

УДК 520.607

Настройка параметров нелинейных систем на работу в режиме автоколебаний с заданными параметрами колебательных процессов на примере осциллятора Лоренца

Масленников Андрей Леонидович

amas@bmstu.ru

SPIN-код: 7087-6303

Калюжная Виктория Руслановна

kalyuzhnayavr@student.bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрена задача настройки параметров нелинейной системы на примере осциллятора Лоренца на работу в режиме автоколебаний с заданными параметрами амплитуды и частоты. Для решения поставленной задачи предложен комбинированный подход, сочетающий корреляционный анализ с оптимизацией на основе генетического алгоритма. Проведен вычислительный эксперимент, по результатам которого показана принципиальная работоспособность предлагаемого подхода.

Ключевые слова: нелинейные системы, корреляционный анализ, автоколебания, генетический алгоритм, настройка параметров

Tuning the parameters of nonlinear systems to operate in a self-oscillation mode with specified oscillation process parameters using the example of the Lorenz oscillator

Maslennikov Andrey Leonidovich

amas@bmstu.ru

SPIN-code: 7087-6303

Kaliuzhnaia Viktoriia Ruslanovna

kalyuzhnayavr@student.bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The paper examines the problem of tuning the parameters of a nonlinear system using the Lorenz oscillator as an example to operate in a self-oscillation mode with specified amplitude and frequency parameters. To solve the task, a combined approach is proposed, combining correlation analysis with optimization based via a genetic algorithm. A computational experiment was conducted, and the results demonstrated the fundamental applicability of the proposed approach.

Keywords: nonlinear systems, correlation analysis, self-oscillations, genetic algorithms, parameter tuning

Введение. Современные системы управления характеризуются наличием нелинейностей и нестационарностей, что существенно осложняет процесс настройки их регулирования или управления. Для настройки законов управления подобных систем применяются различные подходы, среди которых в последнее время активно используются генетические алгоритмы (ГА) и другие популяционные методы оптимизации [1–3].

Для нелинейных систем функционирующих в специальном режиме автоколебаний актуальной является задача настройки параметров периодических процессов [4]. Особую сложность представляет настройка систем для работы в режиме автоколебаний, где целевыми значениями оптимизации являются параметры колебаний. Эта задача может решаться генетическими алгоритмами, но для этого необходим эффективный механизм оценки параметров колебательных процессов в нелинейных системах в реальном времени.

В работе предлагается подход к настройке нелинейной системы на функционирование в режиме автоколебаний, который комбинирует корреляционный анализ для выделения периодических составляющих в условиях помех и ГА для оптимизации настройки параметров математической модели системы.

Рассмотрим процесс определения наличия периодической составляющей в измеряемых сигналах на примере нелинейной системы третьего порядка, соответствующей осциллятору Лоренца, математическое описание которой в форме Коши имеет вид [5]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = x_1(r - x_3) - x_2 ; \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - b x_3 , \end{cases} \quad (1)$$

где x_1, x_2, x_3 — фазовые переменные; σ — число Прандтля; r — приведённое число Рэлея; b — геометрический параметр системы. При больших значениях параметра r система Лоренца демонстрирует простой регулярный режим автоколебаний. По мере уменьшения r система проходит через каскад бифуркаций и удвоения периода — сначала колебания усложняются, периодичность нарушается, появляются субгармоники, а затем происходит переход к хаосу [6].

В определенных диапазонах параметров хаос возникает через прерывистость: траектория ведёт себя почти регулярно, но внезапно срывается в хаотические всплески, после чего снова возвращается к упорядоченным колебаниям. В полностью хаотическом режиме (например, при классическом $r = 28$) система беспорядочно переключается между двумя условными «крыльями» аттрактора, а траектории становятся крайне чувствительными к начальным условиям, что существенно усложняет процедуру настройки системы, т.е. её параметров на работу в режиме автоколебаний с заданными амплитудой и частотой [7].

Материалы и методы. Выявление периодических составляющих в измеряемых сигналах может быть реализовано посредством анализа корреляционной функции [8]. Характерным признаком периодичности является наличие равноотстоящих экстремумов (локальных максимумов и минимумов) на корреляционной функции, амплитуда которых монотонно убывает с увеличением временного сдвига. Отсутствие такой закономерности позволяет с высокой достоверностью исключить наличие периодического процесса при корректной постановке эксперимента. Алгоритм определения параметров периодических процессов следующий.

1. Вычисляется набор корреляционных функций:

$$R_{i,j}(\tau) = \frac{\frac{1}{\tau} \sum_{i=-\tau}^{\tau} x_{i,j}(t)x_{i,j}(t-i)}{\sqrt{R_{x_{i,j}x_{i,j}}(\tau)R_{x_{i,j}x_{i,j}}(\tau)}}. \quad (2)$$

2. Вычисляется набор нормированных корреляционных функций следующего вида, использование которой позволяет упростить задание порогового значения:

$$R_{i,j}^n(\tau) = \frac{|R_{i,j}(\tau)|}{\max |R_{i,j}(\tau)|} \quad (3)$$

3. Вычисляется усредненная корреляционная функция по всем фазовым переменным, чтобы учесть всю информацию о системе порядка n и иметь возможность исследовать отдельные гармоники сигнала:

$$R(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n R_{i,j}^n(\tau)}{n(n-1)} \quad (4)$$

4. Вычисляются медиана M и дисперсия D расстояния между пиками корреляционной функции, магнитуда которых превышает некоторый заданный порог.

5. Вычисляется период колебаний как среднее расстояние между соседними экстремумами $R(\tau)$, которое соответствует временному интервалу одного периода периодического процесса. Медиана M соответствует половине периода, поэтому период $T=2M$, а частота периодической составляющей $f=1/T$.

6. Определяется амплитуда периодической составляющей следующим образом по заданной фазовой переменной как $A = (\max(x_i(t)) - \min(x_i(t))) / 2$, где максимальные и минимальные значения по каждой фазовой переменной определяются в границах одного сегмента, т.е. временного интервала $(\tau_{\text{нач}}, \tau_{\text{кон}})$, соответствующего одному периоду периодического процесса, что проиллюстрировано на рис. 2.

Для подбора параметров рассматриваемой системы сформируем задачу оптимизации в следующем виде:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Theta} \left(\alpha_1 \left(\frac{A(\theta)}{A_{\max}} - \frac{A_{\text{зад}}}{A_{\max}} \right)^2 + \alpha_2 \left(\frac{f(\theta)}{f_{\max}} - \frac{f_{\text{зад}}}{f_{\max}} \right)^2 + P(\theta) \right) \quad (5)$$

где $\theta = [\sigma, r, b]^T$ — вектор определяемых параметров системы; $A(\theta)$ и $f(\theta)$ — рассчитываемые амплитуда и частота автоколебаний, полученные для параметров θ описанным выше корреляционным подходом; $A_{\max}$ и $f_{\max}$ — максимально возможные значения амплитуды и частоты (нормировочные коэффициенты); α_1 и α_2 — весовые коэффициенты; $P(\theta)$ — динамическая функция штрафа, которая рассчитывается следующим образом:

$$P(\theta) = \begin{cases} \alpha \left[\left(1 - \frac{A(\theta)}{A_{\max}} \right)^2 + \left(\frac{f_{\text{зад}}}{f_{\max}} - \frac{f(\theta)}{f_{\max}} \right)^2 \right], & \text{если нет автоколебаний;} \\ 0, & \text{если есть автоколебания,} \end{cases} \quad (6)$$

где α — коэффициент штрафа. Для решения оптимизационной задачи используется генетический алгоритм, в котором в качестве хромосомы выступают параметры нелинейной системы σ , r , b особью является вектор θ .

Результаты. Для апробации предложенного подхода проведём вычислительный эксперимент по настройке рассматриваемой системы на работу в режиме автоколебаний с заданными амплитудой и частотой. Шаг интегрирования $h = 0.01$ и начальные условия $x_0 = [0.1; 1; 0]$, заданная амплитуда $A_{\text{зад}} = 20.3143$, заданная частота $f_{\text{зад}} = 0.4193$ Гц. Пример графика автокорреляционной функции представлен на рис. 1, где выделены соответствующие пики и порог.

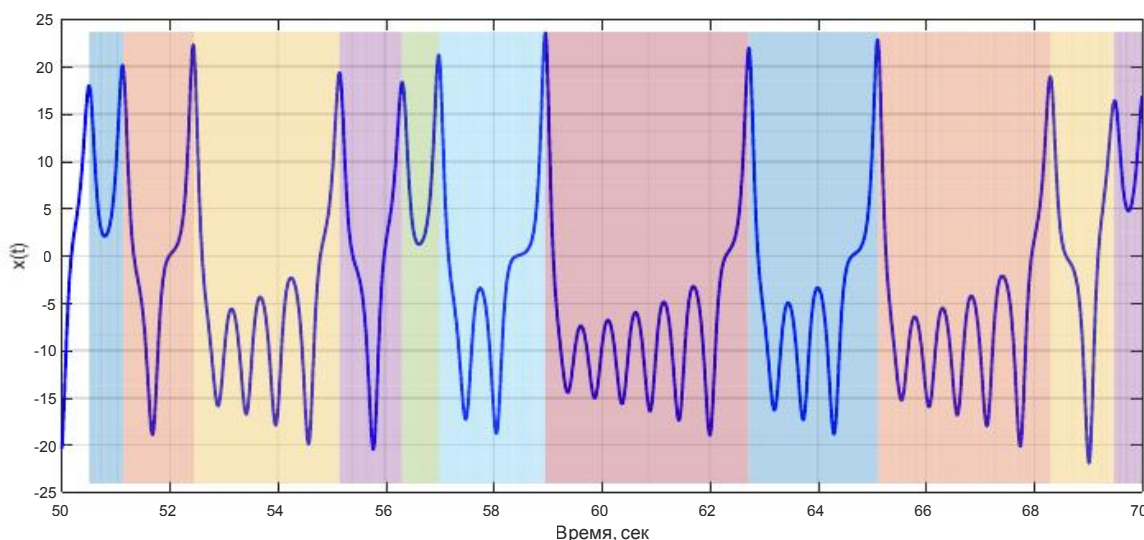


Рис. 1. Выделенные сегменты сигнала

На графиках наблюдаются характерные равноотстоящие экстремумы с монотонным затуханием амплитуды. Анализ подтверждает необходимость выбора достаточно высокого порогового значения при детектировании пиков корреляционной функции. Снижение порога приводит к включению слабо-

выраженных экстремумов, что увеличивает погрешность расчёта медианного значения периода M .

На рис. 2 представлены временные сегменты сигнала, полученные после анализа колебаний и обозначенные разными цветами, а на рис. 3 показана соответствующая фазовая траектория системы. Для исследуемой системы получены следующие параметры: период $T = 2.385$ с. На рис. 3 дополнительно представлена фазовая траектория системы, построенная для оптимальных параметров $\sigma = 8.5858$; $r = 48.8658$; $b = 4.0752$, найденных в результате работы генетического алгоритма, в котором значения амплитуды $A = 20.0329$ и частоты $f = 3.5381$ Гц.

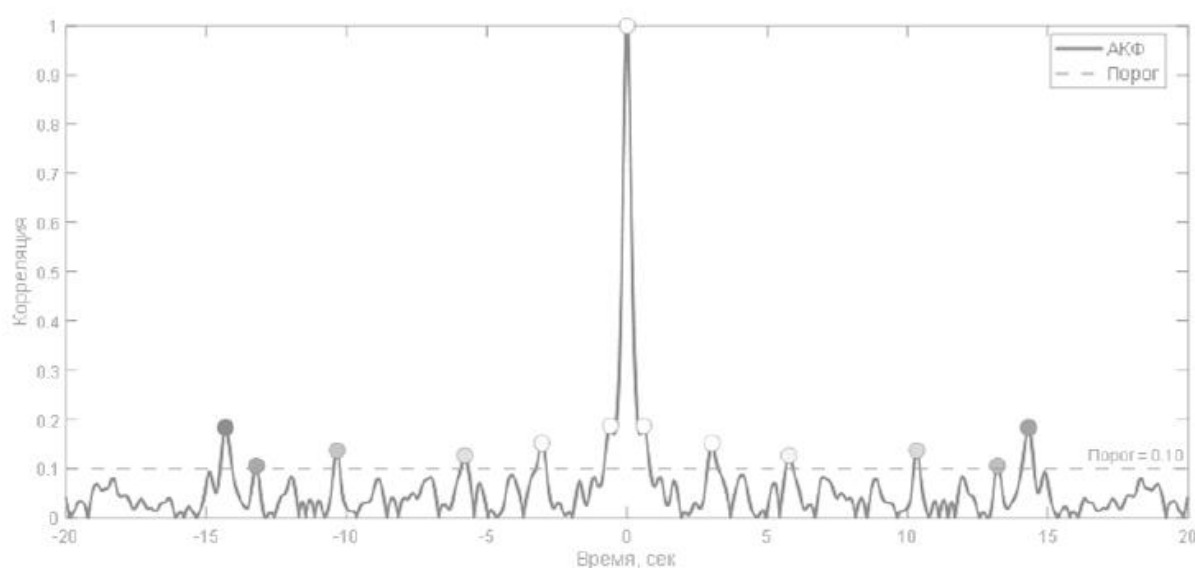


Рис. 2. Автокорреляционная функция $R(\tau)$

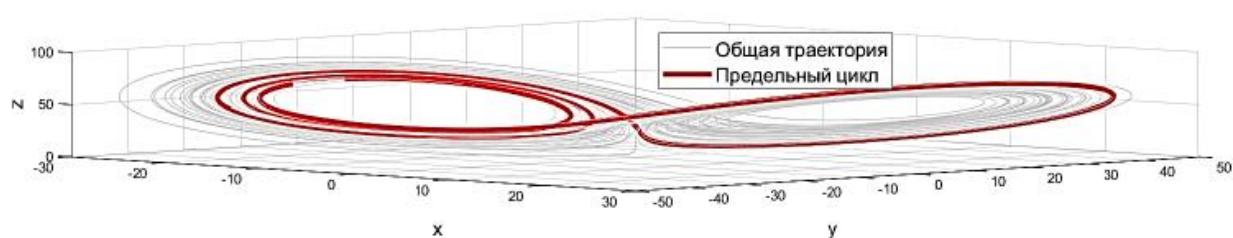


Рис. 3. Предельный цикл системы

Обсуждение полученных результатов. Траектория демонстрирует характерный предельный цикл, подтверждающий наличие устойчивых автоколебаний с заданными параметрами.

Закключение. В работе показано применение комбинированного подхода к настройке параметров нелинейной системы на примере осциллятора Лоренца, объединяющий корреляционный анализ и методы оптимизации для синтеза автоколебаний с заданными параметрами. Вычислительными экспериментами подтверждена работоспособность подхода и его применимость для подобных задач.

Список источников

- [1] Щербак О.Ю., Масленников А.Л. Настройка системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава с использованием генетического алгоритма. *Российский журнал биомеханики*, 2025, т. 29, № 2, с. 136–143.
<https://doi.org/10.15593/RJBiomech/2025.2.11>
- [2] Кошкина А.А., Масленников А.Л., Бабенко М.Д., Чулин Н.А. Настройка контуров управления беспилотного воздушного судна самолетного типа с использованием генетического алгоритма. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2025, № 2 (158).
<https://doi.org/10.18698/2308-6033-2025-2-2427>
- [3] Пушкарева А.Д., Масленников А.Л. Настройка системы стабилизации космического аппарата CubeSat в режиме разгона двигателей маховиков с использованием генетического алгоритма. *Авиакосмическое приборостроение*, 2024, № 5, с. 37–49.
- [4] Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 1996, 734 p.
- [6] Бекман И.Н. *Нелинейная динамика сложных систем: теория и практика. Метанаука. Эволюция систем. Ч. 2*. Москва, Изд-во МГУ, 2015, 415 с.
- [7] Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. *Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей*. Москва, Институт компьютерных исследований, 2002, 560 с.
- [8] Гуренко В.В., Бычков Б.И. *Спектральная имитация случайных сигналов в рамках корреляционной теории*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022, 63 с.