъ проще (Черт. 29), потому что легче найдти самый (β,β') луча, проходящаго черезъ вершину (s,s') на плоскости основаній т.е. на горизонтальной плоскости проэкцій, чѣмъ въ предъидущемъ случаѣ. Если примѣнимъ тотъ же способъ построенія, то найдемъ, что собственная тѣнь будетъ sabc, а падающая тѣнь на гориз. плоскости ограничится прямыми af и cg, а на вертикальной треугольникомъ sfg., гдѣ S есть самый лучъ проведеннаго черезъ вершину.



Черт. 29.

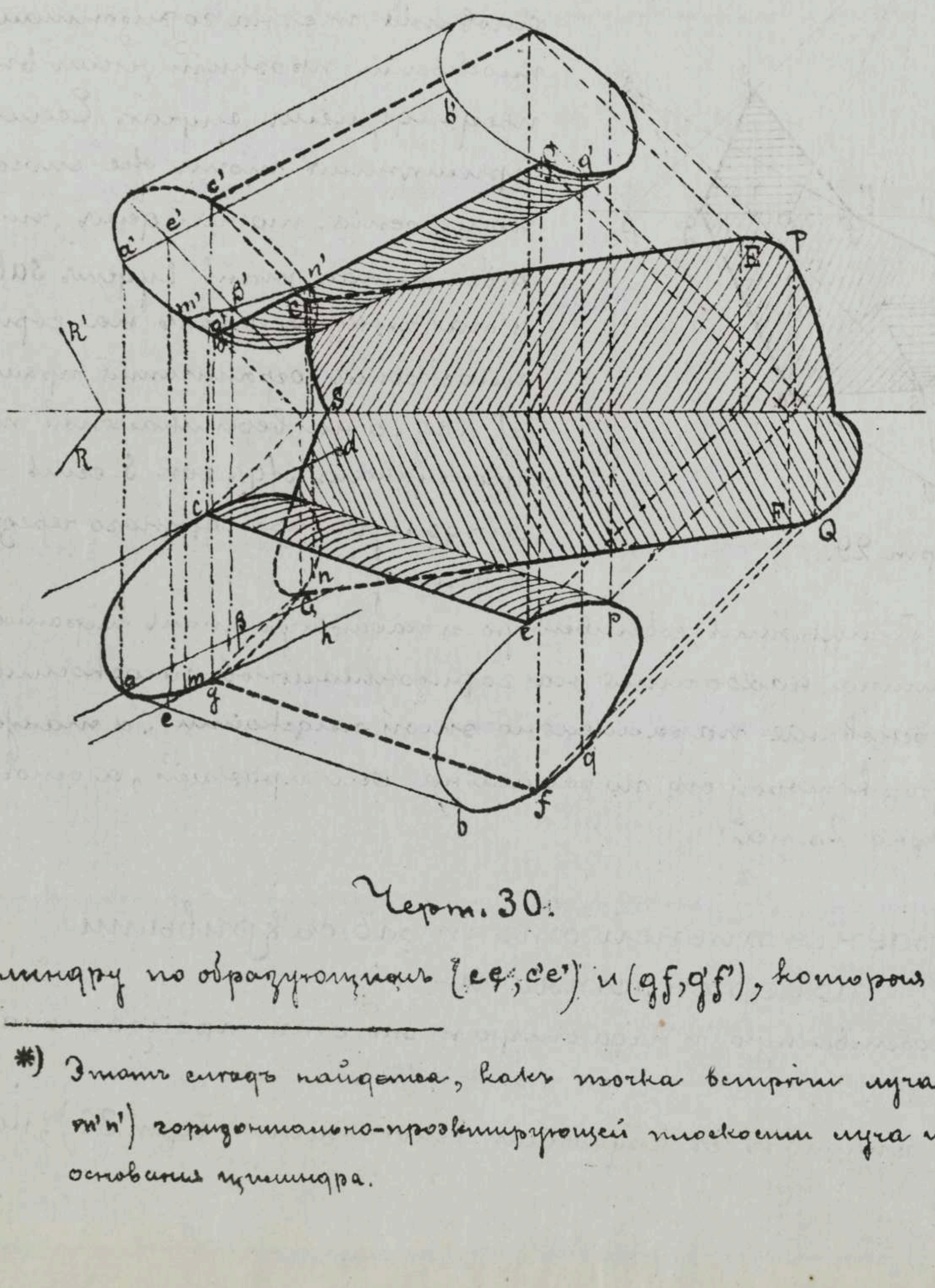
Примѣръ. Построить собственную и падающую тѣнь пирамиды, которой вершина находится на горизонтальной плоскости проэкцій, а основаніе параллельно этой плоскости, а также на пирамиду, которой ось параллельна оси проэкцій, а основаніе перпендикулярно къ ней.

Построеніе тѣней отъ тѣлъ съ кривыми поверхностями.

Построить собственную и падающую тѣнь отъ произвольнаго цилиндра.

Пусть дан цилиндръ съ круговымъ основаніемъ (Черт. 30), на-

·Кол-нными къ плоскостямъ проэкцій и требуется построить его собственную и падающую тѣни. Если проведемъ 2 плоскости, касательныя къ цилиндру и параллельныя направленію луча, то эти 2 плоскости образующими касанія раздѣлятъ цилиндръ на свѣтящую и темную части. Чтобы провести эти плоскости возьмемъ на какой нибудь образующей, напр. $(ab, a'b')$ произвольную точку (l, l') и проведемъ черезъ нее лучъ $(l\beta, l'\beta')$, параллельный (R, R'). Черезъ этотъ лучъ и образующую проведемъ плоскость; слѣдъ ея на плоскости основания пройдетъ черезъ слѣдъ α образующей $(ab, a'b')$ и черезъ слѣдъ β луча $(l\beta, l'\beta')$*) Прямая $\alpha\beta$ будетъ параллельна слѣдамъ искомыхъ касательныхъ плоскостей на плоскости основания цилиндра. Поэтому если проведемъ къ основанію касательныя cd и gh параллельно $\alpha\beta$, то получимъ слѣды плоскостей, касающихся къ цилиндру по образующимъ $(ee, e'e')$ и $(gf, g'f')$, которыя и раздѣлятъ бо-

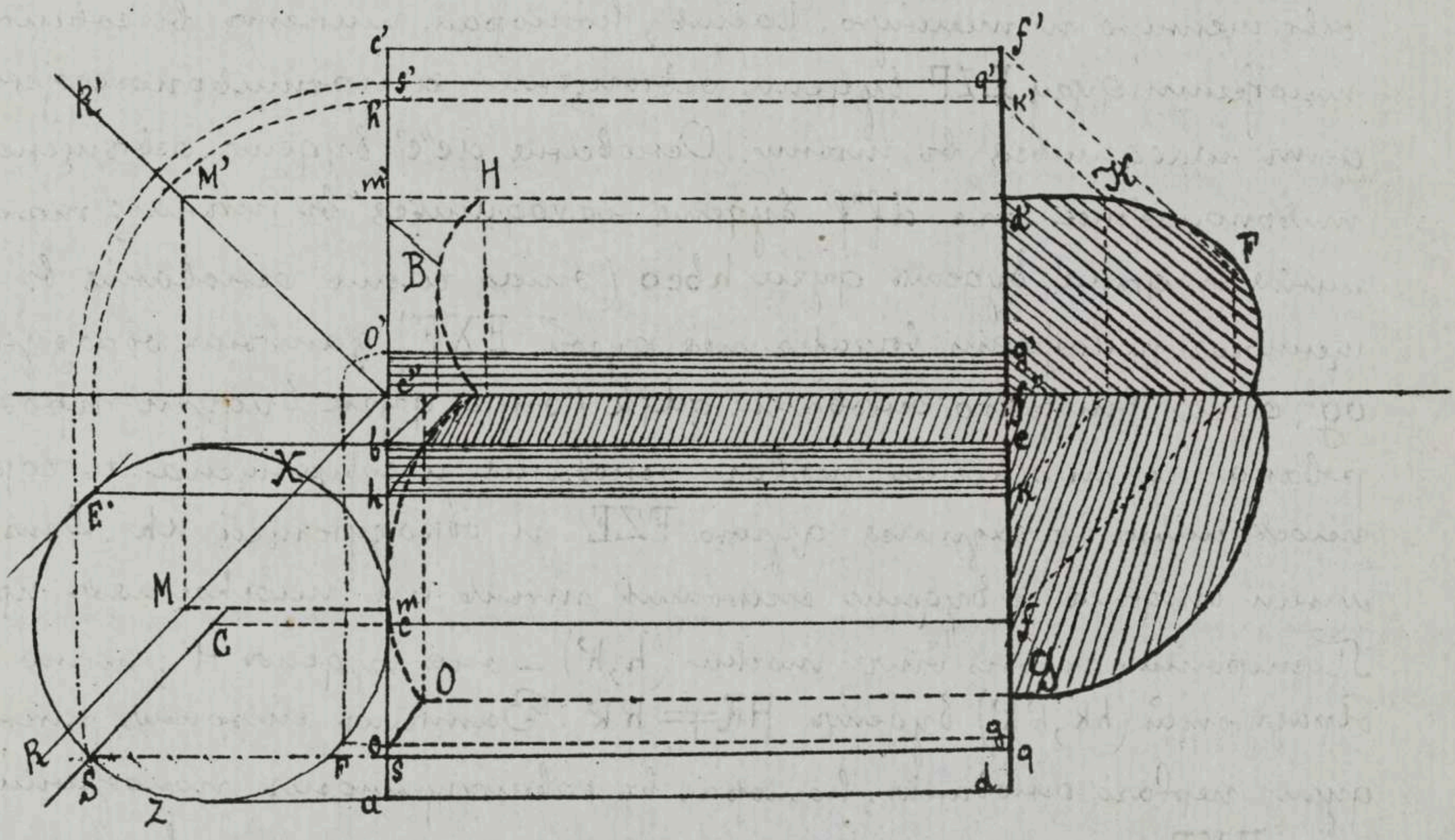


Черт. 30.

*) Этотъ слѣдъ найденъ, какъ точка встрѣчи луча съ сѣченіемъ $(mn, m'n')$ горизонтально-проэктирующей плоскости луча и плоскости основания цилиндра.

боковую поверхность на 2 части: освещенную, горизонтальная проекция которой cadfbec и противоположенную ей темную. Так как луч (lβ, l'β') в точке (l, l') встречает боковую поверхность цилиндра, то точка (β, β'), а значит и все нижнее основание будут находиться в тени; верхнее же будет освещено. Чтобы ограничить падающую тень на плоскостях проекций строим тень линии отдачи (cadfqec, c'a'g'f'q'e'c') по точкам, получим падающую тень CSGFQPEC. Построить падающую тень от цилиндра, которого образующия параллельны оси.

Для построения падающей тени определим собственную тень (черт. 31) цилиндра; для этого заметим, что плоскость, проведенная касательно



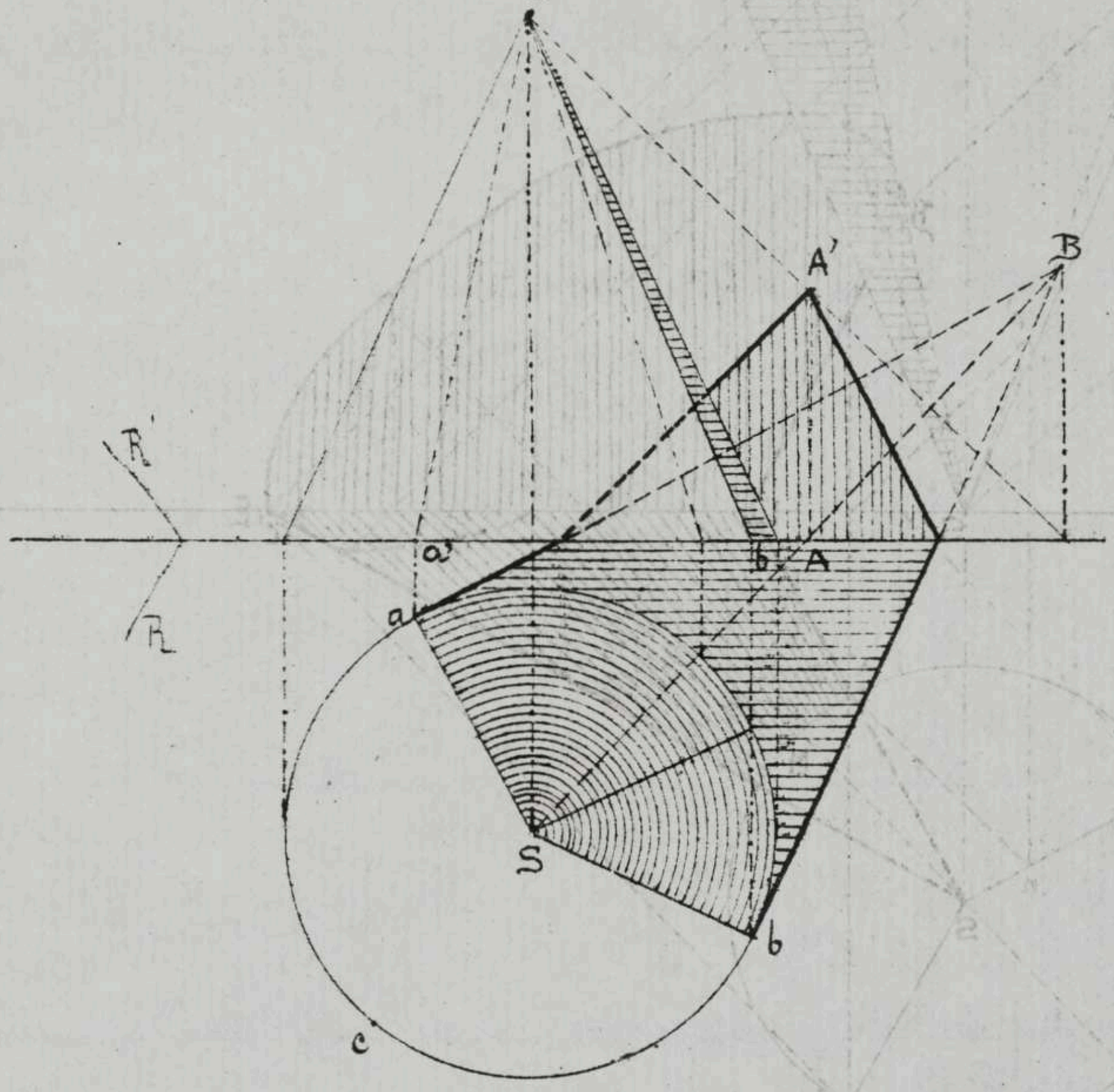
Черт. 31.

этой поверхности и параллельно направлению падающего луча, будет перпендикулярна к плоскости основания цилиндра, и поэтому линия сечения ея с плоскостью основания будет параллельна проекции луча на плоскость основания ac''c'; для этого на линии R, R' берем точку M, M' и проектируем ее на плоскость основания, получим

точку (m,m'), которую и соединимъ съ точкою c''; затѣмъ плоскость основанія совпадающемъ съ плоскостью горизонтальной и находимъ совмѣщенное положеніе луча на горизонтальной плоскости; это совмѣщеніе будетъ прямая R. Сѣкущей плоскостей, касательныхъ къ поверхности даннаго цилиндра и проведенныхъ параллельно падающему лучу въ совмѣщенномъ положеніи на горизонтальной плоскости, будутъ вырисоваться прямыми, параллельными R; поэтому совмѣщенное положеніе этихъ сѣкущей получится, когда къ окружности EZF провести касательныя параллельно R; пусть точки касанія будутъ E и F. Строимъ тѣ образующія, по которымъ проведенныя плоскости касаются нашего цилиндра, эти образующія будутъ $(og,o'g')$ и $(hk,h'k')$; онѣ раздѣляютъ цилиндръ на 2 части: на освѣщенную и темную. Часть, которая имѣетъ въ совмѣщенномъ положеніи дугу EZF будетъ освѣщена, а противоположная будетъ находиться въ тѣни. Основаніе $ac''c'$ будетъ освѣщено, а противоположное т.е. $df''f'$ будетъ находиться въ тѣни; такъ что линія отдѣла будетъ дуга $hbco$ (эта часть основанія въ совмѣщенномъ положеніи вырисуется дугой EXF) затѣмъ образующая og, дуга втораго основанія $gdfk$ (эта дуга, будучи проэктирована на плоскость перваго основанія и совмѣщена съ горизонт. плоскостью вырисуется дугою FZE и образующей Kk. Отъ этой линіи отдѣла и будемъ строить тѣнь на плоскостяхъ проэкцій. Построимъ тѣнь отъ точки (h,h') — она будетъ H; тѣнь отъ образующей $(hk,h'k')$ будетъ $HK \# K'k'$. Затѣмъ строимъ тѣнь отъ дуги перваго основанія, которая въ совмѣщенномъ положеніи есть дуга EXF; тѣнь эта ограничится эллипсами, которые строятся по точкамъ. Построимъ теперь отъ точки (o,o') тѣнь; она будетъ O и соединивъ промежуточныя точки съ O, получимъ тѣнь отъ перваго основанія. Тѣнь отъ образующей $(o'g',og)$ будетъ $OG \# og$. Строимъ тѣнь отъ точекъ втораго основанія отъ той части его, которая, будучи проэктирована на первое основаніе, даетъ въ совмѣщенномъ положеніи дугу EZF; она строится точно такъ же, какъ и тѣнь первой дуги. Такимъ образомъ получимъ тѣнь отъ нашего цилиндра. Опредѣлимъ наконецъ наиболѣе

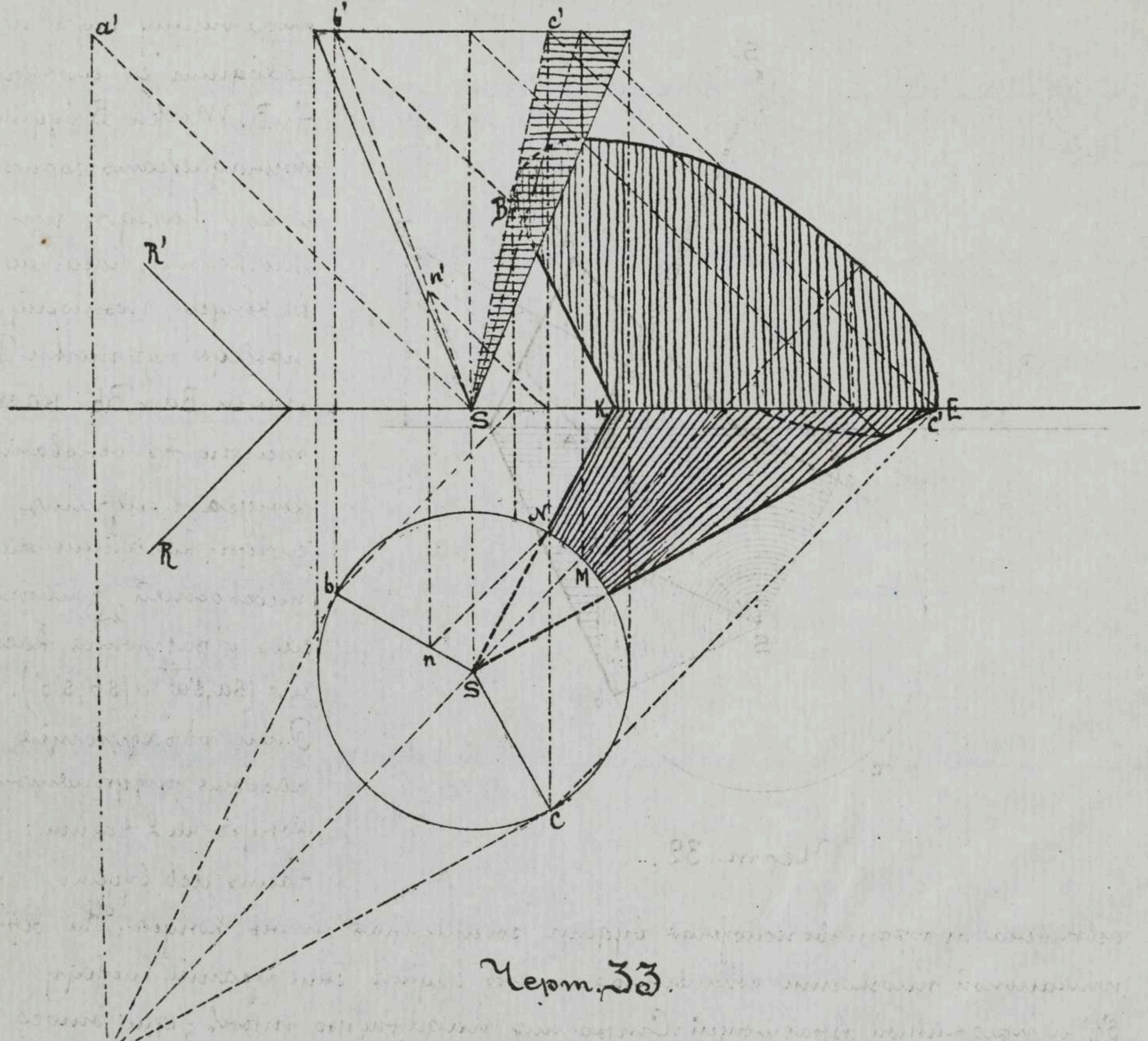
сильно освѣщенную полосу цилиндра. Проведя въ совмѣщенномъ положеніи лучъ CS черезъ центръ основанія, найдемъ образующую $(sq, s'q')$, на которую лучи будутъ падать перпендикулярно.

Построить тѣнь отъ конуса, поставленнаго на горизонт. плоскости. Черезъ вершину (S, S') проводимъ (Черт. 32) линію $(SA, S'A')$ параллельно падающему лучу и находимъ ея слѣды A' и B. Точка B будетъ принадлежать горизонт. слѣду каждой изъ плоскостей, касательныхъ къ конусу; поэтому, проведя изъ точки B линіи Ba и Bb касательно къ основанію конуса, получимъ слѣды касательныхъ плоскостей; замѣчаемъ образующія касанія $(sa, s'a')$ и $(sb, s'b')$. Эти образующія касанія раздѣлятъ конусъ на 2 части: часть acb будетъ освѣщена и противоположная будетъ собственная тѣнь конуса. На вертикальной плоскости собственная тѣнь будетъ содержаться между $s'b'$ и предѣльной образующей. Строимъ падающую тѣнь; для этого замѣчаемъ, что тѣнь отъ вершины (S, S') будетъ падать на вертикальную плоскость и представляется точкою A. Отъ прямой $(Sb, S'b')$ тѣнь будетъ на линіи bB, а отъ $(aS, a'S')$ – будетъ находиться на линіи aB, а потому если точки встрѣчи этихъ линій съ осью соединимъ съ A, то получимъ тѣнь на вертикальной и горизонт. плоскостяхъ



Черт. 32.

Построить собственную и падающую тени отъ конуса, стоящаго внизъ вершиной (черт.33). Для построенія тени, мы черезъ вершину (S,S') проводимъ линію, параллельную падающему лучу и находимъ точку встрѣчи его съ плоскостью основанія конуса; эта точка будетъ (a,a'); изъ нея проводимъ касательную линію



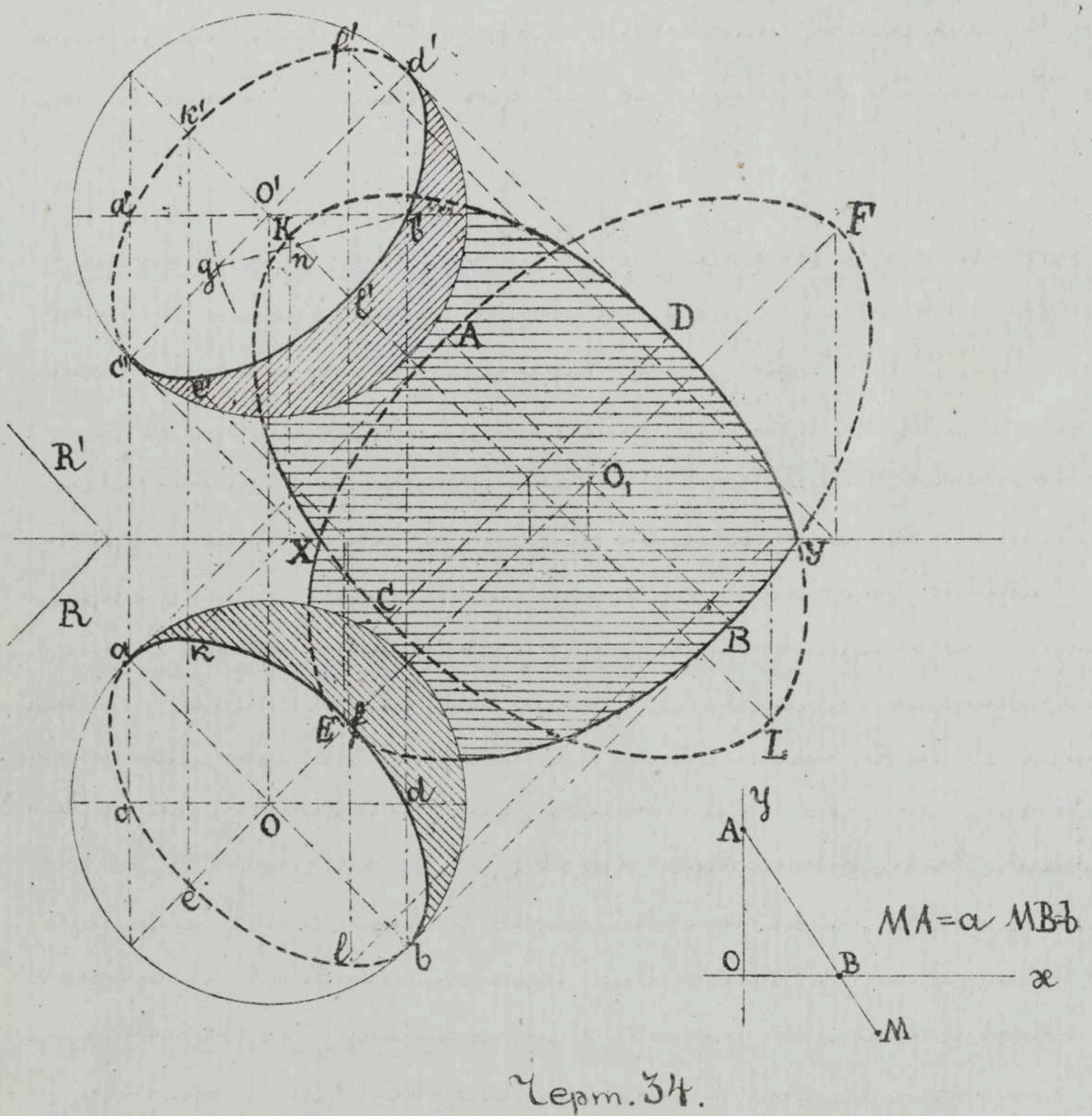
Черт. 33.

къ окружности основанія. Черезъ линію (aS,a'S') и (ab,a'b'), а также черезъ которую будутъ касаться грани конуса по образующимъ bS и cS, которая раздѣлитъ конусъ на 2 части: тѣневую и свѣтлую, а подобно этимъ образующимъ будутъ принадлежать линію отдѣла тѣни отъ свѣта. Строимъ тѣнь отъ этихъ образующихъ и отъ дуги bMc.

Отъ точки (b,b') тѣнь будетъ B, отъ точки (c,c') тѣнь будетъ C. Такъ какъ точка B на вертикальной плоскости проэкцій, то тѣнь отъ образующей (bs,b's') будетъ лежать на обѣихъ плоскостяхъ и чтобъ построить тѣнь отъ этой образующей, имѣя довольно взять на ней произвольную точку (n,n') и построить отъ нея тѣнь; положимъ она есть N. Точку N соединимъ съ S и продолжимъ до пересѣченія съ осью, потомъ точку вернувши къ соединимъ съ B, тогда соединимъ S съ C. Теперь строимъ тѣнь отъ дуги bMC. Для этого нужно строить тѣнь отъ различныхъ точекъ ея. Построимъ тѣнь отъ точки M. Тѣнь отъ этой дуги выразится дугою эллипса на вертикальной плоскости проэкцій, а на горизонтальной дугою круга EGF. Отгоризонтальная часть на концѣ будетъ представлять собственную тѣнь.

Построить тѣнь отъ шара. Для построенія тѣни возвратимъ цилиндръ, обвертывающій шаръ тѣни, съ образующими, параллельными лучу свѣта (R,R') Если точки касанія образующихъ съ поверхностью шара соединимъ съ центромъ его, то получимъ радіусы шара, которые составятъ плоскость, перпендикулярную къ лучу. Пересѣченіе этой плоскости съ поверхностью шара дастъ большой кругъ, которой и будетъ линіею отдѣла. Если отъ различныхъ точекъ окружности этого круга построить тѣни на плоскостяхъ проэкцій, то по соединеніи ихъ получимъ падающія тѣни на плоскостяхъ проэкцій отъ круга раздѣла свѣта отъ тѣни на шарѣ. Построимъ проэкціи этого круга, для чего, замѣтивъ, что солнечной лучъ (Черт.34) одинаково наклоненъ къ плоскостямъ проэкцій, поэтому и плоскость, къ нему перпендикулярная, также одинаково наклонена; вспомнимъ, что эллипсъ этого круга, по которому пересѣчена эта плоскость съ шаромъ будетъ тѣнью проэкціями два равные эллипса. Для построенія этихъ эллипсовъ найдемъ ихъ оси. Строимъ сперва вертикальную проэкцію. Для этого черезъ центръ круга, раздѣляющаго шаръ на свѣтящую и темную части, проводимъ діаметръ, параллельной вертикальной плоскости проэкцій. Его горизонтальная проэкція будетъ параллельна оси и совпадетъ съ cd; вертикальная же проэкція его будетъ перпендикуляръ на ка-къ

вертикальной проекции шара; в самомъ дѣлѣ этотъ діаметръ лежитъ въ плоскости круга очерка и поэтому перпендикуляренъ къ лучу; этотъ прямой уголъ діаметра съ лучемъ, какъ имѣющій одну сторону (діаметръ) параллельную вертикальной плоскости проекцій сохранитъ свою величину и въ проекціи на эту плоскость. Такимъ образомъ проведя черезъ o' прямую $c'd'$ перпендикулярно къ лучу и проектируя c' и d' на cd, получимъ $(cd, c'd')$ проекціи діаметра, параллельнаго вертикальной плоскости. Этотъ діаметръ проектируется на эту плоскость въ натуральную величину, всѣ же осталные будутъ сокращаться, поэтому онъ будетъ большою осью эллипса вертикальной проекціи. Малая ось будетъ перпендикулярна $c'd'$, а для нахожденія ея величины, раздѣлимъ такъ: На горизонтальной проекціи круга очерка большою осью будетъ линія, перпендикулярная къ горизонтальной проекціи луча т.е. ab; ибо это есть проекція діаметра, параллельнаго горизонтальной плоскости проекцій. Вслѣдствіе этого точки (a, a') и (b, b') будутъ принадлежать кругу очерка, а a' и b'-его вертикальной проекціи. Зная теперь большую ось $c'd'$ и точки a' и b', принадлежащія эллипсу вертикальной проекціи, можно построить



Черт. 34.

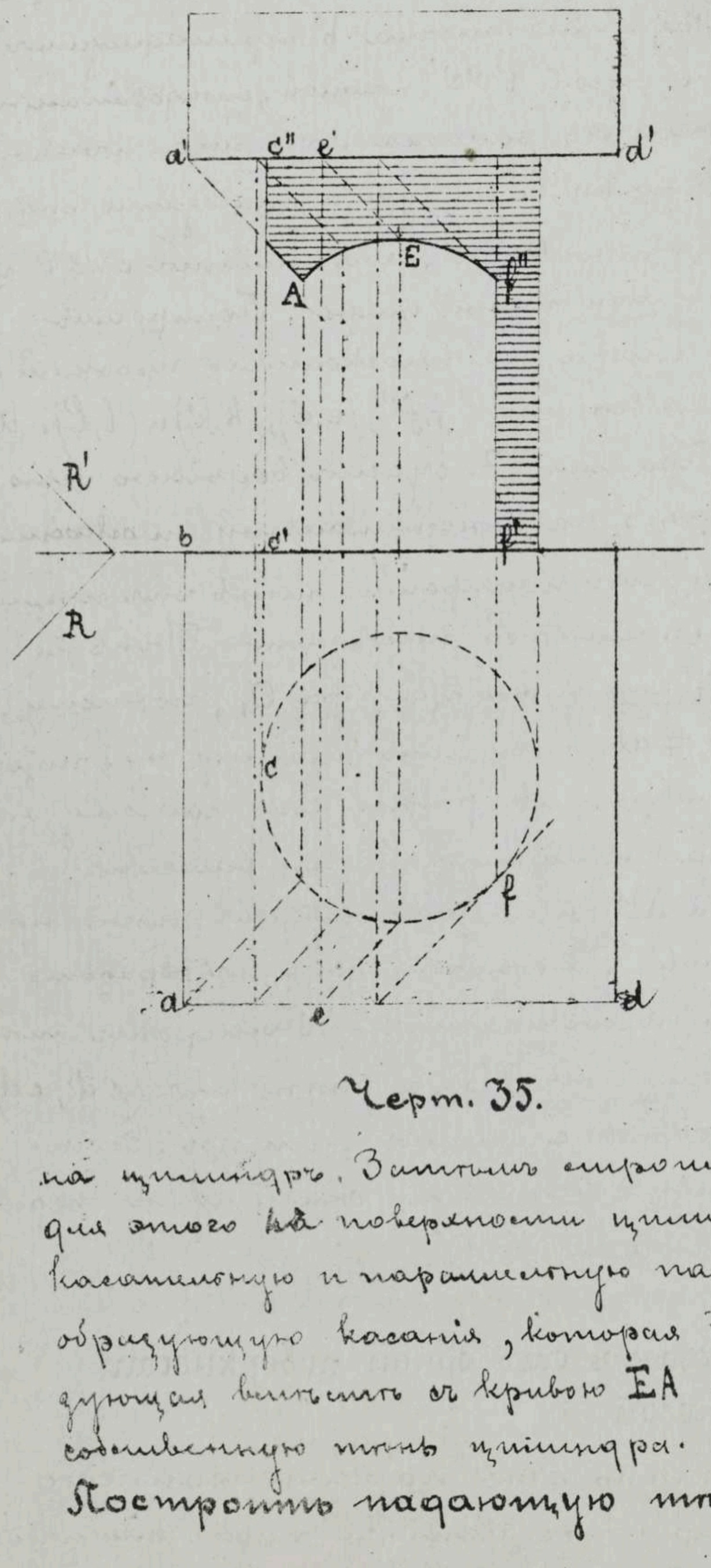
его малую ось. Изъ b' радіусомъ равнымъ большой полуоси o'd' описать дугу, которая пересѣчетъ c'd' въ точкѣ q. Соединивъ ее съ b' получимъ точку n; тогда отрѣзокъ b'n и выразитъ малую ось эллипса. Докажемъ это; извѣстно, что если линія AB (чертежъ сбоку) постоянной длины скользитъ по сторонамъ прямого угла, то всякая точка ея M описываетъ эллипсъ, котораго оси будутъ MA и MB. Но у насъ точка b' принадлежитъ эллипсу, b'q равно большой оси, уголъ l'o'c' прямой, слѣдовательно nb' будетъ малой осью. Малая ось эллипса на горизонтальной плоскости будетъ равна такожде b'n и ее нужно отложить отъ O до f и e. Такимъ образомъ построивъ по осямъ эллипсъ c'k'd'l' и abe найдемъ границу собственной тѣни шара. Построимъ теперь падающую тѣнь отъ шара на плоскостяхъ проэкцій. Строимъ для этого тѣни отъ вершинъ (f,f'), (e,e'), (k,k') и (l,l'). Ихъ тѣни будутъ F, E, K и L. Прямая EF будетъ большою осью эллипса, ограничивающаго тѣнь на горизонтальной плоскости. Чтобы получить малую ось, мы построимъ тѣнь отъ прямой $(ab,a'b')$, параллельной горизонтальной плоскости. Тѣнь ея будетъ $\#$ ab и пройдетъ черезъ тѣнь центра O_1; поэтому, проведя черезъ O_1 линію AB $\#$ ab получимъ малую ось, потому что только тѣнь отъ діаметра ab равна ему самому, отъ всѣхъ же остальныхъ большие натуральной ихъ величины.

Построивъ по осямъ EF и AB эллипсъ получимъ тѣнь на горизонтальной плоскости. Затѣмъ подобнымъ образомъ найдемъ и на вертикальной плоскости тѣнь. Построивъ тѣнь отъ $(k'l', kl)$, получимъ большую ось KL, а тѣнь отъ $(c'd', cd)$ дастъ малую ось CD. По осямъ строимъ эллипсъ. Если построеніе эллипсовъ сдѣлано вѣрно, то они должны пересѣчься съ осью въ 2 общихъ точкахъ X и Y.

Построеніе падающихъ тѣней отъ одной поверхности на другой.

Построить падающую тѣнь отъ параллелепипеда на цилиндръ. Какъ видно изъ чертежа параллелепипедъ

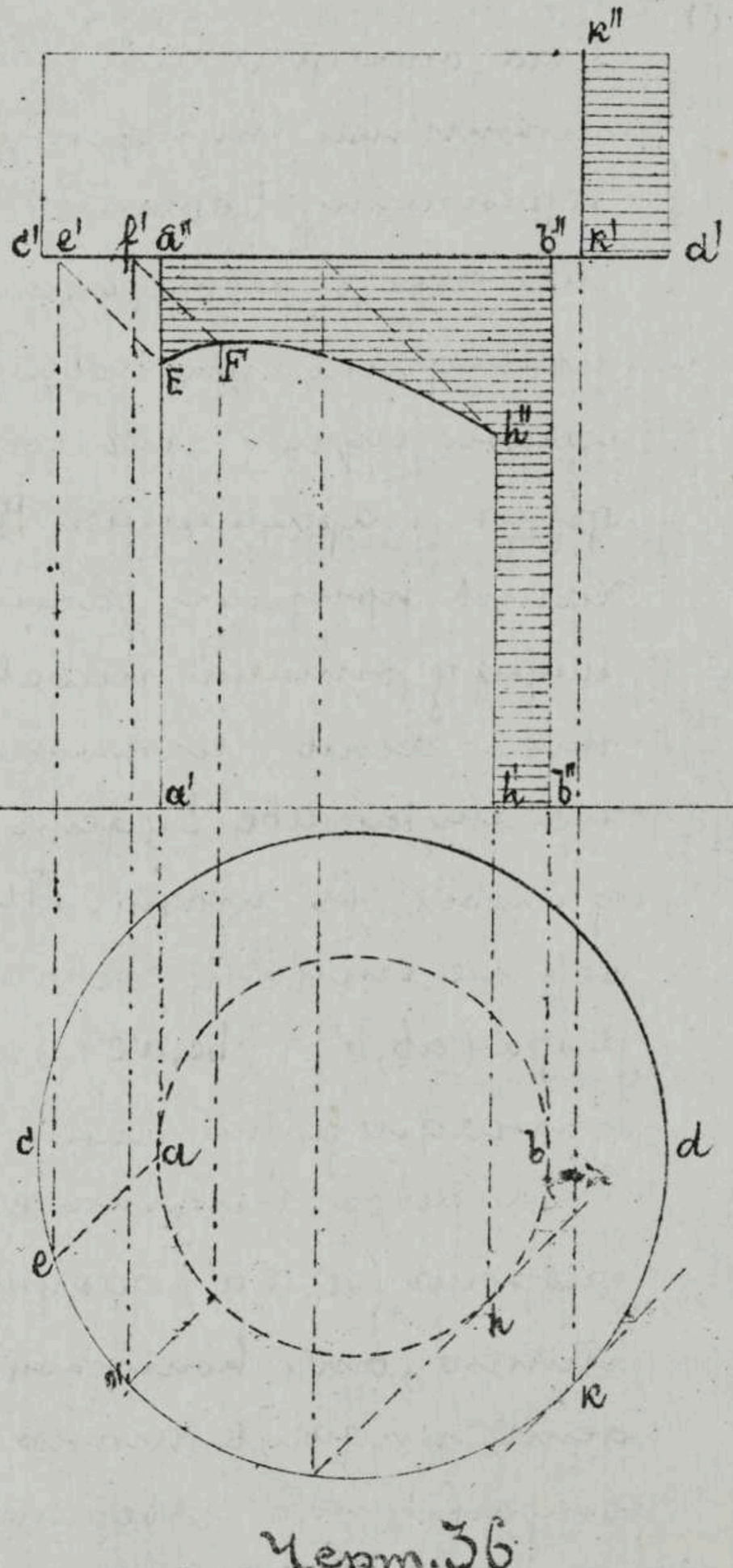
положен на цилиндръ (Черт. 35); тогда грань параллелепипеда будетъ находиться въ тени, и отъ этой грани будетъ падать тень на поверхность цилиндра. Построимъ тень отъ ребра (ab, a'). Для этого чрезъ это ребро проведемъ плоскость параллельно падающему лучу; эта плоскость будетъ перпендикулярна къ вертикальной плоскости, и тень на вертикальной плоскости выразится следомъ этой плоскости. Чтобы ограничить эту тень, строимъ тень отъ вершины (a, a'), которая будетъ A. Строимъ тень отъ ребра (ad, a'd'); тень отъ этого ребра выразится другою эллипса, который можемъ построить по точкамъ: напр. взявъ точку (e, e'), найдемъ ея тень E. Построивъ достаточное число такихъ точекъ и соединивъ ихъ, получимъ кривую падающую тень отъ параллелепипеда на цилиндръ. Затемъ строимъ собственную тень цилиндра; для этого на поверхности цилиндра проводимъ плоскость, касательную и параллельную падающему лучу и замечаемъ образующую касанія, которая будетъ (f, f', f''). Эта образующая встретитъ въ кривую EA определитъ падающую и собственную тень цилиндра.



Черт. 35.

Построить падающую тень отъ цилиндра на

на цилиндре, при чем один цилиндр поставлен на другой. При таком расположении как нижнее основание верхнего цилиндра будет находиться в тени; от этого основания и будет падать тень на поверхность другого цилиндра. Чтобы найти эту тень, найдем от точки нижнего основания c'd' (черт.36), от которой падает тень на образующую (a', a'a"); для этого через эту образующую проводим плоскость параллельно падающему лучу и находим сечение ее с нижним основанием верхнего цилиндра, получим точку (e, e') на окружности основания c'd'; от этой точки и будет падать тень на образующую (a, a', a"); эта тень будет E. Взятые берем точки на окружности нижнего основания верхнего цилиндра и строим от них тени: напр. от точки (f, f') тень будет F и т.п.; построив достаточное число таких точек и соединив их между собою, получим кривую, ограничивающую падающую тень на вертикальность цилиндра. Определим теперь собственную тень каждого из данных цилиндров; для чего к каждому из них проведем касательную плоскость параллельно падающему лучу и определим образующие касания,

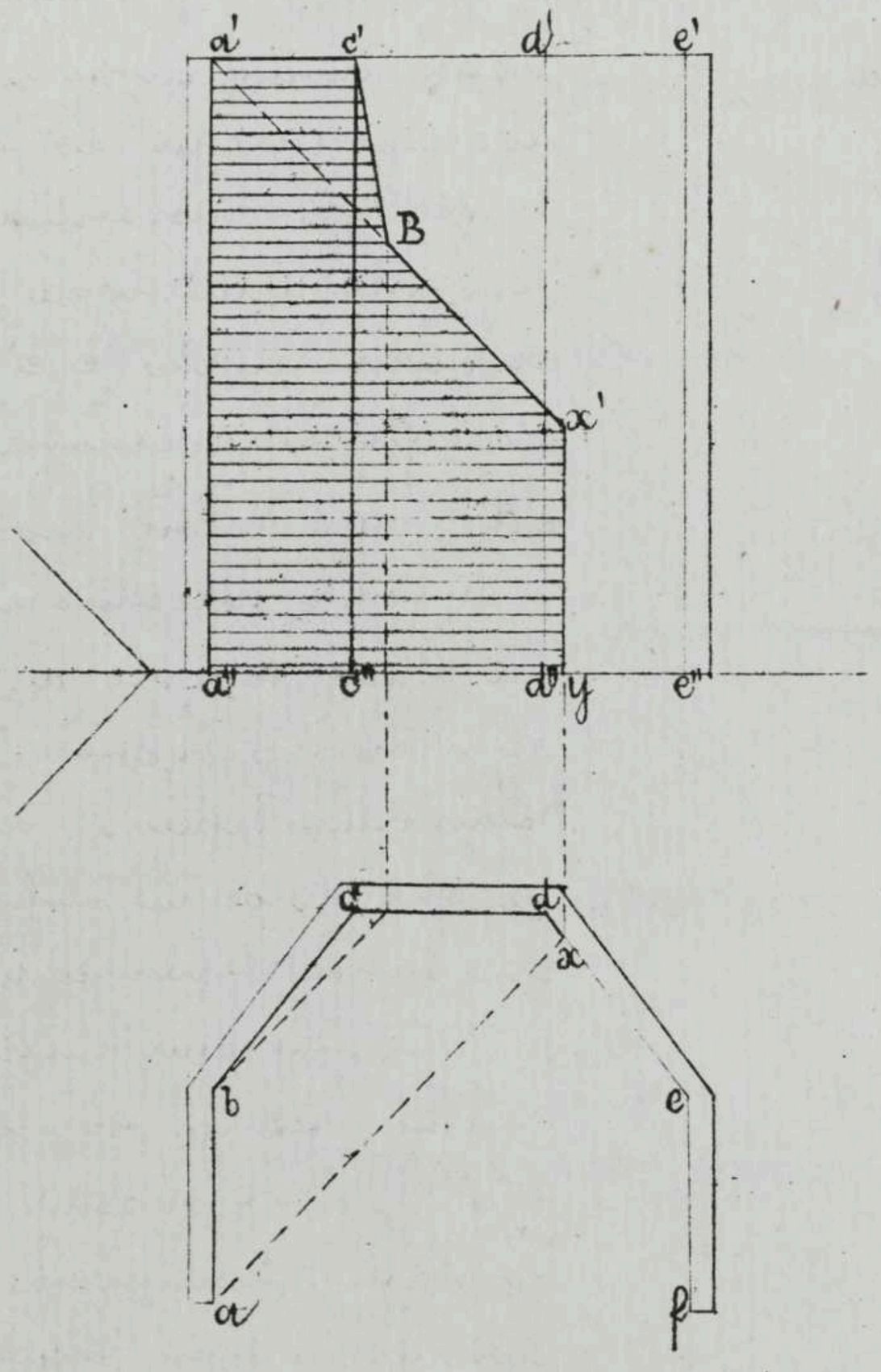


Черт.36

которая будутъ: низшаго цилиндра (h, h', h'') и верхняго (k, k', k''); образующая $(h'h'')$ встрѣтитъ съ кривою EF ограничить тѣнь на вертикальномъ цилиндрѣ.

Построеніе тѣней на разрѣзахъ.

Дана прямая призма, поставленная на горизонт. плоскость и разрѣзанная плоскостью, параллельной вертикальной; построить собственную и падающую тѣни на внутренней ея поверхности.



Черт. 37.

Для опредѣленія собственной тѣни на внутренней поверхности [Черт. 37] призмы, отъ ребра $(a, a'a'')$ и $(e, c'c'')$ проведемъ плоскости параллельно лучу; ихъ слѣды будутъ параллельны R. Теперь часть призмы, заключенная между этими плоскостями т.е. часть, имѣющая гориз. проэкціей abc, будетъ находиться въ тѣни. Такъ какъ верхнее основаніе освѣщено, то ребра (ab, a') и $(bc, a'c')$ будутъ принадлежать линіи отдѣла. Эти ребра встрѣтятъ ст. ребромъ $(a, a'a'')$ одну изъ точекъ линіи, отъ которой будетъ падать тѣнь на внутреннюю поверхность призмы. Если построимъ эту тѣнь, то получимъ границу падающей тѣни на внутренней поверхности призмы. Строимъ тѣнь отъ ребра $(a, a'a'')$; проведя черезъ (a, a') линію, параллельную лучу, найдемъ тѣнь этой точки, которая будетъ лежать на грани de,

в точке (x,x'). Если из x' опустить перпендикуляр на ось, то получим точку от ребра $(a,a'a'')$. Спроецировав тень от вершины (b,a'). Получим точку B. Так как ребро (ab,a') перпендикулярно к вертикальной плоскости, то тень от него на вертикальной проекции призмы вырождается в одной прямой Bx', не смотря на то, что она лежит на 2 гранях. Если B соединить с (c,c') то получим тень от ребра $(bc,a'c')$. Таким образом падающая тень будет заключаться между Bx' и $c''c'$. Часть же $a'c'c''a''$ будет собственною тенью.

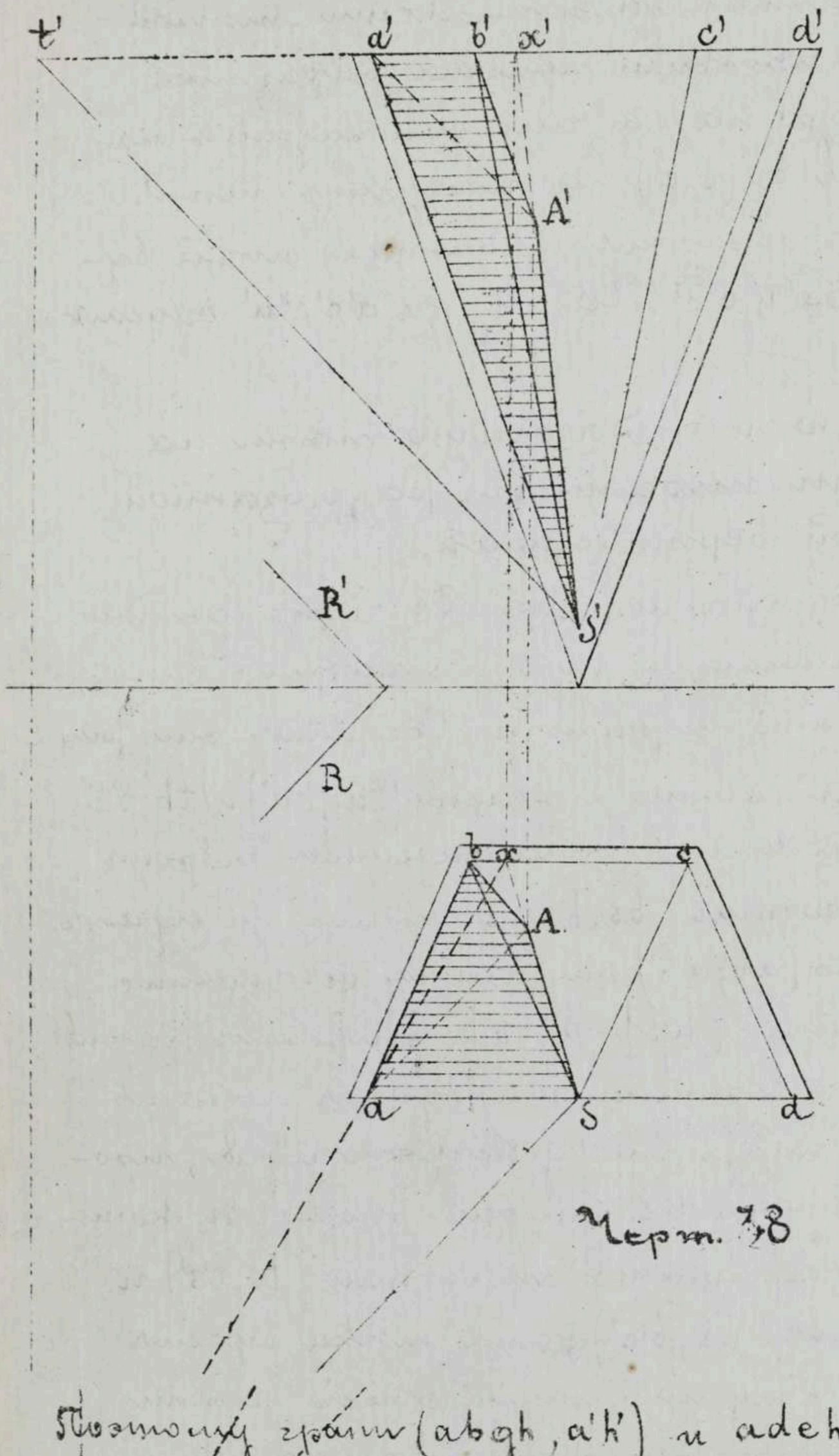
Построить собственную и падающую тени на внутренней поверхности пирамиды, разрезанной плоскостью, параллельной вертикальной.

Для получения собственной тени (Черт. 38) через вершину (s,s') проводим линию, параллельную лучу, и находим след ея (t,t') на плоскости основания пирамиды. Соединив эту точку (t,t') с вершинами a и b, получим прямыя $(ta,t'a')$ и $(tb,t'b')$, которыя будут следами плоскости, определяемой ребром $(as,a's')$ с лучем $(ts,t's')$ и ребром $(bs,b's')$ с тем же лучем. Отсюда следует, что ребро $(ab,a'b')$ отбрасывает освещенное основание от темной грани $(asb,a's'b')$. Спроецировав тень от ребра $(ab,a'b')$. Тень от вершины (a,a') будет лежать на грани $(bsc,b's'c')$. Чтобы найти точку встречи луча, проходящаго через (a,a'), с этой гранью найдем точку, в которой след ta плоскости, определяемой прямыми $(ts,t's')$ и $(as,a's')$ пересекается с ребром $(bc,b'c')$; эта точка будет (x,x'). Соединив (s,s') с (x,x') получим линию сечения грани $(bcs,b'c's')$ с плоскостью, проходящей через ребро $(as,a's')$ и луч $(ts,t's')$. Наконец проведя через (a,a') луч $(aA,a'A')$ до пересечения с $(xs,x's')$, получим (A,A') тень от вершины (a,a'). Соединив (A,A') с (b,b') получим тень ребра $(ab,a'b')$. Таким образом $(abs,a'b's')$ будет собственною, а $(bsA,b's'A')$ падающею тенью на внутренней поверхности пирамиды.

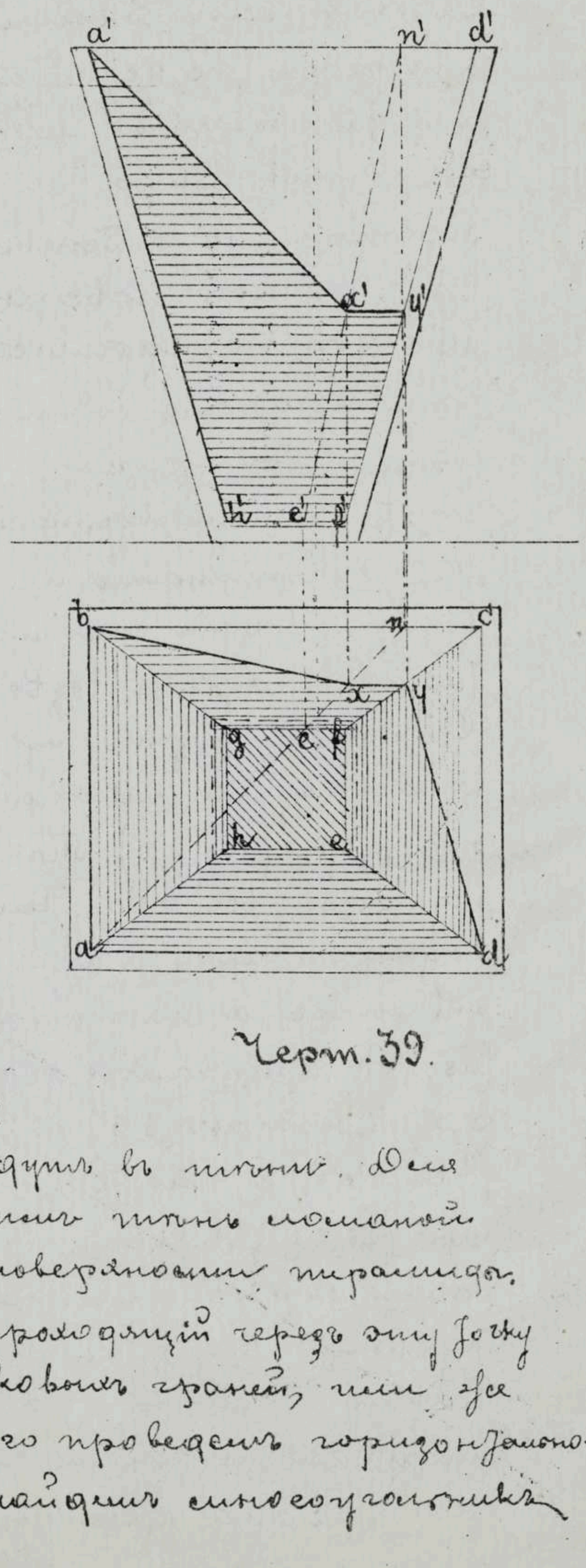
Дана усеченная пирамида; построить

собственную и падающую тени внутри ея.

Из расположения пирамиды видно, что, ребро (ab, a') будет принадлежать линии отдыха, также как и ребро (da, d'd') (черт.39)



Черт. 38



Черт. 39.

Построим грани (abgh, a'h') и adeh будущие в тени. Для определения падающей тени строим тень ломаной линии отдыха b и d на внутренней поверхности пирамиды. Строим тень (a, a'); луч (ax, a'x'), проходящий через эту точку может встретить или одну из боковых граней, или все основание gh e f. Для определения этого проведем горизонтально-проектирующую плоскость луча и найдем ее пересечение

сьчения ея съ пирамидой, этотъ многоугольникъ будетъ (a₁b₁, a'₁b'₁). Точка встрѣчи луча (ax, a'x') съ (b₁, c₁) т.е точка (x, x') будетъ тѣнью (ax'). Слѣдовательно тѣнь отъ (aa') падаетъ на грань (bdc, a'b'c'd') Если бы луч не пересѣкался съ этой гранью въ предѣлахъ ея проекціи, то слѣдовательно онъ встрѣтилъ гранью основаніе пирамиды и тѣнь падала бы на него. Соединивъ (xx') съ (b, a') получимъ (bx, a'x') тѣнь (ab, a') строимъ теперь тѣнь отъ ребра (ad, a'd') Такъ какъ ребро (ad, a'd') параллельно плоскости грани (bdc, a'b'c'd') то и тѣнь этого ребра будетъ параллельна горизонтальной проекціи ребра, т.е ad, а потому, проведя лучъ а параллель. ad и точку встрѣчи ея у съ ребромъ dc - соединивъ съ d, получимъ всю границу падающей тѣни будетъ, a'x'l'.

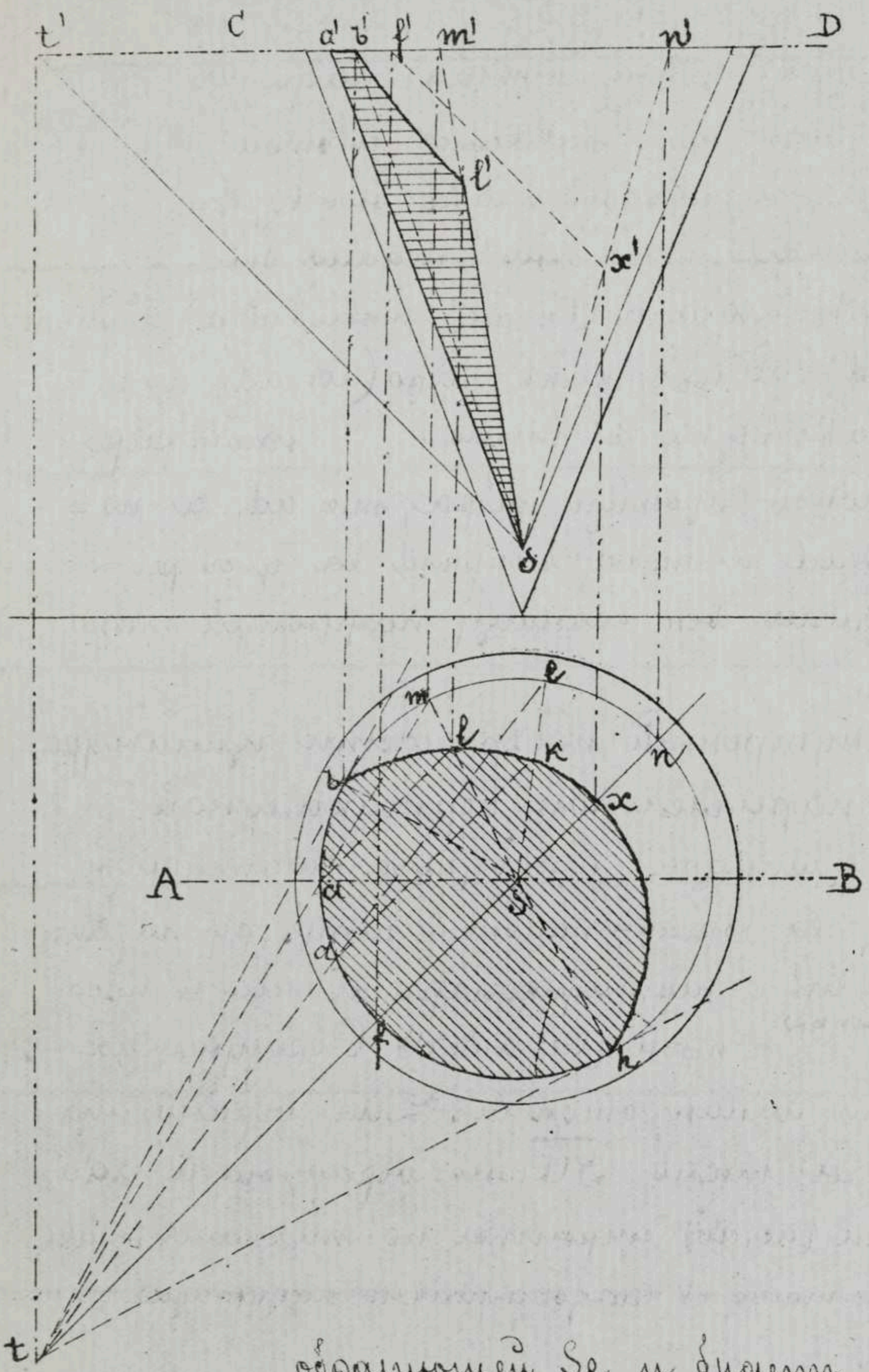
Построить тѣнь на внутренней поверхности цилиндра, разгороженнаго плоскостью параллельной вертикальной.

На внутренней поверхности цилиндра проводимъ касательную плоскость параллельно лучу; на горизонтальномъ слѣдѣ pq параллель лучу R. Водставимъ ее с перпендикуляръ къ оси и продолживъ его получимъ собственную тѣнь (ae, a'a''c''c'). Образующая (a, a'a'') съ дугою (ae, a'c') дадутъ линею отдыха. Для ограниченія падающей тѣни строимъ ея тѣнь. Тѣнь образующей (aa'a'') будетъ (A, A', A'' / A, A', A''). Тѣнь отъ дуги (ae, a'c') строимъ по точкамъ; такъ взявъ точку (nn') найдемъ ея тѣнь N слѣдовательно падающая тѣнь будетъ (CA, CNA'A''C'' / Cea, c'e'A'A''c''). Черт. № 40.

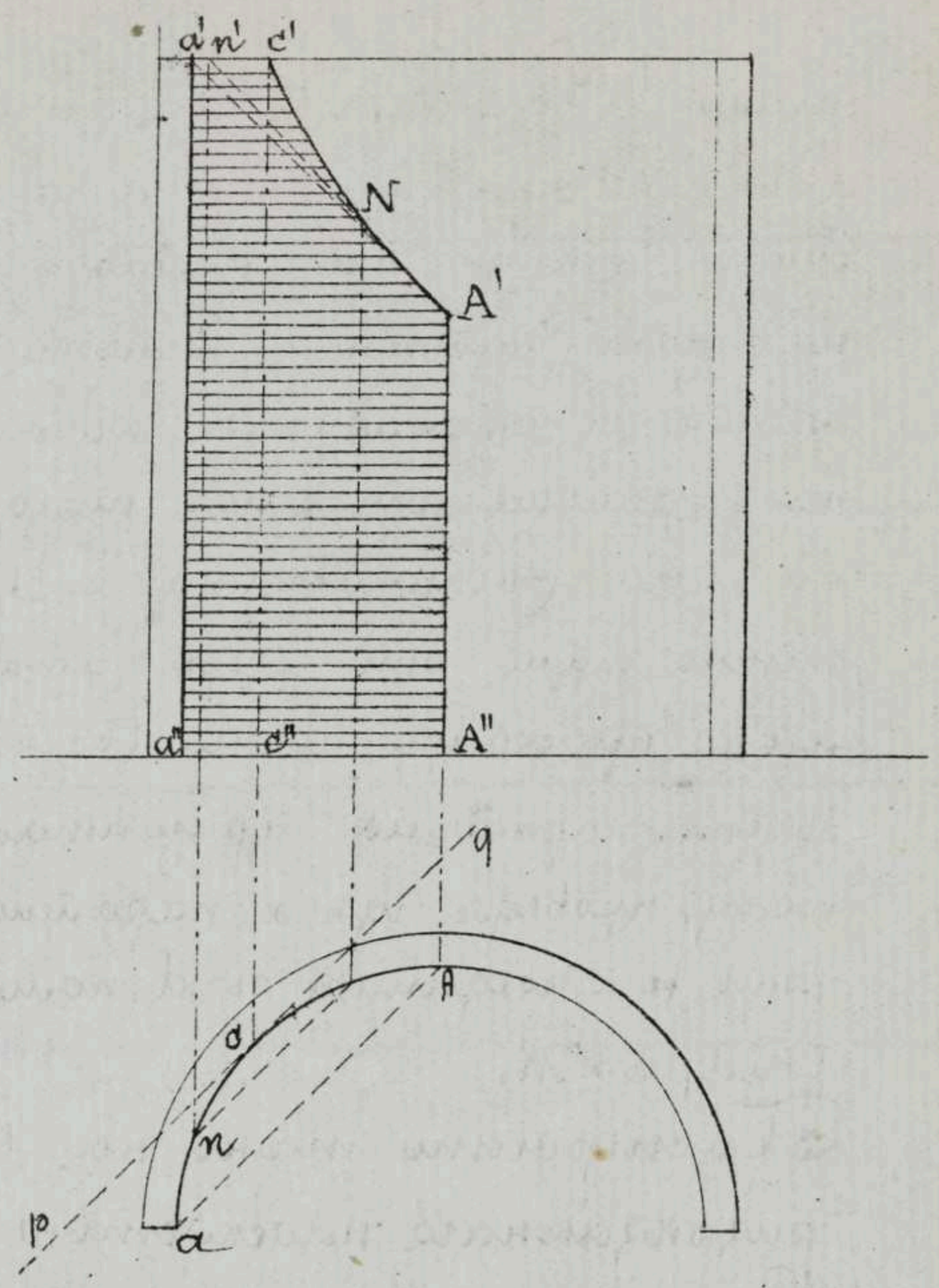
Дань прямой конусъ, имѣющій вершину на горизонтальной плоскости, а основаніе ей параллельное. Построить тѣнь на разрѣзъ его вертикальной и горизонтальной плоскостью.

Вертикальная проекція представляетъ разрѣзъ вертикальной, а горизонтальная горизонтальной плоскостью. Построимъ тѣнь на горизонтальномъ разрѣзъ. Черезъ вершину конуса проведемъ лучъ (St, S't') и находимъ слѣдъ его (tt') на плоскости основанія ED. Тогда всякая плоскость проведенная черезъ эту прямую будетъ параллельна лучу и проходя черезъ вершину конуса, пересѣчетъ его по образующей Взявъ точку d

Черт. 41.



Черт. 40.



на внутренней окружности основания проведем через d и (tS, t'S') плоскость которая пересечет конус по dS и eS. Через d проведем луч dk; тогда точка встречи его к с образующей Se и будет только от d на горизонтальном радиусе. Подобным точек этим способом можно построить сколько угодно. Построим еще только от (f, f'). Заметим что плоскость проведенная через (f, f') и (St, St') будет перпендикулярна к плоскости горизонтальной*, а потому горизонтальная проекция образующей сечения fs и ns этой плоскости с конусом будет совпадать с tS; луч проведенный из (ff') до встречи с образующей nS также сов-

* Потому что точка (ff') как видно на чертеже, лежит в горизонтально-проектирующей плоскости прямой (St, St').

ется съ n's'. Поэтому обращаемся къ вертикальной проэкціи. Черезъ f' проводимъ вертикальную проэкцію луча f'x' параллельно R' до встрѣчи съ n's' въ точкѣ x', по вертикальной проэкціи находимъ горизонтальную x. Точка (xx') и будетъ искомая (ff'). Если изъ t къ окружности основанія провести касательныя tb и tt' и соединимъ b и t' съ S, то получимъ bS и t'S и образующія прикосновенія плоскостей содержащихъ направленіе луча и касающихся конуса. Образующія bS и t'S будутъ принадлежать линіи отрыва, свыта отъ собственной тѣни, которая будетъ bdft'Sb. Если теперь b, k, x, h. и всѣ промежуточныя точки соединить, то получимъ границу падающей тѣни bSkxkb на горизонтальной разрѣзъ. Построимъ теперь тѣнь на вертикальномъ разрѣзъ. Образующая (as, a's'), по которой конусъ разрѣзанъ, будетъ принадлежать линіи отрыва; къ ней же будетъ принадлежать образующая (bS, b's') и дуга (ab, a'b'); такъ что собственная тѣнь на вертикальномъ разрѣзъ будетъ a'b's'a'. Для ограниченія падающей тѣни строимъ тѣнь отъ линіи отрыва. Ищемъ тѣнь точки (aa'); тѣнь же способомъ, какимъ найдена тѣнь x точки d; найдемъ что тѣнь точки a есть l; по горизонтальной проэкціи найдемъ вертикаль l', которая и будетъ тѣнью (aa') на вертикальномъ разрѣзъ. Теперь соединивъ l' съ S', получимъ S'l' тѣнь образующей a'S'. Наконецъ взявъ на дугѣ (ab, a'b') нѣсколько точекъ построивъ ихъ тѣни тѣмъ же способомъ какъ и отъ (aa') и соединивъ ихъ получимъ тѣнь b'e' отъ дуги (ab a'b'). Такимъ образомъ падающая тѣнь на вертикальномъ разрѣзъ будетъ b'l'S'b'.

Теория Перспективы

Перспектива есть изображение данного предмета на какой либудь поверхности, производящее на зрителя тоже впечатление какое и самый предмет. Для полного оптического обмана, перспективное изображение должно быть представлено не только въ одномъ очертаніяхъ, но и со всѣми тѣнями и цвѣтомъ красокъ отъ вліянія воздуха. На этомъ основаніи перспективу разделяютъ на два главныя вида: перспективу линейную и воздушную.

Линейная перспектива даетъ правила для опредѣленія очертанія или контура даннаго предмета.

Воздушная перспектива занимается опредѣленіемъ тѣней и красокъ

Линейная перспектива разделяется, по роду поверхности на которой она изображена, на обыкновенную или естественную и панорамическую.

Поверхность, на которой изображена перспектива, называется картинною поверхностью.

Въ обыкновенной или естественной перспективѣ, картинная поверхность занимается вертикальною плоскостью, перпендикулярною къ направленію взгляда Въ панорамической перспективѣ картинная поверхность можетъ быть различнаго вида, отъ которого она и получаетъ особое названіе; такъ напр. при занятіи картинной поверхности вертикальнымъ цилиндромъ перспектива получаетъ названіе панорамы, при чемъ перспектива изображается на внутренней поверхности цилиндра, и зритель предполагается находящимся на немъ.

Въ театральной перспективѣ, картинная поверхность замѣняется многими плоскостями (кулисы и задняя декорація). Изображеніе перспективы на наклонной плоскости пирамиды, шара, конуса и пр. наз. катарографіею. Мы видимъ окружающіе насъ предметы посредствомъ отраженныхъ лучей расходящихся отъ нашего глаза, которые падаютъ. лучами зрѣнія.

Всѣ эти лучи образуютъ конусъ, вершина котораго есть глазъ, а ось конуса представляетъ направленіе нашего взгляда или оптическую ось. Пересѣченіе такого конуса съ картинной поверхностью дастъ перспективное изображеніе.

Здѣсь мы должны обратить наше вниманіе на то, что величина угла при вершинѣ конуса, составленнаго лучами зрѣнія, измѣняется для каждаго зрителя, смотря по устройству глаза, но изъ многихъ опытовъ и наблюденій найдено, что величина этого угла не должна превышать 30°. По крайней мѣрѣ многіе живописцы не слѣдуетъ допускать уголъ зрѣнія больше 20°, который наз. угломъ ясного зрѣнія. За этими предѣлами лучи зрѣнія не доставятъ намъ ясного изображенія; слѣдовательно всѣ изображаемые предметы должны находиться въ углѣ ясного зрѣнія, который дѣлитъ отъ разстоянія предмета отъ нашего глаза (точки зрѣнія). Изъ сказаннаго мы видимъ, что построеніе перспективы состоитъ въ построеніи пересѣченія лучей зрѣнія, проведенныхъ изъ глаза къ различнымъ точкамъ зримаго предмета, съ картинною поверхностью. Нѣкоторые лучи будучи касательные къ поверхности зримаго предмета образуютъ обертывающій конусъ, пересѣченіе котораго съ картинною поверхностью дастъ намъ видъ обвода перспективнаго изображенія или контура.

Но отъ общаго рѣшенія до практическаго примѣненія правилъ перспективы слишкомъ далеко, и потому мы должны указать тѣ правила и пріемы которые упрощаютъ рѣшеніе въ каждомъ частномъ случаѣ и дадутъ художнику возможность примѣненія этихъ правилъ къ практикѣ.

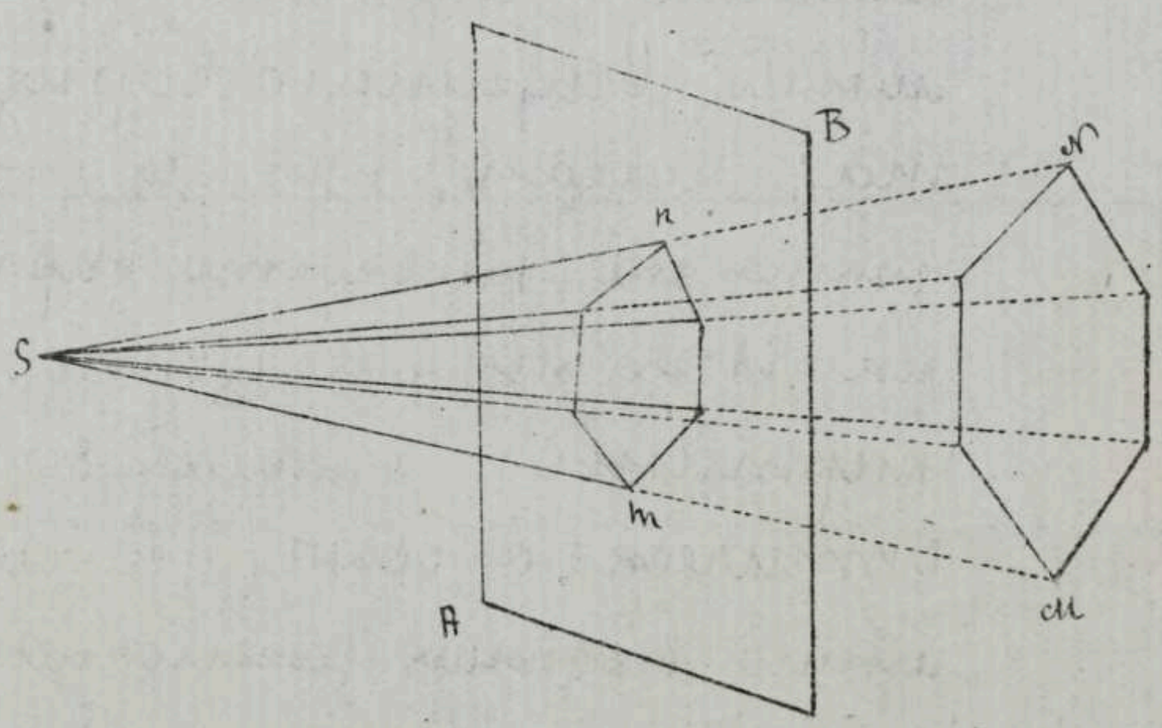
Линейная перспектива

Линейная перспектива читает нам построение контура данного предмета в зависимости от положения зрителя и картинной поверхности. Если мы будем рассматривать какое либо тело с разных сторон, то для каждого положения нашего глаза мы получим новое изображение; точно также мы получим для каждой картинной поверхности новое изображение; из этого следует, что перспективное очертание не зависит не только от величины и формы изображаемого тела, но и от положения глаза зрителя и вида картинной поверхности. Следовательно все задачи перспективы состоят в точном определении видимого очертания, когда даны: форма и величина тела, положение точки зрения и картинная поверхность.

Мы здесь преимущественно займемся обыкновенною или естественною перспективою, т.е такою, когда картинная поверхность есть вертикальная плоскость перпендикулярная к направлению взгляда или оптической оси, т.е когда оптическая ось будет горизонтальная линия.

Общий способ.

Если точка зрения находится в точке S (Черт. 1), дано вообще какое нибудь тело M и положение плоскости AB и требуется определить перспективу этого тела на плоскости AB, то мы должны построить конус обертывающей это тело, приняв за вершину точку зрения (положение нашего глаза, т.е точку S). Сечение этого конуса плоскостью AB даст нам перспективу тех данного тела M, потому

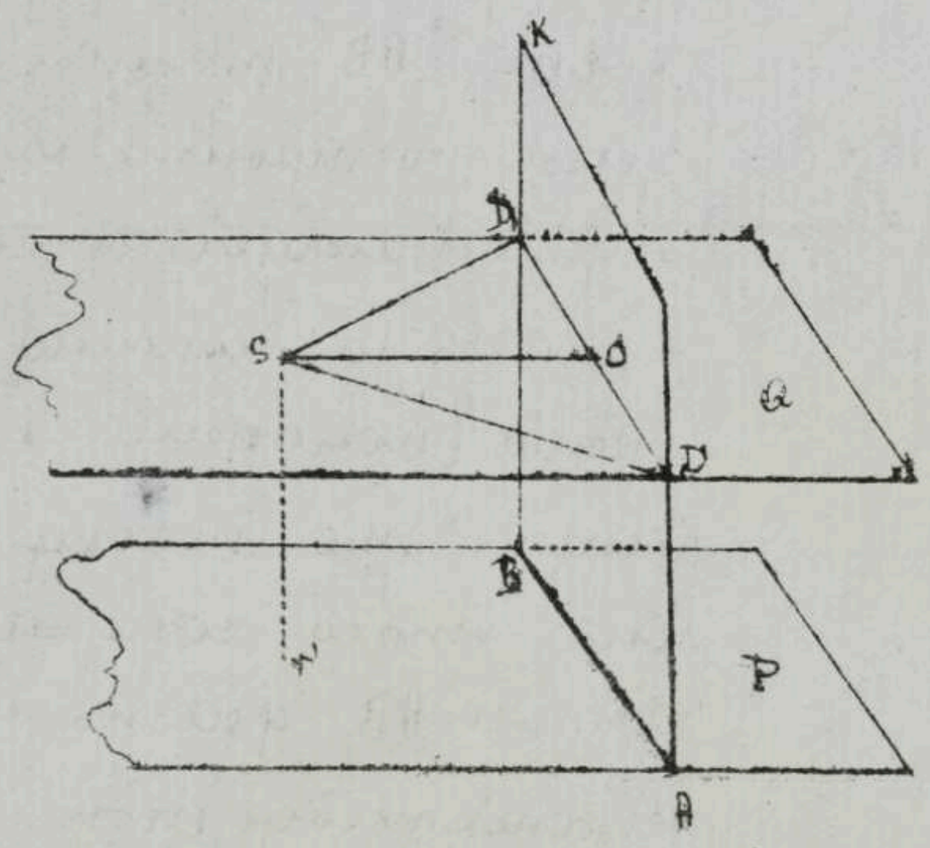


Черт. 1

ямо mn будетъ производить на нашъ глазъ такое же впе-
чатлѣніе, какое производитъ тѣло, разстоящее нашему глазу
тотъ же путь лучей.

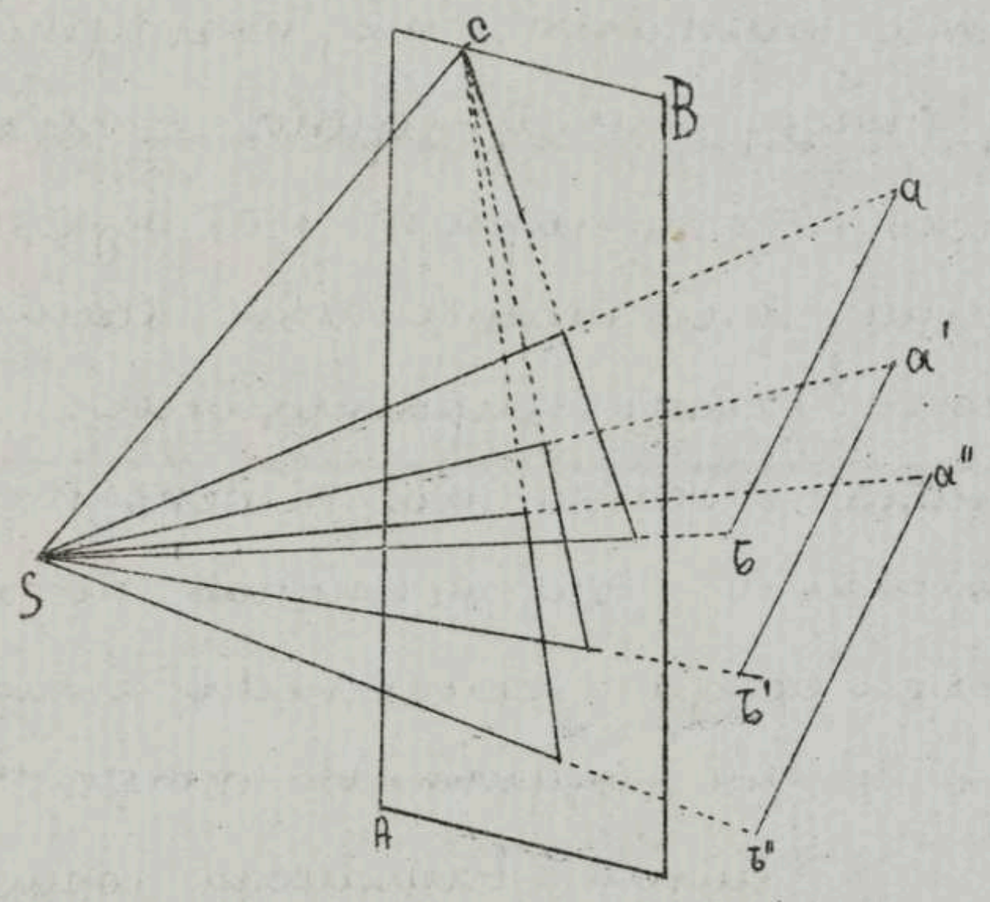
Замѣчаніе. Чѣмъ дальше предметъ, тѣмъ перспектива
его меньше, предполагая положеніе точки зрѣнія и плоскости
картины постояннымъ. Если предположимъ постояннымъ
положеніе плоскости картины и даннаго предмета, то при уда-
леніи точки зрѣнія отъ плоскости картины перспектива
даннаго предмета будетъ увеличиваться; съ приближеніемъ
плоскости картины къ данному предмету перспектива его будетъ
увеличиваться. На этотъ общій способъ построенія перспективы
въ частныхъ случаяхъ значительно упрощается, такъ напр.
положимъ, что намъ требуется построить перспективу какой
нибудь плоской кривой линіи, которая находится въ плоскости,
проходящей черезъ точку зрѣнія, тогда, поступая по общему
правилу мы увидимъ, что обертывающій конусъ обратится
въ плоскость слѣдовательно перспективой данной кривой будетъ
прямая линія

Условимся назвать нѣкоторыхъ прямыхъ и точекъ.
Положимъ, что въ точкѣ S (Черт. 2) находится точка зрѣнія; KB
картинная плоскость. Если черезъ точку S проведемъ плоскость
Q, параллельно горизонтальной плоскости P, то прямая DD, —
перпендикулярная плоскости Q съ
плоскостью картины KA, назы-
вается главной горизонта-
лью; точка Ф, проекція точки
зрѣнія на плоскость карти-
ны KA называется центромъ
картины; прямая SO
оптическою осью (условія
ленаго вида требуютъ чтобы SO была не
менѣе 2DD); вообще же
желательно чтобы разстоянія
отъ предмета были велики.



Черт. 2.

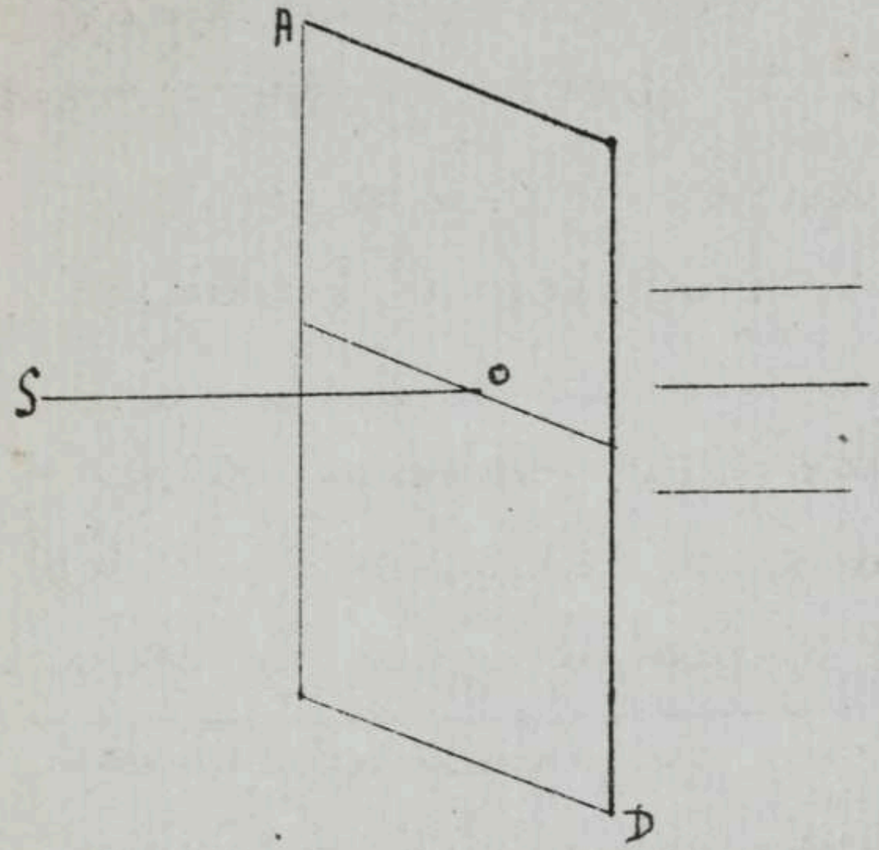
более самого наибольшего его измерения).
Проектирующая Sr'наз. возвышением точки зрения над горизонтальной плоскостью, а обыкновенно равна росту человека
Прямая AB наз. основанием картины. Прямые
D'B и AD наз. рамками картины. Плоскость P наз.
плоскостью картины.



Рассмотрим перспективы
нескольких прямых (ab, a'b', a"b")
(черт 3) параллельных между
собою, но не параллельных
плоскости картины и докажем,
что их перспективы сходятся
в одной точке: для этого
через точку зрения S проведем
прямую Sc, параллельную ab;
пересечение ее с плоскостью
картины будет точка c.
Прямая Sc будет находить-
ся на каждой из плоскостей:
aSb, a'Sb', a"Sb" и т. д., потому что с каждой из них имеет
общую точку S и каждой из них параллельна. А если прямая
Sc находится на плоскостях aSb, a'Sb', a"Sb"..., то и пересечение ее
с плоскостью AB, точка C, должна находиться на пересечении
плоскостей: aSb, a'Sb', a"Sb" и т. д. с плоскостью картины AB, т. е.
должна находиться на перспективах линий: ab, a'b', a"b"..... Но
это может быть только, если перспективы данных линий схо-
дятся в точке C. Точка, в которой сходятся
перспективы прямых линий параллельных между собою,
наз. точкою схода.
Рассмотрим теперь точки схода при различных положениях
системы параллельных прямых.
Надо помнить: 1) что прямая перпендикулярная к плоскости
картины

Поступая по общему способу, мы должны через точку
зрения S, провести прямую, параллельную системе и

Черт 4.

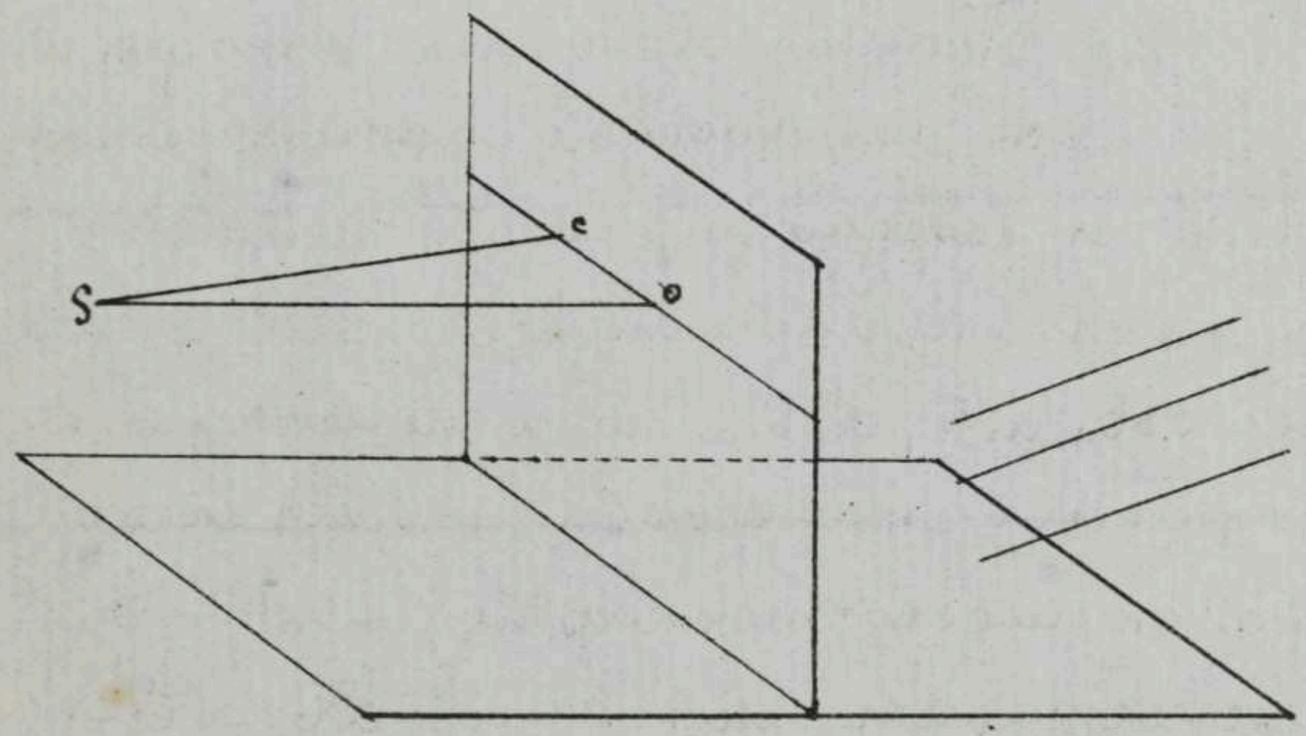


построить пересечение этой прямой с плоскостью картины. Таким образом мы увидим, что точка схода перпендикулярных к плоскости картины будет точка O, т.е центр картины (черт. 4).

2) Если прямые будут параллельны плоскости картины, то, поступая по общему способу, мы увидим, что точка схода их будет лежать на бесконечном расстоянии, т.е. перспективы данных прямых будут параллельны.

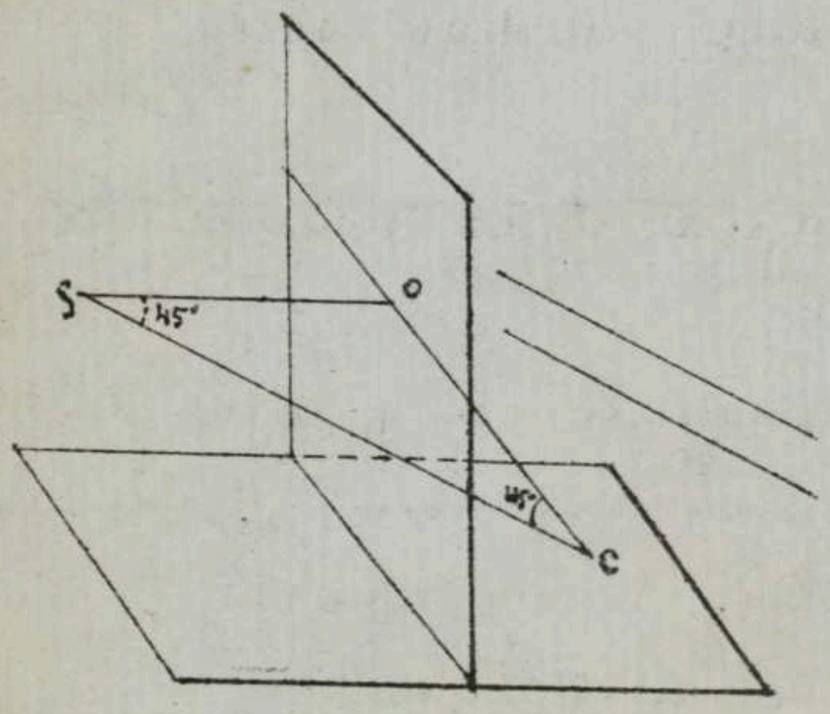
3) Если параллельные прямые лежат на плоскости горизонтальной, или ей параллельны, то, поступая по общему правилу, найдем, что точка схода перспектив этих линий, будет в точке C, на линии видимого горизонта (Черт 5).

Черт 5.



Черт 6.

4 Если допустим, что прямая, будучи параллельны плоскости горизонтальной (черт 6), будут наклонены к плоскости картины под углом в 45°, то, поступая по общему правилу, мы найдем, что по равенству углов CSO и SCO равным 45°, сторона OC=SO, т.е, что точка схода этих прямых будет отстоять от центра картины на длину оптической оси, вправо или влево по линии видимого горизонта, смотря по направлению данных линий.



Следствие 1. Перспектива плоской фигуры параллельной картинной плоскости будет фигура подобная изображенной.

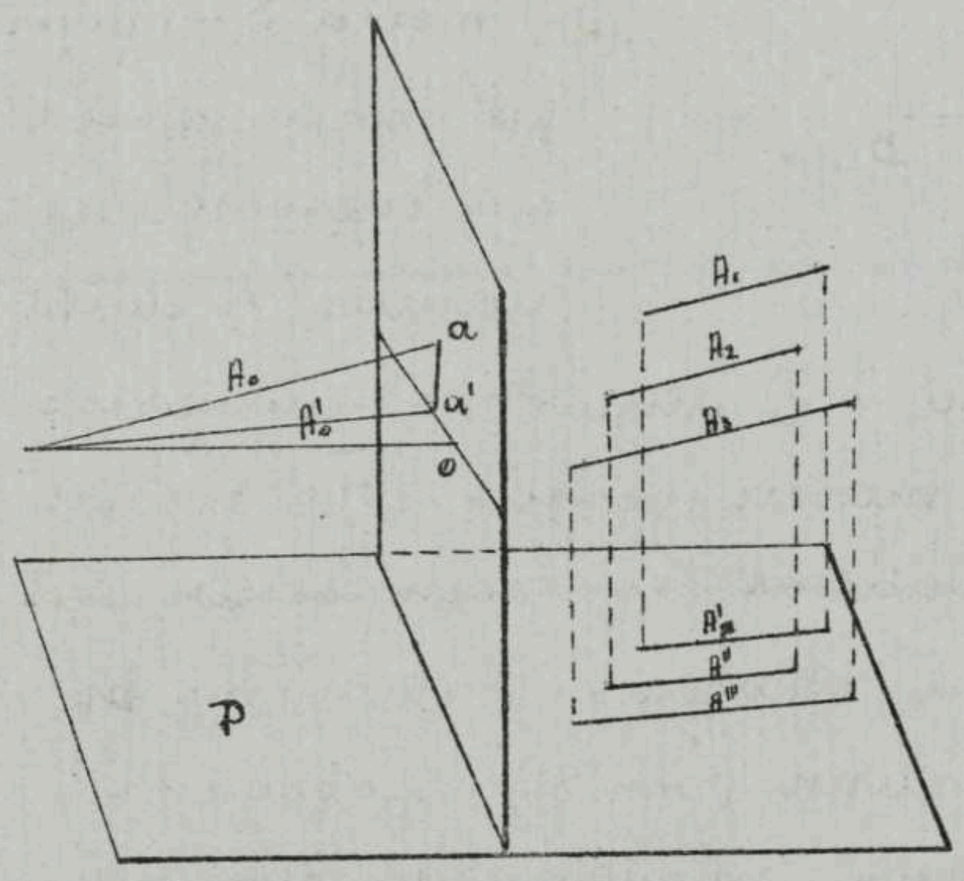
Следствіе 2). Главныя отрѣзки прямыхъ, лежащихъ въ одной плоскости, параллельной картинѣ, будутъ имѣть въ перспективѣ равную длину.

Слѣдствіе 3) Если линіи параллельныя картинѣ раздѣлены на части, то длины въ перспективѣ будутъ пропорціональны длинамъ въ пространствѣ.

Теорема. Точка схода перспективъ параллельныхъ линій и точка схода перспективъ проэкцій этихъ линій, на плоскости начальъ, будутъ лежать на одной вертикальной линіи.

Для доказательства (черт. 7) представимъ себѣ параллельныя линіи A_1, A_2, A_3 и проэкціи ихъ A', A'', A''' на плоскости начальъ P; проведемъ черезъ точку зрѣнія S линію A_0 параллельно линіямъ A_1, A_2, A_3 и линію A'_0 параллельно A', A'', A'''. Линія A_0 пересѣчетъ картину въ точкѣ a, которая будетъ точкой схода перспективъ линій A_1, A_2, A_3

Черт 7.



Линія A'_0 пересѣчетъ картину въ точкѣ a', которая будетъ точкой схода перспективъ $A', A'', A''', \ldots$) проэкцій линій $A_1, A_2, A_3 \ldots$. Теперь докажемъ, что точки a, a' лежатъ на вертикальной линіи. Линія aa' есть сѣченіе плоскости проходящей черезъ A_0 и A'_0, съ картинной плоскостью; но плоскость $A_0A'_0$ параллельна проэктирующимъ плоскостямъ линій $A_1, A_2 \ldots$, т. е. она вертикальна подобно картинной плоскости, а потому пересѣчетъ послѣднюю по вертикальной прямой aa'.

Данныя необходимыя для построенія перспективъ.

1) Форма, размѣры изображаемаго предмета и положеніе его въ пространствѣ.

2) Мѣсто точки зрѣнія.

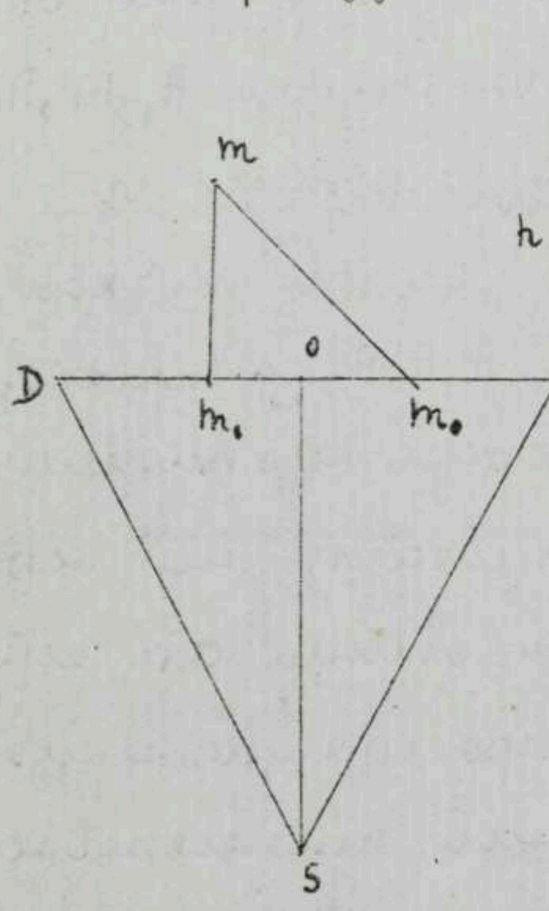
3) Положеніе картинной плоскости. Всѣ эти данныя задаются обыкновенно въ проэкціяхъ, т. е. даются: а) планъ и фасадъ задаваемаго или вообще сооруженія, которое желаютъ изобразить

въ перспективѣ; на планѣ надписаетъ: b) проекція точки зрѣнія; c) направленіе оптической оси и d) линія основанія картины; кромѣ этого задается возвышеніе точки зрѣнія. Эти данныя необходимы и достаточны для построенія перспективнаго изображенія рисунка.

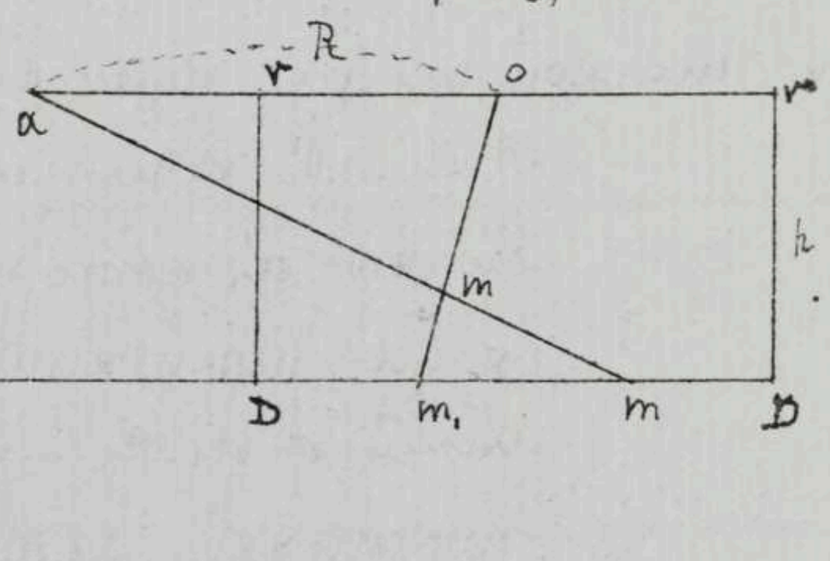
Приступая къ рѣшенію частныхъ задачъ теоріи перспективы, мы начнемъ съ построенія перспективы плана, т.е проекціи фигуры на плоскость плана, потому что, какъ мы увидимъ впослѣдствіи, составленіе перспективнаго рисунка начинается съ перспективы плана.

Задача 1-я. Построить перспективу точки, лежащей въ плоскости плана.

Черт 8(а)



Черт 8(б)



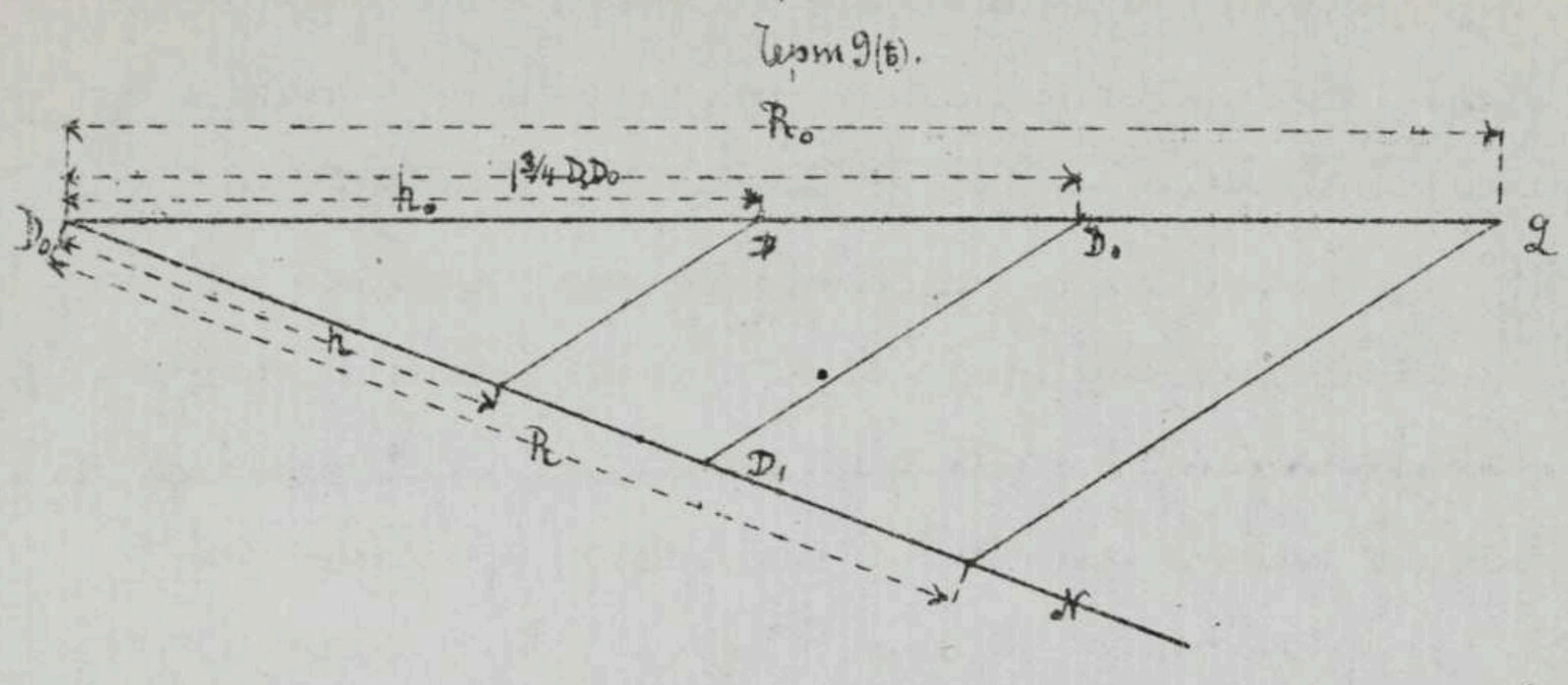
Даны (черт. 8а) 1) точка m., 2) линія DD₁ – основаніе картины, 3) точка S – проекція точки зрѣнія на плоскости плана, 4) линія OS – оптическая ось и 5) линія h – цилиндрическое возвышеніе точки зрѣнія. По этимъ даннымъ приступаемъ къ построенію перспективы такимъ образомъ: 1) строятъ въ точкѣ S угломъ данное зрѣнія DSD, 2) на картинѣ (черт 8б) проводятъ линію DD, принимая ее за основаніе картины, откладываютъ на ней длину DD. 3) Въ точкахъ D и D строятъ перпендикуляры Dv и Dv, они будутъ крайними картины 4) Отложивъ на рейкахъ, считая отъ основанія картины возвышеніе точки зрѣнія h, проводятъ линію vv', которая будетъ – вспомогательною горизонталью. 5) На средине линіи vv' надписываютъ точку O, которая будетъ центромъ картины. Когда основныя линіи и центръ картины надписаны на рисункѣ приступаютъ къ построенію, которое состоитъ въ томъ, что черезъ точку m на планѣ проводятъ двѣ линіи, удирая ихъ такъ, чтобы перспектива ихъ построилась сама, и затѣмъ перспектива

точка т найдется на пересечении перспектив проведенных линий.
Из всех линий, лежащих в плоскости земли удобнее строить перспективы линий перпендикулярных к картине и наклонных к ней под углом в 45°, потому что точка схода этих линий легко определяется на картине и потому построение перспективы точки т будет состоять в следующем: 1) проводят тт, перпендикулярно к основанию картины DD, сперва на плане (черт 8а), 2) потом строят перспективу линий тт, и т₁т₁. Для этого замечают точки т, и т₂, в которых вспомогательные линии пересекают основание картины, наносят эти точки на картину; откладывают длины Dт, и Dт₁ на черт 8(а) откладывают их в Dт, и Dт₁ на черт 8(б); перспектива линии тт, получится по соединении т, с о на черт 8(б). Чтобы построить перспективу т₁т₁ строят точку с на линии vv на расстоянии Oc=R (оптической оси), точка с будет точкой схода перспектив всех горизонтальных линий, которые подобно т₁т₁ наклонены к картине под углом в 45°. Значит перспектива т₁т₁ получится по соединении точки а, с с а на черт 8(б).
Когда перспективы линий от, и от₁ построены, перспектива точки т будет на пересечении их.

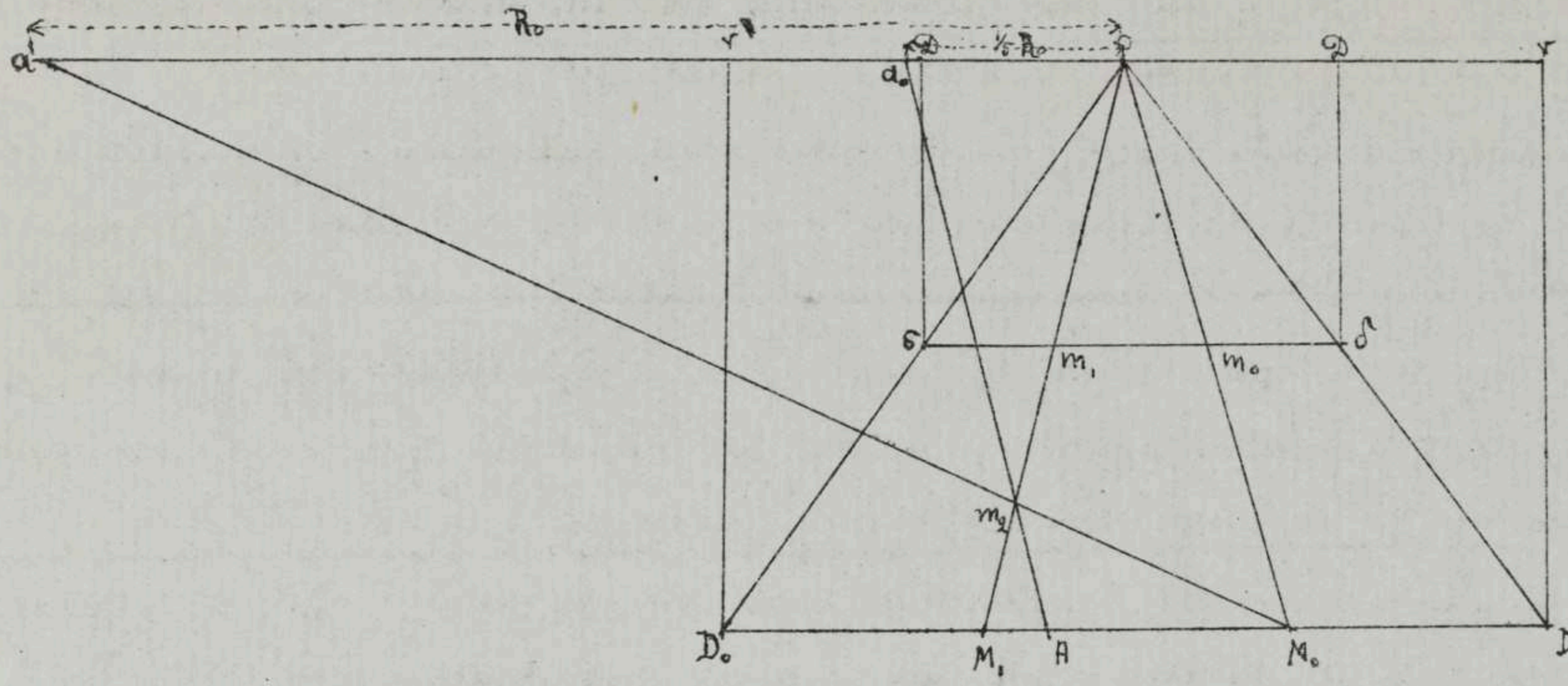
Затруднения встречающиеся при решении задач теории перспективы.

При решении той или другой задачи в теории перспективы могут встретиться затруднения, которые надо уметь побеждать; часто надо случается, что перспектива приходится строить в большем или меньшем масштабе против плана, или, что чаще всего может встретиться при решении задачи этого рода, это тот случай, когда длина оптической оси так велика, что, откладывая ее по линии видимого горизонта от центра картины, мы увидели, что точка а—схода линий, наклонных к картине под углом в 45°, выйдет за пределы чертежа. Укажем как видоизменяются построения в этом случае. Допустим, что перспективный рисунок требуется увеличить в 1¾ раза против плана и уберем оптическую ось такой длины, чтобы точки схода линий наклонных

подъ угломъ въ 45° къ картинѣ вышла за предѣлы рисунка. Начнемъ съ построенія основныхъ линій перспективнаго рисунка. Чтобы имѣть возможность имѣ построить надо увеличить данную плоскость въ 1 3/4 раза; для этого цѣлый начертимъ прямую $\mathcal{L}$ неопредѣленной длины черт 9(б) и отложимъ на ней длину основанія картины DD. Раздѣлимъ ее на 4 части и отложимъ еще 3/4 D_oD, получимъ длину $D_oD_o = 1\frac{3}{4}D_oD$. Проведемъ линію N подъ произвольнымъ угломъ къ линіи $\mathcal{L}$ черезъ конецъ D_o; отложимъ на N отъ точки D_o 1) длину D_oD_1 основанія картины 2) R (оптическую ось) и 3) h (возвышеніе точки зрѣнія). Соединивъ точку D_1 съ D_o на $\mathcal{L}$, получимъ линію D_1D_o и посредствомъ линій параллельныхъ D_1D_o, получимъ на линіи $\mathcal{L}$ длины $h_o = 1\frac{3}{4}h$ и $R_o = 1\frac{3}{4}R$. Когда длины D_oD_o, R_o и h_o найдены построимъ основныя линіи перспективы на картинѣ какъ и прежде, т.е., подъ прямымъ линію основанія картины, отложимъ на ней найденную длину этой линіи D_oD_o, въ точкахъ D_o и D_o построимъ рамки картины D_or и D_or перпендикулярно къ основанію картины и, отложивъ на нихъ отъ основанія картины длину h_o (возвышеніе точки зрѣнія), проведемъ линію видимаго горизонта vv, на срединѣ ея, въ точкѣ O, будетъ центръ картины. Когда основныя линіи построены, проводимъ черезъ точку т вспомогательныя линіи тт, и то на плоскости (черт 8(а)) и строимъ точки m_1 и m_o, въ которыхъ эти линіи встрѣчаютъ картину на перспективномъ рисункѣ (черт 9(а)) слѣдующимъ образомъ: чертимъ на картинѣ линіи OD_o — изъ центра O къ началу рамокъ; линіи эти носятъ названіе **масштаба удаленія**, тогда отложивъ по vv отъ точки O, по обѣ стороны по 1/2 длины DD, цѣлыми на чертежѣ 8(а) проводимъ вертикальныя линіи $D\delta$ до встрѣчи съ масштабомъ удаленія OD_o, OD_o въ точкахъ $\delta\delta$; соединяемъ точки $\delta\delta$ прямой $\delta\delta_1$, которая носитъ названіе **масштаба широтъ**. Построивши этимъ путемъ линію $\delta\delta_o = D_oD$



Черт 9(а)



основанію картины, данному на планѣ (Черт. 8(а)); откладываемъ $\delta m_1 = m_1 D$ и $\delta m_0 = D m_0$ и соединяемъ построенныя на $\delta\delta$ точки $m_1 m_0$ съ центромъ кривизны точкой O; линіи Om_1 и Om_0 по продолженіи встрѣтятъ основаніе картины въ точкахъ M_1 и M_0 причемъ $D_0 M_1 = 1\frac{3}{4}\delta m_1$, и $D_0 M_0 = 1\frac{3}{4}\delta m_0$, потому что $D_0 D_0 = 1\frac{3}{4}\delta\delta$. Такимъ образомъ мы можемъ надписать всякую точку на основаніи картины $D_0 D_0$, построивъ ее предварительно на линіи $\delta\delta$, соединивъ данную точку построенную на $\delta\delta$ съ точкою O и продолживъ эту прямую до встрѣчи съ основаніемъ картины $D_0 D_0$; когда точки M_1 и M_0 надписаны на $D_0 D_0$, строимъ перспективу линій mm_1 и mm_0 (черт 8(б)), проходя черезъ линіи, какъ мы это сдѣлали прежде, тогда окажется, что перспектива линіи mm_1 будетъ $M_1 O$; чтобы получить перспективу mm_0 надо было бы отложить по vv отъ точки O длину R_0 (оптической оси) изъ O въ a, и точку a соединимъ M_0, точка m_2 и будетъ перспективою; но когда точка a получится, какъ въ настоящемъ случаѣ, вѣтъ рисунка, то откладываютъ на линіи видимаго горизонта не цѣлую длину оптической оси R_0, а какую либо часть ея напр. $\frac{1}{5} R_0$ отъ O до a_0; если мы вообразимъ себѣ линію соединяющую a_0 съ точкой m_2 — перспективой точки m_1, то линія эта пересѣчетъ $D_0 D_0$ въ точкѣ A, при чемъ вслѣдствіе параллельности vv и $D_0 D_0$, $M_1 A = \frac{1}{5} M_1 M_0$, что $O a_0 = \frac{1}{3} O a$; поэтому отложивъ отъ M_1 длину $M_1 A = \frac{1}{5} M_0 M_1$ и соединивъ a_0 съ A прямою $A a_0$ мы получимъ перспективу точки m на пересѣченіи $a_0 A$ и Om_1 въ точкѣ m_2.

Примѣчаніе 1. Если бы точка m на планѣ (Черт 8(а)) вышла за предѣлы

чертежа, то длину т.то можно циркулем взять от т. въ т, потому что т.то = т.т, так как углы при вершинах т и то равны между собою

Примѣчаніе 2. Если бы проекція точки зрѣнія не помѣщалась на планѣ, то слѣдует надписать длину основанія картины, а длина оптической оси R найдется слѣдующимъ образомъ: въ точках D и D строят линіи DS и DS, сходящіяся подъ угломъ равнаго зрѣнія (т.е при вершинах D,D, на прямой DD строят углы DDS = 90 - 15 = 75) продолжаютъ одну изъ нихъ за линію DD, затѣмъ, отложивъ по DD отъ точки D, напродолженіи этого отрѣзка, длину Dd = ¼ DO возставляютъ въ точкѣ d перпендикуляръ dk и на линіи DD до встрѣчи съ SD, въ точкѣ K и dk будетъ = ¼ R, изъ подобія прямоугольниковъ ODS и Ddk. Этимъ путемъ представится возможность циркулемъ какую либо часть оптической оси R, а слѣдовательно и длину самой оптической оси R.

Задача 2.

Построить перспективу прямой линіи, лежащей въ плоскости картины.

Перспектива прямой линіи получится, когда построимъ перспективы двухъ точекъ, взятыхъ на прямой и соединимъ ихъ прямою линіей. Задача упрощается, когда прямая параллельна основанію картины, или перпендикулярна ея въ предѣлахъ чертежа. Въ первомъ случаѣ перспектива прямой параллельна основанію картины, такъ что мы можемъ начертить перспективу подобной линіи, построивъ перспективу одной изъ точекъ и проведя основную линію, черезъ построенную точку, параллельно основанію картины.

Во второмъ случаѣ, продолживъ линію до встрѣчи съ основаніемъ картины на планѣ, переносимъ эту точку на картину, и данная линія построится на рисункѣ, проведя ее черезъ эту точку и черезъ перспективу другой какой либо точки, произвольно взятой на линіи, такъ что въ обоихъ случаяхъ для рѣшенія задачи достаточно построить перспективу одной точки прямой. Упрощенія въ построеніяхъ перспективъ прямыхъ легче будетъ видно при рѣшеніи послѣдующихъ задачъ.

Задача 3. Построить перспективу квадрата лежащаго въ плоскости картины, когда одна сторона ея параллельна основанію картины.

На плане (Черт. 10(а)) даны: 1) квадрат abcd, 2) точка зрения S, 3) оптическая ось R, 4) линия основания картины DD и 5) возвышение точки зрения h.

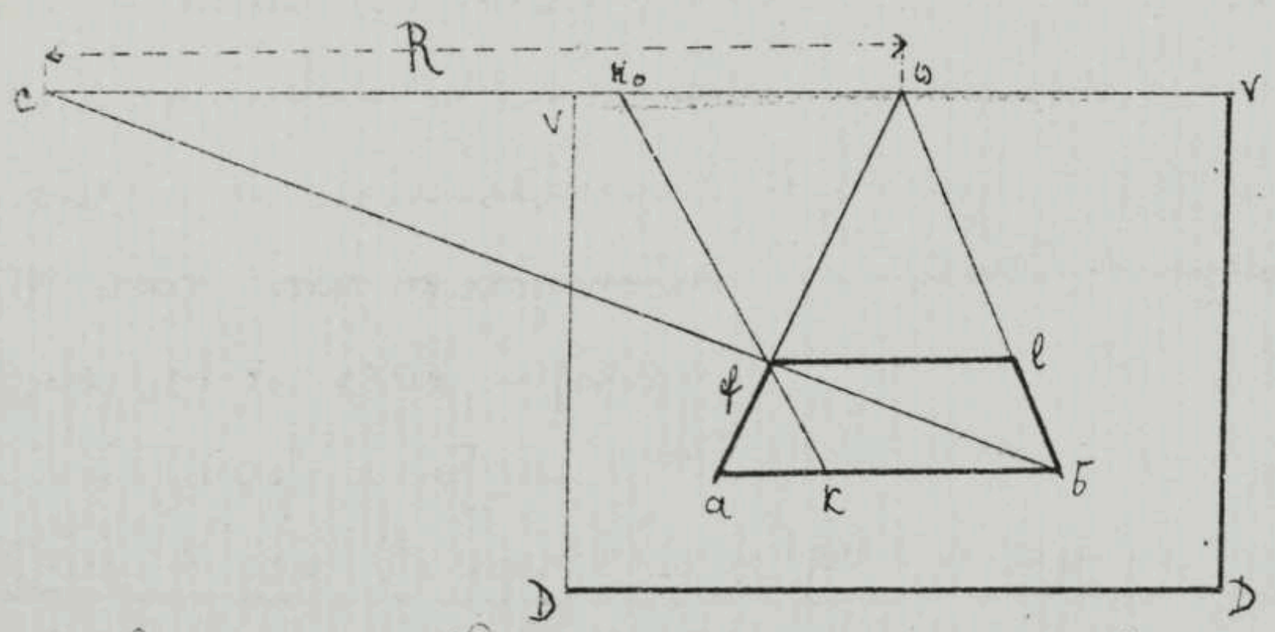
Требуется построить перспективу квадрата abcd, увеличив его вдвое против плана. Основные линии перспективного рисунка построены на черт. 10(б) таким же, как и в задаче 1-ой; приняв размеры взяты с плана и увеличены на рисунке вдвое. Когда: 1) основание картины, 2) рамка, 3) видимый горизонт и 4) центр картины построены, приступаем к построению перспективы квадрата следующим образом: 1) измеряют DA и DB на плане и откладывают эти расстояния от соответствующих точек рисунка, увеличив их против плана в два раза; таким путем получатся на рисунке точки A и B, в которых стороны ac и bd, квадрата пересекают основание картины; 2) построенные на картине точки A и B соединяют с центром картины O, и получают перспективы сторон ac и bd; 3) на линии OA найдена вершина квадрата a с помощью вспомогательной линии a2, наклонной к основанию картины под углом в 45°, т.е от центра картины O отложили ½R от O к m; по основанию картины отложена $A2_0 = ½A2$ и линия m2_0 пересекла на AO точку a. 4) Через перспективу вершины a проведена перспектива стороны ab параллельна основанию картины. 5) От точки A вправо отложена длина AK и этим путем обозначена на рисунке точка K, в которой продолженная диагональ ad квадрата, пересекает основание картины. Перспектива диагонали ad получится по соединению точек K и a на картине; линия ak по продолжении пересечет линию DO в точке d, одной из вершин квадрата. 6) Через перспективу точки d проводят перспективу стороны cd параллельно основанию

картины

Способы исполнения прямо на перспективном рисунке построений, которыя — фасадныя — производятся на плоскости начать.

Задача 4. На рисунок дана прямая ab параллельная основанию картины; требуется построить на ней квадратъ (черт II)

Черт II

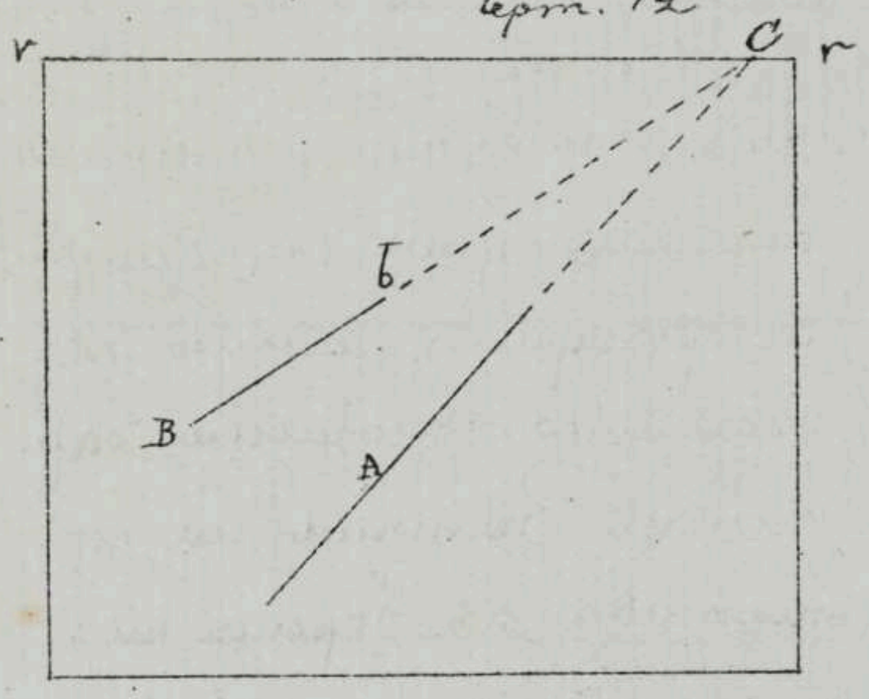


Для решения задачи на картине фасады быть обозначены: 1) основание картины DD, 2) возвышение точки зрения Dv, 3) рамки картины D v, Dv, 4) линия видимого горизонта vv, 5) длина оптической оси R. Когда эти линии обозначены, то строят перспективу предложенной фигуры; при этом нужно заметить, что ab означает перспективу некоторой линии, лежащей в плоскости начать. Так как на линии ab хотим построить квадратъ, то ab означает перспективу стороны квадрата, лежащего в плоскости начать и расположенного так, что две его стороны параллельны основанию картины. Вадрат в точке O линию vv попополам, получим центръ картины. Если O соединим с a и б; то Oa и Oб будет означать перспективы стороны квадрата перпендикулярныя к основанию картины. Продолжаем линию vv и на ее продолжении от точки O откладываем длину R, тогда получим точку C, точку схода перспективы линий наклонныхъ к картинъ под углом в 45°. Стало быть через точку C пройдетъ перспектива диагонали квадрата. Потому если C соединимъ с б, то бC и будет выражать перспективу диагонали квадрата. Точка f дает перспективу вершины квадрата, и если мы f проведем параллель ab, то получим fe, перспективу другой стороны квадрата. Такимъ образомъ мы получимъ перспективу afeб квадрата. Если бы точка C находилась вне предъловъ картины, тогда для построения картины точки f можно поступать так. От точки O откладываем растояние $OK_o = \frac{1}{3}R$; точно также и на линии ab от точки a откладываем ak = $\frac{1}{3}$ab, тогда K_oK

проходить через точку ф, что следует изъ разсмотрѣнія подобныхъ треугольниковъ.

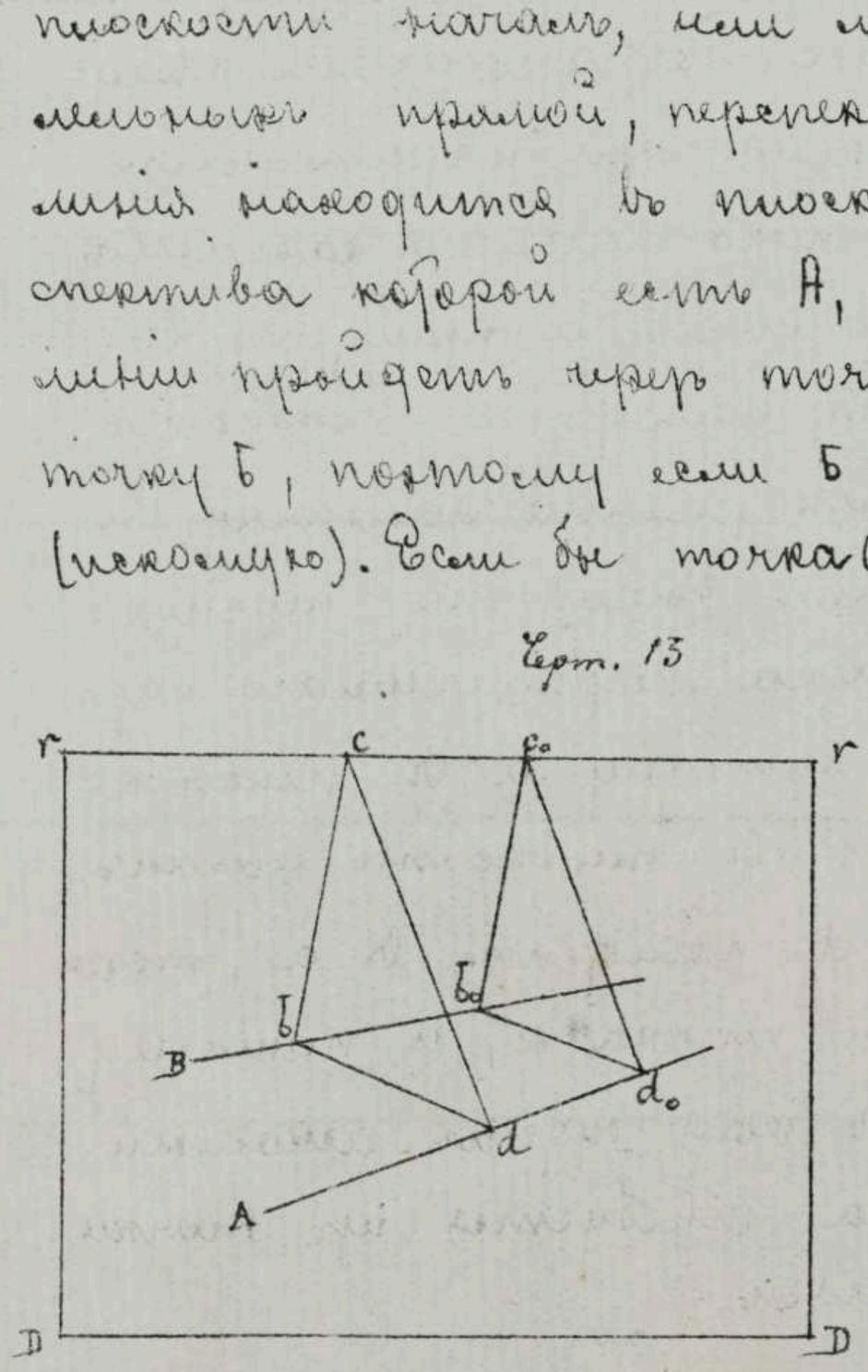
Задача 5. Даны въ перспективѣ: линія А и точка б; требуется черезъ эту точку провести линію параллельно А. При этомъ нужно замѣтить, что линія А означаетъ перспективу некоторой линіи, лежащей въ плоскости начала; б означаетъ перспективу точки, лежащей въ той же плоскости.

Черт. 12



Провести черезъ точку б линію параллельно А — это значитъ построить перспективу той линіи, которая проходитъ черезъ точку, перспектива которой Б, и которая параллельна линіи, перспектива которой А. Потому общая точка всѣхъ перспективъ этихъ линій будетъ находиться на линіи видимаго горизонта и, слѣдовательно, если А продолжить до встрѣчи съ VV (черт. 12), получимъ С, точку схода перспективъ всѣхъ линій, параллельныхъ плоскости начала, или лежащихъ въ этой плоскости и параллельныхъ прямой, перспектива которой А. Такъ какъ искомая линія находится въ плоскости начала и параллельна линіи, перспектива которой есть А, то слѣдовательно и перспектива искомой линіи пройдетъ черезъ точку С, но она должна пройти и черезъ точку б, потому если б соединимъ съ С, то получимъ линію В (искомую). Если бы точка С находилась бы въ предѣлахъ картины, тогда В можно построить слѣдующимъ образомъ: (черт 13) на плоскости картины проведемъ прямую линію сd, перпендикулярную какъ границѣ А такъ и линіи видимаго горизонта. Точки с и d соединимъ съ б; затѣмъ черезъ произвольной точки C_0, лежащей на линіи видимаго горизонта проведемъ линіи параллельно сб и $бd$; пере-

Черт. 13

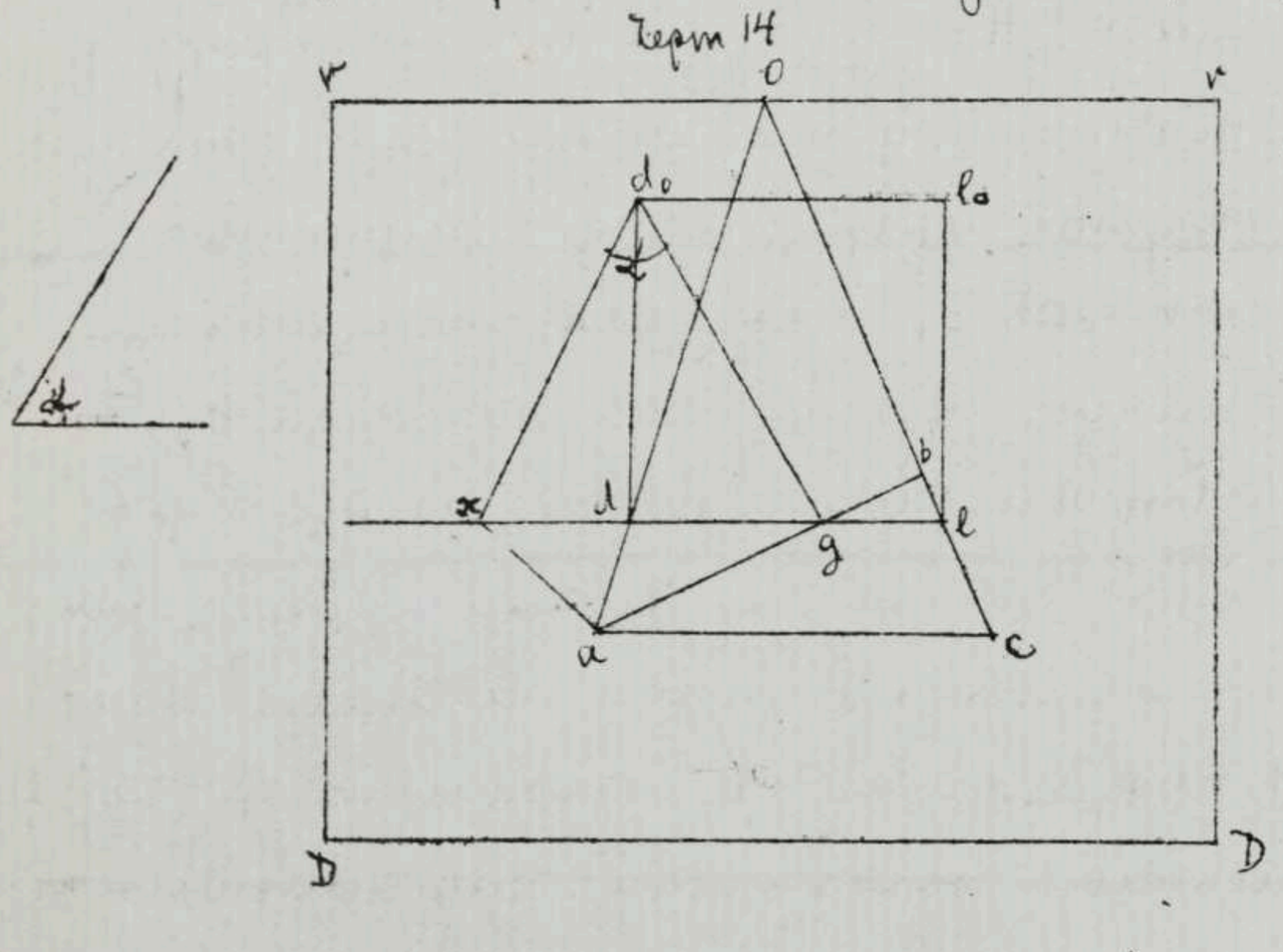


стоит их дать точку b_0. Если потом соединим b_0 с b, то получим искомую прямую B. Линия B будет потому искомою, что она пересекает линию вспомогательного горизонта в той же точке, в которой пересекает линия A; в этом убедимся из рассмотрения подобных треугольников.

Задача 6.

На линии ab взятой в плоскости картины при точке a построить угол равный данному α. (черт 14).

Черт 14



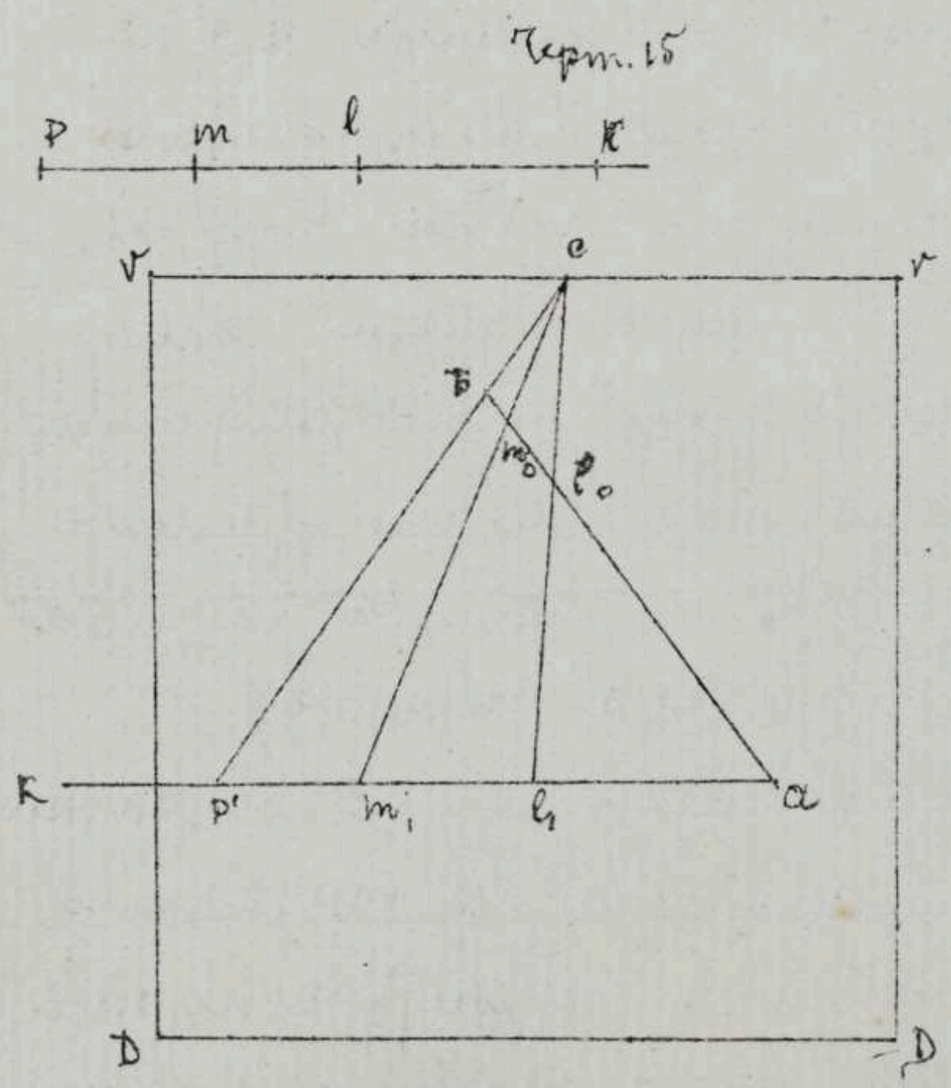
Для этого через вершину искомого угла т.е. через a проведем линию параллельно основанию картины. Затем на перспективе ab возьмем какую нибудь точку b и соединим ее с центром картины. На линии ac по предыдущему строим перспективу квадрата, который будет adec. Построенный квадрат вращением около de приведем в положение параллельное картине. Тогда перспектива квадрата параллельного картине выразится квадратом dd_0e_0e. Рассматриваемая точка a придет в положение d_0; точка g не изменит своего положения, поэтому ag примет положение d_0g; строим угол равный данному α; получим угол $gd_0x = \alpha$; этот угол будет выражать перспективу угла искомого в плоскости квадрата, параллельного картине; но угол этот сохранит свою величину и в перспективе. Затем квадрат dd_0e_0e приведем в плоскость земли, т.е в прежнее положение; тогда точка d_0 придет в a, точка g останется на месте, равно как и точка x, и потому линия d_0x примет положение ax и угол xag будет искомый. Таким же образом поступают, когда требуется из точки a к линии ab возставить перпендикуляр.

Когда имеем перспективу какого нибудь угла, то им можем измерить сам угол, т.е найти его не перспективную

величину. Пусть данный угол есть ход (черт 14), который предстоит циклировать; для этого через вершину этого угла, т. е. через точку a, проводят линию ae параллельно основанию картины, какую нибудь точку b соединяют с центром картины и затем на линии ae строят перспективу adee квадрата, при чем это будет перспектива квадрата, лежащего в плоскости начала, при чем это будет перспектива квадрата, лежащего в плоскости начала и равноудаленного так, что две стороны его параллельны основанию картины. Затем квадрат adee вращают около стороны de и приводят в положение параллельное картине; тогда на перспективе получим квадрат dd₀e₀e. При этом точки же и d, как лежащія на оси вращенія, положенія своего не изменяют. Точка a придет в положеніе d_0 и угол edo и будет представлять на перспективу величину данного угла.

Задача 7 (черт 15) Данный в пространстве отрезок ab отложить на картине пропорциональный данным отрезкам kl, km и kp.

Черт. 15

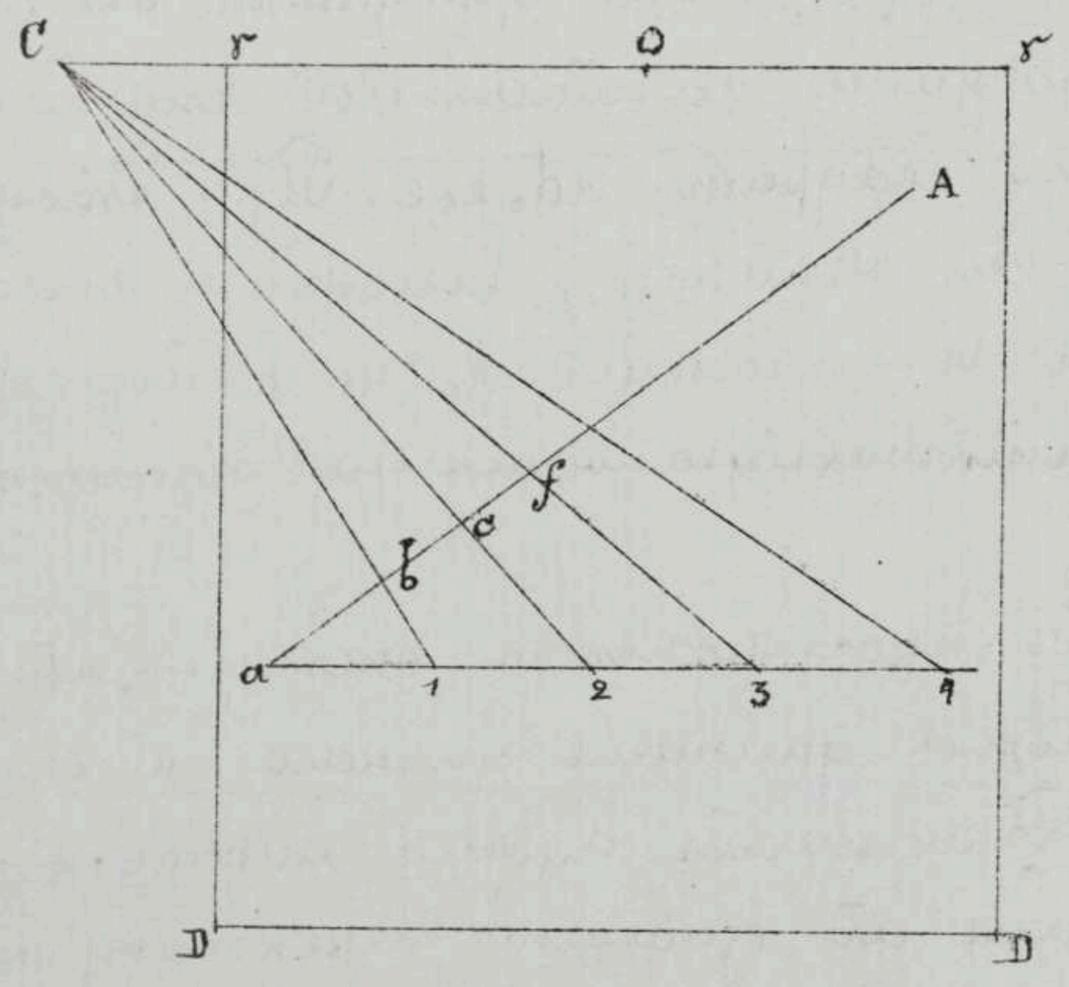


При этом нужно иметь в виду, что ab означает перспективу линии параллельной основанию картины и лежащей в плоскости начала. Для решения задачи через точку a проведем параллель ak' основанию картины, и на ней от точки a отложим данные ab_1, am_1, ap_1, соответственно равные $ab_1 = kl$ $am_1 = km$ и $ap_1 = kp$. Линия ak' означает перспективу линии параллельной основанию картины и лежащей в плоскости начала, и потому отрезки ab_1, am_1, ap_1 будут отложены перспективы данных линий лежащей в плоскости начала. Соединим p, с b и продолжим до точки c; эту точку соединим с m' и l'; через это на линии ab получим отрезки ab, am, которые будут искомые, потому что линии cp', cm', cl' означают перспективы параллельных прямых, перпендикулярных ср=

роны того угла, лежащего въ плоскости начала, котораго перекрыва бак. Подобнымъ образомъ поступаютъ, когда требуется перепе= тивуголкакого нибудь отрѣзка раздѣлить на равныя части. Тогда черезъ точку а проводятъ линію параллельно основанію картины, на ней отъ точки а откладываютъ равныя по произвольной величинѣ и затѣмъ поступаютъ подобно предъидущему.

Задача 7 (черт 16) На данной перепективѣ отрѣзка аѣ требуется отложить длину аб нѣкоторое число разъ.

Черт. 16.

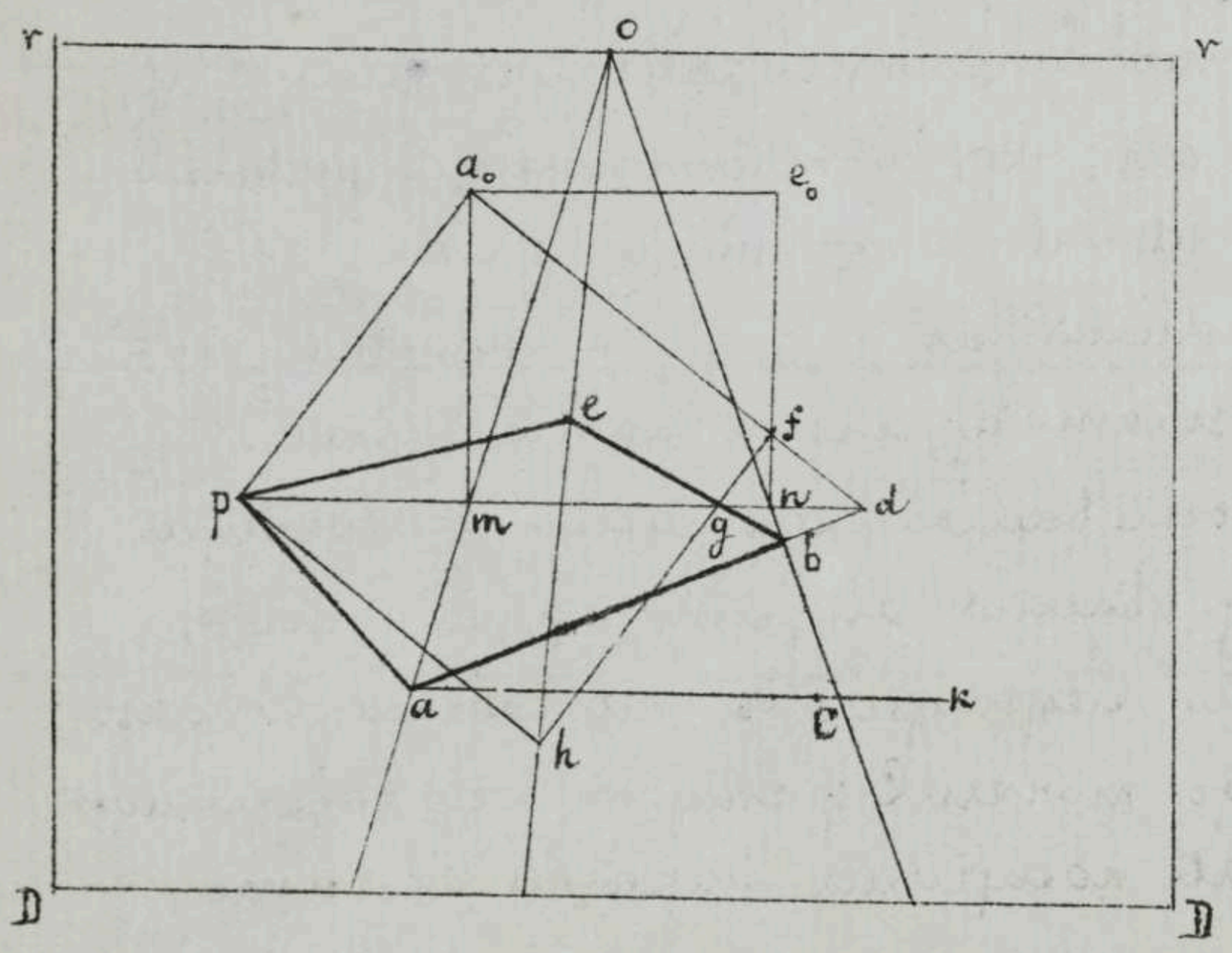


Тогда черезъ точку а проводятъ линію параллельно основанію картины DD и на ней откладываютъ отъ точки а равныя, по произвольной величинѣ части точки числа $a1 = 1.2 = 2,3 = \ldots\ldots$ Затѣмъ точку 1 соединяютъ съ точкой Б и продолжаютъ до точки С; эту точку соединяютъ линіями съ точками 2, 3, ... Перепечения этихъ линій съ аѣ будутъ искомыми. Такъ что аб, бс, сf..... будутъ означать перепективы одной и той же длины, отложенной на линіи, лежащей въ плоскости начала, пересѣкающей въ перепективѣ линію аА.

Задача 8. (черт. 17).

На перепективѣ аб отрѣзка, на параллелограмномъ основаніи картины, построить квадратъ. Для этого черезъ точку а проводятъ линію ар параллельно основанію картины. Затѣмъ центръ картины, т.е О, соединяютъ съ точками бид; на линіи ар строятъ

Черт. 17



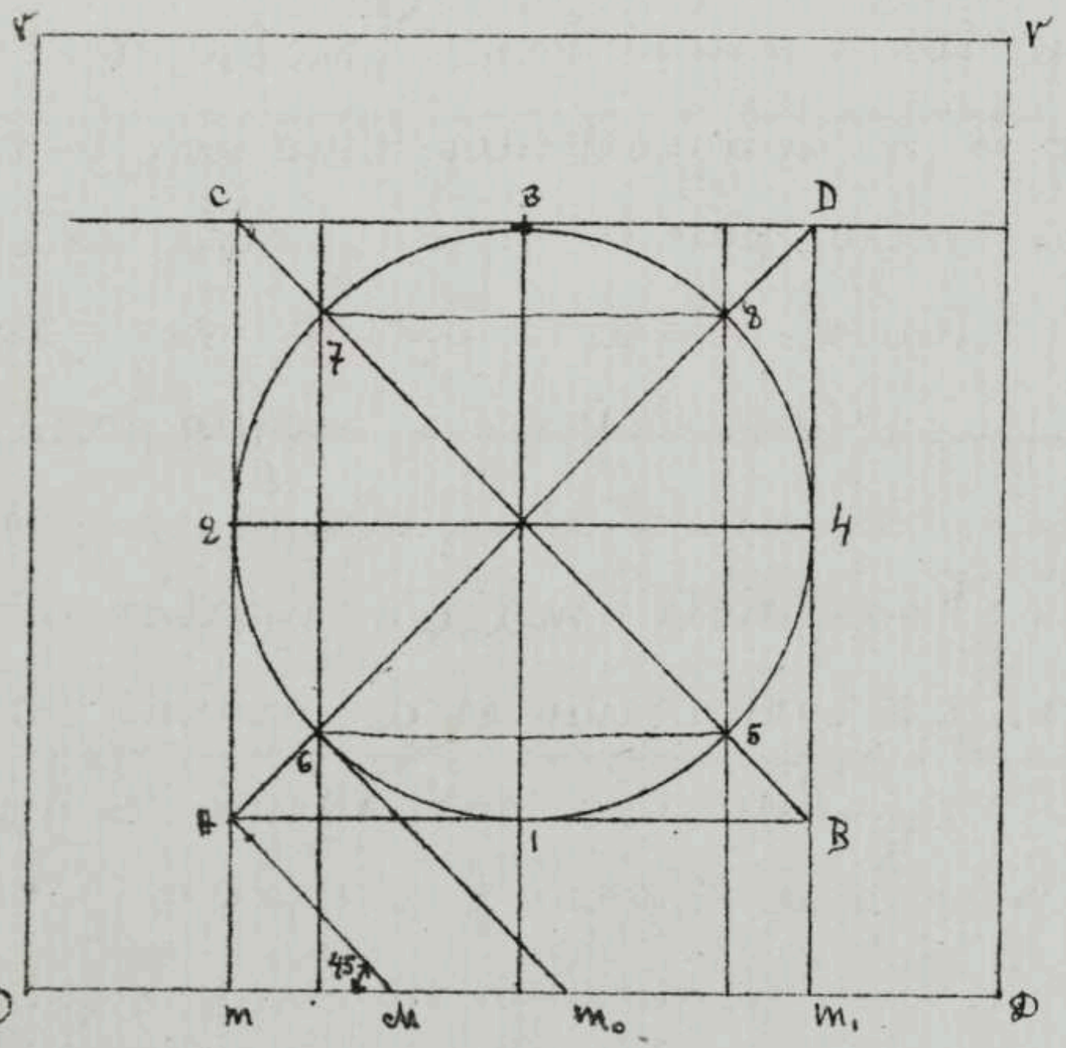
перспективу квадрата; пусть этот квадрат есть аппе. Затем вращением квадрата, около стороны тп, приводим его в плоскость параллельную плоскости картины. Тогда перспектива квадрата выразится квадратом таком. Относительно точка займет положение а0; точка d положение своего не изменит и потому линия ad примет положение a0d, а точка b перейдет в f. Из этого построения видно, что линия a0f будет означать перспективу линий, лежащих в плоскости параллельной картине; на откуда a0f откуда квадрат a0fpk. При этом заметим, что точка p должна находиться на линии тп. Чтобы это доказать, мы соединим точку p с т и докажем, что pm составляет продолжение линии тп; для этого рассмотрим прямоугольники pam и a0af; они равны, потому что am = a0f линия ap = a0f и угол pam = углу af0. Из равенства прямоугольников видно, что угол a0af = углу amp = 90°; и следовательно линия mp будет совпадать с продолжением линии тп. Квадрат таком приводим в плоскость начал; тогда точка a0 совпадет с a, точка p своего положения не изменит, а потому ap совпадет с ap; точка d положения своего не изменит, а точка f перейдет в b, и потому если b соединим с d, то получим перспективу стороны — kf. Затем возвратим, что из точки k на основной картины опущен перпендикуляр, тогда эта линия в перспективе пройдет через точку O, а потому точка вершины этой линии с вид. даст вершину в некоторого квадрата.

Задача 9. Построить перспективу круга, лежащего в плоскости начал.

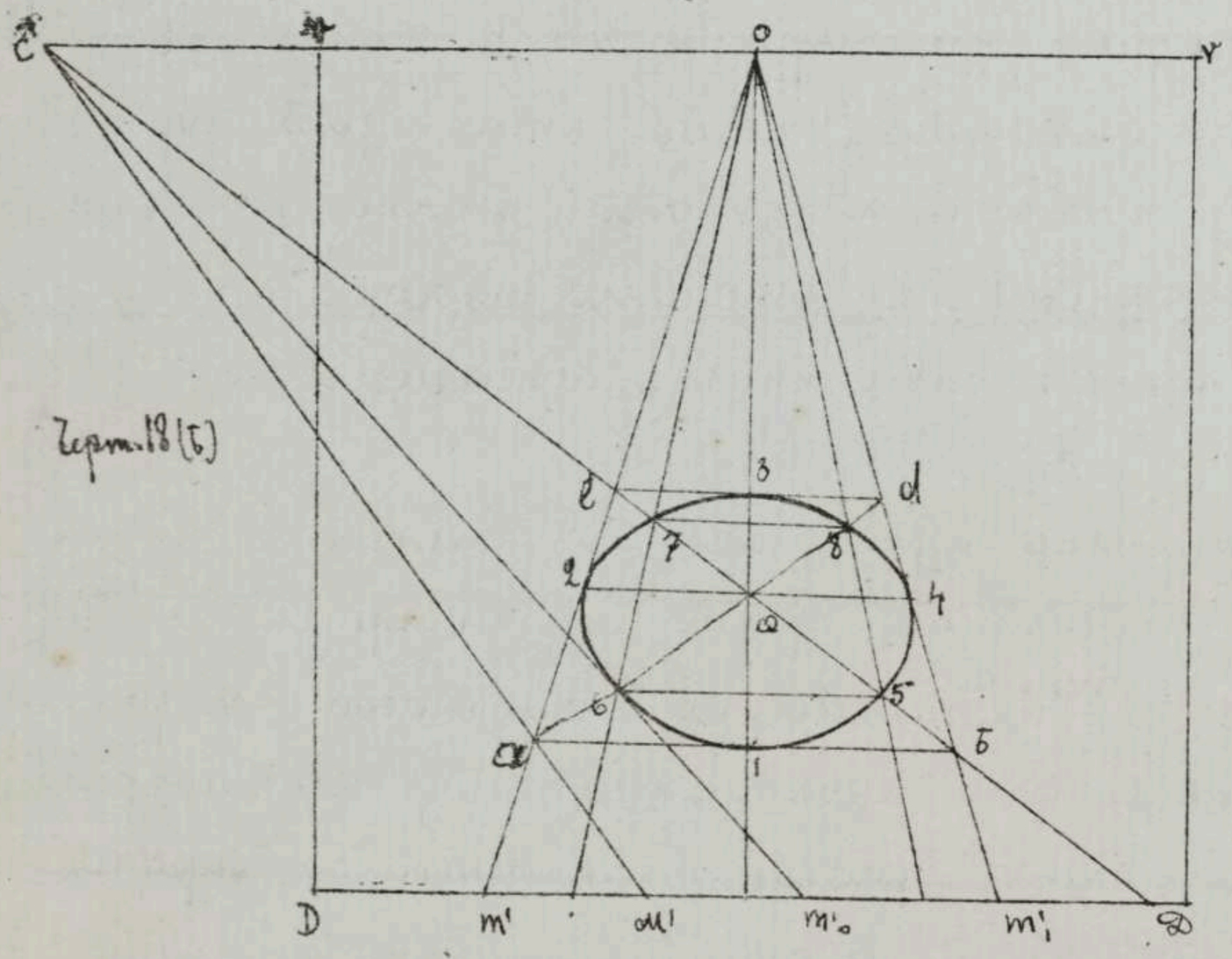
Перспектива круга может быть: круг, прямая, эллипс или вообще коническая кривая. Перспектива круга будет круг в том случае, когда плоскость этого круга параллельна плоскости картины. Если круг находится в плоскости проходящей через точку зрения и параллельной плоскости начал, тогда перспектива круга выразится отрезком прямой линии; в другом случае перспектива круга выразится эллипсом или вообще конической кривой. Построим перспективу круга лежащего в плоскости чертежа. Тогда его перспектива будет эллипс. Сперва положим, что

круг не большой, так что для его построения достаточно иметь 8 точек. Для построения перспективы этих точек мы около данного круга описали квадрат, которого две стороны были бы параллельны основанию картины (Черт. 18(а)) Таким образом получили H. точки пересечения окружности; эти точки суть 1, 2, 3, H. Для построения остальных 4^х точек мы вписываем во эту окружность квадрат, которого стороны были бы параллельны сторонам описанного квадрата, поступаем таким образом точки 5, 6, 7 и 8. Найдем перспективы этих квадратов; для этого на рисунке берем линию принимаемую ее за основание картины и на ней откладываем длину основания; пусть DD будет основание картины. Затем строим рамки, имея видимого горизонта и центр О. Затем длины Dm, Dm₀ и Dm₁ наносим на картину получаем точки m'₁, m'₀ и m'₁; которые соединяем с О. Затем строим перспективу точки A; для чего из точки A проводим линию AM под углом в 45° откладываем DM' = DM; линию от проведенную и откладываем длину R от точки O; полученную точку a' соединяем с M', получаем точку a перспективу точки A. Затем через a проводим параллель основанию картины получаем перспективу b точки B; точку b соединяем.

Черт 18(а)

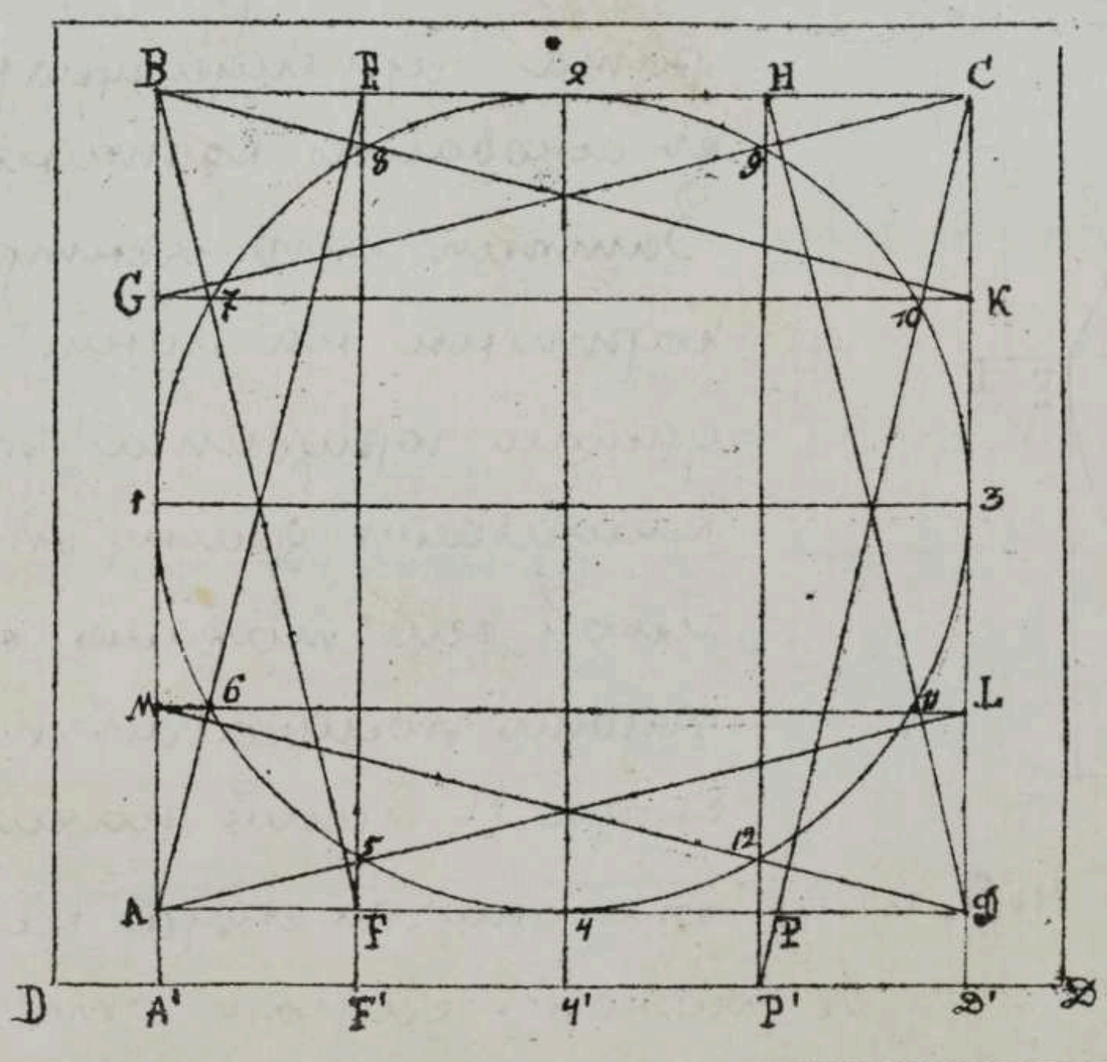


Черт. 18(б)



с C' получаем с перспективу точки C, в которой проводящая линию параллельно основанию картины, так что ad будет перспектива квадрата ACDB. Пересечение линий ad и be, т.е. точка O, будет перспектива центра круга; если через O проведем линию параллельно основанию картины и соединим O с O, то получим точки 1, 2, 3 и 4. перспективы точек 1, 2, 3 и 4 на плане. Чтобы построить перспективу остальных четырех точек, мы построили перспективу другого квадрата, а для этого стоит только построить перспективу точки 6*, полученная она будет 6 (на черт.); через эту точку проводим линию параллельно DD, получаем точку 5; соединяем точки 5 и 6 с O, потом точку 5 с C', получаем точку 7; потом из этой точки проводим линию параллельно DD получим точку 8. Все полученные точки можем соединить и вследствие чего получим эллипс, перспективу круга. Можете сказать, что радиусы данного круга велики, и тогда 8 точек недостаточно, а будут 12, для получения которых описываем около круга квадрат, 2 стороны которого параллельны основанию картины; каждую сторону квадрата делим на четыре части (равные) и точки деления соединяем между собою, вследствие чего квадрат данный разделится на 16 равных частей. Все прямоугольники ABEF и в них подобные (черт. 19а), проводящими диагоналями, вследствие чего получим 12 точек окружности.

Черт. 19(а)

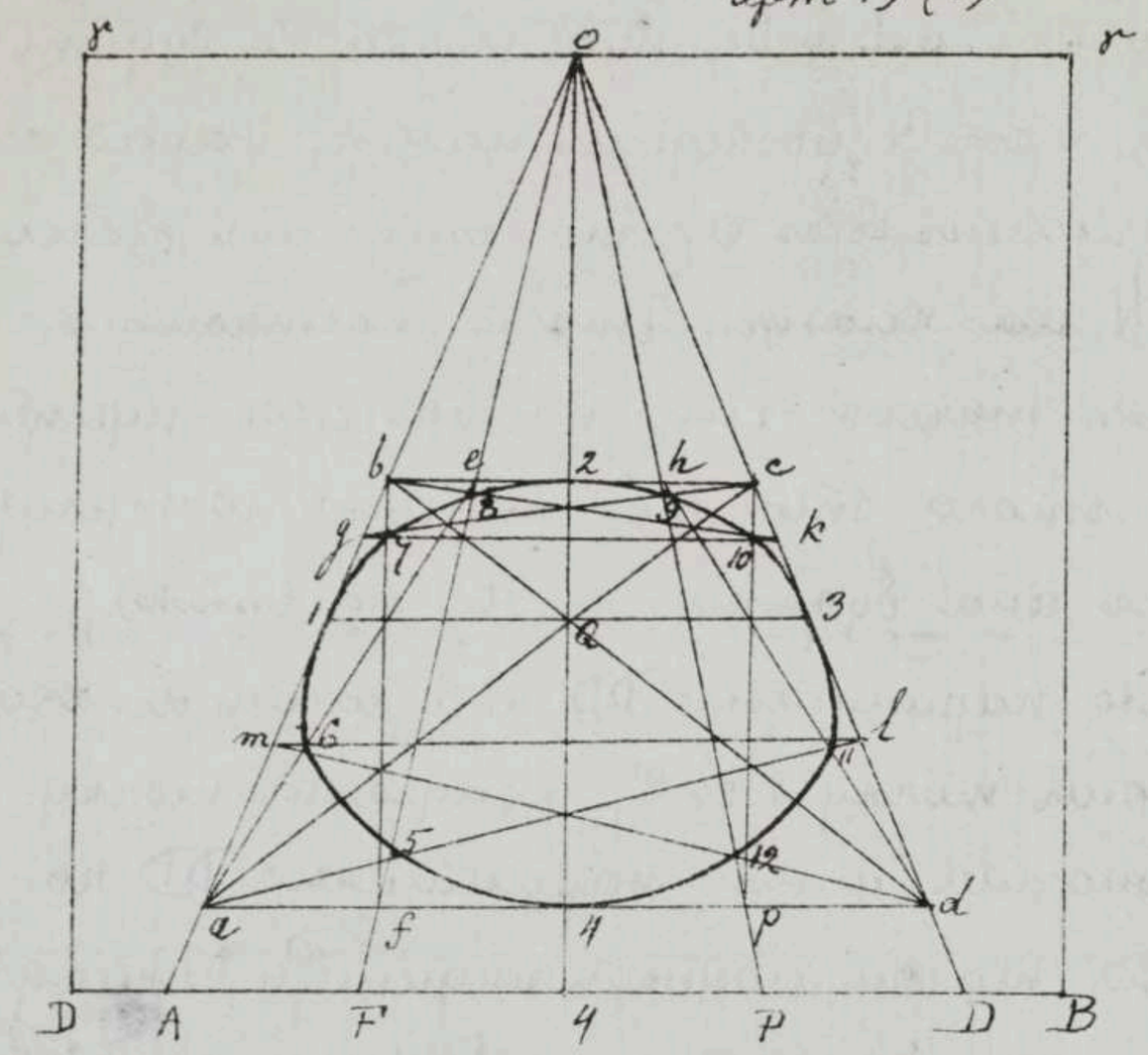


(Отрезки перспективы тех линий, на которых они находятся, пересечение этих перспективы дает несколько перспективы точек. На картине откладываем на DD (черт 19б) расстояния DH = DH', DF = DF', DH = DH', DP = DP' и DD = DD', полученные точки соединяем с O. Потом строим по общему правилу перспективу abcd квадрата ABCD, через что получим 2 точки окружности эллипса 4 и 2. Если соединим

* Для этого, откладываем Dm'o = Dmo, соединяем m'o с C' тогда точка встречи с m'o с ad и буд. перспективой точки 6.

с d, a – с в C, то получим точку 2 перспективу центра круга. Через эту точку проведем линию параллельную основанию картины, через что получаем точки 1 и 3. Затем наносят на чертеже 196 перспективы линий M2 и CK, которые будут m и q. Если точку 5 соединим с f получим перспективу точки $7^{ой}$, если соединим a с e, то получим перспективу точки $6^{ой}$, пересечение ad с bf дает точку 5 и т.д.; найдя все точки и соединив их, получим перспективу круга.

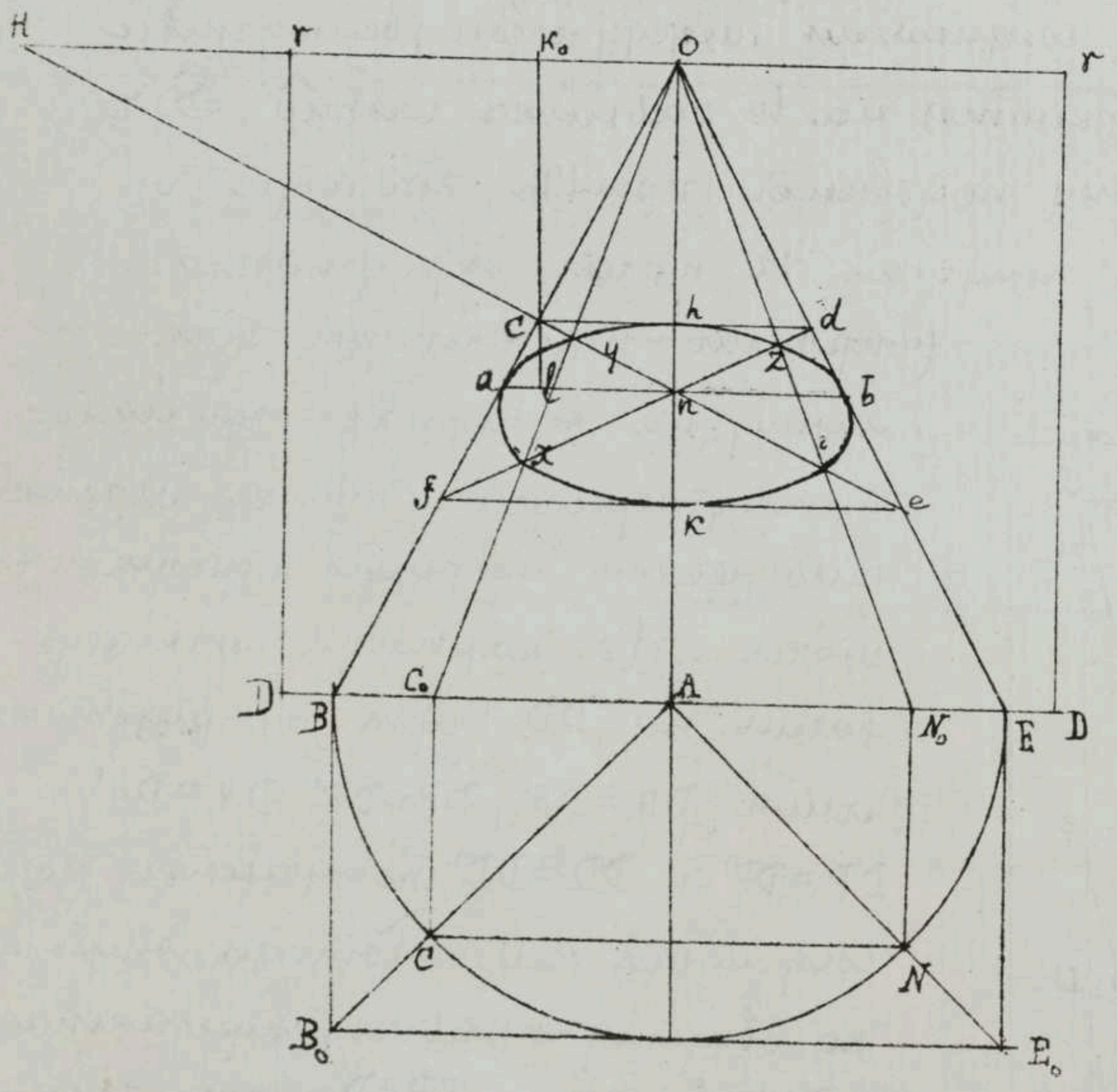
Чертеж 19 (б)



Задача 10. (черт. 20).

Дана перспектива линии, параллельной основанию картины пересекается ли ей как на диаметре описать окружность.

Для этого строим перспективу квадрата этой самого около круга; для этого точки a и b соединяем с O, через это получим направление перспектив сторон квадрата, перпендикулярных к основанию картины. Затем от центра картины на линии видимого горизонта откладываем длину оптической оси, такими образом получаем точку схода M линий наклонных



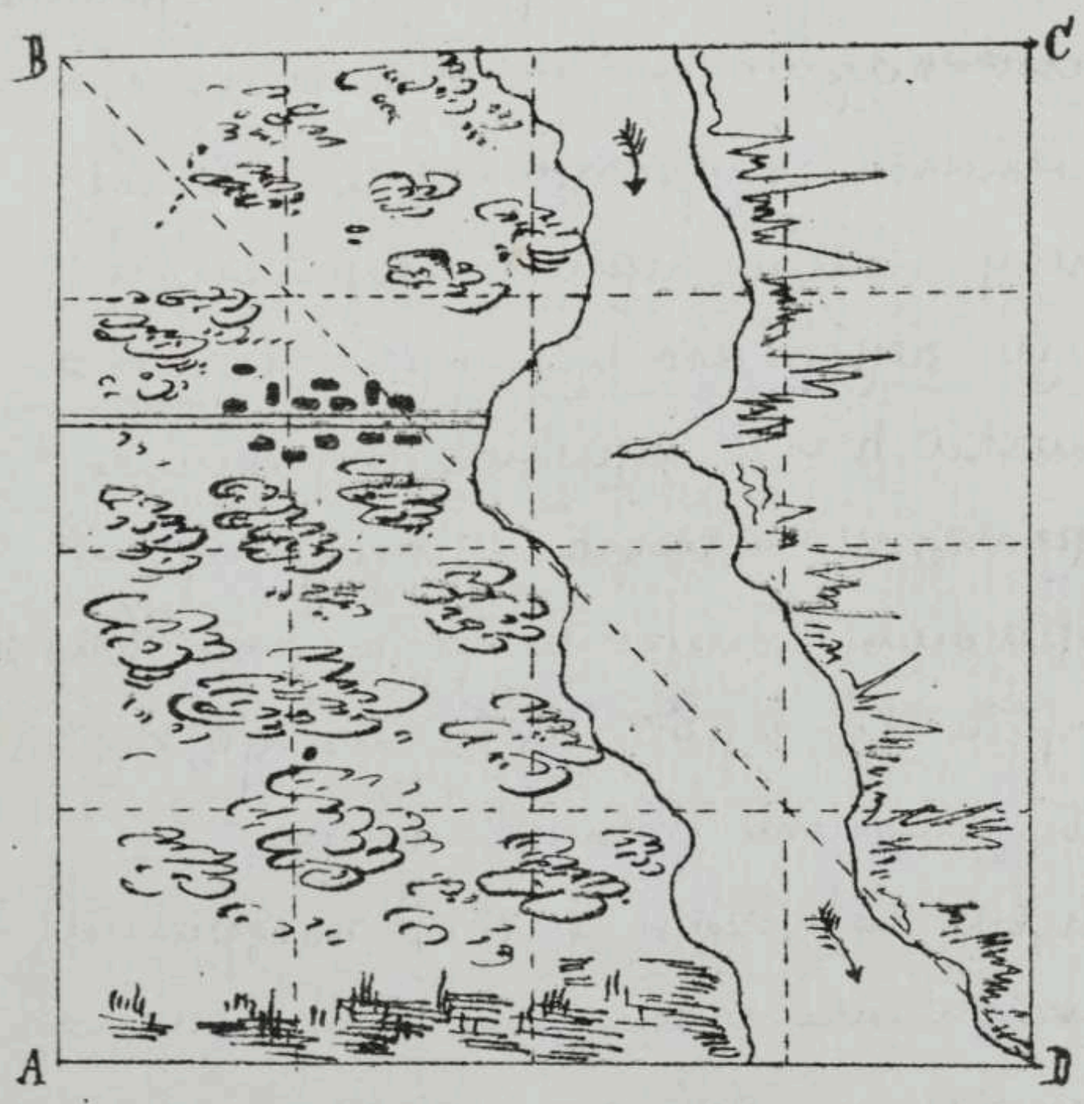
к основанию картины под углом в 45°. Если эта точка схода не получилась в пределах чертежа, то в таком случае отк

центра картины откладываем $OK_0 = \frac{1}{4}R$, где R оптическая ось; по линии ab от точки a откладываем $al = \frac{1}{8}ab$. Ко конец отрезка l, тогда точка c будет вершиной описанного квадрата. Через точки C проводим параллель основанию картины; получаем прямую cl, параллельную вершину. Линию ab в точке k продолжаем, тогда полученная центр круга и касается с ним центр описанного квадрата; поэтому если c соединить с k, то получим диагональ квадрата, и следовательно точка e будет его вершина; проводим ту e параллель основанию картины и таким образом получаем перспективу описанного квадрата. Если O соединить с k, то получим перспективу линии перпендикулярной к сторонам квадрата и проходящей через его центр; пересечение этой линии с cd и fe дает точки h и k принадлежащие перспективе круга; точно такие перспективы круга будут принадлежать точки a и b; таким образом получили 4 точки. Чтобы найти еще 4 точки мы стороны cf и de продолжаем до точек B и E; на линии BE (которая будет выражать натуральную длину стороны квадрата, перспектива которого у нас построена) описываем полуокружность; около этой полуокружности описываем прямоугольник который будет = половине того квадрата, перспектива которого построена. Вписываем в полуокружность прямоугольник $C_0C'K'_0$, который будет = $\frac{1}{2}$ вписанного в окружность квадрата, натуральная величина стороны которого будет $C'K'$. Если C_0 и K_0 соединим с O то получим точки x, y, z и v, которые будут перспективами этого квадрата, и вместе с тем будут принадлежать перспективе окружности. Таким образом получили еще 4 точки; если эти точки соединить, то получим эллипс, который будет перспективою какой-то окружности. Построение наше основано на том, что если точки C и K_0 соединим, то отрезок пересекает ab в точке l, отстоящей от a на расстоянии $\frac{1}{8}ab$. Теперь докажем это; действительно $al = \frac{1}{8}ab$, если K_0l проходит через вершину квадрата. Для этого положим, что точка схода линий наклонных к картине под углом в 45° помещается в предельном черте́же (картине); эта точка получится, когда C продолжим до точки H, тогда $OH = R$. Из подобия треугольников

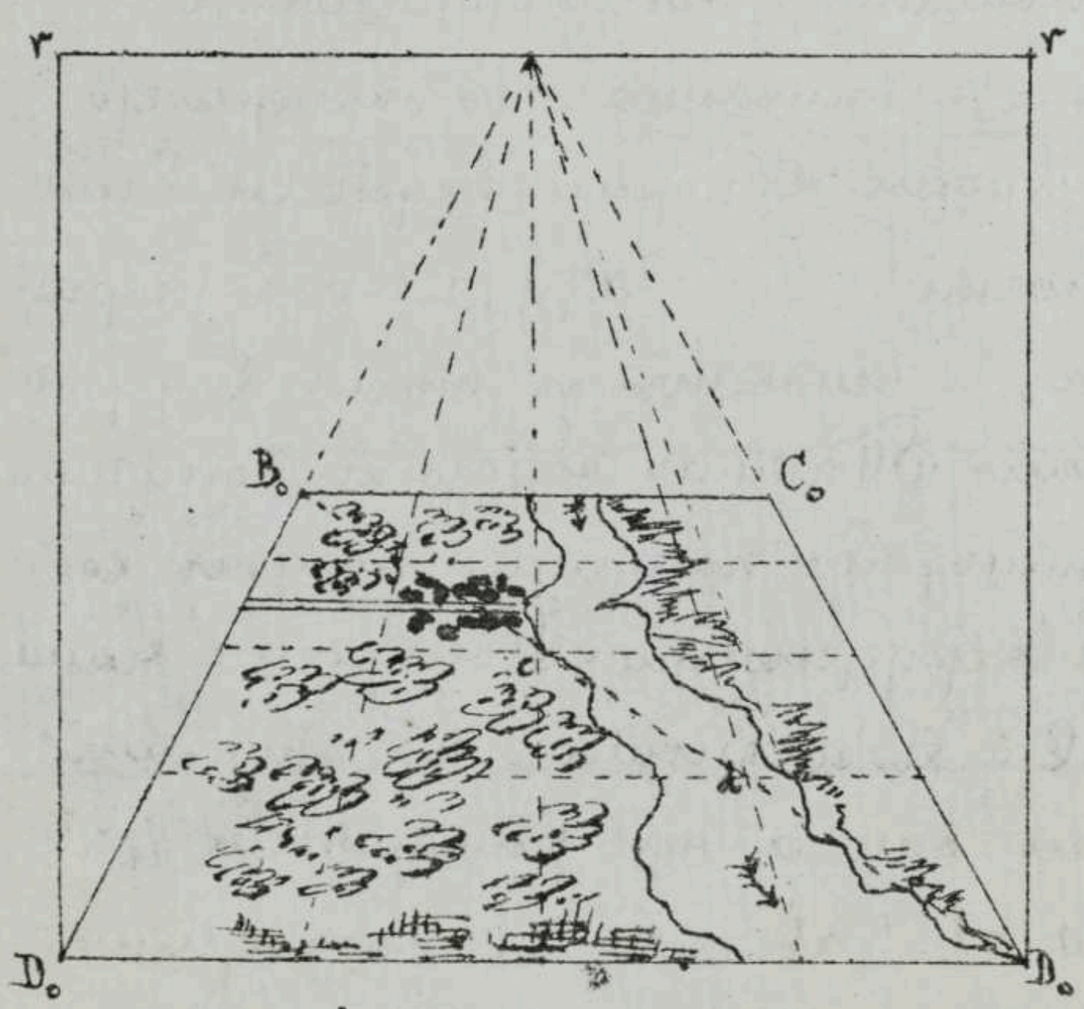
ное и аеп имеем, что он : ое = ап : ае ; где подобия прямоугольников ОВС и аеl мы имеем, что $\frac{Вр}{ОС} = \frac{al}{ae}$. Из этих двух пропорций можем составить следующую пропорцию он : ок₀ = ап : al, но он : ок₀ = 4. (по предположению), поэтому ап : al = 4. следовательно $al = \frac{ап}{4}$, но ап = ½ аь следовательно al = ⅛ аь.

Задача 11 (Черт. 21 (а) и (б)) Положение на плоскости какой нибудь плоскости и требуется построить перспективу этого плана.

Черт 21(а)



Черт (б)



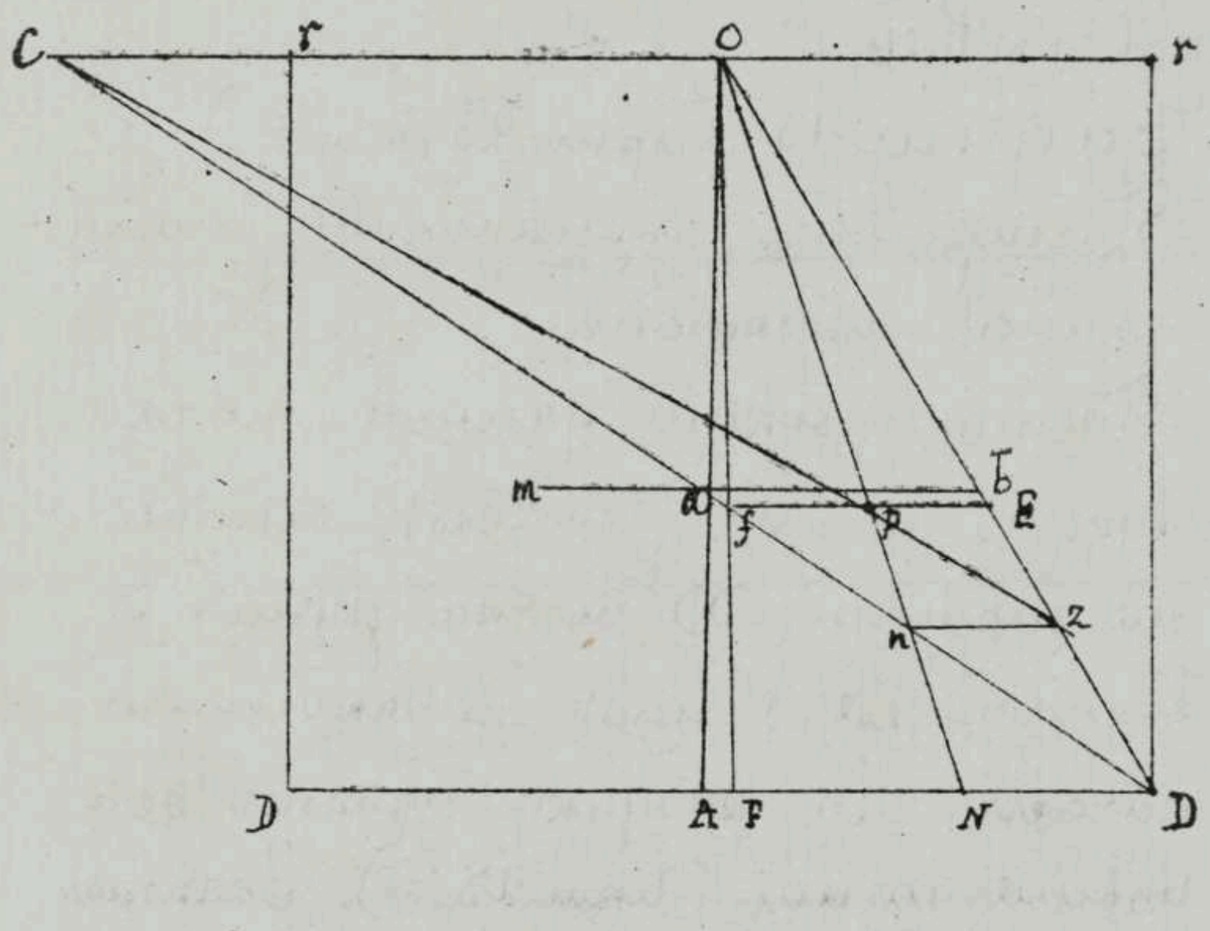
Для этого мы около этого плана строим квадрат ABCD (черт 21(а)). Затем квадрат разбиваем на произвольное число малых квадратов. Таким образом данный план будет покрыт сетью квадратов. На рисунке строим перспективу этого рода квадратов: проводим линию и откладываем $D_0D_0 = AD$ (черт 21 (б)), которую принимаем за основание картины, затем строим равнобедренный треугольник, линию видимого горизонта и центр О. Если О соединим с точками D_0, то получим направления перспективы сторон AB и CD квадрата. На линии D_0D_0 строим перспективу данного квадрата, положим она будет $D_0B_0C_0D_0$. Затем делим D_0D_0 на 4 равные части (в нашем случае) и полученные точки соединяем с О, получим перспективы сторон перпендикулярных к AD. Если B_0 соединим с D_0, получим B_0D_0 перспективу диагонали BD; через эти полученные точки e, f и g, через которые если провести линии параллельные D_0D_0, то получим перспективу остальных сторон. Таким образом получим перспективу той сети квадратов, которая покрывает данный план. Затем по полученным при помощи

квадратов чертим от руки их контура, которые находятся по соответственным квадратам плана.

Задача 12 (Черт. 92). Дана перспектива точки лежащей в плоскости начала; требуется определить ее расстояние от плоскости картины.

Пусть т есть перспектива некоторой точки, лежащей в плоскости начала. Чтобы определить расстояние точки от плоскости картины, мы прибегаем к помощи квадрата.

Черт 92.



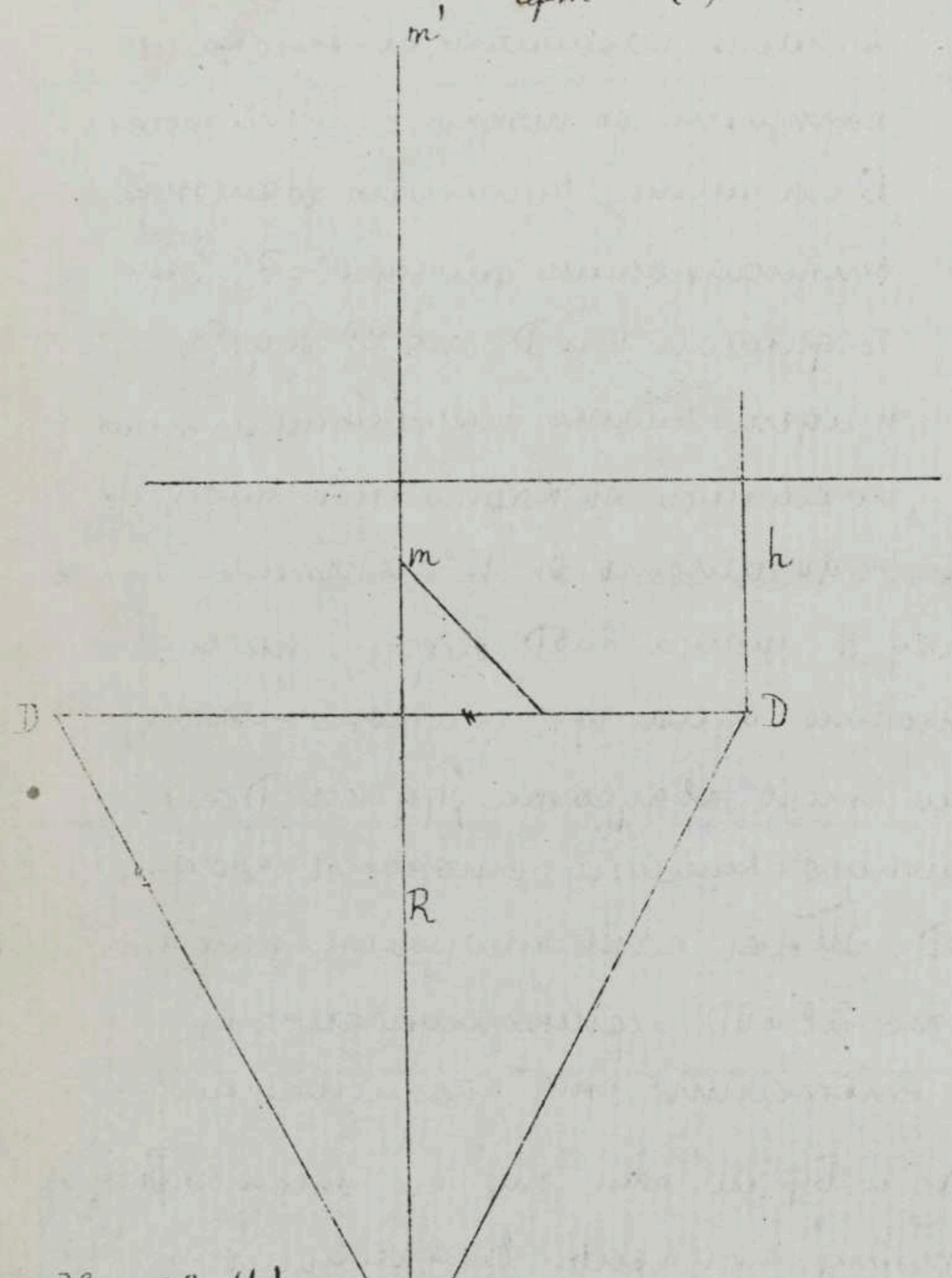
Для этого соединим О с D; эта линия будет масштабом удалений. Через точку т проводим параллель к основанию картины до точки Б. От точки О на линии видимого горизонта откладываем длину ОС=R. Если соединим С с D, то СD будет представлять перспективу некоторого квадрата, которого одна из сторон находится на основании картины; сторона этого квадрата будет Da, потому AD будет выражать натуральную величину стороны квадрата, перспектива которого есть AaбD. Линии как стороны этого квадрата, перспективы которых суть Aa и бD перпендикулярны к основанию картины, но наша точка отстоит от картины на каком-то расстоянии как точки а и б, но эти точки отстоят от картины на расстоянии AD; поэтому циркуль в данном случае должен длину AD., найдем искомое расстояние. Для циркуля AD употребляют масштаб, который строится следующим образом: откладывают длину и предполагают ее равными 10 саж.; потом делят этот длину на 10 равных частей и получают длину сажени. Точно также поступают, когда требуется на линии OD построить точку отстоящую от основания картины на определенном расстоянии. Для этого требуется построить

под углом в 45°; затем

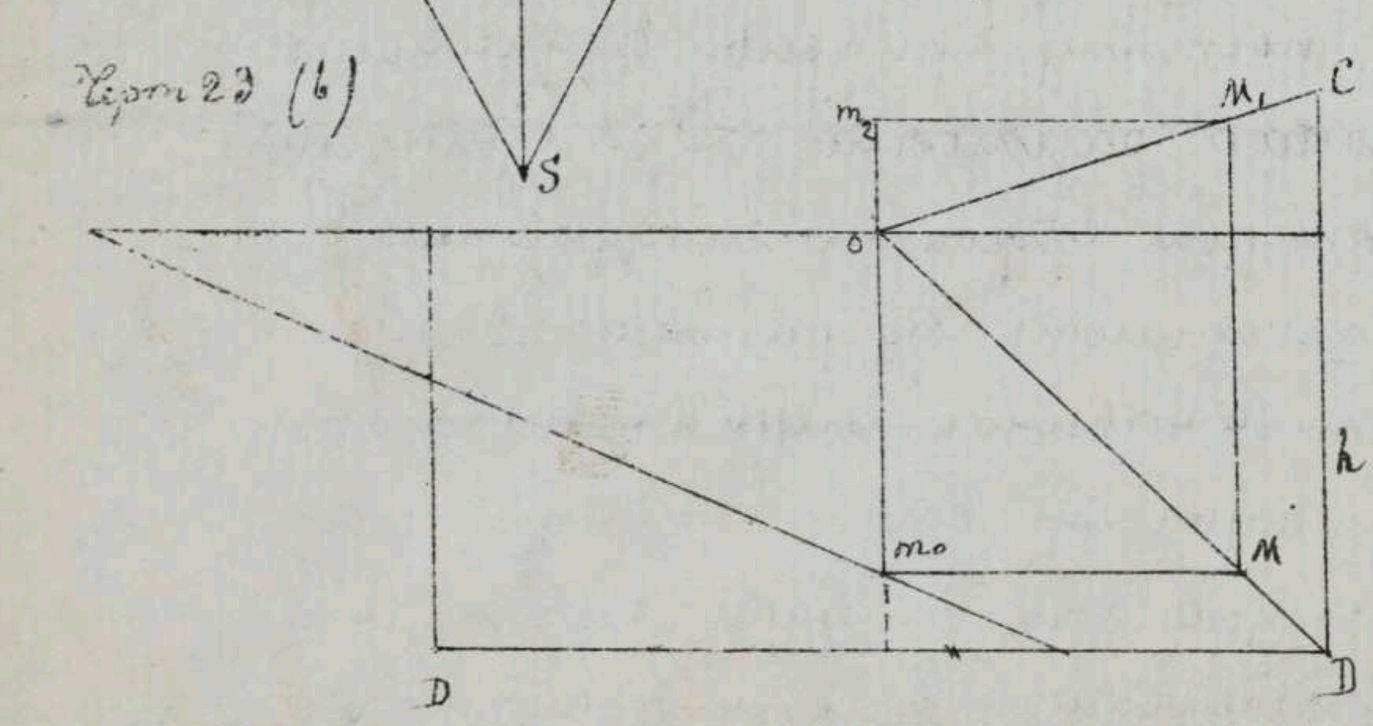
точку b на линии OD, которая отстоит от основания картины на расстоянии IH. сокращ. Точки D сходящиеся с F, на линии DF строят квадрат, перспектива которого будет FqED; полученная точка E будет отстоять на данную величину от основания картины. Если бы DF в предыдущем чертеже не помещалась, тогда откладывают длину DN = ½DF = ¼ сокр. и на линии ND строят квадрат NnzD; на линии nz строят другой квадрат и тогда точка E будет искомой точкой.

Построение перспективы точек линий и поверхностей, находящихся в пространстве.

Черт 23 (а)



Черт 23 (б)



Задача 13 (Черт. 23 (а) и (б)).

Построить перспективу точки данной проекциями.

Пусть проекции данной точки будут m и m' (Чер. 23(а)), основание картины DD, точка зрения S, высота ея h над плоскостью начала. На рисунке строят основные линии (Черт 23 (б)). Далее приступают к построению перспективы данной точки. Построение напоминает тем, что строят перспективу горизонтальной проекции данной точки. Эта перспектива строится по общему правилу и получим точку m_0. Так как горизонтально-проектирующая данной точки параллельна плоскости картины, то соответственная перспектива этой линии будет перпендикулярна к основанию картины; поэтому если через m_0 проведем к основанию перпендикуляр и на нем

отложенных длин горизонтально проектирующей, то и получим перспективу данной точки. Для того чтобы мы этого перпендикуляра отложили длину горизонтально проектирующей прибегают к следующему правилу: от точки D откладывают DC = длине горизонтально-проектирующей. Точку O соединяем с C, тогда OC и OD будут изображать перспективы прямых перпендикулярных к плоскости картины, одна проведенная через C другая через D и перспективы всех линий, параллельных этим перпендикулярам будут находиться в угле DOC. Проведем через точку перспективы которой то, плоскость параллельно самой картине тогда в этой плоскости будет находиться данная точка, а следовательно и горизонтально-проектирующая. Длина горизонтально проектирующей получится, когда через точку то проведем параллель основания картины, до пересечения перпендикуляра с получим длину Mo M', которая представит перспективу отрезка, перпендикулярного к плоскости картины, и заключенного между двумя прямыми, перспективами которых суть OD и OC. По расстоянию между этими линиями найдем горизонтально-проектирующей данной точки; поэтому Mo M' представляет перспективу горизонтально-проектирующей. Но тогда самая горизонтально-проектирующая и та линия, перспектива которой Mo M' находится в одной плоскости параллельной картине, то как перспективы должны быть равны, но перспектива горизонтально проектирующей данной проходит через точку то; поэтому если из то основания картины проведем перпендикуляр и на нем отложим длину Mo M', то получим точку m, перспективу данной точки.

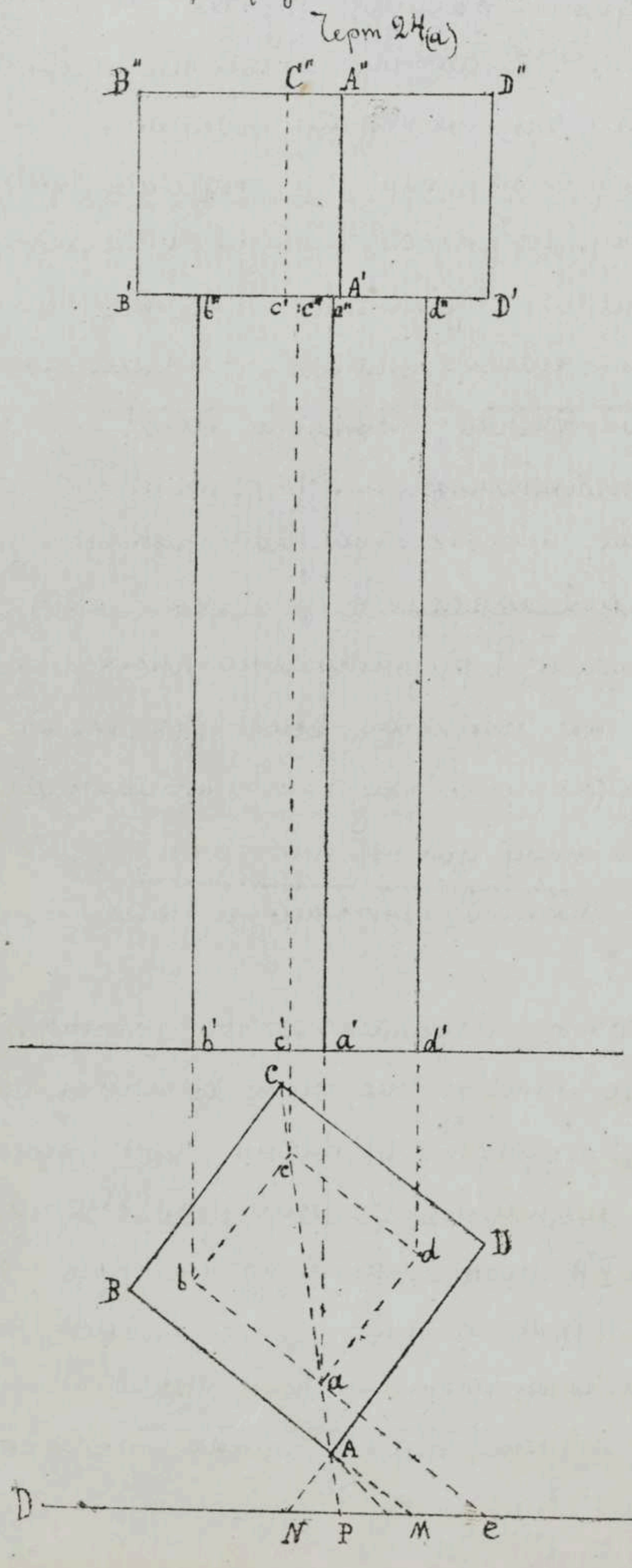
Из этого способа построения перспективы точки следует способ построения перспективы прочего, перпендикулярами к плоскости начать.

Задача 15. Построить перспективу двух параллелепипедов, данных в плане и фасаде (черт 24(a)) Построение перспективы системы данных параллелепипедов, начинается с построения перспективы плана; при этом полагаем, что главная линия картины подлежит. Строим по общему способу перспективу точки A. Линии AD и BA продолжаем до встречи с D_1D_2 получаем точки N и M; длины D,N и D,M наносим на картину, получаем точки N_0 и M_0; полученные точки соединяем с A_0 и продолжаем направление сторон AD и AB. Чтобы получить длину этих перспектив находим перспективу точки B, которая будет B_0. Эту точку соеди-

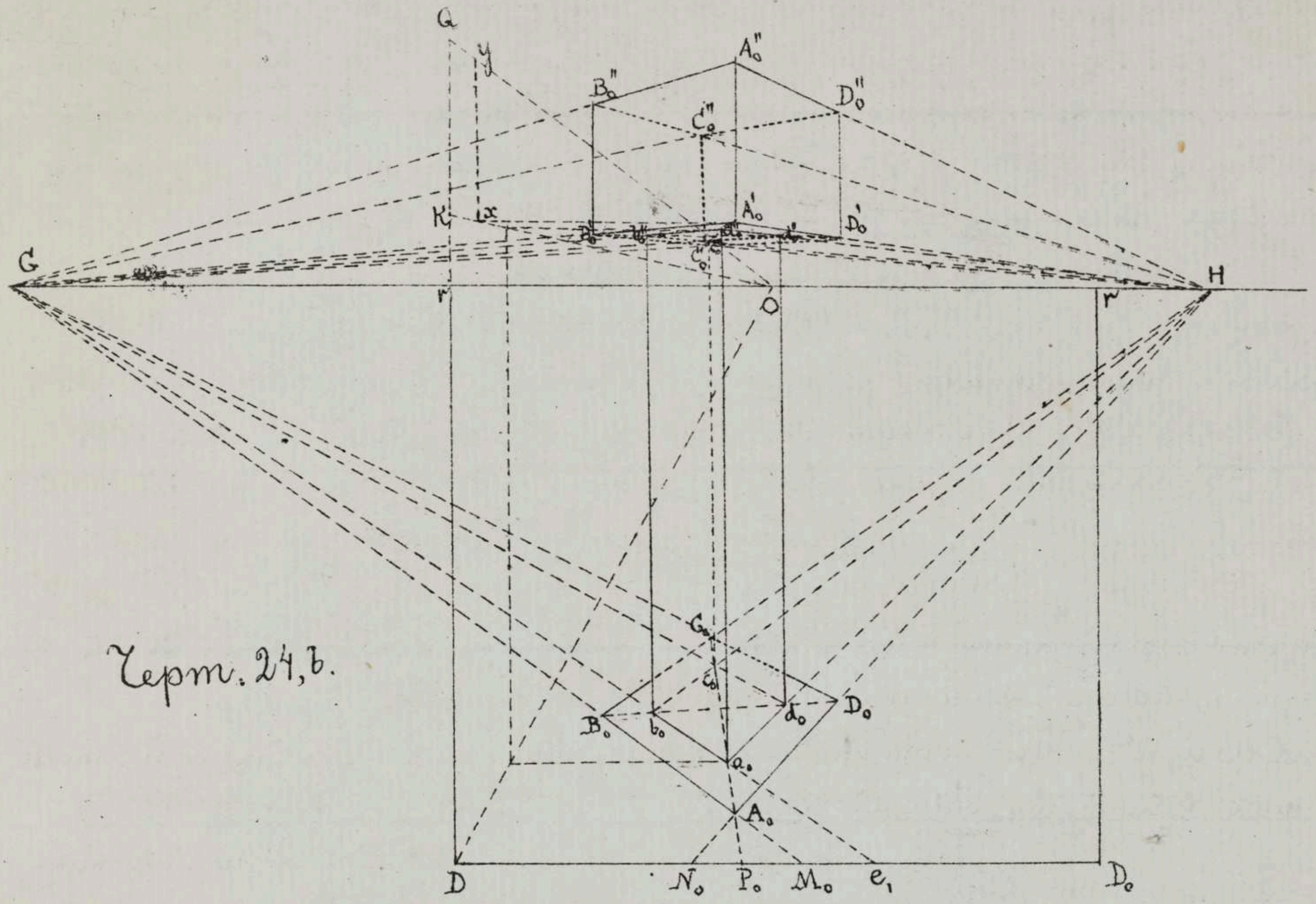
начать с Ao, получаем перспективу линии BA. Строим перспективу линии BC, для этого замечаем, что BC и AD параллельны, поэтому точка схода их перспектив будет общая и находится в точке H; поэтому соединяем H с Bo

— Чтобы получить перспективу точки C, мы CA продолжаем до точки P, длину D1P наносим на картину, получаем точку Po, которую соединяем с Ao, через что получаем перспективу диагонали; пересечение этой линии с B.H даст Co, перспективу точки C. Чтобы получить перспективу линии CD, мы Co соединяем с C. Пересечение линий CCo с AoH даст точку Do, перспективу точки D. Таким образом четырехугольник AoBoCoDo означает перспективу прямоугольника ABCD. Строим перспективу четырехугольника abcd; для этого ab продолжаем до встречи с основанием картины, получаем точку e; расстояние D1e наносим на картину, получаем точку e1; так как ab ∥ AB, то перспективы этих линий имеют общую точку схода C, поэтому C соединяем с e1. Пересечение этой линии с перспективами диагоналей (BoDo и CoAo) будут перспективы ao и bo точек b и a. Соединяем ao и bo с H получаем точки co и do перспективы точек c и d; таким образом получили перспективу этого квадрата. Теперь строим перспективы боковых ребер, которая перпендикулярны к плоскости картины; для этого мы из точек ao, bo, co и do опускаем перпендикуляры.

Черт 24(а)



перпендикулярны к плоскости начал; для этого мы из точек a_0, b_0, c_0 и d_0 опускаем перпендикуляры на основание картины; на этих прямых откладываем перпективу бокового ребра (по предыдущему способу);



Черт. 24, б.

наприм. ребра (a, a', a'') получаем точку a_0'', перпективу точки a''; далее строим перпективу прямоугольника, служащего верхним основанием первого параллелепипеда; для этого замечаем, что ребро $a''b''$ параллельно плоскости горизонтальной, а потому перпектива его пройдет через точку e, а потому, соединив e со a_0'', получим перпективу $b_0''a_0''$ стороны $(ba, b''a'')$. Если a_0'' соединить с H, то получим перпективу $a_0''d_0''$ стороны $(ad, a''d'')$, а если соединить b_0'' с H, то получим перпективу верхнего основания 1го параллелепипеда. Чтобы получить перпективу прямоугольника, которого вертикальная проекция $B'D'$, мы замечаем, что этот прямоугольник и основание 1го параллелепипеда имеют общую диагональ, поэтому соединяем b_0'' с d_0'' и a_0'' с e_0'' и продолжаем эти линии, тогда на них продолжения будут находиться перпективы точек (B, B'), (A, A') и т. д. но кроме того перпективы этих точек находятся на перпендикулярах

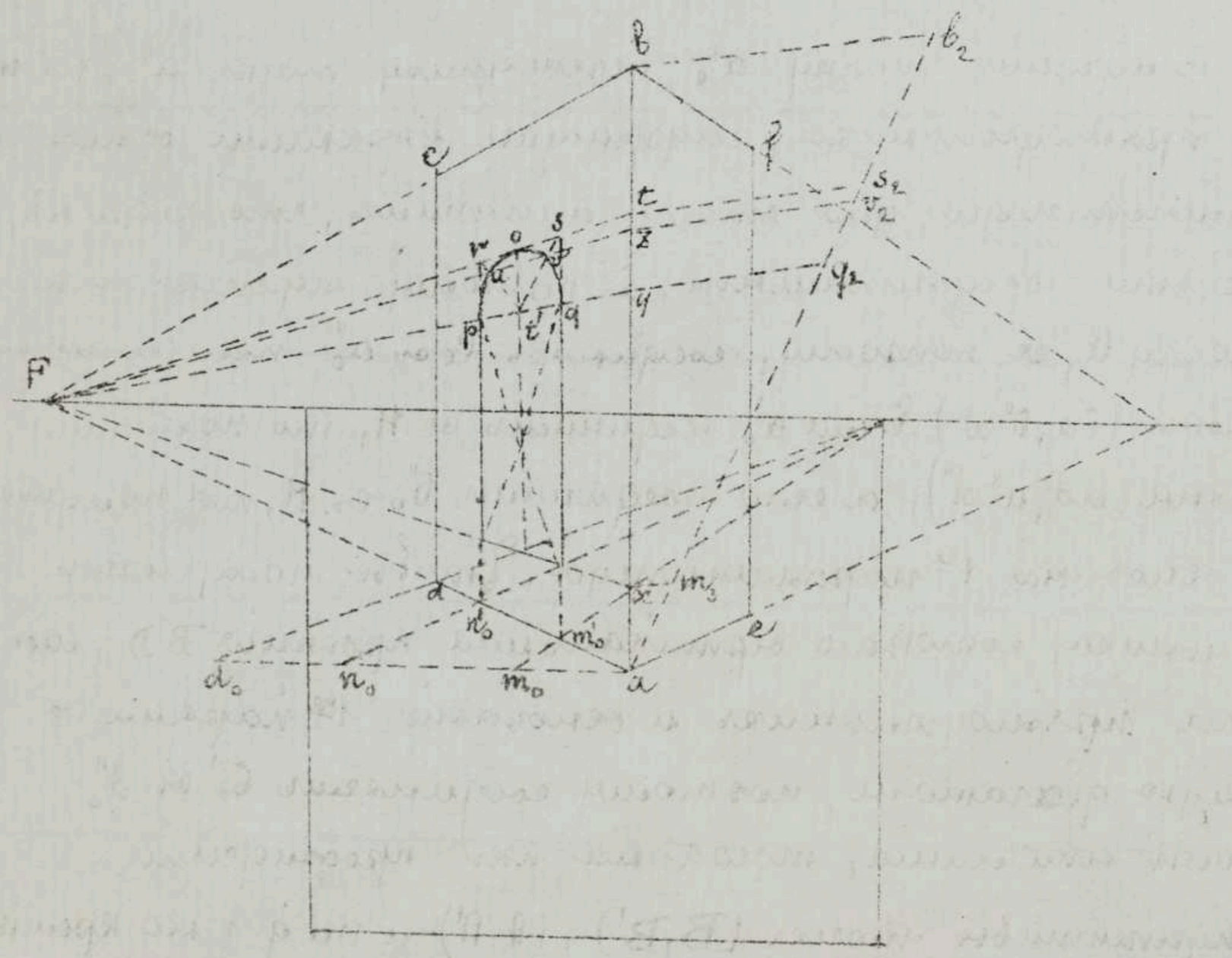
Подставленные при точки A_0, B_0, C_0 и D_0 на основание картины. На этом основании построим перспективы A'_0, B'_0, C'_0 и D'_0. От точки A'_0 откладываем высоту $B'B''$ данного параллелепипеда, для этого прибегаем к масштабу чертежа; от K откладываем $KQ = B'B''$ и Q соединяем со O, при A'_0 проводим параллельно основанию картины до точки ∞; при полученной точке восставляем перпендикуляр на $D_0D'_0$. Длина его будет перспективная длина перпендикуляра $B'B''$. Из точки v проводим параллельно основанию картины до точки A''_0, полученная точка A''_0 будет перспектива точки A''. Если A''_0 соединим с C и H, то получим направления перспективы ребер $(AB, A''B'')$ и $(AD, A''D'')$, а если при точках A'_0, B'_0 восставим перпендикуляры до пересечения картины, то получим и самые перспективы $A''_0D''_0$ и $A''_0B''_0$ линий $(AD, A''D'')$ и $(AB, A''B'')$. Если B''_0 соединим с H, D''_0 с C, то получим перспективы остальных сторон верхнего основания. Таким образом мы построим перспективу фигуры данной плоскими линиями.

Пример.

Построить перспективу отвесной шестигранной призмы, основанием которой положена неправильная, призма.

Задача 16ая. На вертикальной грани, данной в перспективе параллелепипеда построить данный рисунок.

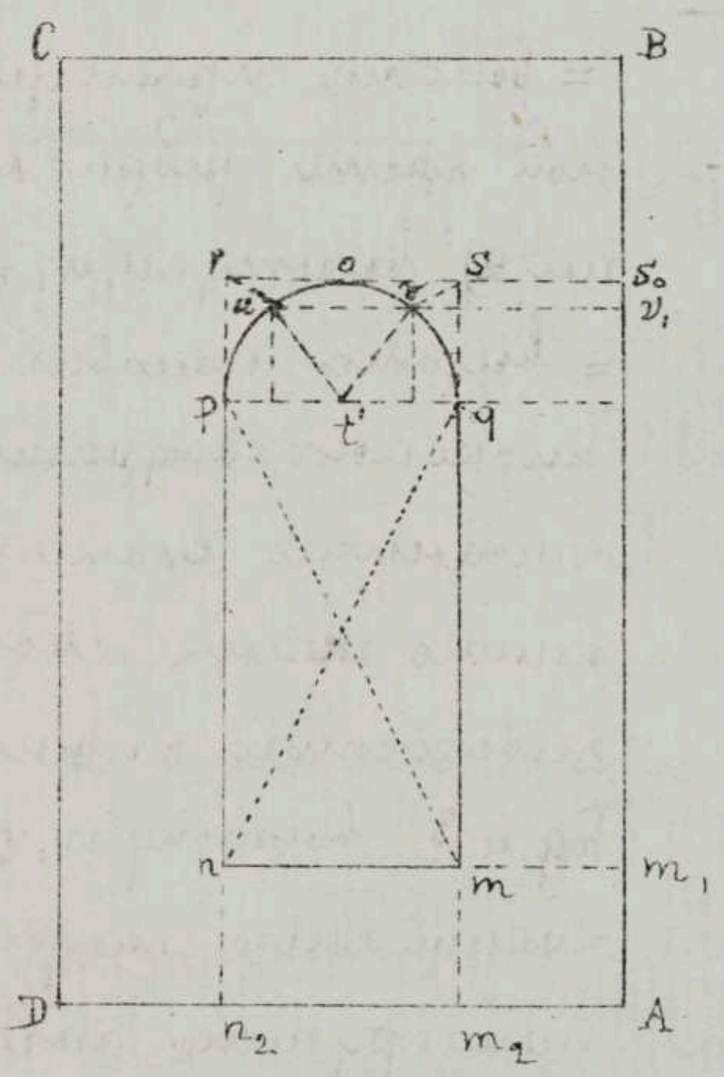
Черт. 25, а



Дана: перспектива любого параллелепипеда (черт. 25 а), вместе с линией его грани, на которой нужно начертить данный рисунок (в натуральную величину прямоугольника черт. 25 b); также требуется построить на грани, перспектива которой $abcd$. Для этого описываем квадратную сетку, описываем половину квадрата $prsq$, а также описываем половину квадрата и затем линии mn, pq,

w и rs продолжаем до точек m₁, q₁, v₁, s₁ ; линии pp и tq продолжаем до точек n₁ и m₁. Длины Am₁ и An₁ наносим по общему правилу на соответственное ребро, получим точки m'₀ и n'₀ перспективы точек m и n) через построенные точки m'₀ и n'₀ ходовыми перпендикулярами к основанию картины, через что построение направления перспективы прямой pp и tq. Затем по общему правилу отыс точки a на линии ab откладываем = длины Am₁, Aq₁, Av₁, As₁, получим точки x, y, z и t, перспективы точек m, q, v, s. Чтобы получить перспективы прямых mn, qp, wv и rs, мы полученные точки x, y, z и t соединяем с F, точкой схода всех прямых параллельных плоскости плана и линии, перпендикулярной которой есть ab; через это получим перспективу описанного квадрата prsq. Чтобы получить перспективу полукруга prq; проводим диагонали прямоугольника prsq.

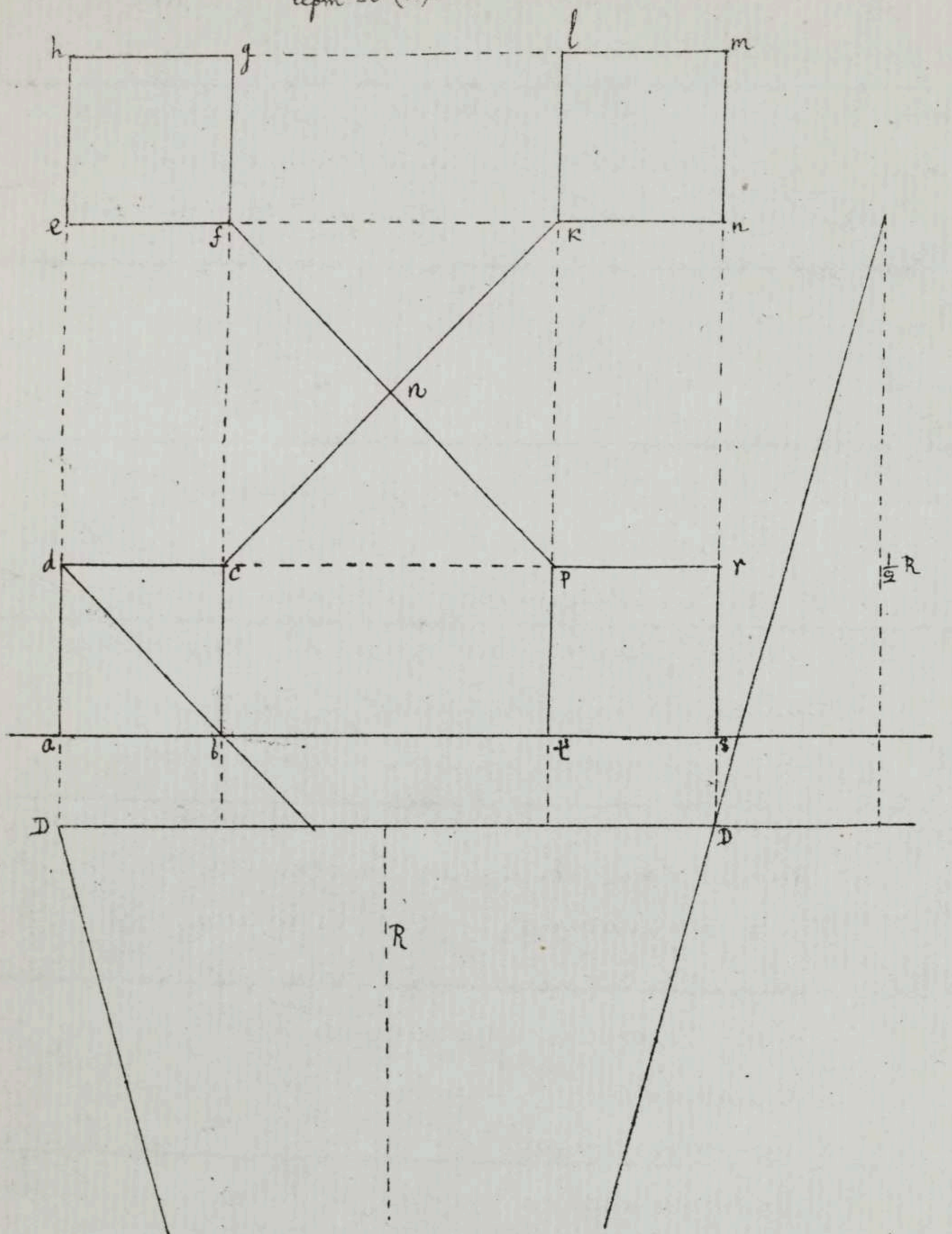
Черт 25 (b)



Через перспективу центра прямоугольника прп, а сам через эту точку проводим перпендикуляр к основанию картины и продолжаем до встречи с построенными линиями, но получим точку t' и O. Если r и S соединим с t', то в сечении линий с Fz получим точки u и x, перспективы точек рассматриваемого полукруга. Следовательно, соединяя полученные точки, получим часть эллипса вписанную внутрь перспективой полукруга. Если бы кривая была нам сложна, то грань на которой он должен быть начертан, разбиваем на квадраты.

Задача 17ая. Построить перспективу перекрестного свода. Перекрестный свод состоит из четырех колонн, соединенных между собою цилиндрическими поверхностями. План и фасад этого свода изображены на черт. 26(a) и 26(b). Цилиндры составляющие поверхность свода пересекаются по двум эллипсам, горизонтальным проекции которых ek и fp; эти эллипсы пересекаются в точках горизонтально проектирующейся бок. Перспективу свода начинаем со построения перспективы плана

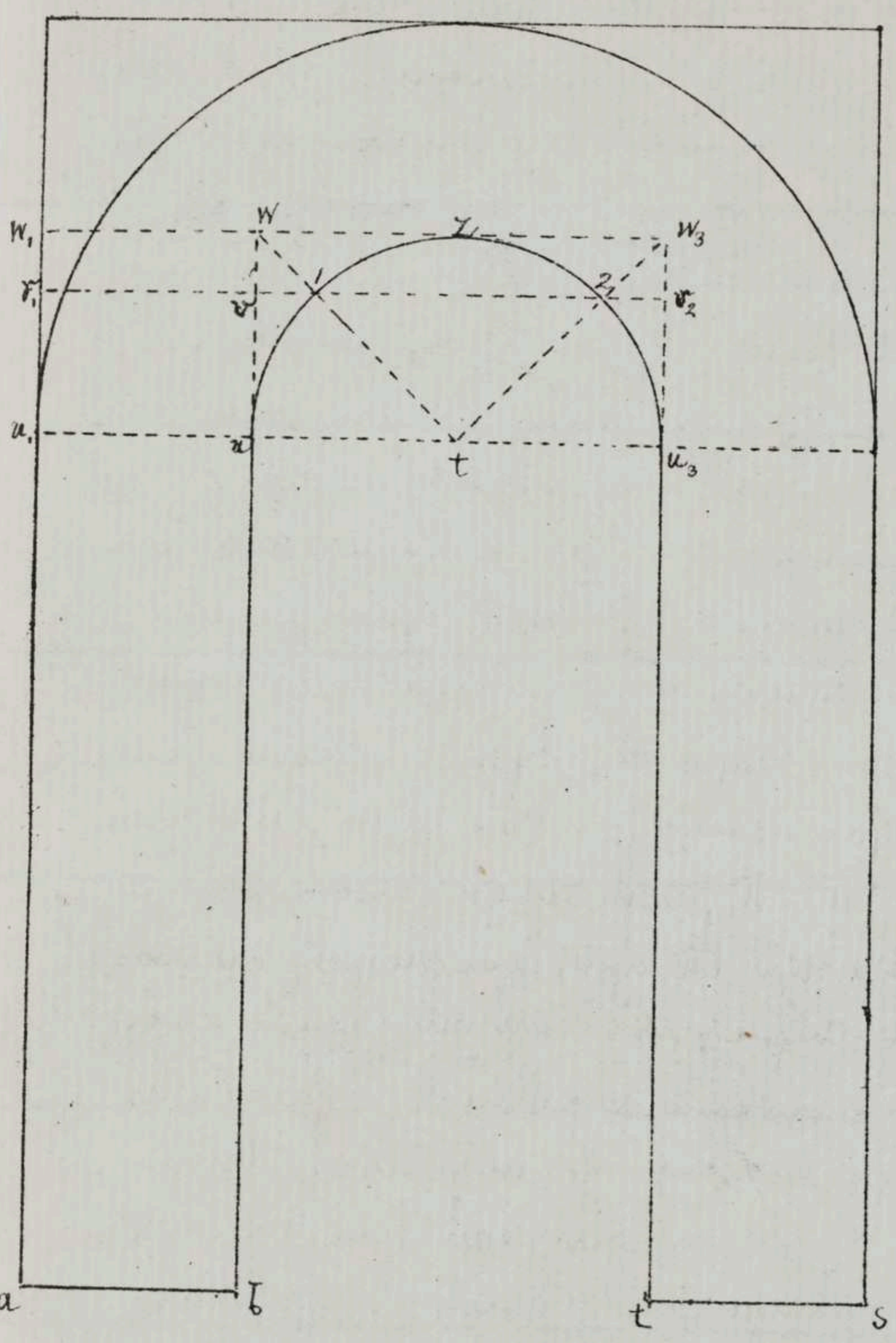
Черт 26 (а).



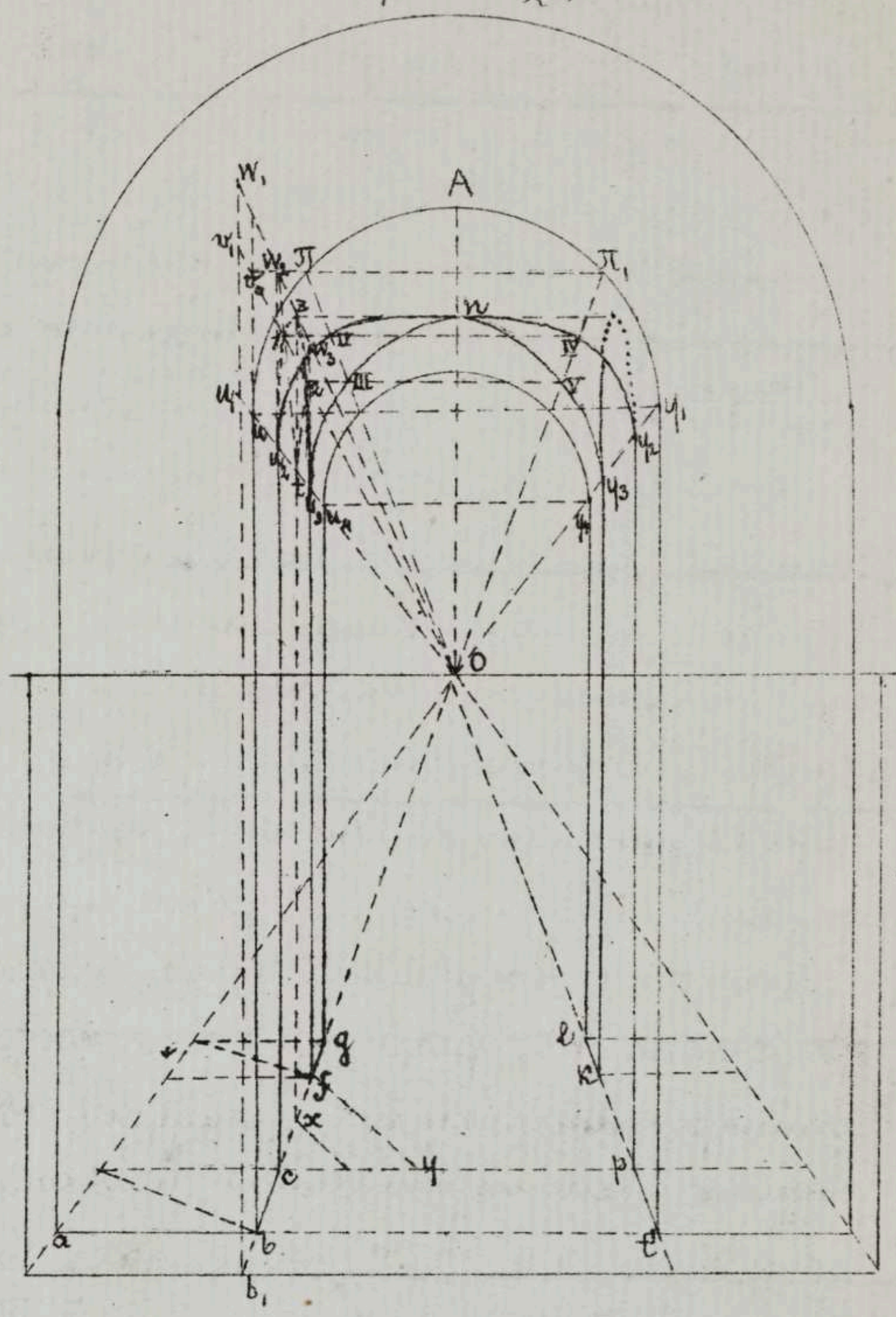
(Черт 26(с)). Потом восстанавливают из точек пересечения вертикальных ребра колонн. Для него продолжают внутреннюю поверхность боковой вертикальной стены бд до пересечения ее картинной в вертикальной линии $б_1 w_1$; по этой линии откладывают на картине отрезки высоты: 1) $б_1 u_1 = бu$ = высоте прямоугольной части ребра колонны 2) высоту $u_1 w_1 = uw$ = высоте половины стороны квадрата, описанного около поперечного сечения свода плоскостью стены бд и 3) высоту $w_1 v_1 = wv$ = расстоянию между поперечным сечением бд линии ou_1, ov_1, ow_1, перпендикулярными к картине и продолженными до пересечения с этими линиями вертикальных ребер колонн cw_2 и fw_3; тогда на стене бд получится полуквадрат $u_2 w_2 w_3 u_3$, описанный около поперечного сечения этой стены со сводом. Для этого линию ef построим в точке же с помощью вспомогательной линии cy, параллельной основанию картины; вертикальная линия же отсечет на линии $u_2 u_3$ центр кругового сечения свода, точку t, а на линии $w_2 w_3$ – вершину этого полукруга – точку z; по соединении центра t со вершинами квадрата w_2 и w_3, построят сводами tw_2 и tw_3,

сторонами вписанного и описанного квадрата свода, через точки u_1, v_1, w_1 провести по стене бд перпендикулярные к картине и продолженные до пересечения с этими линиями вертикальные ребра колонн cw_2 и fw_3; тогда на стене бд получится полуквадрат $u_2 w_2 w_3 u_3$, описанный около поперечного сечения этой стены со сводом. Для этого линию ef построим в точке же с помощью вспомогательной линии cy, параллельной основанию картины; вертикальная линия же отсечет на линии $u_2 u_3$ центр кругового сечения свода, точку t, а на линии $w_2 w_3$ – вершину этого полукруга – точку z; по соединении центра t со вершинами квадрата w_2 и w_3, построят сводами tw_2 и tw_3,

Черт 26 (b)



Черт. 26,(c)



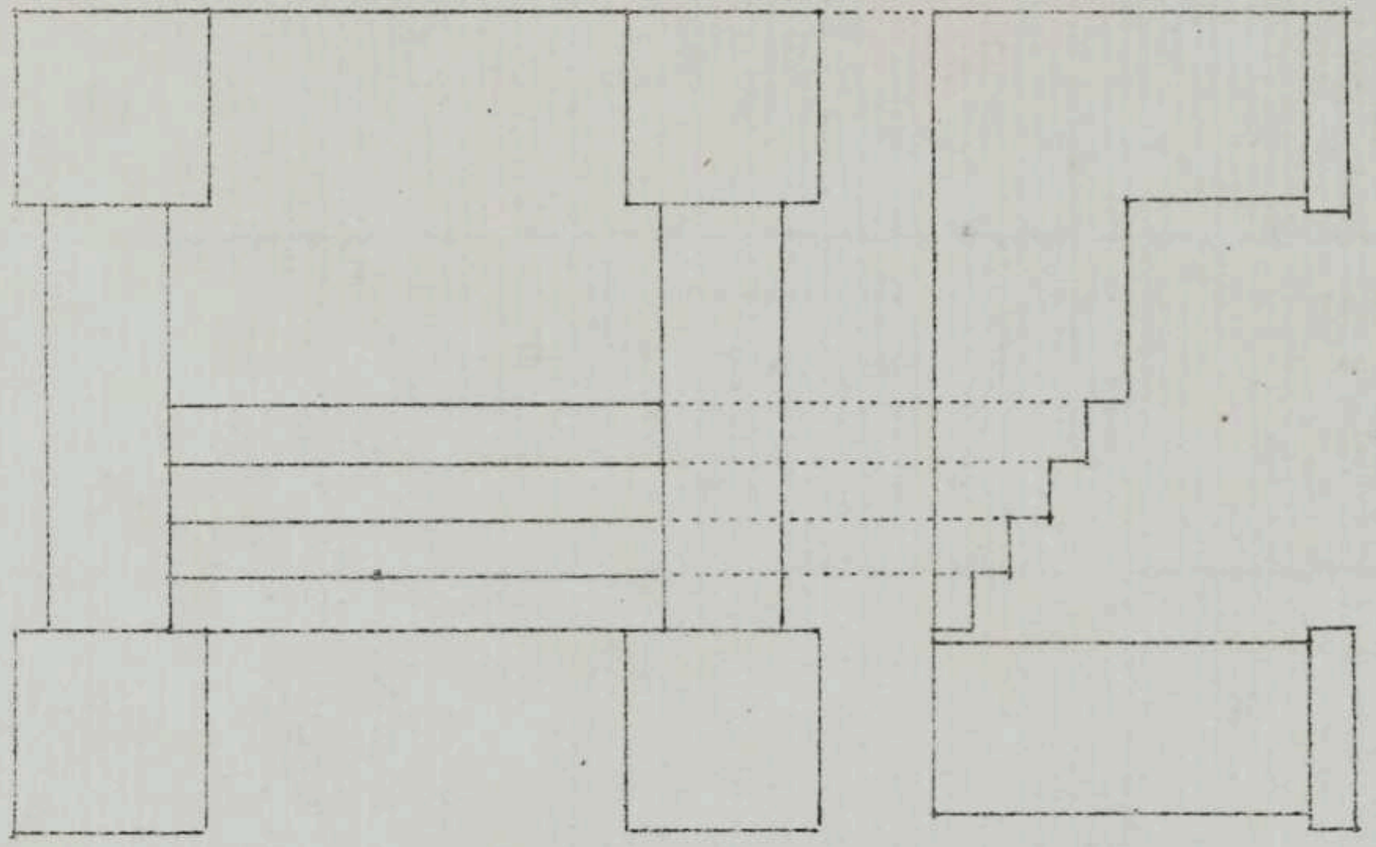
которыя пересѣкутъ линію V_1V_0 въ точкахъ 1 и 2 круга; по этимъ точкамъ: $u_{2,1}, 1, z_1, 2$ и u_3 чертятъ круговое сѣченіе свода, которое есть эллипсъ. Потомъ возставляютъ въ точкахъ t', p, k и l плана вертикальныя линіи $t'y_1, py_2, ky_3$ и ly_4 соотвѣтственно равныя по длинѣ линіямъ: bu, cu_2, fu_3 и gu_4; на линіяхъ u_1y_1; u_4y_4, какъ діаметрахъ, чертятъ полукруги, перпендикулярныя основанію свода пересѣкающіе на линіяхъ bt' и др.

Построивши эти линіи строятъ въ перпендикулярныя линіи сѣченій сводовъ, начиная съ точки n, въ которой встрѣчаются кривыя сѣченій цилиндрическихъ поверхностей сводовъ; точка эта получается на пересѣченіи AO и $2n$, которыя проводятся черезъ вершины круговыхъ сѣченій сводовъ, — точки A и 2; первая перпендикулярна къ картинѣ въ точкѣ O, вторая параллельна основанію картины. Затѣмъ кривыя сѣченій будутъ принадлежать точки: u_2, y_3, y_2 и u_3 | начала

сводов). Чтобы получить промежуточные точки, разделяющие обе цилиндра горизонтальными плоскостями, въ которыя будемъ получать образующія обоихъ цилиндровъ, и образующія эти, будучи параллельны, дадутъ намъ общія точки поверхностей сводовъ, которыя послужатъ для построенія линій ихъ сеченія; на рисункѣ построеніе это исполнено такимъ образомъ: проводятъ горизонтальную плоскость, напримѣръ черезъ горизонтальную линію V_1V_0, гдѣ пересѣкаются на линіи ab будетъ слѣдъ избранной плоскости на плоскости bg, линіи ab; на самыхъ цилиндрическихъ поверхностяхъ свода на оси ихъ линіи сѣкутъ плоскости $u_1 z z u_2$; въ точкахъ 1 и 2 этихъ слѣдовъ плоскости и цилиндра пройдутъ образующія II, IV и III, V, по которымъ плоскость пересѣчетъ цилиндръ, параллельный картинѣ. Продолженная линія V_1V_0 до точки V_0, въ которой она пересѣчетъ переднюю сторону ab параллельную картинѣ; горизонтальная линія V_0T_0, проведенная по этой сторонѣ черезъ точку V_0 параллельно основанію картины будетъ слѣдомъ вспомогательной горизонтальной плоскости по сторонѣ ab, а кругъ d_1, будетъ слѣдомъ цилиндрической поверхности свода, перпендикулярной къ картинѣ, на той же сторонѣ ab; умачитъ черезъ точки T и T_1, гдѣ слѣда плоскости и цилиндра пересѣкаются пройдутъ образующія OT и OT_1, цилиндра, по которымъ вспомогательная плоскость пересѣчетъ этотъ цилиндръ, образующія (II, IV), (III V) цилиндра, параллельныя картинѣ, пересѣкутъ образующія OT и OT_1, въ точкахъ II, III, IV, V; и такъ въ избранной вспомогательной плоскости построены 4 точки для кривыхъ сѣченій цилиндровъ. Такимъ образомъ можно построить точки въ другихъ вспомогательныхъ горизонтальныхъ плоскостяхъ, избирая предварительно слѣды ихъ на bg, т.е. проводя черезъ точку O горизонтальныя линіи, которыя подобно V_1V_0 пересѣкаютъ слѣдъ цилиндрической поверхности свода на этой сторонѣ.

Примѣръ

Построить перспективу крыльца, фасада плана и фасада.

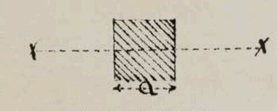
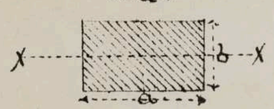
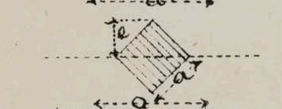
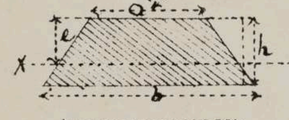
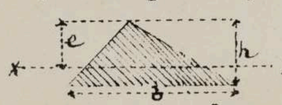
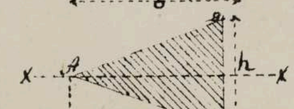
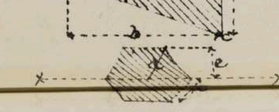
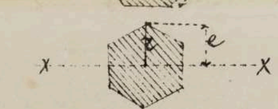
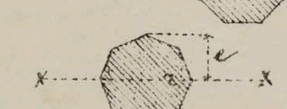
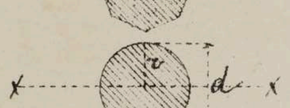
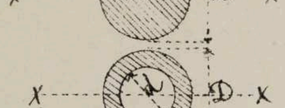
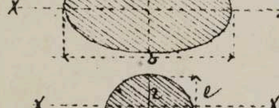
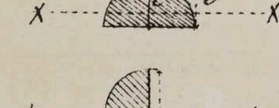
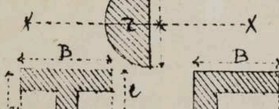
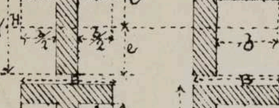
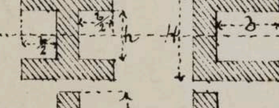


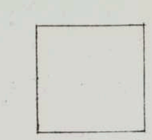
Конецъ.

Издательство Труд.

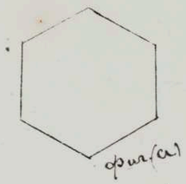
Таблица 6аа

содержащая в себе моменты инерции и моменты сопротивления для различных поперечных сечений.

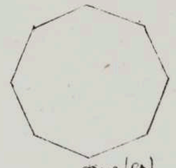
Форма сечения	J	e	J:e
	$\frac{1}{12}a^4$	$\frac{a}{2}$	$\frac{1}{6}a^3$
	$\frac{1}{12}ab^3$	$\frac{b}{2}$	$\frac{1}{6}ab^2$
	$\frac{1}{12}a^4$	$\frac{h}{\sqrt{2}}$	$0,118\,a^3$
	$\frac{1}{36}h^3\,\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}$	$\frac{1}{3}h\,\frac{2b+a}{a+b}$	$\frac{1}{12}h^2\,\frac{a^2+4ab+b^2}{2b+a}$
	$\frac{1}{36}h^3.b$	$\frac{2}{3}\frac{h}{2}$	$\frac{1}{24}bh^2$
	$\frac{1}{48}bh^3$	$\frac{h}{2}$	$\frac{1}{24}bh^2$
	$\frac{5}{16}\sqrt{3}\cdot r^4 = 0,5413\,r^4$	$\frac{1}{2}r\sqrt{3}$	$\frac{5}{4}r^3$
	$0,5413\,r^4$	r	$0,5413\,r^3$
	$\frac{1+2\sqrt{2}}{6}r^4 = 0,6381.r^4$	$\frac{1}{2}r\sqrt{2+\sqrt{2}}$	$0,6913.r^3$
	$0,6381.r^4$	r	$0,6381\,r^3$
	$\frac{1}{4}\pi r^2 = 0,7854.r^4$ $\frac{1}{64}\pi d^4 = 0,0491\,d^4$	r	$0,7854.r^3 = 0,0982\,d^3$
	$\frac{1}{64}\pi(D^4-d^4)$	$\frac{D}{2}$	$\frac{1}{32}\pi\,\frac{D^4-d^4}{D}$
	$\frac{\pi}{64}bh^3$	$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{32}bh^2$
	$0,110.r^4$	$0,576.r$	$0,191.r^3$
	$\frac{1}{8}\pi.r^4 = 0,3927.r^4$	r	$0,3927.r^3$
	$\frac{1}{12}\,\frac{(BH^3-bh^3)^2-4BHbh(H-h)^2}{BH-bh}$	$\frac{1}{2}\,\frac{BH^2-bh^2}{BH-bh}$	J:e
	$\frac{1}{12}(BH^3-bh^3)$	$\frac{H}{2}$	$\frac{1}{6}\,\frac{BH^3-bh^3}{H}$
	$\frac{1}{12}(BH^3+bh^3)$	$\frac{H}{2}$	$\frac{1}{6}\,\frac{BH^3+bh^3}{H}$



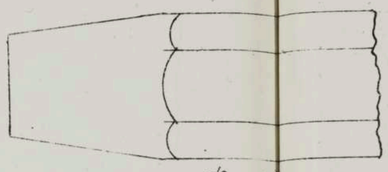
фиг.(a)



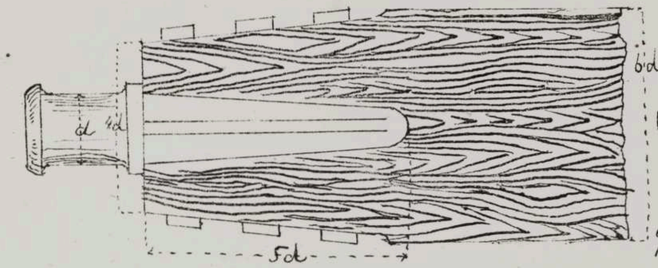
фиг.(a)



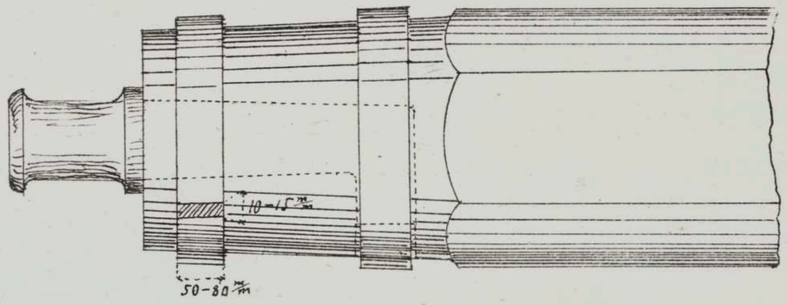
фиг.(a)



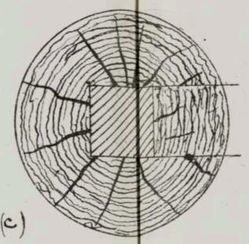
фиг.(a)

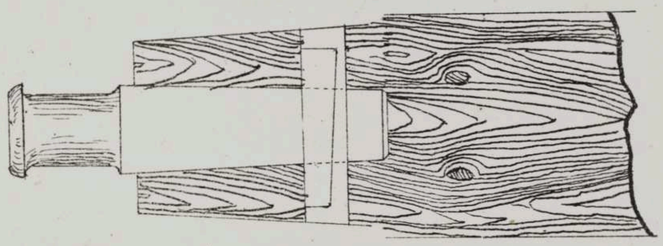


фиг.(b)

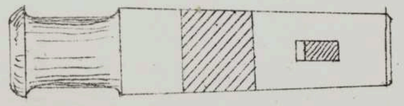


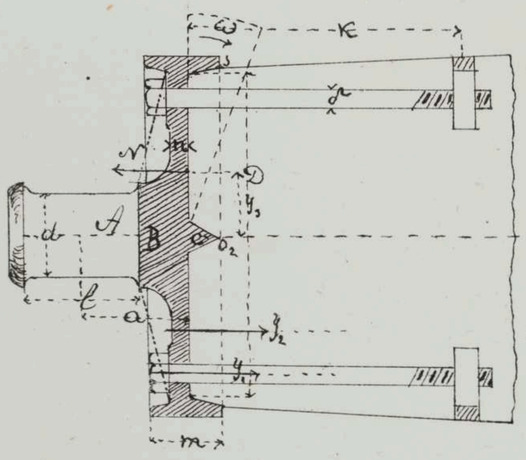
фиг.(c)

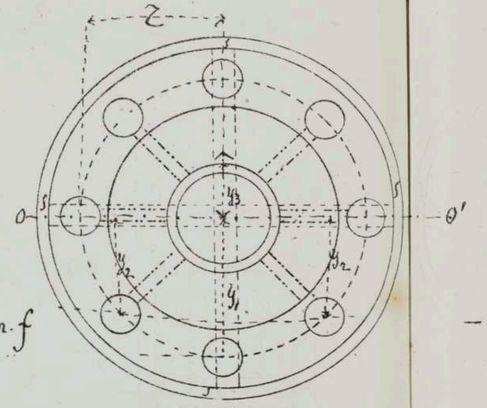




фигура (d)

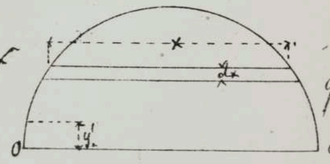




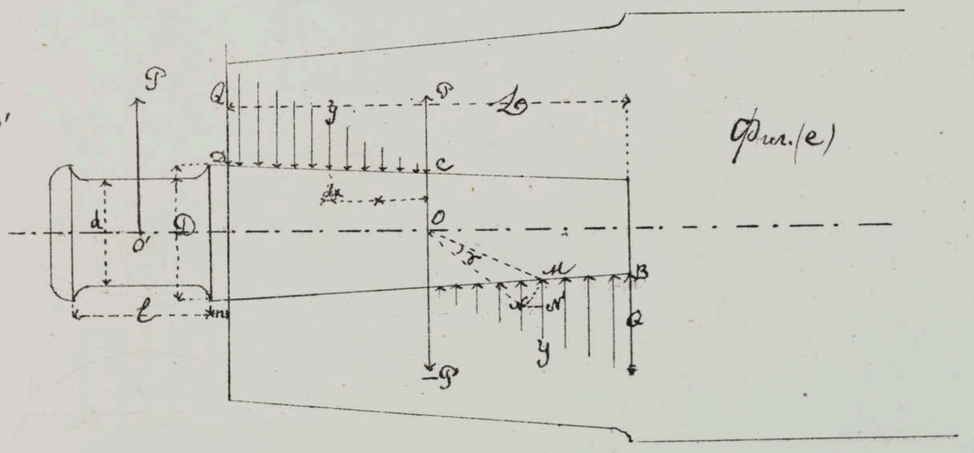


фиг.f

Крильчатая тарелка изображенная на фиг.f пунктиром (— · — · — · —)



фиг.g

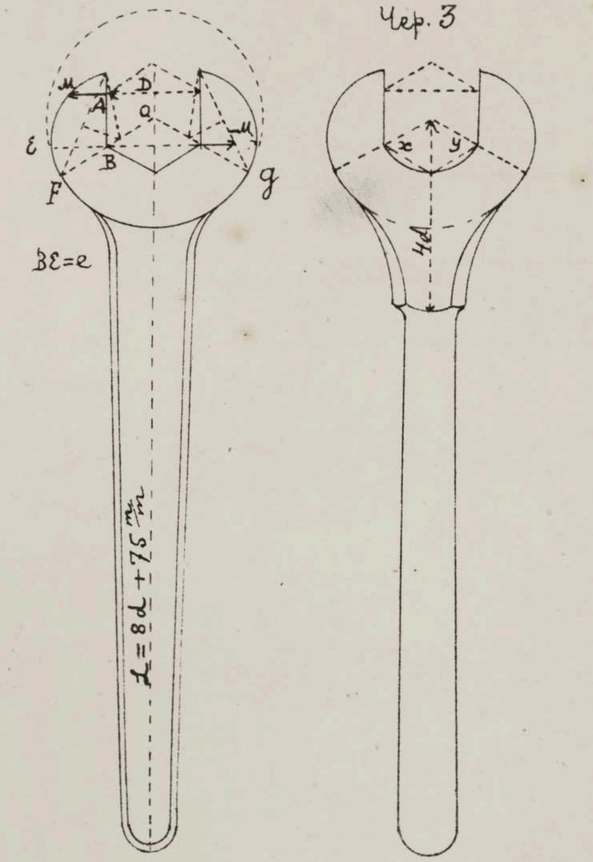


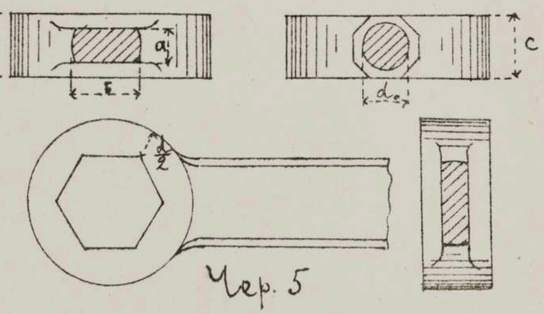
фиг.(e)

Детали машинъ

Листъ А.

Чер. 2

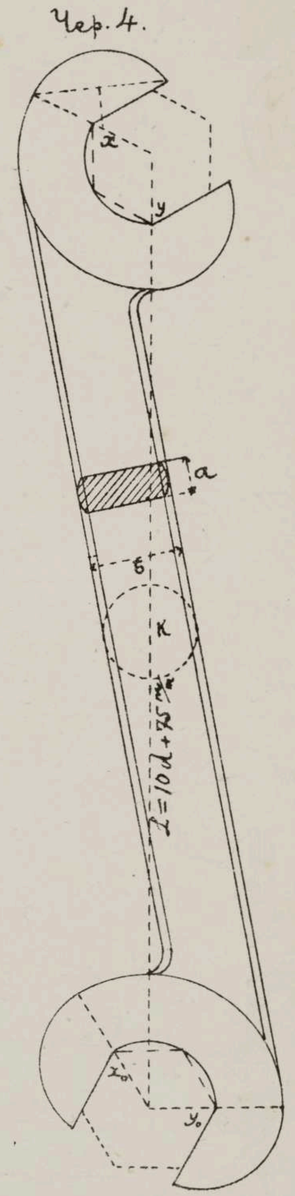




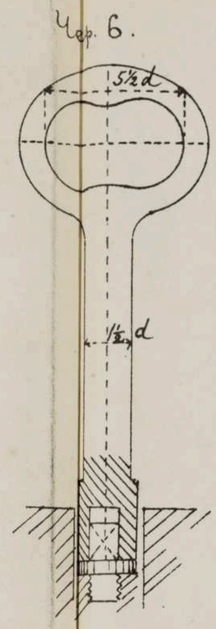
Чер. 5

Чер. 3

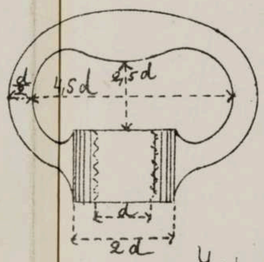
Чер. 4.



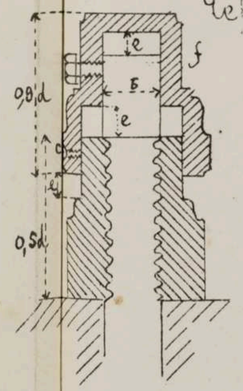
Чер. 6.

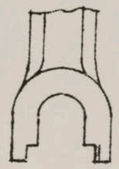


Чер. 1.

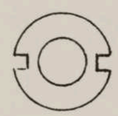


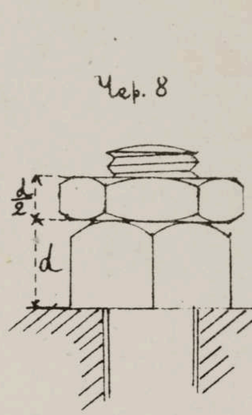
Чер. 10



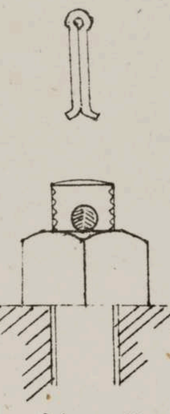


Чер. 7

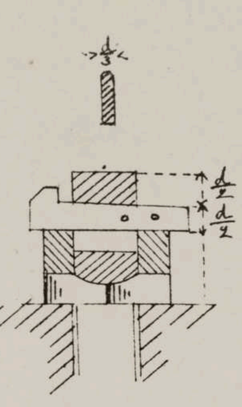




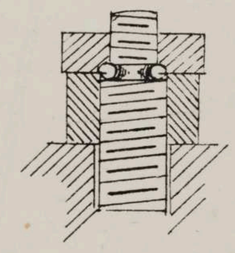
Чер. 8



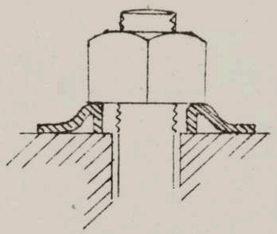
Чер. 15



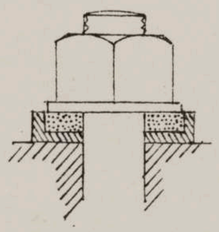
Чер. 16.



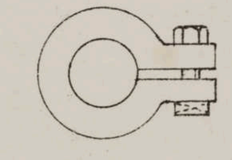
Чер. 9.

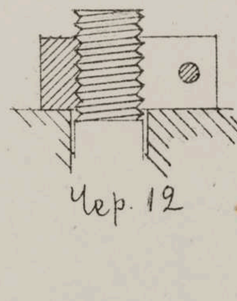


Чер. 13.

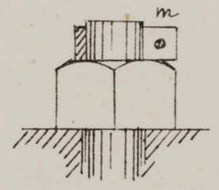


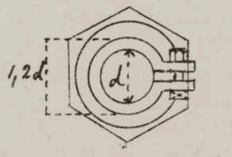
Чер. 14.



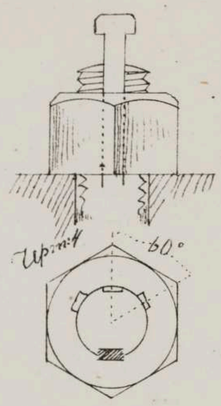


Чер. 12

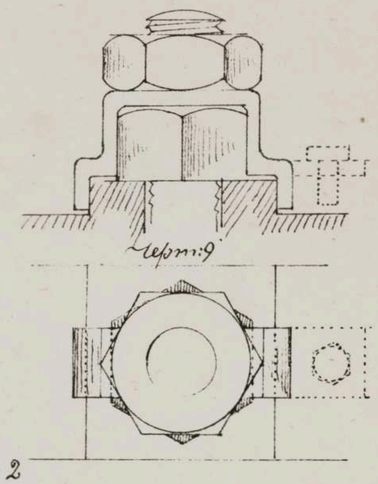




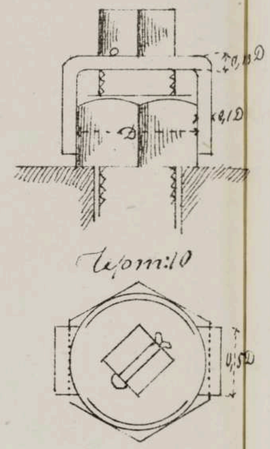
Чер. 11



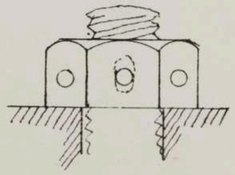
Черт: 4



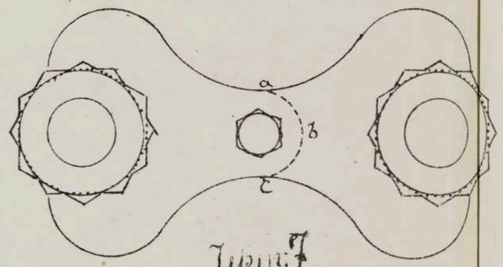
Черт: 9



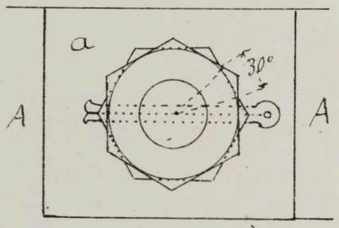
Черт: 10



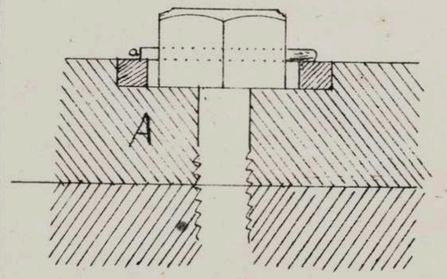
Черт: 2

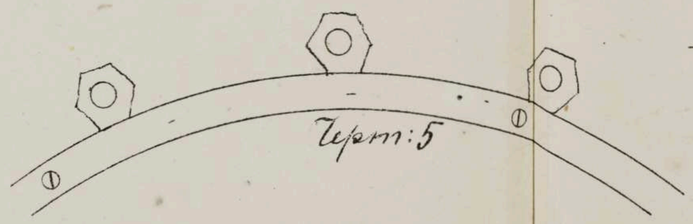


Черт: 7

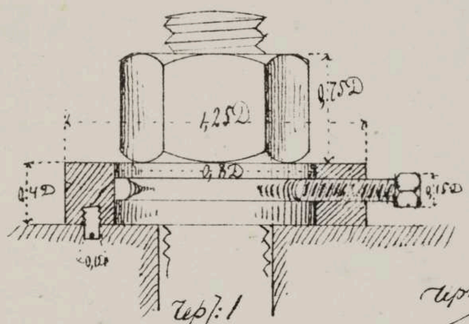


Черт: 8

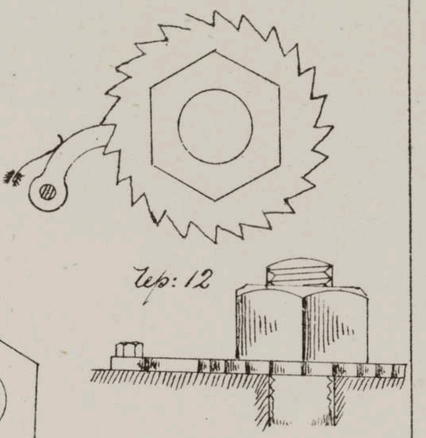




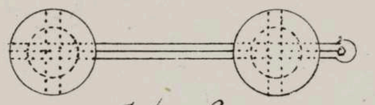
Черт: 5



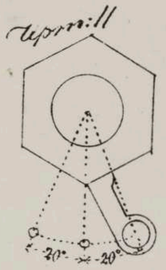
Черт: 1



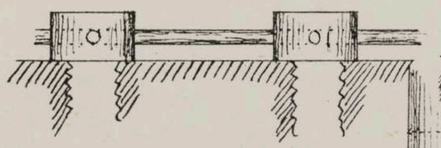
Черт: 12

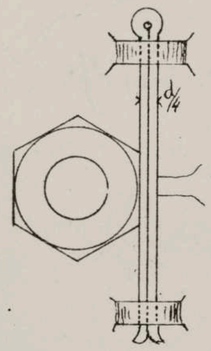


Черт: 3

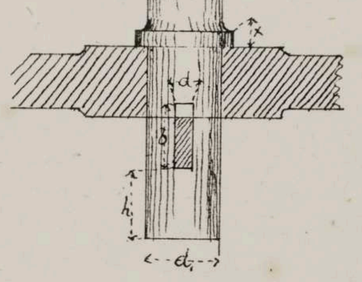


Черт: 11

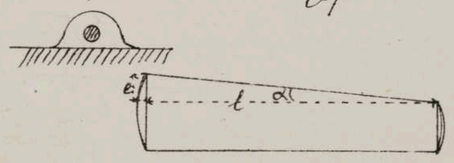


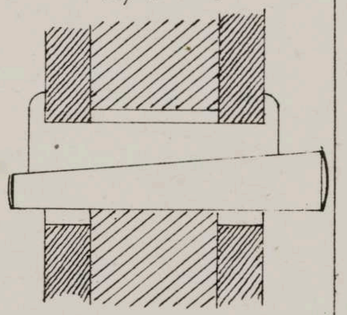


Черт: 6

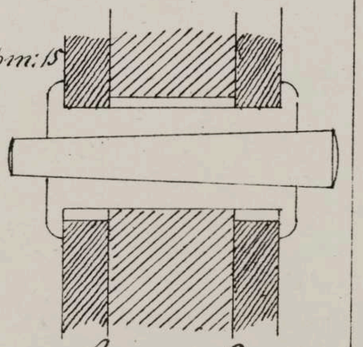


Черт: 13



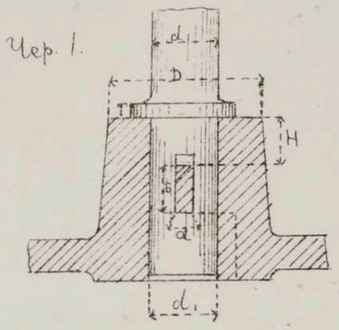


Черт: 14

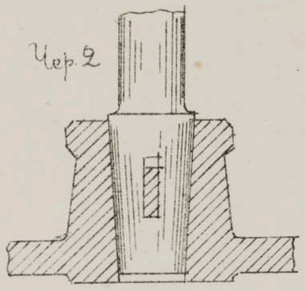


Черт: 15

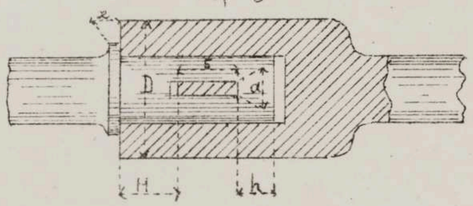
Чер. 1.



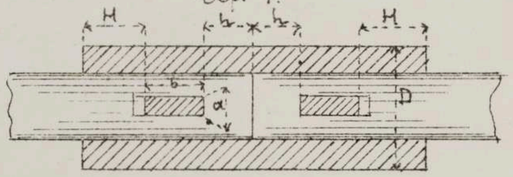
Чер. 2.



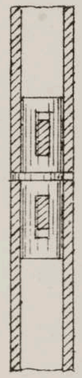
Чер. 3.



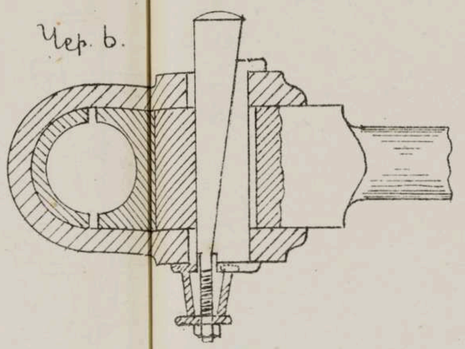
Чер. 4.



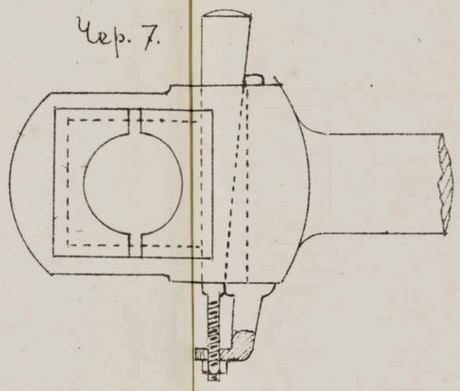
Чер. 5.



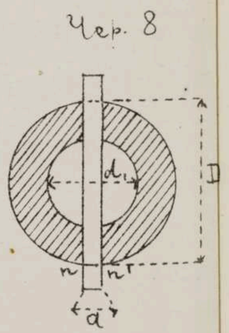
Чер. 6.



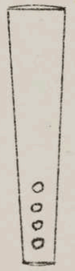
Чер. 7.



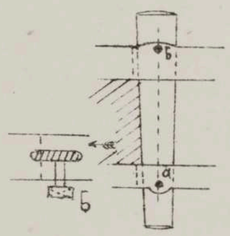
Чер. 8.



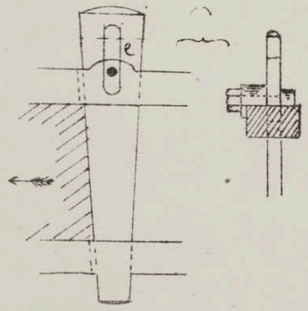
Чер. 9.



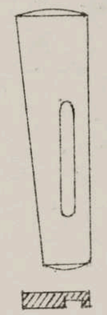
Чер. 10.



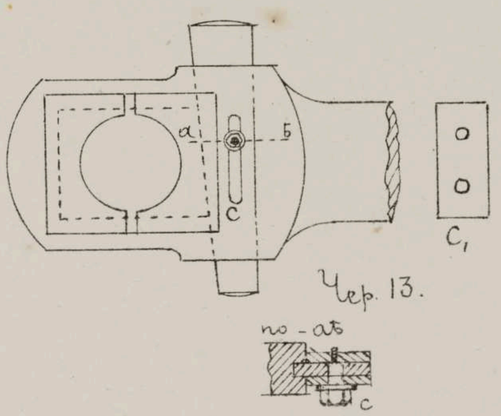
Чер. 11.



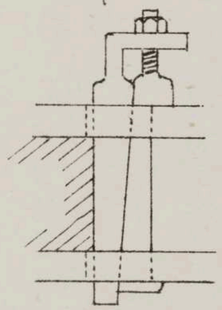
Чер. 12.



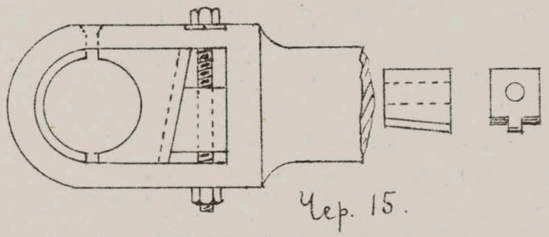
Чер. 13.



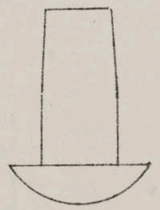
Чер. 14.



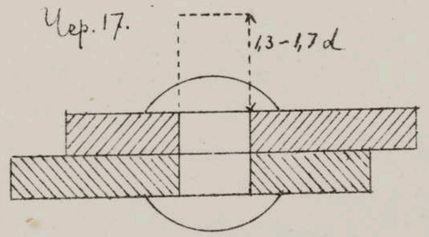
Чер. 15.



Чер. 16.



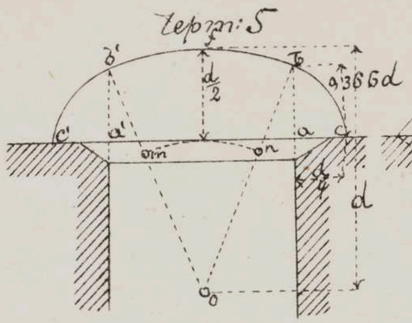
Чер. 17.



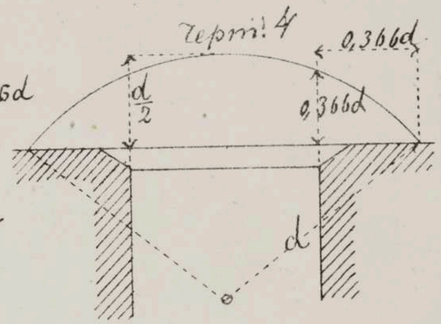
Детали машин.

Лист 10.

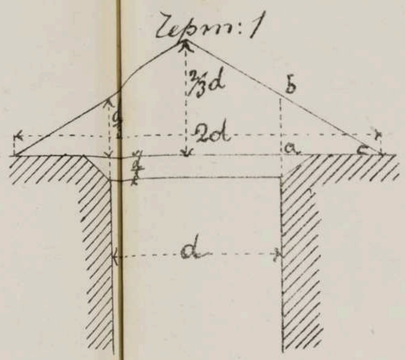
Черт: 5



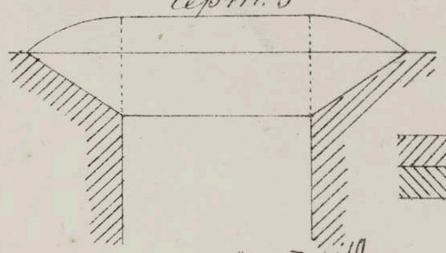
Черт: 4



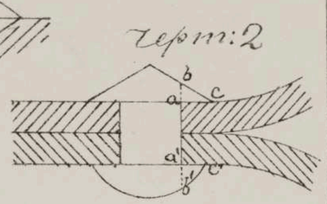
Черт: 1



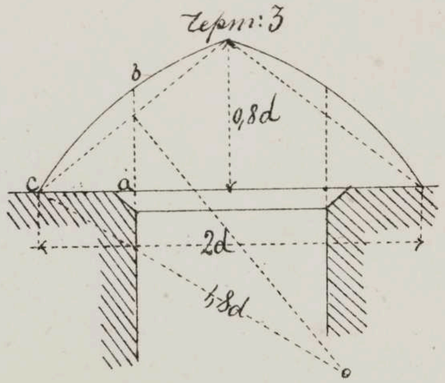
Черт: 6



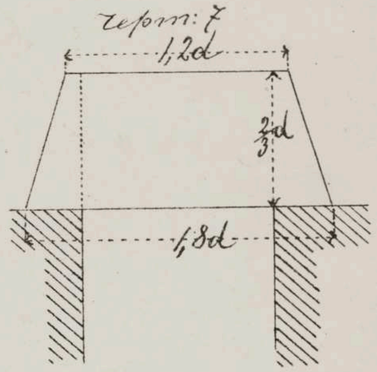
Черт: 2



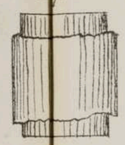
Черт: 3



Черт: 7

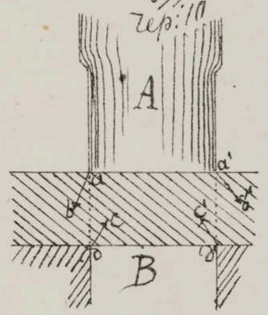


Черт: 8

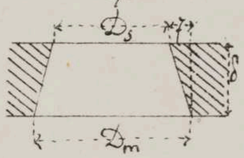


Черт: 9

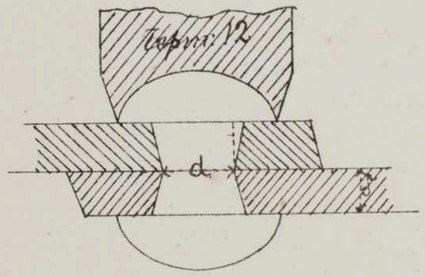
Черт: 10



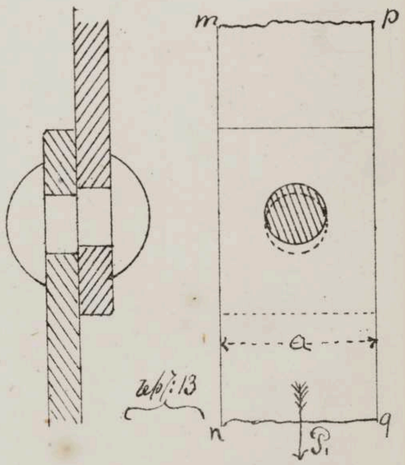
Черт: 11



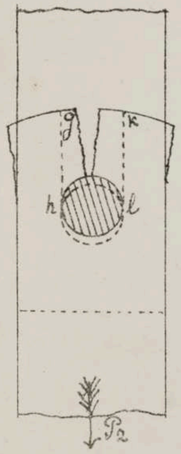
Черт: 12



Черт: 13

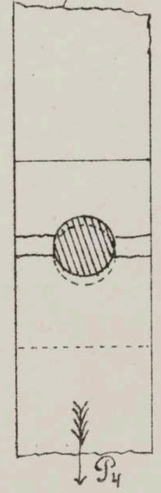


Черт: 14

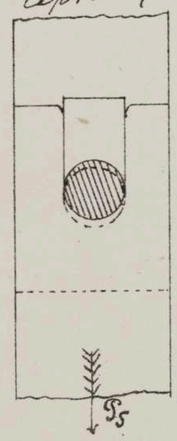


Черт: 15

Черт: 16



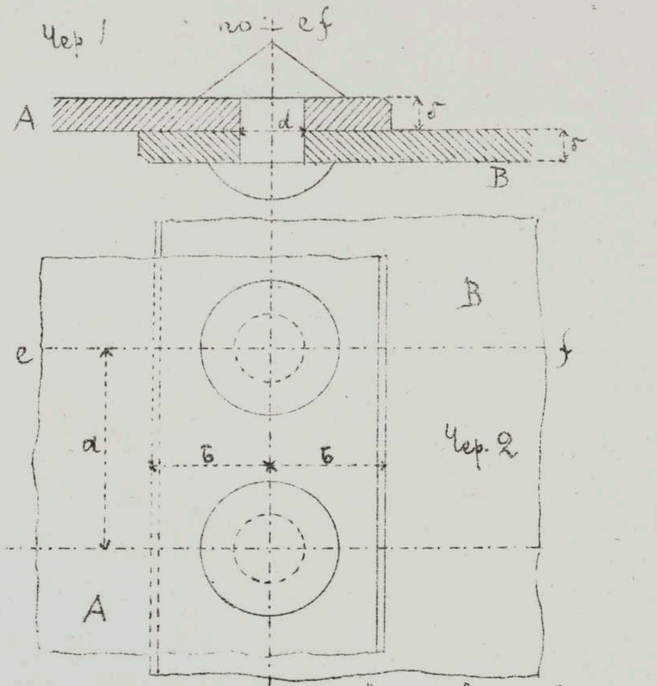
Черт: 17



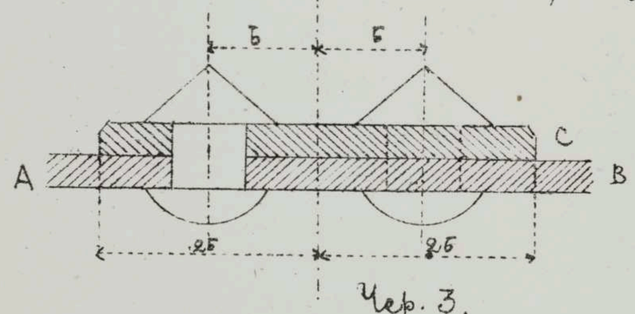
Детали машинъ

Листъ 11.

Чер 1

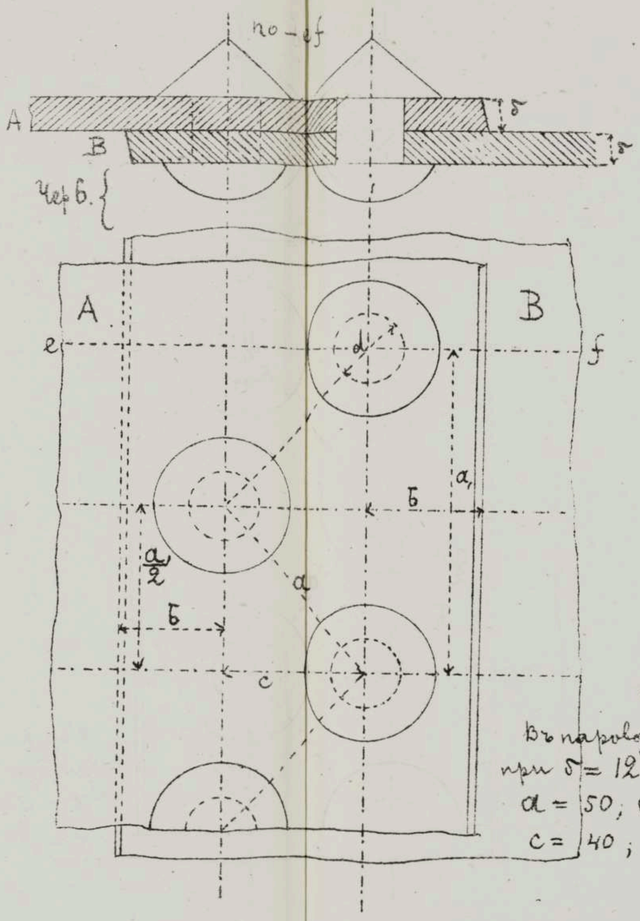


Въ паровоз. котлахъ
при $\delta = 12^{m/m}$
$б = 30^{m/m}$, $a = 50^{m/m}$

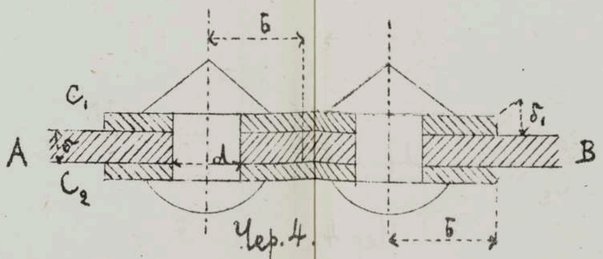


Чер. 3.

Чер 5.

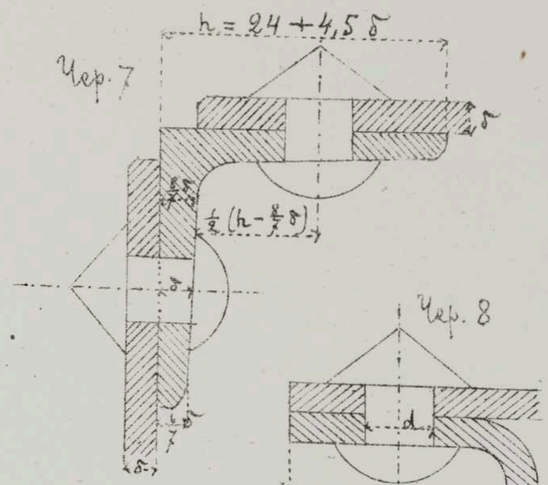


Въ паровоз. котлахъ
при $\delta = 12^{m/m}$
$a = 50$, $a_1 = 60$
$c = 40$, $б = 30^{m/m}$

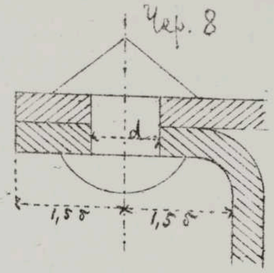


Чер. 4.

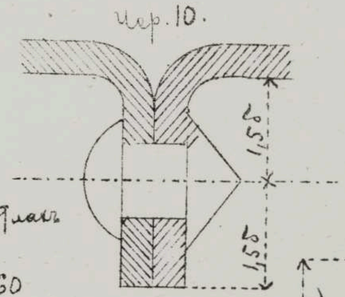
Чер. 7

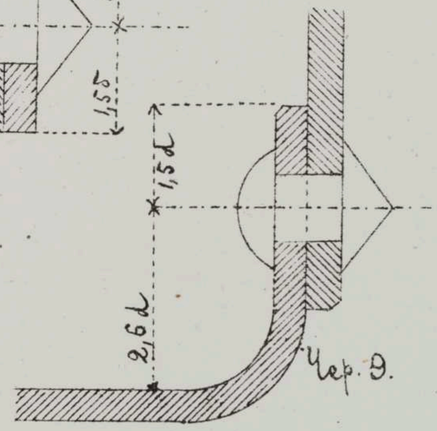


Чер. 8



Чер. 10.

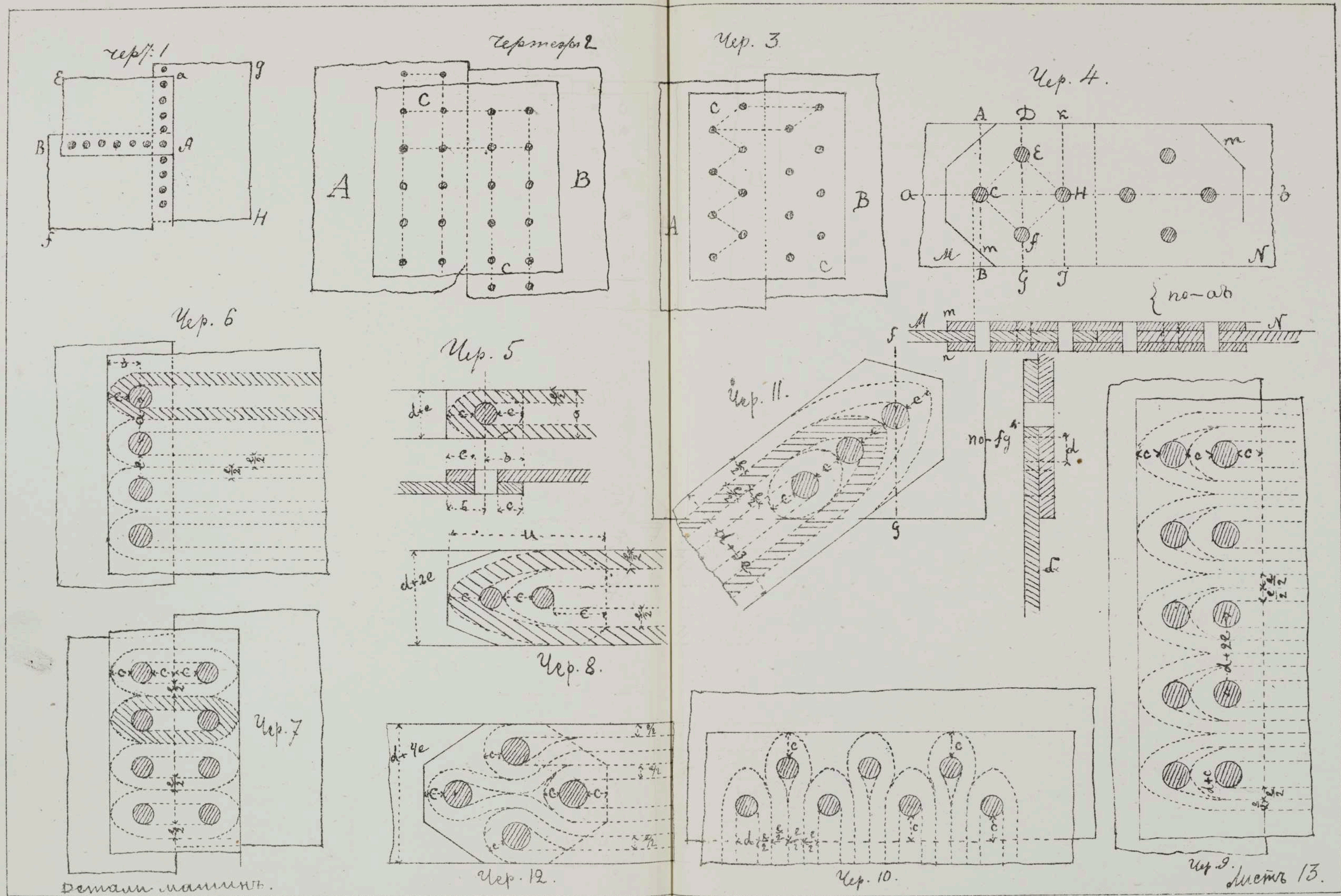




Чер. 9.

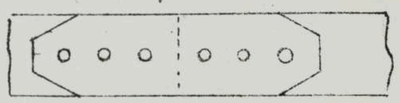
Детали машинъ.

Листъ 12.

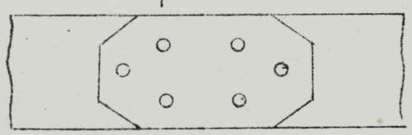

Чер. 1
Чертежъ 2
Чер. 3
Чер. 4.
Чер. 5
Чер. 6
Чер. 7
Чер. 8.
Чер. 9.
Чер. 10.
Чер. 11.
Чер. 12.
по-аb
по-fg
d+2e
d+4e
Детали машинъ.
Листъ 13.

Чер. 1.

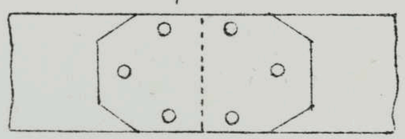
Чер. 2.



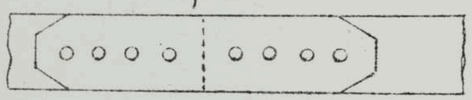
Чер. 3.



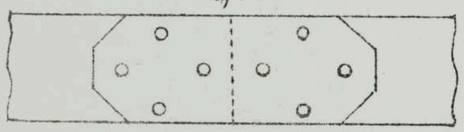
Чер. 4.



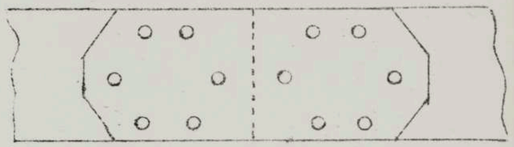
Чер. 5.



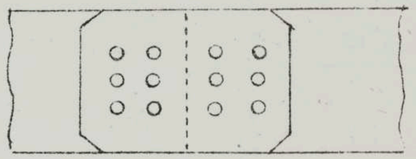
Чер. 6.



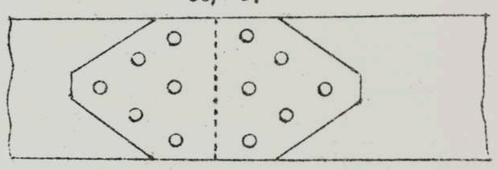
Чер. 7.



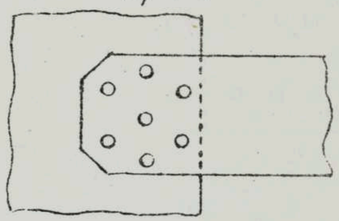
Чер. 8.



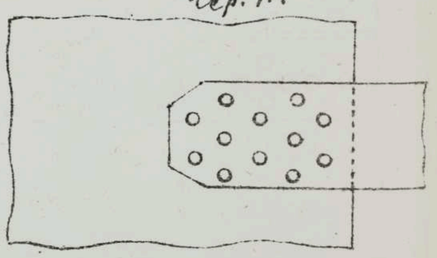
Чер. 9.



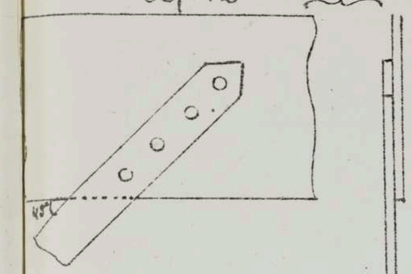
Чер. 10.



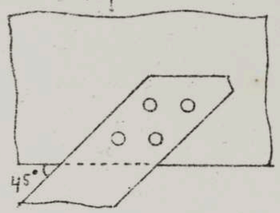
Чер. 11.



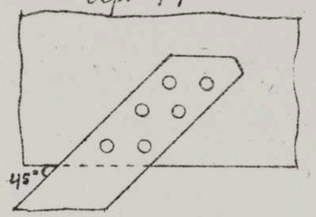
Чер. 12



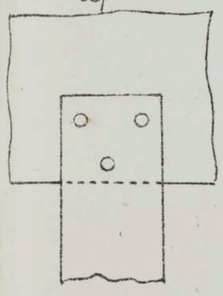
Чер. 13.



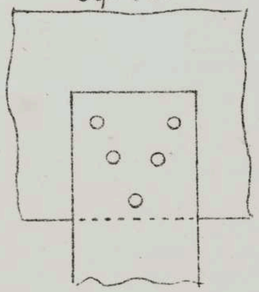
Чер. 14



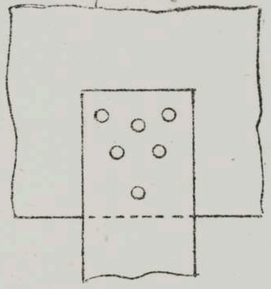
Чер. 15



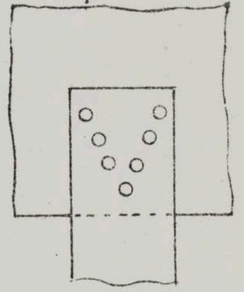
Чер. 16.



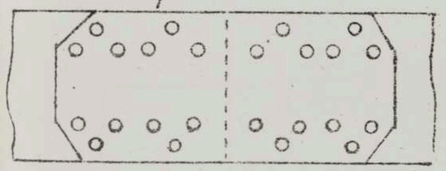
Чер. 17.



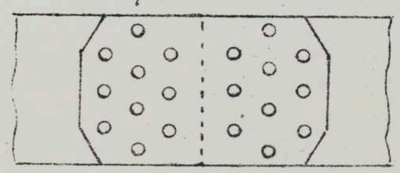
Чер. 18.



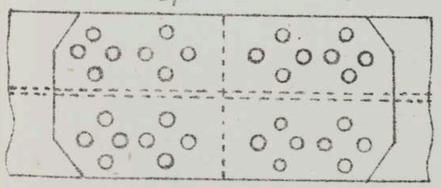
Чер. 19.

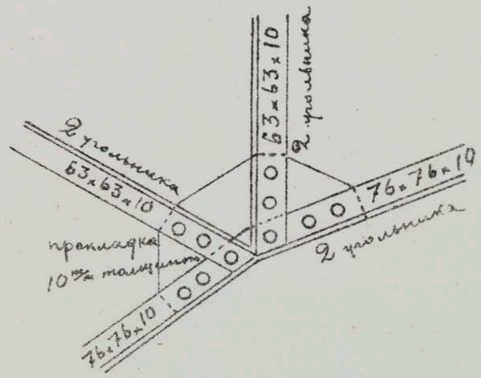


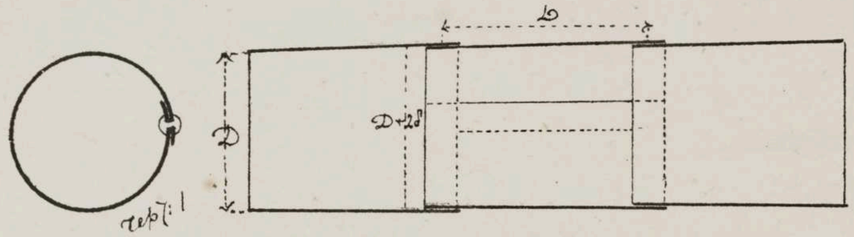
Чер. 20.

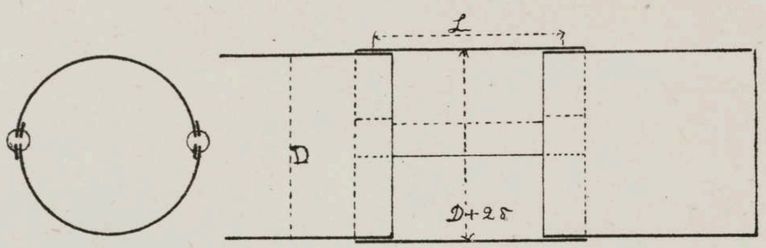


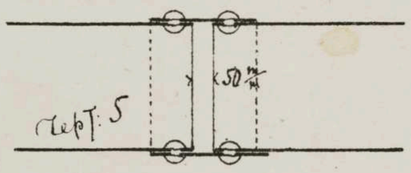
Чер. 21.

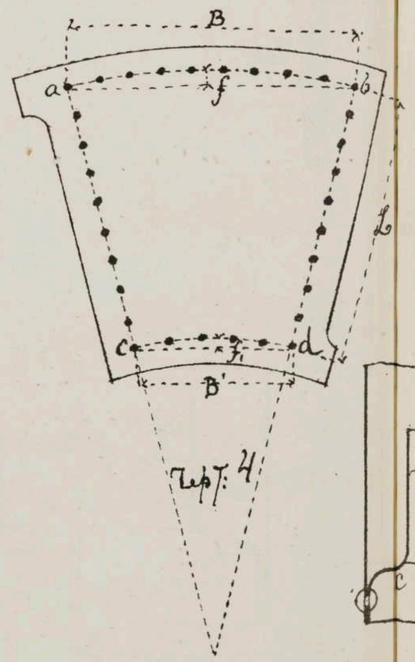


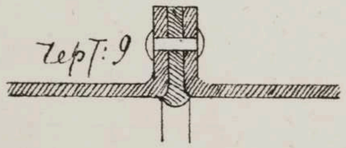


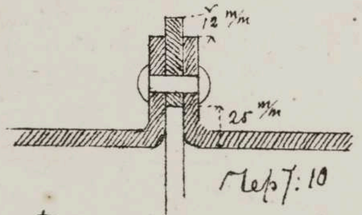




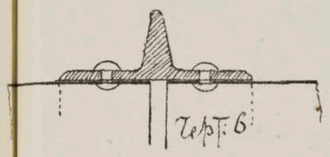


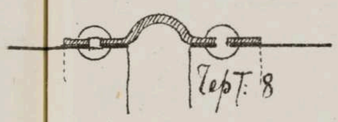


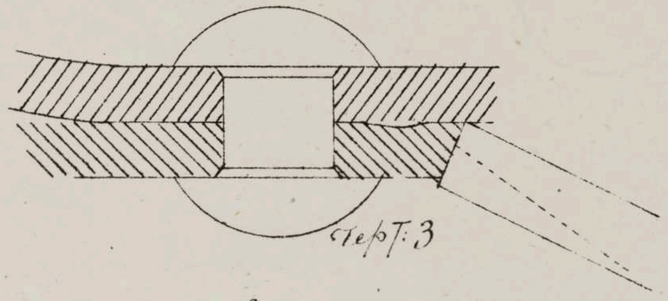


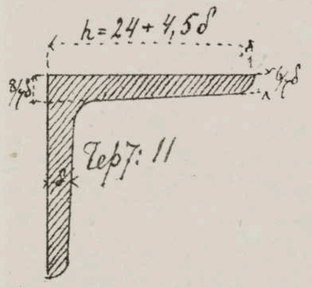


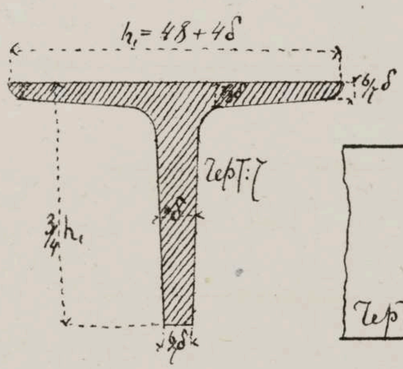
Детали машины

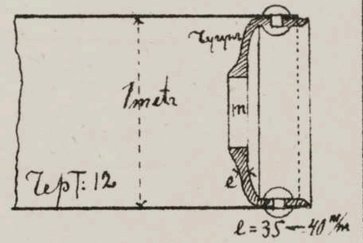


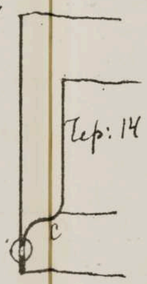


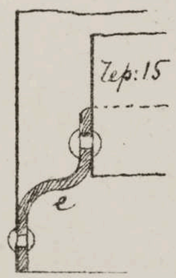


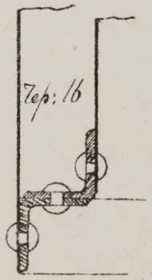


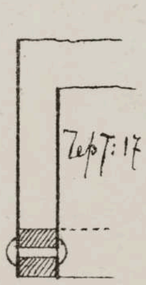


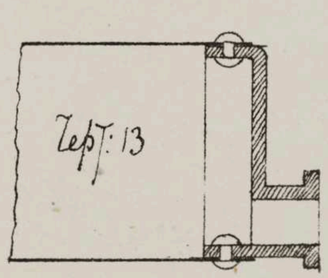






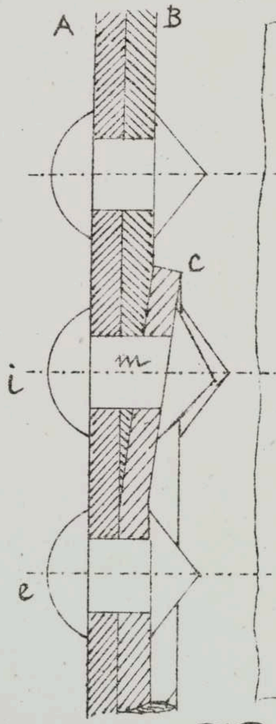




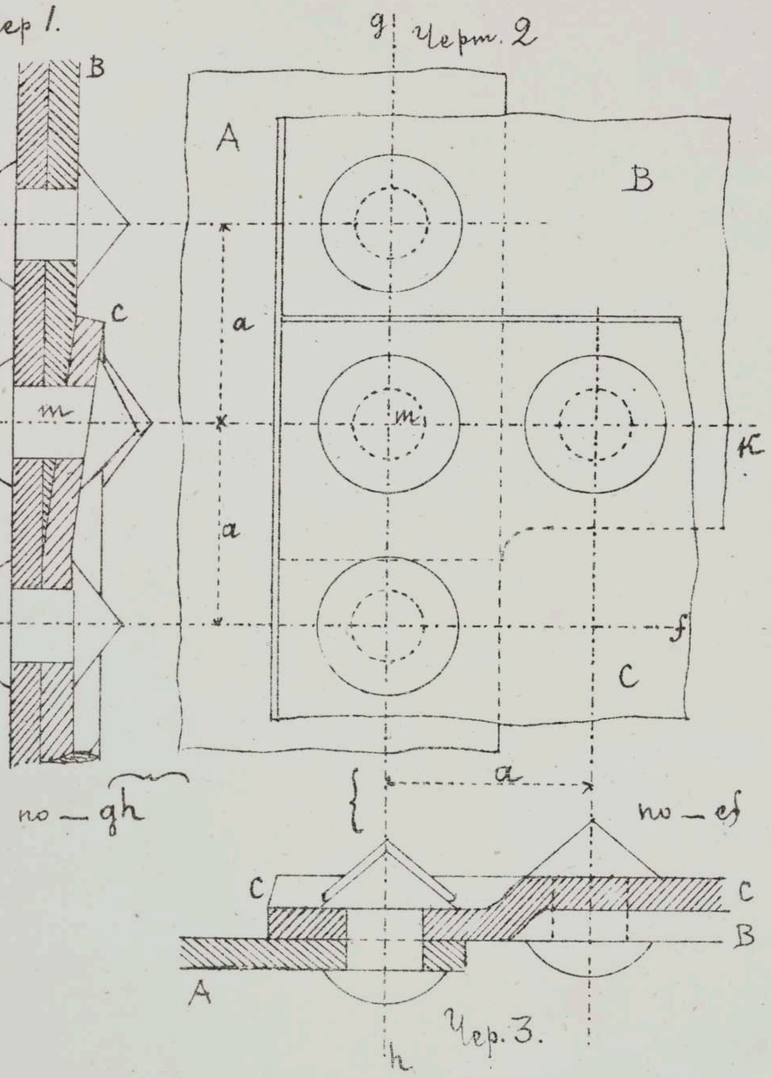


Листъ 15

Чер 1.

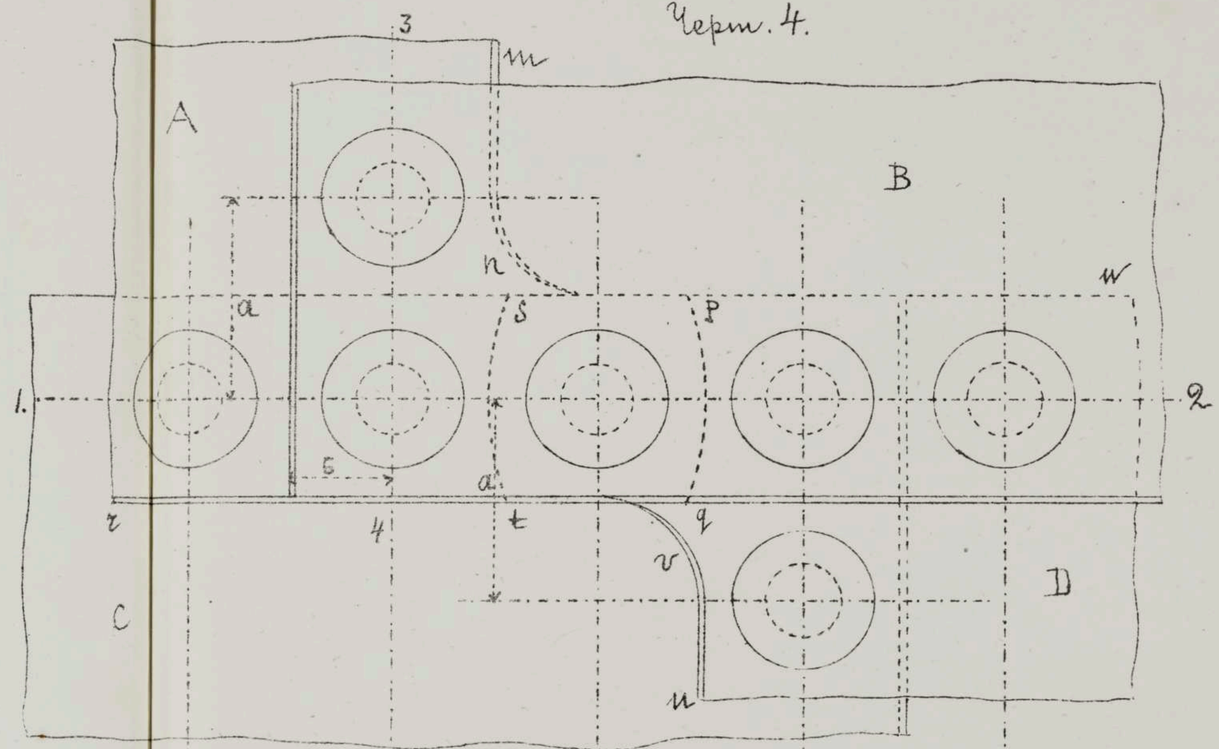


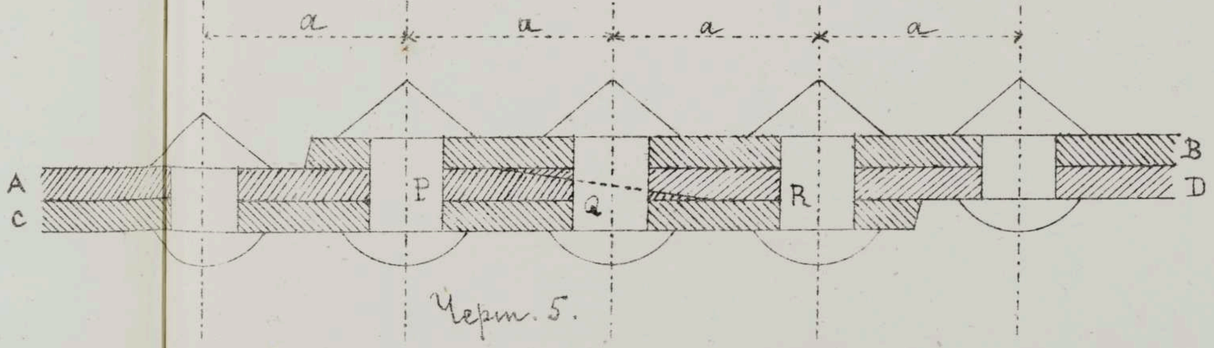
Черт. 2



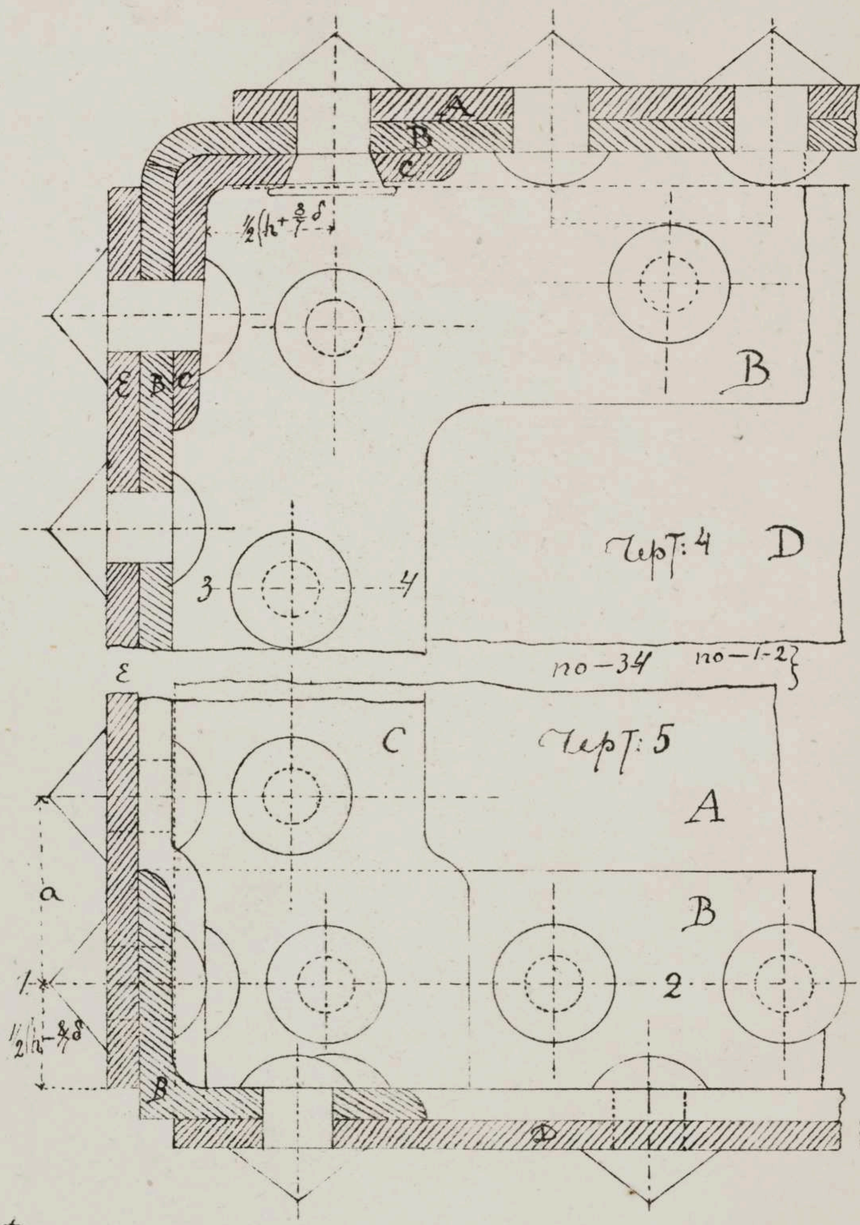
Черт. 3.

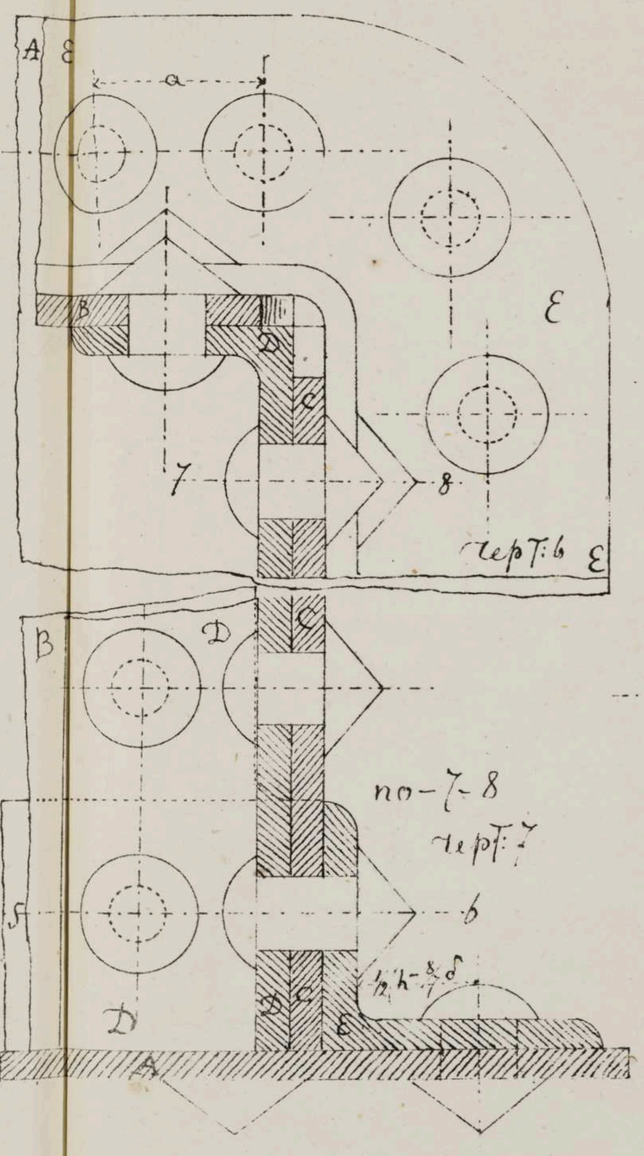
Черт. 4.

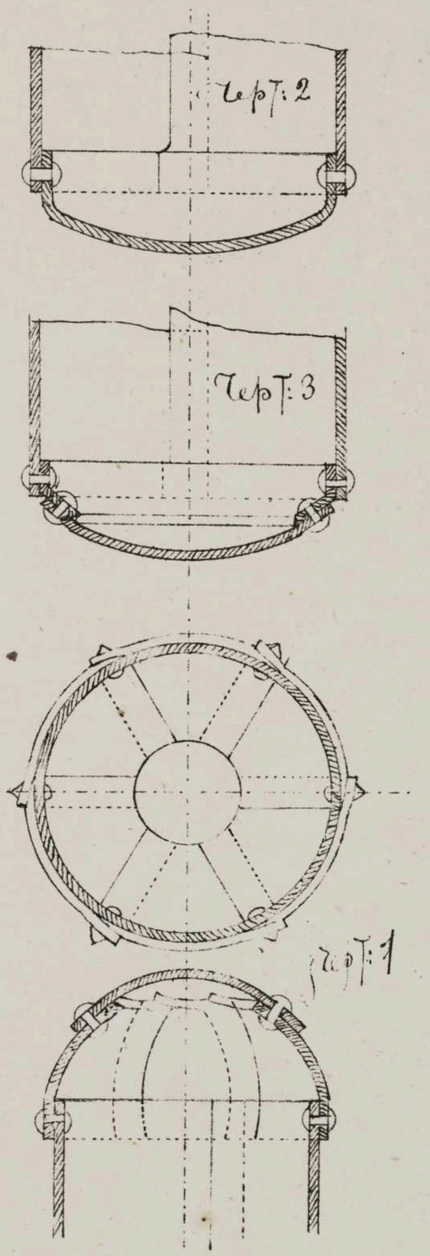




Черт. 5.

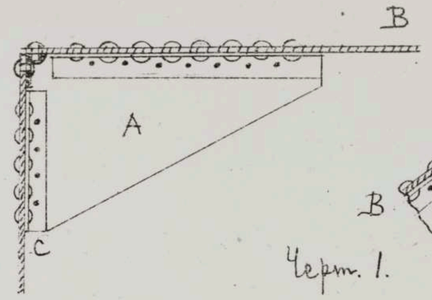




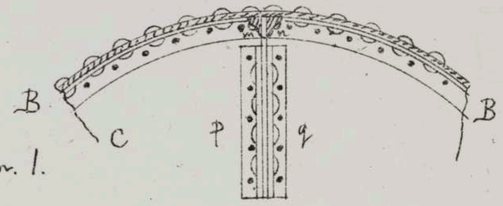


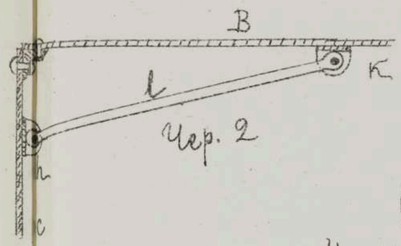
Детали машин.

Листъ 17

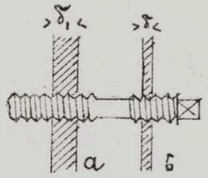


Черт. 1.

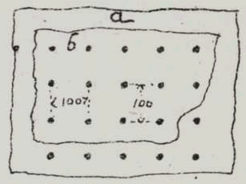




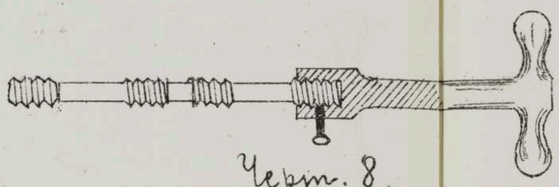
Чер. 2



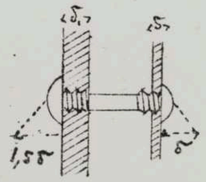
Чер. 3.

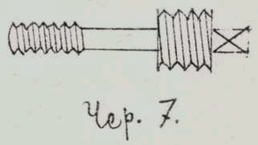


Чер. 5.



Черт. 8.

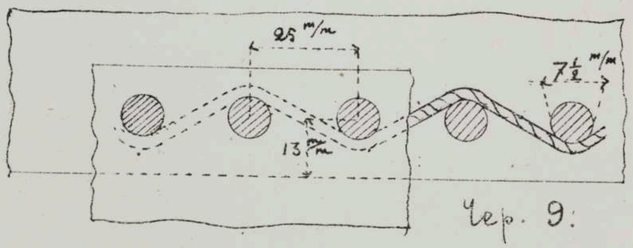




Чер. 7.

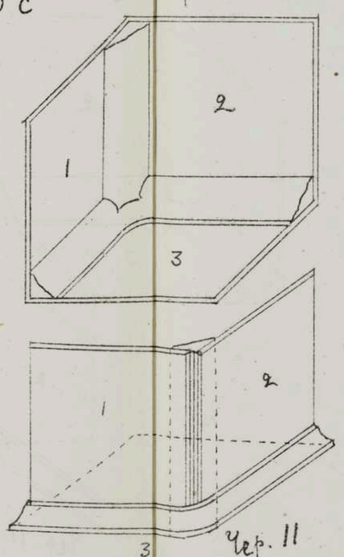
Чер. 6.

$t_0 = -20°$ до $30°$ C.
$t_1 = 150°$ до $170°$ C
$t_2 \geqq 1000°$ C.



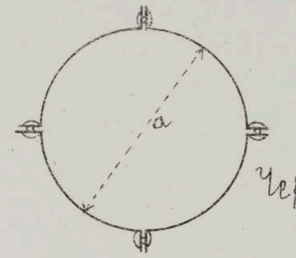
Чер. 9.

Чер. 10.



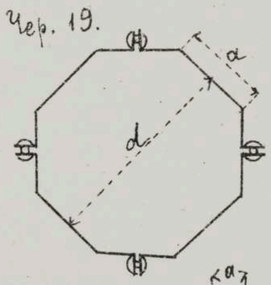
Чер. 11

Чер. 12

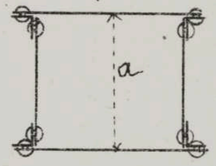


Черт. 13.

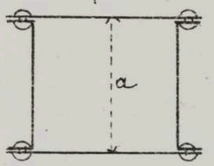
Чер. 19.

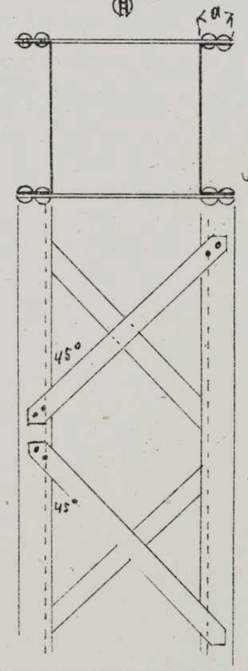


Чер. 15



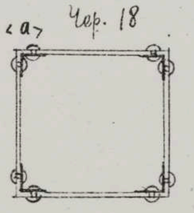
Чер. 16.



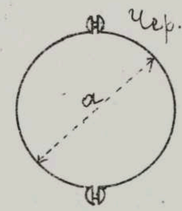


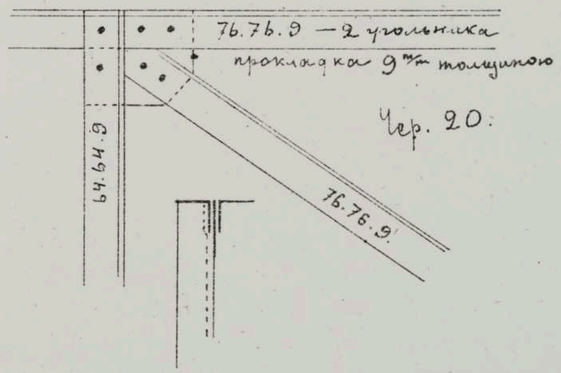
Чер. 17.

Чер. 18

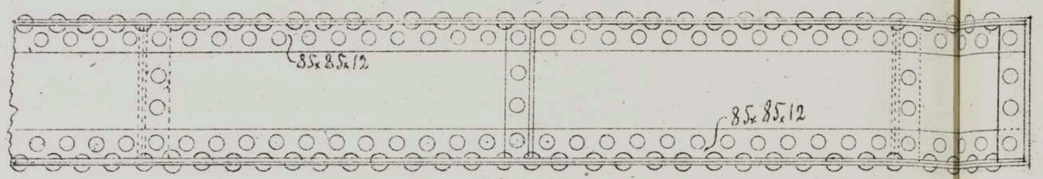


Чер. 14.



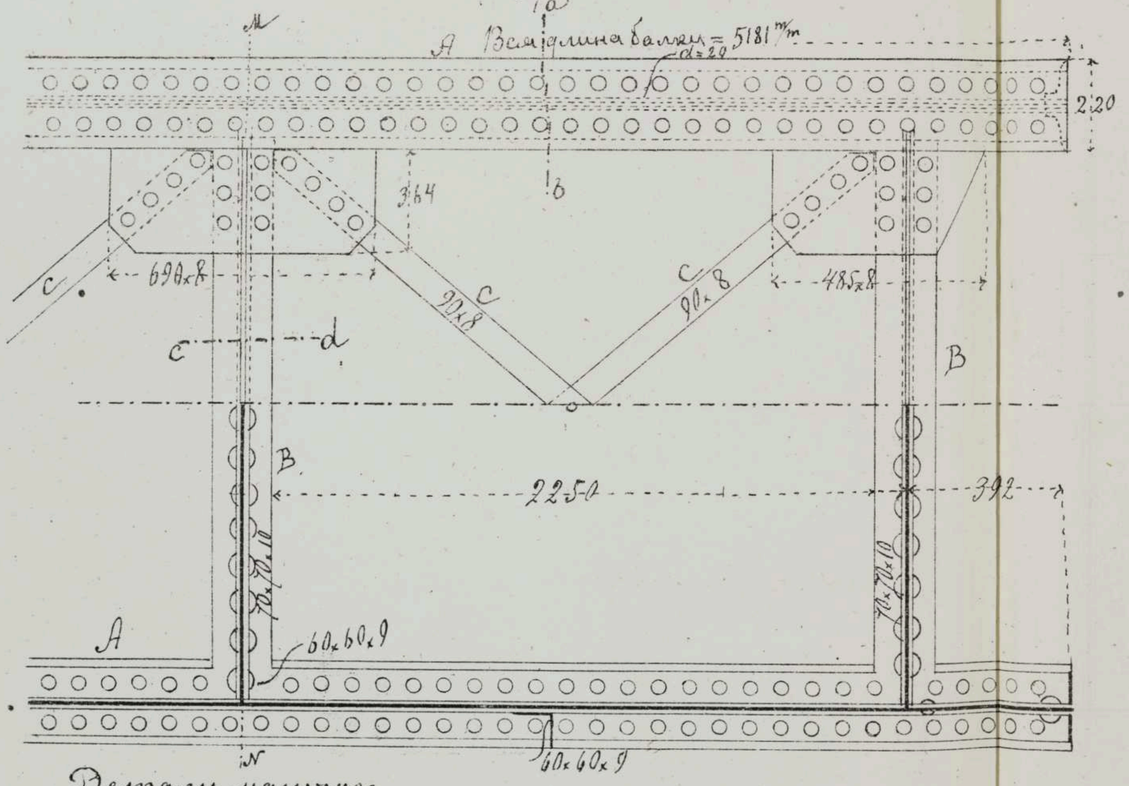


Чер. 20.

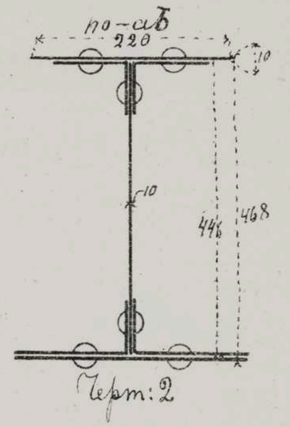


Черт: 4

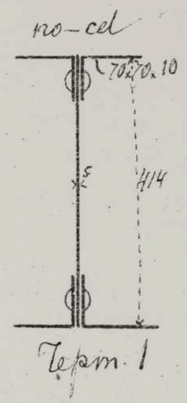
Черт: 5



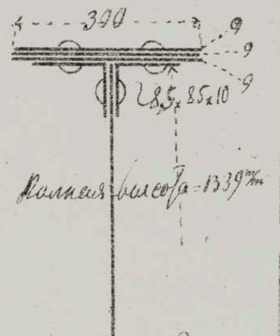
Детали клапан



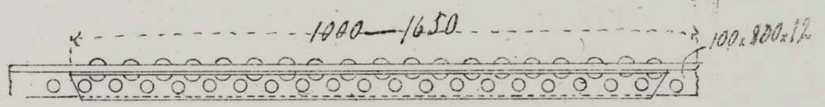
Черт: 2



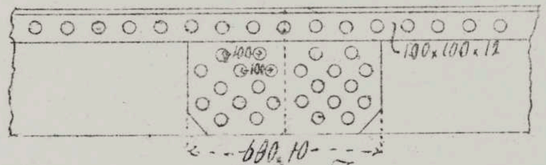
Черт. 1



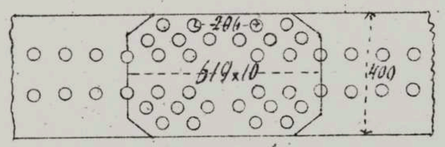
Черт. 3



Черт. 8

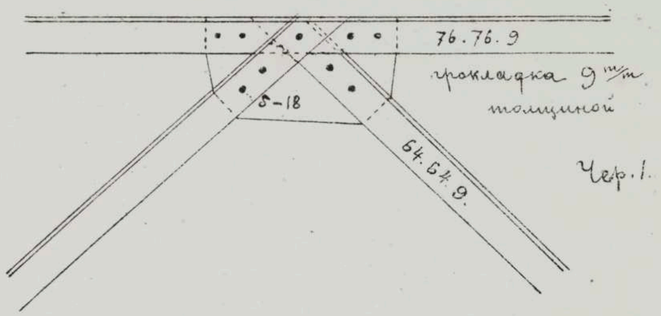


Черт: 7

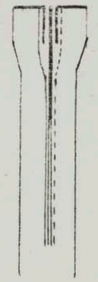


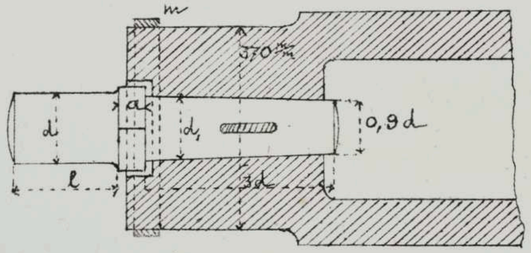
Черт: 6

Лист № 19

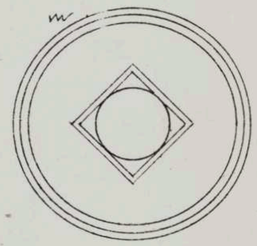


Черт. 1.

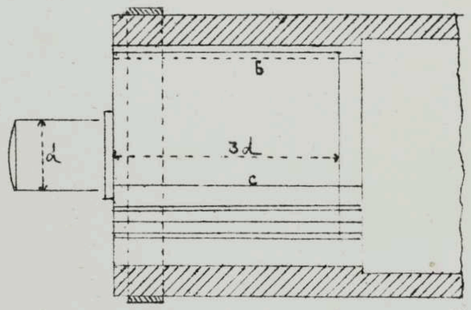


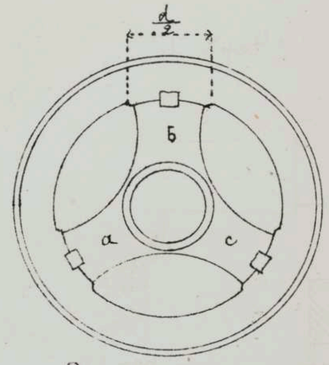


$d = 150^{m/m}$ | $a = 95$
$l = 240^{m/m}$ | $d_1 = 200$



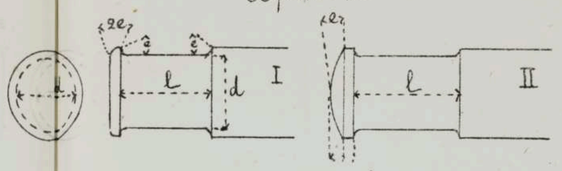
Черт. 8.

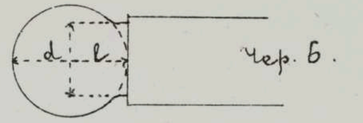




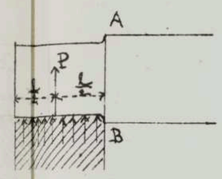
Черт. 9.

Черт. 2

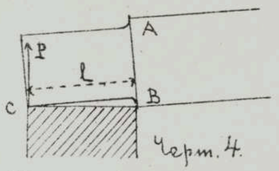




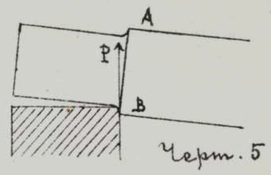
Черт. 6.



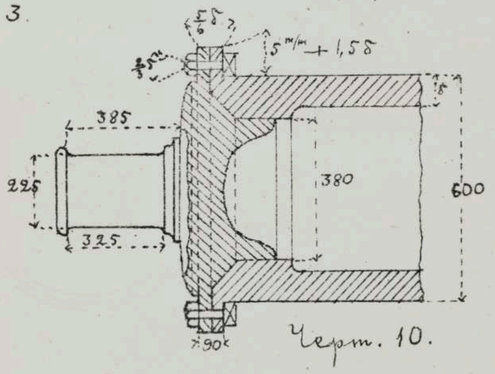
Черт. 3.



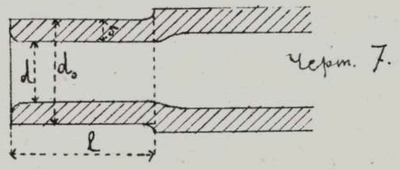
Черт. 4.



Черт. 5.

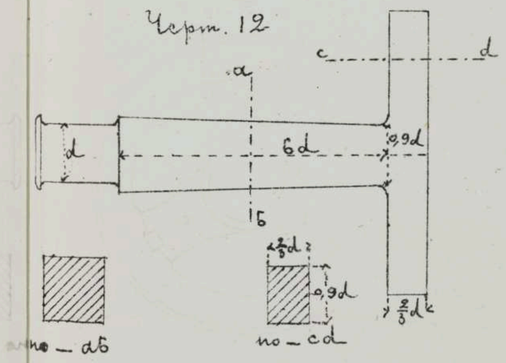


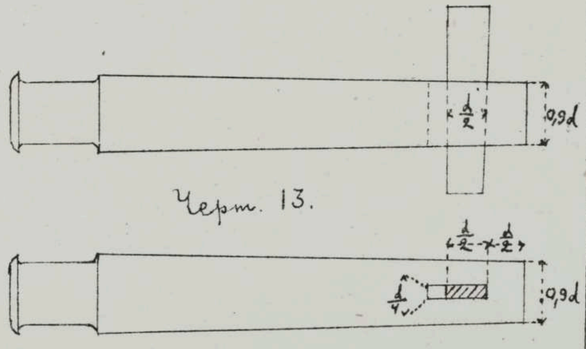
Черт. 10.



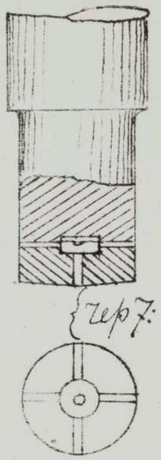
Черт. 7.

Черт. 12

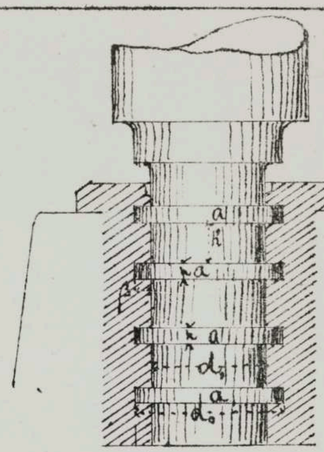




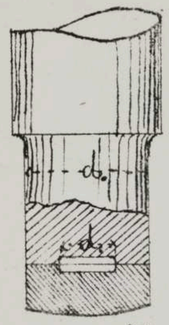
Черт. 4



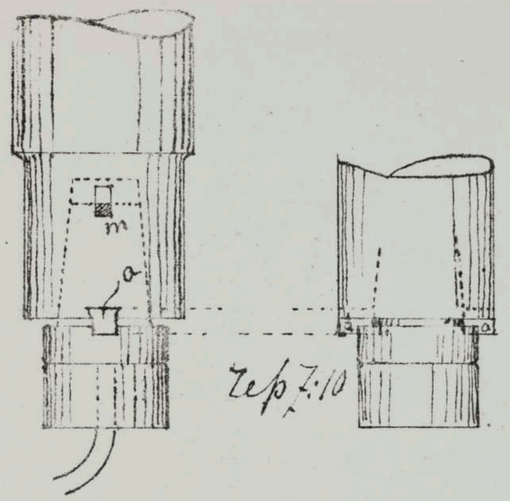
Черт. 5



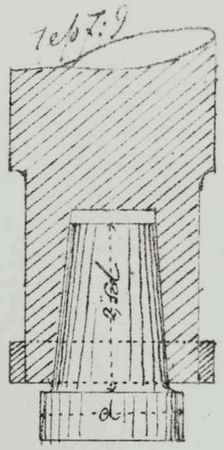
Черт. 6



Черт. 7

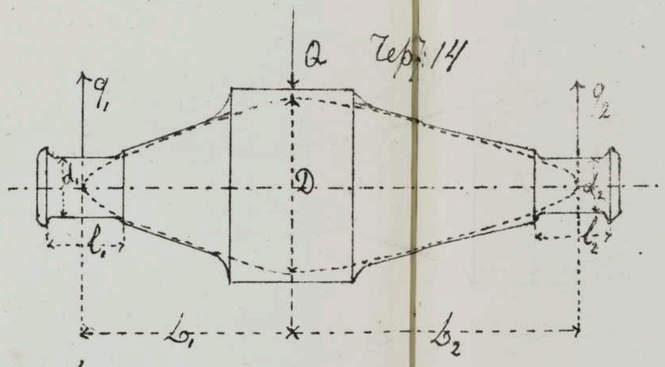


Черт. 10

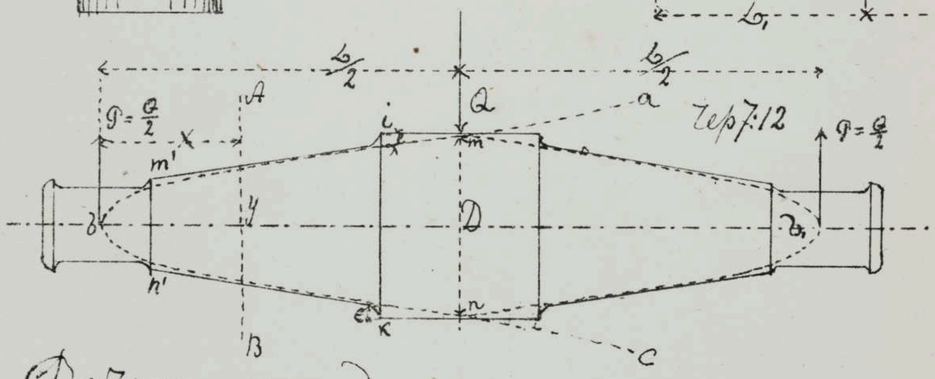


Черт. 9

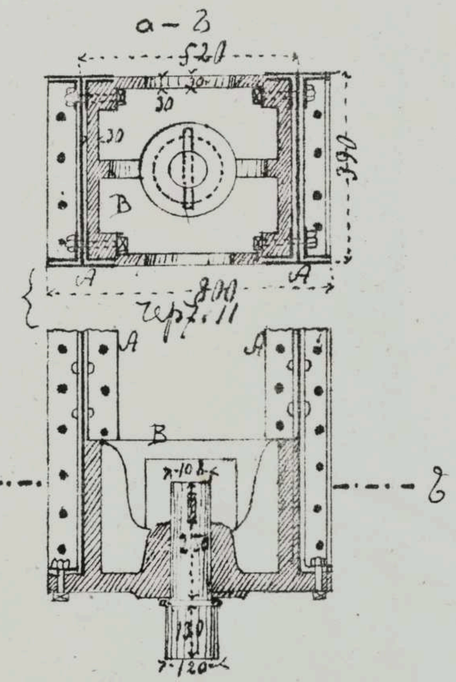
Черт. 13



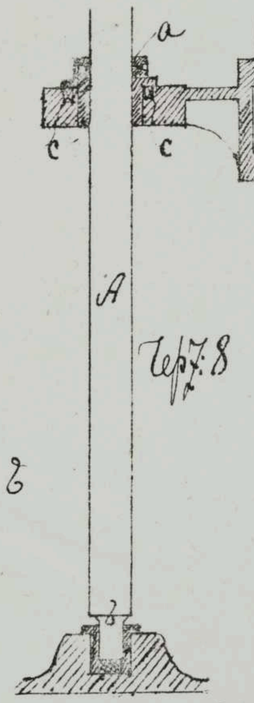
Черт. 14



Черт. 12



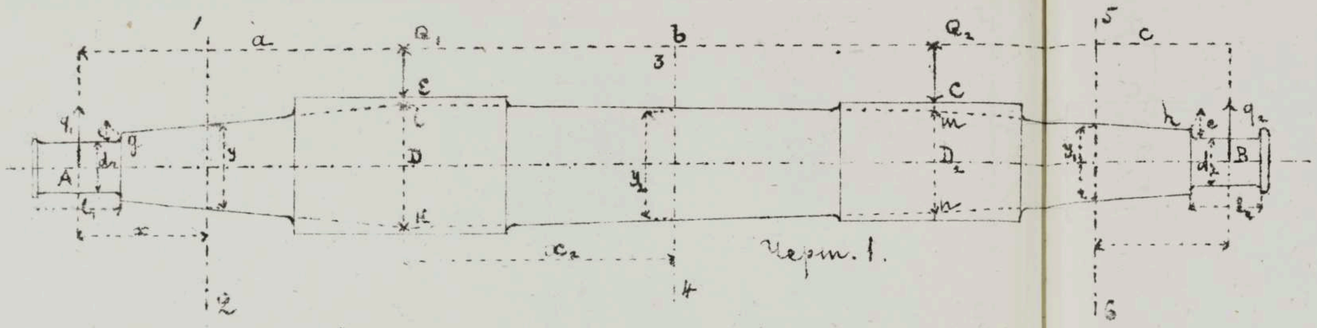
Черт. 11



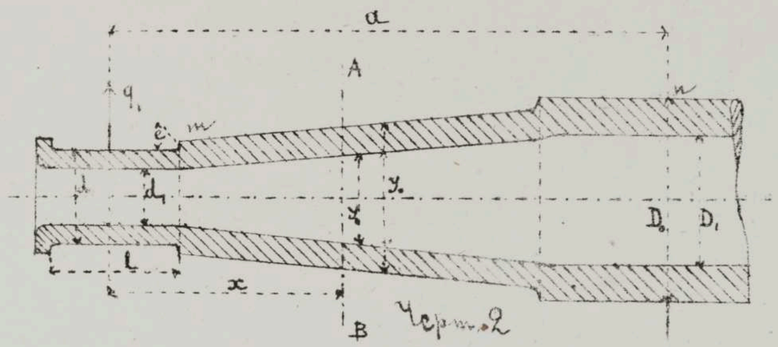
Черт. 8

Детали машины

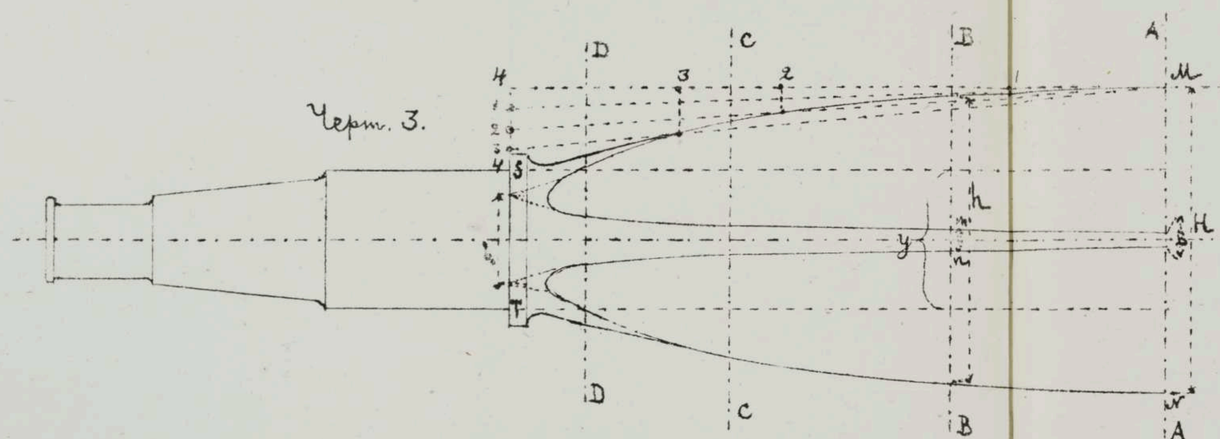
Листъ 21



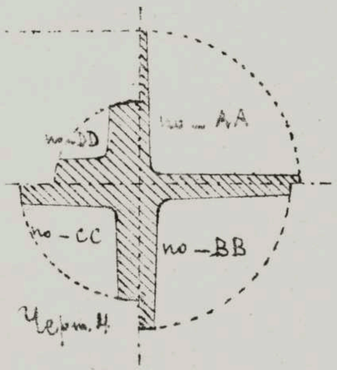
Черт. 1.



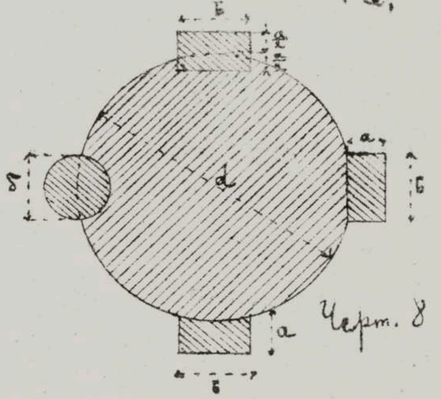
Черт. 2



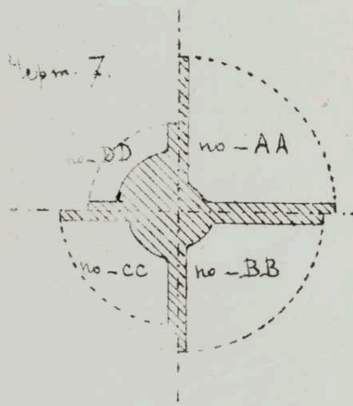
Черт. 3.



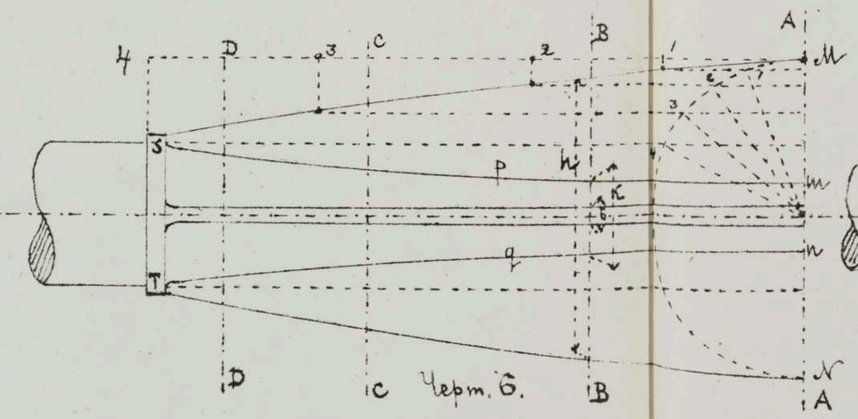
Черт. 4



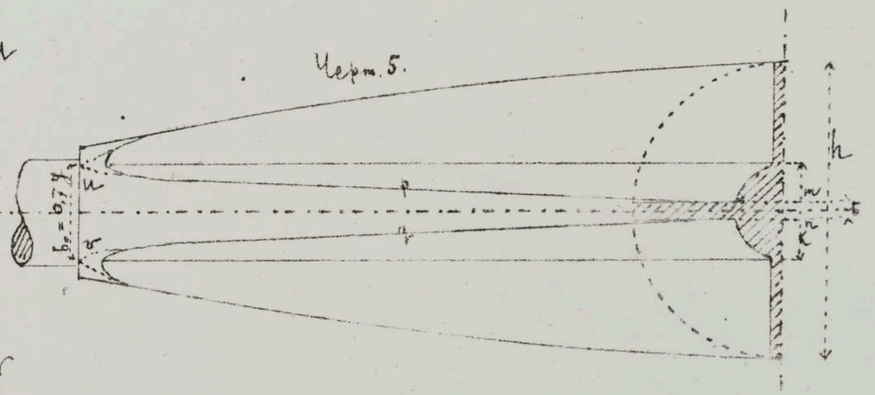
Черт. 8



Черт. 7.



Черт. 6.

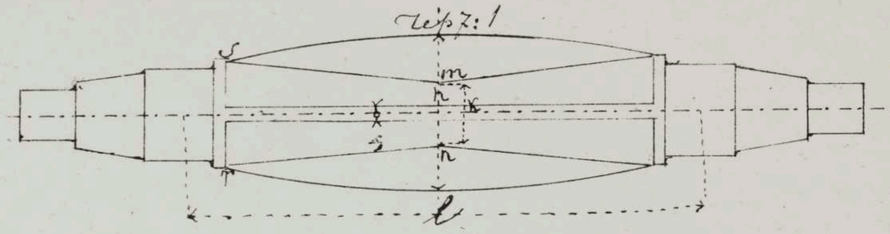


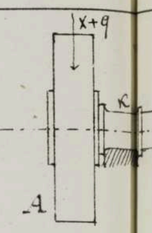
Черт. 5.

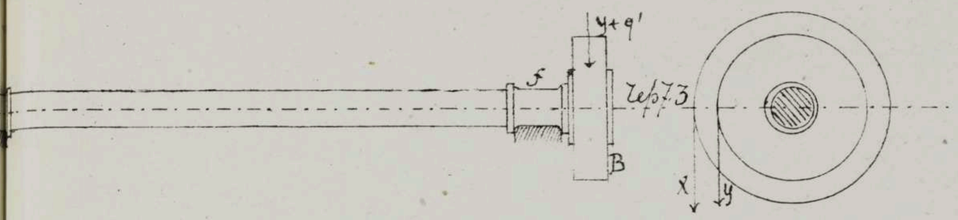
Построение машинъ

Листъ 22

Чер 7: 1

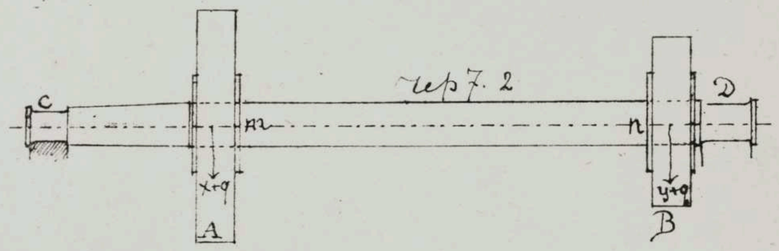


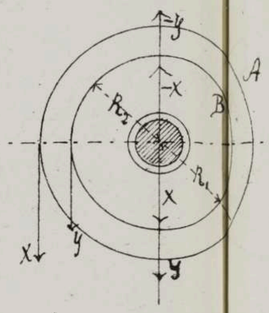


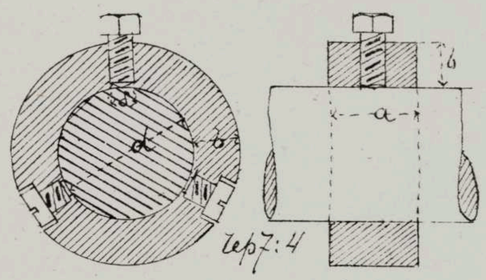


Чер 7: 3

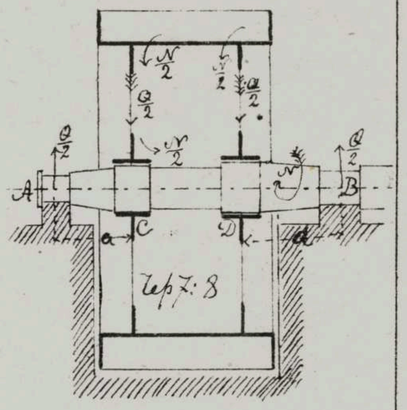
Чер 7. 2





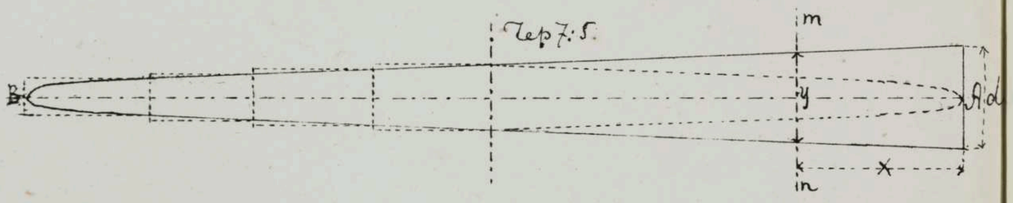


Чер 7: 4

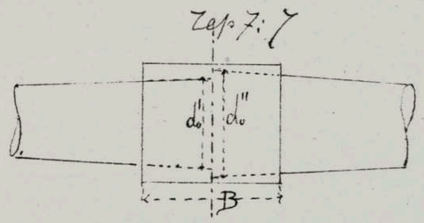


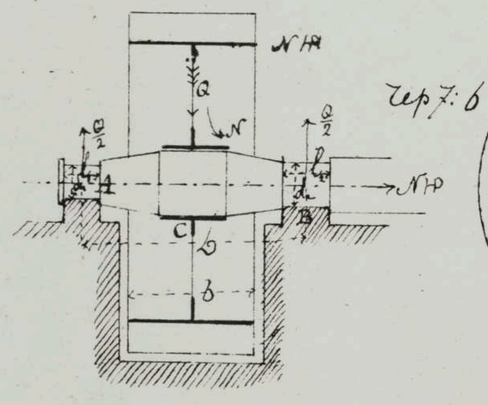
Чер 7: 8

Чер 7: 5

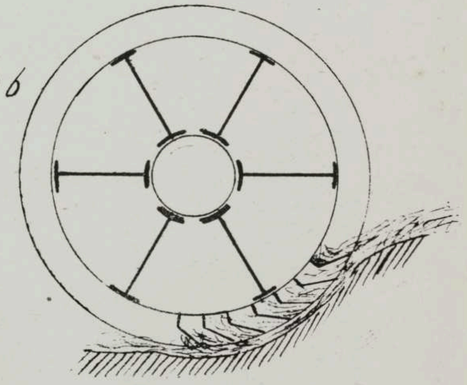


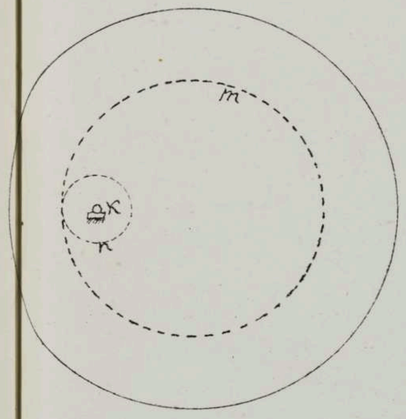
Чер 7: 7

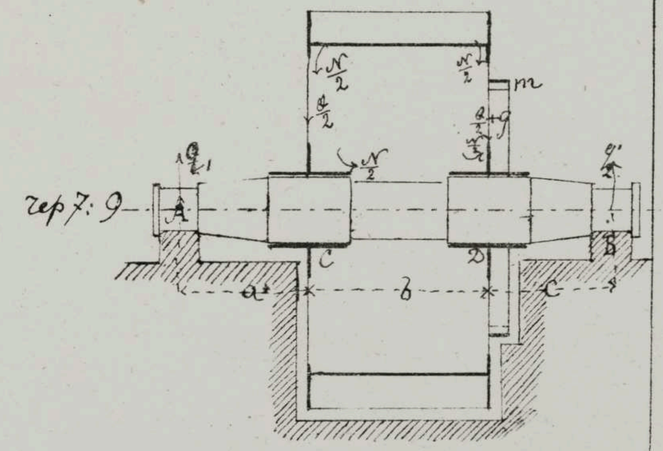




Чер 7: 6





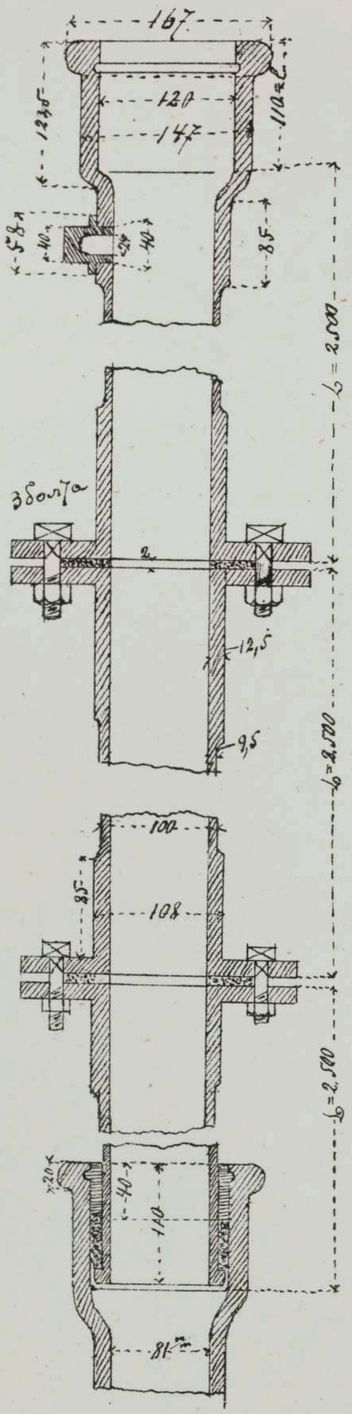


Чер 7: 9

Деталі машинъ

Листъ 23.

Соединение труб



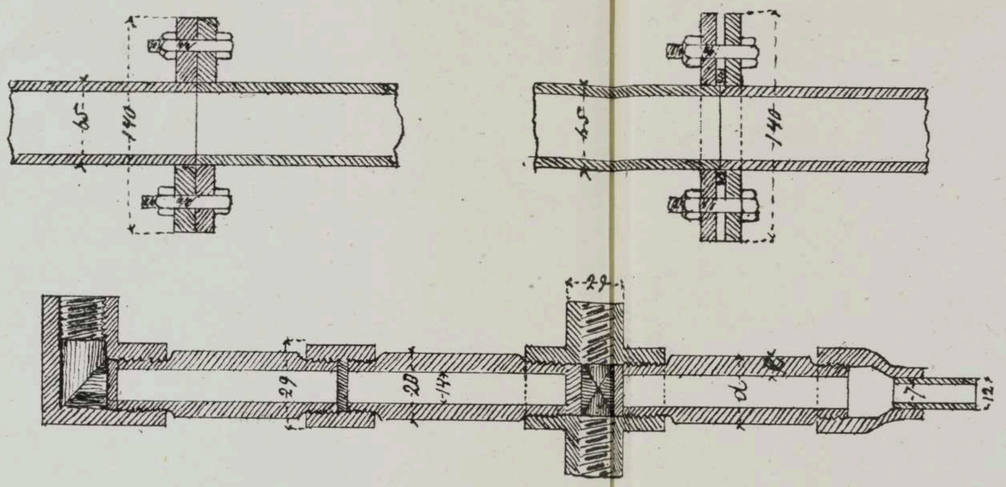


Таблица размеров чугунных труб.

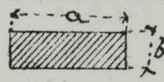
Внутренний диаметр трубы в mtr.	0,040	0,054	0,060	0,067	0,081	0,100	0,108	0,120	0,135	0,150	0,162	0,190	0,200	0,216	0,250	0,300	0,325	0,350	0,400	0,450	0,500	0,600	0,810	0,850	1,000	m 1,100
Полезная длина трубы l в mtr.	1,50	2,00	2,00	2,00	2,50	2,60	2,50	2,50	2,50	2,60	2,50	2,50	2,60	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	4,00	3,00	4,00	4,00
Длина раструба l. в m/m	60	90	90	90	110	110	110	110	110	100	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	130	110	110
Толщина стенки трубы δ в m/m	7	8	9	9	9,5	10	10	10	10	10,5	11,5	11	11	11,5	12	13,5	13,5	14	14,5	15,5	16	18	20	22	22	25
Наружный диаметр фланца в m/m	160	174	180	190	224	250	253	265	280	306	317	347	358	377	411	474	499	528	582	634	682	786	990	1014	1194	—
Толщина фланца в m/m	14	14	15	15	16,5	17	17	17	17	17	17,5	18	18	18,5	20	21	21,5	21,5	22,5	23	24	26	30	37	—	—
Число болтов на фланце	3	3	3	3	3	4	4	5	5	6	6	6	6	6	6	8	8	9	10	12	12	14	16	18	18	18

Таблица размеров мельных труб.

d в m.m	e в m.m	d	e	d	e	Диаметры чугунных труб.
40	2	70	2½	100	3¼	3 m/m 6
45	2	75	2½	105	3¼	9 12
50	2	80	2¾	110	3¼	15 20
55	2	85	2¾	120	3¾	25 30
60	2¼	90	3	"	"	35 40
65	2¼	95	3	"	"	50

Детали машины

Таблица поперечных размеров и веса прокатного полосового железа.



Ширина сечения – a м/м, толщина – b м/м, q – вес в кгр. погонного м/к такого железа.

в м/м: a × b	в кгр. q	a × b	q	a × b	q	a × b	q	a × b	q	a × b	q
10 × 3	0,233	22×3	0,513	32×3	0,747	40×5	1,556	48×24	8,963	70×22	11,981
10 × 4	0,311	22×4	0,685	" 4	0,996	" 6	1,867	50×18	7,002	" 24	13,070
10 × 5	0,389	22×5	0,856	" 5	1,245	" 7	2,178	" 20	7,780	75×6	3,501
10 × 6	0,467	22×6	1,027	" 6	1,494	" 8	2,490	" 22	8,558	" 8	4,668
10 × 7	0,545	22×7	1,198	" 7	1,743	" 9	2,801	" 24	9,336	" 10	5,835
12 × 3	0,280	22×8	1,369	" 8	1,992	" 10	3,112	" 27	10,503	" 12	7,002
12 × 4	0,373	22×9	1,540	" 9	2,241	" 12	3,734	54×5	2,101	" 14	8,168
12 × 5	0,467	22×10	1,712	" 10	2,490	" 14	4,357	" 6	2,521	" 16	9,336
12 × 6	0,560	22×12	2,054	" 12	2,988	" 16	4,979	" 7	2,941	" 18	10,503
12 × 7	0,654	22×14	2,396	" 14	3,485	" 18	5,602	" 8	3,361	" 20	11,670
12 × 8	0,747	24×3	0,560	" 15	3,734	" 20	6,224	" 9	3,781	" 22	12,837
12 × 9	0,840	24×4	0,747	" 16	3,983	" 22	6,846	" 10	4,201	" 24	14,004
14 × 3	0,327	24×5	0,934	" 18	4,481	42×4	1,307	" 12	5,041	80×8	4,979
14 × 4	0,436	24×6	1,120	" 20	4,979	" 6	1,961	" 14	5,882	" 10	6,224
14 × 5	0,545	24×7	1,307	34×5	1,323	" 8	2,614	" 16	6,722	" 12	7,469
14 × 6	0,654	24×8	1,494	" 6	1,587	" 10	3,268	" 18	7,562	" 14	8,714
14 × 7	0,762	24×9	1,680	" 7	1,852	" 12	3,921	" 20	8,402	" 16	9,958
14 × 8	0,871	24×10	1,867	" 8	2,116	" 16	5,228	" 22	9,243	" 18	11,203
14 × 9	0,980	24×12	2,241	" 9	2,381	" 18	5,882	" 24	10,083	" 20	12,448
14 × 10	1,089	24×14	2,614	" 10	2,645	" 20	6,535	60×5	2,334	" 22	13,693
16 × 3	0,373	24×16	2,988	" 12	3,174	" 22	7,189	" 6	2,801	" 24	14,938
16 × 4	0,498	26×5	1,011	" 14	3,703	44×3	1,027	" 7	3,268	" 33	20,539
16 × 5	0,622	26×6	1,214	" 15	3,968	" 4	1,369	" 8	3,734	" 36	22,406
16 × 6	0,747	26×7	1,416	" 16	4,232	" 5	1,712	" 9	4,201	85×8	5,292
16 × 7	0,871	26×8	1,618	" 18	4,761	" 6	2,054	" 10	4,668	" 10	6,613
16 × 8	0,996	26×9	1,821	" 20	5,290	" 7	2,396	" 12	5,602	" 12	7,936
16 × 9	1,120	26×10	2,023	36×3	0,840	" 8	2,739	" 14	6,535	" 14	9,259
16 × 10	1,245	26×12	2,427	" 4	1,120	" 9	3,081	" 16	7,469	" 16	10,580
16 × 11	1,369	26×14	2,832	" 5	1,400	" 10	3,423	" 18	8,402	" 18	11,903
16 × 12	1,494	26×15	3,236	" 6	1,680	" 12	4,108	" 20	9,336	" 20	13,225
18 × 3	0,420	28×3	0,654	" 7	1,961	" 14	4,792	" 22	10,270	" 22	14,549
18 × 4	0,560	" 4	0,871	" 8	2,241	" 16	5,477	" 24	11,203	" 24	15,872
18 × 5	0,700	" 5	1,089	" 9	2,521	" 18	6,162	" 30	14,004	90×8	5,602
18 × 6	0,840	" 6	1,307	" 10	2,801	" 20	6,846	65×30	15,171	" 10	7,002
18 × 7	0,980	" 7	1,525	" 12	3,361	" 22	7,531	66×6	3,081	" 12	8,402
18 × 8	1,120	" 8	1,743	" 14	3,921	45×16	5,602	" 8	4,108	" 14	9,803
18 × 9	1,260	" 9	1,961	" 16	4,481	" 18	6,302	" 10	5,135	" 16	11,203
18 × 10	1,400	" 10	2,172	" 18	5,041	" 20	7,002	" 12	6,162	" 18	12,604
18 × 11	1,540	" 12	2,614	" 20	5,602	" 22	7,702	" 14	7,189	" 20	14,004
18 × 12	1,680	" 14	3,050	" 22	6,162	" 24	8,402	" 15	7,702	" 22	15,404
18 × 14	1,961	" 16	3,485	38×5	1,478	48×4	1,494	" 16	8,216	" 24	16,805
20 × 3	0,467	30×3	0,700	" 6	1,774	" 5	1,867	" 18	9,243	" 35	24,507
20 × 4	0,622	" 4	0,934	" 7	2,069	" 6	2,241	" 20	10,271	95×8	5,913
20 × 5	0,778	" 5	1,167	" 8	2,365	" 7	2,614	" 22	11,297	" 10	7,391
20 × 6	0,934	" 6	1,400	" 9	2,661	" 8	2,988	" 24	12,324	" 12	8,869
20 × 7	1,089	" 7	1,634	" 10	2,956	" 9	3,361	70×6	3,268	" 14	10,348
20 × 8	1,245	" 8	1,867	" 12	3,548	" 10	3,734	" 8	4,357	" 16	11,825
20 × 9	1,400	" 9	2,101	" 14	4,139	" 12	4,481	" 10	5,446	" 18	13,304
20 × 10	1,556	" 10	2,334	" 16	4,730	" 14	5,228	" 12	6,535	" 20	14,782
20 × 11	1,712	" 12	2,801	" 18	5,322	" 16	5,975	" 14	7,624	" 22	16,260
20 × 12	1,867	" 14	3,268	" 20	5,913	" 18	6,722	" 16	8,714	" 24	17,739
20 × 14	2,178	" 16	3,734	40×3	0,934	" 20	7,469	" 18	9,803	" 26	19,216
55 × 27	11,533	" 18	4,201	" 4	1,245	" 22	8,216	" 20	10,892	100×8	6,224
100 × 10	7,780	100×14	10,892	100×18	14,004	100×22	17,116	100×26	20,228	"	"
100 × 12	9,336	100×16	12,448	100×20	15,560	100×24	18,672	100×36	28,008	"	"

I Таблица размеров и веса прокатного квадратного железа — — a – сторона квадрата въ $\frac{m}{m}$, q – вѣсъ погоннаго mtr. желѣза въ кдр.

въ mtr a	въ кдр. q	a	q	a	q	a	q	a	q	a	q
6	0,280	12	1,120	18	2,521	24	4,481	33	8.472	45	15,754
7	0381	13	1,315	19	2,809	26	5,259	36	10,083	48	17,952
8	0,498	14	1,525	20	3,112	27	5,672	39	11,833	54	22,686
9	0,630	15	1,750	21	3,431	28	6,100	40	12,448	60	28,008
10	0,778	16	1,992	22	3766	30	7,002	42	13,724	66	33,890
11	0,941	17	2,248	75	43,762	32	7,967	44	15,062	72	40,332

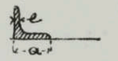
II Таблица размеровъ и вѣса круглаго прокатнаго желѣза
d – діаметръ сѣченія въ $\frac{m}{m}$, q – вѣсъ погоннаго метра желѣза въ кдр.

d $\frac{m}{m}$	q кдр.	d	q	d	q	d	q	d	q	d	q
4	0,098	12	0,879	20	2,443	32	6,254	48	14,071	85	44,125
5	0,153	13	1,032	21	2,693	34	7,060	50	15,268	90	49,469
6	0,220	14	1,197	22	2,956	36	7,915	54	17,809	95	55,118
7	0,299	15	1,374	23	3,231	38	8,219	60	21,986	100	61,073
8	0,391	16	1,563	24	3,518	40	9,772	65	25,803	105	67,450
9	0,495	17	1,765	26	4,129	42	10,773	70	29,926	110	74,030
10	0,611	18	1,975	28	4,788	44	11,824	75	34,354	115	80,910
11	0,730	19	2,205	30	5,497	46	12,923	80	39,087	120	88,100

III Таблица размеровъ и вѣса полукруглаго прокатнаго желѣза
a – хорда сѣченія, b – стрѣлка, q – вѣсъ погоннаго метра.

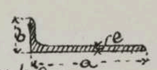
$\frac{m}{m}$ a x b	кдр q	a x b	q	a x b	q	a x b	q	a x b	q	a x b	q
14 x 6	0,500	25 x 6	0,875	30 x 12	2,400	35 x 12	2,500	40 x 16	4,000	48 x 9	2,500
15 x 7	0,666	25 x 9	1,333	30 x 14	2,500	35 x 14	3,000	40 x 20	5,000	48 x 12	3,333
16 x 8	0,800	25 x 13	2,125	30 x 20	4,000	37 x 8	1,666	42 x 10	2,500	50 x 12	3,750
18 x 7	0,750	27 x 8	1,300	32 x 8	1,400	37 x 9	1,875	43 x 8	1,900	50 x 14	4,000
18 x 9	1,050	27 x 13	2,300	32 x 10	1,875	37 x 12	2,666	45 x 7	1,666	50 x 18	5,125
18 x 10	1,125	27 x 14	2,400	32 x 11	2,000	38 x 14	3,333	45 x 9	2,250	52 x 10	2,750
20 x 10	1,250	30 x 5	0,800	32 x 13	2,500	40 x 7	1,500	45 x 11	2,825	52 x 12	3,333
22 x 6	0,666	30 x 6	1,000	32 x 16	3,250	40 x 10	2,250	45 x 13	3,500	52 x 14	3,500
22 x 9	1,250	30 x 8	1,333	35 x 8	1,600	40 x 12	2,750	45 x 15	4,666	55 x 10	3,000
22 x 11	1,500	30 x 10	1,750	35 x 10	2,000	40 x 14	3,500	45 x 18	5,000	55 x 12	3,666
										55 x 14	4,250
										55 x 20	6,333

VI Таблица размеровъ и вѣса углового равносторонняго прокатнаго желѣза. Сторона угольника – a $\frac{m}{m}$, толщина ея – e, q – вѣсъ погоннаго метра.



$\frac{m}{m}$ a x a x e	кдр. q	a x a x e	q	a x a x e	q	a x a x e	q	a x a x e	q	a x a x e	q
14 x 14 x 2	0,433	30 x 30 x 4½	2,000	65 x 65 x 8½	8,000	120 x 120 x 11	19,666	45 x 45 x 7½	4,900	90 x 90 x 13½	17,750
16 x 16 x 2½	0,600	35 x 35 x 4½	2,333	70 x 70 x 9	9,250	160 x 160 x 13	31,000	50 x 50 x 8	5,750	100 x 100 x 14	20,500
18 x 18 x 3	0,800	40 x 40 x 5	2,900	75 x 75 x 9½	10,250	27 x 27 x 6	2,300	55 x 55 x 9	7,250	120 x 120 x 14	24,500
20 x 20 x 3½	1,000	45 x 45 x 5½	3,500	80 x 80 x 9	11,000	30 x 30 x 6	2,600	70 x 70 x 10	10,250	160 x 160 x 16	37,750
23 x 23 x 3½	1,200	50 x 50 x 6	4,300	85 x 85 x 10½	13,000	35 x 35 x 6	3,100	80 x 80 x 12	12,300	"	"
25 x 25 x 4	1,450	55 x 55 x 7	5,750	90 x 90 x 10½	13,500	40 x 40 x 6½	3,750	85 x 85 x 12	14,800	"	"
27 x 27 x 4	1,600	60 x 60 x 8	7,000	100 x 100 x 11	16,500	40 x 40 x 12	6,500	85 x 85 x 13½	16,250	"	"

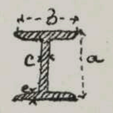
31 Таблица размеров и веса углового неравносторонняго прокатнаго железа



a и b-стороны угольника въ $^m/_m$ c-толщина ихъ, и q-вѣсъ погоннаго метра.

$^m/_m$ a×b×c	кдг. q	a×b×c	q	a×b×c	q	a×b×c	q	a×b×c	q	a×b×c	q
20×13½×4	0,900	60×45×7	5,300	32×20×5	1,850	80×50×9½	10,250	100×55×9⅛	11,250	180×80×16½	31,666
25×16×4½	1,300	60×50×7	5,666	34×26½×5	2,180	80×60×8	8,333	100×70×10	12,500	130×90×14	23,500
26×18×5	1,666	68×34×8½	6,500	35×19½×4½	1,750	85×45×7½	7,250	100×80×8½	11,800	150×90×13	23,000
30×17×6	2,000	70×47×9½	7,950	45×20×5	2,350	90×70×10	11,500	115×60×78	8,666	160×170×14	28,250
32×20×8	2,750	70×60×9½	8,250	50×35×5	3,150	100×55×7½	16,000	115×80×6	9,500	170×100×13	26,600
34×26½×7	3,000	80×60×10	10,500	52×30×5½	3,300	100×70×13	15,000	120×80×12	17,500	180×80×13½	26,250
35×19½×6½	2,250	85×45×10	9,000	60×40×4½	3,500	100×80×11½	16,000	120×90×12½	19,500	160×140×14	31,250
45×20×7	2,800	90×70×12	14,000	60×45×5	3,900	115×60×8	11,250	125×80×9	14,333	250×90×15½	39,500
50×35×7	4,300	20×13×2½	0,625	60×50×5½	4,500	115×80×8	13,500	130×20×18	28,250	"	"
50×45×12	7,300	25×16×3	0,890	66×34×5½	4,250	120×80×15	2,500	150×90×16	28,500	"	"
52×30×7½	4,300	26×18×3½	1,202	70×47×7½	6,500	120×90×16½	25,000	160×110×18	35,300	"	"
60×40×6½	5,000	30×17×4	1,350	70×60×7½	7,250	125×80×12	12,000	170×100×16	31,666	"	"

32 Таблица размеров и веса двутаврового прокатнаго железа



a-высота сѣченія въ $^m/_m$, b-ширина, c-толщина вертикальной части, e-толщина горизонтальной части, q-вѣсъ погоннаго метра.

a×b×c×e	q	a×b×c×e	q	a×b×c×e	q	a×b×c×e	q
77×53×10×10	16,5	119×65×7¾×12	17,0	157×72×13×20	34,0	200×130×12×12	45,0
78×47×7×8	11,5	120×60×6½×10	15,0	158×65×9×16	26,0	202×120×16½×20	65,0
79×43×5×7	8,5	137×68×11×20	28,5	159×59×7×14	21,0	203×112×13×15	54,0
80×40×4×6	7,5	138×60×8×16	21,5	160×56×6×12	16,0	204×106×11×13	46,0
97×64×10×15	21,5	139×52×6×14	17,0	157×136×15×22	60,0	205×100×10×13	41,5
98×54×7×12	16,0	140×47×5×12	13,5	158×128×12×16	48,0	232×123×16½×18	68,0
99×48×5×10	11,0	137×101×15×22	40,0	159×123×11×15	40,0	233×112×13×15	52,0
100×43×4×8	8½	138×94×11×18	32,0	160×120×10×14	35,5	234×104×11×13	43,0
97×55×10×12	18,0	139×86×9×14	24,0	177×136×15×20	63,0	235×95×10×11	35,5
98×49×7½×10	14,0	140×80×8×12	21,5	178×137×12½×16	50,0	258×127×17×20	75,0
99×47×6×8	11,0	137×61×11×12	23,0	180×120×10×12	37,5	259×117×14×18	60,0
100×43×5×7	8½	138×55×8×9	19,0	177×117×16×20	52,0	260×107×12×15	47,0
117×85×10×18	25,0	139×51×6½×7	15,0	178×110×13×18	42,0	261×100×11×12	41,0
118×57×7×14	18½	140×47×5½×6	12,0	179×106×10½×15	35,5	259×138×14×17	62,0
119×49×5×12	14,0	157×63×13×14	28,5	180×100×9×15	32,5	260×130×12×15	51,0
120×45×4×12	11,0	158×56×9½×10	22,0	197×129×16×22	62,0	261×120×11×13	47,0
117×59×10×12	20,5	159×52×7½×8	18,0	198×122×13×18	50,0	298×148×15×20	80,0
118×53×7½×10	15,5	160×48×6½×7	14,5	199×146×11×16	40,0	299×138×13×20	64,0
119×48×6×8	12½	157×96×15×18	42,0	200×110×10×14	36,0	300×130×12×14	54,5
120×45×5×7	10,0	158×93×11×16	33,5	197×158×18½×20	67,0	179×127×11×15	43,0
117×78×13×16	30,0	159×86×9×16	27,0	198×144×15×16	59,5	"	"
118×72×10×14	22,0	160×80×8×15	23,0	199×138×13×12	50,0	"	"

33 Таблица газовой вилетовой резьбы

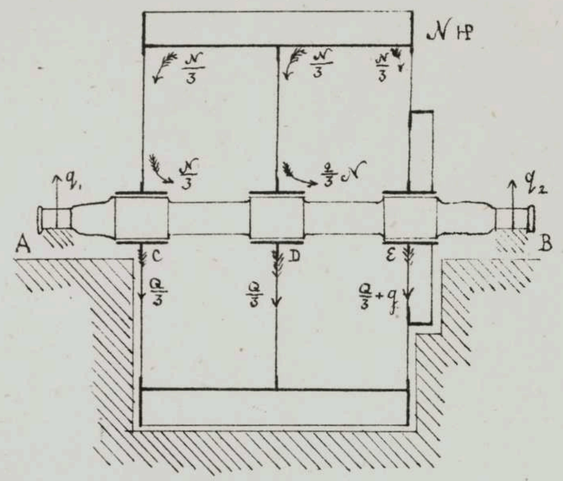
а) желѣзныя трубы

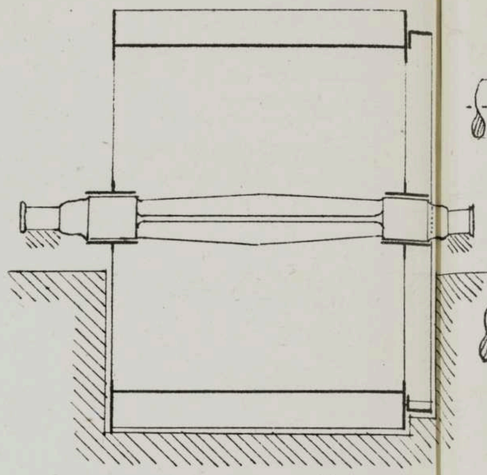
Внутренній діаметръ трубъ	$^1/_8$"	$^1/_4$	$^3/_8$	$^1/_2$	$^3/_4$	1	1¼	1½	1¾	2"
Внутренній діаметръ трубъ по резьбѣ	$^1/_8$"	$^3/_8$	$^1/_2$	$^{13}/_{16}$	1$^1/_{32}$	1$^5/_8$	1$^9/_{16}$	1$^{13}/_{16}$	1$^{31}/_{32}$	2$^3/_8$"
Число резьбъ на 1" длины	28	19	19	14	14	11	11	11	11	11

б) мѣдныя трубы

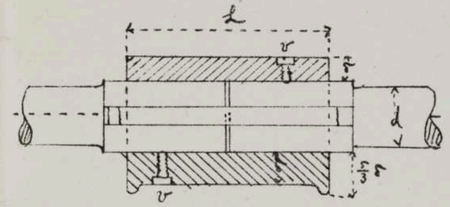
Внутренній діаметръ трубы	$^3/_8$	$^1/_2$	$^5/_8$	$^3/_4$
Число резьбъ на 1" длины	26	26	26	26

Черт. 1.

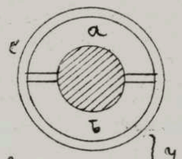




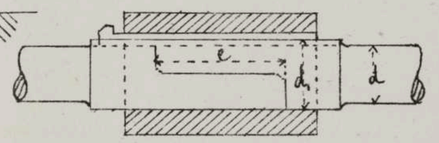
Черт. 2



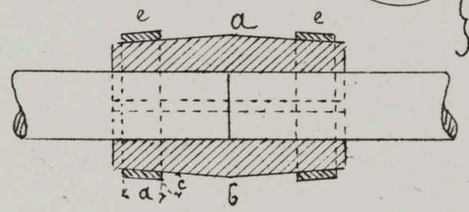
Черт. 3



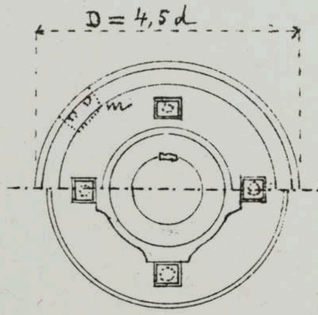
Черт. 8

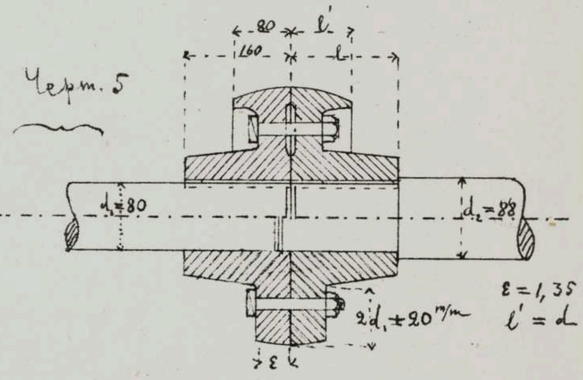


Черт. 4.

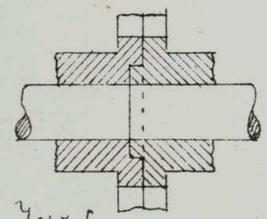


Черт. 8

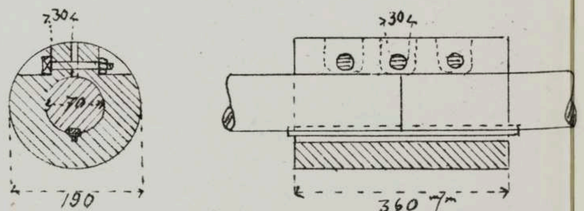




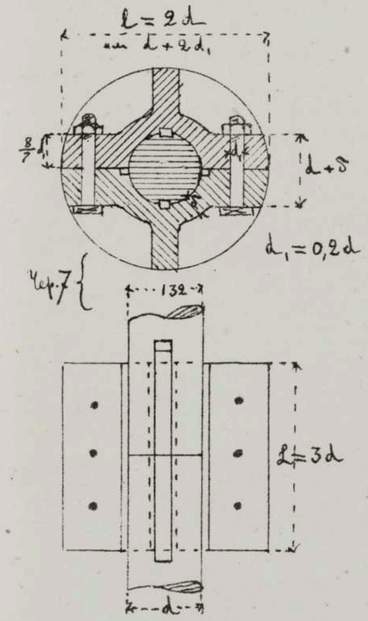
Черт. 5



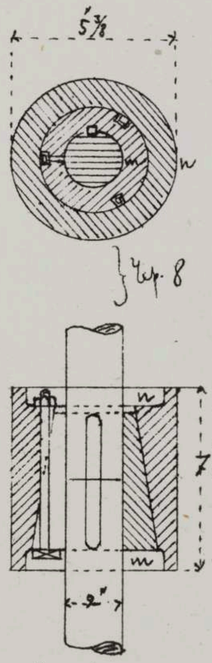
Черт. 6.



Черт. 10

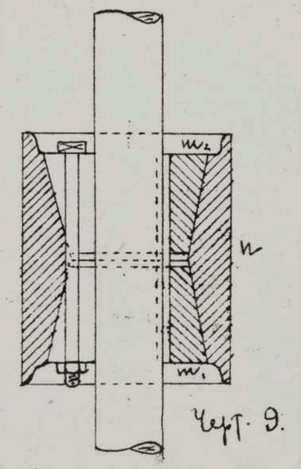


Черт. 7

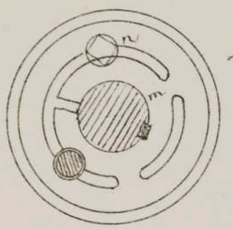


Черт. 8

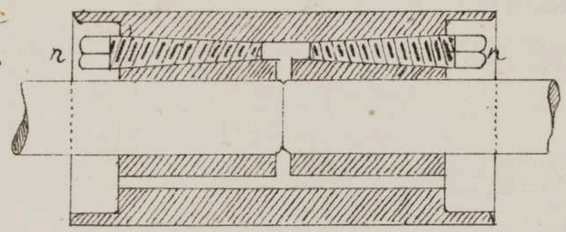
Sellers

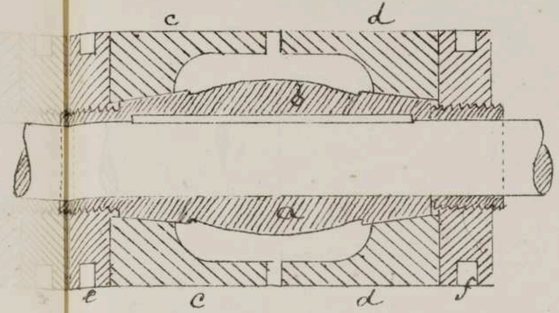


Черт. 9.

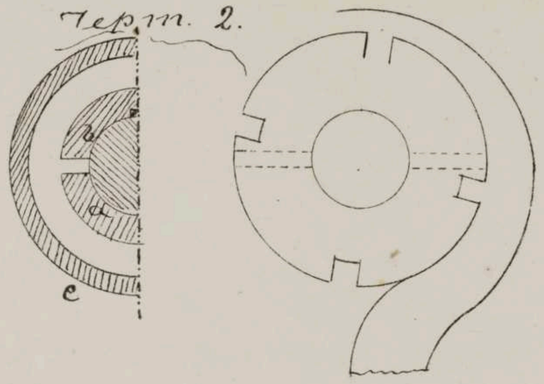


Черт. 1

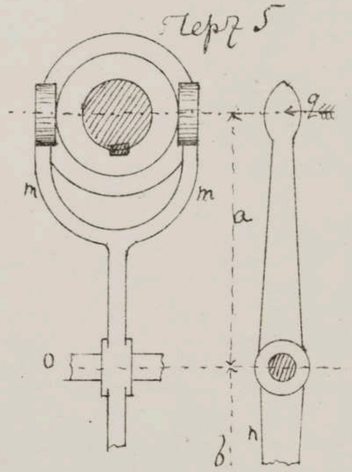




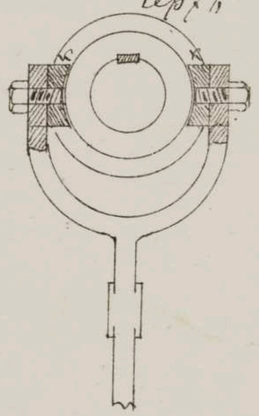
Черт. 2.



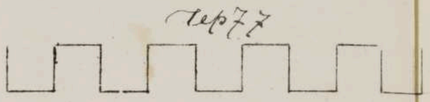
Черт 5



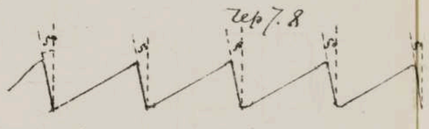
Черт 6



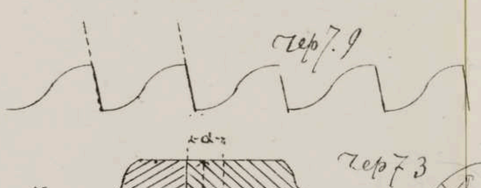
Черт 7



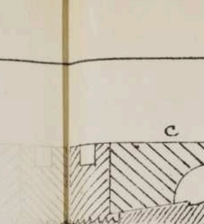
Черт 8

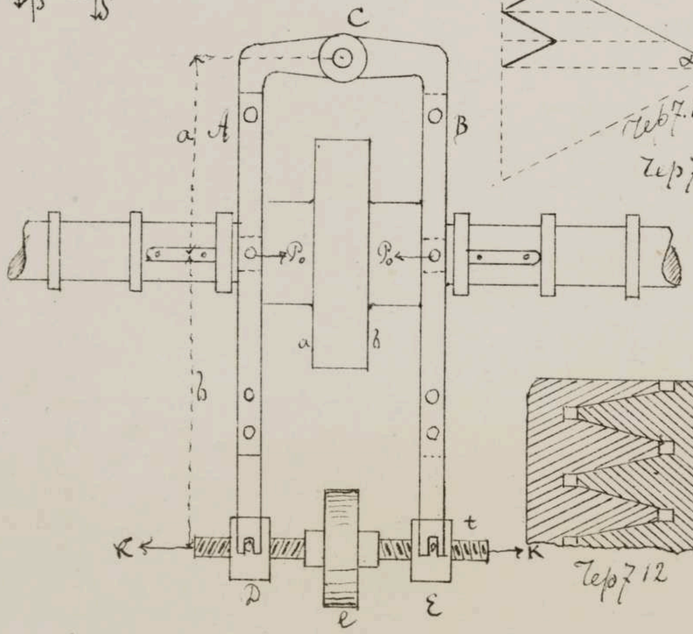


Черт 9

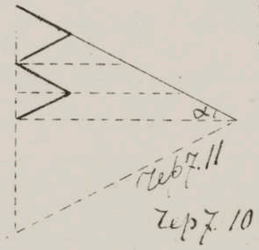


Черт 3

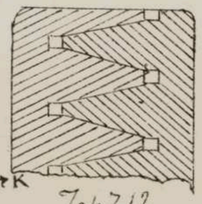




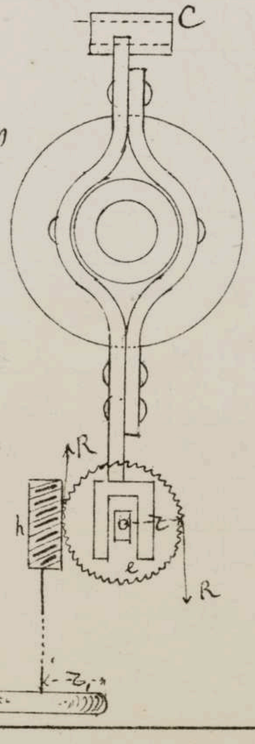
Черт 10



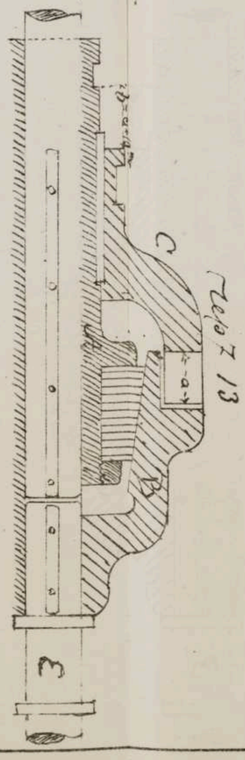
Черт 11



Черт 12



Черт 13



Черт. 4.

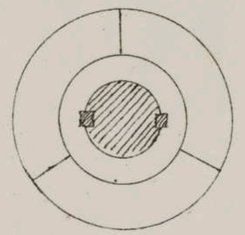
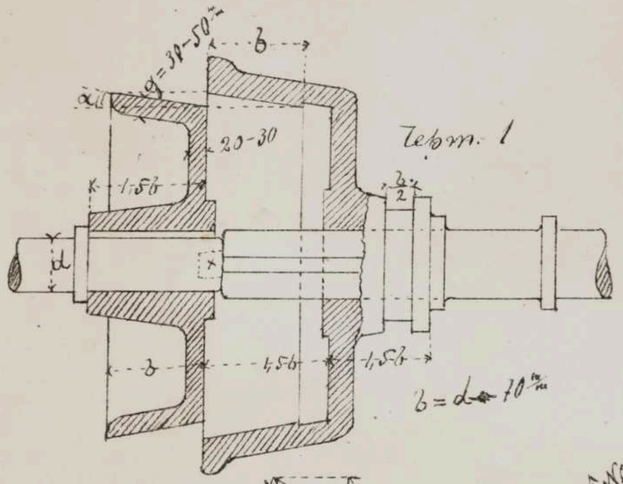
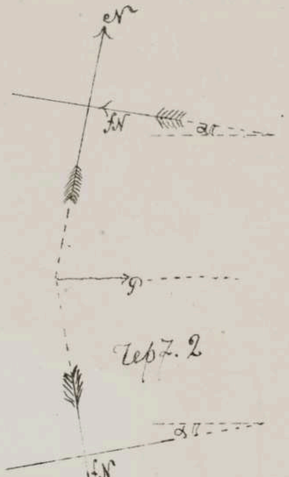


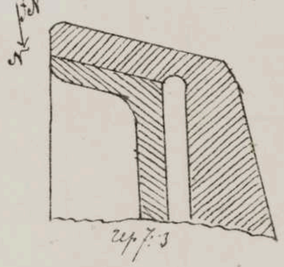
Таблица Селлерса

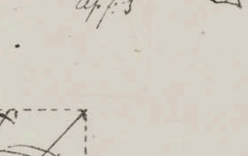
l — длина муфты Селлерса, d_2 — наружный диаметр
d_1 и d_2 — диаметры валов, соединяющих
продолжение одно другому

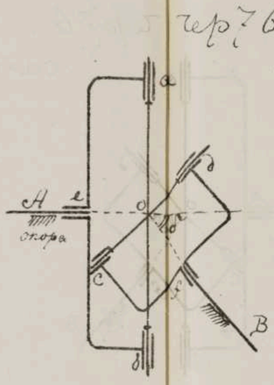
D	d_1 / d_2	Расстояние средины муфты от средины шейки вала													l	l_1	d_2
4"	$1\frac{3}{4}$"	$9\frac{3}{4}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	7"	$6\frac{1}{2}$"	$4\frac{3}{4}$"
$4\frac{1}{2}$	2"	$10\frac{1}{4}$	11"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	8"	$7\frac{5}{8}$	$5\frac{3}{8}$
5	$2\frac{1}{4}$	$10\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	$11\frac{3}{4}$"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	9"	$8\frac{1}{4}$	$5\frac{7}{8}$
$5\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{4}$	12	$10'\frac{1}{4}$	$10'\frac{3}{4}$	"	"	"	"	"	"	"	"	"	10	$9\frac{1}{2}$	$6\frac{9}{11}$
$6\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$11\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{2}$"	$10\frac{3}{4}$"	$11'\frac{1}{4}$	$11'\frac{5}{8}$	"	"	"	"	"	"	"	"	11"	10	7
$6\frac{3}{4}$	3	"	11"	$1'1\frac{1}{4}$	$1'1\frac{3}{4}$	$1'2\frac{1}{8}$"	$1'2\frac{5}{8}$"	"	"	"	"	"	"	"	12"	11	$7\frac{3}{4}$
$7\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	"	$1'1\frac{1}{2}$"	$1'1\frac{3}{4}$"	$1'2\frac{1}{4}$"	$1'2\frac{5}{8}$"	$1'3\frac{1}{8}$"	$1'3\frac{1}{2}$	"	"	"	"	"	"	13"	12	$8\frac{1}{4}$
$7\frac{7}{8}$	$3\frac{1}{2}$	"	$1'2$"	$1'2\frac{1}{4}$"	$1'2\frac{3}{4}$"	$1'3\frac{1}{8}$"	$1'3\frac{5}{8}$"	$1'4$"	$1'4\frac{1}{2}$"	"	"	"	"	"	14"	13"	$9\frac{1}{16}$
$8\frac{15}{16}$	4	"	$1'3$"	$1'3\frac{1}{4}$"	$1'3\frac{3}{4}$"	$1'4\frac{1}{8}$"	$1'4\frac{5}{8}$"	$1'5$"	$1'5\frac{1}{2}$"	$1'6\frac{1}{4}$"	"	"	"	"	16"	$14\frac{1}{4}$	10
10	$4\frac{1}{2}$	"	"	$1'4\frac{1}{4}$"	$1'4\frac{3}{4}$"	$1'5\frac{1}{8}$"	$1'5\frac{5}{8}$"	$1'6$"	$1'6\frac{1}{2}$"	$1'7\frac{1}{4}$"	$1'8\frac{1}{4}$"	"	"	"	18"	16	$11\frac{3}{8}$
$10\frac{1}{8}$	5"	"	"	"	$1'5\frac{3}{4}$"	$1'6\frac{1}{8}$"	$1'6\frac{5}{8}$"	$1'7$"	$1'7\frac{1}{2}$"	$1'8\frac{1}{4}$"	$1'9\frac{1}{4}$"	$1'10\frac{5}{8}$"	"	"	20	18	$12\frac{9}{16}$
$12\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	"	"	"	"	$1'7\frac{1}{8}$	$1'7\frac{5}{8}$	$1'8$"	$1'8\frac{1}{2}$"	$1'9\frac{1}{4}$	$1'10\frac{3}{4}$	$1'11\frac{1}{2}$"	$1'11\frac{1}{2}$	"	20	19	$13\frac{1}{2}$
$13\frac{1}{4}$	6	"	"	"	"	$1'8\frac{1}{8}$"	$1'8\frac{5}{8}$"	$1'9$"	$1'9\frac{1}{2}$"	$1'10\frac{1}{4}$"	$1'11\frac{1}{4}$"	$2'0\frac{1}{8}$"	$2'0\frac{1}{2}$	$2'1\frac{3}{4}$	24	21	$14\frac{1}{2}$

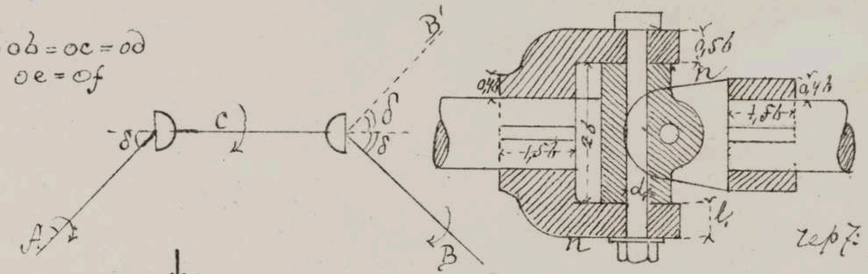


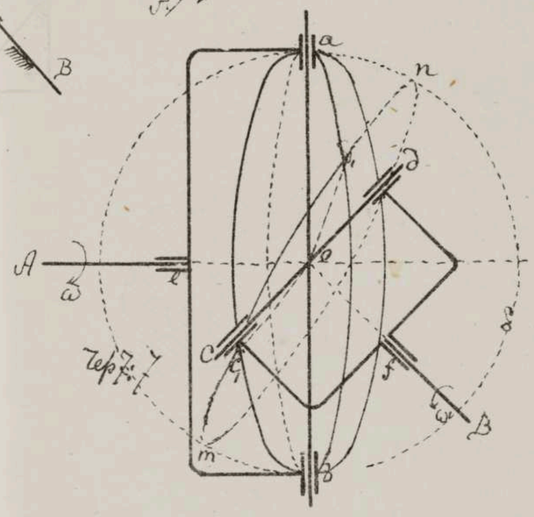


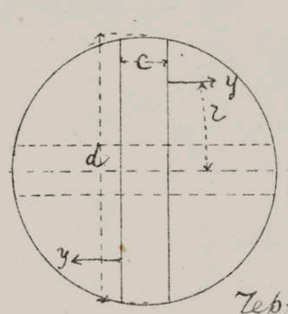


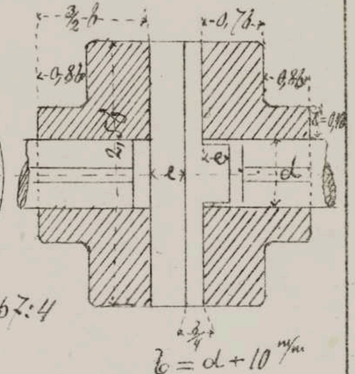


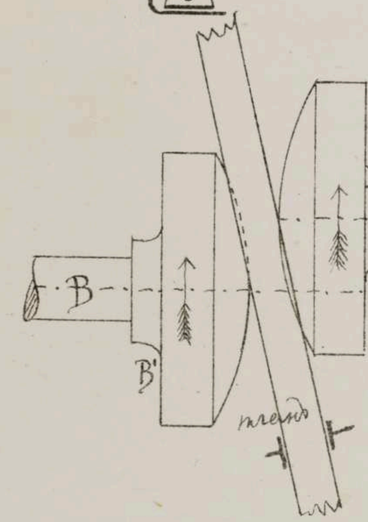


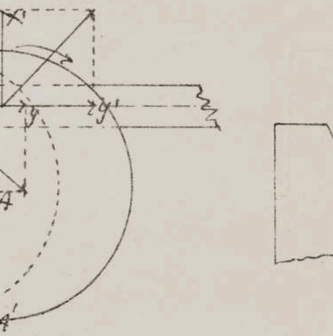


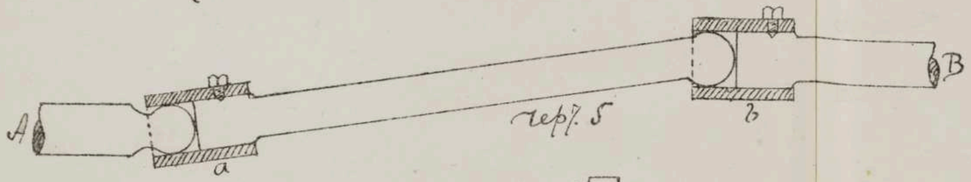


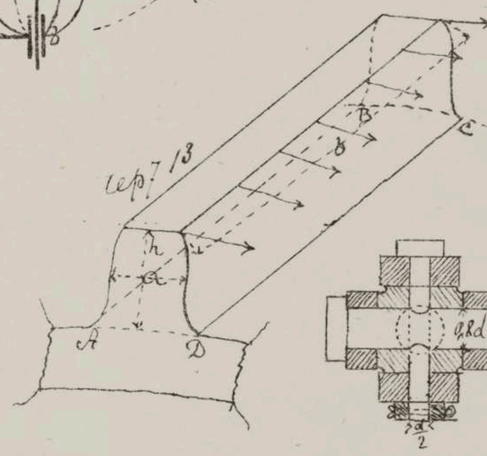


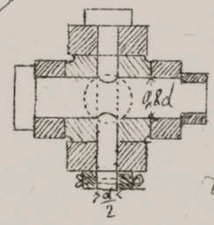


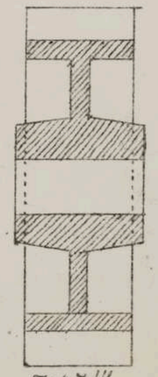


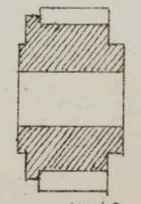


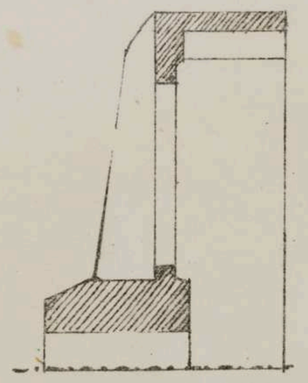






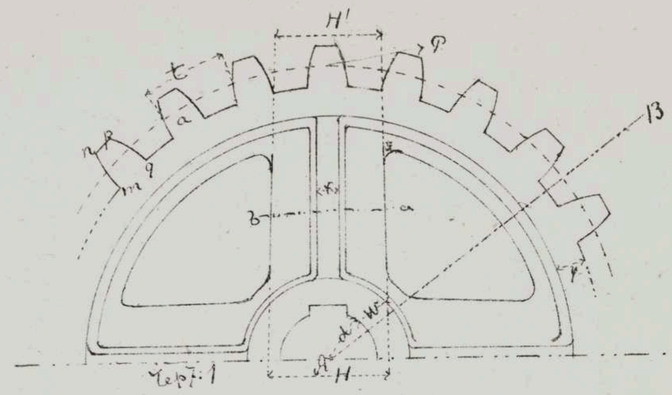


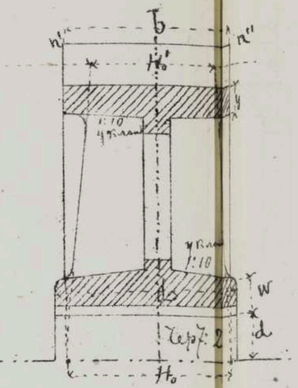


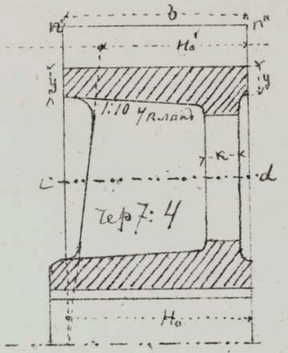


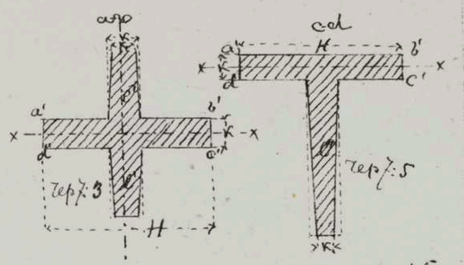
Детали машин.

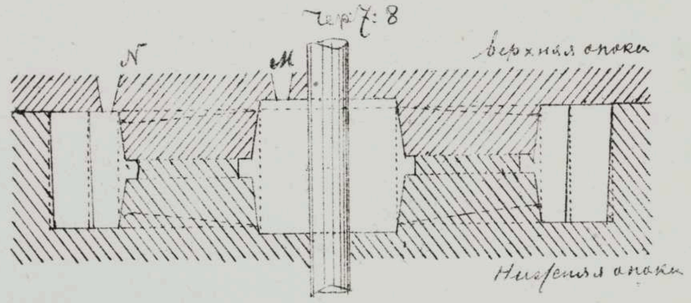
Лист 30

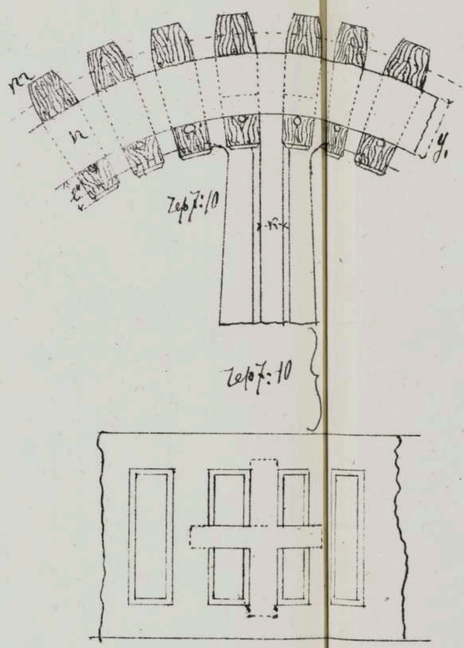


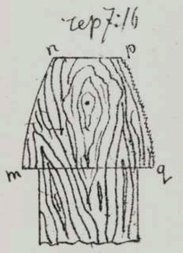


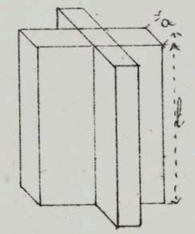


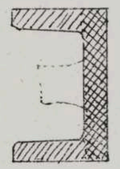


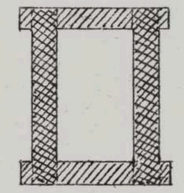


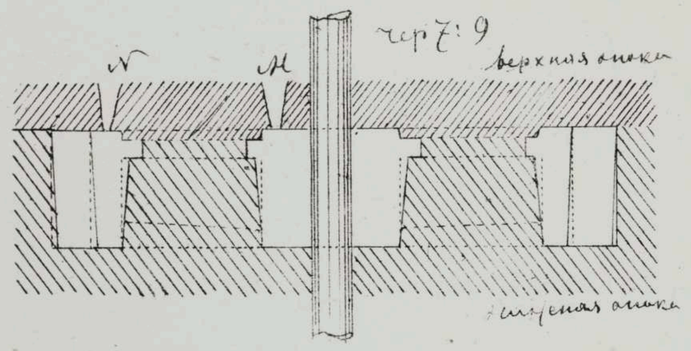


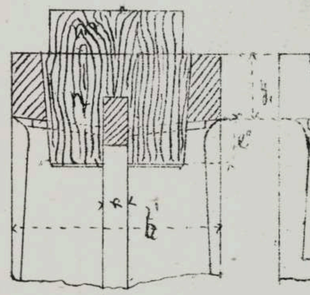


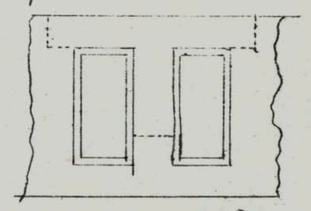


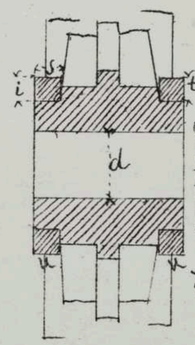


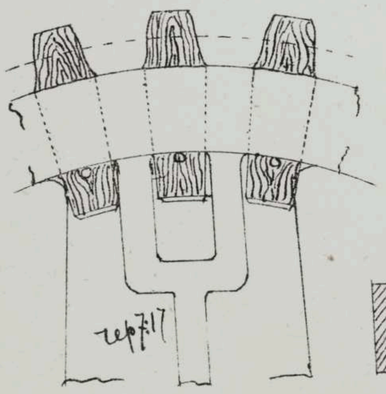


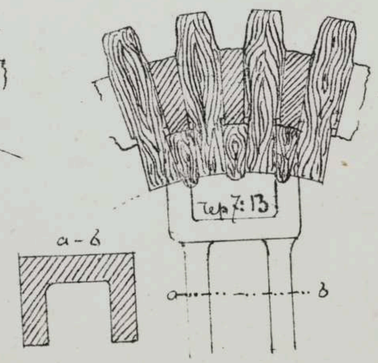


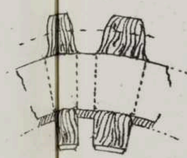


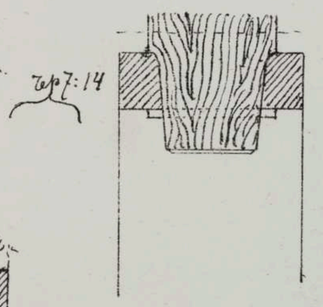


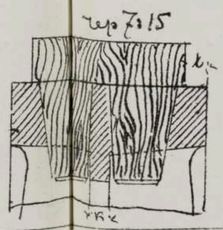












Детали опалубки

Лист 31.

по – ab

по – cd

черт: 4

черт: 5

черт: 6

черт: 3

R = 2m,25
a = 40 mm b = 240
h = 60 t = 84
z = 168

черт: 1

черт: 2

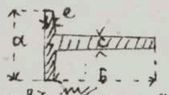
срезчики полей

черт: 10

черт: 9

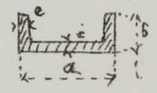
Детали машинъ

Листъ 32

Таблица размѣровъ и вѣса тавроваго прокатнаго желѣза 

а - ширина сѣченія, б - высота его, с и е - толщина реберъ въ $^{m}/_{m}$, q вѣсъ погоннаго метра въ klg.

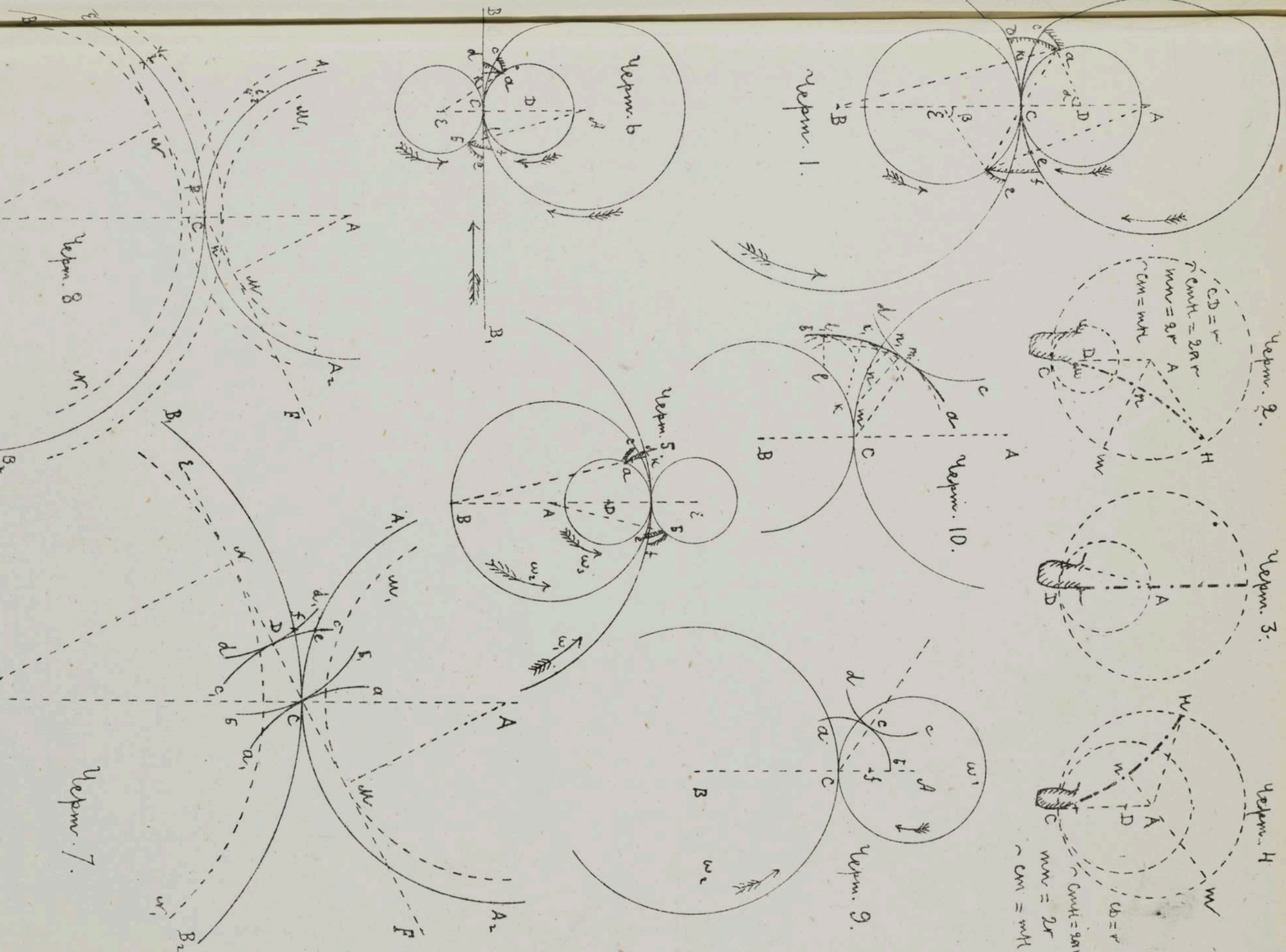
а × б × с × е	q	а × б × с × е	q	а × б × с × е	q	а × б × с × е	q
200 × 100 × 17½ × 15	35,5	160 × 90 × 11 × 11	21,0	140 × 90 × 16 × 14½	25,5	100 × 70 × 9½ × 9½	12,2
170 × 100 × 19½ × 13½	39,0	150 × 92 × 13 × 13	24,5	130 × 90 × 9 × 10	17,0	100 × 60 × 9 × 8	10,5
170 × 100 × 15½ × 13	29,0	150 × 90 × 13 × 11	22,0	130 × 65 × 11 × 9	14,3	90 × 70 × 9 × 9½	11,2
170 × 104 × 15½ × 17	34,0	150 × 100 × 16 × 10	23,3	125 × 75 × 13 × 13	20,0	90 × 60 × 9 × 9	10,1
85 × 80 × 12½ × 10	15,25	55 × 65 × 10 × 10	9,0	47 × 50 × 8 × 8	5,6	90 × 45 × 10 × 9	8,75
74 × 79 × 9 × 10	11,5	70 × 40 × 10 × 10	8,0	36 × 46 × 7 × 7	4,25	34 × 40 × 5 × 5	2,9
70 × 60 × 12 × 11	11,0	55 × 59 × 9 × 9	7,5	36 × 46 × 6 × 6	3,55	30 × 35 × 5 × 5	2,23
30 × 27 × 4 × 4	1,75	25 × 23 × 5 × 5	1,7	21 × 26 × 4 × 4	1,4	91 × 85 × 9½ × 9½	12,3
27 × 31 × 5 × 5	2,1	23 × 25 × 5 × 4½	1,66	20 × 20 × 3 × 3	0,9	80 × 75 × 8½ × 9½	10,0
28 × 25 × 5 × 4	1,75	23 × 23 × 3 × 3	1,05	20 × 18 × 3 × 3	0,85	75 × 65 × 7 × 8	6,5
25 × 25 × 4 × 4	1,5	23 × 20 × 3 × 3	1,0	55 × 30 × 5 × 6	8,94	52 × 56 × 7 × 6	5,16
47 × 50 × 8 × 8	5,6	40 × 40 × 5 × 5	3,0	30 × 28 × 5 × 5	2,2	28 × 25 × 4½ × 5	1,6

Таблица размѣровъ и вѣса фигурнаго прокатнаго желѣза. 

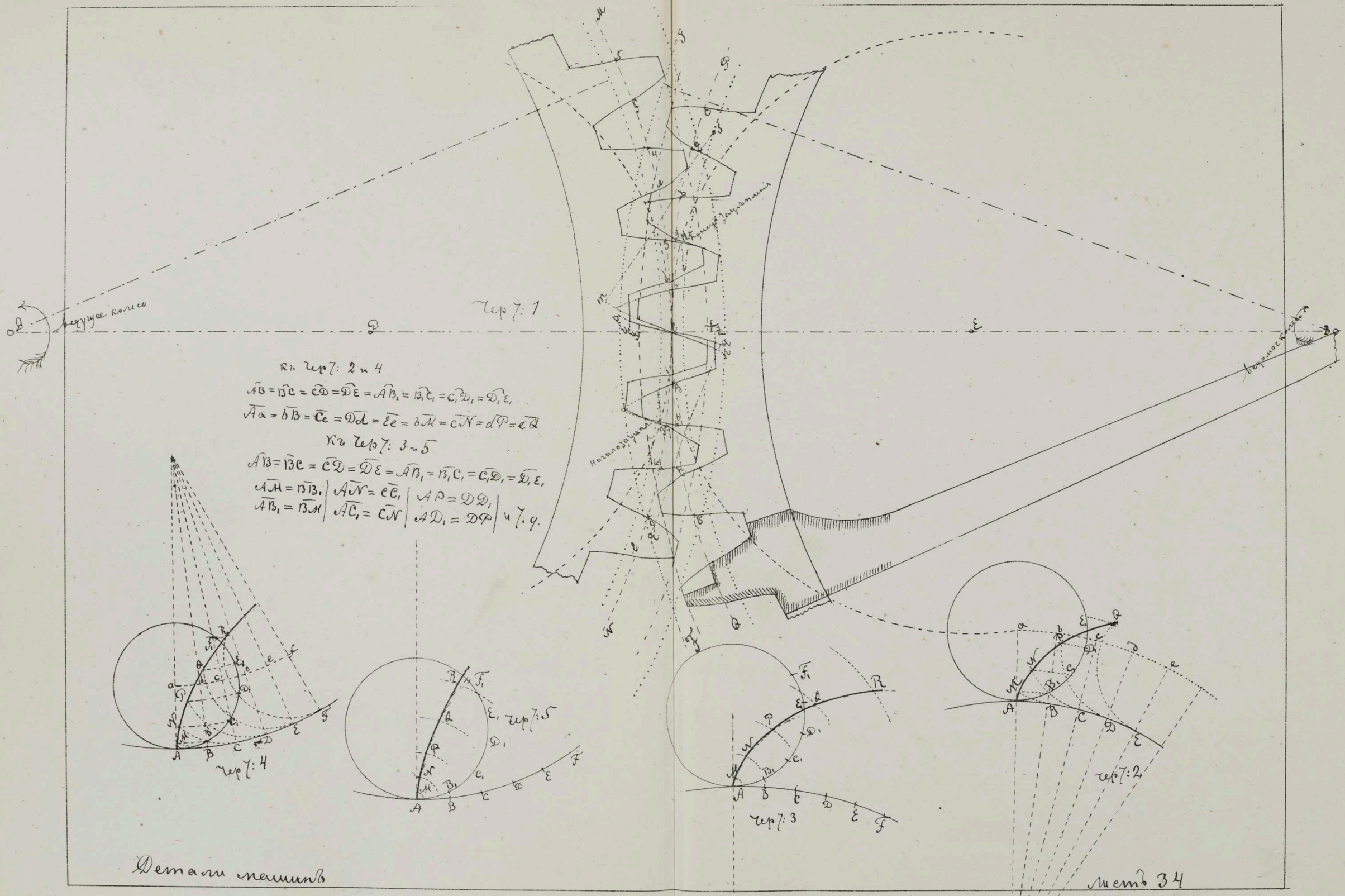
а - высота сѣченія, б - ширина, с и е - толщина въ $^{m}/_{m}$, q - вѣсъ погоннаго mtr.

а × б × с × е	q	а × б × с × е	q	а × б × с × е	q	а × б × с × е	q
196 × 78 × 11 × 16	37,5	105 × 66 × 10 × 12	16,5	160 × 55 × 10 × 11	21,0	80 × 35 × 7 × 8	8,0
176 × 72 × 10 × 12	24,25	75 × 30 × 8 × 7	6,5	140 × 50 × 10 × 12	18,0	60 × 30 × 6 × 7	5,75
153 × 58 × 8 × 10	16,5	52 × 26 × 4 × 6	3,75	120 × 45 × 9 × 11	14,5	50 × 25 × 6 × 6	4,25
130 × 45 × 7 × 8	11,25	57 × 28 × 5 × 7	4,3	100 × 40 × 8 × 9	11,0	40 × 20 × 5 × 5	3,0
60 × 30 × 6 × 7	5,5	40 × 20 × 5 × 5	2,85	35 × 17 × 9 × 7	2,6	〃	〃
50 × 25 × 6 × 6	4,25	30 × 15 × 4 × 4	1,66	35 × 15 × 7 × 7	2,1	〃	〃

Измѣненіе машинъ.



Листъ 33.



Черт 7: 1

К черт 7: 2 и 4

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{AB_1} = \overline{B_1C_1} = \overline{C_1D_1} = \overline{D_1E_1}$

$\overline{Aa} = \overline{bB} = \overline{Cc} = \overline{Dd} = \overline{Ee} = \overline{bM} = \overline{cN} = \overline{dP} = \overline{eQ}$

К черт 7: 3 и 5

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{AB_1} = \overline{B_1C_1} = \overline{C_1D_1} = \overline{D_1E_1}$

$\overline{AM} = \overline{BB_1}$ | $\overline{AN} = \overline{CC_1}$ | $\overline{AP} = \overline{DD_1}$ | и т. д.

$\overline{AB_1} = \overline{BM}$ | $\overline{AC_1} = \overline{CN}$ | $\overline{AD_1} = \overline{DP}$ |

Детали машин

Лист 34

К чертежам 1, 2 и 5. $\cup c1. = \cup c3 = \cup c_{} = \widehat{1.2} = \widehat{3.4} = \widehat{4.5} = \widehat{6.7} = \widehat{7.8} = \ldots = t$

$\cup ca = \cup ci = 1.5 = 2.c = \ldots = 3.3 = 4.e = \ldots = a = \frac{t}{2,1}$

$xy = wz = e = 0,1a$

$\overline{Af} = 2\,\overline{As}$

К чертежу 3.

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{D\mathcal{E}} = ab = bc = cd = de = \cup AB_1 = \cup B_1C_1 = \cup C_1D_1 = \cup D_1\mathcal{E}_1$

$\overline{Aa} = \overline{Bb} = \overline{Cc} = \overline{Ee} = \overline{bM} = c\overline{N} = d\overline{P} = e\overline{Q}$

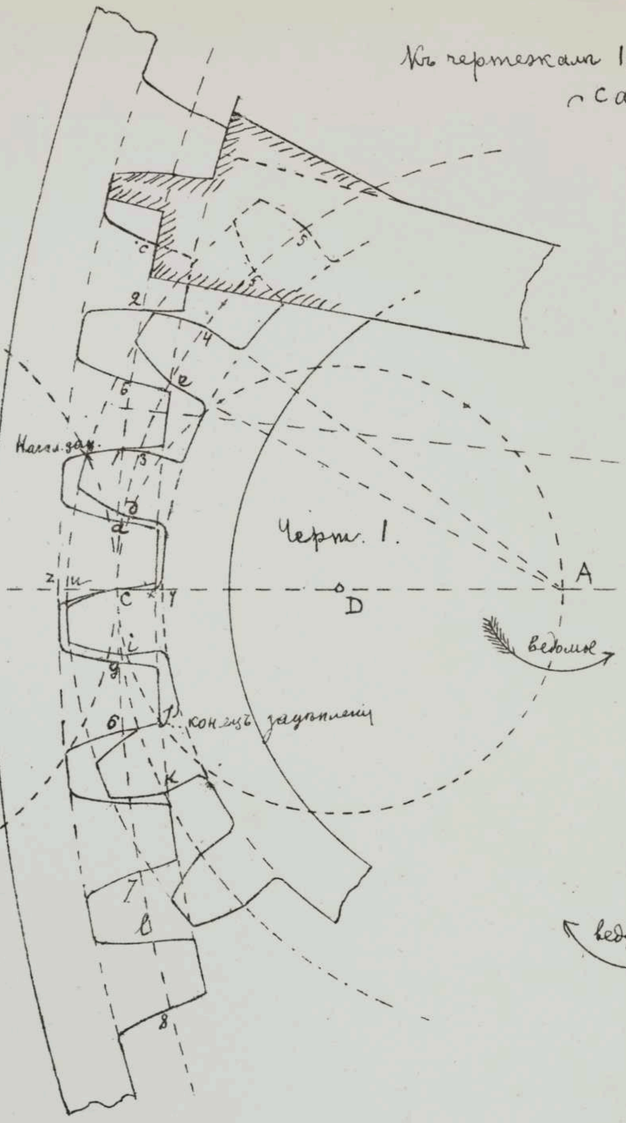
К чертежу 4.

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{D\mathcal{E}} = \cup AB_1 = \cup B_1C_1 = \cup C_1D_1 = \cup D_1\mathcal{E}_1 = \ldots$

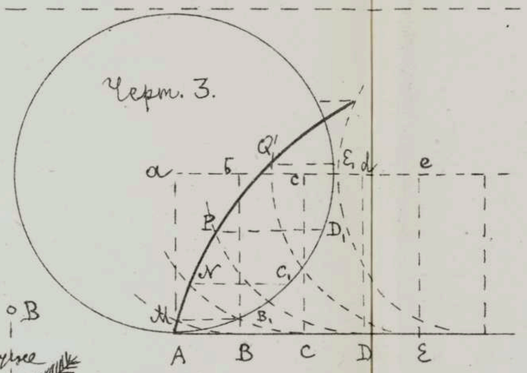
$\overline{AM} = \overline{BB_1}$, $\overline{AN} = \overline{CC_1}$, $\overline{AP} = \overline{DD_1}$

$\overline{AB_1} = \overline{BM}$ $\overline{AC_1} = \overline{CN}$ $\overline{AD_1} = \overline{DP}$ и т. д.

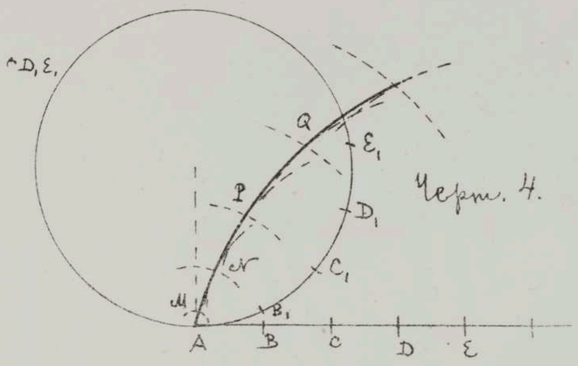
Черт. 1.



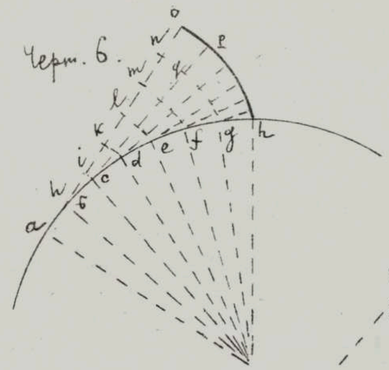
Черт. 3.



Черт. 4.



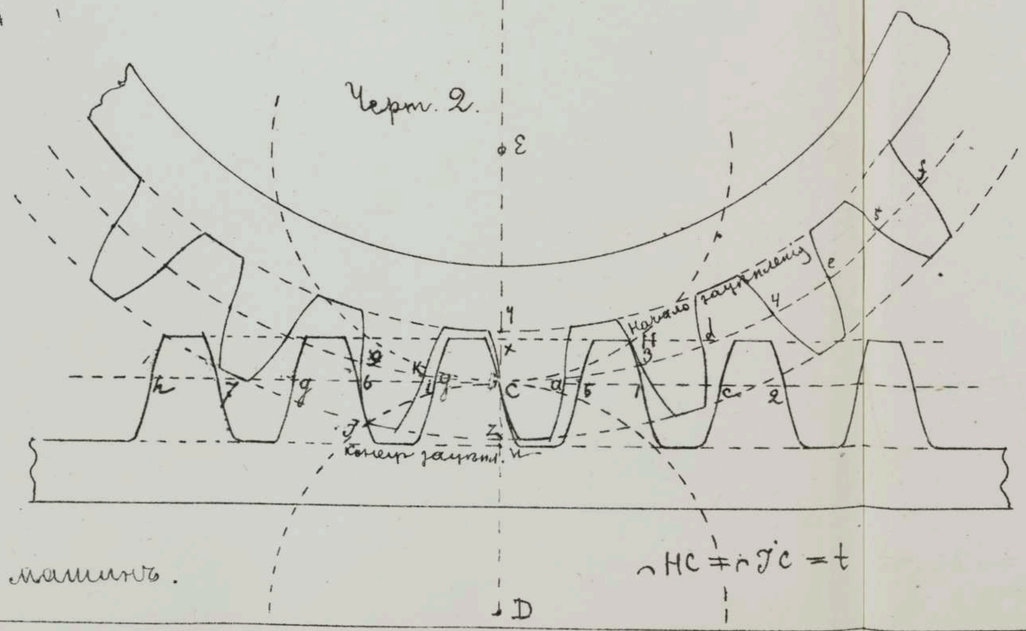
Черт. 6.



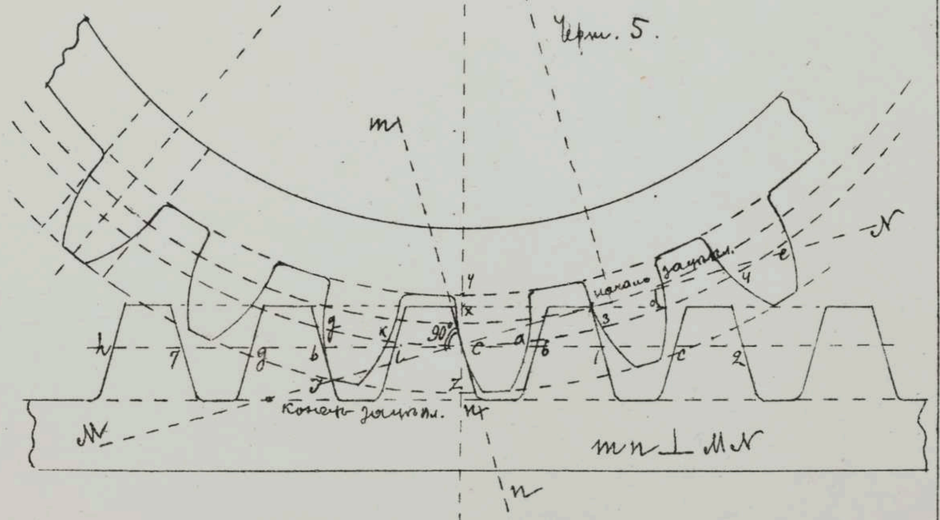
К чертежу 6.

$\cup ab = \cup bc = \cup cd = \ldots = \widehat{ah} = \widehat{hi} = \widehat{ik} = \widehat{kl} = \widehat{lm} = \widehat{mn} = \widehat{no} = \widehat{pq} = \ldots$

Черт. 2.



Черт. 5.



К чертежу 1.

$ci = c3 = c6 = c7 = 1.2 = 3.4. = 6.8. = 7.9 = \dots = t$

$ca = 1.b = 3d = 4e = bg = 7k = 8h = 9l = \dots = a = \frac{t}{2,1}$

$x\bar{y} = \bar{u}\bar{z} = e = 0,1a$

$ol = 0.9 \qquad mm_1 // Ao // nn_1$

Чер 7: 1

Чер 7: 2

Чер 7: 3

Чер 7: 4

Чер 7: 5

Чер 7: 6

Чер 7: 7

Чер 7: 8

Чер 7: 9

Чер 7: 10

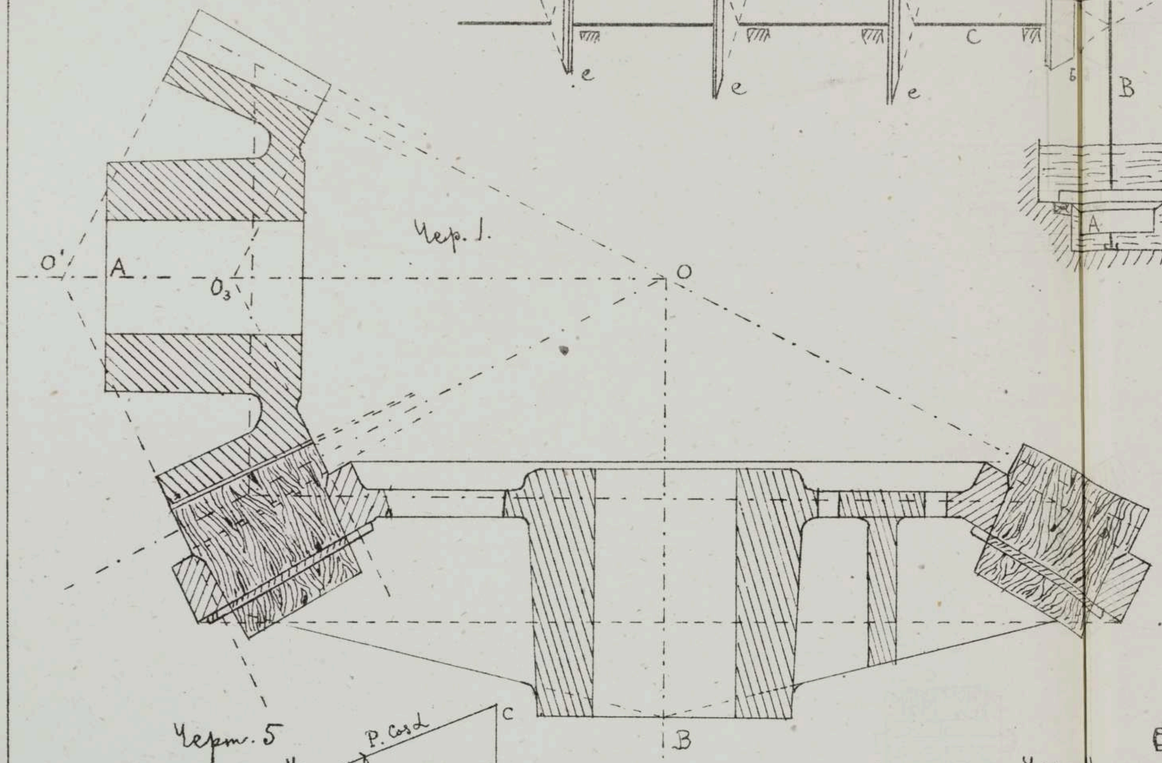
Чер 7: 11

Чер 7: 12

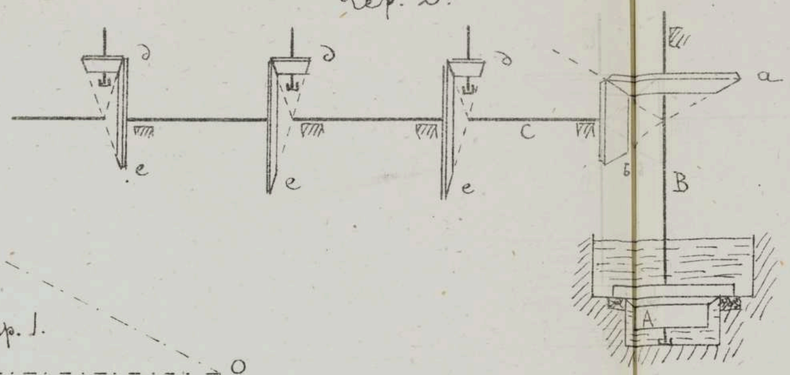
Детали машин

Лист 36.

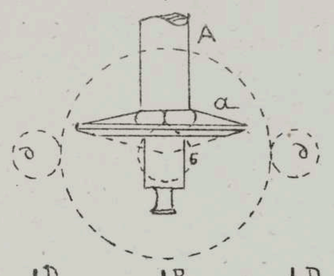
Черт. 1.



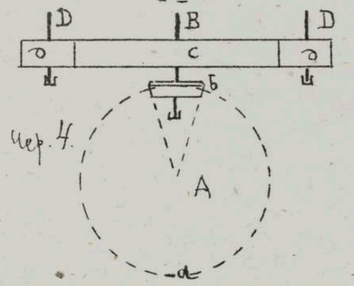
Черт. 2.



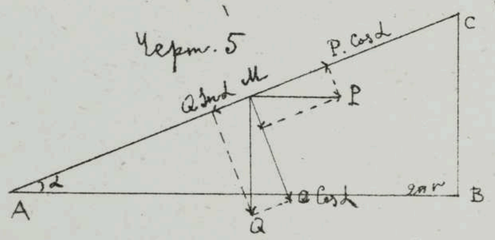
Черт. 3.



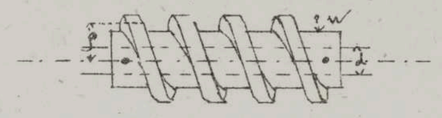
Черт. 4.



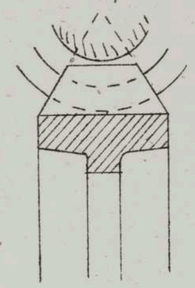
Черт. 5



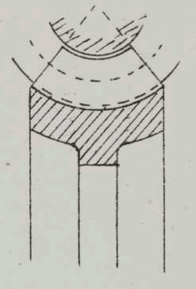
Черт. 6.



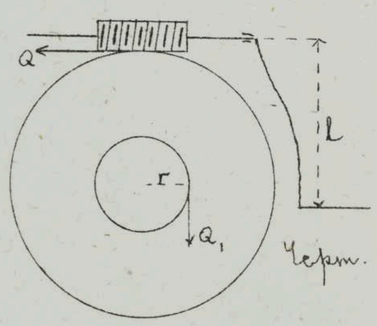
Черт. 7.



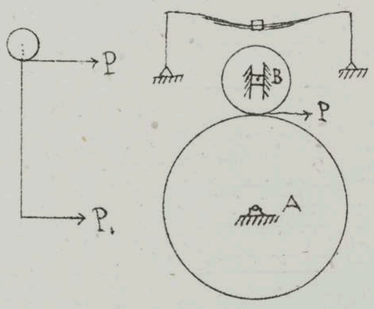
Черт. 8.



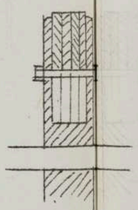
Черт. 9.



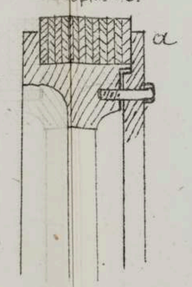
Черт. 10.



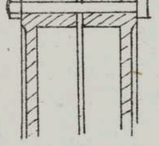
Черт. 11.



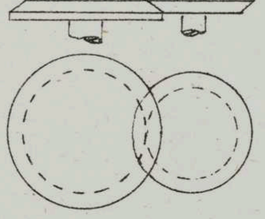
Черт. 12.



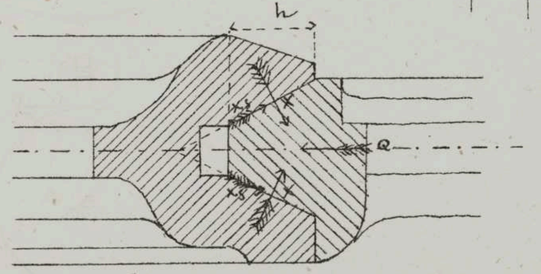
Черт. 13



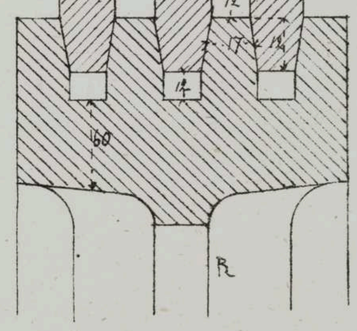
Черт. 14.



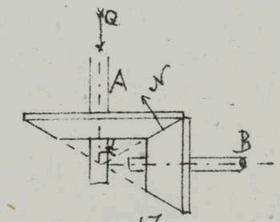
Черт. 15.



Черт. 16.



Черт. 17.



Постраснie машинъ.

Листъ 37.

Черт: 1

Черт: 2.

Черт: 3

Черт: 4

Черт: 5

Черт: 6

Черт: 7

Черт: 8

Черт: 9

Черт: 10

Черт: 11

Черт: 12

Черт: 13

Черт: 14

Черт: 15

Черт: 16

Черт: 17

Черт: 18

ремень

Фестиваль машин

Лист 38

Черт. 1.

Черт. 2

Черт. 3.

Черт. 4.

Черт. 5.

Черт. 6

Черт. 9.

Черт. 10

$pn \perp mn$, $mn \perp p'n'$

$pm = mn = \frac{h}{2}$

$p'm' = m'n' = \frac{h}{3}$

Черт. 11.

$om = om' = \frac{2}{3} mm'$

$pm = mn = \frac{h}{2}$

$p'm' = m'n' = \frac{h}{3}$

$pl = p'l'$; $pl' = l'h'$

$pp' \perp \kappa l$, $nn' \perp \kappa' l'$

Черт. 12

$mm' = m\kappa = \kappa m'' = m''i = m'n'' = \frac{h}{2}$

$pm = mn = \frac{h}{2}$

$p'm' = m'n' = \frac{h}{3}$

$p''m'' = m''n'' = \frac{5}{12} h$

$pl' = l'p''$

$\kappa' l' \perp pp''$

$nl'' = l''n''$

$\kappa'' l'' \perp nn''$

$p''o'' = o''p'$

$p'p'' \perp o'i'$

$n''o' = o'n'$

$n''n' \perp o'i'$

Черт. 13.

Черт. 14.

Черт. 15

Черт. 16

Черт. 17.

Черт. 18

Черт. 19.

Построение машин

Лист 39

Черт: 1

Черт: 2

Черт: 3

Черт: 4

Черт: 5

Черт: 6

Черт: 7

Черт: 8

Черт: 9

Черт: 10

Черт: 11

Черт: 12

Черт: 13

Черт: 14

Черт: 15

Черт: 16

Черт: 17

Черт: 18

Черт: 19

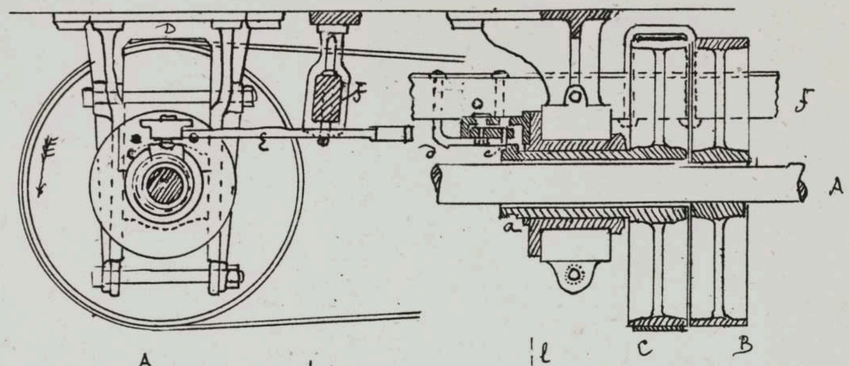
Черт: 20

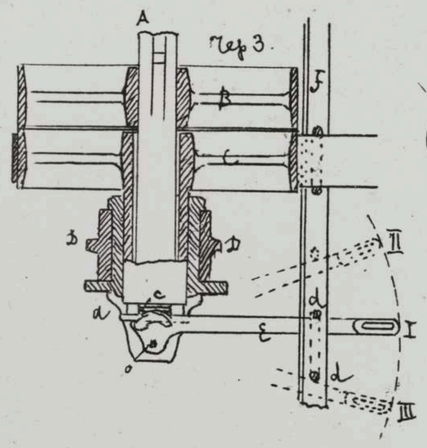
Черт: 21

Детали машин

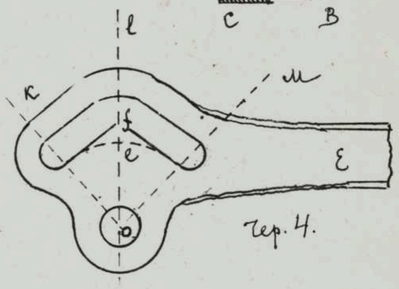
Чер 2.

Чер 1.

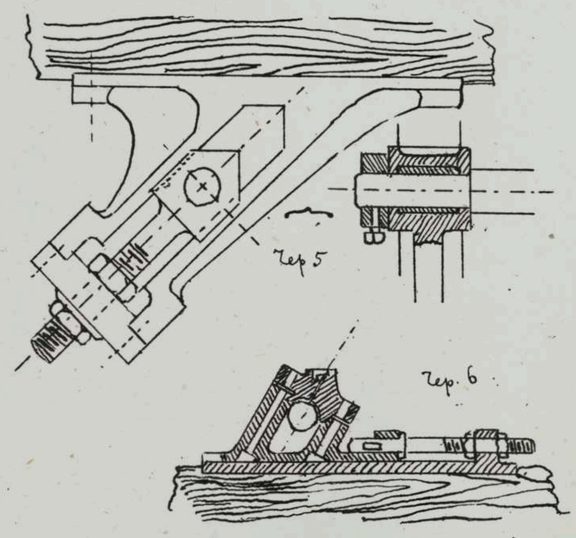




Чер 3.

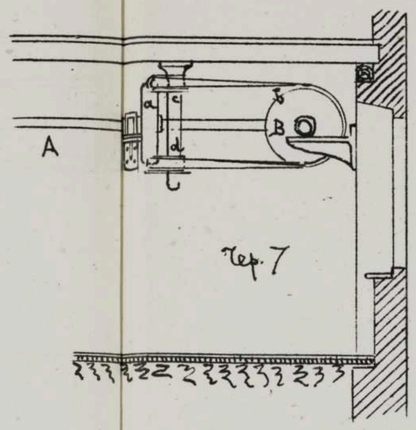


Чер 4.

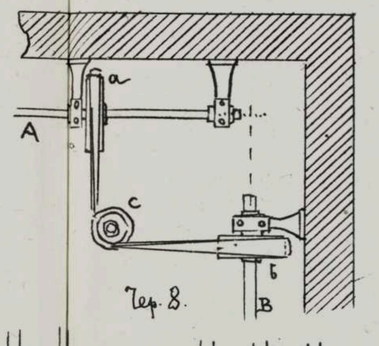


Чер 5

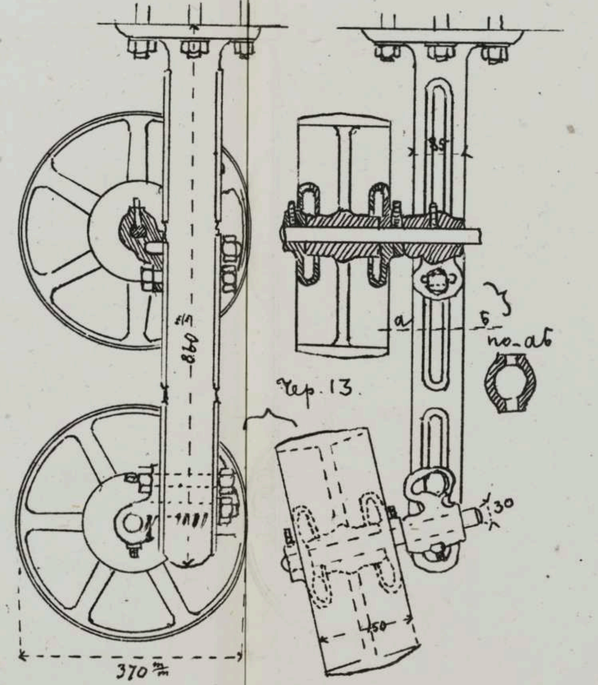
Чер 6



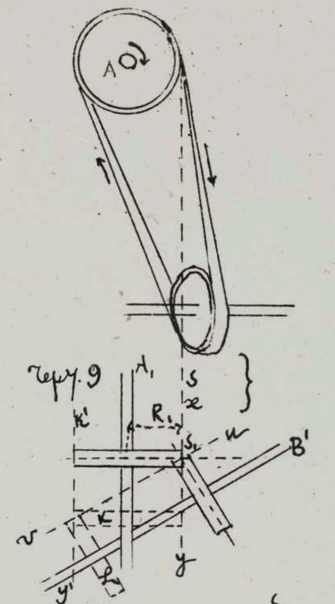
Чер 7



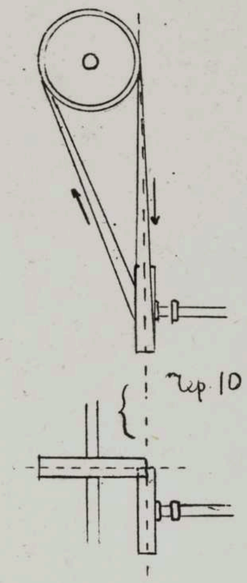
Чер 8.



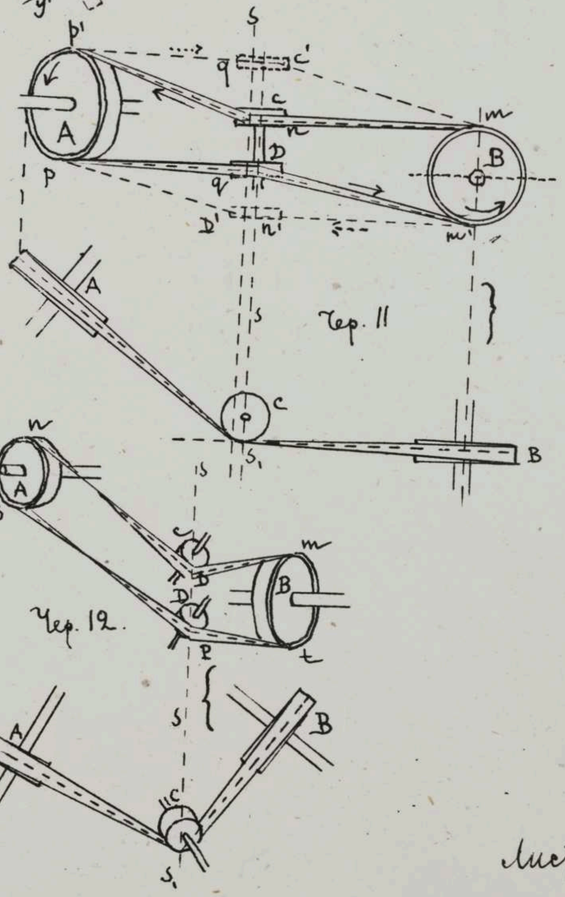
Чер 13.



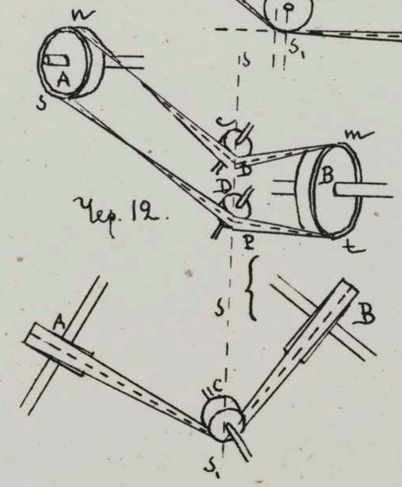
Чер 9



Чер 10



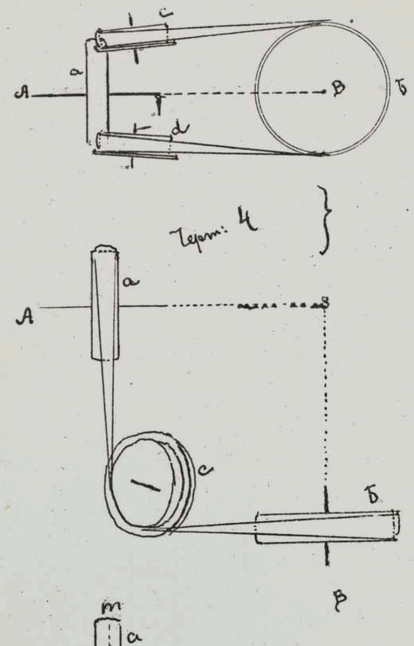
Чер 11

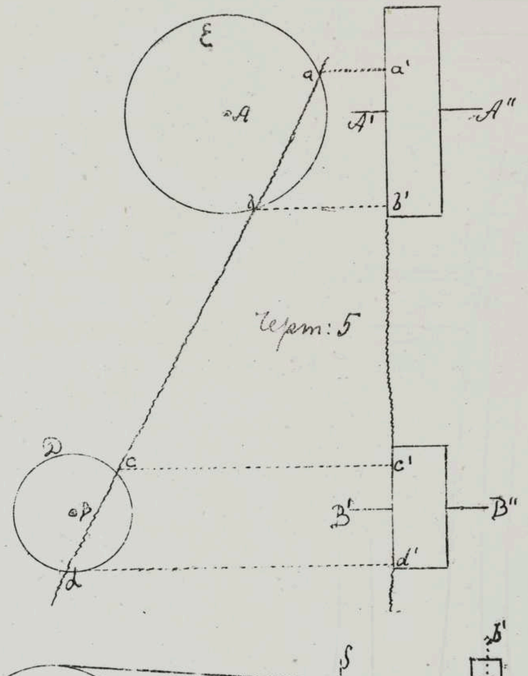


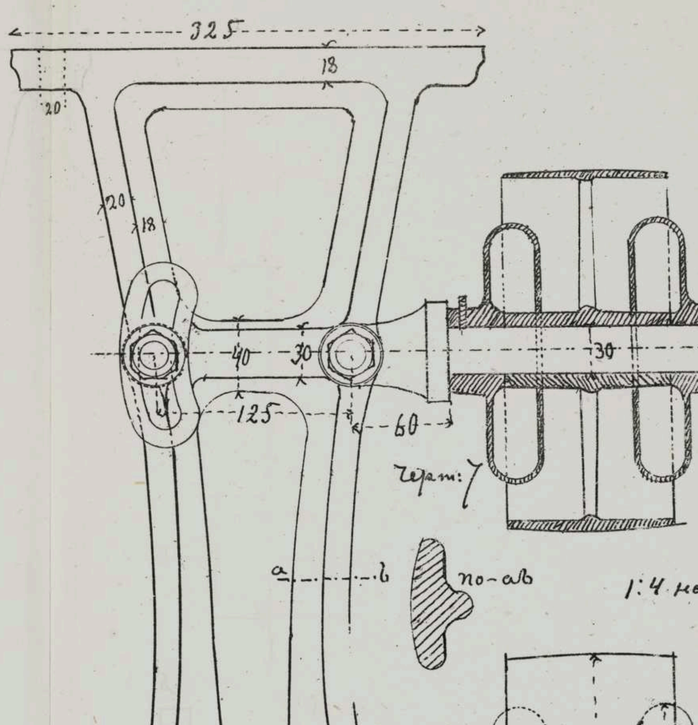
Чер 12.

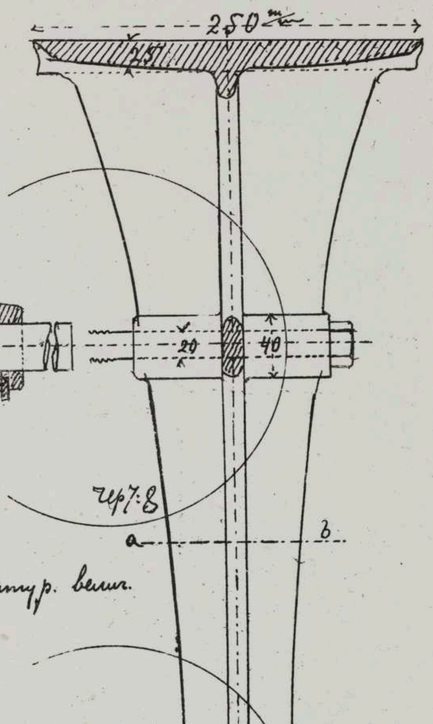
Построение машины

Листъ 41

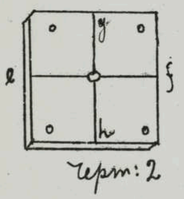


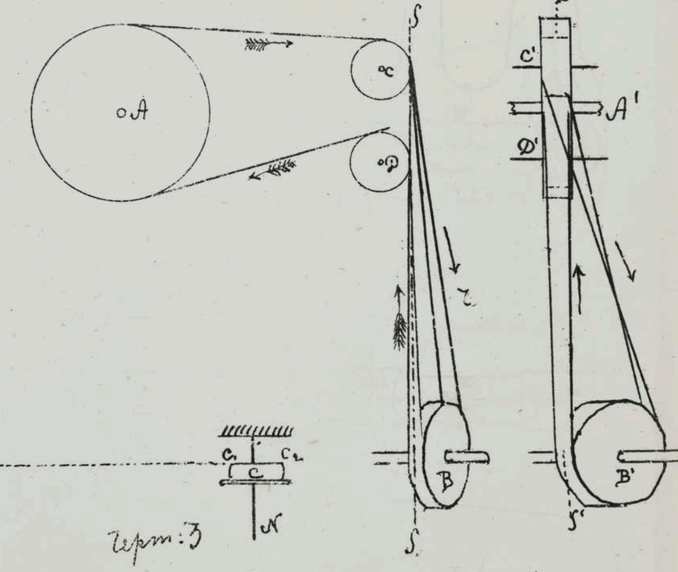


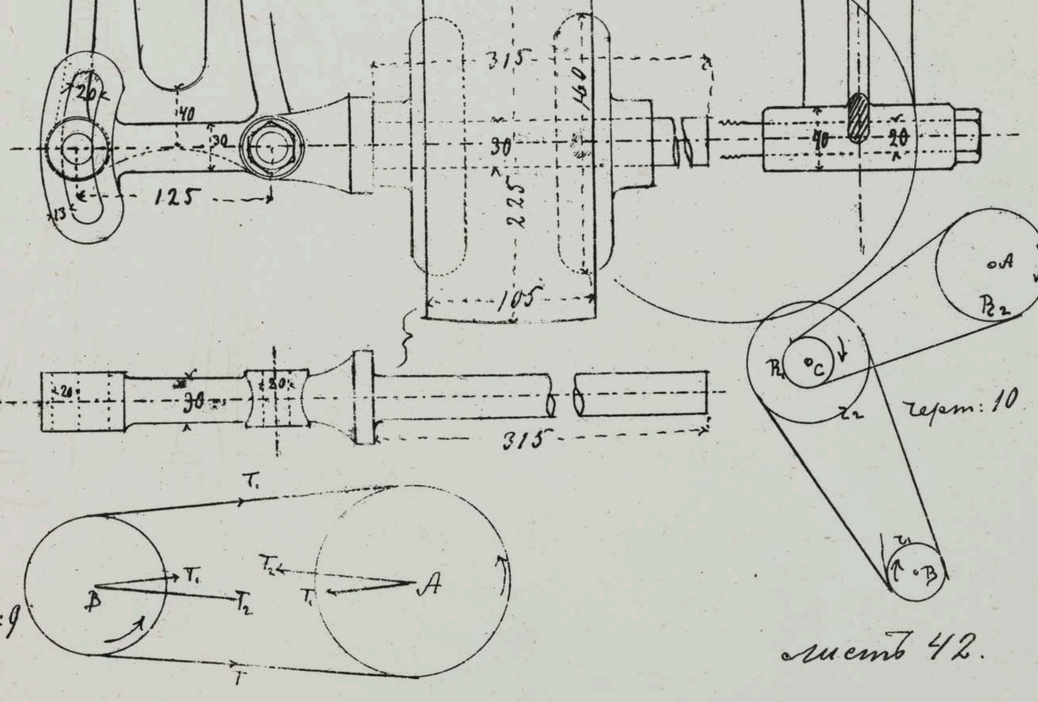




1:4 натур. велич.







Построение машины.

лист 42.

Чертежи 1, 2, 3 и 4
въ 1/4 отъ натур. вели.

Черт: 1

Черт: 9

Черт: 10

Черт: 2

Черт: 3

Черт: 4

Черт: 5

Черт: 6

Черт: 7

Черт: 8

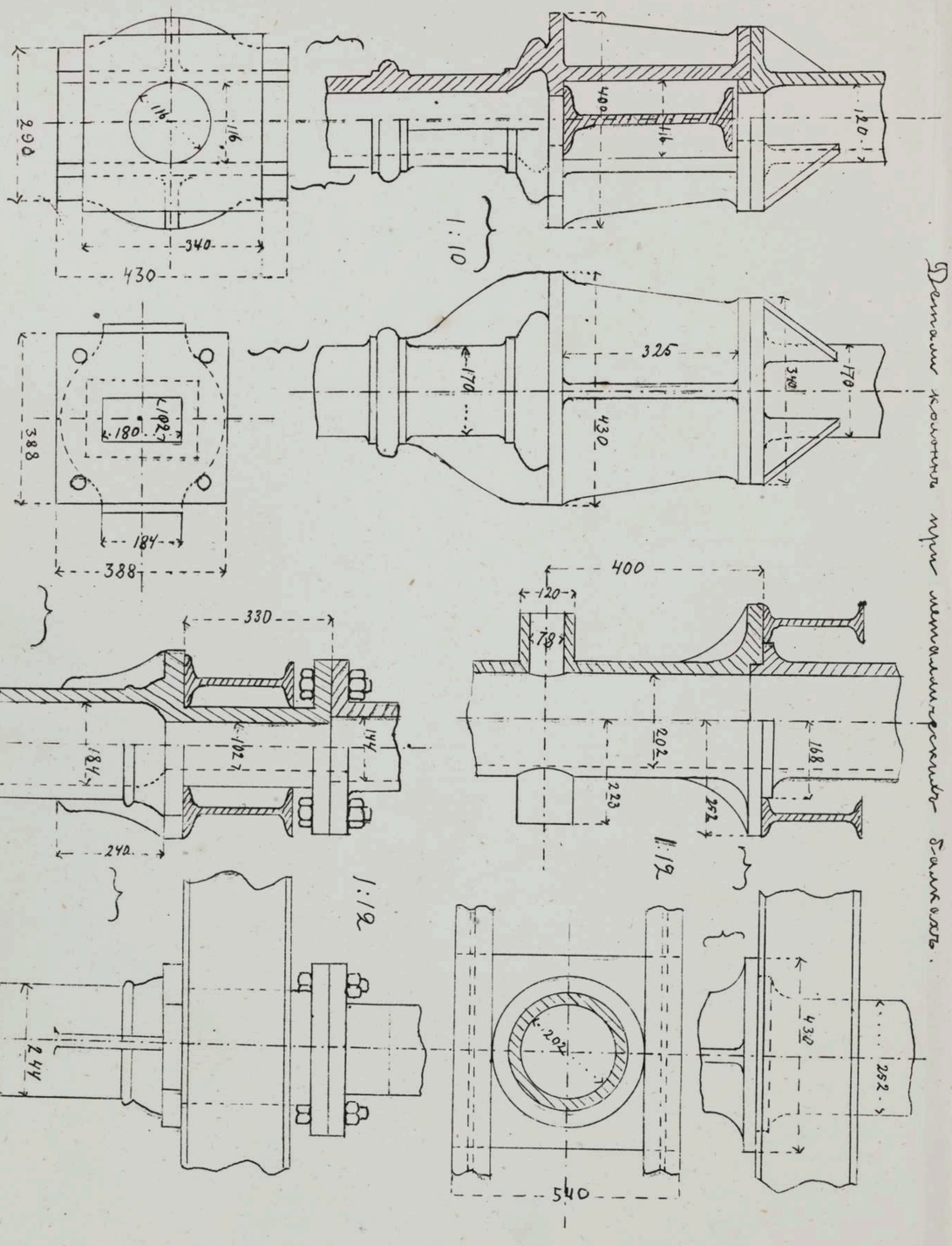
Черт: 11

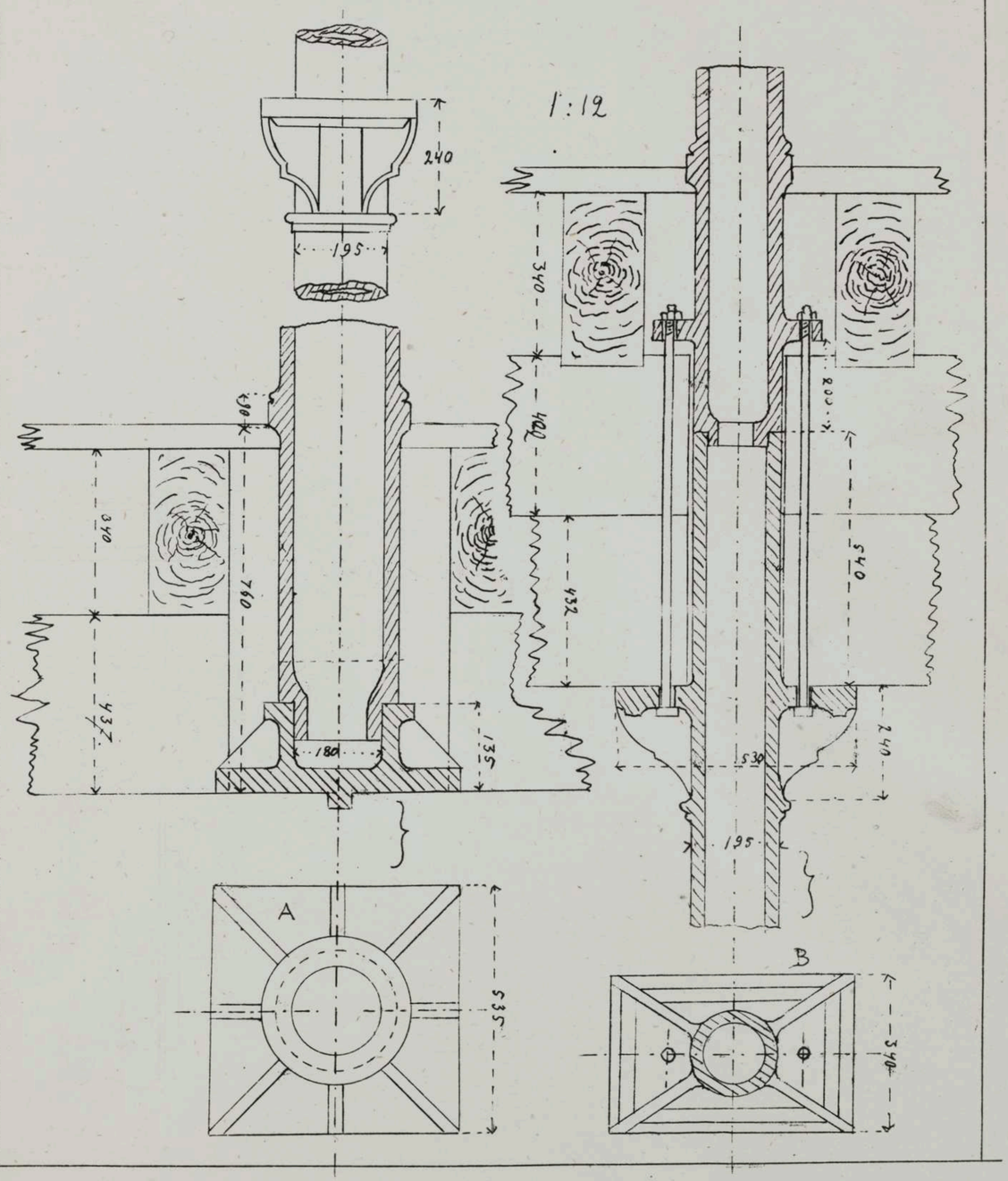
Черт: 12

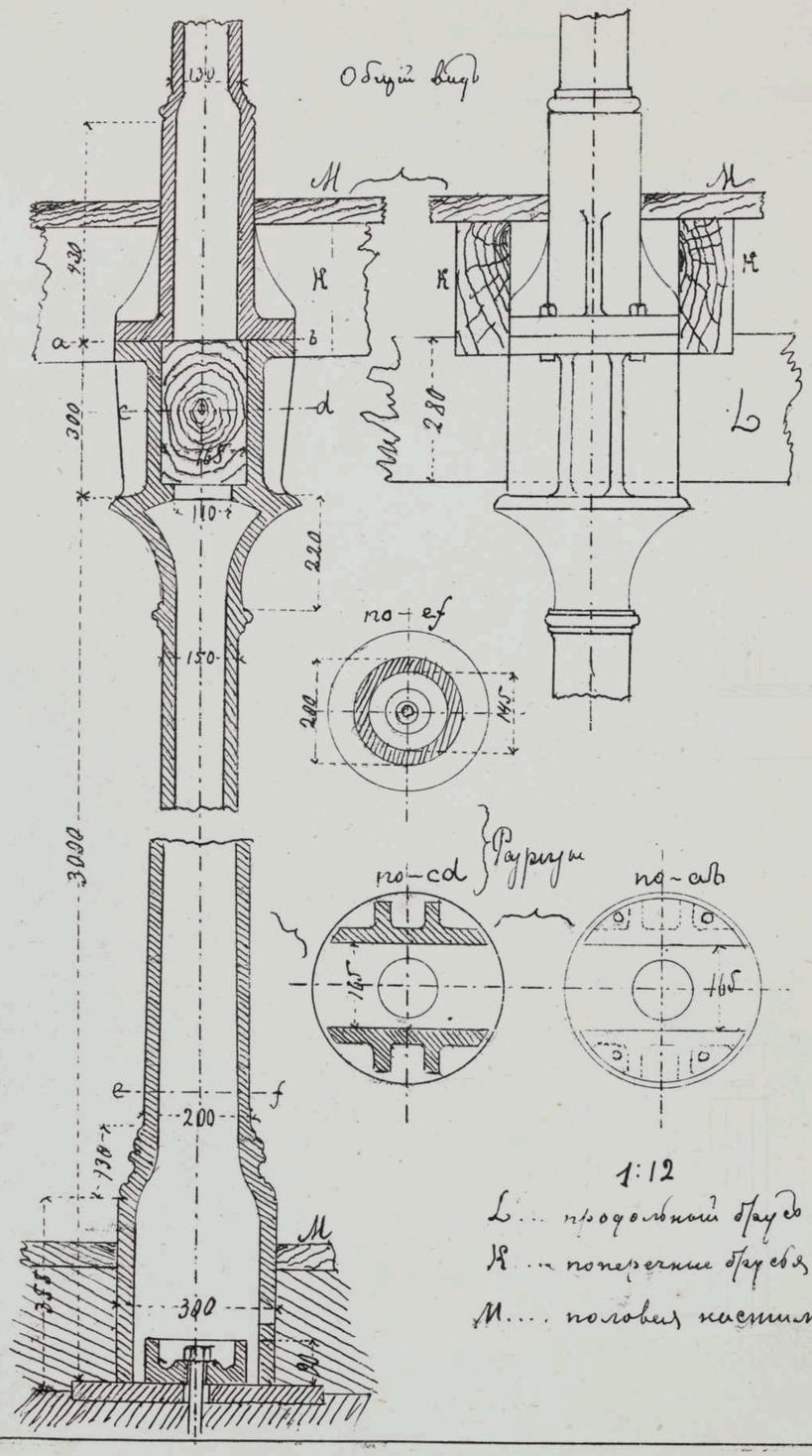
Детали машинъ

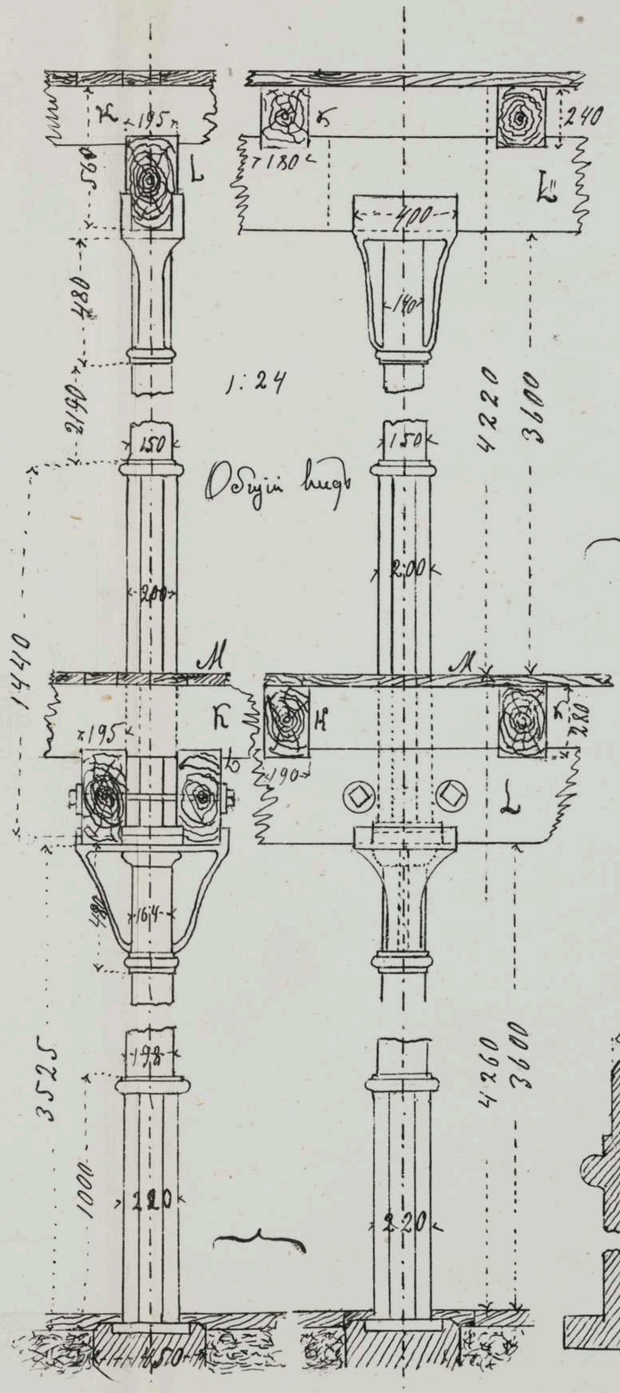
Листъ 43.

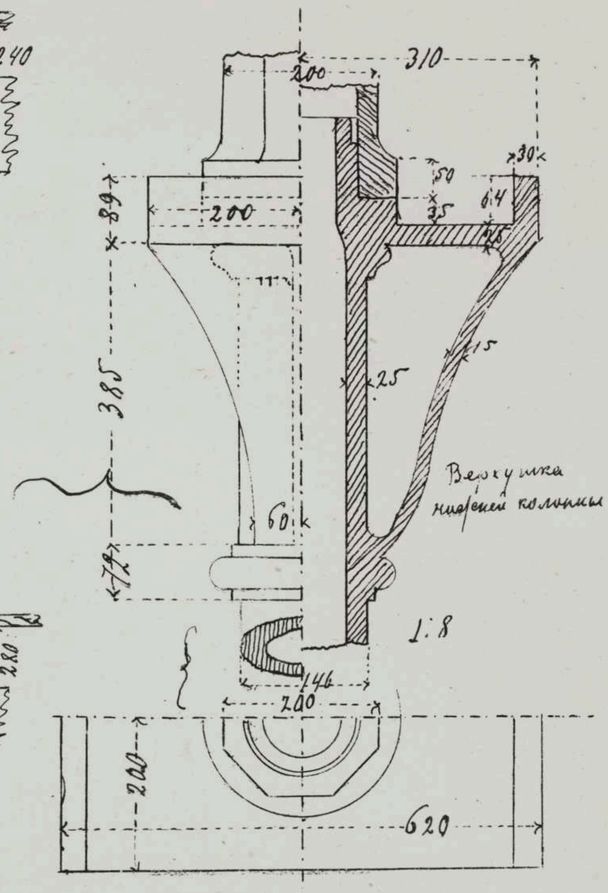
Детали колонны при деревянных балках.

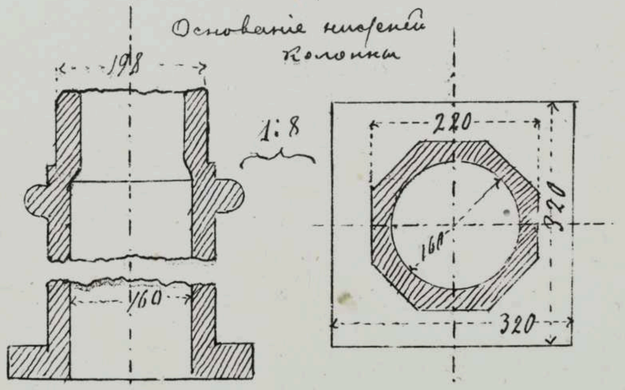




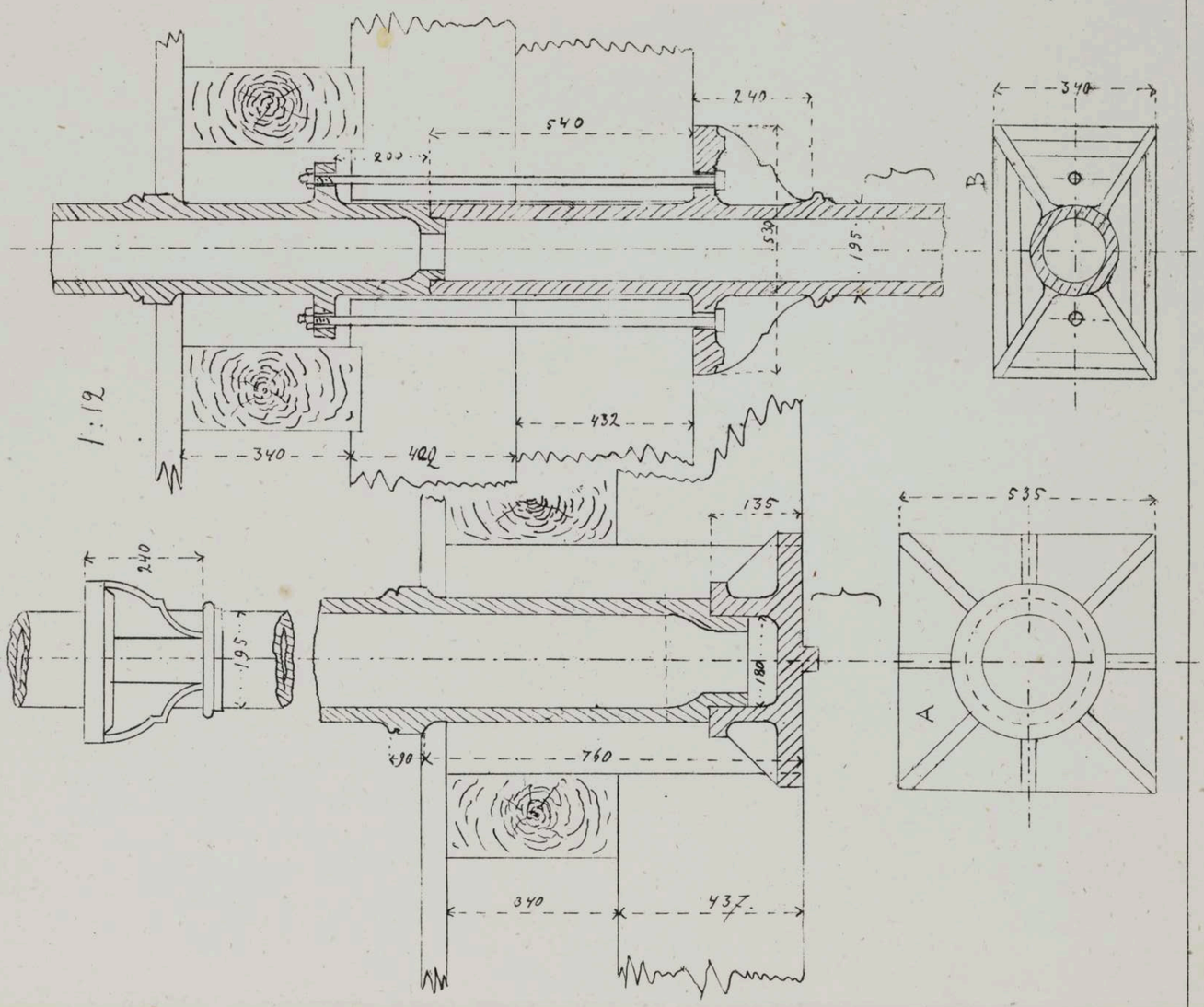

Общий вид
по e-f
по c-d
Разрезы
по a-b
1:12
L ... продольный брусъ
K ... поперечные брусья
M .... половая настилка


Общий вид
1:24

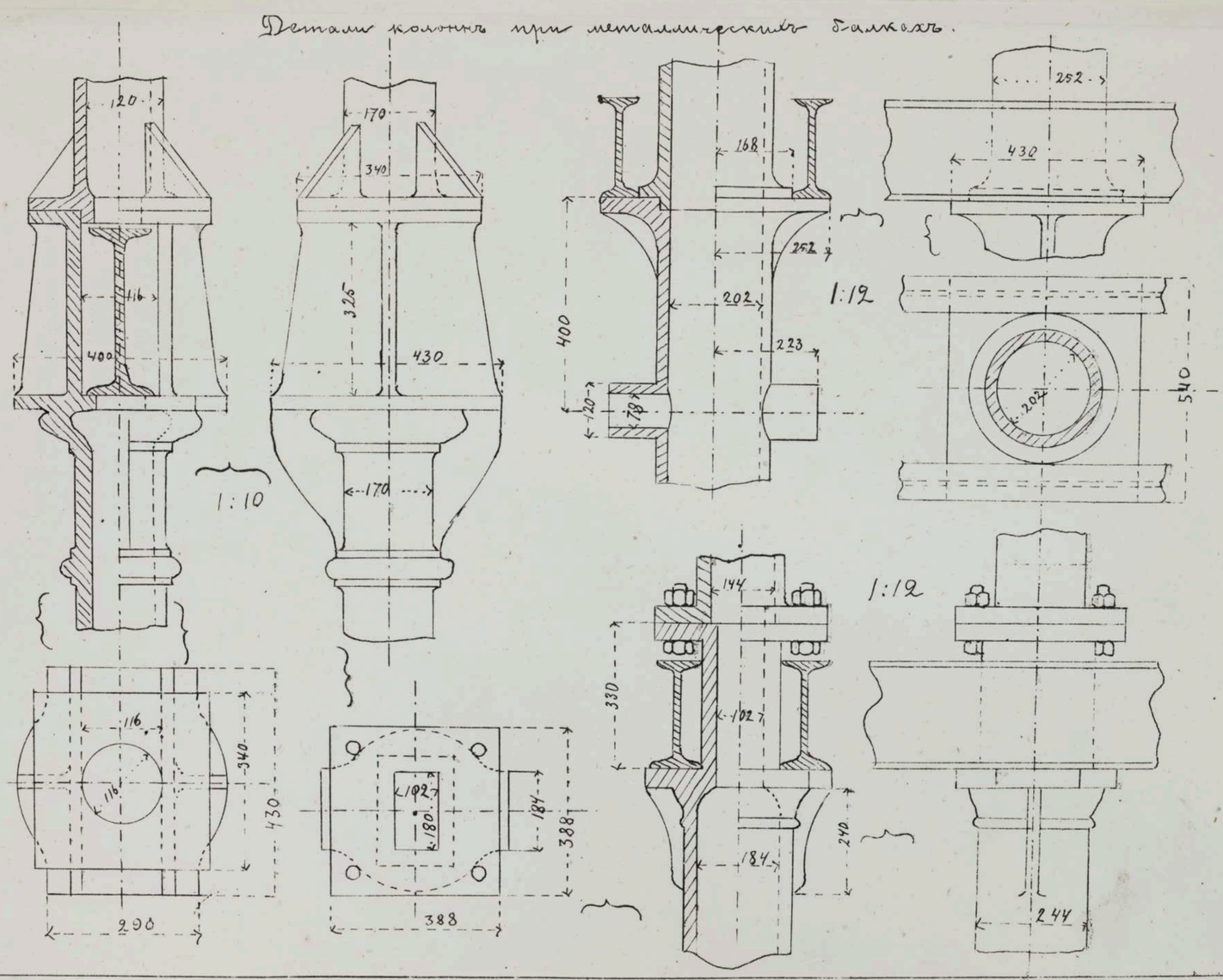

Вертикальный разрезъ нижней колонки
1:8

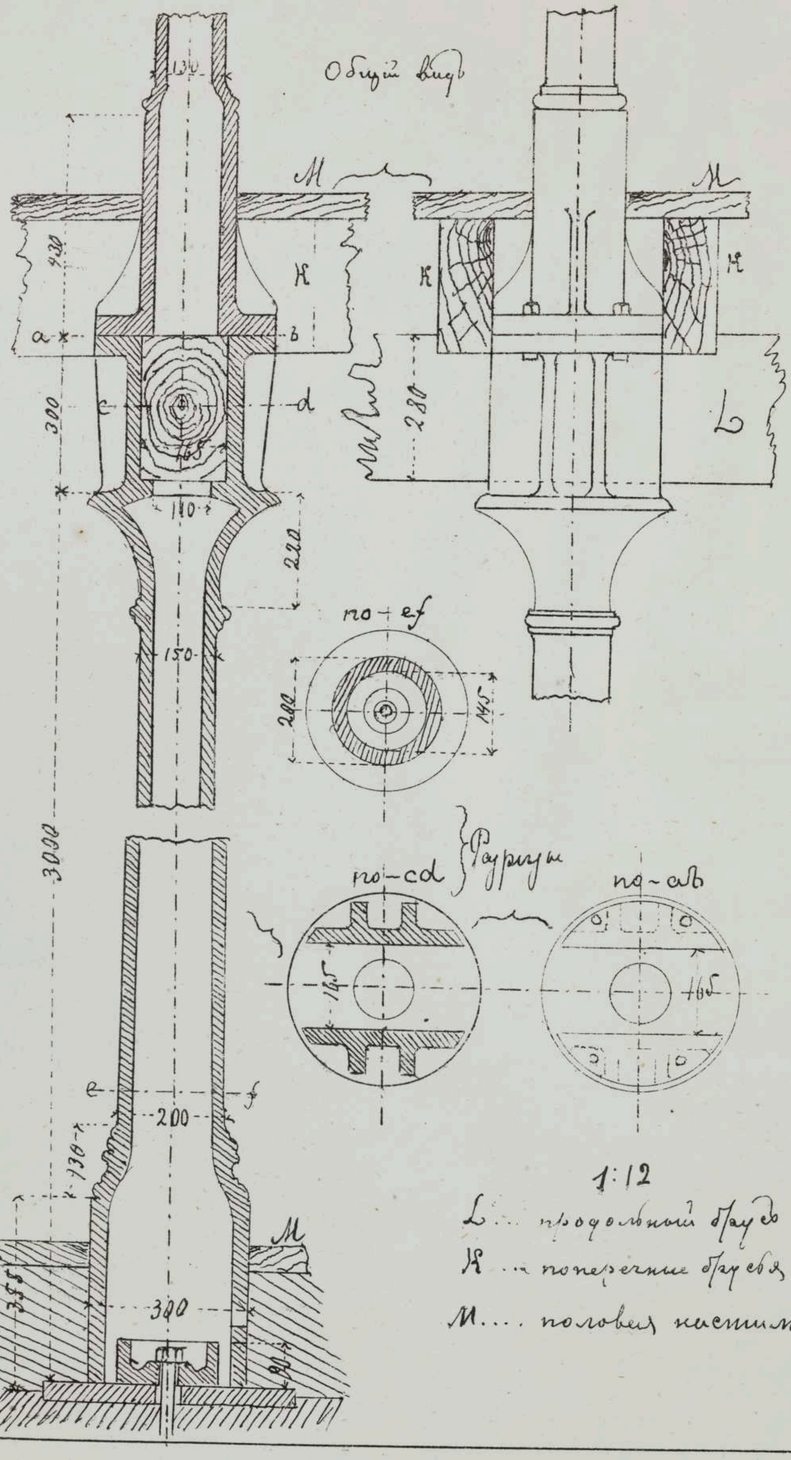

Основание нижней колонки
1:8

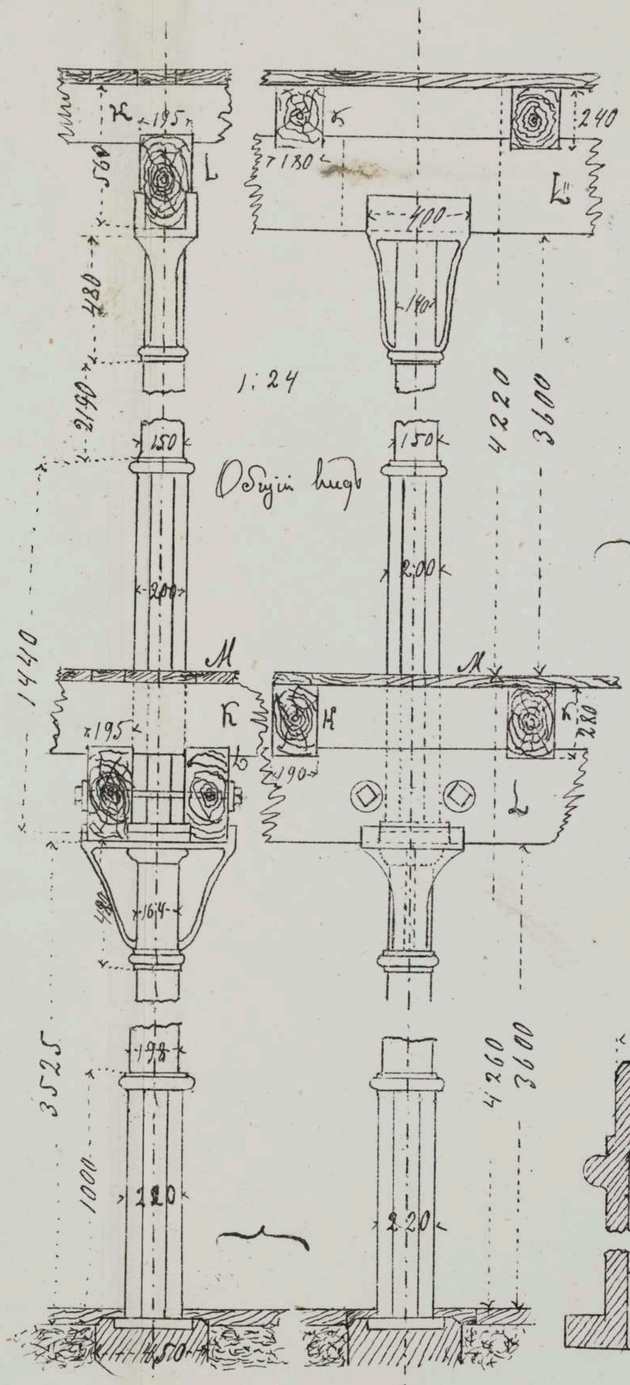
Деталь колонны при деревянных балках.

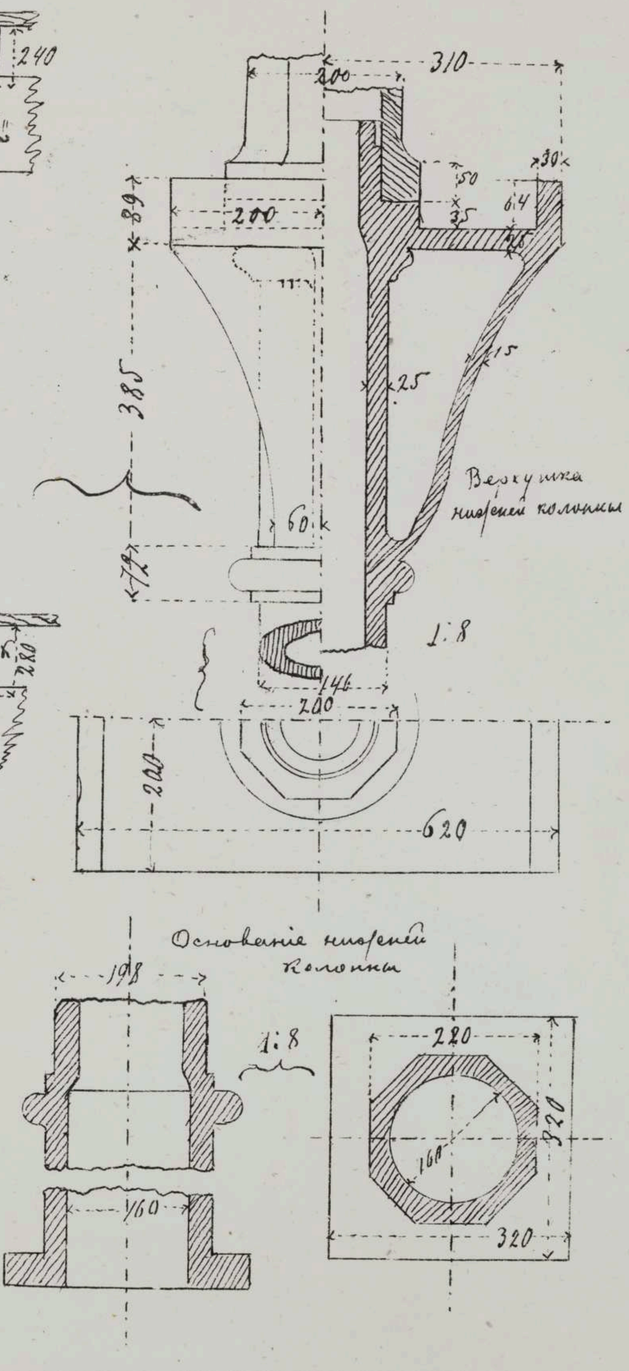


Деталь колонны при металлических балках.




Общий вид
M
K
a
b
c
d
e
f
130
300
280
220
150
140
3000
350
340
200
по - ef
по - cd
по - ab
Разрезы
145
165
1:12
L ... продольный брусъ
K ... поперечные брусья
M ... половая настилка


K
L
195
560
480
2190
150
200
1410
M
N
190
164
1:24
Общий видъ
4220
3600
3525
1000
220
198
4260
3600
4500


310
200
89
385
200
50
30
64
35
25
15
60
1:8
146
200
620
Верхушка
нижней колонки
Основаніе нижней
колонки
198
160
220
320