

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

В.Г. ДИНЕЕВ, *нач. лаб. ФГУП ЦНИИмаш, акад. РАКЦ, д-р техн. наук,*
С.В. ЛЕВИН, *инженер ФГУП ЦНИИмаш,*
Д.В. ЛАЗАРЕВ, *инженер ФГУП ЦНИИмаш,*
О.А. УСПЕНСКАЯ, *вед. инженер ФГУП ЦНИИмаш,*
В.Г. ДУДКО, *проф. каф. САУ МГУЛ, канд. техн. наук,*
В.А. ЕСАКОВ, *проф. каф. САУ МГУЛ, канд. техн. наук,*
Г.Ф. ЗЕМЛЯНОЙ, *проф. каф. САУ МГУЛ, канд. техн. наук*

caf-sau@mgul.ac.ru

МОО «Российская академия космонавтики имени К.Э. Циолковского»
125047, Москва, ул. Бутырский вал, дом 18, строение 2

ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения» (ФГУП ЦНИИмаш)
141070, Московская область, г. Королев, ул. Пионерская, д. 4
ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет леса»
141005, Московская обл., г. Мытищи-5, ул. 1-я Институтская, д. 1, МГУЛ

Рассматривается алгоритм оптимизации параметров регулятора в области решений многокритериальных задач управления движением на основе численного определения пересечения множества решений, удовлетворяющих заданным критериям. Решается задача, в которой к основному алгоритму управления движением – алгоритму стабилизации программного движения – подключается алгоритм компенсации средствами управления ряда возмущающих факторов, в частности, алгоритм управления по ветровому возмущению, предназначенный для минимизации ветрового угла атаки. По результатам численных оценок функционалов были построены контуры равных значений функционалов в области настраиваемых параметров, по которым построены области с минимальными значениями функционалов. По пересечению областей выбираются общие настройки алгоритмов для разных критериев, которые могут обеспечить устойчивость и управляемость. Реализация закона управления требует измерения всех переменных состояний объекта управления, однако доступны непосредственным измерениям не все компоненты вектора состояний системы, а лишь некоторая их часть или некоторые их линейные комбинации. Это объясняется тем, что выходными величинами объекта служат лишь отдельные комбинации этих компонент. Выходной вектор объекта имеет размерность меньшую размерности вектора состояния. Решение этих задач синтеза оптимальных наблюдателей состояния линейных стационарных динамических объектов может выполняться методами современного и классического вариационного исчисления с использованием системы уравнений Эйлера, Эйлера–Пуассона и необходимых условий оптимальности в форме усиленных условий. Рассматриваются свойства управляемости и наблюдаемости непрерывной системы и особенности постановки детерминированных задач об оптимальном наблюдении состояния линейных стационарных обыкновенных непрерывных динамических систем.

Ключевые слова: система управления, алгоритм оптимизации, регулятор.

В практике проектирования СУ сложными динамическими объектами требуется проводить синтез СУ при необходимости выполнения ряда критериев, связанных с функционированием объекта в процессе его движения. К таким критериям можно отнести требования по быстродействию, качеству переходных процессов, ограничениям по ряду параметров – перегрузкам, углам отклонения органов управления, углам атаки, допустимым нагрузкам элементов конструкции и др. характеристикам [1–7].

В частности, типовой задачей управления является задача, когда к основному алгоритму управления движением – алгоритму

стабилизации программного движения – подключается алгоритм компенсации средствами управления ряда возмущающих факторов. Таким примером для ЛА в плотных слоях атмосферы является сочетание ПИД регулятора δ_g для стабилизации углового движения

$$\delta_g = a_0(\vartheta + T_d \vartheta') \quad (1)$$

с алгоритмом управления по ветровому возмущению. В этом случае к ПИД-регулятору подключается алгоритм управления по углу атаки δ_g^w , предназначенный для разворота ЛА на ветер

$$\delta_g^w = a_0(\vartheta - \alpha_w) + T_d \vartheta'. \quad (2)$$

Поскольку СУ должна работать как при наличии ветрового возмущения α_w , так и

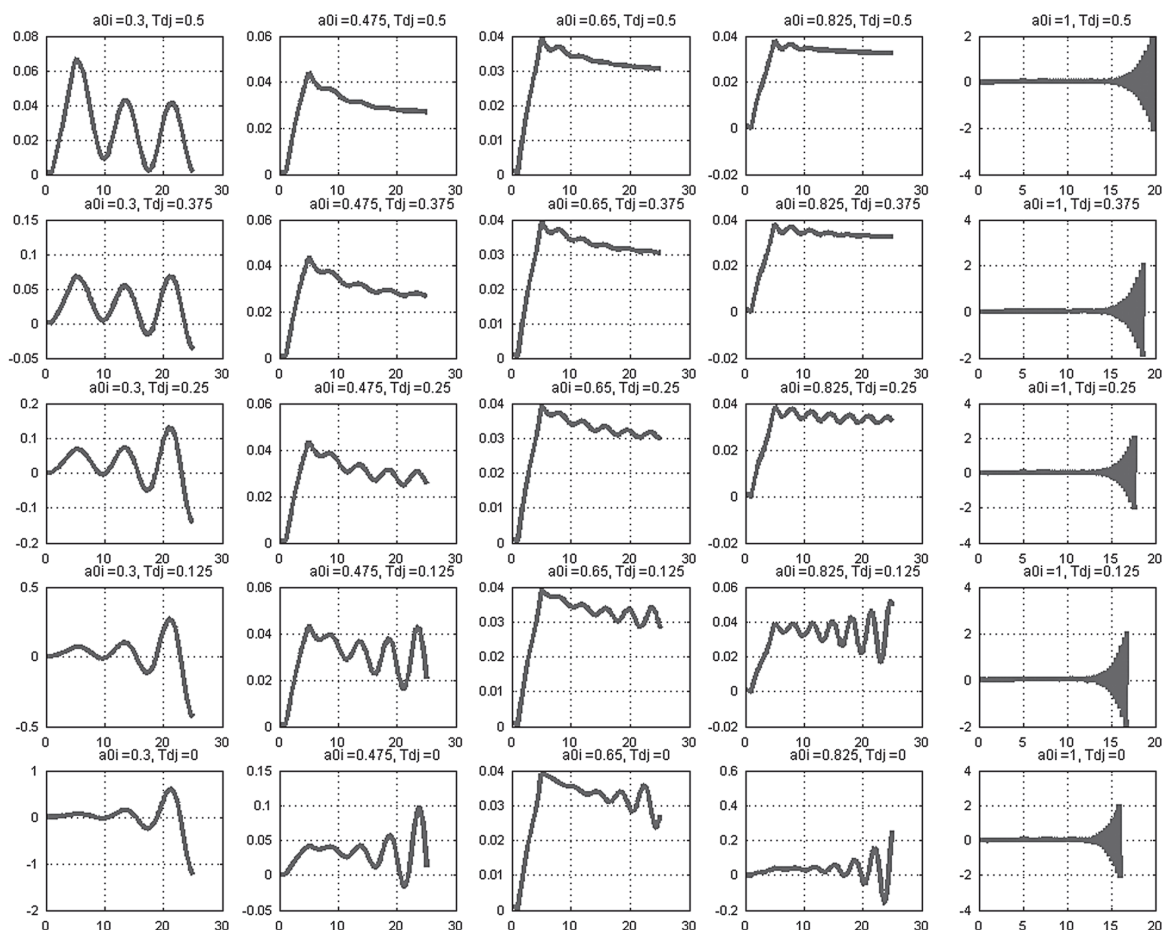


Рис. 1. Процесс получения численных оценок функционала 1 в области параметров a_0 и T_d :

$$a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}, T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$$

Fig. 1. The process of obtaining numerical values of functional 1 in the parameters of a_0 and T_d :

$$a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}, T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$$

при его отсутствии, необходимо при выборе коэффициентов настроек a_0 и T_d рассмотреть два критерия:

1. Минимизация угла атаки при управлении (1). Для поиска решения рассмотрен функционал

$F1(a_0, T_d) = \max |\alpha(\delta_9(a_0, T_d))|_{0 \leq t \leq T}$ – максимальная величина угла атаки при движении на отрезке времени $[0, T]$ при выбранных параметрах регулятора a_0 и T_d ;

2. Минимизация угла атаки при управлении (2). Для поиска решения рассмотрен функционал

$F2(a_0, T_d) = \max |\alpha(\delta_9^w(a_0, T_d))|_{0 \leq t \leq T}$ – максимальная величина угла атаки при движении на отрезке времени $[0, T]$ при выбранных параметрах регулятора a_0 и T_d .

В этом случае задача синтеза формализуется в задачу определения такой настройки

коэффициентов a_0 и T_d , которая может обеспечить одновременно минимальные величины функционалов 1 и 2 во всей области настроек параметров регулятора

$$\begin{aligned} a_{0\min} &\leq a_0 \leq a_{0\max} \\ T_{d\min} &\leq T_d \leq T_{d\max} \end{aligned} \quad (3)$$

что в данной работе достигается путем определения пересечения множеств решений, удовлетворяющих заданным критериям 1 и 2.

Синтез проведен для типового объекта [1], состав датчиков которого позволяет получать на борту оценки ветрового возмущения α_w . Для этого кроме датчиков угла требуется датчик поперечных перегрузок.

Уравнения движения ЛА как твердого тела в плоскости тангажа имеют вид [1]

$$\begin{aligned} y'' &= a_{y9} \vartheta + a_{y'y'} y' + a_{y\delta} \delta_9 \\ \vartheta'' &= a_{99} \vartheta + a_{9'y'} y' + a_{9\delta} \delta_9. \end{aligned} \quad (4)$$

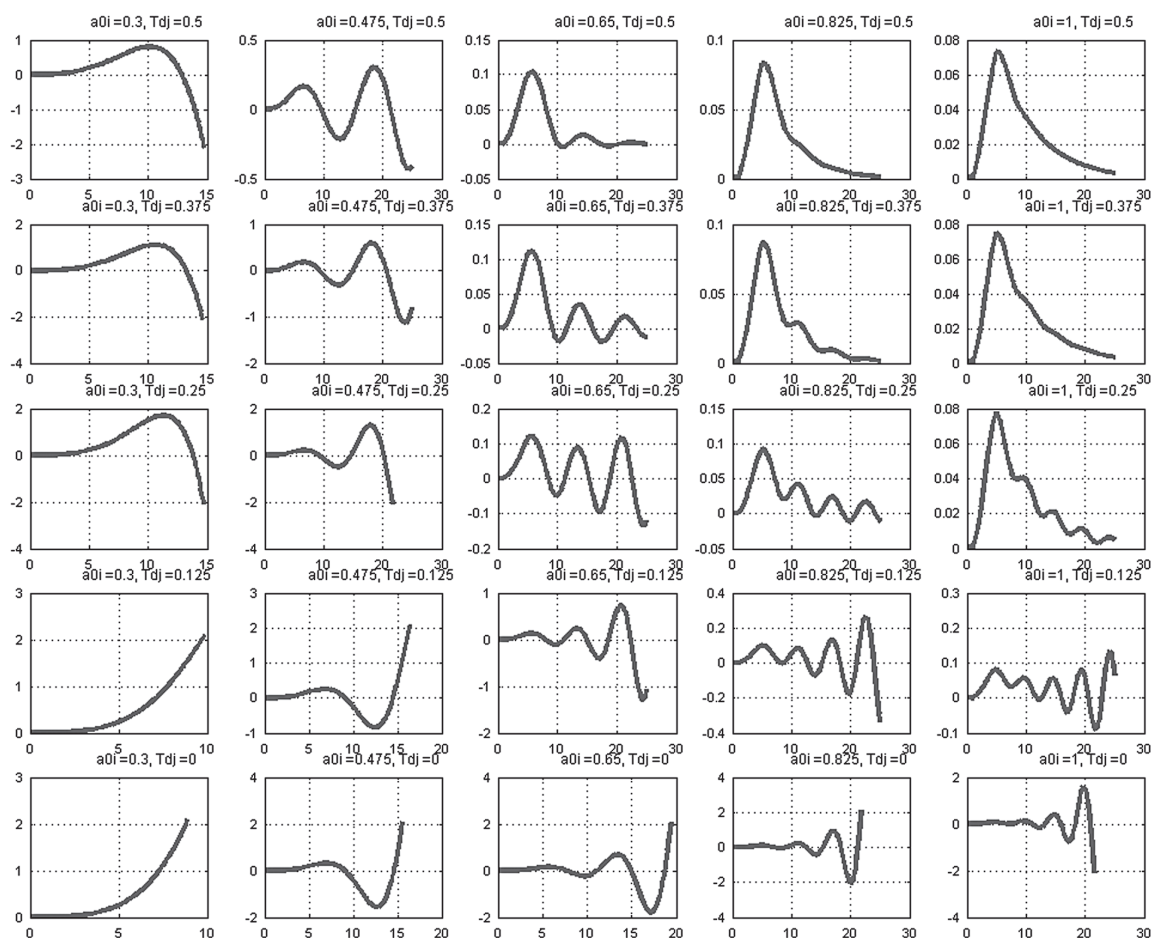


Рис. 2. Процесс получения численных оценок функционала 2 в области параметров a_0 и T_d :

$$a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}, T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$$

Fig. 2. The process of obtaining numerical values of functional 2 in the parameters a_0 and T_d :

$$a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}, T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$$

По уравнениям (4) можно получить оценку полного угла атаки

$$\tilde{\alpha} = \frac{y_1'' - a_{y\delta} \cdot \delta_9}{a_{y\alpha}}.$$

Путем подключения или отключения в процессе моделирования [8–10] оценки ветрового угла атаки в алгоритм управления были получены численные оценки функционалов 1 и 2 в области их настроек (3). Процесс получения функционалов 1 и 2 проиллюстрирован на рис. 1, 2. По результатам численных оценок функционалов были построены контуры равных значений функционалов 1 и 2, представленные на рис. 3 и 4. Из вида контуров следует, что в плоскости параметров a_0 и T_d области с минимальными значениями функционалов имеют небольшое пересечение, в котором могут быть выбраны общие настройки алгоритмов (1) и (2) и которые могут обес-

печить устойчивость и управляемость. На рис. 3, 4 отмечена выбранная рабочая точка настройки коэффициентов a_0 и T_d .

По этим областям были выбраны параметры a_0 и T_d , обеспечивающие одновременно минимальные величины функционалов 1 и 2 во всей области настроек параметров регулятора, выбранная настройка отмечена на этих рисунках.

Результаты моделирования с общими настройками для алгоритмов 1 и 2 приведены на рис. 5, 6.

Как следует из результатов моделирования, выбранная настройка позволяет найти приемлемое решение, удовлетворяющее различным критериям. Так, при работе алгоритма 1 обеспечивается устойчивость движения и при работе алгоритма 2 обеспечивается минимизация угла атаки.

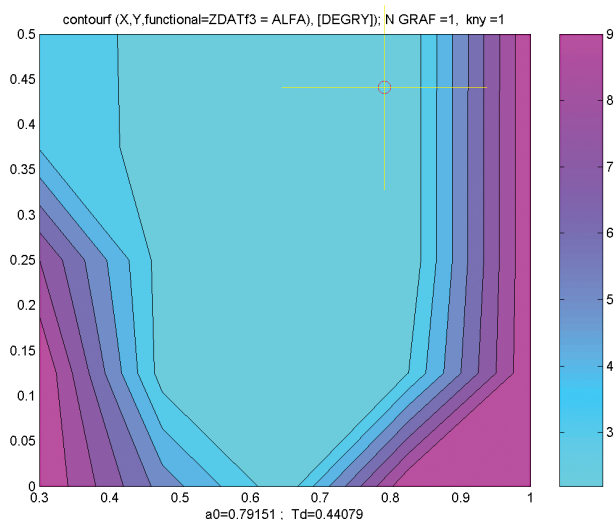


Рис. 3. Контурные равных значений для функционала 1 в области параметров a_0 и T_d $a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}$, $T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$

Fig. 3. The contours of equal values for functional 1 in the parameters a_0 and T_d $a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}$, $T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$

Реализация законов управления требует измерения всех переменных состояний объекта управления. Обычно, однако, доступны непосредственным измерениям не все компоненты вектора состояний системы, а лишь некоторая их часть или некоторые их линейные комбинации. Это объясняется тем, что выходными величинами объекта служат лишь отдельные комбинации этих компонент. Выходной вектор объекта имеет размерность, меньшую размерности вектора состояния.

Все эти обстоятельства указывают на необходимость способов и устройств, которые позволяли бы косвенно оценивать переменные состояния, малодоступные или вовсе недоступные прямым измерениям. Эти способы и устройства должны основываться на использовании информации о входных (управляющих) воздействиях, выходных измеряемых величинах и уравнениях движения объекта управления, которые предполагаются известными. Ниже рассматривается случай линейных стационарных непрерывных динамических объектов автоматического управления.

Построение оптимальных наблюдателей состояния динамических систем начинается с постановки задачи. Постановка этой задачи включает два этапа. Сначала

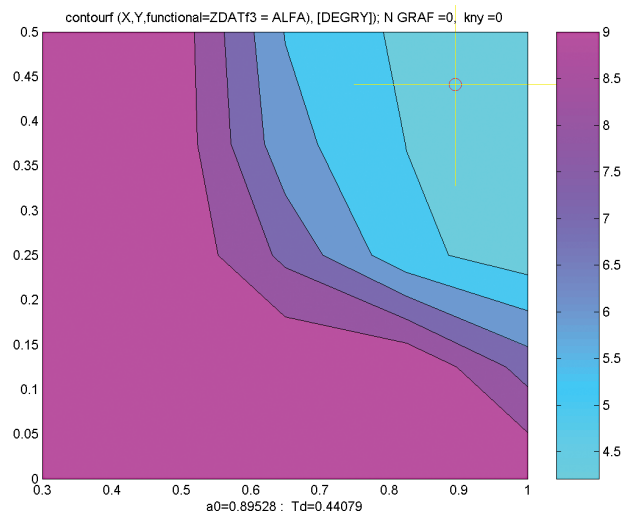


Рис. 4. Контурные равных значений для функционала 2 в области параметров a_0 и T_d $a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}$, $T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$

Fig. 4. The contours of equal values for functional 2 in the parameters a_0 and T_d $a_{0\min} \leq a_0 \leq a_{0\max}$, $T_{d\min} \leq T_d \leq T_{d\max}$

выполняется содержательная (описательная) постановка задачи, а затем на основе анализа сущности этой постановки и использования физических и других закономерностей, которым подчиняются протекающие в управляемом объекте процессы, формулируют математическую постановку задачи синтеза оптимального наблюдателя состояния заданной динамической системы. Математическая постановка задач данного типа для непрерывных динамических систем включает получение математического описания объекта управления, например, в виде дифференциальных уравнений, представленных в нормальной форме Коши; выявление выходных доступных измерению величин объекта и составление для них уравнений измерений (наблюдений); определение, в случае необходимости, основных свойств и характеристик внешних воздействий и граничных условий; составление математических выражений для минимизируемых критериев оптимальности, например, в виде функционалов, отражающих все основные качественные требования, предъявляемые к синтезируемой системе наблюдения. Наиболее часто считают, что минимизируемый критерий должен характеризовать точность оценки вектора состояния объекта.

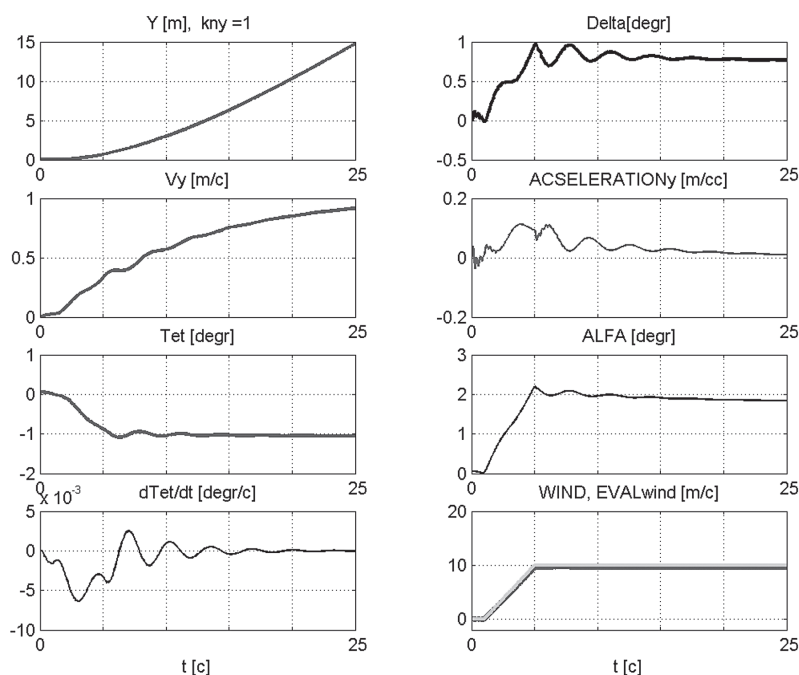


Рис. 5. Результаты моделирования с общими настройками для алгоритма 1: Y – координата ЦМ (м), V_y – скорость движения ЦМ(м/с), Tet – угол тангажа($^{\circ}$), $dTet/dt$ – скорость объекта в плоскости тангажа($^{\circ}/c$), $Delta$ – расхождение по каналу тангажа($^{\circ}$), $ACSELERATIONy$ – ускорение ЦМ (м/с 2), $Alfa$ – угол атаки($^{\circ}$), $Wind$, $EVALwind$ – скорость ветра (м/с)

Fig. 5. The results of the modeling with the general settings for the algorithm 1: Y – MC coordinate (m), V_y – velocity of the MC (m/s), Tet – pitch ($^{\circ}$), $dTet/dt$ – the velocity of the object in the plane of the pitch ($^{\circ}/c$), $Delta$ – mismatch in the pitch channel ($^{\circ}$), $ACSELERATIONy$ – MC acceleration (m / s 2), $Alfa$ – angle of the attack ($^{\circ}$), $Wind$, $EVALwind$ - wind speed (m / s)

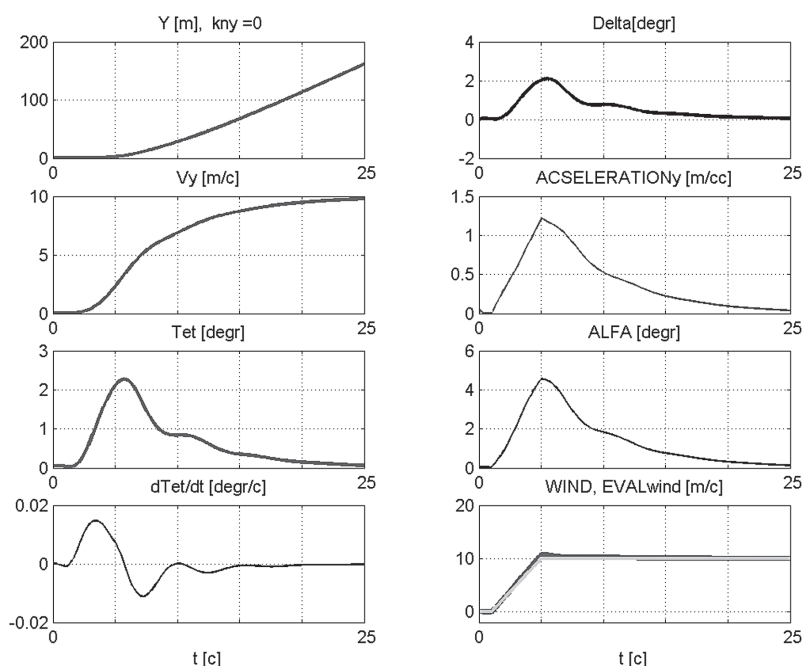


Рис. 6. Результаты моделирования с общими настройками для алгоритма 2: Y – координата ЦМ (м), V_y – скорость движения ЦМ(м/с), Tet – угол тангажа($^{\circ}$), $dTet/dt$ – скорость объекта в плоскости тангажа($^{\circ}/c$), $Delta$ – расхождение по каналу тангажа($^{\circ}$), $ACSELERATIONy$ – ускорение ЦМ (м/с 2), $Alfa$ – угол атаки($^{\circ}$), $Wind$, $EVALwind$ – скорость ветра (м/с)

Fig. 6. The results of the modeling with the general settings for the algorithm 2: Y – MC coordinate (m), V_y – velocity of the MC (m/s), Tet – pitch ($^{\circ}$), $dTet/dt$ – velocity of the object in the plane of the pitch ($^{\circ}/c$), $Delta$ – mismatch in the pitch channel ($^{\circ}$), $ACSELERATIONy$ – MC acceleration (m/s 2), $Alfa$ – angle of the attack ($^{\circ}$), $Wind$, $EVALwind$ - wind speed (m/s)

Задача синтеза оптимальных наблюдателей состояния динамических систем может ставиться в стохастической или детерминированной постановке в зависимости от того, учитываются или нет случайные помехи, действующие на наблюдаемый объект автоматического управления. Рассмотрим особенности постановки детерминированных задач об оптимальном наблюдении состояния линейных стационарных обыкновенных непрерывных динамических систем.

Пусть задан линейный стационарный непрерывный динамический объект управления с сосредоточенными параметрами следующим векторно-матричным дифференциальным уравнением в нормальной форме Коши

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (5)$$

где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – вектор состояния объекта;

$U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}^T$ – вектор управления объекта;

$A = \{a_{ij}\}_{n,n}$, $B = \{b_{ij}\}_{n,m}$ – заданные постоянные матрицы объекта.

Уравнение (5) описывает динамику изменения во времени вектора состояния объекта. Для того чтобы математическое описание объекта было полным, к его дифференциальному уравнению динамики (5) должно быть добавлено дополнительно второе алгебраическое уравнение вида

$$Y = CX, \quad (6)$$

где $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}^T$ – вектор выходных измеряемых переменных объекта;

$C = \{c_{vi}\}_{r,n}$ – заданная постоянная матрица, $r < n$. (7)

Это уравнение (6) устанавливает связь неизвестного и недоступного непосредственным измерениям вектора состояния объекта с его выходным вектором, каждая компонента которого доступна измерению. Подаваемый на вход объекта вектор управления также полностью доступен измерению.

Итак, имеется следующая информация: вид уравнений (5), (6) объекта управления, то есть его структура, с известными всеми матрицами, то есть параметрами, входящими в эти уравнения; доступный измерению выходной вектор объекта; доступный измерению входной вектор управления объекта. Опираясь на

знание указанных матриц управляющего и выходного векторов объекта, необходимо оценить вектор состояния объекта управления. Оценку вектора состояния данного динамического объекта (5) будем обозначать через $\hat{X}$

$$\hat{X}(t) = \{\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \dots, \hat{x}_n(t)\}^T. \quad (8)$$

Близость этой текущей оценки (8) к истинному текущему значению вектора состояния

$$X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T \quad (9)$$

будем характеризовать вектором текущей ошибки

$$\tilde{X}(t) = X(t) - \hat{X}(t). \quad (10)$$

Требуется по известным параметрам и структуре объекта (5), (6) и наблюдаемым входному и выходному векторам этого объекта построить линейную стационарную динамическую систему, которая давала бы на выходе такую оценку (8) вектора состояния (9) объекта (5), чтобы ошибка (10) с течением времени стремилась к нулю

$$\tilde{X}(t) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Такую динамическую систему называют динамическим идентификатором состояния объекта (5), (6).

Для того чтобы создаваемый динамический идентификатор обладал высокой эффективностью, его стремятся строить с использованием методов классического или современного вариационного исчисления.

Если такая динамическая система построена так, что достигается минимум функционала вида

$$J = \int_0^\infty \left(\frac{1}{2} \tilde{X}^T Q \tilde{X} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T R \dot{\tilde{X}} \right) dt \rightarrow \min; \quad (12)$$

$$Q^T = Q = \{q_{iv}\}_{n,n} > 0, R^T = R = \{r_{iv}\}_{n,n} > 0,$$

то полученный идентификатор состояния объекта будет оптимальным по квадратичному критерию точности (12).

Решение этих задач синтеза оптимальных наблюдателей состояния линейных стационарных динамических объектов может выполняться методами современного и классического вариационного исчисления с использованием системы уравнений Эйлера, Эйлера–Пуассона и необходимых условий оптимальности в форме усиленных условий Лежандра

Цифровая реализация полученных алгоритмов при переходе от аналогового (не-

прерывного) управления объектом к дискретному (цифровому) управлению связана с решением следующих основных задач:

1. Определение возможности использования закона управления объектом, полученного для непрерывного временного процесса в аналоговой форме, при его преобразовании в закон дискретного управления (и как такое преобразование осуществить).

2. Учет потери информации в системе в результате дискретизации, запаздывания сигнала при передаче информации, связанного со временем, необходимым для осуществления вычислительных процедур, оценка погрешности квантования.

3. Расчет допустимого периода квантования (дискретизации) сигнала.

Исходя из этого проведем анализ взаимосвязи характеристик непрерывного (аналогового) и дискретного (цифрового) управления.

Пусть непрерывная система описывается уравнениями

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t), y(t) = c_c x(t), \quad (13)$$

а полученная в результате ее дискретизации дискретная система

$$x[i+1] = Ax[i] + bu[i], y[i] = cx[i], \quad (14)$$

где матрицы

$$A = e^{A_c T}, b = \int_0^T e^{A_c \tau} d\tau b_c, c = c_c, \quad (15)$$

имеют соответственно размерности $A_c (n \times n)$, $b_c (n \times 1)$, $c_c (1 \times n)$.

В первую очередь рассмотрим собственные числа η_i матрицы A_c , являющиеся полюсами непрерывной системы и собственные векторы w_i .

Из соотношений

$$A_c w_i = \eta_i w_i, A_c^2 w_i = \eta_i^2 w_i, \dots, A_c^k w_i = \eta_i^k w_i, \dots \quad (16)$$

следует, что

$$\begin{aligned} e^{A_c T} w_i &= \{I + A_c T + A_c^2 T^2 / 2! + \dots + A_c^k T^k / k! + \dots\} w_i = \\ &= w_i + \eta_i T w_i + \eta_i^2 T^2 w_i / 2! + \dots + \eta_i^k T^k w_i / k! + \dots = \\ &= (1 + \eta_i T + \eta_i^2 T^2 / 2! + \dots + \eta_i^k T^k / k! + \dots) w_i = e^{\eta_i T} w_i. \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда, если λ_i – собственные числа матрицы A то

$$A w_i = \lambda_i w_i, \text{ где } \lambda_i = e^{\eta_i T} \quad (18)$$

и собственные векторы для λ_i , как и в случае непрерывной системы, также имеют вид w_i . При этом дискретная система может иметь кратные полюса λ_i даже при отсутствии кратности η_i . Тогда, если отсутствует кратность η_i ,

собственные векторы w_i линейно независимы, т. е., другими словами, собственная структура A есть простая структура.

Из выражения (18) следует, что условие $|\lambda_i| < 1$ тождественно условию $\operatorname{Re}\{\eta_i\} < 0$ и при асимптотической устойчивости непрерывной системы (13) дискретная система (14) также асимптотически устойчива, причем верно и обратное утверждение. При дискретизации неустойчивой (колебательной) моды непрерывной системы она ненаблюдаема из $y[i]$. Колебательный процесс скрыт и не проявляется в момент выборки. Однако отсутствие наблюдаемости справедливо не для всех переменных состояния. Справедливо и обратное утверждение. Такая мода может проявляться также в течение переходного процесса между точками выборки $y[i, m]$.

Кроме того, если для двух различных полюсов η_i и η_j непрерывной системы с совпадающими действительными частыми

$$\eta_i = \eta_j + j2k\pi/T \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (19)$$

удовлетворяется условие $e^{\eta_i T} = e^{\eta_j T}$, то в соответствующей дискретной системе они совпадают: $\lambda_i = \lambda_j$. Следовательно, область комплексной S -плоскости, которая соответствует непрерывной системе, так называемая центральная область (полюсы в диапазоне мнимых значений от $-j\pi/T$ до $j\pi/T$), однозначно соответствует комплексной Z -плоскости дискретной системы.

Перейдем теперь к свойствам управляемости и наблюдаемости. В целом можно сказать, что если имеют место управляемость и наблюдаемость непрерывной системы, то и соответствующая дискретная система практически для любого периода T характеризуется наличием свойств управляемости и наблюдаемости. В тех отдельных случаях, когда у дискретной системы отсутствуют эти свойства, непрерывная система имеет два полюса η_i и η_j с совпадающей действительной частью, и при этом период выборки T должен удовлетворять условию (19).

Из сказанного следует вывод, когда все полюса непрерывной системы лежат в центральной области, можно утверждать о наличии управляемости и наблюдаемости дискретной системы, если эти свойства имеются у соответствующей непрерывной системы.

Несмотря на определенные трудности, докажем условие управляемости, если имеет место выражение (19). Примем для упрощения, что непрерывная система управляема при отсутствии кратности полюсов η_i . Тогда в результате диагонального преобразования

$$x(t) = Tz(t); \quad T = [w_1, \dots, w_n],$$

где w_i – собственные вектора матрицы A_c , получим диагональную каноническую систему в виде

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} h_1 & & 0 \\ & h_2 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & h_n \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u(t),$$

$$y(t) = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n] z(t). \quad (20)$$

С другой стороны, w_i – это также собственные вектора полюсов λ_i дискретной системы. Действуя аналогично через координатное преобразование дискретной системы $x[i] = Tz[i]$, будем иметь

$$z[i+1] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} z[i] + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u[i]$$

$$y(i) = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n] z(i). \quad (21)$$

Отметим, что полюса η_i не кратные, однако возможна кратность собственных чисел λ_i . Поэтому диагональная каноническая форма отсутствует только в этом случае, т.е. отсутствуют условия управляемости и наблюдаемости $b_i \neq 0$, $\gamma_i \neq 0$. Кроме того, из равенства $c = c_c$ следует, что коэффициенты γ_i уравнений выхода совпадают, а из рассмотренных зависимостей

$$T^{-1} e^{A_c T} T = \text{diag}(e^{\eta_1 T}, \dots, e^{\eta_n T}); \quad (22)$$

$$T^{-1} b = \int_0^T T^{-1} e^{A_c \tau} T d\tau \cdot T^{-1} b_c =$$

$$= \text{diag} \left(\int_0^T e^{\eta_1 \tau} d\tau, \dots, \int_0^T e^{\eta_n \tau} d\tau \right) \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (23)$$

следует, что β_i и b_i находятся в соотношении

$$b_i = \int_0^T e^{\eta_i \tau} d\tau \beta_i = \begin{cases} (e^{\eta_i T} - 1) \beta_i / \eta_i, & \text{при } \eta_i \neq 0, \\ T \beta_i, & \text{при } \eta_i = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Условие управляемости для непрерывной системы при наличии диагональной канонической формы (20) заключается в том, что $b_i \neq 0$ ($\forall i$). Пусть выражение (19) несо-

стоятельно. В этом случае $\lambda_i \neq \lambda_j$, дискретная система (21) также представляется в виде диагональной канонической формы и $b_i \neq 0$ – условие управляемости. Из выражения (24) при $T \neq 0$ видно, что равенство $b_i = 0$ имеет место только в частном случае наличия полюсов $\eta_i = j2k\pi/T$. Однако матрица A_c – действительная, и обязательно наличие сопряженные полюсов $\eta_i = -j2k\pi/T$, что определяет состоятельность выражения (19). Таким образом, можно утверждать, что из несостоятельности выражения (19) следует также управляемость и дискретной системы. Пусть теперь выражение (19) состоятельно. В этом случае даже при $\eta_i \neq \eta_j$ имеет место равенство $\lambda_i = \lambda_j$, и следовательно, управляемость для дискретной системы отсутствует. Проверим это утверждение. Условие управляемости не меняется даже при координатном преобразовании, поэтому для дискретной системы ранг матрицы

$$[zI_n - \tilde{A}, \quad \tilde{b}] = \begin{bmatrix} z - \lambda_1 & & 0 & b_1 \\ & z - \lambda_2 & & b_2 \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & z - \lambda_n & b_n \end{bmatrix} \quad (25)$$

остается неизменным и равным n для любых z . Если $z = \lambda_i$, то $z - \lambda_i = z - \lambda_j = 0$, и, следовательно, i -я и j -я строки этого выражения абсолютно не зависят от значений b_i , b_j и являются линейно зависимыми.

В связи с этим ранг матрицы (25) не превышает значения $n-1$, и значит управляемость отсутствует. Аналогичное доказательство можно привести и для оценки наблюдаемости.

Таким образом, рассмотренные в данной работе алгоритмы оптимизации решений многокритериальных задач управления движением позволяют найти приемлемое решение поставленной задачи, удовлетворяющее различным критериям.

Библиографический список

1. Колесников, К.С. Динамика ракет: Учебник для вузов. 2-е изд., исправл. и доп. / К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 2003. – 520 с.
2. Колесников, К.С. Жидкостная ракета как объект регулирования / К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1971.
3. Остославский, И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И.В. Остославский, И.В. Стражева. – М.: Машиностроение, 1989. – 410 с.

4. Есаков, В.А. Основы теории и проектирования систем автоматического управления: Учеб. пособие / В.А. Есаков, Г.Ф. Земляной, В.Г. Дудко. – М.: МГУЛ, 2011. – 103 с.
5. Динеев, В.Г. Учет случайных разбросов параметров систем регулирования сложных систем и возмущающих воздействий в задачах динамики ракетно-космической техники / В.Г. Динеев, Э.А. Колоезный, М.И. Ковригин, И.В. Теплова // Доклад на международной научно-технической конференции «К.Э. Циолковский – 140 лет со дня рождения. Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика». – Рязань, 1997.
6. Казаков, И.Е. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем / И.Е. Казаков, Б.Г. Доступов. – М.: Физматгиз, 1962.
7. Карачаров, К.А. Введение в техническую устойчивость движения / К.А. Карачаров, А.Г. Пилютник. – М.: ГИФМЛ, 1962.
8. Дьяконов, В. Matlab 6/6.1/6.5 Simulink 4/5. Основы применения / В. Дьяконов. – М.: Солон Пресс, 2002. – 630 с.
9. Черных, И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений. Под общ. ред. к. т. н. В.Г. Потемкина / И.В. Черных. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – 496 с.
10. Бужинский, В.А. Моделирование управляемого движения ракеты-носителя как материальной точки в среде Matlab: учеб.-мет. пособие / В.А. Бужинский, В.Г. Динеев, Э.А. Колоезный, В.И. Лапыгин. – М.: МГУЛ, 2006. – 36 с.

THE SYNTHESIS OF CONTROLLERS BASED ON THE NUMERICAL OPTIMIZATION ALGORITHM OF MULTICRITERIA MOTION CONTROL PROBLEMS

Dineev V.G., TsNIIMash, Acad. RAC, Dr. Sci. (Tech.); **Levin S.V.**, TsNIIMash; **Lazarev D.V.**, TsNIIMash; **Uspenskaya O.A.**, TsNIIMash; **Dudko V.G.**, prof. MGUL, Ph.D (Tech.); **Esakov V.A.**, prof. MGUL, Ph.D (Tech.); **Zemlyanoy G.F.**, prof. MGUL, Ph.D (Tech.)

caf-sau@mgul.ac.ru

Russian Academy of Cosmonautics by K.E. Tsiolkovsky (RACTs) Butyrsky Val, 18, Buil. 2, Moscow, 125047, Russia
Central Research Institute of Machine Building (FSUE TsNIIMash), 4, st. Pioneer, Korolev, Moscow region, 141070, Russia
Moscow State Forest University (MSFU), 1st Institutskaya st., 1, 141005, Mytischy, Moscow reg., Russia

The algorithm for the optimization of the controller parameters in the solutions of multi-criteria motion control problems based on the numerical determination of the intersection of the set of solutions that satisfy the specified criteria is regarded. The problem, in which a main motion control algorithm – the algorithm of programmed motion stabilization – is connected with the algorithm of compensation of a number of disturbing factors by certain control means, in particular, the control algorithm for wind disturbances designed to minimize the wind angle of the attack is being solved. According to the results of the numerical estimates of functionals the contours of equal values of the functionals in the sphere of adjustable parameters were constructed. The areas with minimal values of functionals were constructed according to them. According to the crossing of the areas, general settings of the algorithms for different criteria that can provide stability and control are selected. The implementation of the control law requires the measurement of all the variable states of the controlled object, however, not all the components of the system state vector can be measured directly, but only some of them or some of their linear combinations. It can be explained by the fact that the output values of the object are only certain combinations of these components. The output vector of the object has a smaller dimension than that one of the state vector. The solution of these problems of synthesis of optimal observers of the state of linear stationary dynamic objects can be carried out using the methods of modern and classical variable calculations with the use of the Euler and Euler-Poisson equations and necessary optimality conditions in the form of the enhanced conditions. The control and observation characteristics of the continuous system and the features of posing deterministic problems concerning the optimal observation of the state of ordinary linear stationary continuous dynamic systems are regarded.

Keywords: control system, optimization algorithm, controller.

References

1. Kolesnikov K.S. *Dinamika raket* [Dynamics missile]. Moscow: Mechanical Engineering, 2003, 520 p.
2. Kolesnikov K.S. *Zhidkostnaya raketa kak ob'ekt regulirovaniya* [Liquid rocket as an object of regulation]. Moscow: Mechanical Engineering, 1971.
3. Ostoslavskiy I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta. Traektorii letatel'nykh apparatov* [Flight Dynamics. The trajectories of aircraft]. Moscow: Engineering, 1989. 410 p.
4. Esakov V.A., Zemlyanoy G.F., Dudko V.G. *Osnovy teorii i proektirovaniya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Fundamentals of the theory and design of automatic control systems]. Moscow: MSFU, 2011, 103 p.
5. Dineev V.G., Kolozeznyy E.A., Kovrigin M.I., Teplova I.V. *Uchet sluchaynykh razbrosov parametrov sistem regulirovaniya slozhnykh sistem i vozmushchayushchikh vozdeystviy v zadachakh dinamiki raketno-kosmicheskoy tekhniki* [Accounting for random variation of parameters of control systems of complex systems and disturbances in the dynamics of space rocket technology]. Report at the International scientific conference “K.E. Tsiolkovsky - 140 years since the birth. Space. Radio electronics. Geoinformatics”, Ryazan, 1997.
6. Kazakov I.E., Dostupov B.G. *Statisticheskaya dinamika nelineynykh avtomaticheskikh sistem* [Statistical dynamics of nonlinear automatic systems]. Moscow: Fizmatgiz, 1962.
7. Karacharov K.A., Pilyutik A.G. *Vvedenie v tekhnicheskuyu ustoychivost' dvizheniya* [Introduction technical driving stability]. Moscow: GIFML, 1962.
8. D'yakonov V. *Matlab 6/6.1/6.5 Simulink 4/5. Osnovy primeneniya* [Matlab 6 / 6.1 / 6.5 Simulink 4/5. Fundamentals of application]. Moscow: Solon Press, 2002. 630 p.
9. Chernykh I.V. *Simulink: sreda sozdaniya inzhenernykh prilozheniy* [Simulink: environment for creation of engineering applications]. Moscow: Dialog-MIFI, 2003. 496 p.
10. V.A. Buzhinskiy, V.G. Dineev, E.A. Kolozeznyy, V.I. Lapygin. *Modelirovanie upravlyаемого dvizheniya rakety-nositelya kak material'noy tochki v srede Matlab* [Simulation of controlled motion launcher as a material point in the environment Matlab]. Moscow: MSFU, 2006. 36 p.