

УДК 681.511

Критерий степени адаптивности переменных состояния линейных моделей динамических систем

Суркова Анастасия Дмитриевна

surok@bmstu.ru

Селезнева Мария Сергеевна

ms.selezneva@bmstu.ru

Неусыпин Константин Авенирович

neusipin@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. Исследовано понятие степени адаптивности переменных состояния математических моделей, используемых в алгоритмах оценивания управляющих и измерительных комплексах летательных аппаратов. Предложен численный критерий для вычисления степени адаптивности переменных состояния линейных моделей. Разработанный критерий позволяет сформировать модели для алгоритмов оценивания с требуемыми свойствами адаптивности.

Ключевые слова: степень адаптивности, летательный аппарат, анализ качественных характеристик моделей

Criterion of the degree of adaptability of state variables of linear models of dynamic systems

Surkova Anastasia Dmitrievna

surok@bmstu.ru

Selezneva Maria Sergeevna

ms.selezneva@bmstu.ru

Neusipin Konstantin Avenirovich

neusipin@bmstu.ru

BMSTU, Moscow, Russia

Abstract. The concept of the degree of adaptability of state variables of mathematical models used in the algorithms for estimating control and measuring systems of aircraft is investigated. A numerical criterion is proposed for calculating the degree of adaptability of state variables of linear models. The developed criterion allows one to form models for estimation algorithms with the desired adaptability properties.

Keywords: degree of adaptability, aircraft, analysis of qualitative characteristics of models

Введение. Разнообразные методы обработки информации часто предусматривают использование математических моделей динамических объектов и систем. Модели имеют различные качественные характеристики, влияющие на эффективность их использования в алгоритмическом обеспечении комплексов летательных аппаратов (ЛА). Приданию моделей требуемых свойств позволяет улучшить их качество в соответствии с целевым применением в различных практических приложениях.

В системах управления ЛА целесообразно использовать модели с повышенными характеристиками управляемости. В связи с тем, что эффектив-

ность управления ЛА во многом определяется уровнем развития измерительной техники, в частности качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления, в измерительных системах ЛА предпочтительно применять модели с высокими степенями наблюдаемости. Так как в системах управления и измерительных комплексах априорные модели могут иметь невысокую степень адекватности, что приводит к необходимости проводить ее идентификацию. Тогда используются модели с высокими степенями идентифицируемости, чтобы с большей точностью определять параметры и структуру модели в процессе функционирования. Качественные характеристики моделей и отдельных переменных состояния этих моделей определяются с помощью различных критериев [1, 2].

На современном этапе проектирования и эксплуатации сложных систем высокодинамичных объектов становится актуальным использование алгоритмов и математических моделей с высокими степенями адаптивности [3, 4]. Например, при совершении ЛА интенсивного маневрирования целесообразно для управления ЛА и коррекции его измерительного комплекса использовать модели, быстро учитывающие произошедшие изменения, а также алгоритмы, способные учитывать новый характер полета, парировать возникающие возмущения, отрабатывать управляющие воздействия. При совершении ЛА авианосного базирования посадки на палубу авианосца могут возникать сильные воздушные потоки из-за надстройки на палубе. Во избежание аварийных ситуаций реакция ЛА на воздушные возмущения должна быть быстрой. В системе управления ЛА и системе коррекции измерительного комплекса применяются адаптивные алгоритмы и модели с улучшенными свойствами адаптивности. Для повышения степени адаптивности алгоритмов используются жесткие и/или дополнительные связи по измерениям [5]. Создание моделей с повышенными степенями адаптивности затруднительно, так как отсутствуют критерии определения этой характеристики. Разработан критерий степени адаптивности переменных состояния линейных моделей динамических систем.

Материалы и методы. Одной из малоисследованных качественных характеристик моделей и компонент вектора состояния моделей является степень адаптивности. Степень адаптивности модели — характеристика абстрактная, и известные подходы позволяют эмпирически определить какие из моделей использованные в алгоритме позволяют быстрее адаптироваться к произошедшим изменениям исследуемого процесса. Эти подходы дают только относительную оценку адаптивности модели исследуемой системы и не позволяют проводить сравнение степени адаптивности компонент векторов состояния различных моделей. Поэтому все известные подходы неудобны для использования при сравнении качества адаптации в общем случае.

Исследуем свойство адаптивности модели, используемой в алгоритме оценивания. Алгоритмы оценивания широко используются в системах управления и измерительных комплексах ЛА, поэтому применение модели с повышенными характеристиками адаптивности позволяет повысить эффектив-

ность систем управления и измерительного комплекса за счет более точных оценок переменных состояния систем и комплексов. Адаптация к изменениям позволяет быстрее реагировать и обрабатывать внешние и внутренние меняющиеся факторы.

Пусть объект описывается уравнением вида;

$$x_k = \Phi x_{k-1} + G w_{k-1}, \quad (1)$$

где x_{k-1} — вектор состояния; w_{k-1} — вектор входного шума, который является дискретным аналогом белого гауссового шума с нулевым математическим ожиданием; $\Phi(n \cdot m)$ — матрица системы; $G - (n \cdot 1)$ — матрица входного шума.

Часть вектора состояния измеряется:

$$z_k = H x_k + v_k, \quad (2)$$

где $z_k - m$ — вектор измерений; $H - (m \cdot n)$ — матрица измерений; $v_k - m$ — вектор измерительного шума, который является дискретным аналогом белого гауссового шума с нулевым математическим ожиданием, причем v и w некоррелированы между собой (т. е. $M[v_j w_k^T] = 0$).

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим степень адаптивности переменных состояния модели, например используемой в фильтре Калмана. Непосредственно измеряемые компоненты вектора состояния имеют максимальную степень адаптивности, так как в них содержится информация об изменениях исследуемого процесса. Качество измерения и достоверность информации непосредственно измеряемой компоненты вектора состояния зависит лишь от погрешности измерения, т. е. от измерительного шума. Величина измерительного шума определяется пассивными и активными помехами. Поэтому, полагая степень адаптивности измеряемой компоненты вектора состояния максимальной, имеем в виду то, что степень адаптивности равна 100 % с точностью до измерительного шума.

Не теряя общности постановки задачи, предположим, что измеряется одна компонента вектора состояния, т. е. $H = [1 \ 0 \dots \dots \ 0]$

Разобьем каждый шаг измерений на p подтактов и выразим эти измерения через вектор состояния на первом подтакте измерений.

$$z^* = S x_1 + v^* \quad (3)$$

$$\text{где } z^* = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}; S = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \vdots \\ H\Phi^{n-1} \end{bmatrix}; v^* = \begin{bmatrix} v_1 \\ H w_1 + v_2 \\ \dots \dots \dots \\ H\Phi^{n-2} w_1 + \dots + H w_{n-1} + v_n \end{bmatrix}.$$

Введем обозначение:

$$y^i = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n. \quad (4)$$

Здесь y^i — элемент вектора y ; $a_1, a_2, \dots, a_n$ — i -я строка матрицы S^{-1} . S^{-1} существует, так как S — матрица наблюдаемости.

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерений формулируются в соответствии с уравнением (4)

Дисперсия приведенного к i -й компоненте измерительного шума определяется коэффициентами $a_1, a_2, \dots, a_n$, т. е.

$$r^{*i} = M[v^{*i}] = [a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2]r, \quad (5)$$

где $r = M[v^2]$ — дисперсия исходного измерительного шума v .

Учитывая, что мера — категория, выражающая диалектическое единство качественных и количественных характеристик объекта, судить о мере адаптивности можно по двум характеристикам: точности оценивания и времени сходимости. Связь этих характеристик определяется известной формулой:

$$P_n^i = \frac{P_0^i \cdot r^i}{NP_0^i + r^i}, \quad (6)$$

где P_0^i — дисперсия ошибки оценивания; P_n^i — начальное значение дисперсии ошибки оценивания $P_0^i = M[(x_0^i)^2]$; r^i — дисперсия измерительного шума непосредственно измеряемой переменной состояния; N^i — шаг вычислений.

Степень адаптивности переменных состояния модели может быть определена следующим образом. Вычислим за сколько шагов точность оценивания достигнет 10 % от начального значения погрешности оценивания:

$$P_n = \frac{P_0}{10}. \quad (7)$$

Количество шагов для вычисления заданного уровня ошибки оценивания определяется в следующем виде:

$$N_n^i = \frac{10 - r^{*i}}{P_0}. \quad (8)$$

Таким путем определяется степень адаптивности переменных состояния, зависящая в основном от свойств модели.

Предложенный критерий степени адаптивности позволяет определить количественную оценку адаптивности каждой компоненты вектора состояния систем, что в практических приложениях дает возможность сформировать модель с требуемыми свойствами адаптивности.

Отличительной особенностью степени адаптивности от упомянутых качественных характеристик переменных состояния [1] является прерогатива быстроты реакции на изменения и меньшая значимость точностных характеристик при реализации реакции. Однако игнорировать уровень точности нецелесообразно, так как может быть потерян смысл реализуемого процесса, степень адаптивности которого оценивается.

Заключение. Таким образом, предложен численный критерий степени адаптивности переменных состояния моделей. Представленный способ вычисления степени адаптивности переменных состояния моделей используется для оценки качественной характеристики моделей, применяемых в алгоритмах оценивания.

Список источников

- [1] Шэнь К., Неусыпин К.А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем. *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2016, т. 17, № 11, с. 723–731.
- [2] Неусыпин К.А. Классификация качественных характеристик наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости моделей динамических систем. *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*, 2025, № 3, с. 723–731.
- [3] Скобелев П.О. Об одном подходе к оценке степени адаптивности мультиагентной системы для управления ресурсами в реальном времени. *Проблемы управления и моделирования в сложных системах*, 2014, с. 270–281.
- [4] Рыбась И.А. Повышение адаптивности в селекции зерновых культур. *Сельскохозяйственная биология*, 2016, т. 51, № 5, с. 617–626.
- [5] Жидкова М.А., Неусыпин К.А. Алгоритмы оценивания с повышенными степенями адаптивности. *Автоматизация. Современные технологии*, 2024, т. 78, № 7, с. 311–316.