

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КАК СОПРЯЖЕННОЙ ЗАДАЧИ

А.Ю. ГАЛАКТИОНОВ, доц. МГТУ им. Н.Э. Баумана, канд. техн. наук⁽¹⁾

galakau@mail.ru

⁽¹⁾ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (Мытищинский филиал), 141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

Представлены метод и научный инструмент решения одной системы интегро-дифференциальных уравнений радиационной газовой динамики. Сопряженная задача аэродинамики, термохимии и лучистого теплообмена решена численно на ПЭВМ в химически и физически неравновесной постановке. Аэродинамические характеристики получены в рамках полных нестационарных уравнений Навье-Стокса в предположении о ламинарном характере течения. При исследовании сложного теплообмена были рассмотрены шесть оптических полос. Для определения интенсивности излучения из контрольного объема применена термически-неравновесная модель Г. Н. Залогина, с учетом члена, связанного с фото-возбуждением. Воздух рассматривался как одиннадцати компонентная смесь газов с математическим моделированием неравновесных процессов изменения внутренней колебательной энергии молекулярных образований. Согласно подходу Н.А. Анфимова было выделено 200 спектральных интервалов. Показана возможность получения как качественных, так и количественных оптических характеристик в окрестности небесных тел различного происхождения (метеоры, кометы, метеориты, аппараты-демонстраторы и т. д.), необходимые для дистанционных аэрофизических измерений. Достоверность полученных результатов подтверждена сравнением с экспериментальными и численными данными различных авторов.

Ключевые слова: Уравнения Навье-Стокса, сложный теплообмен, численные методы, сопряженная задача, спектроскопия.

Представлены метод и научный инструмент решения одной системы интегро-дифференциальных уравнений радиационной газовой динамики. Сопряженная задача аэродинамики, термохимии и лучистого теплообмена решена численно на ПЭВМ в химически и физически неравновесной постановке. Показана возможность получения как качественных, так и количественных оптических характеристик в окрестности небесных тел различного происхождения (метеоры, кометы, метеориты, аппараты-демонстраторы и т. д.), необходимые для дистанционных аэрофизических измерений. Достоверность полученных результатов подтверждена сравнением с экспериментальными и численными данными различных авторов.

В настоящее время решение как отдельных интегро-дифференциальных уравнений, так и их систем в отличие от дифференциальных и интегральных уравнений связано с отдельными задачами [1–5] и нередко требует от исследователей-математиков априорных знаний предмета в физической стороне вопроса.

В то же время исторические потребители решений интегро-дифференциальных уравнений: аэрофотометрия и аэробаллисти-

ка небесных тел (болидов, метеоров, комет и т. д. и летательных аппаратов-демонстраторов (типа Fire-II)) часто вынуждены использовать интегральные по спектру или по расстоянию характеристики лучистого теплообмена для обеспечения соответствующих измерений и теоретических расчетов. Достаточно отметить работы [5, 6], где представлены оценки аэродинамических характеристик (например граница ламинарно-турбулентного перехода) и баллистических характеристик (например баллистический коэффициент), связанных с интенсивностью (яркостью) излучения ударного слоя в окрестности небесного тела.

Учитывая, что в задаче математического моделирования движения небесного тела в атмосфере (рис. 1) крайне желательно иметь распределенные характеристик, например, интенсивность излучения в оптической полосе $NO(\beta)$ на одной из частот в различных местах в окрестности небесного тела (рис. 2) в настоящей работе рассмотрено численное решение физически сопряженной задачи радиационной аэродинамики (в рамках полных уравнений Навье-Стокса) и сложного лучистого теплообмена с математическим моделированием неравновесных химических реакций, возбуж-

дения колебательных степеней свободы молекул и неравновесного высвечивания лучистой энергии, согласно модели Г.Н. Залогина [7].

Настоящая работа рассматривается как развитие отечественного научного задела в части решения сопряженных задач радиационной аэродинамики [5, 7–9], так и методов зарубежных авторов [3, 8].

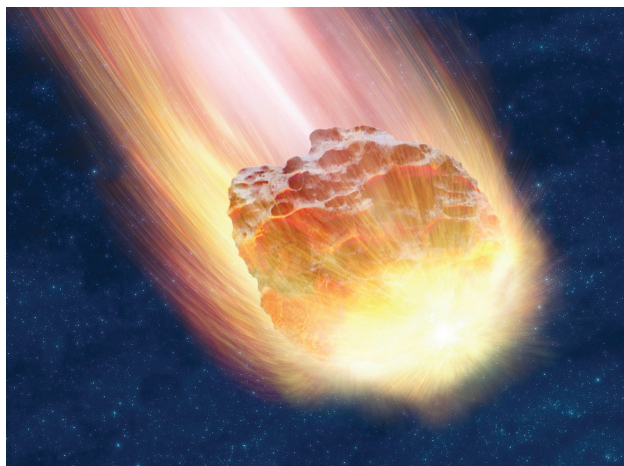


Рис. 1. Фотоснимок полета метеорного тела в атмосфере Земли

Fig. 1. Photograph of the meteoroid flight in Earth's atmosphere

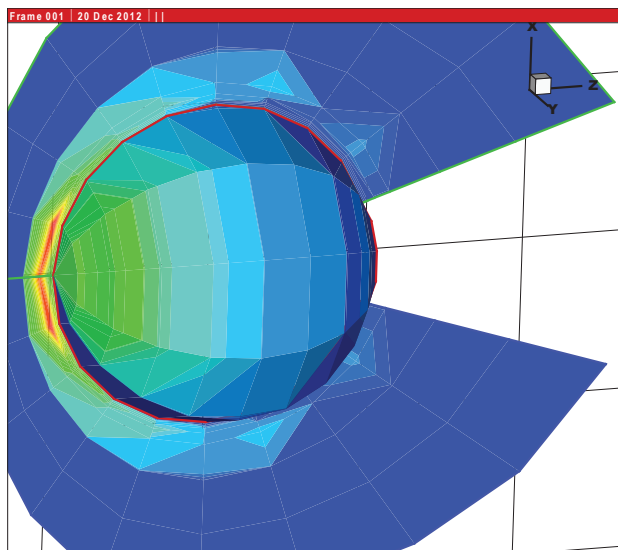


Рис. 2. Области равной интенсивности излучения в оптической полосе NO(β) отмеченные цветом, полученные в результате численного решения полных уравнений Навье-Стокса при числе Маха $M_\infty = 20$

Fig. 2. The areas of equal intensity of radiation in the optical band NO(β) marked with color, obtained as a result of numerical solution of the full Navier-Stokes equations at Mach $M_\infty = 20$

Целью настоящей работы стала демонстрация возможностей схемы и идеи метода решения системы интегро-дифференциальных уравнений как инструмента определения качественных и количественных характеристик сложного теплообмена и аэродинамики небесных тел.

Результаты иллюстрируются на модели обтекания сферы гиперзвуковым потоком (рис. 2), а достоверность полученных данных подтверждается сравнением с опубликованными результатами других авторов [3, 10–12], а также сходимостью результатов настоящих численных расчетов по времени.

Постановка задачи. Объектом настоящего исследования стала трехмерная сферическая модель небесного тела, а предметом исследования ее аэродинамические характеристики (коэффициент силы лобового сопротивления (C_{xa}), распределение давления и температуры) и характеристики лучистого теплообмена (интенсивность излучения I , и т. д.). Расчеты проводились для условий сверхзвукового и гиперзвукового полета.

Определение аэродинамических характеристик и характеристик лучистого теплообмена рассматриваемой сопряженной задачи для упомянутого выше объекта исследования было проведено численно в пространственной (3D) постановке. Расчетная область (рис. 2) имела внутреннюю и внешнюю границы. Внутренняя граница – поверхность модели; внешняя граница состояла из двух эллипсоидов вращения, соответствующих передней и задней полусферам объекта исследования. Расчет распределенных характеристик гиперзвукового обтекания проводился на структурированной расчетной сетке, имевшей выделенную пристенную к поверхности модели область с мелким шагом для расчета течений с большими градиентами газодинамических функций.

В процессе математического моделирования на ЭВМ была решена сопряженная задача определения аэродинамических характеристик тела и лучистого теплообмена в его окрестности. Сопряжение аэродинамической и радиационной задач проводилось через уравнение энергии и соответствующие параметры течения (температура, концентрации

Параметры оптических полос
Options optical bands

	Система полос	Переход	Основная частота, см ⁻¹
NO	β-полоса	$B^2\Pi \rightarrow X^2\Pi$	45 400
	γ-полоса	$A^2\Sigma^+ \rightarrow X^2\Pi$	44 138
O ₂	Шумана-Рунге	$B^2\Sigma_u^- \rightarrow X^3\Sigma_g^-$	49 363
N ₂ ⁺	Первая отрицательная (1-)	$B^2\Sigma_u^- \rightarrow X^2\Sigma_g^-$	25 566
N ₂	Вторая положительная (1+)	$B^3\Pi_g \rightarrow A^3\Sigma_u^+$	9 557
N ₂	Вторая положительная (2+)	$C^3\Pi_u \rightarrow B^3\Pi_g$	29 670

частиц для шести оптических полос (табл. 1), интенсивность излучения и т. д.).

Аэродинамическая задача решалась численно в рамках полных уравнений Навье-Стокса (1) в ламинарной постановке в предположении модели реального газа как развитие работ [13–14] с использованием соответствующих программных модулей из упомянутых программ. Воздух моделировался как одиннадцатикомпонентная смесь, с количественным определением концентрации каждой компоненты (O₂, N₂, NO, N, O, NO⁺, O₂⁺, N₂⁺, O⁺, N⁺ и e⁻) и колебательной энергии для молекул

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} + \frac{\partial H(U)}{\partial z} = S, \quad (1)$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ e_{vib} \\ c_i \end{pmatrix};$$

$$F(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \Theta_{11} \\ \rho uv + \Theta_{21} \\ \rho uw + \Theta_{31} \\ u(E + p) + u(\Theta_{11} + \Theta_{21} + \Theta_{31}) \\ ue_{vib} \\ uc_i \end{pmatrix}; S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_L \\ j_{vib} \\ j + D \end{pmatrix};$$

D – диффузионные члены [19];

j – источниковые члены от химических реакций [20] и дивергенция вектора лучистого потока [18];

Θ – компоненты тензора вязких напряжений [14];

$$j_{vib} = \frac{1}{\tau} ((e_{vib})_{eq} - e_{vib})$$

– источниковый член для колебательной энергии;

$$e = e_{vib} + \sum_i c_i h_m^i + c_v T$$

– внутренняя энергия единицы массы;

c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме с учетом поступательных и вращательных степеней свободы.

Система уравнений (1) замыкалась уравнением состояния (2) и соотношениями для молекулярной вязкости, теплопроводности и коэффициентов диффузии, следуя работам [8].

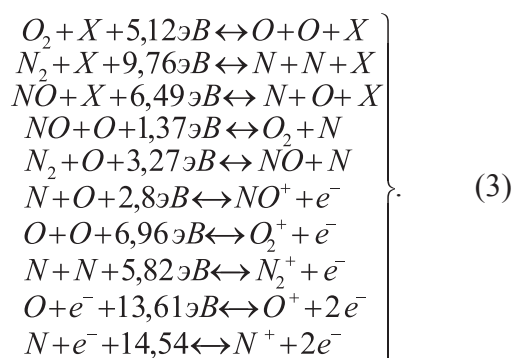
$$p = \bar{\rho} \bar{R} T, \quad (2)$$

где $\bar{R} = R/M$, R – универсальная газовая постоянная.

Источниковые члены в уравнениях для концентраций одиннадцати компонент воздуха определялись по закону действующих масс с моделированием пяти химических реакций диссоциации, пяти реакций ионизации (3), условия сохранения заряда и замыкающего условия $\sum c_i = 1$.

В качестве граничного условия на поверхности тела было принято условие прилипания для трех компонент вектора скорости и условие равенства нулю нормальной производной для вектора концентраций компонент воздуха. Константы скоростей прямой и обратной реакции диссоциации были определены по зависимостям работы [21], константы равновесия по зависимостям из работы [22]. Константы для реакций ассоциативной ионизации были определены по зависимостям, рекомендованным в работе [23], а для реакций ионизации электронным

ударом необходимые константы были взяты из работы [17].



Значение равновесной колебательной энергии и времени релаксации для колебательной степени свободы определялось из выражения

$$\left. \begin{aligned} (e_{vib})_{eq} &= \frac{hvR/k}{\exp(hv/kT - 1)} \\ \tau &= a^* \exp(-bT^{1/3}) \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где h – постоянная Планка;

k – постоянная Больцмана;

R – универсальная газовая постоянная;

v – характеристическая колебательная температура.

Коэффициенты a , b для молекул кислорода и азота были получены по данным Блэкмана [18].

С целью количественной оценки интенсивности излучения воздуха для шести оптических полос (табл. 1) были определены соответствующие значения локально-равновесных заселенностей элементов (концентрации молекул и ионов n_e^*) и их неравновесные значения (n^*). Значение плотности заселенности соответствующих частиц было определено с использованием функции Больцмана [16]

$$n_j = n_0 (g_j/g_0) \exp(-\varepsilon_j/T)$$

где n_0 – устанавливалось в процессе численного решения системы уравнений (1).

Зная значения локально-равновесных заселенностей, определили соответствующие неравновесные значения, согласно модели Г.Н. Залогина

$$\rho \frac{dn^*}{dt} = \frac{n_e^* - n^*}{\tau_c} - \frac{n^*}{\tau_T} + CnI. \quad (5)$$

Ранее [7–9] последний член в этом соотношении, связанный с фотовозбуждением [26], опускался, так как требовал решения

совместной системы интегро-дифференциальных уравнений.

Неравновесные значения заселенностей соответствующих частиц были необходимы как для расчета эффективного сечения поглощения (коэффициента поглощения), так и для определения интенсивности излучения отмеченных выше оптических полос и, следовательно, источников членов в системе уравнений (1).

Зная неравновесные значения заселенностей (n^*) соответствующих частиц, можно определить спектральную интенсивность и мощность излучения [25]

$$q(\lambda) = \hbar \lambda n^* a(\lambda),$$

где $a(\lambda)$ – спектральная плотность первого коэффициента Эйнштейна.

В основу расчета задачи лучистого теплообмена было положено уравнение переноса лучистой энергии (изменение лучистой энергии) для соответствующей частоты и соответствующей оптической полосы.

$$dI_\lambda/ds = -I_\lambda a_v + I_{b\lambda} a_v, \quad (6)$$

где a_λ – спектральный коэффициент поглощения.

Знание интенсивности излучения и соответствующих коэффициентов поглощения позволило определить величину источника члена уравнения энергии (1) как четырехкратный интеграл в общем случае задачи

$$q_L = \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\beta=0}^{\pi/2} \int_{\tilde{t}=s_0}^s I_{b\lambda}(\tilde{t}) \exp[\tilde{t} - \int_{s_0}^s a(z) dz] \sin \beta \cos \beta d\tilde{t} d\beta d\lambda.$$

Процесс определения источников членов в уравнении (1), а также значений интенсивности излучения (через уравнение переноса для каждой частоты и оптической полосы), коэффициентов поглощения и члена фотовозбуждения в соотношении (5) определил интегральную составляющую в системе интегро-дифференциальных уравнений, описывающей рассматриваемую физически сопряженную задачу.

Учитывая сложность (в первую очередь вычислительную) рассматриваемой задачи и необходимость адаптации к методу конечного объема, согласно работам [3–17] в настоящем исследовании был применен метод потоков

излучения. Согласно предложению [3], излучение, падающее на контрольный объем (элементарную ячейку расчетной области – элемент расчетной сетки), описывается шестью потоками, которые рассчитываются через параметры соседних (ближайших) контрольных объемов. Это предположение позволило существенно сократить размеры области интегрирования, сохранив основные интегральные черты решаемой сопряженной задачи [3].

Численный метод расчета. Система уравнений течения вязкого многокомпонентного реагирующего газа (1) решалась численно установлением по времени. Соответствующие приращения – невязки для каждого контрольного объема (узла расчетной сетки) определялись суммированием потоков по шести граням контрольного объема [13, 14]. Потоки через каждую грань расщеплялись на потоки от вязких и невязных членов. Потоки от невязных членов рассчитывались методом Годунова-Колгана второго порядка точности по времени [13]. Потоки от вязких членов были определены согласно методу, описанному в работе [13].

Источниковый член в системе уравнений (1) определялся как сумма потоков лучистой энергии q_r через грани контрольного объема. Лучистый поток через каждую грань рассчитывался для каждой из шести оптических полос. Согласно работе [1], для определения лучистого потока через грань предварительно рассчитывалась спектральная интенсивность излучения I_λ для интервала частот от 0,05 до 2 мкм с выделением $N_\lambda = 200$ – спектральных интервалов. Величины спектрального интервала Δ_λ была принята равной 0,005 мкм при $\lambda = 0,05$ –0,2 мкм, 0,01 мкм при $\lambda = 0,21$ –0,59 и 0,02 при $\lambda = 0,62$ –1,54 и 0,04 при $\lambda = 1,57$ –1,97.

Такой подход позволили воспользоваться уравнением переноса лучистой энергии в виде [3]

$$dI_\lambda = -I_\lambda a_\lambda ds + I_{b\lambda} ds,$$

которое после интегрирования по оптическому пути приняло вид

$$I(\tilde{k}) = I(\tilde{k}_0) \exp(\tilde{k}_0 - \tilde{k}) + \int_{\tilde{k}_0}^{\tilde{k}} I_{b\lambda}(\tilde{t}) \exp(\tilde{t} - \tilde{k}) d\tilde{t}, \quad (7)$$

где

$$\tilde{k}_\lambda = \int_{\tilde{k}_0}^{\tilde{k}} a_\lambda ds$$

Зная в расчетной области поле коэффициентов a_λ как результат решения уравнений Навье-Стокса для реагирующей среды, с учетом соответствующих полей температуры и концентраций методом трапеций были найдены интегралы оптического пути по трем точкам для каждой грани контрольного объема.

Согласно методу [3] потоков излучения, соотношение (7) рассматривалось для каждой грани контрольного объема (i, j, k).

Численный расчет интеграла

$$Int_2 = \int_0^{k_0} I_b(k) \exp(k * -k_p) dk *$$

по известному полю спектрального коэффициента поглощения и полю температуры позволил представить интенсивность излучения для каждой грани как

$$I^E = I_i^E \exp(kp) + Int_2.$$

Плотность лучистого потока для каждой грани

$$\dot{q}_{cp} = \int_0^\pi I_p \sin 2\alpha d\alpha \approx 2I_{cp} = 2I_i^E \exp(-kp) + 2Int_2.$$

Результирующий поток излучения через грань определялся как

$$q_{cp} = S(\dot{q} - \dot{q}).$$

Используя уравнения переноса лучистой энергии в дифференциальной форме $dI = I_b dk - I dk$ согласно схеме расчета для двумерного случая [3], было получено соотношение для расчета спектральной интенсивности излучения для каждой грани трехмерного контрольного объема по выбранному направлению

$$I_{E,i} = \{kpI_b + I_{E,i+1} \exp(-kp_i) + Int_2^i - I_{E,i+2} \exp(-kp_{i+1})\} / \{\exp(-kp_{i+1}) - \exp(-kp_i)\}$$

Итогом решения задачи о лучистом теплообмене стало определение соответствующего источникового члена в системе уравнений (1)

$$q_L(i, j, k) = \sum_{ip} \sum_{isp} \sum_{ig} (I_E(i, j, k, ip, ig, isp) - I_W(i, j, k, ip, ig, isp)) \Delta(isp) S(i, j, k, ig)$$

где ip – номер оптической полосы;

ig – номер грани контрольного объема;

isp – номер спектрального интервала.

Температура на поверхности модели определялась и удерживалась в процессе численного решения из условия для температурного фактора $T_w = 0,3$, что позволило определить соответствующий лучистый тепловой поток

$$I = kI_b,$$

где

$$I_b(T) = \frac{2hv^3/c^3}{\exp(hv/kT) - 1}.$$

Описанный выше численный метод решения сопряженной задачи радиационной газодинамики, позволяющий определять значения интенсивности излучения в неравновесной постановке с учетом эффектов фотовозбуждения, был реализован в виде программы для ПЭВМ. Достоверность полученных данных была подтверждена сходимостью результатов по времени и по расчетной сетке, а также сравнением с известными экспериментальными и расчетными зависимостями.

В табл. 2 представлены значения коэффициента силы лобового сопротивления от числа итераций для случая гиперзвукового обтекания с числом Маха $M_\infty = 20$. Здесь можно отметить сходимость процесса численного расчета с ростом математического времени и величину неточности (погрешность) определения соответствующего коэффициента менее 0,7 % начиная с 20 000.

В качестве теста для расчета суммарных аэродинамических характеристик исследуемого объекта были выполнены расчеты коэффициента продольной силы сферической модели (для сферы соответствует аэродинамическому коэффициенту силы лобового сопротивления). Результаты численных расчетов представлены в табл. 2 для чисел Маха набегающего потока от 4 до 20. Здесь же представлены соответствующие значения, полученные экспериментально в аэродинамических трубах (результаты работы [18] с величиной погрешности $\approx 5\%$). Учитывая, что суммарные аэродинамические характеристики объекта исследования согласуются с экспериментальными данными с точностью до 4 %, далее было проведено тестирование распределенных аэродинамических и оптических характеристик.

На рис. 3 представлены зависимости концентраций молекул кислорода и оксида азота от расстояния за ударной волной. Зависимости получены численным решением полных уравнений Навье-Стокса по описанной выше схеме и численным решением упрощенной задачи в рамках модели вязкого удар-

ного слоя, полученного в работе [8]. Хорошее согласование концентраций на рассматриваемом участке позволяет сказать о корректном решении химически неравновесной задачи, что необходимо в качестве первого шага расчета интенсивности неравновесного излучения соответствующих оптических полос.

Непосредственный численный расчет интенсивности излучения в ударном слое позволил получить зависимость интенсивности для всех шести молекулярных оптических полос. На рис. 4 приведены зависимости интенсивности излучения молекулярного азота по длине описанного выше ударного слоя. За эталон сравнения принята расчетная зависимость из работы [8]. Хорошее согласование точек зависимостей на рис. 4(а) позволяет сказать о возможности расчета по описанной выше программно-реализованной схеме интенсивности излучения.

Учитывая, что описанный в настоящей работе численный метод позволяет количественно определять значение спектральной интенсивности излучения для шести оптических полос, на рис. 4(б) представлены расчетная и экспериментальная [17] зависимости спектральной интенсивности излучения для β -полосы оксида азота. Участок спектра выбран в окрестности основной частоты β -полосы ($\nu = 45\,000\text{ см}^{-1}$), где в физических экспериментах наблюдалась максимальное значение спектральной интенсивности. Сравнение зависимостей на рис. 4(б) позволяет сказать о возможности расчета по представленному методу спектральной интенсивности излучения.

В качестве теста для оценки точности численного расчета переноса излучения была выбрана задача о сложном лучистом теплообмене, рассмотренная в работе [3]. Был рассмотрен прямоугольный объем, заполненный газом с постоянной температурой на границе, исключая прямоугольный участок на одной из граней, где температура была в два раза выше, чем на окружающих стенках. В процессе численного определения поля температур математически моделировались процессы теплопроводности и излучения. Результаты расчетов на сетках ($5 \times 5 \times 5$) полученные в работе [3] ($T_{[3]}$) и по описанной

Зависимости коэффициента лобового сопротивления сферы и математической погрешности от числа итераций (сходимость решения по математическому времени)
Dependence of the coefficient of drag and the scope of the mathematical error on the number of iterations
(the convergence of the solutions of mathematical time)

<i>Nnn</i>	200	500	1000	10000	20000	40000	50000
<i>Cx_NS</i>	0,8	0,9	0,97305	0,97023	0,97014	0,97015	0,9701
<i>%Cx_NS_50000</i>	17,53	7,23	0,304	0,134	0,041	0,005	0

Расчетная и экспериментальная зависимости коэффициента лобового сопротивления сферы от числа Маха
Calculated and experimental dependences of the frontal resistance scope of the Mach number

<i>M</i>	4	6	8	10	12	14	16	18	20
<i>Cx_ADT±0,05</i>	1,094	1,002	0,983	0,978	0,9739	0,9721	0,9708	0,9702	0,9701
<i>Cx_NS</i>	1,073	0,98	0,96	0,95	0,94				

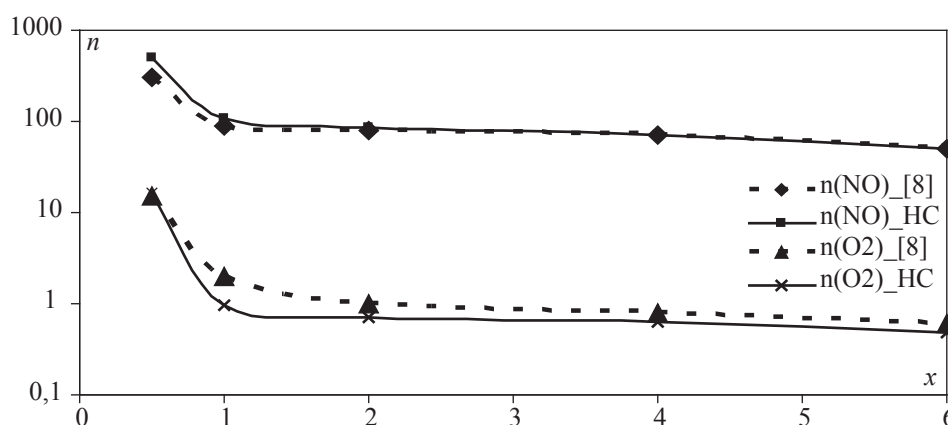


Рис. 3. Распределение концентраций NO и O₂ в ударном слое, полученные численным решением уравнений Навье-Стокса и в работе [8] ($V = 7$ км/с, $H = 70$ км, $R = 1$ м)

Fig. 3. Distribution of NO and O₂ concentrations in the shock layer, obtained by numerical solution of the Navier-Stokes equations and in [8] ($V = 7$ km / s, $H = 70$ km, $R = 1$ m)

схеме (ТТ), представлены в табл. 4 в качестве верификации на известной модельной задаче. Учитывая согласование упомянутых данных, приняли решение о работоспособности алгоритма расчета переноса лучистой энергии по описанной выше схеме.

Одним из результатов настоящей работы, иллюстрирующих возможности описанного выше метода, можно назвать зависимость (рис. 5) от длины рассматриваемого ударного слоя перед сферической моделью отношения концентраций положительного иона азота, находящегося в возбужденном состоянии, полученных с учета и без учета члена фотовозбуждения в соотношении (5).

Для корректного учета упомянутого члена фотовозбуждения необходимо проводить расчеты интенсивности излучения с моделированием переноса лучистой энергии, например по описанной выше схеме. Для рассматриваемой задачи неучет эффекта фотовозбуждения может привести к погрешности порядка 11 %, когда для более общих выводов необходимы самостоятельные параметрические исследования.

Выводы

Разработан численный метод решения сопряженной задачи радиационной газодинамики, позволяющий проводить количествен-

Расчетные зависимости распределения температуры между стенками

Calculated according to the temperature distribution between the walls

t	1	2	3	4	5
T_{∞} [3]	2	1,5977	1,4476	1,296	1
TT	2	1,639	1,407	1,251	1

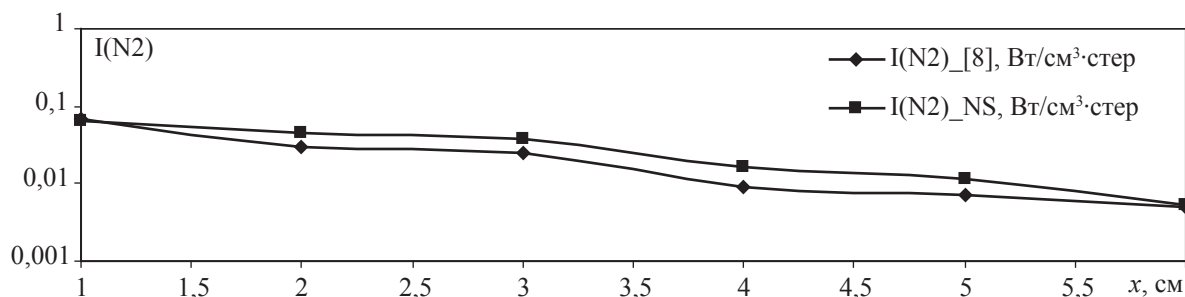


Рис. 4(а). Интенсивности излучения молекулярного азота в ударном слое, полученные численным решением уравнений Навье-Стокса и численным расчетом в приближенной постановке в работе [8] ($V = 7$ км/с, $H = 70$ км, $R = 1$ м)

Fig. 4(a). The intensity of the radiation of molecular nitrogen in the shock layer, obtained by numerical solution of the Navier-Stokes equations and numerical calculations in the statement in [8] ($V = 7$ km / s, $H = 70$ km, $R = 1$ m)

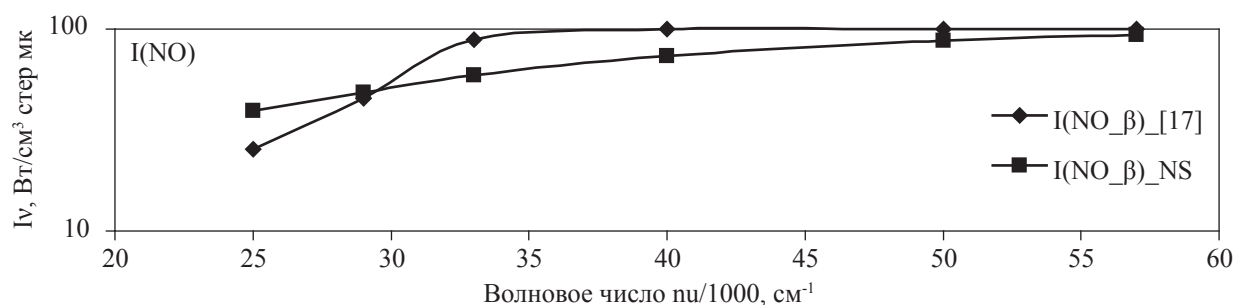


Рис. 4(б). Зависимости спектральной интенсивности излучения в полосе NO(β) от волнового числа, полученные численным решением уравнений Навье-Стокса и экспериментально [17] ($T = 6000$ K, $M_{\infty} = 20$)

Fig. 4 (b). Dependence of the spectral intensity of the radiation in the band NO(β) of the wave number, obtained by numerical solution of the Navier-Stokes equations, and experimentally [17] ($T = 6000$ K, $M_{\infty} = 20$)

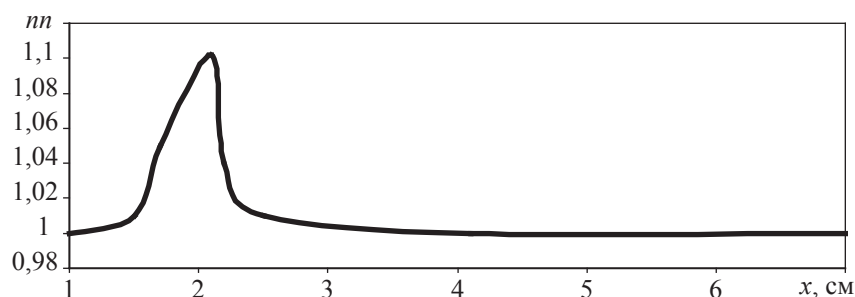


Рис. 5. Зависимость отношения концентраций N_2^+ в возбужденном состоянии с учетом и без учета эффекта фотовозбуждения по толщине ударного слоя, полученная численным решением полных уравнений Навье-Стокса ($V = 7$ км/с, $H = 70$ км, $R = 1$ м)

Fig. 5. The dependence of the excited state relations N_2^+ concentrations with and without consideration of the effect on the photoexcitation of the shock layer thickness obtained by numerical solution of the full Navier-Stokes equations ($V = 7$ km / s, $H = 70$ km, $R = 1$ m)

ные оценки состава компонент, и спектральной интенсивности излучения ударного слоя в окрестности небесного тела, совершающего полет в атмосфере Земли с первой космической скоростью. С использованием представленного метода, реализованного в виде программы для ПЭВМ, определены суммарные и распределенные аэродинамические и оптические характеристики, позволяющие сказать о возможности математического моделирования переноса лучистой энергии как решение системы интегро-дифференциальных уравнений. Рассмотренный подход дал возможность количественно оценить влияние фотовозбуждения на неравновесное значение заселенности частиц, необходимое для расчета интенсивности излучения шести молекулярных оптических полос воздуха.

Достоверность полученных данных подтверждена сравнением с известными расчетными и экспериментальными зависимостями.

В заключение считаю приятным делом высказать слова благодарности д-ру техн. наук Г.Н. Залогину и отметить, что настоящая работа является развитием идей дистанционного зондирования атмосферы, высказанных в работе [27].

Библиографический список

- Смирнов, В.И. Курс высшей математики. IV том / В.И. Смирнов. – М.: ГИТТИ, 1957. – 812 с.
- Майкапара, Г.И. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике / Г.И. Майкапара. – М.: Машиностроение, 1972. – 344 с.
- Ши, Д. Численные методы в задачах теплообмена / Д. Ши. – М.: Мир, 1988. – 544 с.
- Дж. Мартин. Вход в атмосферу. Введение в теорию и практику / Дж. Мартин. – М.: Мир, 1969. – 320 с.
- Анфимов, Н.А. Решение системы уравнений движения selectively излучающего газа в ударном слое / Н.А. Анфимов, В.П. Шари // Изв. АН СССР, МЖГ. – 1968. – № 3.
- Нестационарная аэродинамика баллистического полета / Ю.М. Липницкий, А.В. Красильщиков, А.Н. Покровский, В.Н. Шманенков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.
- Залогин, Г.Н. Неравновесный эффект за ударной волной / Г.Н. Залогин, В.В. Лунев, Ю.А. Пластинин // Изв. АН СССР, МЖГ. – 1980. – № 1.
- НТО ЦНИИмаш № 8901-011189-1745-801. Методика расчета неравновесного излучения газовых смесей. Отв. исполнитель Г.Н. Залогин
- Галактионов, А.Ю. Гиперзвуковое обтекание боковой струи на конической поверхности с учетом ионизации и излучения / А.Ю. Галактионов // Космонавтика и ракетостроение. – № 1. – 2012.
- Бай Ши-и. Динамика излучающего газа / Бай Ши-и. – М.: Мир, 1968. – 324 с.
- Каменщиков, В.А. Радиационные свойства газов при высоких температурах / В.А. Каменщиков, Ю.А. Пластинин, В.М. Николаев, Л.А. Новицкий. – М.: Машиностроение, 1971. – 440 с.
- Петров, К.П. Аэродинамика тел простейшей формы / К.П. Петров. – М.: Факториал, 1998. – 432 с.
- Галактионов, А.Ю. Аэродинамические параметры отрывной зоны, возникающей при взаимодействии набегающего сверхзвукового потока с боковыми струями / А.Ю. Галактионов, В.Н. Шманенков // Космонавтика и ракетостроение. – 2008. – Вып. № 4(53). – С. 24–28.
- Галактионов, А.Ю. Гиперзвуковые особенности отрывного обтекания преград потоком реального газа / А.Ю. Галактионов // Космонавтика и ракетостроение. – № 1. – 2011.
- Смирнов, Б.М. Введение в физику плазмы / Б.М. Смирнов. – М.: Наука, 1982. – 224 с.
- S.V. Patankar and D.B. Spalding, Simultaneous Predictions of Flow Patterns and Radiation for Three-dimensional Flames, in N.H. Afgan and J.M. Beer (eds.) Heat Transfer in Flames, pp.73-94, Hemisphere, Washington, D.C., 1974.
- Дж. Мартин. Вход в атмосферу / Дж. Мартин. – М.: Мир, 1969. – 320 с.
- Петров, К.П. Аэродинамика тел простейшей формы / К.П. Петров. – М.: Факториал, 1998. – 432 с.
- Гиршфельдер, Дж. Молекулярная теория газов и жидкостей / Дж. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р. Берд. – М.: ИЛ, 1961.
- Лунев, В.В. Течение реальных газов с большими скоростями / В.В. Лунев. – М.: Физматлит, 2007. – 760 с.
- Hilsenrath, J. and Klein, M. Tables of Thermodynamic Properties of Air in Chemical Equilibrium Including Second Virial Corrections from 1500° K to 15,000° K. Arnold Engineering Development Center, Rept. TDR-63-161, 1964.
- Lin S.C., Teare J.D., Rate of Ionization Behind Shock Waves in Air, II: Theoretical Interpretation, Physics of Fluids, 6, 355 (1963).
- Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике / Под ред. Г.И. Майкапара. – М.: Машиностроение. 1972. – 344 с.
- Блэкмен, В. Колебательная релаксация в кислороде и в азоте / В. Блэкмен // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. – М., ИЛ, 1962.
- Ландсберг, Г.С. Оптика // Г.С. Ландсберг. – М.: Физматлит, 2010. – 848 с.
- Зельдович, Я.Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 656 с.
- Анфимов, Н.А. Об измерении некоторых параметров атмосфер планет по излучению, сопровождающему полет спускаемых аппаратов на участке торможения / Н.А. Анфимов, Ю.А. Демьянов, Г.Н. Залогин, Ю.А. Пластинин и др. // МЖГ, – № 1. – 1981. – С. 36–45.

NUMERICAL SOLUTION THE INTEGRO-DIFFERENTIAL SYSTEM AS CONNECTED TASK

Galaktionov A.U., Assoc. Prof. Bauman Moscow State Technical University, Ph. D. (Tech.)⁽¹⁾

galakau@mail.ru

⁽¹⁾ Bauman Moscow State Technical University (Mytishchi branch),
1 st. Institutskaya, 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

Present the method and the scientific tool of the decision of one system of the integro-differential equations of radiating gas dynamics. The connected task of aerodynamics, chemistry and radiation of heat exchange is solved numerically in chemically and physically nonequilibrium statement. The aerodynamic characteristics are received within the framework of the complete non-stationary Navier-Stokes equations in the assumption for laminar character of current. At research of complex heat exchange six optical strips were considered. The термически-nonequilibrium model of is applied for definition of intensity of radiation from control volume. G.N. Zalogin, in view of the member connected to photo-excitation. Air was considered as eleven компонентная a mix of gases with mathematical modeling of nonequilibrium processes of change of internal oscillatory energy of molecular formations. According to the approach N.A. Anfimov 200 spectral intervals were allocated. The opportunity of reception both qualitative, and quantitative optical characteristics in a vicinity of heavenly bodies of a various origin (meteors, comets, meteorites, devices etc.), necessary for remote aerophysical measurements is shown. The reliability of the received results is confirmed by comparison with the experimental and numerical data of the various authors.

Keywords: the Navier-Stokes equations, Complex heat exchange, numerical methods connected task, spectral characteristics.

References

- Smirnov V.I. *Kurs vysshey matematiki* [Lecture of high mathematics]. T. IV, Moscow: GITTI, 1957, 812 p.
- Neravnovesnye fiziko-khimicheskie protsessy v aerodinamike* [Nonequilibrium chemical processes in aerodynamics], Moscow: Mashinostroyeniye, 1972, 344 p.
- Shi D. *Chislennyye metody v zadachakh teploobmena* [Numerical methods in tasks of heat exchange], Moscow: Mir, 1988, 544 p.
- Martin Dzh. *Vkhod v atmosferu. Vvedenie v teoriyu i praktiku* [Reentry the Atmosphere], Moscow: Mir, 1969, 320 p.
- Anfimov N.A., Shari V.P. *Reshenie sistemy uravneniy dvizheniya selektivno izluchayushchego gaza v udarnom sloe* [The decision of system of the equations of movement of selectively radiating gas in a shock layer], *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1968, № 3.
- Lipnitskiy Yu.M., Krasil'shchikov A.V., Pokrovskiy A.N., Shmanenkov V.N. *Nestatsionarnaya aerodinamika ballisticheskogo poleta* [Non-stationary aerodynamics of ballistic flight], Moscow: Fizmatlit, 2003, 176 p.
- Zalogin G.N., Lunev V.V., Plastinin Yu.A. *Neravnovesnye fiziko-khimicheskie protsessy* [Nonequilibrium effect behind a shock wave], *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1980, № 1.
- Zalogin G.N. *Metodika rascheta neravnovesnogo izlucheniya gazovykh smesey* [Technique of account of nonequilibrium radiation of gas mixes], *NTO TsNIIImash* № 8901-011189-1745-801.
- Galaktionov A.Yu. *Giperzvukovoe obtekanie bokovoy strui na konicheskoy poverkhnosti s uchetom ionizatsii i izlucheniya* [Higher-sonic flow of side jet on the conic surface in view of ionization and radiation], *Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2012, № 1.
- Bay Shi-i. *Dinamika izluchayushchego gaza* [Dynamics of radiating gas]. Moscow: Mir, 1968, 324 p.
- Kamenshchikov V.A., Plastinin Yu.A., Nikolaev V.M., Novitskiy L.A. *Radiatsionnye svoystva gazov pri vysokikh temperaturakh* [Radiating properties of gases at high temperatures], Moscow: Mashinostroyeniye, 1971, 440 p.
- Petrov K.P. *Aerodinamika tel prosteyshykh formy* [Aerodynamics of simple body], Moscow: Faktorial, 1998, 432 p.
- Galaktionov A.Yu., Shmanenkov V.N. *Aerodinamicheskie parametry otryvnoy zony, voznikayushchey pri vzaimodeystvii nabegayushchego sverkhzvukovogo potoka s bokovymi struyami* [Aerodynamic parameters of separation zone of the supersonic flow with lateral jets]. *Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2008, V. № 4(53), pp. 24-28.
- Galaktionov A.Yu. *Giperzvukovye osobennosti otryvnogo obtekaniya pregrad potokom real'nogo gaza* [High-sonic feature of separation before body by the flow of real gas], *Cosmonautics and Rocket Engineering*, 2011, № 1.
- Smirnov B.M. *Vvedenie v fiziku plazmy* [Introduction in physics of plasma], Moscow: Nauka, 1982, 224 p.
- Patankar S.V. and Spalding D.B. Simultaneous Predictions of Flow Patterns and Radiation for Three-dimensional Flames, in N.H. Afgan and J.M. Beer (eds.) *Heat Transfer in Flames*, pp.73-94, Hemisphere, Washington, D.C., 1974.
- Martin Dzh. *Vkhod v atmosferu* [Reentry the Atmosphere]. Moscow: Mir, 1969, 320 p.
- Petrov K.P. *Aerodinamika tel prosteyshykh formy* [Aerodynamic of simple objects], Moscow: Faktorial, 1998, 432 p.
- Girshfel'der Dzh., Kertiss Ch., Berd R. *Molekulyarnaya teoriya gazov i zhidkostey* [The molecular theory of gases and liquids], Moscow: IL, 1961.
- Lin S.C., Teare J.D., Rate of Ionization Behind Shock Waves in Air, II: Theoretical Interpretation, *Physics of Fluids*, 6, 355 (1963).
- Hilsenrath, J. and Klein, M. *Tables of Thermodynamic Properties of Air in Chemical Equilibrium Including Second Virial Corrections from 1500° K to 15,000° K*. Arnold Engineering Development Center, Rept. TDR-63-161, 1964.
- Lin S.C., Teare J.D., Rate of Ionization Behind Shock Waves in Air, II: Theoretical Interpretation, *Physics of Fluids*, 6, 355 (1963).
- Maykapara G.I. *Neravnovesnye fiziko-khimicheskie protsessy v aerodinamike* [Nonequilibrium физико-chemical processes in aerodynamics], Moscow: Mashinostroyeniye, 1972, 344 p.
- Blekmen V. *Kolebatel'naya relaksatsiya v kislorode i v azote* [Oscillatory relaxation in oxygen and in nitrogen], *Gazodinamika i teploobmen pri nalichii khimicheskikh reaktsiy*. Moscow, IL, 1962.
- Landsberg G.S. *Optika* [Optics], Moscow: Fizmatlit, 2010, 848 p.
- Zel'dovich Ya.B., Rayzer Yu.P. *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy* [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamical phenomena], Moscow: Fizmatlit, 2008, 656 p.
- Anfimov N.A., Dem'yanov Yu.A., Zalogin G.N., Plastinin Yu.A. i dr. *Ob izmerenii nekotorykh parametrov atmosfer planet po izlucheniyu, soprovozhdayushchemu polet spускаемых аппаратов na uchastke tormozheniya* [About measurement of some parameters of atmospheres of planets on radiation accompanying flight of lowered devices on a site of braking]. *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1981, № 1, p. 36-45.