

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В.А. Бернс¹

Д.О. Душухин¹

Е.П. Жуков¹

Д.А. Красноруцкий¹

П.А. Лакиза¹

В.В. Перевозчикова¹

А.В. Шкода²

v.berns@yandex.ru

d.dushukhin@yandex.ru

zhukove@sibnia.ru

agent025@yandex.ru

qinterfly@gmail.com

malenkova_vv@mail.ru

a.shkoda@list.ru

¹ ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина», г. Новосибирск,
Российская Федерация

² ПАО «ОАК»–ОАО «ОКБ Сухого», Москва, Российская Федерация

Аннотация

Расчетные динамические модели летательных аппаратов разрабатываются по рабочей документации при их проектировании. Модели корректируются по результатам модальных испытаний на этапах создания и производства изделий. Результатами испытаний являются обобщенные массы, характеристики демпфирования, собственные частоты и формы собственных тонов колебаний конструкций. Диссипативные свойства расчетной модели, как правило, не корректируются, а определяются при модальных испытаниях. Формы собственных тонов колебаний выполняют контрольную функцию в процессе коррекции модели. Таким образом, остаются два параметра, которые могут быть использованы для коррекции расчетной модели летательного аппарата: собственная частота и обобщенная масса собственных тонов колебаний. Достоверность экспериментального определения этих параметров зависит от таких факторов, как случайные погрешности многоточечного возбуждения и измерения колебаний, наличие тонов с близкими собственными частотами, влияние системы упругого вывешивания летательного аппарата на время испытаний. Приведены результаты исследования погрешностей оценок собственных частот методом фазового резонанса. Оценка по-

Ключевые слова

Летательный аппарат, расчетная динамическая модель, модальные испытания, коррекция расчетной модели, собственная частота, обобщенная масса

грешностей расчета обобщенных масс выполнена методами монофазных колебаний, введения квадратурной составляющей возбуждения и фиктивного фазового резонанса. Показано, что погрешности расчета обобщенных масс значительно превышают погрешности определения собственных частот. Приведен метод определения обобщенных масс по амплитудно-частотным характеристикам объекта испытаний. В результате лабораторных экспериментов и испытаний натурных изделий сделан вывод о том, что коррекция параметров инерции расчетных моделей по результатам модальных испытаний не всегда целесообразна

Поступила 28.03.2025

Принята 25.06.2025

© Автор(ы), 2026

Введение. Несмотря на широкое распространение вычислительных средств и их растущее влияние на процесс конструирования авиационных изделий, верификация и экспериментальная апробация остаются важнейшими этапами процесса создания летательных аппаратов (ЛА). В рамках экспериментальной отработки существующих и создаваемых ЛА неотъемлемыми являются наземные статические и частотные испытания. В ходе которых оцениваются модальные характеристики исследуемого объекта как набор собственных частот и форм колебаний, коэффициентов демпфирования, а также обобщенных масс тонов колебаний, представляющих наибольший интерес [1]. Модальные характеристики ЛА, определенные по результатам экспериментального модального анализа, используются для валидации их расчетных динамических моделей [2].

Экспериментальный модальный анализ подробно описан в литературе и применяется к широкому спектру авиационных конструкций: от гражданской авиации [3–5] до истребителей [6] и беспилотных [7, 8] ЛА. Как правило, расчетные динамические модели ЛА создаются методом конечных элементов и используются с методами вычислительной гидродинамики для решения сопряженных задач в целях оценки границ аэроупругой устойчивости. Для повышения достоверности расчетов различных аэроупругих явлений проводят коррекцию расчетных динамических моделей по результатам экспериментального модального анализа [9–11]. Это особенно актуально в связи с широким использованием в авиационной отрасли композиционных материалов, что может сопровождаться целым спектром сложных повреждений, таких как разрушение межслоевых соединений, повреждение волокон по толщине (отверстия и трещины), которые не могут быть учтены в полной мере в расчетных моделях [12].

На протяжении последних десятилетий многие исследователи занимались разработкой и совершенствованием методов коррекции конечно-элементных моделей для достижения наилучшего согласования с экспериментальными данными. Наиболее простым подходом к коррекции является варьирование параметров модели, которые входят явно в рассчитываемые отклики [13]. Если рассчитываемые характеристики являются интегральными и/или не могут быть явно выражены через параметры модели, то используются методы коррекции на основе анализа чувствительностей [14, 15]. Так, в [16] рассмотрена коррекция конечно-элементной модели планера вертолета по собственным частотам и формам колебаний. В [17] описана коррекция только жесткостных характеристик динамической модели истребителя: упругих характеристик материалов и жесткостей пружин, отмечено, что объект испытаний предварительно взвешен, а модель изменена таким образом, чтобы ее инерционные характеристики совпали с результатами взвешивания.

Расчетная динамическая модель ЛА базируется на уравнениях собственных колебаний:

$$A\ddot{Y} + CY = 0. \quad (1)$$

Здесь $\ddot{Y}(N)$ и $Y(N)$ — векторы ускорений и перемещений; $A(N \times N)$ и $C(N \times N)$ — матрицы масс и жесткостей; N — число степеней свободы модели.

Для исследования конкретных явлений к силам инерции и упругости в уравнение (1) добавляют представления сил другой природы. Например, в уравнения флаттера входят аэродинамическая жесткость и аэродинамическое демпфирование. В этом случае конструкционное демпфирование, как правило, не учитывается: считается запасом в расчете критической скорости.

В настоящей работе рассматриваются особенности коррекции расчетной модели (1). В качестве исходных данных для коррекции такой модели могут выступать обобщенные массы, собственные частоты и формы колебаний, определяемые в модальных испытаниях.

Экспериментальный модальный анализ. Предположим, что модальные испытания проводятся методом многоточечного гармонического возбуждения. Установившиеся вынужденные колебания ЛА в этих испытаниях есть решение дифференциального уравнения — условия равновесия действующих на ЛА сил инерции, упругости, демпфирования и внешнего воздействия. Отметим, что математические описания сил инерции и упругости основаны на представлениях о кинетической и потенциальной

энергиях динамических систем. Правомерность использования этих описаний подтверждена положительным опытом решения задач о собственных колебаниях. В то же время для описания сил демпфирования существует достаточно много способов [18–20], применимость которых не всегда однозначна. Определяемые в модальных испытаниях собственные частоты и формы колебаний методом фазового резонанса не зависят от описания демпфирования. Однако характеристика инерции собственного тона колебаний — обобщенная масса — вычисляется по откликам объекта испытаний как минимум на двух частотах внешнего воздействия. В связи с этим оценка параметра зависит от принятой модели демпфирования, математическая модель вынужденных колебаний ЛА принимается в виде [21]:

$$A\ddot{Y} + R + CY = E \sin(\omega t) + F \cos(\omega t). \quad (2)$$

Установившееся решение уравнения (2) записывается как

$$Y = U \sin(\omega t) - V \cos(\omega t). \quad (3)$$

Здесь $R(N)$ — вектор сил демпфирования; $E(N)$ и $F(N)$ — синфазная и квадратурная составляющие возбуждения; ω — частота колебаний; $U(N)$ и $V(N)$ — действительная и мнимая составляющие перемещений при комплексном представлении колебаний.

Полагаем, что силами демпфирования являются силы, фаза которых совпадает с фазой скорости колебаний.

Допустим, что подбором многоточечного возбуждения воспроизведены монофазные колебания ЛА [22]

$$U = \lambda V, \quad (4)$$

где λ — действительное число.

Уравнению (2) для монофазных колебаний (4) соответствует система алгебраических уравнений:

$$(1 + \lambda^2)(C - \omega^2 A)V = \lambda E - F; \quad (5)$$

$$(1 + \lambda^2)HV = E + \lambda F, \quad (6)$$

где $H(N \times N)$ — матрица демпфирования, свойства которой предстоит установить на основе анализа соотношений между монофазными и собственными колебаниями объекта испытаний.

Из (5) и (6) следует, что использование монофазных колебаний позволяет разделить определение упруго-массовых характеристик и характеристик демпфирования ЛА.

Требованием программы модальных испытаний ЛА является, как правило, определение характеристик собственных тонов колебаний в заданном частотном диапазоне. К этим характеристикам относятся, в первую очередь, частоты, формы и обобщенные массы собственных колебаний.

Пусть в исследуемом частотном диапазоне при монофазном возбуждении ($F = 0$) выявлено L частот колебаний, на которых $\lambda = 0$ (фазовые резонансы). Из (5) следует, что этими частотами являются собственные частоты p_l , мнимая составляющая монофазных колебаний есть собственный вектор W_l , $l = 1, 2, \dots, L$. В общем случае $L \leq N$, но практически всегда $L \ll N$.

Если при смещении частоты возбуждения от частоты фазового резонанса p_l имеются частоты вынужденных колебаний, на которых формы монофазных колебаний совпадают с собственными формами, то обобщенные массы таких тонов определяются по формуле [21]:

$$a_l = \frac{\lambda V^T E}{(1 + \lambda^2)(p_l^2 - \omega^2)V_l^{*2}}, \quad l = 1, 2, \dots, L. \quad (7)$$

Здесь V_l^* — мнимая составляющая монофазных колебаний в точке нормирования собственного вектора l -го тона.

Для вывода формулы (7) не требуется априорное описание диссипативных свойств динамических систем.

Из уравнения (5) также следуют формулы для расчета обобщенных масс другими известными методами: введение квадратурной составляющей возбуждения и фиктивного фазового резонанса [23]. Эти методы имеют повышенную чувствительность к погрешностям измерений в модальных испытаниях. В то же время опыт испытаний показал, что практически всегда либо в дорезонансной, либо в послерезонансной областях имеются частоты, на которых монофазные колебания совпадают с собственными колебаниями.

Погрешности экспериментального модального анализа. Погрешности экспериментального определения собственных частот и обобщенных масс являются следствием влияния тонов с близкими собственными частотами, помехами системы упругого вывешивания ЛА и случайными погрешностями измерений в модальных испытаниях [21, 24–26].

Влияние тонов с близкими собственными частотами проявляется в смещении частоты фазового резонанса. Однако собственная частота исследуемого тона определяется достаточно точно: с погрешностью, не превышающей 1 %. Достоверность оценки обобщенной массы при этом

может быть ниже на порядок (и более). Для снижения этих погрешностей силы возбуждения необходимо прикладывать вблизи узлов формы колебаний соседнего по частоте тона.

Помехами системы упругого вывешивания ЛА являются также смещения частот фазовых резонансов низших тонов упругих колебаний ЛА. При этом погрешности в обобщенных массах значительно превышают погрешности в собственных частотах. Управлять влиянием помех можно подвеской ЛА вблизи узлов низших тонов упругих колебаний.

В [21] методом статистического моделирования проведены исследования погрешностей результатов модальных испытаний из-за случайных погрешностей измерений. Оценки обобщенных масс выполнялись несколькими методами: по формуле (7) и с использованием немонофазного возбуждения. Показано, что погрешность расчета обобщенных масс на порядок превышает погрешность определения собственных частот. Кроме того, введение квадратурной составляющей возбуждения колебаний приводит к тому, что математическое ожидание массы является смещенной оценкой его точного значения.

Таким образом, на основании проведенных исследований сделан вывод о необходимости совершенствования методов определения обобщенных масс [21].

Определение обобщенных масс по амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ). В (7) и аналогичные формулы (включая метод комплексной мощности) в качестве параметров входят как мнимая, так и действительная составляющие перемещений. Поскольку последняя составляющая мала в окрестности резонанса, ее измерения содержат большие погрешности. В [21] разработан метод определения обобщенных характеристик собственных тонов колебаний по АЧХ. Метод основан на минимизации функционала, описывающего различие между обобщенными силами возбуждения колебаний в эксперименте и математической модели при условии, что амплитуды колебаний в испытаниях и расчетной модели одинаковы. Необходимое условие экстремума функционала приводит к системе нелинейных уравнений третьего порядка относительно обобщенных массы a , жесткости c и коэффициента демпфирования h . Получено точное решение системы уравнений:

$$a = b^{1/2}; \quad c = -(bd_1 + d_3) / (d_2 b^{1/2});$$

$$h = \left[\left(\sum_{k=1}^M Q_k^2 y_k^2 - c^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 - a^2 \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^4 + 2ac \sum_{k=1}^M y_k^4 \omega_k^2 \right) / \sum_{k=1}^M y_k^4 \right]^{1/2}.$$

Здесь $M \geq 3$ — номер измерения на АЧХ, $k = 1, 2, \dots, M$; $Q = W^T E$ — обобщенная сила возбуждения колебаний, W — матрица, столбцами которой являются собственные векторы динамической системы:

$$\begin{aligned} f_1 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^4 (\omega_j^4 - \omega_i^4); \quad d_1 = \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^4 (\omega_i^4 - \omega_j^4); \\ f_2 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_j^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2); \quad d_2 = 2 \sum_{i,j=1}^M y_i^4 y_j^4 \omega_i^2 (\omega_j^2 - \omega_i^2); \\ f_3 &= \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^4 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2); \quad d_3 = \sum_{i,j=1}^M y_i^2 y_j^2 \omega_i^2 (y_i^2 Q_j^2 - y_j^2 Q_i^2); \\ b &= \frac{f_2 d_3 - f_3 d_2}{f_1 d_2 - f_2 d_1}; \end{aligned}$$

y_k — амплитуда перемещений точки нормирования тона на частоте ω_k .

Это решение имеет низкую чувствительность к тонам с близкими собственными частотами и случайным погрешностям измерения колебаний. Так, например, погрешности оценки обобщенной массы меньше в 5 раз (и более) погрешностей измерения амплитуд колебаний. Такой метод определения обобщенных характеристик позволяет с высокой точностью оценивать частоту фазового резонанса, что следует из результатов модальных испытаний самолетов, динамически подобных моделей и агрегатов космических аппаратов.

Тестовые лабораторные испытания. С помощью экспериментального оборудования *LMS SCADAS Lab* проведены модальные испытания пяти лабораторных образцов: № 1–4 — упругие балки с сосредоточенными массами; № 5 — прямоугольная пластина. Все образцы вывешены на жестких шнурах в узлах первого тона изгибных колебаний, частоты которого находились в разных диапазонах. Для каждого образца вычислена обобщенная масса первого тона (a) по известным распределениям масс и измеренной в эксперименте форме колебаний. По результатам испытаний лабораторных образцов с помощью разработанного авторами настоящей работы амплитудного метода (АМ) и метода комплексной мощности (МКМ) также определены обобщенные массы $a_{\text{АМ}}$, $a_{\text{МКМ}}$ (таблица). Отметим, что реализация МКМ предусмотрена программным обеспечением используемого оборудования. Результаты испытаний лабораторных образцов показали сравнительно высокую эффективность АМ экспериментального определения обобщенных масс.

Результаты тестовых испытаний

Номер лабораторного образца	Частота колебаний p , Гц	Обобщенная масса первого тона, кг			Δa_{AM} , %	Δa_{MKM} , %
		a	a_{AM}	a_{MKM}		
1	44,31	3,59	3,58	3,66	0,28	1,91
2	29,3	3,19	3,13	3,41	1,82	6,87
3	24,11	9,62	9,61	11,25	0,15	16,94
4	14,63	7,18	7,23	8,32	0,67	15,78
5	5,56	8,52	8,62	9,39	1,17	10,12

Модальные испытания авиационной техники. Экспериментальное определение обобщенных масс проводилось на нескольких экземплярах различных типов авиационной техники, причем на каждом экземпляре исследовались до 30 собственных тонов колебаний. В настоящей работе приведен характерный результат таких исследований.

В модальных испытаниях учебно-тренировочного самолета исследовали тон колебаний, условно называемый «изгиб кия». Условность заключается в том, что правильное название этого тона — «колебания самолета с интенсивным изгибом кия, на котором зафиксирован фазовый резонанс» (рис. 1).

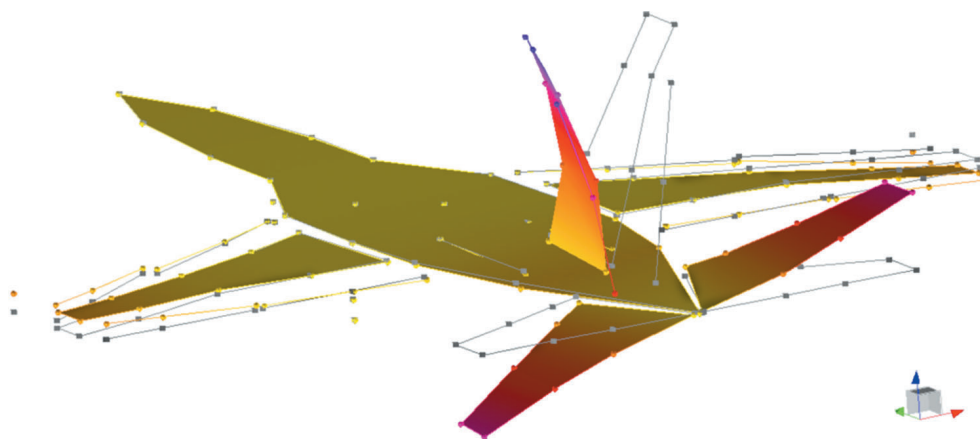


Рис. 1. Скриншот тона колебаний самолета с интенсивным изгибом кия, на котором зафиксирован фазовый резонанс

С точки зрения технологии модальных испытаний выделение этого тона колебаний является достаточно простой задачей: собственная частота колебаний ближайшего по частоте тона — антисимметричный изгиб стабилизатора — выше на 25 %. По результатам модальных испы-

Рис. 2. Зависимость обобщенной массы от силы возбуждения колебаний

таний с помощью МКМ и АМ определена зависимость обобщенной массы от силы возбуждения колебаний (рис. 2). Обобщенная масса с ростом силы возбуждения колебаний увеличивается в $\sim 1,5$ раза. При этом динамические характеристики тона имеют незначительную нелинейность: при изменении возбуждающей силы 10...60 Н частота фазового резонанса снижается на 3 %.

Для выяснения причин изменений обобщенной массы при разных значениях силы возбуждения колебаний проведен ряд исследований: определены обобщенные характеристики «изгиба кия», рассчитаны АЧХ в точках нормирования тона (рис. 3). Максимальное отличие расчетной собственной частоты от частоты фазового резонанса составило 0,5 % при $F = 20$ Н.

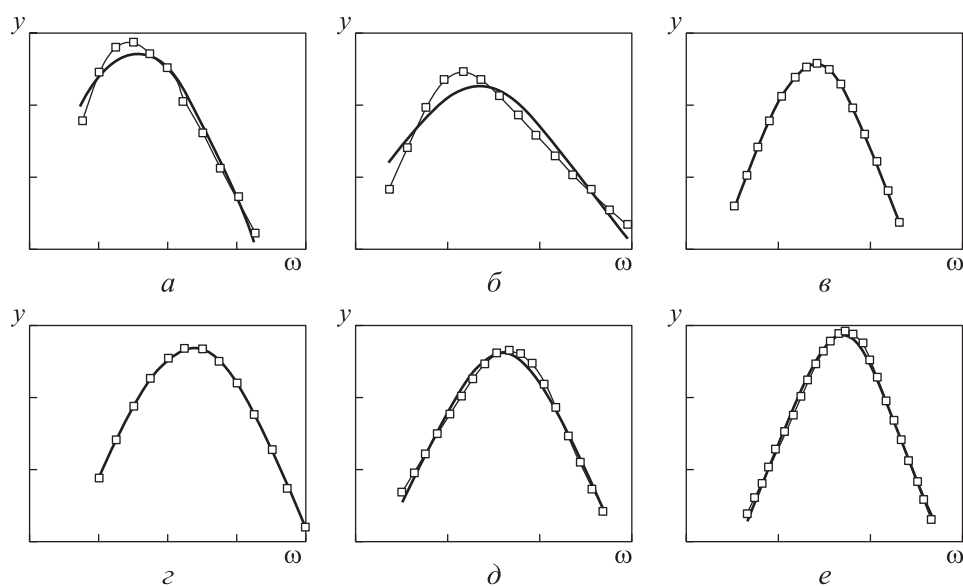
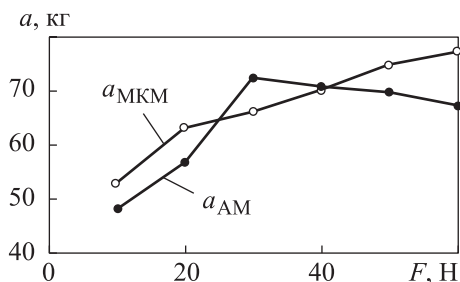


Рис. 3. Экспериментальные (—□—) и расчетные (—) АЧХ

в точках нормирования тона:

$a-e$ — $F = 10, 20, 30, 40, 50, 60$ кН соответственно

Кроме того, критерий модального соответствия (МАС-критерий) форм колебаний достаточно высок: при $F = 20$ Н он составлял 0,987,

а при $F = 40 \dots 60$ Н менялся от 0,999 до 1,0 (рис. 4). Так, форма колебаний тона с высокой долей вероятности не претерпевает искажений при переходе на разные уровни возбуждения и не может являться причиной изменений обобщенных масс.

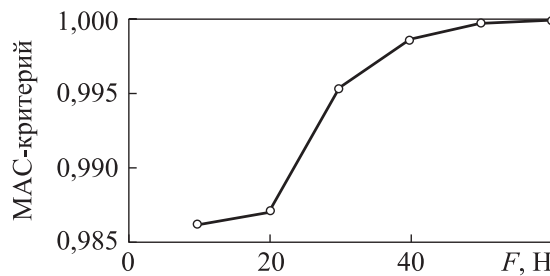


Рис. 4. Зависимость МАС-критерия от силы возбуждения колебаний

Характер результатов испытаний (см. рис. 2) объясняется вкладом (K) колебаний стабилизатора в колебания кия, который зависит от силы возбуждения колебаний (рис. 5). Здесь K — отношение амплитуд колебаний стабилизатора и кия в контрольных точках. Отметим, что такое изменение соотношений амплитуд колебаний не вызвало существенного изменения МАС-критерия.

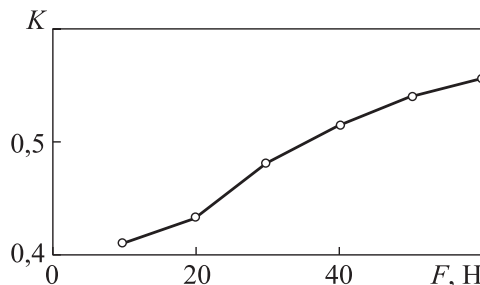


Рис. 5. Зависимость отношения амплитуд колебаний стабилизатора и кия в контрольных точках от силы возбуждения колебаний

Результаты модальных испытаний, подобные приведенным на рис. 2, не являются исключительными. Они проявляются практически во всех испытаниях такой сложной динамической системы, как ЛА. Решение проблемы экспериментального определения обобщенных масс многократно усложняется при наличии тонов с близкими собственными частотами. В модальных испытаниях такие тоны не всегда удается разделить подбором многоканального возбуждения. Проблематичной также представляется оценка обобщенных масс тонов с нелинейными динамическими харак-

теристиками. На рис. 6 приведены результаты модальных испытаний при вращении управляемого стабилизатора многоцелевого ЛА. Нормирование формы колебаний выполнено в контрольных точках на левой и правой плоскостях. Разброс оценок обобщенных масс очевиден.

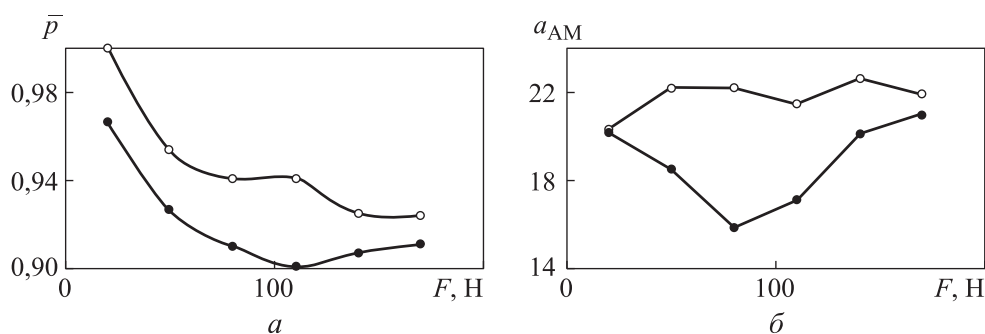


Рис. 6. Результаты модальных испытаний при вращении управляемого стабилизатора многоцелевого ЛА:

a, b — зависимости относительной собственной частоты $\bar{p}$ и обобщенной массы a_{AM} от силы возбуждения колебаний; $\circ$ — , $\bullet$ — правая и левая плоскости

Заключение. Проведены исследования возможности использования результатов модальных испытаний для коррекции расчетных математических моделей, описывающих собственные колебания ЛА. Установлено, что достоверность экспериментальной оценки собственных частот является основанием принимать их за параметры целевой функции для коррекции характеристик упругости расчетной модели. При этом коррекция расчетной матрицы инерции по результатам модальных испытаний нецелесообразна в виду больших погрешностей обобщенных масс. Коррекцию расчетной матрицы инерции достаточно проводить, отслеживая изменения массово-инерционных характеристик ЛА на этапах их создания и эксплуатации. Учет этих изменений отражен в соответствующих актах и справках.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kilimtzidis S., Ginnaros E., Kotzakolios A., et al. Modeling, analysis and validation of the structural response of a large-scale composite wing by ground testing. *Compos. Struct.*, 2023, vol. 312, art. 116897. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.116897>
- [2] Haywood-Alexander M., Mills R., Champneys M., et al. Full-scale modal testing of a Hawk T1A aircraft for benchmarking vibration-based methods. *J. Sound Vib.*, 2024, vol. 576, art. 118295. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2024.118295>

- [3] Lubrina P., Giclais S., Stephan C., et al. AIRBUS A350 XWB GVT: state-of-the-art techniques to perform a faster and better GVT campaign. In: *Topics in modal analysis II*. Cham, Springer Nature, 2014, vol. 8, pp. 243–256.
DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-04774-4_24
- [4] Gupta A., Seiler P., Danowsky B., et al. Ground vibration tests on a flexible flying wing aircraft. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf.*, 2016, art. 1753.
DOI: <http://doi.org/10.2514/6.2016-1753>
- [5] Dessena G., Ignatyev D., Whidborne J., et al. Ground vibration testing of a flexible wing: a benchmark and case study. *Aerospace*, 2022, vol. 9, no. 8, art. 438.
DOI: <http://doi.org/10.3390/aerospace9080438>
- [6] Noël J., Renson L., Kerschen G., et al. Nonlinear dynamic analysis of an F-16 aircraft using GVT data. *IFASD*, 2013, pp. 1–13.
- [7] Lemler K., Semke W. Application of modal testing and analysis techniques on a sUAV. In: *Special topics in structural dynamics*. Cham, Springer Nature, 2013, vol. 6, pp. 47–57. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6546-1_5
- [8] Coppotelli G., Grappasonni C., Arras M., et al. System identification from GVT and taxiing of an unmanned aerial vehicle. *SAE Tech. Pap.*, 2013, paper 2013-01-2190.
DOI: <http://doi.org/10.4271/201301-2190>
- [9] Göge D. Automatic updating of large aircraft models using experimental data from ground vibration testing. *Aerosp. Sc. Technol.*, 2003, vol. 7, no. 1, pp. 33–45.
DOI: [http://doi.org/10.1016/s1270-9638\(02\)01184-7](http://doi.org/10.1016/s1270-9638(02)01184-7)
- [10] Giclais S., Lubrina P., Stephan C. Aircraft ground vibration testing at ONERA. *Aerosp. Lab J.*, 2016, no. 12, art. AL12-05. DOI: <http://doi.org/10.12762/2016.AL12-05>
- [11] Pecora R., Amoroso F., Palumbo R., et al. Preliminary aeroelastic assessment of a large aeroplane equipped with a camber-morphing aileron. *Proc. SPIE*, 2017, vol. 101660, art. 101660E. DOI: <http://doi.org/10.1117/12.2260008>
- [12] Kassapoglou C. Modeling the effect of damage in composite structures. Hoboken, Wiley, 2015.
- [13] Zhao W., Gupta A., Regan C., et al. Component data assisted finite element model updating of composite flying-wing aircraft using multi-level optimization. *Aerosp. Sc. Technol.*, 2019, vol. 95, art. 105486. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ast.2019.105486>
- [14] Lung S., Pak C. Updating the finite element model of the aerostructures test wing using ground vibration test data. *AIAA 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.*, 2009, vol. 2009, paper 2528.
- [15] Pak C. Finite element model tuning using measured mass properties and ground vibration test data. *J. Vib. Acoust.*, 2009, vol. 131, no. 1, art. 011009.
DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2981092>
- [16] Mottershead J., Link M., Friswell M. The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2011, vol. 25, no. 7, pp. 2275–2296. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.10.012>

- [17] Holmberg E. FE-model update after GVT of a Gripen E test aircraft. *IFASD*, 2019, art. 40.
- [18] Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.П. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем. Киев, Наукова думка, 1976.
- [19] Максимов П.В. О способе задания диссипативных характеристик динамической MEMS-системы. *Научные труды SWorld*, 2012, т. 3, № 2, с. 37–39. EDN: PADIFX
- [20] Варламов А.В., Гречишников В.М., Варламова Н.Х. и др. Модель неоднородного упруго-вязкопластического тела в описании наследственных и диссипативных свойств. *Вестник СамГУПС*, 2011, № 1, с. 141–144. EDN: OCQPQB
- [21] Бернс В.А. Диагностика и контроль технического состояния самолетов по результатам резонансных испытаний. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2012.
- [22] Бернс В.А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний. *Научный вестник НГТУ*, 2010, № 3, с. 99–109. EDN: MVKCYF
- [23] Васильев К.И., Смыслов В.И., Ульянов В.И. Экспериментальное исследование упругих колебаний летательных аппаратов с помощью многоканального оборудования АВДИ-1Н. *Труды ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского*, 1975, № 1634, с. 1–36.
- [24] Жаров Е.А., Смыслов В.И. Точность определения колебательных характеристик упругой конструкции при резонансных испытаниях с многоточечным возбуждением. *Ученые записки ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского*, 1976, т. 7, № 5, с. 88–97.
- [25] Лазарян В.А., Крементуло Ю.В., Яковлев В.П. и др. Об оценке погрешностей идентификации линейных механических систем алгебраическим способом. *Прикладная механика*, 1974, т. 10, № 9, с. 78–84.
- [26] Бернс В.А., Долгополов А.В., Жуков Е.П. и др. Влияние системы упругого вешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов. *Вестник СГАУ им. С.П. Королева*, 2016, т. 15, № 1, с. 18–27. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-7329-2016-15-1-18-27>

Бернс Владимир Андреевич — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Душухин Дмитрий Олегович — инженер 3-й категории отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Жуков Егор Павлович — канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Красноруцкий Дмитрий Александрович — канд. техн. наук, доцент, старший научный сотрудник отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Лакиза Павел Анатольевич — канд. техн. наук, старший научный сотрудник отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Перевозчикова Валерия Васильевна — инженер 1-й категории отделения динамической прочности летательных аппаратов ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» (Российская Федерация, 630051, г. Новосибирск, ул. Ползунова, д. 21).

Шкода Александр Васильевич — главный конструктор по прочности ПАО «ОАК»–ОАО «ОКБ Сухого» (Российская Федерация, 125284, Москва, ул. Поликарпова, д. 23А).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Бернс В.А., Душухин Д.О., Жуков Е.П. и др. Об использовании результатов модальных испытаний для коррекции расчетных моделей летательных аппаратов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2026, № 1 (156), с. 39–56. EDN: ESDZVY

ON THE USE OF MODAL TESTS RESULTS FOR THE CORRECTION OF AIRCRAFT'S COMPUTATIONAL MODELS

V.A. Berns¹

D.O. Dushukhin¹

E.P. Zhukov¹

D.A. Krasnorutskiy¹

P.A. Lakiza¹

V.V. Perevozchikova¹

A.V. Shkoda²

v.berns@yandex.ru

d.dushukhin@yandex.ru

zhukove@sibnia.ru

agent025@yandex.ru

qinterfly@gmail.com

malenkova_vv@mail.ru

a.shkoda@list.ru

¹ SIBNIA, Novosibirsk, Russian Federation

² PJSC “UAC”–JSC “Sukhoi Design Bureau”, Moscow, Russian Federation

Abstract

Computational dynamic models are developed according to the working documentation of aircraft during their design. Further, these models are updated based on the results of modal tests conducted during the creation and production stages. The test results are

Keywords

Aircraft, computational dynamic model, modal tests, computational model correction, eigenfrequency, generalized mass

generalized masses, damping characteristics, eigenfrequencies and eigenshapes. As a rule, the dissipative properties of the computational model are not generally updated, but are determined during modal tests. The eigenshapes are used as a control function in the process of correcting the model. Thus, two parameters remain that can be used to correct the calculated model of the aircraft (natural frequency; generalized mass). The accuracy of the experimental determination of these parameters depends on factors such as random errors in multipoint excitation and measurement of oscillations, the presence of modes with similar natural frequencies, the influence of the aircraft's elastic suspension system during modal testing. The paper presents the results of error estimates in determining eigenfrequencies by the phase resonance method. The errors in determining generalized masses are estimated using monophasic oscillations, the introduction of a quadrature component of excitation, and fictitious phase resonance. It is shown that the errors in determining generalized masses significantly exceed the errors in eigenfrequencies estimates. The method for computation generalized masses based on the amplitude-frequency characteristics of the test object is considered. As a result of laboratory experiments and full-scale products tests, it is concluded that it is not advisable to update the inertia parameters of the calculated models

Received 28.03.2025

Accepted 25.06.2025

© Author(s), 2026

REFERENCES

- [1] Kilimtzidis S., Ginnaros E., Kotzakolios A., et al. Modeling, analysis and validation of the structural response of a large-scale composite wing by ground testing. *Compos. Struct.*, 2023, vol. 312, art. 116897. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.116897>
- [2] Haywood-Alexander M., Mills R., Champneys M., et al. Full-scale modal testing of a Hawk T1A aircraft for benchmarking vibration-based methods. *J. Sound Vib.*, 2024, vol. 576, art. 118295. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jsv.2024.118295>
- [3] Lubrina P., Giclais S., Stephan C., et al. AIRBUS A350 XWB GVT: state-of-the-art techniques to perform a faster and better GVT campaign. In: *Topics in modal analysis II*. Cham, Springer Nature, 2014, vol. 8, pp. 243–256. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-04774-4_24
- [4] Gupta A., Seiler P., Danowsky B., et al. Ground vibration tests on a flexible flying wing aircraft. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conf.*, 2016, art. 1753. DOI: <http://doi.org/10.2514/6.2016-1753>

- [5] Dessena G., Ignatyev D., Whidborne J., et al. Ground vibration testing of a flexible wing: a benchmark and case study. *Aerospace*, 2022, vol. 9, no. 8, art. 438. DOI: <http://doi.org/10.3390/aerospace9080438>
- [6] Noël J., Renson L., Kerschen G., et al. Nonlinear dynamic analysis of an F-16 aircraft using GVT data. *IFASD*, 2013, pp. 1–13.
- [7] Lemler K., Semke W. Application of modal testing and analysis techniques on a sUAV. In: *Special topics in structural dynamics*. Cham, Springer Nature, 2013, vol. 6, pp. 47–57. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6546-1_5
- [8] Coppotelli G., Grappasonni C., Arras M., et al. System identification from GVT and taxiing of an unmanned aerial vehicle. *SAE Tech. Pap.*, 2013, paper 2013-01-2190. DOI: <http://doi.org/10.4271/201301-2190>
- [9] Göge D. Automatic updating of large aircraft models using experimental data from ground vibration testing. *Aerosp. Sc. Technol.*, 2003, vol. 7, no. 1, pp. 33–45. DOI: [http://doi.org/10.1016/s1270-9638\(02\)01184-7](http://doi.org/10.1016/s1270-9638(02)01184-7)
- [10] Giclais S., Lubrina P., Stephan C. Aircraft ground vibration testing at ONERA. *Aerosp. Lab J.*, 2016, no. 12, art. AL12-05. DOI: <http://doi.org/10.12762/2016.AL12-05>
- [11] Pecora R., Amoroso F., Palumbo R., et al. Preliminary aeroelastic assessment of a large aeroplane equipped with a camber-morphing aileron. *Proc. SPIE*, 2017, vol. 101660, art. 101660E. DOI: <http://doi.org/10.1117/12.2260008>
- [12] Kassapoglou C. Modeling the effect of damage in composite structures. Hoboken, Wiley, 2015.
- [13] Zhao W., Gupta A., Regan C., et al. Component data assisted finite element model updating of composite flying-wing aircraft using multi-level optimization. *Aerosp. Sc. Technol.*, 2019, vol. 95, art. 105486. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ast.2019.105486>
- [14] Lung S., Pak C. Updating the finite element model of the aerostructures test wing using ground vibration test data. *AIAA 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.*, 2009, vol. 2009, paper 2528.
- [15] Pak C. Finite element model tuning using measured mass properties and ground vibration test data. *J. Vib. Acoust.*, 2009, vol. 131, no. 1, art. 011009. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2981092>
- [16] Mottershead J., Link M., Friswell M. The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2011, vol. 25, no. 7, pp. 2275–2296. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.10.012>
- [17] Holmberg E. FE-model update after GVT of a Gripen E test aircraft. *IFASD*, 2019, art. 40.
- [18] Pisarenko G.S., Matveev V.V., Yakovlev A.P. Metody opredeleniya kharakteristik dempfirovaniya kolebaniy uprugikh system [Methods of determining the characteristics of vibration damping in elastic systems]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1976.

[19] Maksimov P.V. About how to specify the dissipative characteristics of dynamic MEMS systems. *Nauchnye trudy SWorld*, 2012, vol. 3, no. 2, pp. 37–39 (in Russ.).

EDN: PADIFX

[20] Varlamov A.V., Grechishnikov V.M., Varlamova N.Kh., et al. The model of a heterogeneous elastic viscous plastic body to describe hereditary and dissipative properties. *Vestnik SamGUPS*, 2011, no. 1, pp. 141–144 (in Russ.). EDN: OCQPQB

[21] Berns V.A. Diagnostika i kontrol tekhnicheskogo sostoyaniya samoletov po rezul'tatam rezonansnykh ispytaniy [Diagnostics and control of the aircraft technical condition by resonance tests results]. Novosibirsk, NGTU Publ., 2012.

[22] Berns V.A. Modal identification of the dynamic systems on the basis of monophasic vibrations. *Nauchnyy vestnik NGTU* [Science Bulletin of the Novosibirsk State Technical University], 2010, no. 3, pp. 99–109 (in Russ.). EDN: MVKCYF

[23] Vasilyev K.I., Smyslov V.I., Ulyanov V.I. Experimental study of aircraft elastic vibrations using multi-channel equipment AVDI-1N. *Trudy TsAGI im. N.E. Zhukovskogo*, 1975, no. 1634, pp. 1–36 (in Russ.).

[24] Zharov E.A., Smyslov V.I. The accuracy of determining the vibrational characteristics of the elastic structure when the resonant test with multi-point excitation. *Uchenye zapiski TsAGI im. N.E. Zhukovskogo*, 1976, vol. 7, no. 5, pp. 88–97 (in Russ.).

[25] Lazaryan V.A., Krementulo Yu.V., Yakovlev V.P., et al. On the errors estimation in the linear mechanical systems identification by an algebraic method. *Prikladnaya mekhanika*, 1974, vol. 10, no. 9, pp. 78–84 (in Russ.).

[26] Berns V.A., Dolgoplov A.V., Zhukov E.P., et al. Influence of the suspension system on the accuracy of the aircraft modal testing results. *Vestnik SGAU im. S.P. Koroleva*, 2016, vol. 15, no. 1, pp. 18–27 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-7329-2016-15-1-18-27>

Berns V.A. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Dushukhin D.O. — Engineer, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Zhukov E.P. — Cand. Sc. (Eng.), Leading Researcher, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Krasnorutskiy D.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Senior Researcher, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Lakiza P.A. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Researcher, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Perevozchikova V.V. — Engineer, Department of Dynamic Strength of Aircraft, SIBNIA (Polzunova ul. 21, Novosibirsk, 630051 Russian Federation).

Shkoda A.V. — Chief Structural Engineer, PJSC “UAC”–JSC “Sukhoi Design Bureau” (Polikarpova ul. 23A, Moscow, 125284 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Berns V.A., Dushukhin D.O., Zhukov E.P., et al. On the use of modal tests results for the correction of aircraft’s computational models. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2026, no. 1 (156), pp. 39–56 (in Russ.). EDN: ESDZVY