

О ДВУХВОЛНОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА В ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ С БОЛЬШИМ ШАГОМ СПИРАЛИ

Н.В. ШИПОВ, доц. МГТУ им. Н.Э. Баумана, канд. физ.-мат. наук⁽¹⁾,

О.М. ПОЛЕЩУК, проф. МГТУ им. Н.Э. Баумана, д-р техн. наук⁽¹⁾,

А.И. РУБИНШТЕЙН, проф. МГТУ им. Н.Э. Баумана, д-р физ.-мат. наук⁽¹⁾

poleshchuk@mgul.ac.ru, nvshi@mail.ru, caf-math@mgul.ac.ru

(1) ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)» (Мытищинский филиал),
141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

Установлено, что для незначительных отклонений θ направления распространения волн от оси холестерического жидкого кристалла с большим шагом спирали справедливо двухволновое приближение, $P \sim \lambda / \delta$, где λ – длина волны, δ – диэлектрическая анизотропия. Анализ проводится в рамках многоволнового приближения. Найдены частотные зависимости коэффициентов пропускания и отражения света, которые оказываются существенно нерезонансными и асимметричными. Амплитуда биений в частотных зависимостях коэффициентов пропускания и отражения света может достигать единицы. Например, круговая поляризация может быть преобразована в противоположную круговую поляризацию уже при длинах волн $\lambda \sim \delta P$, где P – шаг спирали ХЖК, δ – диэлектрическая анизотропия ХЖК для углов θ вплоть до значений 15–20 градусов. Вычислены коэффициенты пропускания света в скрещенных поляроидах $T_{\pi\sigma}(\omega)$. Отмечается хорошее совпадение положений расчетных частотных максимумов и минимумов и полученных экспериментально частотных максимумов и минимумов $T_{\pi\sigma}(\omega)$. Амплитуды максимумов и минимумов частотных зависимостей $T_{\pi\sigma}(\omega)$ также находятся в хорошем согласии с экспериментальными спектрами $T_{\pi\sigma}(\omega)$.

Ключевые слова: холестерический жидкий кристалл, шаг спирали, диэлектрическая анизотропия.

Дифракционная оптика в совершенных структурах, в частности в идеальных кристаллах, когда длина волны падающего излучения сравнима с периодом структуры, исследуется теоретически и экспериментально на протяжении длительного периода времени как в рентгеновском диапазоне длин волн [1], так и в обычном световом диапазоне длин волн [2, 3]. Традиционно для описания дифракции излучения в различных геометриях Брега или Лауэ при теоретическом подходе используется двухволновое приближение [1, 2]. Более узкие исследования в указанном приближении выявили возрастание спектральной плотности излучения заряженных частиц вблизи границ дифракционного (селективного) отражения [4, 5], а также сдвиг порога черенковского излучения [6], что связано с дифракционным изменением эффективных показателей преломления вблизи границ селективного отражения.

Соответствующие узкие максимумы вблизи границ селективного отражения выявлены при нелинейном преобразовании частоты [7, 8], однако частотные максимумы оказываются зависящими от толщины образца

и при интегральном усреднении эффективность преобразования снижается [7–9].

Метод медленно меняющихся амплитуд использовался для анализа экспериментальных спектров пропускания света в планарном слое холестерического жидкого кристалла (ХЖК) с большим шагом спирали при наклонном падении света [10, 11] по отношению к спиральной оси ХЖК.

В настоящей работе развивается альтернативный подход с использованием многоволнового приближения для описания дифракционной оптики ХЖК с большим шагом спирали при наклонном падении света.

Известно, что вне области селективного отражения при наклонном падении света холестерик аналогичен одноосному кристаллу [2]. Однако приближение плоской линейно поляризованной волны становится несправедливым, если вектор обратной решетки $\tau = 4\pi/P$ оказывается порядка величины двупреломления $\delta \chi$, P – шаг спирали, $\chi = \omega \varepsilon^{1/2} / c$, ε – диэлектрическая проницаемость, δ – диэлектрическая анизотропия. Теоретический расчет с использованием метода медленно меняющихся амплитуд [10] и эксперимент [11] показали, что на длине

волны $\lambda \sim \delta P$ падающая на кристалл π – поляризованная волна может быть преобразована в σ – поляризованную волну и наоборот. Здесь π -орт поляризации в плоскости падения с осью ХЖК, σ – перпендикулярен ей. Если же длина волны отличается от указанной, то такое рассеяние практически отсутствует в случае немалых углов θ падения света с осью холестерика. Для малых углов θ приближенный метод медленно меняющихся амплитуд становится неприменимым [10], поскольку двупреломление становится малым: $n_o - n_e \sim \delta \sin^2 \theta \sim \delta^2$.

В связи с этим представляет интерес более детальное изучение особенностей дифракции света в холестерике с большим шагом спирали, в частности, при незначительных отклонениях θ пучка света от оси ХЖК. Анализ вращения плоскости поляризации как раз усложняется именно в интервале частот $\lambda \sim \delta P$ [2].

Используем известную систему [2] для пространственных поперечных фурье-компонент поля, отвечающих волновым векторам

$$k_n = k_0 + n \tau, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

$$(\epsilon_0 - \epsilon k_n^2 / \chi^2) E_n + \sum_s \epsilon_s E_{n-s} = 0, \quad (2)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В случае холестерического жидкого кристалла [2], отличными от нуля оказываются только пространственные фурье-компоненты ϵ_0 и $\epsilon_{\pm 1}$ тензора диэлектрической проницаемости, соответствующие $s = 0, \pm 1$.

Будем считать, что угол θ вектора k_0 с осью z холестерического жидкого кристалла является незначительной величиной, $\theta \sim \delta^{1/2}$, а также малой величиной считаем $\tau \sim \delta \chi$. Проектируя уравнения (2) на циркулярные орты

$$n_0 = (I \cos \theta - j - z \sin \theta) / 2^{1/2},$$

$$n_1 = (I \cos \theta + j - z \sin \theta) / 2^{1/2}$$

где I, j, z – единичные орты ортогональной системы координат, приходим к системе связанных уравнений для амплитуд E_0, E_1, E_2 и E_{-1} , причем, только первые две амплитуды оказываются немалыми, а все остальные оказываются относительно них величинами порядка δ и θ^2 .

То же самое можно сказать и относительно проекций E_0, E_1 на сопряженные циркулярные орты.

Приведем только систему для E_0, E_1 с точностью до слагаемых порядка δ и θ^2 :

$$\begin{aligned} (1 - k_0^2 / \chi^2) E_0 + \delta E_1 &= 0, \\ \delta E_0 + (1 - k_1^2 / \chi^2) E_1 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где выражаем вектор

$$k_0 = \chi + z \Delta \quad (4)$$

через вектор

$$\chi = \chi(I \sin \theta + z \cos \theta), \quad (5)$$

составляющий угол θ с осью z во внешней среде с постоянной диэлектрической проницаемостью ϵ .

Подставляя (4), (5) в (3), из условия равенства нулю определителя системы (3) находим два значения Δk для двух собственных решений (мод) ХЖК:

$$\Delta k = (\tau \pm (\tau^2 + \delta^2 \chi^2)^{1/2}) / 2. \quad (6)$$

Векторные амплитуды $E(r)$ двух собственных мод ХЖК оказываются равными

$$E(r) = n_0 \exp(ik_0 r) + n_1 \exp(i(k_0 + \tau)r), \quad (7)$$

где $\tau = (-4\pi/P)z$ есть вектор обратной решетки ХЖК.

Подставляя (4), (5) в коэффициенты системы (3), несложно получить оценку этих множителей

$$1 - k_0^2 / \chi^2 \sim \Delta k / \chi.$$

Поскольку, как это следует из (5), величина Δk оказывается порядка $\delta \chi$, то все слагаемые системы (3), включая и второй множитель $1 - k_1^2 / \chi^2$, оказываются величинами порядка δ . Здесь с практической точки зрения важно отметить, что допустимый угол θ падения внешней волны в формуле может отклоняться от оси z ХЖК вплоть до значений порядка $\delta^{1/2}$. Типичные значения диэлектрической анизотропии δ оказываются на практике величинами в диапазоне от 0,01 до 0,1. Поэтому можно надеяться, что формулы (4)–(7), описывающие двухволновое приближение (7), получаемые в рамках многоволнового приближения, будут справедливы вплоть до углов θ порядка 15–20 градусов.

При падении на кристалл циркулярно поляризованной волны для интенсивностей правой (левой) круговой поляризации в проходящем свете находим

$$T_+ = 1 - T_-, T_- = (\delta \chi / r)^2 \sin^2 Lr / 2. \quad (8)$$

В случае малого поглощения влияние холестерического жидкого кристалла сводится, таким образом, только к изменению по-

ляризации и фазы волны. В частности, при $Lr = 2\pi m$ не изменяется также и поляризация проходящей волны. Напротив, при частотах, удовлетворяющих условию

$$Lr = \pi + 2\pi m. \quad (9)$$

В проходящем свете максимально представлена противоположная круговая поляризация. С увеличением частоты амплитуды биений возрастает. Так уже при частотах $\delta\chi \sim 3\tau$ интенсивность противоположной круговой поляризации в проходящем свете составляет до 90 %.

Пусть теперь на кристалл падает линейно поляризованная волна (для определенности π – поляризация). Будем считать, как и в эксперименте [11], что ориентация директора на входной поверхности планарного слоя холестерического жидкого кристалла расположена в плоскости падающей волны, то есть $\Phi = 0$.

Для коэффициента пропускания света в скрещенных поляроидах (то есть для интенсивности σ – поляризованной составляющей в проходящем свете) аналогично изложенному находим

$$T_{\pi\sigma}(\omega) = (\tau/r)^2 \sin^2 Lr/2. \quad (10)$$

Максимумы и минимумы частотной зависимости (10) описываются аналогичными выражениями

$$Lr = \pi + 2\pi m, \quad (11a)$$

$$Lr = 2\pi m. \quad (11b)$$

Приведем параметры экспериментального спектра [11] пропускания света в скрещенных поляроидах под углом $\theta = 29$ градусов к спиральной оси холестерического жидкого кристалла: анизотропия показателя преломления $\Delta n = 0,22$, шаг спирали $P = 9,5$ мкм. Число полувитков спирали – 8. Поэтому директор на входной и выходной поверхности планарного слоя холестерического жидкого кристалла ориентирован одинаково. Директор на водной поверхности планарного слоя расположен в плоскости падения, то есть $\Phi = 0$.

Расчет положений частотных максимумов для указанных выше параметров эксперимента [11] по формуле (11a) приводит к следующим значениям обратной длины волны $1/\lambda$ (выраженных в мкм^{-1}):

$$1,45; 1,59; 1,73; 1,86. \quad (12)$$

Соответствующие частотные максимумы, найденные по экспериментальному спектру пропускания света в скрещенных поляроидах [11], оказываются равными

$$1,45; 1,60; 1,74; 1,87. \quad (13)$$

Расхождения во втором знаке, по-видимому, как раз и обусловлены точностью используемого двухволнового приближения, поскольку $\delta \sim 0,1$.

Величины частотных максимумов $T_{\pi\sigma}(\omega)$, рассчитанные по формуле (10), также согласуются с экспериментальными данными и не превышают значений 0,3–0,4.

Что касается частотных минимумов $T_{\pi\sigma}(\omega)$, то в рассматриваемом приближении, как следует из (10), они все равны нулю. Экспериментальные данные всех минимумов $T_{\pi\sigma}(\omega)$ равны приблизительно 0,05. Одной из возможных причин расхождения положений частотных минимумов (наряду с обсуждавшейся выше точностью решений порядка δ) является тот факт, что при решении граничной задачи показатель преломления внешней среды считался равным среднему показателю преломления холестерического жидкого кристалла, то есть не учитывалось френелевское отражение на границе планарного слоя ХЖК и внешней среды пластины, ограничивающей слой ХЖК с двух сторон.

Не изученными в должной степени, по нашему мнению, являются частные зависимости коэффициентов пропускания и отражения света в зависимости от ориентации директора на входной и выходной поверхности планарного слоя ХЖК с большим шагом спирали. Влияние фактора поглощения здесь также представляет значительный интерес.

В заключение еще раз подчеркнем, что двухволновое приближение (4)–(7) получено в рамках многоволнового приближения (1)–(2) и является прямым следствием уникальной геликоидальной структуры холестерического жидкого кристалла. Оно справедливо для незначительных отклонений θ направления падающей волны от спиральной оси ХЖК. В случае распространения волн вдоль спиральной оси ХЖК ($\theta = 0$), как известно [2], существуют точные решения для двух собственных волн ХЖК, каждая из которых представлена

в виде двух слагаемых, соответствующих (7), что и позволило использовать термин двухволновое приближение.

Библиографический список

1. Пинскер, З.Г. Рентгеновская кристаллооптика / З.Г. Пинскер. – М.: Наука, 1982. – 290 с.
2. Беляков, В.А. Оптика холестерических жидких кристаллов / В.А. Беляков, А.С. Сонин. – М.: Наука, 1982. – 320 с.
3. Чигринов, В.Г. Электрооптика жидких кристаллов / В.Г. Чигринов // Кристаллография. – 1982. – Т.27. – Вып. 2. – С. 404–430.
4. Шипов, Н.В. К теории излучения Вавилова-Черенкова в холестерическом жидком кристалле / Н.В. Шипов, В.А. Беляков // Журн. эксп. и теоретич. физики. – 1978. – Т.75. – Вып. 5. – С. 1589–1601.
5. Шипов, Н.В. Дифракционные особенности излучения Вавилова-Черенкова в холестерическом жидком кристалле / Н.В. Шипов // Журн. эксп. и теоретич. физики. – 1984. – Т.86. – Вып. 6. – С. 2075–2090.
6. Беляков, В.А. О пороге излучения Вавилова-Черенкова в В периодических средах / В.А. Беляков, Н.В. Шипов // Журн. эксп. и теоретич. физики. – 1985. – Т.88. – Вып. 5. – С. 1547–1550.
7. Belyakov, V.A., Shipov, N.V. On the enhancement of the Nonlinear Frequency Transformation in Periodic Media. // Phys. Lett. – 1981. – V.86A. – №. 5. – С. 94 – 96.
8. Беляков, В.А. К теории нелинейно-оптического преобразования частоты в холестерическом жидком кристалле / В.А. Беляков, Н.В. Шипов // Журн. эксп. и теоретич. физики. – 1982. – Т.82. – Вып. 4. – С. 1159–1169.
9. Шипов, Н.В. О свойствах функционала $P(1/x)$ в пространстве обобщенных функций медленного роста / Н.В. Шипов // Вестник МГУЛ – Лесной Вестник. – 2010. – Т.75. – Вып. 6. – С. 183–185.
10. Осадчий, С.М. Дифракционная электрооптика холестериков с большим шагом спирали / С.М. Осадчий // Кристаллография. – 1984. – Т. 29. – Вып. 5. – С. 976–983.
11. Хоштария, Д.Г. Дифракция света в холестериках с большим шагом спирали / Д.Г. Хоштария, С.М. Осадчий, Г.С. Чилая // Кристаллография. – 1985. – Т.30. – Вып. 4. – С. 755–757.

TWO-WAVE APPROXIMATION OF LIGHT DIFFRACTION IN CHOLESTERIC LIQUID CRYSTAL WITH LARGE HELICAL PERIOD

Shipov N.V., Assoc. Prof. Bauman Moscow State Technical University, Ph. D. (Physics and Mathematics)⁽¹⁾; Poleshchuk O.M., Prof. Bauman Moscow State Technical University, Dr. Sci. (Tech.)⁽¹⁾; Rubinshteyn A.I., Prof. Bauman Moscow State Technical University, Dr. Sci. (Physics and Mathematics)⁽¹⁾

poleshchuk@mgul.ac.ru, nvshi@mail.ru, caf-math@mgul.ac.ru
⁽¹⁾Bauman Moscow State Technical University (Mytishchi branch),
 1 st. Institutskaya, 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

It is shown that the two-wave approximation is correct in the case of small wave direction divergence θ with respect to helical axis z of the cholesteric liquid crystal with large helical period $P \sim \lambda/\delta$, where λ is light wave length, δ – dielectric anisotropy of the cholesteric liquid crystal. The analysis is carried out in the case of multi-wave approximation. The frequency dependencies of light transmission and reflection coefficients $T_{\pi\sigma}(\omega)$, $R_{\pi\sigma}(\omega)$ are found, where π is the polarization ort in the plane of incidence, σ is orthogonal that plane. The variation amplitude of the light transmission and reflection coefficients $T_{\pi\sigma}(\omega)$, $R_{\pi\sigma}(\omega)$ may reach unity. For example the light circular polarization may be transformed into opposite light circular polarization under wave length $\lambda \sim P\delta$ and $\theta \sim 20$ degree of circle/ The maximum and minimum positions of frequency dependencies $T_{\pi\sigma}(\omega)$, $R_{\pi\sigma}(\omega)$ are found. The theoretical and experimental maximum and minimum positions of frequency dependencies $T_{\pi\sigma}(\omega)$, $R_{\pi\sigma}(\omega)$ are lying in good agreement. The maximum and minimum amplitudes of frequency dependencies $T_{\pi\sigma}(\omega)$ are also lying in good agreement with the experimental maximum and minimum amplitudes of frequency dependencies $T_{\pi\sigma}(\omega)$.

Keywords: cholesteric liquid crystal, helical period, dielectric anisotropy

References

1. Pinsker Z.G. *Rentgenovskaya kristallografiya* [X-rayed Optics of Crystals], Moscow: Nauka Publ., 1982, 290 p.
2. Belyakov V.A., Sonin A.S. *Optika kholestericheskikh zhidkikh kristallov* [Optics of cholesteric liquid crystals], Moscow: Nauka Publ., 1982, 320 p.
3. Chigrinov V.G. *Elektrooptika zhidkikh kristallov* [Optics of Liquid Crystals in Electric Field], 1982, V. 27, no. 2, pp. 404-430.
4. Shipov N.V., Belyakov V.A. *K teorii izlucheniya Vavilova-Cherenkova v kholestericheskom zhidkom kristalle* [On the theory Cherenkov Radiation in cholesteric liquid Crystals], Journal of experimental and theoretical Physics, 1978, V. 75, no. 5. pp. 1589-1601.
5. Shipov N.V. *Difraktsionnye osobennosti izlucheniya Vavilova-Cherenkova v kholestericheskom zhidkom kristalle* [Diffraction of Cherenkov Radiation in cholesteric liquid Crystals], Journal of experimental and theoretical Physics, 1984, V. 86, no. 6. pp. 2075-2090.
6. Belyakov V.A., Shipov N.V. *O poroge izlucheniya Vavilova-Cherenkova v kholestericheskom zhidkom kristalle* [Cherenkov Radiation Threshold in cholesteric liquid Crystals], Journal of experimental and theoretical Physics, 1985, V. 88, no. 5. pp. 1547-1550.
7. Belyakov V.A., Shipov N.V. On the enhancement of the Nonlinear Frequency Transformation in Periodic Media. Phys. Lett., 1981, V. 86A, № 5. pp. 94-96.
8. Belyakov V.A., Shipov N.V. *K teorii nelineynno-opticheskogo preobrazovaniya chastoty v kholestericheskom zhidkom kristalle* [On the theory on nonlinear frequency transformftion in cholesteric liquid Crystals], 1982, V. 88.
9. Shipov N.V. *O svoystvakh funktsionala $P(1/x)$ v prostranstve obobshchennykh funktsiy medlennogo rosta* [About properties of functionality of $P(1/x)$ in space of the generalized functions of slow growth], Moscow state forest university bulletin - Lesnoy vestnik, 2010, no. 6. pp. 183-185.
10. Osadchiy S.M. *Difraktsionnaya elektrooptika kholesterikov sbol'shim shagom spirali* [Light diffraction in cholesteric liquid Crystals with large helical period], Kristallografiya [Crystallography], 1984, V. 29, no. 5, pp. 976-983.
11. Khoshtariya D.G., Osadchiy S.M., Chilaya G.S. *Difraktsiya sveta v kholesterikakh s bol'shim shagom spirali* [Light diffraction in cholesteric liquid Crystals with large helical period], Kristallografiya [Crystallography], 1985, V. 30, no. 4, pp. 755-757.