

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.833.6

Исследование напряженного состояния гибкого колеса, изготовленного из композитного материала PPA-CF

И.Е. Люминарский, В.В. Баласанян, С.Е. Люминарский

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Investigation of the stress state of a flexible wheel made of PPA-CF composite material

I.E. Lyuminarsky, V.V. Balasanian, S.E. Lyuminarsky

Bauman Moscow State Technical University

Использование аддитивных технологий для создания зубчатых передач является перспективным направлением развития приводной техники. Эту технологию отличают высокие эффективность и экономичность, отсутствие отходов и быстрота перенастройки оборудования. Применение волновых зубчатых передач, изготовленных на 3D-принтере, требует проведения дополнительных теоретических и экспериментальных исследований прочности гибкого колеса. Предложена методика расчета гибкого колеса в программном комплексе ANSYS APDL. Особенностью расчета гибкого колеса методом конечных элементов является большое число мелких зубьев, что требует использования значительного количества узлов и элементов. Для уменьшения объема оперативной памяти применен метод суперэлементов. Проведены расчетные исследования напряженно-деформированного состояния гибкого колеса сдвоенной волновой зубчатой передачи с передаточным отношением, равным 30, где в качестве второй ступени выступает зубчатая муфта. Гибкое колесо изготовлено из углероднаполненного полимерного материала PPA-CF. Определены окружные и осевые напряжения в опасных зонах ГК, расположенных на переходных поверхностях зубьев. Показано, что напряжения в указанных направлениях меньше пределов прочности более чем в 2 раза.

EDN: CSKQTN, <https://elibrary/pskqtn>

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, гибкое колесо, жесткое колесо, дисковый генератор волн, аддитивные технологии

A promising direction in the development of drive technology is the use of gears created using additive technologies. This method is highly efficient, cost-effective, waste-free, and quick to reconfigure equipment. The use of wave gears made on a 3D printer requires additional theoretical and experimental studies of the strength of a flexible wheel. A method for calculating a flexible wheel in the ANSYS APDL software package is proposed. A feature of the finite element flexible wheel calculation is the large number of small teeth, which requires the use of a significant number of nodes and elements. To reduce the amount of

RAM, the superelement method is used. Computational studies of the stress-strain state of a flexible wheel of a twin-wave gear transmission with a gear ratio of 30, the second stage of which is a gear clutch, have been carried out. The flexible wheel is made of carbon-filled polymer material PPA-CF. Circumferential and axial stresses in the hazardous areas of the flexible wheel located on the transition surfaces of the teeth have been determined. It is shown that the stresses in these directions are less than 2 times the tensile strength.

EDN: CSKQTN, <https://elibrary/ckskqtn>

Keywords: harmonic drive, flexible gear, rigid gear, disk wave generator, additive technologies

Основными элементами современных высокоточных приводов являются редукторы. К ним относятся и волновые зубчатые передачи (ВЗП), которые, несмотря на определенные конструктивные сложности и ограничения по скорости вращения, обладают такими достоинствами [1–3], как высокие нагрузочная способность, коэффициент полезного действия и кинематическая точность [4, 5]. Благодаря этим характеристикам ВЗП получили широкое распространение в современных системах приводов. Прогресс в области технологий материалов и методов расчета [6–8] открывает перспективы расширения области применения ВЗП и повышения их надежности.

Ранее ВЗП изготавливали на фрезерных станках. Современные технологии аддитивного производства [9] позволяют создавать изделия из пластика методом объемной печати с применением 3D-принтера. Такой подход отличается высокой производительностью, экономичностью, отсутствием отходов и быстротой переналадки оборудования.

На кафедре РК-2 МГТУ им. Н.Э. Баумана разработана и изготовлена двойная ВЗП (СВЗП) с использованием аддитивных технологий, имеющая короткое гибкое колесо (ГК) и

дисковый генератор волн (рис. 1). Все элементы СВЗП, за исключением подшипников и крепежных деталей, выполнены из полимерных материалов с помощью 3D-принтера. Передаточное число СВЗП равно 30, а разница в количестве зубьев между ГК и жестким колесом (ЖК) в первой ступени — 4. Вторая ступень представляет собой зубчатую муфту.

В статье [10] приведена методика расчета основных параметров СВЗП, основанная на анализе упругого взаимодействия ее элементов. Там же даны рекомендации по выбору коэффициента глубины захода, коэффициентов смещения зубчатых колес и максимальной деформации ГК, исключающие интерференцию зубьев.

Постановка задачи. Экспериментальные и расчетные исследования показывают, что, ВЗП, изготовленные из стали, при передаточном отношении $i \leq 100$ чаще всего выходят из строя из-за поломки ГК. Появление мощных компьютеров и различных программных комплексов (ANSYS, Nastran, NEMS и др.) позволяет с большей точностью определять напряжения в ГК и прогнозировать их долговечность [11–15].

До настоящего времени ГК не изготавливали из композитных термопластичных материалов с помощью 3D-печати. Применение ГК, созданных с использованием аддитивных технологий, требует разработки новых методик их расчета на прочность и дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Основной особенностью расчета ГК ВЗП на прочность методом конечных элементов является большое количество (100...200) мелких зубьев. Поэтому для получения достаточной точности расчета ГК необходимо разбить более чем на 1 млн конечных элементов (КЭ). При расчете объекта с таким количеством КЭ задействована большая оперативная память. Для уменьшения размерности системы разрешающих уравнений и, соответственно, занимаемого

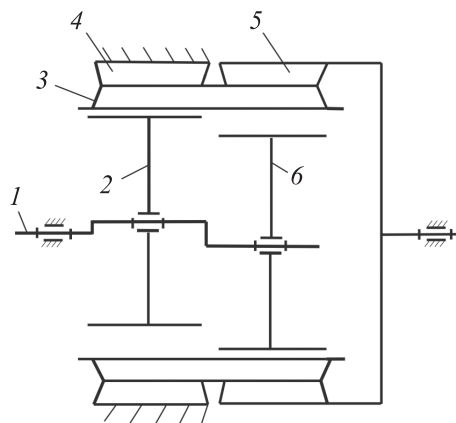


Рис. 1. Схема СВЗП:

1 — входной вал; 2, 6 — деформирующие диски;
3 — ГК; 4, 5 — ЖК

объема памяти надо создать суперэлементы (СЭ). Другой особенностью расчета ГК, выполненного из композитного материала, является его ортотропность.

Цель исследования — разработка методики определения напряжений в ГК СВЗП, изготовленном из ортотропного композитного материала, в программном комплексе ANSYS APDL.

Математическая модель. Методика определения осевых и окружных напряжений в ГК спроектированной СВЗП (см. рис. 1) включает в себя три этапа.

На первом этапе расчета определяют упругое взаимодействие элементов СВЗП с помощью математической модели. Эта модель учитывает пространственный характер взаимодействия элементов СВЗП [10], где непрерывные контакты ГК с деформирующими дисками и ГК с ЖК заменяют дискретными контактами. Внутреннюю поверхность ГК и боковые поверхности зубьев разбивают на четырехугольные области, в узлах которых могут взаимодействовать ГК с деформирующими дисками и ЖК. Указанные узлы являются точками возможного контакта, где определяют реакции и перемещения.

На втором этапе расчета методом конечных элементов с помощью СЭ вычисляют перемещения в узлах конечно-элементной сетки, задавая перемещения на внутренней поверхности ГК и силы на боковых поверхностях зубьев, найденные на первом этапе расчета.

На третьем этапе расчета на ГК выделяют сектора, состоящие из нескольких зубьев и методом конечных элементов определяют напряжения в них.

Высоты зубьев ГК в 30 раз меньше, чем его радиус. Расчеты показывают, что для точного нахождения напряжений во впадинах ГК размер сетки КЭ должен быть не менее $0,1m$, где m — модуль зацепления. Так как создание такой сетки занимает много оперативной памяти компьютера, для ее экономии использован метод СЭ.

Для второго этапа расчета разработана программа на языке программирования APDL, состоящая из трех частей: построения геометрической модели ГК, создания СЭ и использования СЭ.

При построении геометрической модели ГК разделялось на 60 секций, в каждой из которых расположены два зуба. Из первых 59 секций

создавались 59 СЭ, из последней (60-й) — основная модель. Построение каждой секции начиналось с создания осевого сечения ГК. Затем с помощью команды VROTAT путем вращения осевого сечения вокруг оси ГК строился цилиндрический объем секции без зубьев (рис. 2, а). Далее в торцевом сечении создавался профиль впадин ГК, состоящий из четырех эвольвентных и переходных линий, линий впадин и вершин, линии наружного диаметра и двух прямых линий, ограничивающих профиль в окружном направлении. С помощью оператора VEXT полученное торцевое сечение вытягивалось вдоль оси вращения ГК, образуя объем двух впадин секции. Секции с зубьями (рис. 2, б) создавались путем вычитания объема впадин из объема секции без зубьев с использованием команды логической операции VSDV.

После создания шестидесяти секций, последовательно расположенных на одной окружности, объемы склеивались с помощью команды VGLUE. Этот процесс модификации входных объемов приводил к образованию объемов, имеющих общие границы. Геометрическая модель ГК приведена на рис. 3.

Создание СЭ начиналось с генерации конечно-элементной сетки созданной геометрической модели. В расчетной модели использовался четырехгранный объемный элемент solid186, обладающий тетраэдрической формой и анизотропными свойствами и состоящий из двадцати узлов с тремя степенями свободы в них. Линейный размер КЭ принимался равным $0,8m$, что обеспечивало оптимальное соотношение между точностью и вычислительной эффективностью. Для разбивки полученных объемов

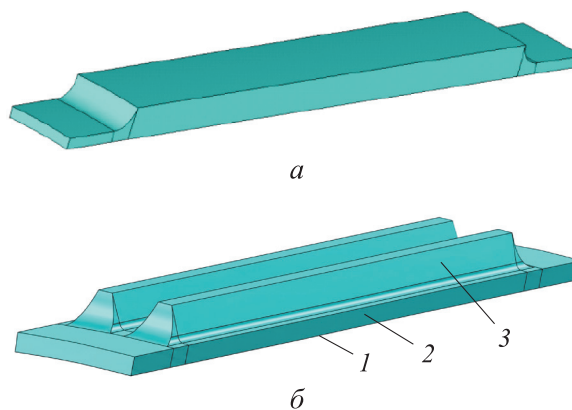


Рис. 2. Модель объема секции до (а) и после (б) формирования зубьев:
1 — внутренняя поверхность ГК; 2 — общая граница двух СЭ; 3 — боковая поверхность зуба

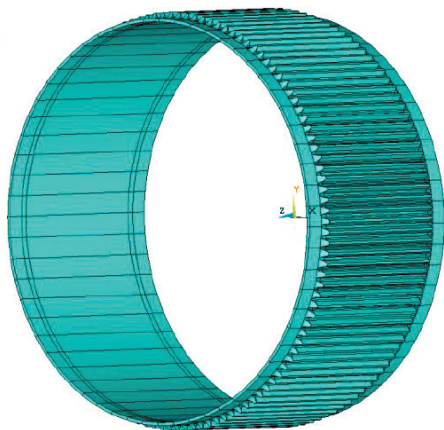


Рис. 3. Геометрическая модель ГК, созданная в ANSYS APDL

модели на КЭ использовалась команда VMESH, создающая сетки с высокой степенью детализации и адаптивностью к геометрическим характеристикам объекта. Одна секция, где создавалась СЭ, содержала 27 479 узлов, а ГК, состоящая из шестидесяти секций, — 1 672 518 узлов.

ГК напечатано на 3D-принтере из китайского углероднаполненного полимерного материала PPA-CF. Оно обладает ортотропными свойствами и имеет следующие анизотропные направления: ось z совпадает с осью ГК, оси x и y расположены в перпендикулярной плоскости. Деформацию ГК характеризуют модули Юнга (E_x, E_y, E_z), коэффициенты Пуассона ($\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$) и модули сдвига (G_{xz}, G_{yz}, G_{xy}). Значения характеристик для применяемого материала приведены в таблице «Модули упругости при сдвиге» компании «Иннер Инжиниринг» (sale@inner.ru): $E_x = E_y = 9860$ МПа; $E_z = 3240$ МПа; $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0,35$; $G_{xz} = G_{yz} = 10$ ГПа; $G_{xy} = 3$ ГПа.

Для ориентации систем координат конечных элементов использовалась команда ESYS.

При создании СЭ формировались их сокращенные матрицы жесткости. Ключевые узлы СЭ, по которым определялась сокращенная матрица жесткости, располагались на общих границах СЭ, внутренней поверхности ГК и боковых поверхностях зубьев (см. рис. 2, б). Ключевые узлы на боковых поверхностях зубьев совпадали с узловыми точками, используемыми в пространственной модели СВЗП [10] на первом этапе расчета. Степени свободы матрицы жесткости СЭ являлись радиальные перемещения узлов на внутренней поверхности ГК, радиальные и окружные перемещения узлов на боковых поверхностях зубьев и радиальные,

окружные и осевые перемещения узлов, соединяющих СЭ.

Использование СЭ начиналось с формирования конечно-элементной модели ГК, состоящей из КЭ основной модели (60-й секции ГК) и 59 СЭ. Далее к полученной модели прикладывались внешние воздействия, определенные на первом этапе расчета по методике, изложенной в работе [10].

К внешним воздействиям относились радиальные перемещения узлов, расположенных на внутренней поверхности ГК (см. рис. 2, а), радиальные и касательные силы, приложенные к ключевым узлам боковых поверхностей зубьев. На окружные и осевые степени свободы узлов на внутренней поверхности ГК ограничения не накладывались. Для предотвращения перемещения ГК в этих направлениях дополнительно задавались ограничения в двух узлах: в осевом и окружном направлении соответственно. Следует отметить, что суммы внешних сил, действующих в окружном и осевом направлениях, равны нулю, а значит, и реакции в этих ограничениях будут равны нулю и не повлияют на напряженно-деформированное состояние ГК.

В расчетной модели размер КЭ в секциях $a \approx 0,8m$, что не позволяло определять напряжения с достаточной точностью. Уменьшить размер не представлялось возможным из-за ограничения оперативной памяти компьютера. Поэтому на третьем этапе расчета проводились уточняющие вычисления, для чего из ГК выделялись отсеки, состоящие из двух секций — четырех зубьев (рис. 4). Расчет каждого отсека происходил отдельно с уменьшенным размером КЭ ($a < 0,8m$). На внутренней поверхности секции ГК и общих границах отсеков задавались перемещения узлов, на боковых поверхностях зубьев — силы. Перемещения в узлах внутрен-

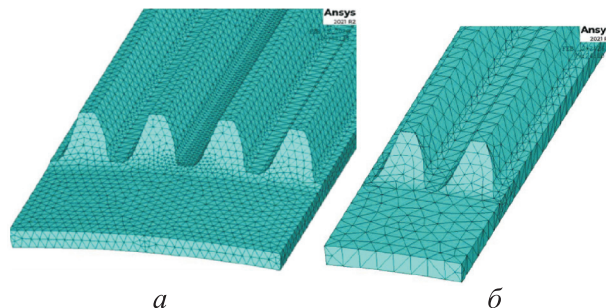


Рис. 4. Конечно-элементные модели отсека из четырех зубьев (а) и секции из двух зубьев, образующей СЭ (б)

ней поверхности и силы в ключевых узлах на боковых поверхностях зубьев определялись на первом этапе расчета, а перемещения в узлах на общих границах — на втором.

Максимальные напряжения в ГК действуют во впадине зубьев. Поэтому впадина зуба, расположенная в середине отсека (см. рис. 4), разбивалась на более мелкие КЭ. В этой впадине определялись окружные и осевые напряжения в ГК.

Результаты исследования. Исследуемое ГК имело следующие параметры: число зубьев $z_g = 120$; коэффициент смещения $x_g = 1,9$; модуль $m = 1,25$ мм; коэффициент ширины впадин $K_g^s = 1,6$; диаметр вершин ГК $d_{ag} = 155,88$ мм; длина $L = 72$ мм; ширина зубчатого венца $b_w = 57$ мм; внутренний диаметр $D = 149,22$ мм; максимальная деформация ГК $w_0 = 2,48$ мм; модули упругости $E_x = E_y = 9860$ МПа, $E_z = 3240$ МПа; коэффициенты Пуассона $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0,35$; модули сдвига $G_{xz} = G_{yz} = 10$ ГПа, $G_{xy} = 3$ ГПа; пределы прочности на растяжение $\sigma_{bx} = \sigma_{by} = 168$ МПа, $\sigma_{bz} = 57$ МПа. Зубчатый венец расположен посередине оболочки ГК.

По результатам расчета установлено, что максимальные напряжения возникают в зонах переходных поверхностей зубьев. В связи с этим для повышения точности моделирования и учета особенностей напряженно-деформированного состояния в указанных областях проведена дополнительная адаптация сетки КЭ. На двух переходных поверхностях двух средних зубьев и поверхности впадин между ними (см. рис. 4, а) были уменьшены размеры КЭ.

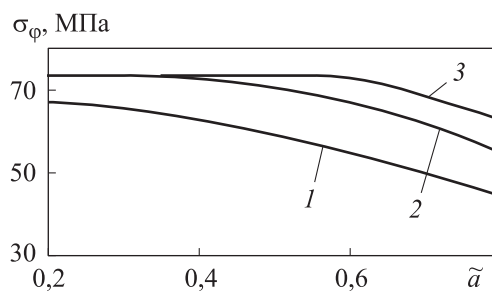


Рис. 5. Зависимости окружного напряжения в ГК σ_ϕ от различных значений относительных размеров КЭ:
1 — $\tilde{b} = \tilde{a}$; 2 — $\tilde{b} = \tilde{a}/2$; 3 — $\tilde{b} = \tilde{a}/3$

Проведенные расчетные исследования показали, что максимальные напряжения действуют вблизи точки с координатами $r = 75,83$ мм, $z = 42,03$ мм, расположенной на переходной поверхности зубьев в среднем сечении ГК. Поэтому в дальнейшем напряжения определялись на переходных поверхностях зубьев в точках с указанными координатами. Осевая координата z отсчитывалась от торца ГК со стороны первой ступени.

Зависимости окружного напряжения σ_ϕ от относительных размеров КЭ в области с мелкой сеткой $\tilde{b} = b/m$ и в остальной части ГК $\tilde{a} = a/m$ приведены на рис. 5. Здесь a и b — абсолютные размеры КЭ. При уменьшении размеров сетки окружное напряжение сходилось примерно к 72 МПа. Как видно из рис. 5, окружное напряжение можно определить с высокой точностью (с погрешностью 1...2 %) для двух вариантов: $\tilde{a} = 0,6$, $\tilde{b} = \tilde{a}/3$ и $\tilde{a} = 0,4$, $\tilde{b} = \tilde{a}/2$. Время расчета в первом варианте в 3,5 раза меньше, чем во втором, поэтому для вычисления напряжений использован первый вариант.

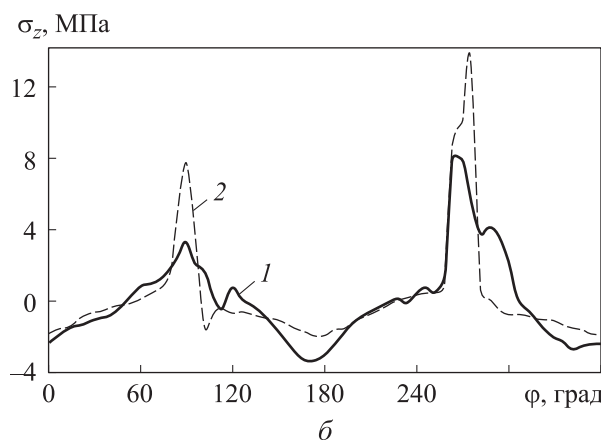
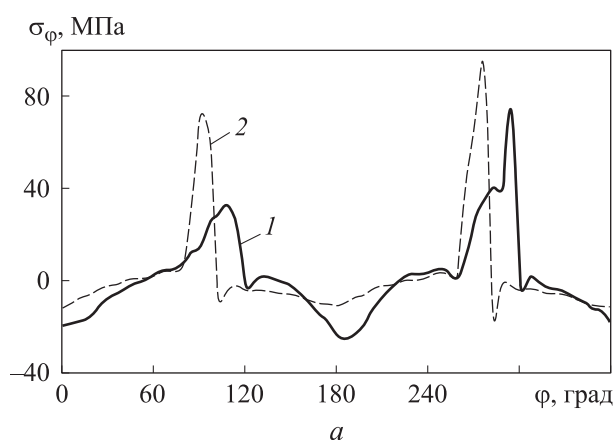


Рис. 6. Зависимости окружного σ_ϕ (а) и осевого σ_z (б) напряжений на переходных поверхностях зубьев от угловой координаты ϕ при моменте сопротивления $M_c = 60$ Н·м и радиусе деформирующих дисков $R_d = 69$ (1) и 61 мм (2)

Зависимости окружного напряжения от угловой координаты φ , отсчитываемой от малой оси генератора волн в направлении его вращения, при моменте сопротивления на выходном валу $M_c = 60$ Н·м и двух радиусах деформирующих дисков ($R_d = 69$ и 61 мм) приведены на рис. 6, а. Момент сопротивления на выходном валу выбран чуть меньше значения, при котором наступает интерференция зубьев. Увеличение напряжений на участках $\varphi = 85...100^\circ$ и $\varphi = 260...280^\circ$ при $R_d = 61$ мм обусловлено взаимодействием зубьев в первой ступени СВЗП. Повышение напряжений на участках $\varphi = 110...130^\circ$ и $\varphi = 280...300^\circ$ вызвано взаимодействием зубьев во второй ступени СВЗП. Аналогичный характер имеет график напряжений при $R_d = 69$ мм (рис. 6, б). При $R_d = 61$ мм максимальное окружное напряжение меньше предела прочности в окружном направлении в 1,6 раза, а при $R_d = 69$ мм — в 2,2 раза.

Зависимости осевого напряжения σ_z от угловой координаты φ приведены на рис. 6, б. Напряжения определялись на переходной поверхности зубьев в точках достижения максимальных значений, для чего предварительно выполнялись вычисления в разных поперечных сечениях в нескольких точках по высоте зуба. Характер графиков осевого напряжения аналогичен таковым для окружного напряжения

(см. рис. 6, а). При радиусе деформирующих дисков $R_d = 61$ мм максимальное осевое напряжение меньше предела прочности в осевом направлении в 4 раза, при $R_d = 69$ мм — в 7 раз.

Выводы

1. Предложена методика определения напряжений в ГК СВЗП с использованием программного комплекса ANSYS APDL, которая при известных нагрузках обеспечивает точность расчета 1...2 %.

2. При моменте сопротивления на выходном валу, равном 60 Н·м, радиус деформирующих дисков должен находиться в диапазоне 65...69 мм.

3. Проведены расчетные исследования напряженно-деформированного состояния ГК СВЗП, изготовленного на 3D-принтере из углероднаполненного полимерного материала PPA-CF. При радиусе деформирующих дисков 69 мм окружное напряжение примерно в 2 раза меньше предела прочности, а осевое — в 6 раз.

4. Внедрение разработанной модели ГК и результатов теоретических исследований позволит на стадии проектирования задавать параметры СВЗП, гарантирующие требуемые характеристики прочности и отсутствие интерференции зубьев.

Литература

- [1] Иванов М.Н. *Волновые зубчатые передачи*. Москва, Высшая школа, 1981. 184 с.
- [2] Гинзбург Е.Г. *Волновые зубчатые передачи*. Ленинград, Машиностроение, 1969. 159 с.
- [3] Шувалов С.А. *Теория и автоматизированное проектирование волновых зубчатых передач*. Дисс. ... док. техн. наук. Москва, МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1986. 354 с.
- [4] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, Изд-во НАУ ХАИ им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [5] Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Крутильная жесткость волновых зубчатых передач внешнего деформирования. *Приводы и компоненты машин*, 2013, № 1, с. 10–13.
- [6] Стрельников В.Н., Волошин А.И., Суков М.Г. Разработка силовой модели зубчатого зацепления крупной волновой передачи. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2019, т. 19, № 2, с. 120–129, doi: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-120-129>
- [7] Лукин Р.С., Усаков В.И., Вавилов Д.В. и др. Моделирование взаимодействия звеньев волновых зубчатых передач. *Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетова*, 2013, № 7, с. 118–122.
- [8] Li Y., Zhang N., Zhang Y. et al. New design method for flexspline tooth profile of harmonic drive considering deformation. *IEEE ICIEA*, 2019, pp. 111–115, doi: <https://doi.org/10.1109/IEA.2019.8714865>
- [9] Беседина К.С., Лавров Н.А., Барсков В.В. Применение аддитивных технологий полимеров в машиностроении. *Инновационные материалы и технологии в дизайне. Тез. док.*

- IV Всерос. науч.-практ. конф. с участием молодых ученых. Санкт-Петербург, СПбГИКиТ, 2018, с. 26–27.
- [10] Люминарский И.Е., Баласанян В.В., Люминарский С.Е. Математическая модель сдвоенной волновой зубчатой передачи. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2025, № 6, с. 12–20. EDN: QKWXXVL
- [11] Flavius A. Ardelean. 3D modeling of the harmonic drive using "CATIA". *Ann. Oradea Univ., Fasc. Manag. Technol. Eng.*, 2007, vol. 6, no. 16, pp. 882–885.
- [12] Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Люминарская Е.С. Анализ напряженно-деформированного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи. *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*, 2023, № 4, с. 41–47.
- [13] Завьялов В.М. Работоспособность волновых зубчатых передач с точки зрения напряжений в гибком колесе этой передачи. *Вестник МГСУ*, 2010, № 4, с. 279–284.
- [14] Абакумов А.Н., Захаров Н.В. Определение нагрузочной способности гибких колес волновых зубчатых передач. *Динамика систем, механизмов и машин*, 2018, т. 6, № 1, с. 3–7.
- [15] Стрельников В.Н., Суков Г.С., Суков М.Г. Напряженно-деформированное состояние гибкого колеса представленного сопряжением кольца и оболочки. *Прогрессивные технологии и системы машиностроения*, 2013, № 1, с. 272–282.

References

- [1] Ivanov M.N. *Volnovye zubchatye peredachi* [Wave gears]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1981. 184 p. (In Russ.).
- [2] Ginzburg E.G. *Volnovye zubchatye peredachi* [Wave gears]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1969. 159 p. (In Russ.).
- [3] Shuvalov S.A. *Teoriya i avtomatizirovannoe proektirovanie volnovykh zubchatykh peredach*. Diss. dok. tekhn. nauk [Theory and Computer-Aided Design of Wave Gears. Doc. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman MHTU Publ., 1986. 354 p. (In Russ.).
- [4] Poletuchiy A.I. *Teoriya i konstruirovaniye vysokoeffektivnykh volnovykh zubchatykh mekhanizmov* [Theory and design of highly efficient wave gear mechanisms]. Kharkov, Izd-vo NAU KhAI im. M. Zhukovskogo Publ., 2005. 675 p. (In Russ.).
- [5] Kostikov Yu.V., Timofeev G.A., Fursyak F.I. Torsional stiffness of external deformation wave gears. *Privody i komponenty mashin* [Machine Drives and Parts], 2013, no. 1, pp. 10–13. (In Russ.).
- [6] Strelnikov V.N., Voloshin A.I., Sukov M.G. Development of a power model for large wave gear toothings. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik of Don State Technical University], 2019, vol. 19, no. 2, pp. 120–129, doi: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-120-129> (in Russ.).
- [7] Lukin R.S., Usakov V.I., Vavilov D.V. et al. Modeling the interaction of the wave gear units. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika M.F. Reshetova* [Vestnik SIBSAU. Aerospace Technologies and Control Systems], 2013, no. 7, pp. 118–122. (In Russ.).
- [8] Li Y., Zhang N., Zhang Y. et al. New design method for flexspline tooth profile of harmonic drive considering deformation. *IEEE ICIEA*, 2019, pp. 111–115, doi: <https://doi.org/10.1109/IEA.2019.8714865>
- [9] Besedina K.S., Lavrov N.A., Barskov V.V. [Application of polymer additive technologies in mechanical engineering]. *Innovatsionnye materialy i tekhnologii v dizayne. Tez. dok. IV Vseros. nauch.-prakt. konf. s uchastiem molodykh uchenykh* [Innovative Materials and Technologies in Design. Abs. IV Russ. Sci.-Pract. Conf. with the participation of young scientists]. Sankt-Peterburg, SPbGIKIT Publ., 2018, pp. 26–27. (In Russ.).
- [10] Lyuminarskiy I.E., Balasanyan V.V., Lyuminarskiy S.E. Mathematical model of the double harmonic drive. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [BMSTU Journal of Mechanical Engineering], 2025, no. 6, pp. 12–20. EDN: QKWXXVL (In Russ.).
- [11] Flavius A. Ardelean. 3D modeling of the harmonic drive using "CATIA". *Ann. Oradea Univ., Fasc. Manag. Technol. Eng.*, 2007, vol. 6, no. 16, pp. 882–885.

- [12] Lyuminarskiy I.E., Lyuminarskiy S.E., Lyuminarskaya E.S. Analysis of the stress-strain state of a flexible wave gear wheel. *Fundamentalnye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii* [Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology], 2023, no. 4, pp. 41–47. (In Russ.).
- [13] Zavyalov V.M. Working capacity of wave tooth gearings from the point of view of pressure in a flexible wheel of this transfer. *Vestnik MGSU*, 2010, no. 4, pp. 279–284. (In Russ.).
- [14] Abakumov A.N., Zakharov N.V. Determination of loaded gear flexible transmission load capacity. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin*, 2018, vol. 6, no. 1, pp. 3–7. (In Russ.).
- [15] Strelnikov V.N., Sukov G.S., Sukov M.G. Ring-shell coupling flexible gear deflected mode. *Progressivnye tekhnologii i sistemy mashinostroeniya*, 2013, no. 1, pp. 272–282. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 17.02.2026

Информация об авторах

ЛЮМИНАРСКИЙ Игорь Евгеньевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: lie260@mail.ru).

БАЛАСАНИЯН Вадим Владимирович — ассистент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: vadimasbalasanian@gmail.com).

ЛЮМИНАРСКИЙ Станислав Евгеньевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

Information about the authors

LYUMINARSKY Igor Evgenievich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: lie260@mail.ru).

BALASANIAN Vadim Vladimirovich — Assistant, Department of Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: vadimasbalasanian@gmail.com).

LYUMINARSKY Stanislav Evgenievich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department Theory of Mechanisms and Machines. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: katjstas@mail.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Люминарский И.Е., Баласаниян В.В., Люминарский С.Е. Исследование напряженного состояния гибкого колеса, изготовленного из композитного материала PPA-CF. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 5, с. 18–25.

Please cite this article in English as:

Lyuminarsky I.E., Balasanian V.V., Lyuminarsky S.E. Investigation of the stress state of a flexible wheel made of PPA-CF composite material. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 5, pp. 18–25.