

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЙ ОБРАБОТКЕ В ЦЕЛЯХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

И.Б. Ставицкий

stav@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Приведен метод определения рациональных режимов электроэрозионной обработки, основанный на решении тепловой задачи о перемещении границы фазового превращения материала (задачи Стефана) и вычислении глубины лунок, образующихся на поверхности заготовки от электрических разрядов, при условии, что глубина лунки равна глубине проплавления материала, а расплавленный материал полностью удаляется с заготовки. Плотность теплового потока, поступающего на заготовку, зависит от энергии импульса генератора, которая распределяется между анодом, катодом, в межэлектродном промежутке, тратится на излучение, а также от других потерь. В связи с этим важно определить энергию импульса, поступающую непосредственно на заготовку. В настоящее время точной корреляции между энергией импульса, задаваемой генератором и тепловым потоком, действующим на заготовку, не установлено. Определить плотность теплового потока, поступающего на заготовку, можно путем решения обратной тепловой задачи по известным или заданным глубине проплавления материала и времени действия источника теплоты. Таким образом, зная энергию импульса генератора, в результате которого образовалась лунка, и глубину лунки, можно рассчитать долю энергии импульса, приходящуюся непосредственно на заготовку. Определены доля энергии импульса генератора, поступающая на заготовку, достижимая производительность процесса электроэрозионной обработки, распределение температуры по глубине заготовки и толщина термически измененного слоя. В результате решения прямой тепловой задачи найдена

Ключевые слова

Электроэрозионная обработка, режимы электроэрозионной обработки, моделирование процесса электроэрозионной обработки, плотность теплового потока, энергия импульса, задача Стефана, тепловая задача, электроэрозионная обрабатываемость материалов

глубина проплавления материала в зависимости от режимных параметров — энергии и длительности импульса, а также спрогнозирована шероховатость поверхности

Поступила 02.06.2025

Принята 24.09.2025

© Автор(ы), 2026

Введение. В настоящее время электроэрозионная обработка (ЭЭО) все более широко применяется на различных производствах. Применение метода ЭЭО существенно расширяет технологические возможности предприятий, повышает их конкурентоспособность. Метод ЭЭО является единственно возможным для изготовления сложнопрофильных или малоразмерных деталей, а также для обработки материалов высокой твердости, однако возможности ЭЭО реализуются далеко не полностью. Это связано со сложностью назначения рациональных режимов обработки, особенно для новых материалов. В результате ЭЭО часто осуществляется с меньшей производительностью.

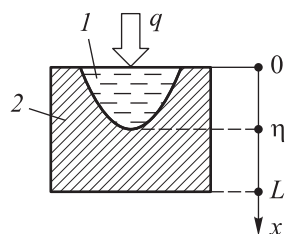
Процессы, происходящие при электрическом разряде, сопряжены с образованием в межэлектродном промежутке (МЭП) канала проводимости, плавлением материала, а также гидродинамическими процессами. В связи с этим создание теоретической модели ЭЭО, решение задачи и аналитический расчет режимов по этой модели вызывают серьезные затруднения. На практике при определении режимов ЭЭО, как правило, используют эмпирические зависимости [1–6], что требует проведения большого числа экспериментов и, следовательно, значительных временных затрат. Кроме того, при выводе эмпирических формул не учитывают физические процессы в МЭП, по таким формулам не всегда можно рассчитать режимы, обеспечивающие максимально возможную производительность процесса ЭЭО. Поскольку режимы ЭЭО — это параметры электрических импульсов, проблема их определения весьма актуальна, особенно для ЭЭО новых материалов.

Математическая модель тепловых процессов при ЭЭО. Альтернативным методом определения режимов ЭЭО является математическое моделирование. Преимущество метода заключается в учете теплофизических процессов, протекающих в материале, при сокращении большого числа экспериментов и снижении временных затрат. Поскольку ЭЭО осуществляется путем нагрева и плавления материала в локальной области, при моделировании целесообразно использовать тепловую задачу об определении границы фазового превращения материала — задачу Стефана [7, 8]. Решение задачи позволит определить границу между жидкой и твердой фазами обрабатываемого материала (глубину проплавления η материала)

при действии на него теплового потока плотностью q и заданных теплофизических свойствах этого материала (рис. 1).

Рис. 1. Схема для определения границы фазового превращения материала:

1, 2 — жидкая и твердая фазы



Задача Стефана описывается дифференциальным уравнением теплопроводности. Это уравнение для одной или нескольких фаз вещества имеет вид

$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T)\text{grad}T) + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x}, \quad (1)$$

где ρ — плотность материала; T — температура в данной точке материала; c , λ — теплоемкость и теплопроводность материала; t — время.

Для назначения рациональных режимов ЭЭО необходимо установить взаимосвязь энергии и длительности импульса, задаваемого генератором импульсов станка, с глубиной лунки, образующейся в результате электрического разряда. Глубину лунки можно считать равной глубине проплавления материала при условии, что расплавленный материал полностью выбрасывается в МЭП. Длительность импульса $t_{\text{и}}$ тока можно принять равной времени действия теплового потока. Плотность q теплового потока, поступающего на заготовку, зависит от энергии импульса $W_{\text{и}}$, задаваемой генератором, которая поступает на заготовку. Энергия импульса $W_{\text{и}}$, задаваемая генератором, распределяется между анодом ($W_{\text{а}}$), катодом ($W_{\text{к}}$), МЭП ($W_{\text{МЭП}}$) — на образование и поддержание в нем канала разряда, нагрев и испарение рабочей жидкости, а также тратится на излучение и другие потери ($W_{\text{п}}$) (рис. 2):

$$W_{\text{и}} = W_{\text{а}} + W_{\text{к}} + W_{\text{МЭП}} + W_{\text{п}}. \quad (2)$$

В связи с этим важно знать значение энергии, поступающей непосредственно на электрод-заготовку ($W_{\text{а}}$ или $W_{\text{к}}$ в зависимости от полярности обработки), которая является необходимым входным параметром для расчета. В литературе приведены различные данные по распределению энергии импульса генератора для анода и катода: 8 и 18,3 % [9, 10], 10 и 20 % [11], 48 и 34 % [12], 10...15 % [13] (суммарно на оба электрода); 15...30 % [14] и 40...45 % [15] (на каждый электрод). Распределение энергии импульса зависит от длительности импульса тока [16, 17], что объяс-

няет такой разброс в приведенных работах. Таким образом, при разных значениях режимных параметров распределение энергии существенно различается. В настоящее время точной корреляции между энергией импульса генератора и тепловым потоком, действующим на каждый электрод, не установлено.

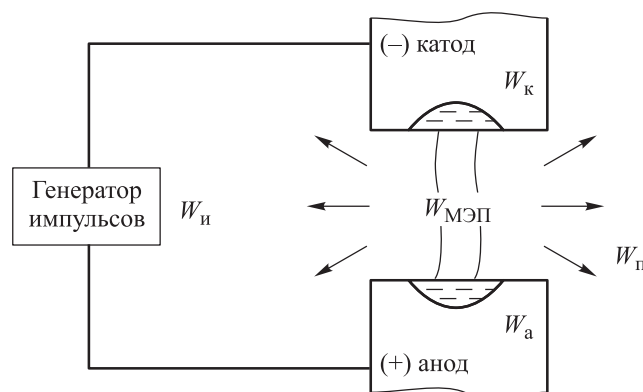


Рис. 2. Схема распределения энергии импульса

Определить плотность теплового потока, действующего на электрод-заготовку, можно исходя из решения обратной тепловой задачи (по известным глубине проплавления материала и времени действия источника теплоты). Принимая глубину лунки равной глубине проплавления материала, а длительность импульса тока равной времени действия источника теплоты, можно вычислить тепловой поток, действующий на соответствующий электрод. Так определяют доли энергии импульса тока генератора, поступающие как на электрод-заготовку, так и на электрод-инструмент, что позволяет рассчитать режимы ЭЭО с минимальным износом электрода-инструмента. В результате можно решить прямую тепловую задачу, чтобы установить глубину проплавления материала и распределение температуры вглубь заготовки и, как следствие, назначить рациональные режимы ЭЭО.

Решение обратной задачи о перемещении границы глубины проплавления материала. Аналитическое решение уравнения (1) затруднительно, поэтому применяют численные методы. Существует несколько методов решения, например, методы сглаживания коэффициентов [18], ловли фронта в узел сетки [19], метод энтальпий [20] и другие [21]. Метод сглаживания коэффициентов является наиболее простым в исполнении и не требует применения неравномерной сетки, но при этом граница глубины проплавления явно не выделяется. Уравнение (1) можно решить конечно-разностным методом. В заданной области пространства (тол-

щина заготовки) и времени (длительность импульса) создается сетка — пространство и время разбиваются на элементы x_i ($i \in [0; N_x]$) и t_n ($i \in [0; N_t]$). Разностная схема дифференциального уравнения для равномерной сетки выглядит следующим образом [22]:

$$\begin{aligned} & \tilde{\rho}(T_i^{n+1}) \tilde{c}(T_i^{n+1}) \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \\ & = \frac{1}{h^2} \left[\tilde{\lambda}(T_{i+1/2}^{n+1}) (T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}) - \tilde{\lambda}(T_{i-1/2}^{n+1}) (T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}) \right] + \frac{q(x_i, t_n)}{h}, \quad (3) \end{aligned}$$

где h и τ — шаги по пространственной и временной сеткам; индексы i и n соответствуют пространственным и временным слоям;

$$\tilde{\lambda}(T_{i+1/2}^{n+1}) = \frac{\tilde{\lambda}(T_i^{n+1}) + \tilde{\lambda}(T_{i+1}^{n+1})}{2}; \quad \tilde{\lambda}(T_{i-1/2}^{n+1}) = \frac{\tilde{\lambda}(T_i^{n+1}) + \tilde{\lambda}(T_{i-1}^{n+1})}{2}. \quad (4)$$

Тильда над коэффициентами означает, что они сглажены на некотором интервале температур 2Δ в окрестностях температуры плавления T^* , т. е. коэффициенты на интервале $(T^* - \Delta, T^* + \Delta)$ изменяются по некоторой зависимости. В настоящей работе использованы линейные функции [6]. В формуле теплоемкости второе слагаемое учитывает затраты теплоты на фазовый переход:

$$\tilde{c} = \frac{c_S + c_L}{2} + \frac{q^*}{2\Delta}; \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda_S + \lambda_L}{2}, \quad (5)$$

где c_S и c_L — теплоемкости твердой и жидкой фаз; q^* — скрытая теплота (энтальпия) фазового перехода (в данном случае плавления); Δ — половина интервала сглаживания; λ_S и λ_L — удельные теплопроводности твердой и жидкой фаз.

Преобразуем выражение (3) следующим образом:

$$\begin{aligned} & h^2 \tilde{\rho}(T_i^{n+1}) \tilde{c}(T_i^{n+1}) (T_i^{n+1} - T_i^n) = \\ & = \tau \tilde{\lambda}(T_{i+1/2}^{n+1}) (T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}) - \tau \tilde{\lambda}(T_{i-1/2}^{n+1}) (T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}) + \tau h q(x_i, t_n). \quad (6) \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} A_i &= -\tau \tilde{\lambda}(T_{i-1/2}^{n+1}); \\ B_i &= h^2 \tilde{\rho}(T_i^{n+1}) \tilde{c}(T_i^{n+1}) + \tau \tilde{\lambda}(T_{i+1/2}^{n+1}) + \tau \tilde{\lambda}(T_{i-1/2}^{n+1}); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_i &= -\tau \tilde{\lambda} \left(T_{i+1/2}^{n+1} \right); \\ D_i &= h^2 \tilde{\rho} \left(T_i^{n+1} \right) \tilde{c} \left(T_i^{n+1} \right) T_i^n + \tau h q(x_i, t_n). \end{aligned} \quad (7)$$

В результате получим систему линейных алгебраических уравнений (индексы $n+1$ опущены):

$$\begin{aligned} B_0 T_0 + C_0 T_1 &= D_0; \\ \dots \\ A_i T_{i-1} + B_i T_i + C_i T_{i+1} &= D_i; \\ \dots \\ A_{N_x} T_{N_x-1} + B_{N_x} T_{N_x} &= D_{N_x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Решать полученную систему уравнений (8) целесообразно методом прогонки (алгоритмом Томаса) [23], прогоночные коэффициенты имеют вид:

$$\alpha_0 = -\frac{C_0}{B_0}; \quad \beta_0 = \frac{D_0}{B_0}; \quad (9)$$

$$\alpha_i = -\frac{C_i}{A_i \alpha_{i-1} + B_i}; \quad \beta_i = \frac{D_i - A_i \beta_{i-1}}{A_i \alpha_{i-1} + B_i} \quad \text{при } i=1, \dots, N_x-1. \quad (10)$$

Метод прогонки состоит из прямого и обратного ходов. При прямом ходе определяются значения прогоночных коэффициентов и температура на последнем пространственном слое в точке N_x :

$$T_{N_x} = \frac{D_{N_x} - A_{N_x} \beta_{N_x-1}}{A_{N_x} \alpha_{N_x-1} + B_{N_x}}. \quad (11)$$

При обратном ходе определяются значения температур от слоя N_x-1 до нулевого слоя (от низа заготовки к месту действия источника теплоты):

$$T_i = \alpha_i T_{i+1} + \beta_i \quad \text{при } i = N_x-1, \dots, 0. \quad (12)$$

Коэффициенты ρ , c , и λ , входящие в дифференциальное уравнение (6), зависят от температуры, поэтому решать можно методом последовательных приближений (итераций). В первом приближении для момента времени n значения коэффициентов принимаются при температурах на временном слое $n-1$. Во втором приближении значения коэффициентов принимаются при температуре, полученной в первом приближении,

в третьем приближении — при температуре, полученной во втором приближении, и т. д. Если максимальная разность температур соседних итераций будет входить в указанный допуск, то задача решается для следующего временного слоя $n + 1$.

Обратную задачу можно решать при условии, что в некоторый момент времени t_n на некоторой глубине x_i температура T_i^n обрабатываемого материала равняется температуре плавления. При этом температура в точке, лежащей ниже рассматриваемой, должна быть меньше температуры плавления. В чистом виде решение задачи определения температур от последнего слоя к нулевому в момент времени $n + 1$ вызывает сильное затруднение, так как температура в точке на i -м слое в момент времени n зависит от температуры в точке на i -м слое в предыдущий момент времени $n - 1$ (D_i в (7)), который не определен. Для решения этой задачи также можно воспользоваться методом последовательных приближений.

В качестве первого приближения принимается некоторое значение плотности q теплового потока, а также известные длительность импульса $t_{\text{и}}$ тока и требуемая глубина проплавления $\eta_{\text{тр}}$ материала. Для этих входных данных решают тепловую задачу. По окончании расчета необходимо определить, где находится граница глубины проплавления η материала в последний момент времени. Если полученная глубина проплавления материала больше требуемой, то указанная плотность теплового потока превышает искомую, если наоборот, то плотность теплового потока недостаточна. По окончании итерации следует ввести соответствующую поправку первоначального значения плотности q теплового потока и начать решение заново.

Алгоритм решения задачи Стефана. Для решения задачи Стефана разработана программа, алгоритм работы которой имеет следующий вид.

1. Задаются начальные условия и свойства материала.
2. Выполняется цикл для каждого момента времени $n = 1, \dots, N_t$.
 - 2.1. Выполняется цикл для каждой итерации $s = 1, \dots, s_{\text{max}}$.
 - 2.1.1. Определяются значения A_i, B_i, C_i, D_i (7) для точки $i = 1, \dots, N_x$.
 - 2.1.2. Определяются значения прогоночных коэффициентов для точки $i = 2, \dots, N_x$.
 - 2.1.3. Выполняется обратный ход метода прогонки: для i от $N_x - 1$ до нуля определяется температура T_i .

2.1.4. Проводится проверка: максимальная разность температур для точек i текущей и предыдущей итераций должна быть менее заданного значения; если условие не выполняется, то проводится новая итерация.

3. Для каждого момента времени n определяется положение границы глубины проплавления $\eta(n)$ материала.

4. Результаты расчетов выводятся на экран в виде зависимостей глубины проплавления η материала от времени t и распределения температуры T от глубины (толщины) x заготовки в последний рассматриваемый момент времени (рис. 3). Рассчитывается минимальное время действия $t_{\min}$ теплового потока — время, необходимое для начала плавления материала. Следовательно, при назначении режимов ЭЭО необходимо применять импульсы с длительностью более $t_{\min}$.

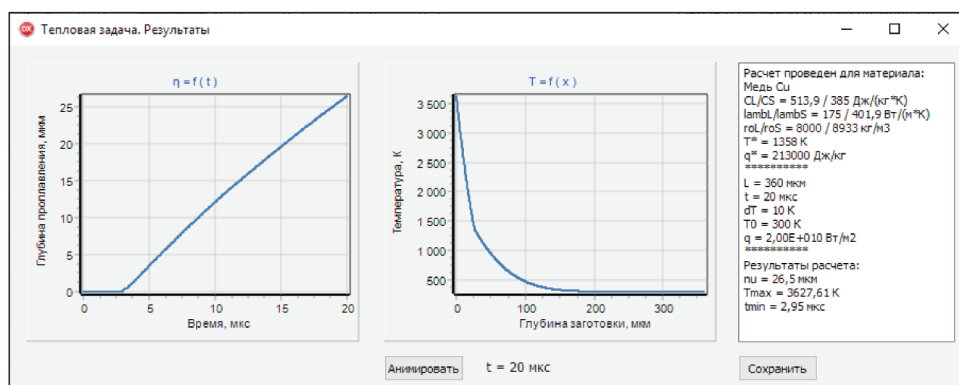


Рис. 3. Скриншот результатов расчета в виде зависимостей глубины проплавления η материала от времени t и распределения температуры T от глубины (толщины) x заготовки в последний рассматриваемый момент времени

Определение плотности теплового потока. Недостатком определения плотности q теплового потока методом итераций является большое число итераций и, соответственно, длительное время на необходимые вычисления. Число итераций зависит от выбора функции поправки значения плотности q теплового потока. Использование фиксированного значения поправки или значения, зависящего только от q , является неоправданным, так как при начальном приближении, сильно отличающемся от истинного значения q , процесс решения обратной задачи может быть очень долгим. Может также наступить момент, когда требуемое значение поправки плотности q теплового потока будет меньше, чем используемое значение, тогда решение никогда не будет найдено.

В настоящей работе использована функция поправки плотности q теплового потока, зависящая от отношения требуемой $\eta_{\text{тр}}$ и рассчитанной η глубины проплавления материала:

$$q = q \left(1 + K_L \frac{\eta_{\text{тр}} - \eta}{\max(\eta_{\text{тр}}, \eta)} \right). \quad (13)$$

Такой подход позволяет при большом расхождении значений $\eta_{\text{тр}}$ и η давать большее значение приращению q , что увеличивает скорость расчета, а при их меньшем расхождении — получать малое приращение, чтобы случайно не выйти за указанный допуск (допустимую погрешность между требуемым $\eta_{\text{тр}}$ и расчетным η значениями глубины проплавления материала). Таким образом, время поиска решения будет зависеть в большей степени от необходимой точности результата.

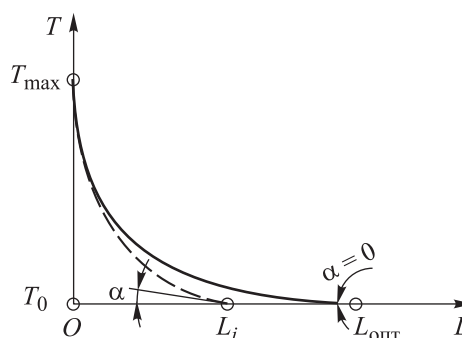
В формуле (13) используется коэффициент

$$K_L = 20 \frac{\eta_{\text{тр}}}{L}, \quad (14)$$

где L — рассматриваемая глубина распространения теплоты (толщина заготовки).

Определение оптимальной глубины $L_{\text{опт}}$ распространения теплоты (рис. 4) проводится таким образом, чтобы угол α наклона касательной к графику температуры в последней точке N_x равнялся нулю, так как в реальном теле температура скачкообразно изменяться не может.

Рис. 4. К определению оптимальной глубины $L_{\text{опт}}$ распространения теплоты



Оптимальную глубину $L_{\text{опт}}$ распространения теплоты можно определить по формуле

$$L_{\text{опт}} = 3320 \sqrt{\frac{t_{\text{и}} \lambda_s}{\rho_s c_s}} q^{0,034}, \quad (15)$$

полученной эмпирическим путем. При этом угол α наклона касательной к графику изменения температуры в месте перехода к начальной температуре (см. рис. 4) составляет не более $0,001^\circ$.

На основе приведенного метода в созданной программе написан алгоритм обратного решения задачи Стефана, который имеет следующий вид.

1. Задание начальных условий:

– физические свойства обрабатываемого материала $c_S, c_L, \lambda_S, \lambda_L, \rho_S, \rho_L, T^*, q^*$;

– начальное значение плотности q теплового потока;

– длительность импульса $t_{\text{и}}$ тока;

– требуемая глубина проплавления $\eta_{\text{тр}}$.

2. Решение прямой тепловой задачи:

– если полученное значение глубины проплавления больше заданного, то плотность теплового потока уменьшают на значение, определяемое по формуле (13);

– если полученное значение глубины проплавления меньше заданного, то плотность теплового потока увеличивают на то же значение.

Решение проводится до тех пор, пока относительная погрешность между полученным и расчетным значениями не будет меньше заданной.

Скриншот примера расчета плотности теплового потока по разработанной программе приведен на рис. 5.

Рис. 5. Скриншот примера расчета плотности теплового потока по разработанной программе

Заключение. Разработаны алгоритм решения прямой и обратной тепловых задач и соответствующие расчетные программы. В результате решения обратной тепловой задачи по имеющимся экспериментальным или заданным значениям глубины лунки и длительности импульсов рассчитана плотность теплового потока, который вызвал образование этой лунки. Для назначения рациональных режимных параметров ЭЭО и распределения температур в материале при его обработке применена прямая тепловая задача Стефана.

Шероховатость обрабатываемой поверхности материала зависит от пересечений формирующих ее единичных лунок [24, 25], таким образом, решая тепловую задачу по назначенным рациональным режимам ЭЭО и получаемым значениям глубины проплавления, можно прогнозировать получаемую шероховатость поверхности. Это позволит дать рекомендации по назначению рациональных режимов обработки, основываясь на необходимом качестве поверхности. Зная распределение температуры по глубине заготовки для материалов, имеющих точки фазового перехода (например, стали), можно оценить структуру и глубину их измененного слоя после обработки. Это дает возможность прогнозировать свойства поверхностного слоя, что актуально для штампового производства, когда сложную профильную формообразующую поверхность на закаленных штамповых сталях выполняют методами ЭЭО. Можно назначать такие режимы обработки, при которых штампы будут иметь наибольшую износостойкость и ресурс.

Решение обратной задачи позволяет определить значение энергии импульса, поступающего непосредственно на обрабатываемый материал заготовки при разных режимных параметрах генератора, и сделать вывод о распределении энергии импульса при обработке. Таким образом, в результате проведения серии экспериментов получены зависимости энергии, поступающей на материал, от различных параметров ЭЭО (энергии и длительности импульса, силы тока, напряжения и др.), следовательно, можно дать рекомендации по обработке материалов с максимальной энергоэффективностью.

Благодарности

Автор выражает благодарность студенту кафедры «Инструментальная техника и технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана А.Д. Богатыреву за участие в работе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Świercz R., Oniszczyk-Świercz D. Influence of EDM parameters on the functional properties of the steel with a high thermal conductivity. *Mechanik*, 2015, vol. 53, pp. 29–34. DOI: <http://doi.org/10.17814/mechanik.y2015.iss1.art15>
- [2] Singh V., Bhandari R., Yadav V.K. An experimental investigation on machining parameters of AISI D2 steel using WEDM. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2017, vol. 93, no. 1-4, pp. 203–214. DOI: <http://doi.org/10.1007/s00170-016-8681-6>
- [3] Yusoff A.R., Ghazalli Z., Hussain H.C. Determining optimum EDM parameters in drilling a small hole by Taguchi method. *Int. J. Manuf. Technol. Manag.*, 2009, vol. 17, no. 4, pp. 345–352. DOI: <http://doi.org/10.1504/ijmtm.2009.023952>
- [4] Kumar M., Rana J., Sharma A. Multi-objective optimization of electro-discharge machining (EDM) parameter for sustainable machining. *Mater. Today: Proc.*, 2017, vol. 4, no. 8, pp. 9147–9157. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.07.271>
- [5] Parthasarathi S. Optimization of wire-EDM parameters to calculate MRR and measure surface finish on SS410. *Int. J. Innov. Sc. Res. Technol.*, 2017, vol. 2, no. 3, pp. 20–45. DOI: <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.36343.68003>
- [6] Yerui F., Yongfeng G., Zongfeng L. Experimental investigation of EDM parameters for TiC/Ni cermet machining. *Procedia CIRP*, 2016, vol. 42, pp. 18–22. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.procir.2016.02.177>
- [7] Ставицкий И.Б., Шевченко А.С. Определение параметров импульсов электро-эрозионной обработки титана на основе решения тепловой задачи Стефана. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, № 3. DOI: <http://doi.org/10.18698/2308-6033-2017-3-1599>
- [8] Jonsson T. On the one dimensional Stefan problem: with some numerical analysis. Umeå, Umeå University, 2013. URL: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-80215> (дата обращения: 15.01.2026).
- [9] Patel M.R., Barrufet M.A., Eubank P.T., et al. Theoretical models of the electrical discharge machining process. II. The anode erosion model. *J. Appl. Phys.*, 1989, vol. 66, no. 9, pp. 4104–4111. DOI: <http://doi.org/10.1063/1.343995>
- [10] DiBitonto D.D., Eubank P.T., Patel M.R., et al. Theoretical models of the electrical discharge machining process. I. A simple cathode erosion model. *J. Appl. Phys.*, 1989, vol. 66, no. 9, pp. 4095–4103. DOI: <http://doi.org/10.1063/1.343994>
- [11] Oßwald K., Schneider S., Hensgen L., et al. Experimental investigation of energy distribution in continuous sinking EDM. *CIRP J. Manuf. Sc. Technol.*, 2017, vol. 19, pp. 36–43. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.cirpj.2017.04.006>
- [12] Xia H., Hashimoto H., Kunieda M., et al. Measurement of energy distribution in continuous EDM process. *J. Jpn. Soc. Precis. Eng.*, 1996, vol. 62, no. 8, pp. 1141–1145. DOI: <http://doi.org/10.2493/jjspe.62.1141>

- [13] Zahiruddin M., Kunieda M. Energy distribution ratio into micro EDM electrodes. *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.*, 2010, vol. 4, no. 6, pp. 1095–1106.
DOI: <http://doi.org/10.1299/jamdsm.4.1095>
- [14] Xia H., Kunieda M., Nishiwakp N., et al. Measurement of energy distribution into electrodes in EDM processes. In: *Advancement of intelligent production*. Elsevier, 1994, pp. 601–606. DOI: <http://doi.org/10.1016/b978-0-444-81901-7.50114-6>
- [15] Shankar P., Jain V.K., Sundararajan T. Analysis of spark profiles during EDM process. *Mach. Sc. Technol.*, 1997, vol. 1, no. 2, pp. 195–217.
DOI: <http://doi.org/10.1080/10940349708945647>
- [16] Золотых Б.Н. Физические основы электроискровой обработки металлов. М., ГОСТЕХИЗДАТ, 1953.
- [17] Singh H. Experimental study of distribution of energy during EDM process for utilization in thermal models. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2012, vol. 55, no. 19-20, pp. 5053–5064.
DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.004>
- [18] Будак Б.М., Соловьева Е.Н., Успенский А.Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1965, т. 5, № 5, с. 828–840.
- [19] Meyer G.H. The numerical solution of Stefan problems with front-tracking and smoothing methods. *Appl. Math. Comput.*, 1978, vol. 4, no. 4, pp. 283–306.
DOI: [http://doi.org/10.1016/0096-3003\(78\)90001-2](http://doi.org/10.1016/0096-3003(78)90001-2)
- [20] Crowley A.B. Numerical solution of Stefan problems. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1978, vol. 21, no. 2, pp. 215–219. DOI: [http://doi.org/10.1016/0017-9310\(78\)90225-9](http://doi.org/10.1016/0017-9310(78)90225-9)
- [21] Caldwell J., Kwan Y.Y. Numerical methods for one-dimensional Stefan problems. *Commun. Numer. Methods Eng.*, 2004, vol. 20, no. 7, pp. 535–545.
DOI: <http://doi.org/10.1002/cnm.691>
- [22] Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1965, т. 5, № 5, с. 816–827.
- [23] Zhang Y., Cohen J., Davidson A.A., et al. A hybrid method for solving tridiagonal systems on the GPU. In: *GPU computing gems*. Waltham, Morgan Kaufmann, 2012, pp. 117–132. DOI: <http://doi.org/10.1016/b978-0-12-385963-1.00011-3>
- [24] Bäckemo J., Heuchel M., Reinthaler M., et al. A Predictive topography impact model for Electrical Discharge Machining (EDM) of metal surfaces. *MRS Advances*, 2020, vol. 5, no. 12-13, pp. 621–632. DOI: <http://doi.org/10.1557/adv.2019.433>
- [25] Tan P.C., Yeo S.H. Modelling of overlapping craters in micro-electrical discharge machining. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2008, vol. 41, no. 20, art. 205302.
DOI: <http://doi.org/10.1088/0022-3727/41/20/205302>

Ставицкий Иван Борисович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Инструментальная техника и технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ставицкий И.Б. Моделирование тепловых процессов при электроэрозионной обработке в целях определения рациональных режимов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2026, № 1 (156), с. 57–73.
EDN: BXSFWG

MODELING OF THERMAL PROCESSES DURING ELECTRICAL DISCHARGE MACHINING IN ORDER TO DETERMINE RATIONAL PROCESSING CONDITIONS

I.B. Stavitskiy

stav@bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article presents a method for determining the rational modes of electrical discharge machining (EDM). The method is based on solving the thermal problem of moving the boundary of the material phase transformation (Stefan's problem) and calculating the depth of the holes formed on the surface of the workpiece from electrical discharges. In this case, the depth of the hole is equal to the depth of penetration of the material, and the molten material is completely removed from the workpiece. The density of the heat flux coming to the workpiece depends on the pulse energy of the generator, which is distributed between the anode, cathode, interelectrode gap, and is also spent on radiation and other losses. In this regard, it is important to determine the pulse energy coming directly to the workpiece. Currently, no exact correlation has been established between the pulse energy set by the generator and the heat flow acting on the workpiece. It is possible to determine the density of the heat flux coming on the workpiece by solving the inverse thermal problem: according to a known or specified melting depth of the material and the duration of the heat source. Thus, knowing the pulse energy of the generator, as a result of which the hole was formed, and the melting depth of the hole, it is possible to calculate the fraction of the pulse energy that falls directly on the workpiece. The article defines the proportion of generator pulse energy supplied to the workpiece, the achievable performance

Keywords

Electrical *discharge machining*, *EDM pulse parameters*, *heat flux density*, *duration of electrical impulses*, *modeling of the EDM process*, *Stefan's problem*

of the EDM process, the temperature distribution over the depth of the workpiece and the thickness of the thermally modified layer. Using the direct thermal problem, the melting depth of the material is determined depending on the energy and pulse duration, and the surface roughness is predicted

Received 02.06.2025

Accepted 24.09.2025

© Author(s), 2026

REFERENCES

- [1] Świercz R., Oniszczyk-Świercz D. Influence of EDM parameters on the functional properties of the steel with a high thermal conductivity. *Mechanik*, 2015, vol. 53, pp. 29–34. DOI: <http://doi.org/10.17814/mechanik.y2015.iss1.art15>
- [2] Singh V., Bhandari R., Yadav V.K. An experimental investigation on machining parameters of AISI D2 steel using WEDM. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2017, vol. 93, no. 1-4, pp. 203–214. DOI: <http://doi.org/10.1007/s00170-016-8681-6>
- [3] Yusoff A.R., Ghazalli Z., Hussain H.C. Determining optimum EDM parameters in drilling a small hole by Taguchi method. *Int. J. Manuf. Technol. Manag.*, 2009, vol. 17, no. 4, pp. 345–352. DOI: <http://doi.org/10.1504/ijmtm.2009.023952>
- [4] Kumar M., Rana J., Sharma A. Multi-objective optimization of electro-discharge machining (EDM) parameter for sustainable machining. *Mater. Today: Proc.*, 2017, vol. 4, no. 8, pp. 9147–9157. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.07.271>
- [5] Parthasarathi S. Optimization of wire-EDM parameters to calculate MRR and measure surface finish on SS410. *Int. J. Innov. Sc. Res. Technol.*, 2017, vol. 2, no. 3, pp. 20–45. DOI: <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.36343.68003>
- [6] Yerui F., Yongfeng G., Zongfeng L. Experimental investigation of EDM parameters for TiC/Ni cermet machining. *Procedia CIRP*, 2016, vol. 42, pp. 18–22. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.procir.2016.02.177>
- [7] Stavitskiy I.B., Shevchenko A.S. Definition of titanium EDM pulse parameters based on solution of the Stefan heat problem. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2017, no. 3 (in Russ.). DOI: <http://doi.org/10.18698/2308-6033-2017-3-1599>
- [8] Jonsson T. On the one dimensional Stefan problem: with some numerical analysis. Umeå, Umeå University, 2013. Available at: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-80215> (accessed: 15.01.2026).
- [9] Patel M.R., Barrufet M.A., Eubank P.T., et al. Theoretical models of the electrical discharge machining process. II. The anode erosion model. *J. Appl. Phys.*, 1989, vol. 66, no. 9, pp. 4104–4111. DOI: <http://doi.org/10.1063/1.343995>
- [10] DiBitonto D.D., Eubank P.T., Patel M.R., et al. Theoretical models of the electrical discharge machining process. I. A simple cathode erosion model. *J. Appl. Phys.*, 1989, vol. 66, no. 9, pp. 4095–4103. DOI: <http://doi.org/10.1063/1.343994>

- [11] Oßwald K., Schneider S., Hensgen L., et al. Experimental investigation of energy distribution in continuous sinking EDM. *CIRP J. Manuf. Sc. Technol.*, 2017, vol. 19, pp. 36–43. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.cirpj.2017.04.006>
- [12] Xia H., Hashimoto H., Kunieda M., et al. Measurement of energy distribution in continuous EDM process. *J. Jpn. Soc. Precis. Eng.*, 1996, vol. 62, no. 8, pp. 1141–1145. DOI: <http://doi.org/10.2493/jjspe.62.1141>
- [13] Zahiruddin M., Kunieda M. Energy distribution ratio into micro EDM electrodes. *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.*, 2010, vol. 4, no. 6, pp. 1095–1106. DOI: <http://doi.org/10.1299/jamdsm.4.1095>
- [14] Xia H., Kunieda M., Nishiwakp N., et al. Measurement of energy distribution into electrodes in EDM processes. In: *Advancement of intelligent production*. Elsevier, 1994, pp. 601–606. DOI: <http://doi.org/10.1016/b978-0-444-81901-7.50114-6>
- [15] Shankar P., Jain V. K., Sundararajan T. Analysis of spark profiles during EDM process. *Mach. Sc. Technol.*, 1997, vol. 1, no. 2, pp. 195–217. DOI: <http://doi.org/10.1080/10940349708945647>
- [16] Zolotykh B.N. Fizicheskie osnovy elektroiskrovoy obrabotki metallov [Physical fundamentals of electrosark processing of metals]. Moscow, GOSTEKHIZDAT Publ., 1953.
- [17] Singh H. Experimental study of distribution of energy during EDM process for utilization in thermal models. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2012, vol. 55, no. 19–20, pp. 5053–5064. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.004>
- [18] Budak B.M., Solovyeva E.N., Uspenskiy A.B. A difference method with coefficient smoothing for the solution of Stefan problems. *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, 1965, vol. 5, no. 5, pp. 59–76. DOI: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(65\)90005-4](https://doi.org/10.1016/0041-5553(65)90005-4)
- [19] Meyer G.H. The numerical solution of Stefan problems with front-tracking and smoothing methods. *Appl. Math. Comput.*, 1978, vol. 4, no. 4, pp. 283–306. DOI: [http://doi.org/10.1016/0096-3003\(78\)90001-2](http://doi.org/10.1016/0096-3003(78)90001-2)
- [20] Crowley A.B. Numerical solution of Stefan problems. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1978, vol. 21, no. 2, pp. 215–219. DOI: [http://doi.org/10.1016/0017-9310\(78\)90225-9](http://doi.org/10.1016/0017-9310(78)90225-9)
- [21] Caldwell J., Kwan Y.Y. Numerical methods for one-dimensional Stefan problems. *Commun. Numer. Methods Eng.*, 2004, vol. 20, no. 7, pp. 535–545. DOI: <http://doi.org/10.1002/cnm.691>
- [22] Samarskiy A.A., Moiseenko B.D. An economic continuous calculation scheme for the Stefan multidimensional problem. *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, 1965, vol. 5, no. 5, pp. 43–58. DOI: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(65\)90004-2](https://doi.org/10.1016/0041-5553(65)90004-2)
- [23] Zhang Y., Cohen J., Davidson A.A., et al. A hybrid method for solving tridiagonal systems on the GPU. In: *GPU computing gems*. Waltham, Morgan Kaufmann, 2012, pp. 117–132. DOI: <http://doi.org/10.1016/b978-0-12-385963-1.00011-3>
- [24] Bäckemo J., Heuchel M., Reinthaler M., et al. A Predictive topography impact model for Electrical Discharge Machining (EDM) of metal surfaces. *MRS Advances*, 2020, vol. 5, no. 12–13, pp. 621–632. DOI: <http://doi.org/10.1557/adv.2019.433>

[25] Tan P.C., Yeo S.H. Modelling of overlapping craters in micro-electrical discharge machining. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2008, vol. 41, no. 20, art. 205302.

DOI: <http://doi.org/10.1088/0022-3727/41/20/205302>

Stavitskiy I.B. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Instrumental Equipment and Technologies, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Stavitskiy I.B. Modeling of thermal processes during electrical discharge machining in order to determine rational processing conditions. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2026, no. 1 (156), pp. 57–73 (in Russ.). EDN: BXSFWG