

К РАСЧЕТУ РЕЖИМА РАЗДАЧИ ПРИ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

А.В. Черняев
В.И. Платонов

sovet01tsu@rambler.ru
pvi_1@rambler.ru

ТулГУ, г. Тула, Российская Федерация

Аннотация

Предложены соотношения для расчета технологических режимов раздачи с нагревом. Нагретый деформируемый материал принят анизотропным, вязкопластичным. В процессе раздачи происходит релаксация напряжений, которая тем больше, чем меньше скорость формообразования. Этот фактор позволяет увеличить степень раздачи и уменьшить силу операции. Приведена кинематика процесса в части скорости перемещений, деформаций и скорости деформаций. Соотношения для расчета силового режима раздачи получены на основе верхнеграницной теоремы пластичности путем баланса мощностей внешних и внутренних сил. При плоском напряженном состоянии система из уравнения равновесия и линейного условия текучести анизотропного материала приводит к зависимостям для расчета меридиональных и окружных напряжений в деформируемой области заготовки. Для расчета влияния трения заготовки на конусе оправки использовано уравнение Лапласа в напряжениях. Учен также изгиб стенки заготовки при раздаче. Приведены соотношения для расчета повреждаемости материала заготовки. Соотношения получены на основе уравнений кинетики разрушения. Установлено, что повреждаемость ряда материалов уменьшается при снижении скорости раздачи. Для других материалов повреждаемость от скорости не зависит, а определяется только степенью формоизменения. Приведены расчетные результаты применительно к высокопрочным сплавам алюминия и титана

Ключевые слова

Вязкопластичность, кинематика, скорость, мощность, напряжения, повреждаемость материала

Поступила 12.12.2024
Принята 07.05.2025
© Автор(ы), 2026

Введение. Операции раздачи¹ с нагревом области деформаций применяют в листоштамповочном производстве для изготовления пустотелых деталей переменного сечения из высокопрочных сплавов [1–3]. Нагрев проводят в штампе и поддерживают в процессе формоизменения заготовки. Деформируемый материал заготовки проявляет вязкие свойства, также происходит чередование упрочнения и разупрочнения материала, что связано с релаксацией напряжений [4–6]. Релаксация напряжений увеличивается при снижении скорости операции раздачи [7, 8], это влияет на силовой и деформационный режимы, что необходимо учитывать при технологических расчетах.

Цель настоящей работы — предложить соотношения для расчета технологических режимов операции раздачи с нагревом. Расчетная схема операции раздачи приведена на рис. 1.

Кинематика, мощность, удельная сила и напряжения. Для расчета силового режима операции раздачи установим ее кинематику. Меридиональную скорость перемещения заготовки по конусу оправки матрицы штампа примем в виде функции радиальной координаты:

$$V_r = V_0 [1 - k(r - r_0)]. \quad (1)$$

Здесь V_0 — скорость движения нажимной плиты;

$k = \frac{1 - (r_0 / r_1)^f}{r_1 - r_0}$; r_0, r_1, r — радиусы заготовки при

входе на оправку матрицы штампа, выходе с нее, текущий радиус конуса заготовки; $f = R / (1 + R)$ (R — коэффициент анизотропии материала заготовки). Функция (1) удовлетворяет условиям при входе на конус и выходе из него:

$$V_r = V_0 \text{ при } r = r_0; \quad V_r = V_1 = V_0 \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^f \text{ при } r = r_1.$$

Эквивалентные деформацию и скорость деформации на конусе заготовки при плоском напряженном состоянии запишем так:

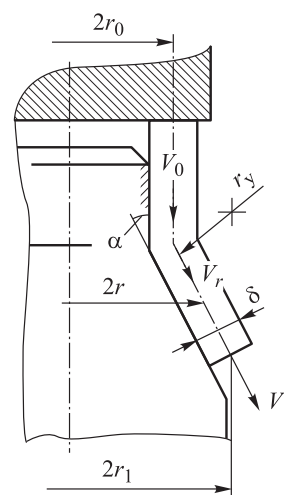


Рис. 1. Расчетная схема операции раздачи

¹ Ковка и штамповка. Справочник. В 4 т. Т. 4. Листовая штамповка. М., Машиностроение, 2010.

$$\varepsilon_e = \lambda_1 \ln \frac{r}{r_0}; \quad \xi_e = \frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{\lambda_1}{r} V_r, \quad (2)$$

где $\lambda_1 = \{[2(2+R)]/[3(1+R)]\}^{1/2}$.

Выражение для эквивалентного напряжения в соответствии с уравнением вязкопластичности при учете (1) и (2) получит вид [5, 6]

$$\sigma_e = A \varepsilon_e^m \xi_e^n = A \lambda_1^{m+n} \left(\ln \frac{r}{r_0} \right)^m \left(\frac{V_r}{r} \right)^n, \quad (3)$$

где A, m, n — константы для материала заготовки [5, 6]. Выражения (1)–(3) позволяют представить мощность в конусе заготовки соотношением

$$N_k = \int \sigma_e \xi_e dW = K \int_{r_0}^{r_1} \left(\frac{1}{r} V_r \right)^{1+n} dr, \quad (4)$$

где

$$K = \pi \lambda_1^{1+m+n} A \left(\frac{r_1 - r_0}{\sin \alpha} \right) \delta \left(\ln \frac{r_1}{r_0} \right)^m.$$

Выражение (4) можно упростить, если подынтегральную функцию разложить с учетом (1):

$$\left(\frac{V_r}{r} \right)^{1+n} = \left(\frac{1}{r} \right)^{1+n} [1 - k(1+n)(r - r_0)] V_0^{1+n}.$$

Заготовка в процессе раздачи подвергается изгибу на оправке матрицы. При плоской деформации запишем следующие выражения для эквивалентных деформаций, скорости деформаций и напряжения:

$$\varepsilon_e = \frac{\lambda_2 \delta}{2r_y}; \quad \xi_e = \frac{1}{t} \varepsilon_e = \frac{\lambda_2 \delta V_0}{\alpha r_y^2}; \quad (5)$$

$$\sigma_e = A \left(\frac{1}{2} \right)^m (\lambda_2 \delta)^{m+n} \left(\frac{1}{r_y} \right)^{m+2n} \left(\frac{V_0}{\alpha} \right)^n. \quad (6)$$

Здесь $\lambda_2 = \{[2(1+R)(2+R)]/[3(1+2R)]\}^{1/2}$; δ — толщина стенки заготовки; r_y — угловой радиус изгиба; $t = \alpha r_y / V_0$ — время (длительность) изгиба; α — угол конуса оправки матрицы.

Выражение для мощности при изгибе на оправке и учете выражений (5) и (6) имеет вид

$$N_{\text{изг}} = \pi A 2^{1-m} \left(\frac{1}{\alpha} \right)^n r_0 \delta (\lambda_2 \delta)^{1+m+n} \left(\frac{1}{r_y} \right)^{1+m+2n} V_0^{1+n}. \quad (7)$$

Учитывая трение заготовки на конусе оправки, примем, что контактное и касательное напряжения трения выражаются зависимостями:

$$\sigma_k = p \sin \alpha; \quad \tau_{\text{тр}} = \mu \sigma_k = \mu p \sin \alpha, \quad (8)$$

где p — удельная сила; μ — коэффициент трения. Учитывая выражения (8) и (1), мощность трения запишем так:

$$N_{\text{тр}} = \pi \mu p (r_0 + r_1 - \delta) \left(\int_{r_1}^{r_0} V_r dr \right) \sin \alpha. \quad (9)$$

Силовой режим операции раздачи определяется по верхнеграничной экстремальной теореме пластичности [9, 10], в соответствии с которой, используя (4), (7) и (9), получаем соотношение

$$p \leq \frac{N_k + N_{\text{изг}} + N_{\text{тр}}}{2\pi r_0 \delta V_0}. \quad (10)$$

Как следует из (10), удельная сжимающая сила зависит от скорости и степени раздачи.

Рассчитаем силу раздачи по напряжениям в области деформаций заготовки. Воспользуемся уравнением равновесия и условием текучести для анизотропного материала [9, 11]:

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\phi = 0; \quad \sigma_\phi - \sigma_r = \gamma \sigma_e. \quad (11)$$

Здесь $\sigma_r \leq 0$, $\sigma_\phi \geq 0$ — меридиональное и окружное напряжения; σ_e — эквивалентное напряжение (3); $\gamma = \frac{2}{\sqrt{2}} \left[\frac{1+R}{1+2R+\mu_\sigma^2} \right]^{1/2}$, $\mu_\sigma = -\frac{\sigma_\phi + \sigma_r}{\sigma_\phi - \sigma_r}$ — параметр Лодэ — Надаи.

Из (11) получаем выражения:

$$\sigma_\phi = \gamma \sigma_e + \sigma_r; \quad \sigma_r = \gamma \int_r^{r_1} \sigma_e \frac{dr}{r} = A \gamma \lambda_1^{m+n} \left(\ln \frac{r_1}{r_0} \right)^m \int_r^{r_1} \left(\frac{1}{r} \right)^{1+n} V_r^n dr. \quad (12)$$

В соответствии с условием текучести в выражениях (12)

$$\sigma_r = -\gamma\sigma_e, \quad \sigma_\varphi = 0 \quad \text{при } r = r_0, \quad \mu_\sigma = 1;$$

$$\sigma_r = 0, \quad \sigma_\varphi = \gamma\sigma_e \quad \text{при } r = r_1, \quad \mu_\sigma = -1.$$

Меридиональные напряжения должны быть увеличены из-за трения заготовки на оправке матрицы. Для расчета напряжения трения используем уравнение Лапласа

$$\frac{\sigma_r}{\rho} + \frac{\sigma_\varphi}{r^*} = \frac{\sigma_k}{\delta}. \quad (13)$$

Здесь $\rho = \infty$ — радиус заготовки в продольном сечении; $r^* = r_1 \cos \alpha$ — радиус, нормальный к конусу заготовки; σ_k — контактное давление оправки на заготовку. Поскольку $\sigma_\varphi = \max$, $\sigma_r = 0$ при $r = r_1$, по условию текучести (11) имеем $\sigma_\varphi = \gamma\sigma_e$. В связи с этим из (13) следует, что

$$\sigma_k = \frac{\delta}{r^*} \sigma_\varphi = \frac{\gamma\delta}{r_1 \cos \alpha} \sigma_e, \quad (14)$$

где σ_e — эквивалентное напряжение (3) при $r = r_1$.

Учитывая выражение (14), дополнительное напряжение представим как

$$\sigma_{\text{доп}} = \mu\sigma_k. \quad (15)$$

Напряжение при изгибе заготовки на оправке можно описать выражением [9]

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{\delta}{4r_y} \sigma_e, \quad (16)$$

где эквивалентное напряжение σ_e определяется по (6).

В соответствии с выражениями (12), (15), (16) меридиональное сжимающее напряжение и силу раздачи запишем так:

$$(\sigma_r)_\Sigma = \sigma_r + \sigma_{\text{доп}} + \sigma_{\text{изг}}; \quad (17)$$

$$P = 2\pi r_0 \delta (\sigma_r)_\Sigma \sin \alpha, \quad (18)$$

где σ_r определяется из выражения (12) при $r = r_0$.

Повреждаемость материала. Наиболее повреждаемой является область свободного края заготовки. Здесь справедливы соотношения (2) и (3), соответствующие текущему перемещению края по конусу оправки

матрицы штампа. Расчет повреждаемости в этой области выполним по уравнениям кинетики повреждаемости [4, 10] с учетом соотношений

$$\omega = \frac{1}{A_{\text{пр}}} \int \sigma_e \xi_e dt = \frac{A}{A_{\text{пр}}} \lambda_1^{1+m+n} \left(\ln \frac{r_1}{r_0} \right)^m \int_{r_0}^{r_1} \left(\frac{1}{r} \right)^{1+n} V_1^n dr. \quad (19)$$

Здесь при разложении функции (1) аналитически вычисляется

$$V_1^n = \left[1 - nk(r - r_0) \right] V_0^n.$$

Из деформационного уравнения получаем

$$\omega = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{e \text{ пр}}} = \frac{\lambda_1}{\varepsilon_{e \text{ пр}}} \ln \frac{r_1}{r_0}. \quad (20)$$

В зависимостях (19), (20) $0 \leq \omega \leq 1$ — конечная повреждаемость края заготовки; $A_{\text{пр}}$ — предельная удельная работа разрушения; $\varepsilon_{e \text{ пр}}$ — предельная эквивалентная деформация. Для материалов, повреждаемость которых зависит от скорости операции, используют соотношение (19), для материалов, повреждаемость которых определяется только степенью формоизменения независимо от скорости операции — соотношение (20).

Обсуждение результатов. Расчеты выполнены для операции раздачи заготовок из титанового сплава ВТ6С при температуре 930 °С и сплава алюминия АМг6 при температуре 450 °С. Приведем значения констант для сплавов ВТ6С ($A = 70 \text{ МПа} \cdot \text{с}^n$; $m = 0,03$; $n = 0,05$; $R = 0,8$; $\varepsilon_{e \text{ пр}} = 1,2$); АМг6 ($A = 60 \text{ МПа} \cdot \text{с}^n$; $m = 0,1$; $n = 0,03$; $R = 1,2$; $A_{\text{пр}} = 500 \text{ МПа}$).

Приняты следующие значения параметров: $r_0 = 25 \text{ мм}$; $r_1 = 30 \text{ мм}$; $r_y = 10 \text{ мм}$; $\delta = 2 \text{ мм}$; $\alpha = 30^\circ$; $5 \leq V_0 \leq 100 \text{ мм/мин}$; коэффициент трения $\mu = 0,1$. Установлено, что удельная сила и напряжения уменьшаются при снижении скорости раздачи в связи с релаксацией напряжений. Релаксация тем больше, чем меньше скорость раздачи. Уменьшение скорости способствует уменьшению повреждаемости заготовки из сплава АМг6. В этом примере $\omega \leq 0,15$. Для деталей специального назначения повреждаемость должна быть $\omega \leq 0,3-0,35$ [12, 13]. При допустимой повреждаемости и заданной степени раздачи по соотношению (19) можно определить максимально допустимую скорость раздачи заготовки из сплава АМг6. Повреждаемость заготовки из сплава ВТ6С $\omega = 0,15$ (независимо от скорости). Допустимая степень раздачи заготовки из данного сплава позволяет увеличить степень формоизменения, устанавли-

ваемую по (20). Зависимости удельной силы p и повреждаемости ω материала заготовки от скорости движения нажимной плиты V_0 приведены на рис. 2. Расчетные сжимающие максимальные меридиональные напряжения $15 \leq (\sigma_r)_\Sigma \leq 20$ МПа для сплава АМгб и $18 \leq (\sigma_r)_\Sigma \leq 25$ МПа для сплава ВТ6С в соответствии со скоростью. Верхнеграничный расчет приводит к завышенной оценке удельной силы.

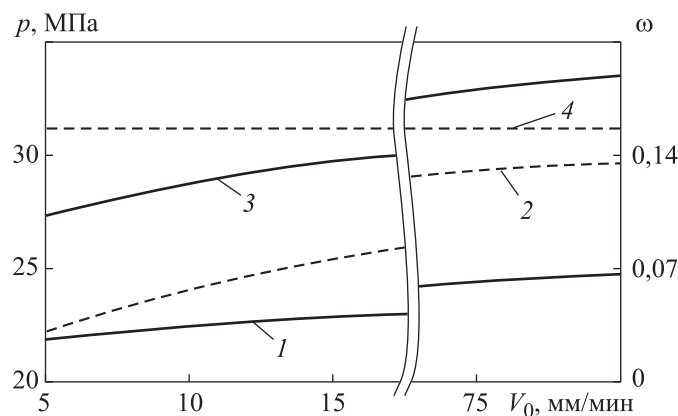


Рис. 2. Зависимости удельной силы p (1, 3) и повреждаемости ω (2, 4) от скорости движения нажимной плиты V_0 для сплавов АМгб (1, 2) и ВТ6С (3, 4)

Отметим, что зависимость удельной силы и повреждаемости материала заготовки от скорости операции при вязкопластическом деформировании проявляется также при операциях вытяжки [14, 15], обжима [2, 3, 16], отбортовки [17, 18] и ряде других операций листовой штамповки [19, 20].

Выводы. При изотермической раздаче наряду с деформационным упрочнением материал заготовки проявляет вязкие свойства, что приводит к уменьшению напряжений и удельной силы при снижении скорости операции.

Для ряда материалов в условиях вязкопластичности снижение скорости раздачи способствует уменьшению повреждаемости материала заготовки. Для других материалов повреждаемость от скорости не зависит, а определяется только степенью формоизменения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Платонов В.И., Чудин В.Н. Технологические режимы раздачи с нагревом элементов трубопроводов. *Цветные металлы*, 2024, № 2, с. 68–72.
DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2024.02.08>

- [2] Чудин В.Н. Раздача и обжим труб при вязкопластическом деформировании. *Вестник машиностроения*, 2023, т. 102, № 4, с. 349–352.
DOI: <https://doi.org/10.36652/0042-4633-2023-102-4-349-352>
- [3] Чудин В.Н. Технологические режимы раздачи и обжима при локальном нагреве. *Научные технологии в машиностроении*, 2023, № 7, с. 3–7.
DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-7-3-7>
- [4] Романов К.И. Механика горячего формоизменения металлов. М., Машиностроение, 1993.
- [5] Яковлев С.П. Изотермическое деформирование высокопрочных анизотропных металлов. М., Машиностроение, 2003.
- [6] Яковлев С.С., Яковлев С.П., Чудин В.Н. и др. Изотермическое формоизменение анизотропных материалов жестким инструментом в режиме кратковременной ползучести. М., Машиностроение, 2009.
- [7] Черняев А.В., Усенко Н.А., Коротков В.А. и др. Определение влияния скорости деформации на сопротивление деформированию при статическом растяжении с повышенной температурой. *Цветные металлы*, 2019, № 5, с. 60–65.
DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2019.05.07>
- [8] Демин В.А., Черняев А.В., Платонов В.И. и др. Методика экспериментального определения механических и пластических свойств материала при растяжении с повышенной температурой. *Цветные металлы*, 2019, № 5, с. 66–73.
DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2019.05.08>
- [9] Унксов Е.П., Джонсон У., Колмогоров В.Л. и др. Теория пластических деформаций. М., Машиностроение, 1983.
- [10] Дель Г.Д. Технологическая механика. М., Машиностроение, 1978.
- [11] Яковлев С.П., Яковлев С.С., Андрейченко В.А. Обработка давлением анизотропных материалов. Кишинев, Квант, 1997.
- [12] Колмогоров В.Л. Напряжения. Деформации. Разрушение. М., Металлургия, 1970.
- [13] Богатов А.А., Мижирицкий О.И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. М., Металлургия, 1984.
- [14] Чудин В.Н., Черняев А.В., Тесаков Д.М. К расчету напряжений при вытяжке анизотропного вязкопластичного материала. *Цветные металлы*, 2021, № 5, с. 84–88. DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2021.05.11>
- [15] Чудин В.Н., Платонов В.И. Вытяжка с утонением при вязкопластическом деформировании анизотропного материала. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2023, № 2 (145), с. 73–82.
DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2023-2-73-82>
- [16] Пасынков А.А., Яковлев Б.С. Теоретические исследования процесса обжима цилиндрических заготовок в условиях вязкопластического течения материала. *Заготовительные производства в машиностроении*, 2022, т. 20, № 5, с. 213–217.
EDN: FQDFAD

- [17] Чудин В.Н. Вязкопластическое растяжение отверстия при отбортовке нагретого листа. *Научные технологии в машиностроении*, 2022, № 10, с. 10–13. DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-10-10-13>
- [18] Чудин В.Н., Пасынков А.А., Нуждин Г.А. Изотермическая отбортовка заготовок из анизотропных материалов в режиме вязкопластичности. *Известия ТулГУ. Технические науки*, 2016, № 3, с. 34–42. EDN: WAXNGZ
- [19] Чудин В.Н. Формообразование газом обечаек торовой емкости. *Научные технологии в машиностроении*, 2022, № 3, с. 10–13. DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-3-10-13>
- [20] Черняев А.В., Корнюшина М.В., Чудин В.Н. Технологические режимы прошивки-калибровки при локальном нагреве. *Научные технологии в машиностроении*, 2022, № 4, с. 13–17. DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-4-13-17>

Черняев Алексей Владимирович — д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры «Механика и процессы пластического формоизменения» ТулГУ (Российская Федерация, 300012, г. Тула, пр-т Ленина, д. 92).

Платонов Валерий Иванович — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Механика и процессы пластического формоизменения» ТулГУ (Российская Федерация, 300012, г. Тула, пр-т Ленина, д. 92).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Черняев А.В., Платонов В.И. К расчету режима раздачи при вязкопластическом деформировании. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2026, № 1 (156), с. 74–85. EDN: BZVTDB

TO CALCULATE THE EXPANSION MODE IN VISCOPLASTIC DEFORMATION

A.V. Chernyaev
V.I. Platonov

sovet01tsu@rambler.ru
pvi_1@rambler.ru

TulSU, Tula, Russian Federation

Abstract

The article proposes relationships for calculating the technological modes of expansion with heating. The heated deformable material is assumed to be anisotropic, and viscoplastic. During the expansion process, stress relaxation occurs, which is greater the lower the rate of formation. This allows you to increase the degree of expansion and reduce the force of the operation. The kinematics of the process is considered in terms of the velocity of displacements, deformations and the

Keywords

Viscoplasticity, kinematics, speed, power, stress, damageability of a material

strain rate. The relationships for calculating the expansion force mode are obtained on the basis of the upper-limit plasticity theorem by balancing the powers of external and internal forces. In a plane stress state, the system is reduced from the equilibrium equation and the linear yield condition of an anisotropic material to dependencies for calculating the meridional and circumferential stresses in the deformable region of the workpiece. The Laplace stress equation is used to calculate the effect of the workpiece friction on the mandrel cone. The bending of the blank wall during expansion is taken into account. The relationships obtained on the basis of the equations of fracture kinetics for calculating the damage of the workpiece material are given. It is established that the damageability of some materials decreases with a decrease in the expansion speed, and the damageability of other materials does not depend on the speed, but is determined only by the degree of shape change. Calculated results for high-strength aluminum and titanium alloys and product samples are presented

Received 12.12.2024

Accepted 07.05.2025

© Author(s), 2026

REFERENCES

- [1] Platonov V.I., Chudin V.N. Technological regimes of expansion with heating of pipelines' elements. *Tsvetnye metally*, 2024, no. 2, pp. 68–72 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2024.02.08>
- [2] Chudin V.N. Expansion and crimping of pipes during viscoplastic deformation. *Vestnik mashinostroeniya*, 2023, vol. 102, no. 4, pp. 349–352 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.36652/0042-4633-2023-102-4-349-352>
- [3] Chudin V.N. Technological modes of expansion and pressing under selective heating. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii* [Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering], 2023, no. 7, pp. 3–7 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2023-7-3-7>
- [4] Romanov K.I. *Mekhanika goryachego formoizmeneniya metallov* [Mechanics of hot metal forming]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993.
- [5] Yakovlev S.P. *Izotermicheskoe deformirovanie vysokoprochnykh anizotropnykh metallov* [Isothermal deformation of high-strength anisotropic metals]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003.
- [6] Yakovlev S.S., Yakovlev S.P., Chudin V.N., et al. *Izotermicheskoe formoizmenenie anizotropnykh materialov zhestkim instrumentom v rezhime kratkovremennoy polzuchesti* [Isothermal shaping of anisotropic materials by a rigid tool in the mode short-term creep]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009.

- [7] Chernyaev A.V., Usenko N.A., Korotkov V.A., et al. Understanding how deformation rate influences the resistance to deformation under static tension at high temperature. *Tsvetnye metally*, 2019, no. 5, pp. 60–65 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2019.05.07>
- [8] Demin V.A., Chernyaev A.V., Platonov V.I., et al. Experimental technique for determining the mechanical properties of metal under stretching at high temperature. *Tsvetnye metally*, 2019, no. 5, pp. 66–73 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2019.05.08>
- [9] Unksov E.P., Dzhonson U., Kolmogorov V.L., et al. Teoriya plasticheskikh deformatsiy metallov [Theory of plastic deformation of metals]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983.
- [10] Del G.D. Tekhnologicheskaya mekhanika [Technological mechanics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978.
- [11] Yakovlev S.P., Yakovlev S.S., Andreychenko V.A. Obrabotka davleniem anizotropnykh materialov [Pressure treatment of anisotropic materials]. Kishinev, Kvant Publ., 1997.
- [12] Kolmogorov V.L. Napryazheniya. Deformatsii. Razrushenie [Tension. Deformations. Destruction]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1970.
- [13] Bogatov A.A., Mizhiritskiy O.I., Smirnov S.V. Resurs plastichnosti metallov pri obrabotke davleniem [Plasticity life of metals during pressure treatment]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1984.
- [14] Chudin V.N., Chernyaev A.V., Tesakov A.M. To calculation of stresses in drawing of anisotropic viscoplastic material. *Tsvetnye metally*, 2021, no. 5, pp. 84–88 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17580/tsm.2021.05.11>
- [15] Chudin V. N., Platonov V.I. Drawing with thinning under viscoplasticity deformation of the anisotropic material. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2023, no. 2 (145), pp. 73–82 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3941-2023-2-73-82
- [16] Pasyunkov A.A., Yakovlev B.S. Theoretical studies of crimping process of cylindrical blanks in conditions of viscoplastic material flow. *Zagotovitelnye proizvodstva v mashinostroenii* [Blanking Productions in Mechanical Engineering], 2022, vol. 20, no. 5, pp. 213–217 (in Russ.). EDN: FQDFAD
- [17] Chudin V.N. Viscous-plastic hole extension when flanging a heated sheet. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii* [Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering], 2022, no. 10, pp. 10–13 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-10-10-13>
- [18] Chudin V.N., Pasyunkov A.A., Nuzhdin G.A. Isothermal flanging blanks anisotropic materials mode viscous-plastic. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula state university. Technical Sciences], 2016, no. 3, pp. 34–42 (in Russ.). EDN: WAXNGZ
- [19] Chudin V.N. Gas molding of toroidal tank shells. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii* [Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering], 2022, no. 3, pp. 10–13 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-3-10-13>

[20] Chernyaev A.V., Korniyushina M.V., Chudin V.N. Technological modes of mold punching-calibrating with local heating. *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii* [Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering], 2022, no. 4, pp. 13–17 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.30987/2223-4608-2022-4-13-17>

Chernyaev A.V. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Mechanics and Processes of Plastic Shaping, TulSU (Lenina prospekt 92, Tula, 300012 Russian Federation).

Platonov V.I. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Mechanics and Processes of Plastic Shaping, TulSU (Lenina prospekt 92, Tula, 300012 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Chernyaev A.V., Platonov V.I. To calculate the expansion mode in viscoplastic deformation. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2026, no. 1 (156), pp. 74–85 (in Russ.). EDN: BZVTDB