

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ СТВОЛА РАСТУЩЕЙ БЕРЕЗЫ ПО ВЫСОТЕ

А.А. КОТОВ, *проф., МГУЛ, д-р техн. наук*⁽¹⁾,
Г.А. ИВАНОВ, *доц., МГУЛ, канд. техн. наук*⁽¹⁾

kotov@mgul.ac.ru

⁽¹⁾ ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет леса»
141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д.1

Целью работы является установление изменения модуля упругости по высоте ствола дерева при статическом изгибе. Изменение модуля упругости растущего дерева по его высоте практически не исследовалось. Авторы предприняли попытку выполнить это тремя способами: на растущей березе, на свежеспиленном цельном стволе и на свежеспиленном и разрезанном на части стволе. Для геометрического описания профиля ствола использована аппроксимирующая формула. Смоделированы стволы березы с помощью выполненных их замеров. Разработаны и описаны методики выполнения замеров ствола и определения его прогиба тремя способами. Величина модуля упругости в первом случае искажается за счет влияния деформации корневой системы дерева. Но этот способ является самым простым и не требует спиливания растения. При втором способе свежеспиленный ствол укладывался на две опоры. Между ними к нему прикладывалась статическая нагрузка и замерялся прогиб. Расстояние между опорами дискретно изменялось от минимального до максимального значений. Модуль упругости вычислялся по формуле, полученной на основе интегрирования дифференциального уравнения упругой линии оси ствола. При третьем способе для вычисления модулей упругости отрезков стволов берез они разрезались на части длиной соответственно по 20 и 25 см. Затем эксперимент выполнялся аналогично второму способу при постоянной длине пролета балки. Результаты опытов позволяют отметить следующее: во-первых, с увеличением длины отрезка ствола модуль упругости возрастает; во-вторых, его увеличение носит нелинейный характер; в-третьих, темп нарастания уменьшается с увеличением длины испытываемого отрезка.

Ключевые слова: береза, статический изгиб, модуль упругости, ствол, корневая система, прогиб.

Целью работы является установление изменения модуля упругости по высоте ствола дерева при статическом изгибе.

Это связано с тем, что в справочниках, например, [1] приводятся величины модуля упругости древесины, полученные на стандартных образцах, вырезаемых из ствола. Кроме того, он может быть получен путем замеров плотности древесины при 15 % влажности с последующим ее пересчетом по линейным зависимостям [2]. В любом случае эти величины задаются для той или иной породы.

Рассмотрим ствол дерева в лесу и используем для геометрического описания его профиля, при совмещении начала координат с корневой шейкой, аппроксимирующую формулу [3]

$$r = a(H - x)^\mu, \quad (1)$$

где r – ордината образующей профиля ствола (радиус сечения с координатой x), м;

a – постоянный коэффициент для данного ствола, м^{1- μ} ;

μ – показатель степени, как правило, дробная величина;

H – высота ствола, м;

x – абсцисса сечения, м.

Осей момент инерции сечения ствола дерева, расположенного на расстоянии x от начала координат (корневой шейки), будет равен

$$I(x) = (\pi / 4)a^4(H - x)^\mu. \quad (2)$$

Смоделируем ствол березы высотой $H = 4,59$ м с помощью замеров, представленных в табл. 1. Для данного ствола на основании формулы (1) получим коэффициент $a = 4,546 \times 10^{-3}$, м^{1- μ} и показатель степени $\mu = 0,665$, при которых ствол будет иметь профиль как на рис. 1.

Начало координат совмещено с геометрическим центром сечения на уровне шейки ствола дерева. Ось x направлена по оси ствола, ось y – перпендикулярно оси x . Постоянный коэффициент a и показатель степени μ определяются с помощью зависимостей [3], но с заменой параметра высоты груди $h = 1,3$ на $h = 0,5$ м.

Высоты замерялись рулеткой с точностью до 1 см; диаметры на соответствую-

Результаты замеров березы высотой $H = 4,59$ м

Measurement results of birch as high as $H = 4,59$ m

Высота замера, h , см	0	25	50	75	100	125	150
Диаметр ствола, d , мм	33,3	24,1	23,2	22,6	21,3	20,4	19,2

Опытные данные для березы высотой $H = 4,59$ м

Experimental data for birch as high as $H = 4,59$ m

Длина пролета балки, h , см	0	23,5	48,5	73,5	98,5	123,5	148,5
Координата приложения нагрузки, b , см	–	11,75	25,0	25,0	50,0	50,0	75,0
Изгибающая нагрузка, P , Н	–	58,86	58,86	39,24	39,24	19,62	19,62
Значение прогибов, Δy , мм	–	0,45	3,36	3,49	7,81	7,71	12,36

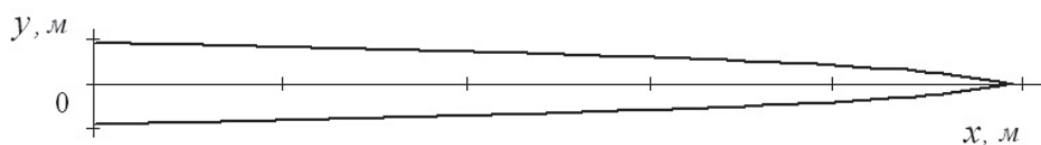


Рис. 1. Модель ствола березы высотой $H = 4,59$ м

Fig. 1. Model of a birch trunk as high as $H = 4,59$ m

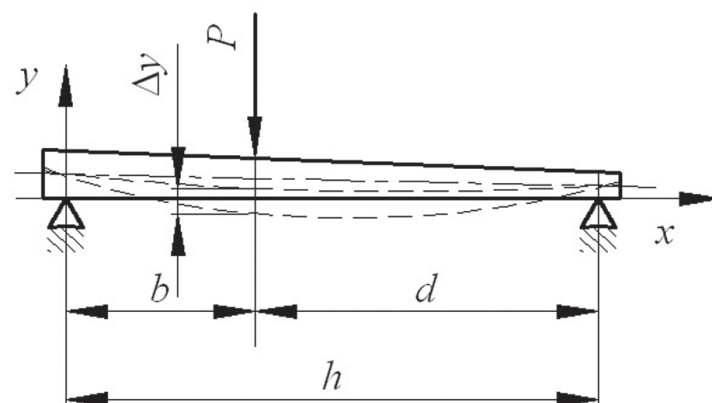


Рис. 2. Схема замеров прогиба отрезков ствола

Fig. 2. The scheme of the deflection measurements of trunk segments

ющих высотах в двух взаимно перпендикулярных плоскостях – штангенциркулем ШТЦ-1 с точностью до 0,1 мм. В качестве расчетной принималась средняя величина. Усилия замерялись динамометром Токаря Н.Г. (тип ДОР 01) с точностью 0,01 Н [4–7].

Модуль упругости определялся тремя способами: на растущей березе, на свежеспиленном цельном стволе и на свежеспиленном разрезанном на части ствола.

Величина модуля упругости в первом случае искажается за счет того, что здесь так-

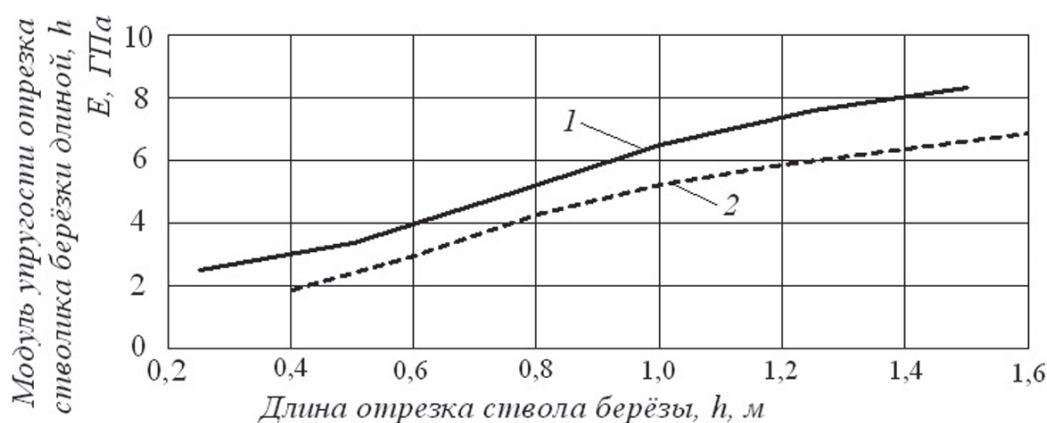
же присутствует деформация корневой системы дерева [8, 9].

Поэтому для определения модуля упругости отрезков высотой h_i дерево срезалось на уровне шейки и затем по схеме рис. 2 замерялся прогиб Δy_i , равный разности значений прогиба при верхнем и нижнем пределах нагружения под действием нагрузки P_i , равной также разности между верхним и нижним пределами нагружения. Опытные данные для березы высотой $H = 4,59$ м, полученные по схеме рис. 2, представлены в табл. 2. Модуль упругости

Результаты замеров для березы высотой $H = 4,59$ м

Measurement results for a birch as high as $H = 4,59$ m

Высота вырезаемого отрезка, Δh , см	0...25	25...50	50...75	75...100	100...125	125...150
Длина пролета балки, h , см	23,5	25	25	25	25	25
Координата приложения нагрузки, b , мм	11,75	12,5	12,5	13,33	12,5	12,5
Изгибающая нагрузка, P , Н	58,86	58,86	58,86	58,86	58,86	58,86
Значение прогибов, Δu , мм	0,45	0,69	0,6	0,58	0,79	0,61



1 - Ствол березы высотой $H = 4,59$ м, диаметром шейки $d_0 = 33,3$ и диаметром на середине ствола $d_{1/2} = 15,8$ мм

2 - Ствол березы высотой $H = 3,92$ м, диаметром шейки $d_0 = 25,4$ и диаметром на середине ствола $d_{1/2} = 11,8$ мм

Рис. 3. График изменения модуля упругости ствола по высоте
Fig. 3. The diagram of the elastic modulus change of a trunk along its height

вычислялся по формуле (3), полученной на основе интегрирования дифференциального уравнения упругой линии оси ствола с учетом выражения (2). Результаты расчетов для берез высотой $H = 4,59$ и $H = 3,92$ м представлены на рис. 3.

$$E(h) = \frac{1}{-\Delta u \pi a^4} \times \left[\frac{-2(2H - 4\mu b + b)Pd \times (H - b)^{2-4\mu}}{h(4\mu - 3)(2\mu - 1)(4\mu - 1)} + Cb + D \right], \quad (3)$$

где C и D – константы интегрирования:
 $C = (m \cdot h - f - q - b \cdot m - z)/h$; $D = f$.

Здесь

$$m = \frac{2P(H - b)^{2-4\mu}}{(2\mu - 1)(4\mu - 1)};$$

$$f = \frac{4PdH^{3-4\mu}}{h(2\mu - 1)(4\mu - 1)(4\mu - 3)};$$

$$q = \frac{4P(H - b)^{3-4\mu}}{(2\mu - 1)(4\mu - 1)(4\mu - 3)};$$

$$z = \{(1 - 4\mu)h^2 + [4\mu h - d - 3b + 2H]\} \times \frac{2P(H - h)^{2-4\mu}}{h(2\mu - 1)(4\mu - 1)(4\mu - 3)}.$$

График изменения модуля упругости ствола дерева по высоте позволяет отметить следующее (рис. 3). Во-первых, с увеличением длины отрезка модуль упругости возрастает. Во-вторых, его увеличение носит нелинейный характер. Темп нарастания уменьшается с увеличением длины h испытуемого отрезка.

Для вычисления модулей упругости отрезков стволов берез высотой $H = 4,59$ м и $H = 3,92$ м они разрезались на части длиной 25 и 20 см. Затем по схеме рис. 2 проводились замеры, представленные для первой березы в табл. 3.

Какой бы малой длины не был отрезок ствола, его диаметры в различных сечениях различаются. Следовательно, моменты инерции, вычисляемые по формуле (2), будут различны. Поэтому для вычисления усредненного момента инерции отрезка ствола воспользуемся формулой

$$I_i = \left[\frac{\pi}{4} \int_{h_i}^{h_{i+1}} a^4 (H-x)^4 dx \right] / (h_{i+1} - h_i), \quad (4)$$

где i – порядковый номер отрезка, отсчитываемый от шейки ствола.

Для вычисления модуля упругости отрезков воспользуемся известной формулой сопротивления материалов, полученной из условия малости работы касательных усилий в сравнении с работой нормальных [10, 11]. В нашем случае с учетом выражения (4) она будет иметь вид

$$E_i = \frac{P_i d_i^2 (h_i - d_i)^2}{3 \Delta y_i I_i h_i}. \quad (5)$$

По формуле (5) и данным табл. 3 проводились вычисления. Результаты расчетов показывают, что изменение модуля упругости отрезков дерева также носит нелинейный характер. Характер кривых аналогичен рис. 3.

Библиографический список

1. Боровиков, А.М. Справочник по древесине: справочник / А.М. Боровиков, Б.Н. Уголев; под ред. Б.Н. Уголева. – М.: Лесн. пром-сть, 1989. – 296 с.
2. Полубояринов, О.И. Плотность древесины / О.И. Полубояринов. – М.: Лесн. пром-сть, 1976. – 160 с.
3. Иванов, Г.А.. Уравнения образующей профиля кроны и дерева в целом / Г.А. Иванов. // Вестник МГУЛ – Лесной вестник. – 2000. – № 6. – С. 197–201.
4. Котов, А.А. Результаты экспериментальных исследований физико-механических свойств нежелательной древесной растительности на вырубках // Лесопользование и воспроизводство лесных ресурсов: сб. научн. тр. – Вып. 280. – М.: МГУЛ, 1995. – С. 190–199.
5. Иванов, Г.А. Некоторые результаты исследования упругих свойств нежелательной древесной растительности / Г.А. Иванов, А.А. Котов // Технология и оборудование лесопромышленного производства: сб. научн. тр. – Вып. 356. – М.: МГУЛ, 2011. – С. 99–105.
6. Котов, А.А. Совершенствование технологий и создание средств механизации для химического ухода в лесных питомниках и культурах: монография / А.А. Котов. – М.: МГУЛ, 2008. – 314 с.
7. Иванов, Г.А. Изменение модуля упругости березы по высоте / Г.А. Иванов, А.А. Котов // Актуальные проблемы развития лесного комплекса: материалы международной научно-технической конференции, 8–10 декабря 2009 г. – Вологда, ВоГТУ, 2010. – С. 152–155.
8. Иванов, Г.А. Коэффициент жесткости корневой системы дерева при статическом изгибе / Г.А. Иванов, А.А. Котов // Вестник МГУЛ – Лесной вестник. – 2011. – № 3. – С. 98–102.
9. Иванов, Г.А. Приближенный способ определения модуля упругости древесных стволиков при изгибе / Г.А. Иванов, А.А. Котов // Актуальные проблемы развития лесного комплекса: материалы международной научно-технической конференции, 8–10 декабря 2009 г. – Вологда, ВоГТУ, 2010. – С. 155–159.
10. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
11. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела: уч. пособие для вузов / Ю.Н. Работнов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 712 с.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF THE VARIATION OF ELASTICITY MODULUS OF A GROWING BIRCH TRUNK ALONG ITS HEIGHT

Kotov A.A., Prof. MSFU, Dr. Sci. (Tech.)⁽¹⁾; Ivanov G.A., Assoc. Prof. MSFU, Ph.D. (Tech.)⁽¹⁾

kotov@mgul.ac.ru

⁽¹⁾ Moscow State Forest University (MSFU), 1st Institutskaya st., 1, 141005, Mytischki, Moscow reg., Russia

The aim of this work is to establish the variation of the elasticity modulus of elasticity along the height of a tree trunk in static bending. The change in the elasticity modulus of a growing tree along its height has not virtually been studied. The authors have attempted to do this in three ways: along a growing birch, along a freshly felled trunk and along a freshly felled trunk cut into pieces. To make a geometric description of a trunk profile the approximation formula has been used. Using the measurements of birch trunks their models have been developed. In addition, the authors have developed and described some methods of measuring a tree trunk and those of quantitative determination of its deflection, produced in three ways. The value of the elasticity modulus, in the first case, is distorted due to the influence of the tree root system deformation. But this method is the simplest one and it does not require cutting a tree. In the second method a freshly felled trunk was placed on two supports. Some static load was applied to it between them and its deflection was measured. The distance between the supports was

discretely changed from the minimum value to the maximum one. The elasticity modulus was calculated by the formula derived by integrating the differential equation of an elastic line of a trunk axis. In the third method, to calculate the elasticity modulus of some birch trunk segments the trunks were cut into pieces by a length of respectively 20 and 25 cm. Then the experiment was carried out similarly to the second method with a constant span length of the beam. The results of the experiments allow us to note the following: first, with the increasing length of a chump, the elasticity modulus increases; secondly, its increase is non-linear in nature; thirdly, the rate of the above increase decreases with increasing a tested chump length.

Keywords: a birch, a static bend, the elasticity module, a trunk, a root system, a deflection.

References

1. Borovikov A.M., Ugolev B.N. *Spravochnik po drevesine* [Handbook on wood]. Moscow, Lesn. prom-st' Publ., 1989. 296 p.
2. Poluboyarinov O.I. *Plotnost' drevesiny* [The density of the wood]. Moscow, Lesn. prom-st' Publ., 1976. 160 p.
3. Ivanov G.A. *Uravneniya obrazuyushchey profilya krony i dereva v tselom* [The equations of the generatrix of the profile of the crown and the tree as a whole]. Moscow State Forest University Bulletin – Lesnoy Vestnik. 2000, no. 6, pp. 197-201.
4. Kotov A.A. *Rezultaty eksperimental'nykh issledovaniy fiziko-mekhanicheskikh svoystv nezhelatel'noy drevesnoy rastitel'nosti na vyrubkakh* [The results of experimental researches of physical and mechanical properties of undesirable woody vegetation clearings]. *Lesopol'zovanie i vosproizvodstvo lesnykh resursov. sb. nauchn. tr.* [Forest use and reproduction of forest resources: Collected papers]. Moscow: MGUL, 1995, vol. 280, pp. 190-199.
5. Ivanov G.A., Kotov A.A. *Nekotorye rezultaty issledovaniya uprugikh svoystv nezhelatel'noy drevesnoy rastitel'nosti* [Some results of study of the elastic properties of unwanted woody vegetation]. *Tekhnologiya i oborudovanie lesopromyshlennogo proizvodstva: sb. nauchn. tr.* [Technology and equipment of timber industry production: Collected papers]. Moscow: MGUL, 2011, vol. 356, pp. 99-105.
6. Kotov A.A. *Sovershenstvovanie tekhnologiy i sozdanie sredstv mehanizatsii dlya himicheskogo uhoda v lesnykh pitomnikakh i kul'turah* [Perfection of technologies and creation of means of mechanization for chemical care in forest farm and cultures]. Moscow, MGUL, 2008. 314 p.
7. Ivanov G.A., Kotov A.A. *Izmenenie modulya uprugosti berezy po vysote* [Change of the module of elasticity of a birch on height] *Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: materialy mezhduna-rodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii, 8-10 dekabrya 2009 g.* [Actual problems of development of a forest complex: materials of the international scientific and technical conference, on December, 8-10, 2009.]. Vologda, VoGTU, 2010, pp. 152-155.
8. Ivanov, G.A., Kotov, A.A. *Koeffitsient zhestkosti kornevoy sistemy dereva pri staticheskom izgibe* [Stiffness coefficient of root system of a tree at a static bend]. Moscow State Forest University Bulletin – Lesnoy Vestnik. 2011, no. 3, pp. 98-102.
9. Ivanov G.A., Kotov A.A. *Priblizhennyi sposob opredeleniya modulya uprugosti drevesnykh stvolikov pri izgibe* [Approximate method of determining the modulus of elasticity of tree trunks when bending]. *Aktual'nye problemy razvitiya lesnogo kompleksa: materialy mezhduna-rodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii, 8-10 dekabrya 2009 g.* [Actual problems of development of a forest complex: materials of the international scientific and technical conference, on December, 8-10, 2009.]. Vologda, VoGTU, 2010, pp. 155-159.
10. Belyaev, N.M. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 608 p.
11. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruемого tverdogo tela* [Mechanics of deformable solids]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 712 p.