

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЫ КАЧЕСТВА

А.Ю. ГАЛАКТИОНОВ, доц. МГУЛ, канд. техн. наук⁽¹⁾

galakau@mail.ru

⁽¹⁾ ФГБОУ ВО «Московский государственный университет леса»
141005, Московская обл., г. Мытищи-5, ул. 1-я Институтская, д. 1

Задача об избегании столкновения двух точечных объектов с противоположными интересами на геометрической плоскости рассматривалась как трехмерная дифференциальная игра качества. В качестве фазовых координат выбраны скорость уклоняющегося игрока и геометрические координаты максимизирующего игрока. Подвижная система координат связана с минимизирующим игроком, а одна из ее осей направлена параллельно радиусу кривизны уклоняющегося игрока. Минимизирующий игрок обладает простым движением. На кривизну траектории максимизирующего игрока наложены ограничения. В качестве терминальной поверхности принят цилиндр единичного радиуса. Согласно идеологии, предложенной Р.Айзексом, в процессе построения барьера как численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений получены предельные значения сил для уклоняющегося игрока, позволяющие избежать столкновения. Построение поверхности барьера осуществлялось в результате численных параметрических расчетов. Для контроля точности результатов были использованы методы Эйлера и Рунге-Кутты. Обобщение и анализ аппроксимирующих соотношений для предельных коэффициентов сил, действующих на максимизирующего игрока, позволили установить показатель эффективности маневренных возможностей соответствующего игрока, что необходимо при подготовке критериев синтеза маневрирующей технической системы. Настоящее исследование в части систематологии является развитием идей Н.Е. Жуковского и Л.А. Петоросьяна. Достоверность полученных результатов подтверждена сходимостью по времени и расчетной сетки, а также сравнением с известными теоретическими зависимостями.

Ключевые слова: дифференциальная игра качества, численный метод, оптимальное уклонение, показатель оптимального маневрирования.

С момента появления монографии Дж. фон Неймана и О. Моргенштерна [1] последовал период бурного развития предложенной ими теории: публикации статей, организация научных обществ и НИР, связанных с решением игр на минимакс, преследующих цель получить математически обоснованные способы решения конфликтных ситуаций. Однако ожидаемой революции в отраслях потребителей (военной, экономической и т. д.) не последовало [2], что позволяет сказать о наличии у упомянутых потребителей ряда важных проблем и, в первую очередь, отсутствие необходимых систем показателей эффективности (иерархий целей и задач с количественными показателями эффективности, согласно [3]).

В то же время, при создании различных технических изделий, процесс функционирования которых может быть описан дифференциальными уравнениями (например аэрокосмические системы), в качестве показателей эффективности часто используются соотношения, полученные из так называемых игр с одним игроком, что осложняет разра-

ботку изделий, предназначенных для функционирования в условиях конфликта. Достаточно упомянуть работу [4], где в качестве критерия оптимальности формы поверхности ЛА используется только аэродинамическое качество, предполагая планирующий полет ЛА, согласно предложению Н.Е. Жуковского в начале XX в. [5]. Таким образом, получение математически обоснованных показателей эффективности технических изделий, предназначенных для функционирования в условиях конфликта, является важной и актуальной проблемой.

В настоящей работе предлагается подход к получению упомянутых показателей эффективности, основанный на численном решении дифференциальной игры качества (схематизированного конфликта двух игроков с нулевой суммой, когда развитие ситуации во времени может быть описано системой обыкновенных дифференциальных уравнений). Основой теории дифференциальных игр принято считать монографию Р. Айзекса [2], опубликованную в 1965 г. в США. Учитывая, что основные результаты в работе [2] были

получены в аналитической форме, предлагаем численное решение дифференциальной игры качества (принципиальная возможность победы одного из двух игроков) решение на ЭВМ, используя метод последовательных приближений, рекомендованный в работе [5] для задач такого типа, как разновидности вариационного исчисления.

Целью настоящей работы стало получение соотношения между компонентами силы, действующей на уклоняющегося от столкновения игрока в естественной (траекторной) системе координат (нормальной и тангенциальной). Предполагается, что такое соотношение является некоторой мерой маневренных способностей одного из игроков и, тем самым, могло быть использовано как показатель эффективности при синтезе соответствующей системы, предназначенной для работы в условиях конфликта [4–6].

В качестве примера в настоящей работе рассматривается дифференциальная игра, аналогичная игре «шофер-убийца» [2]. В отличие от игры, предложенной Р. Айзексом, здесь рассматривается модель конфликта на геометрической плоскости между «медленным, но маневренным пешеходом (игрок P – Pursuer) со скоростью w_1 (с возможностью мгновенного изменения ориентации вектора скорости при постоянстве его модуля), стремящимся попасть под машину (попытка суицида)» и «быстрым автомобилем (со скоростью $w_2 > w_1 = 1$), стремящимся избежать столкновения (игрок E – Evader)». На величину радиуса кривизны игрока E наложены ограничения ($R_{\min} < R$). В процессе движения на игрока E действуют: нормальная к траектории сила (N), величиной которой игрок E может управлять, и тангенциальная (тормозящая) сила (T), величиной которой игрок E управлять не может. Отмеченные силы пропорциональны квадрату скорости игрока E (безразмерные коэффициенты сил C_T и C_N). Игра заканчивается захватом (победой игрока P), если расстояние между точками PE становится менее заданного ($PE < l$), внешнюю границу области захват с радиусом l назовем терминальной поверхностью. Величина упомянутого радиуса была принята за единицу (единичный масштаб дли-

ны: $l = 1$); величина скорости пешехода-перехватчика принималась единичной (единичный масштаб скорости: $w_1 = 1$).

Для достижения указанной цели в настоящей работе была выполнена следующая декомпозиция упомянутой задачи перехвата:

1. Схематизация конфликта, позволяющая формализовать задачу об избегании столкновения и применить численный метод последовательных приближений [4].

2. Проведение параметрических исследований на ЭВМ, позволяющих установить соотношение между коэффициентами C_T и C_N для различного соотношения скоростей (w_2/w_1), используя понятие барьера, предложенное Р. Айзексом [2], которое могло бы использоваться как показатель эффективности, в дальнейшем при синтезе соответствующих систем. Количественно оценить динамику изменения барьера (сингулярной поверхности в трехмерном пространстве фазовых координат: x, y, w_2) при изменении отмеченных коэффициентов сил.

3. Проверить достоверность полученных результатов, сравнив с известными аналитическими (тестовыми) решениями и рассмотрев вопросы сходимости по шагу интегрирования и по шагу дискретного изменения параметров задачи.

Постановка задачи. Задачу об управляемом движении двух точек P и E на геометрической плоскости (соответствующая схема представлена на рис. 1) рассмотрим в подвижной системе координат [2], связанной с точкой P (пешеходом перехватчиком); ось Ox направлена вдоль линии EC , где C – центр кривизны траектории точки E , удаленной от E на расстояние R ; линия EC – перпендикулярна вектору скорости игрока E (w_2); координаты x, y – определяют положение точки E относительно точки P на плоскости. Игрок P обладает простым движением [2] – мгновенное изменение направления вектора скорости w_1 ($w_1=1$) под действием управляющего параметра φ , которому игрок P может придать любое значение из интервала $[-90^\circ; +90^\circ]$, стремясь минимизировать расстояние PE . Игрок E управляет радиусом кривизны своей траектории (величиной своей нормальной

силы), через параметр $\psi \sim [-1; +1]$, стремясь максимизировать расстояние PE .

В рассматриваемом случае дифференциальной игры качества будет соответствовать случай управляемого движения точки $x = \{x, y, w_2\}^T$ в трехмерном пространстве фазовых координат. Тогда движение точки E в отмеченном фазовом пространстве под действием тангенциальной $T = -k C_T w_2^2$ и нормальной $N = k C_N w_2^2$ сил может быть описано системой обыкновенных дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \dot{x} = w_1 \sin \varphi - w_2 \psi y k C_N \\ \dot{y} = -w_1 \cos \varphi - w_2 + w_2 x \psi k C_N \\ \dot{w}_2 = -k C_T w_2^2 \end{cases} \quad (1)$$

или $\ddot{x} = f(\varphi, \psi, \vec{x})$ или $x_i = f_i(\varphi, \psi, \vec{x})$,

где φ – параметр управления движением точки P , выбираемый из условия минимума расстояния PE ;

ψ – параметр управления движением игрока E , выбираемый из условия максимизации расстояния PE .

В отличие от работы [2], где в системе дифференциальных уравнений движения явно используется радиус кривизны траектории, в настоящей работе принято представление радиуса $R = w_2^2 / N = 1 / (k C_N)$.

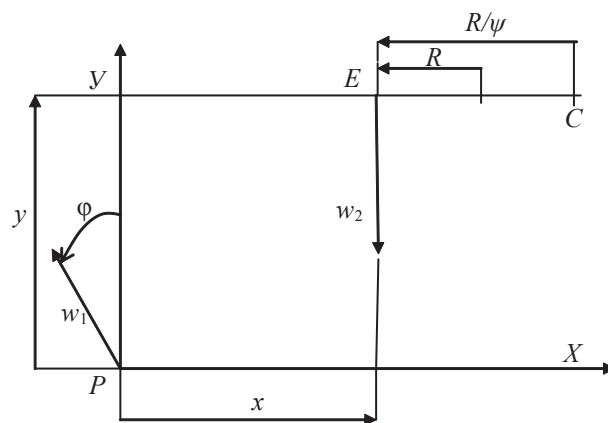


Рис. 1. Схема расположения точек P и E на геометрической плоскости

Fig. 1. Scheme of location points P and E in the geometric plane

Область захвата (где игрок P однозначно при оптимальном своем поведении ($\bar{\varphi} = \text{opt } \varphi(\vec{x})$) сблизится с игроком E на расстояние $|PE| < 1 = 1$, а игра будет иметь плату (+1)) и область избегания захвата (при оптимальном поведении ($\bar{\psi} = \text{opt } \psi(\vec{x})$) игрок E обеспечит выполнение условия $|PE| > 1 = 1$, а игра будет иметь плату (-1)), отделены друг от друга в трехмерном пространстве ($n = 3$) фазовых координат поверхность ($n - 1 = 2$ -мерном многообразии), названной Р. Айзексом барьером [2].

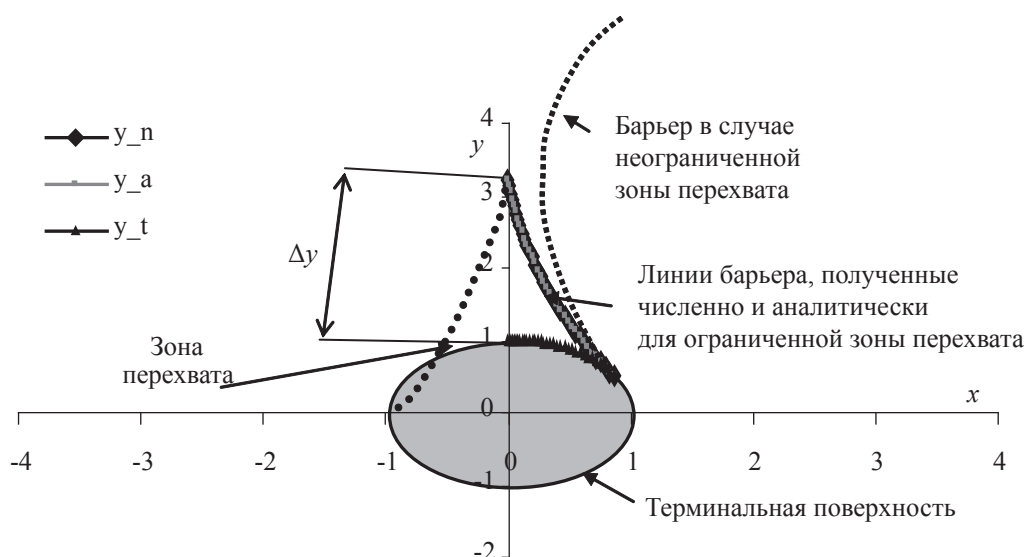


Рис. 2. Взаимное расположение линии барьера, полученной как численно, так и аналитически, и терминальной линии (поверхности) в случае игры «шофер-убийца» с двумя фазовыми координатами

Fig. 2. The relative position of the barrier line obtained both numerically and analytically, and terminal line (surface) in the case of games, «the driver-killer» two-phase coordinates

На поверхности раздела предполагается, что игра имеет нулевую плату (нейтральный для игроков исход). Эта поверхность касается терминальной поверхности (в нашем случае цилиндра с радиусом $l = 1$ и центром в точке P , рис. 2) вдоль линии (при фиксированном w_2 – в точке на геометрической плоскости), где выполняется условие $|PE| = 1 = l$.

Для построения поверхности барьера (имеющего в каждой точке нормаль $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}^T$) достаточно найти траектории (совокупность траекторий в трехмерном фазовом пространстве), удовлетворяющую условию полупроницаемой поверхности [6]

$$\sum_i v_i f_i(\vec{x}, \vec{\varphi}, \vec{\psi}) = 0$$

как основному уравнению дифференциальных игр.

В рассматриваемом случае основное уравнение (аналог функции Гамильтона, использующейся в работах Л.С. Понтрагина [7] и Ф.Л. Черноушко [5]) имеет вид

$$\min_{\varphi(\vec{x})} \max_{\psi(\vec{x})} \left\{ v_1 [w_1 \sin \varphi - w_2 \psi y k C_N] + v_2 [w_2 x \psi C_N w_2^2] - v_3 k C_N w_2^2 \right\} = 0. \quad (2)$$

В работе [7] вектор $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}^T$ – описывается как вектор управляющих импульсов, а уравнение (2) как результат скалярного произведения вектора $\vec{p} = \vec{v}$ и вектора $\vec{x}$, согласно уравнению (1).

Непосредственное решение игры качества (построение барьера) было получено, с использованием системы уравнений характеристик в регрессивной форме ($\dot{x} = -\hat{x}$).

$$\begin{cases} \dot{x} = -w_1 \sin \varphi + w_2 \psi y k C_N \\ \dot{y} = w_1 \cos \varphi + w_2 - w_2 x \psi k C_N \\ \dot{w}_2 = k C_T w_2^2 \\ \dot{v}_1 = w_2 \psi k C_N v_2 \\ \dot{v}_2 = -w_2 \psi k C_N v_1 \\ \dot{v}_3 = -\psi y k C_N v_1 + v_2 [-1 + \psi x k C_N] - 2 v_3 C_N w_2 \end{cases}, \quad (3)$$

совместно с условием (2).

В качестве начального условия (геометрическая плоскость при фиксированном w_2) на терминальной поверхности выбиралась точка с координатами: $x = l \sin s_1$ и $y = l \cos s_1$ (в случае трехмерного фазового пространства

терминальная поверхность описывается двумя координатами: угловой s_1 и $s_2 = w_2$).

На терминальной поверхности можно выделить зону захвата (нормаль к поверхности $\vec{\gamma}$ направлена вовнутрь $r \dot{r} = x \dot{x} + y \dot{y} < 0$) и зону избежания захвата (нормаль к поверхности $\vec{\gamma}$ направлена во внешнюю сторону $r \dot{r} = x \dot{x} + y \dot{y} > 0$), а также линию их разделяющую, по которой происходит касание барьера и терминальной поверхности, определяемое начальным условием

$$\frac{1}{l} [r \dot{r}] = \frac{1}{l} [x \dot{x} + y \dot{y}] = 0$$

или

$$\min_{\varphi} \max_{\psi} \left\{ \sin s_1 [w_1 \sin \varphi - w_2 \psi \cos s_1 k C_N] + \cos s_1 [-w_1 \cos \varphi - w_2 + w_2 \psi \sin s_1 k C_N] \right\} = 0$$

или

$$\min_{\varphi} \{ w_1 (\sin s_1 \sin \varphi - \cos \varphi \cos s_1) - w_2 \cos s_1 \} = 0. \quad (4)$$

Значения $s_1 = s_1(s_2)$ были определены численно.

Значения коэффициентов C_T и C_N выбирались из условия пересечения или касания поверхности барьера плоскости YPW_2 (в плоском случае линии YP), что соответствовало ограничению зоны захвата и соответственно окончанию численного расчета вдоль траектории с нулевой платой.

Численные расчеты были выполнены на ЭВМ как с использованием метода Эйлера, так и с использованием метода Рунге-Кутты IV-го порядка точности.

При единичных масштабах скорости и длины ($l = 1$ и $w_1 = 1$) значения шага по времени dt варьировались от 0,1 до 0,001, а значения управляющих параметров: φ от $-\pi$ до π , ψ от -1 до 1 варьировались (при численном решении основного уравнения на каждой итерации) в указанных интервалах с числом точек в интервале от 10 до 10 000.

В табл. 1 приведены значения двух фазовых координат (скорости (w_2) и продольного расстояния между игроками (Δy)) на момент окончания расчета барьера (условие $x = 0$), полученные в процессе сходимости по сетке (уменьшения шага дискретизации управляющих параметров: φ и ψ). Здесь можно отметить, что начиная с 3 000 точек на отме-

**Зависимости значений фазовых координат в точке окончания расчета
(начала маневра) от количества точек на интервал управляющих параметров
($C_N = 4, C_T = 1, dt = 0,01, kk = 0,1, w_1 = 1, l = 1$)**

Dependencies phase coordinate values at the end of the calculation (the start of the maneuver) the number of
points on the interval of the control parameters ($C_N = 4, C_T = 1, dt = 0,01, kk = 0,1, w_1 = 1, l = 1$)

Jk	10	50	100	500	1000	3000	4000	5000	10 000
Δy	3,92237	3,95043	3,95114	3,95139	3,95141	3,95143	3,95143	3,95143	3,95143
W_2	2,73727	2,74026	2,74064	2,74074	2,74071	2,74069	2,74069	2,74069	2,74069

**Сходимость результатов от шага интегрирования по времени
Convergence results from the integration step in time**

Dt	0,1	0,08	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
Δy (Эйлер)	4,25200 7,102 %	4,18884 5,560 %	4,104855 3,444 %	4,02126 1,337 %	3,99325 0,632 %	3,97933 0,281 %	3,96819
Δy (Рунге-Кутта)	3,83354 3,291 %	3,85515 2,746 %	3,89616 1,712 %	3,93753 0,668 %	3,95143 0,317 %	3,95840 0,142 %	3,96401
w_2 (Эйлер)	2,75904 0,6247 %	2,75487 0,4727 %	2,74982 0,2885 %	2,74493 0,1101 %	2,74334 0,0521 %	2,74254 0,0230 %	2,74191
w_2 (Рунге-Кутта)	2,72985 0,4304 %	2,73207 0,3494 %	2,73602 0,2054 %	2,73957 0,0759 %	2,74069 0,0350 %	2,741224 0,0155 %	2,74165

ченные выше интервалы решение перестает изменяться в пятом значащем числе после и остается устойчивым к дальнейшему уменьшению шага, что позволило выбрать значение 3 000 точек на интервал изменения управляющего параметра для всех последующих расчетов.

В табл. 2 представлены зависимости значений фазовых координат в точке окончания расчета в зависимости от шага интегрирования, полученные с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты. Учитывая, что начиная с шага интегрирования 0,005 и менее величина относительной погрешности не превосходит – 0,142 % (по методу Эйлера – 0,281 %), а расхождения между результатами по различным численным методам начинается только с третьей значимой цифры дальнейшие расчеты были проведены с шагом интегрирования 0,005.

В качестве теста на рис. 2 приведены линии барьеров, полученных численно и аналитически [2] в процессе решения задачи о «шофере-убийце» в плоской постановке. Предельные значения коэффициентов были

ограничены условием касания барьера отмеченной плоскости симметрии как предел маневренных и кинематических (скоростных) возможностей игрока E , обеспечивающий ему уход от захвата.

В виду ограниченности времени рассматриваемой задачи об уклонении и ее определенной специфики вопросы устойчивости согласно определению, введенному А.М. Ляпуновым (когда отклонения остаются малыми при $t \rightarrow \infty$), аналитически не рассматривались [8].

Основное внимание было сосредоточено на игре качества об избежании столкновения в трехмерной постановке (рис. 3) при изначально встречных направлениях скоростей игроков в предположении о возможности получения предельных соотношений $C_N = C_N(C_T)$ для различных значений w_2 , а также на динамике изменения размеров области захвата (например, Δy) и кинематических потерях игрока E (Δw_2). Данный подход позволил получить соотношение между коэффициентами, которое может быть рассмотрено как показатель эффективности в дуэльной маневренной игре с нулевой суммой.

Первые численные параметрические расчеты, согласно описанной выше схеме, были выполнены для начальных условий в точке касания $w_2 = 2$ различных значений коэффициентов нормальной и тангенциальной сил, сравнительно близких интервалу соотношения $K = C_N/C_T \sim [0,5; 4]$. На рис. 4 представлены зависимости скорости игрока E и его удаление от игрока P в точке окончания расчета барьера в зависимости от упомянутых коэффициентов. Здесь можно отметить, что с ростом как C_N , так и C_T размер зоны возможных встреч, сокращается (рис. 4а). Однако, как видно на рис. 4(б), с ростом C_T резко увеличивается и требуемая к началу маневрирования скорость игрока E , иначе он попадает через поверхность барьера в зону перехвата вдоль оси w_2 . Таким образом, представляет интерес найти комбинацию рассматриваемых коэффициентов, обеспечивающих либо минимум Δy , либо минимум потерь скорости w_2 (рис. 4(в)). Но первый критерий для выбора комбинации может привести к большим энергетическим

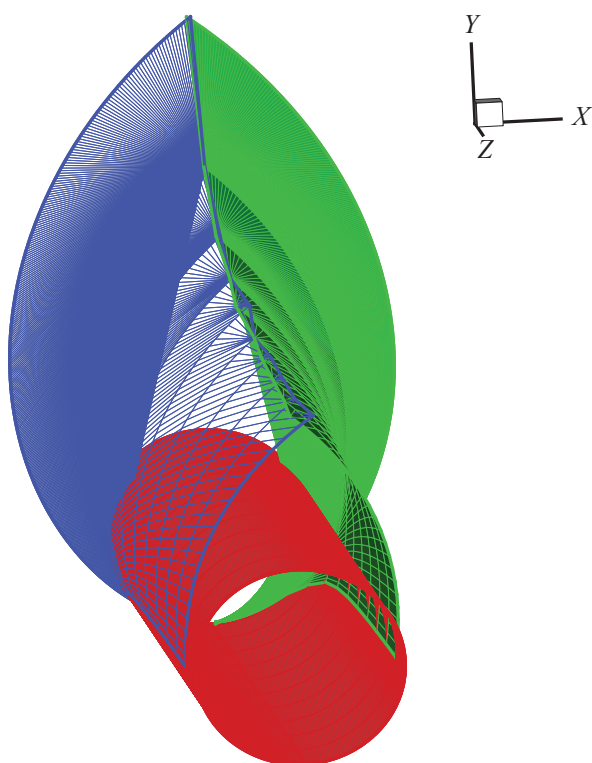


Рис. 3. Терминальная поверхность и поверхности барьеров в 3D-пространстве фазовых координат
Fig. 3. The terminal surface and the surface of the barriers in 3D-space phase coordinates

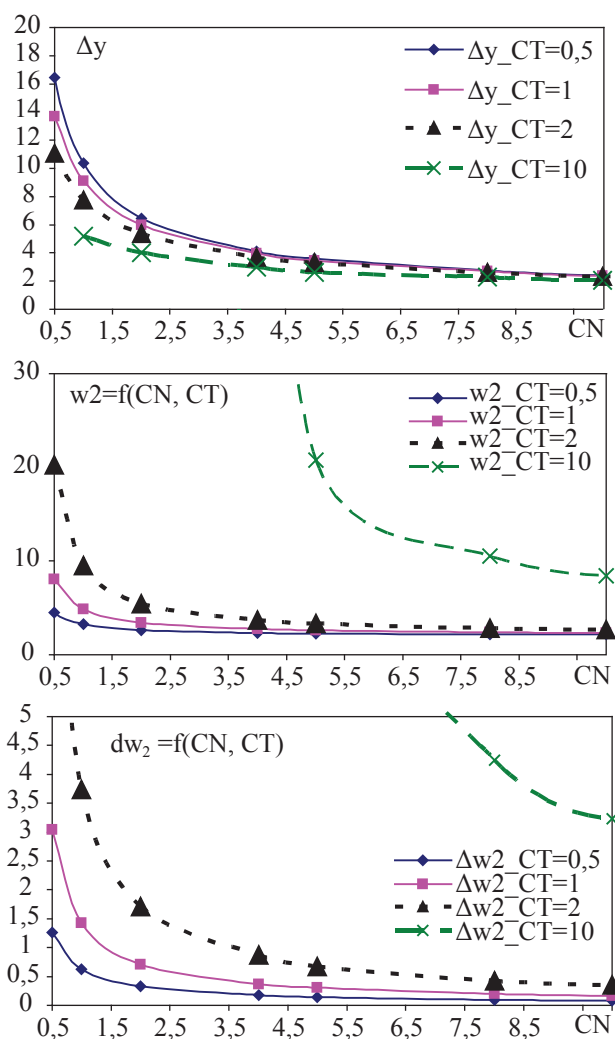


Рис. 4. Влияние коэффициентов нормальной и тангенциальной силы на значения фазовых координат в точке окончания барьера

Fig. 4. Influence factors of normal and tangential forces on the phase coordinate value at the end of the barrier

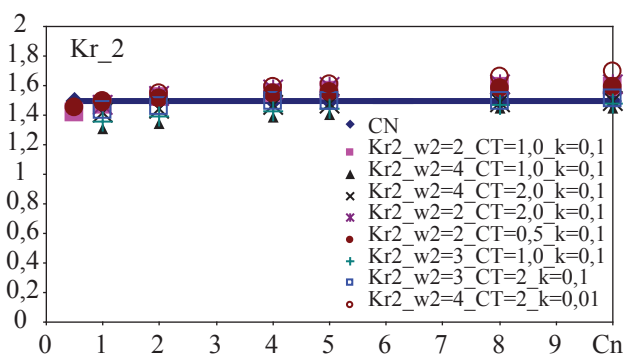


Рис. 5. Обобщение результатов в виде графической зависимости

Fig. 5. Summary of results in the form of graphic dependence

затратам, то время как при реализации уклонения игроку E должно хватить энергии для дальнейшего движения. В то же время, анализ зависимостей на рис. 4(в), позволяет сказать о целесообразности совершения маневра уклонения как за счет изменения кривизны траектории (увеличения C_N), так и за счет скоростных возможностей (w_2 и C_N/C_T), связанных с малыми потерями скорости игрока E .

Результаты параметрических исследований, выполненных в интервалах: коэффициента нормальной силы ($0,1 < C_N < 100$), скорости игрока E в точке касания барьера ($1 < w_2 < 10$) и коэффициента продольной силы ($0,1 < C_T < 4$) были аппроксимированы и систематизированы с использованием следующих зависимостей:

– значение скорости в точке начала маневра

$$w_2^{HM} = (0,45 + 1,1 \cdot k) \frac{C_N^{0,28}}{K^{1,26}} w_2^{KM} + w_2^{KM}, \quad (6)$$

$$\text{где } K = \frac{C_N}{C_T}, \quad k = \frac{\rho S}{2m}$$

– значение удаления точки начала маневра от терминальной поверхности в начале маневра

$$\Delta y = \frac{1,5 \cdot (8,6 + 0,4/k)}{C_N^{0,9} (w_2^{HM})^{0,3}}. \quad (7)$$

Учитывая, что одной из задач настоящей работы является получение показателя эффективности исследуемой операции как комбинации коэффициентов (C_N и C_T) для игрока E , такое соотношение было получено исходя из стремления игрока E минимизировать значения величины Δy . В случае реализации этого стремления через увеличение коэффициента C_N и начальной скорости w_2^{HM} (7) или минимизации потерь скорости. Последнее будет обеспечиваться в случае роста соотношения $K^{1,26} / C_N^{0,28}$ (6). Таким образом, в качестве показателя эффективности соотношения рассматриваемых коэффициентов или первого обобщающего критериального соотношения можно предложить

$$Kr_1 = C_N^{0,816} K^{0,378} = \frac{C_N^{1,194}}{C_T^{0,378}}. \quad (8)$$

В качестве второго критериального соотношения, позволяющего обобщить результаты параметрических расчетных исследований, можно предложить

$$Kr_2 = \frac{\Delta y C_N^{0,9} \left[(0,45 + 1,1 \cdot k) \times \times C_N^{0,28} w_2^{KM} + w_2^{KM} \right]^{0,3}}{8,6 + 0,4/k} = 1,5 \quad (9)$$

Работоспособность этого соотношения подтверждается группировкой точек в окрестности значения 1,5 на рис. 5.

Самостоятельной рекомендацией игроку E , стремящемуся уклониться от столкновения, согласно представленным выше формулам, с условием минимальных относительных потерь скорости и минимизации величины Δy , является увеличение начальной скорости (перед началом маневра). Это может быть рассмотрено как самостоятельная задача, наряду с анализом влияния коэффициента k , хотя последнее потребует наложения ограничений на величину скорости разворота игрока P [9, 10].

Выводы

Представлена схематизация конфликтной ситуации об избежании столкновения двух игроков, что позволило привести постановку задачи и численный метод ее решения как дифференциальной игры качества в трехмерном фазовом пространстве с безразмерными коэффициентами сил, действующих на уклоняющегося игрока. Результаты численных параметрических расчетов обобщены в виде аналитических соотношений между характерными точками поверхности барьера (удаление точки начала маневра от терминальной поверхности, скорости в начале маневра и в точке его окончания) и коэффициентами нормальной и тангенциальной силы, действующей на уклоняющегося игрока (E). Полученные зависимости позволили выработать показатель эффективности маневренных возможностей максимизирующего игрока (E) в виде соотношения

$$Kr_1 = \frac{C_N^{1,194}}{C_T^{0,378}}.$$

Достоверность полученных данных подтверждена сравнением с известными теоретическими решениями и сходимостью по шагу интегрирования и сходимостью по сетке (дискретное изменение управляющего параметра).

Библиографический список

1. J. von Neumann, Morgenstern O., The theory of games and economic behavior, Princeton University Press, 1947.
2. Айзекс, Р. Дифференциальные игры / Р. Айзекс. – М.: Мир, 1967. – 480 с.
3. Лебедев, А.А. Основы синтеза систем летательных аппаратов / А.А. Лебедев. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
4. РДК ФГУП ЦНИИмаш. Аэродинамика летательных аппаратов, 2002.
5. Черноусько, Ф.Л. Вариационные задачи механики и управления / Ф.Л. Черноусько, Н.В. Баничук. – М.: Наука, 1973. – 238 с.
6. Галактионов, А.Ю. Численный расчет аэродинамических характеристик скоростных летательных аппаратов оптимальной формы с малоинерционными органами управления / А.Ю. Галактионов // XIII-я научно-техническая конференция. Центрального аэрогидродинамического института им. профессора Н.Е. Жуковского, 2012.
7. Понtryгин, Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понtryгин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969.
8. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика: учебник для вузов / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
9. Петросян, Л.А. Геометрия простого преследования / Л.А. Петросян, Г.В. Томский. – Новосибирск: Наука, 1983. – 144 с.
10. Петросян, Л.А. Дифференциальные игры преследования / Л.А. Петросян. – Л.: Изд-во Ленинградского университета им. А.А. Жданова, 1977. – 224 с.

THE NUMERICAL SOLUTION OF ONE DIFFERENTIAL GAME OF QUALITY

Galaktionov A.Yu., Assoc. Prof. MSFU, Ph.D. (Tech.)⁽¹⁾

galakau@mail.ru

⁽¹⁾Moscow State Forest University, MSFU, 1, 1st Institutskaya st., Mytischki-5, Moscow reg., 141005, Russia

The problem of the effective avoidance between two points on the geometrical plane was analysed by 3D differential game of quality. As phase coordinates are chosen: speed of the Evader player and its geometrical coordinates. The mobile system of coordinates is connected with the Pursuer player, and one of its axes is directed in parallel to radius of curvature of the Evader player. The Pursuer player has simple movement. The restrictions are imposed on curvature of a trajectory of the Evader player. As a terminal surface the cylinder of individual radius is accepted. As the R.Ayzeks rule, the barrier of the game was obtained by numerical solution of the system of differential equations and it gave limited magnitudes of the avoidance player for effective manoeuvre. The construction of a surface of a barrier was carried out as a result of numerical parametrical accounts. For the control of accuracy of results the methods Euler and Runge-Kutty were used. The analysis of the approximation magnitudes of the forces coefficients was allowed to obtain indication of effective manoeuvre and it is necessary for the criterion of the synthesis of manoeuvre system. The present research in a part systemological is development of ideas N.E. Gukovsky and L.A. Petrosyan. The reliability of the received results is confirmed by convergence on time and settlement grid, and also comparison with known theoretical dependences.

Keywords: Differential game of quality, optimum avoidance, numerical method, indication of the effective manoeuvre.

References

1. J. von Neumann, Morgenstern O., The theory of games and economic behavior, Princeton University Press, 1947.
2. Ayzeks R. *Differentsial'nye igry* [Differential games]. Moscow: Mir, 1967. 480 p.
3. Lebedev A.A. *Osnovy sinteza sistem letatel'nykh apparatov* [Synthesis Bases of flight systems]. Moscow: Mashinostroenie, 1987. 224 p.
4. RDK FGUP TsNIIImash. *Aerodinamika letatel'nykh apparatov* [Flight aerodynamic], 2002.
5. Chernous'ko F.L., Banichuk N.V. *Variatsionnye zadachi mekhaniki i upravlenie* [Variation task of control and mechanics]. Moscow: Nauka, 1973. 238 p.
6. Galaktionov A.Yu. *Chislennyi raschet aerodinamicheskikh kharakteristik skorostnykh letatel'nykh apparatov optimal'noy formy s maloinertsionnymi organami upravleniya* [Numerical solution of aerodynamic for optimal forms with high-speed body]. XIII nauchno-tehnicheskaya konferentsiya. Tsentral'nogo aerogidrodinamicheskogo instituta im. professora N.E. Zhukovskogo, 2012.
7. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimum processes]. Moscow: Nauka, 1969.
8. Dmitrievskiy A.A., Lysenko L.N. *Vneshnyaya ballistika* [External ballistics]. Moscow: Mashinostroenie, 2005. 608 p.
9. Petrosyan L.A., Tomskiy G.V. *Geometriya prostogo presledovaniya* [Geometry of simple pursuit]. Novosibirsk: Nauka, 1983, 144 p.
10. Petrosyan L.A. *Differentsial'nye igry presledovaniya* [Differential games of pursuit]. Leningrad: Leningradskiy universitet im. A.A. Zhdanova, 1977, 224 p.