

УДК 534.85

Метод электроакустических аналогий: история и основные идеи

Шанин Андрей Владимирович^()*

a.v.shanin@gmail.com

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

Аннотация. Метод электроакустических аналогий является достаточно старым и тем не менее очень полезным инструментом в акустике. Он позволяет рассчитывать сложные акустические и электроакустические инженерные устройства (например, излучатели и приемники звука). Условием применения метода является малость частей устройства по сравнению с характерной длиной волны. В докладе описана история, а также основные идеи метода.

Ключевые слова: метод электроакустических аналогий, моделирование акустических задач

Lumped element method: history and main ideas

Andrey Vladimirovich Shanin^()*

a.v.shanin@gmail.com

M.V. Lomonosov Moscow State University, Department of physics, Moscow, Russia

Abstract. The lumped element method is an old and extremely powerful tool in applied acoustics. This method enables one to describe complicated acoustical and electroacoustical devices (e.g. sources and receivers of sound). The condition of applicability of the method is that the parts of the device are small comparatively to the sonic wavelength. The talk covers the history and the basic ideas of the method.

Keywords: lumped element method, modeling of acoustic problems

История метода. Метод электроакустических аналогий — это элегантный подход, позволяющий описывать акустические системы с помощью привычных электрических схем. Вместо того чтобы решать сложные дифференциальные уравнения механики и акустики, инженеры получили возможность анализировать акустические устройства как электрические цепи, где акустическое давление соответствует напряжению, а объемная скорость — току. Этот метод стал ключевым этапом превращения классической акустики в электроакустику — самостоятельную дисциплину, изучающую преобразование электрических сигналов в акустические и обратно.

Предпосылки метода были (как и все в акустике) заложены лордом Рэлем в его «Теории звука», где он описывал акустические системы через параметры, математически схожие с механическими. Однако полноценной «связки» с электричеством там еще не было.

Ключевой работой, по-видимому, впервые детально описывающей метод электроакустических аналогий является монография «Динамические анало-

гии» Г. Олсона [1]. В этой работе устанавливается используемая и в наше время аналогия между электрическими, акустическими и механическими системами. При этом рассматриваются механические системы двух видов: с поступательным и вращательным движениями. Приводятся многочисленные примеры. Данная книга и в наше время может быть рекомендована как хорошее введение в предмет.

Вторая важная монография, рассматривающая метод электроакустических аналогий в рамках более широкого акустического контекста — «Акустика» Л. Беранека [2]. Необходимо отметить, что в данной монографии описываются две версии метода электроакустических аналогий, они названы *impedance type* и *mobility type*. В первой версии электрическое напряжение аналогично давлению, а во второй — объемной скорости. Аналогия второго типа была впервые предложена в статье [3]. В настоящее время используется в основном аналогия импедансного типа, поэтому мы будем фокусироваться только на ней.

Мощный толчок метод получил, когда были опубликованы работы Н. Тили и Р. Смолла [4–12] по моделированию электродинамической головки в акустическом окружении (в ящике с фазоинвертором или без него). На сегодняшний день электродинамические головки описываются параметрами, которые носят название параметров Тили — Смолла. Процедура экспериментального определения этих параметров подробно описана в [13].

Хорошими отечественными руководствами по предмету являются [14, 15]. Современным и неформальным введением является соответствующая глава в [16].

Основная идея метода. Метод электроакустических аналогий применим к довольно специфическим акустическим системам, обладающим следующими свойствами:

- они должны разбиваться на отдельные «акустические элементы»,
- акустические элементы должны иметь малые волновые размеры (т. е. эти размеры должны быть много меньше длины акустической волны в среде),
- акустические элементы должны по возможности иметь простую структуру: это могут быть выраженные емкости (полости), массы (трубочки), сопротивления (сеточки).

Метод заключается в том, что строится аналогия между электрическими, механическими и акустическими процессами. Данная аналогия отражена в таблице. Соответственно, акустические элементы заменяются радиодеталью, и акустическая система заменяется электрической принципиальной схемой. Далее схема исследуется стандартными методами.

В рамках метода можно не только производить расчет акустической системы, но и комбинировать акустические, механические и, собственно, электрические части системы. Такая возможность важна для электроакустики, т. е. для описания звуковоспроизводящих и приемных устройств. Отметим, что часть электроакустических устройств изначально проектируются как радиосхемы. Пример представляют собой современные наушники.

Величины, объявляющиеся аналогичными

Электричество	Механика	Акустика
Напряжение, U	Сила, F	Давление, p
Ток, I	Скорость, V	Объемная скорость, w
Индуктивность, L	Масса, M	Акустическая масса, M_a
Емкость, C	Податливость, $1/K$	Акустическая емкость, C_a

Элементы акустических схем. Перейдем к краткому описанию метода электроакустических аналогий. Проводником является короткая трубка, по которой распространяется звук поршневым образом. Давление в данной точке трубки соответствует «электрический потенциал» относительно «земли». Объемная скорость соответствует «электрическому току». Напомним, что объемная скорость — это скорость частиц среды, умноженная на сечение трубки.

Перечислим основные акустические элементы, используемые в методе электроакустических аналогий. На рис. 1 сверху схематически изображены элементы, а снизу — их электрические аналоги.

Слева изображена акустическая индуктивность (акустическая масса). Этот элемент представляет собой длинную (по сравнению с шириной) узкую трубку. Обозначим длину трубки l , а сечение S . Номинал эквивалентной индуктивности есть

$$M_a = \frac{m}{S^2} = \frac{\rho l}{S}.$$

Здесь m — масса среды в трубке, ρ — плотность среды.

В центральной части рисунка изображено акустическое сопротивление. Оно представляет собой сетку, закрывающую отверстие сечением S . Сетка характеризуется удельным сопротивлением r , представляющим собой отношение разницы давлений с двух сторон сетки к скорости среды через сетку. Эквивалентный резистор (акустическое сопротивление) вычисляется по формуле

$$R_a = \frac{r}{S}.$$

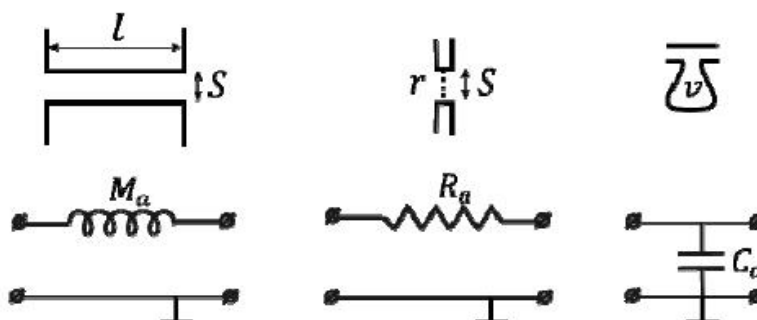


Рис. 1. Основные акустические элементы

В правой части рисунка изображена акустическая емкость (податливость). Это небольшой «нарост» на трубке объемом v . Он эквивалентен акустической емкости

$$C_a = \frac{v}{\rho c^2}.$$

Здесь c — скорость звука в среде. Обращаем внимание на то, что индуктивность и резистор проходные, а емкость замкнута на землю.

Маленькое отверстие, выходящее в свободное пространство, несет граничное условие Дирихле, а значит, соответствует сигнальному проводу, замкнутому на землю.

Мы не описываем здесь подробно механические элементы. Ясно, что масса соответствует индуктивности, пружина — емкости, а вязкий демпфер — сопротивлению.

Существенный интерес представляют элементы, обеспечивающие сопряжение механической и акустической, а также электрической и механической подсистем. Связь механической и акустической подсистем показана в левой части рис. 2. Фактически эта связь представлена поршнем площади S , к которому прикладывается некоторая сила. Поршень, например, может быть диффузором громкоговорителя. Спереди и сзади поршня находятся акустические подсистемы, т. е. поршень создает объемную скорость, а на него в свою очередь действует звуковое давление. Такой поршень эквивалентен паре трансформаторов. К левым клеммам подключается механическая подсистема, а к правым — две акустические. Коэффициент трансформации каждого из трансформаторов равен $S:1$. Можно обратить внимание на необычную структуру выводов трансформатора: эта структура учитывает направления скоростей в системе.

Чуть более сложно устроено сопряжение электрической и механической подсистем. Проблему вызывает тот факт, что сила, действующая на катушку с током в магнитном поле, пропорциональна току I через катушку (см. правую часть рис. 2). Кроме того, ЭДС индукции, возникающая в катушке, пропорциональна скорости V катушки. Иными словами, оказываются связаны переменные типа тока и типа напряжения. Для описания приходится применять элемент, называемый *гиратором*. Обозначение гиратора показано в правой нижней части рисунка. Уравнения, описывающие работу гиратора, имеют вид

$$F = GI,$$

$$U = GV.$$

Здесь G — коэффициент гирации, определяемый по формуле

$$G = Bl,$$

где B — индукция магнитного поля в катушке, l — длина проводника в поле.

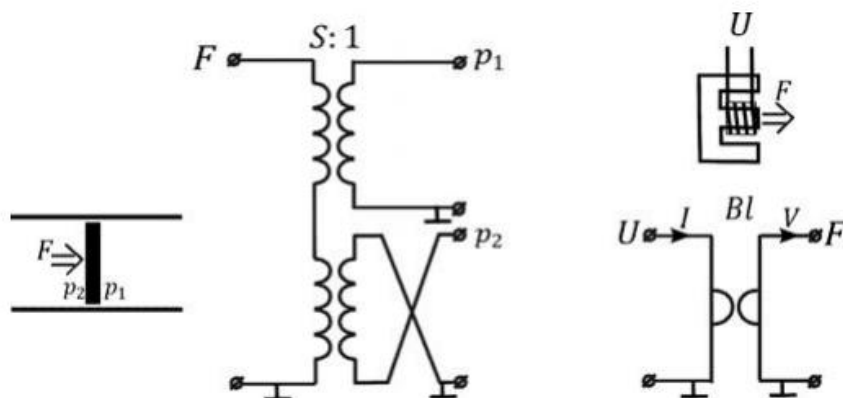


Рис. 2. Элементы сопряжения подсистем

Примеры схем на основе электроакустической аналогии. Рассмотрим несколько относительно простых систем, которые могут моделироваться методом электроакустических аналогий.

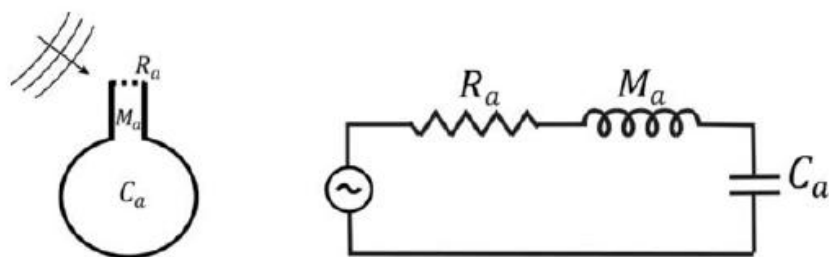


Рис. 3. Резонатор Гельмгольца и его модель

Первая такая система — это резонатор Гельмгольца (см. рис. 3). Он состоит из упругости (емкости), массы (акустической массы в горлышке) и сопротивления (сеточки или вязкости в горлышке). Данная система описывается так же, как электрический колебательный контур на рисунке. Очевидно, резонансная частота дается формулой

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_a C_a}}$$

Второй системой, которую можно описать методом электроакустических аналогий (хотя и с некоторыми оговорками) — это отрезок волновода (см. рис. 4). Описание, представленное на рисунке, учитывает и сжимаемость, и массу среды.

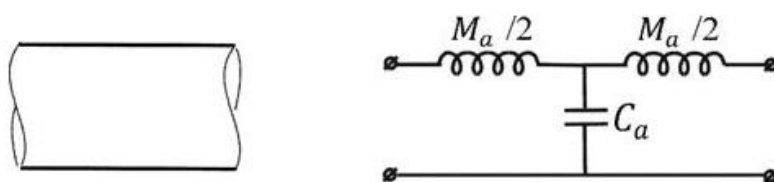


Рис. 4. Отрезок волновода

Очевидно, отрезок волновода представляет собой Т-образный фильтр. Длинный волновод можно описывать как последовательное соединение множества таких звеньев.

Наконец, важным элементом электроакустических схем является электродинамическая головка громкоговорителя. Ее описание дается схемой на рис. 5.

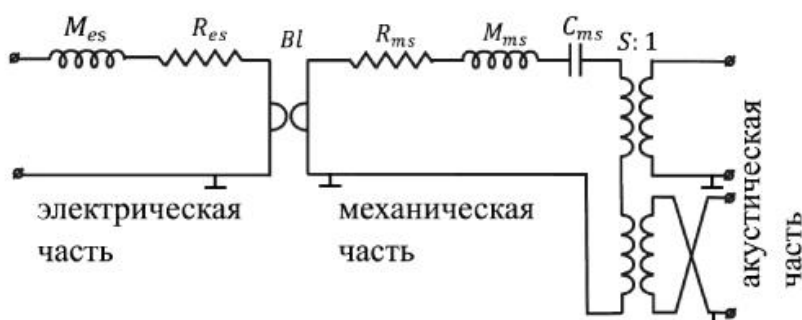


Рис. 5. Эквивалентная схема электродинамической головки громкоговорителя

Представленная схема состоит из трех подсистем: электрической, механической и акустической. Электрическая часть схемы содержит сопротивление R_{es} и индуктивность M_{es} катушки. Через гиратор эта часть схемы соединяется с механической подсистемой. Та, в свою очередь, содержит массу M_{ms} диффузора, механическую податливость подвески диффузора C_{ms} и механические потери R_{ms} . Механическая подсистема связана с акустической подсистемой при помощи сдвоенного трансформатора.

Современное состояние метода. Метод электроакустических аналогий достаточно старый, но он развивается и сегодня. В качестве примеров направлений такого развития назовем а) широкое использование численных вычислений для точного определения номиналов элементов (прежде всего, присоединенных масс) [17], б) включение в схемы новым материалов (таких, как PVDF в [18]), в) применение метода для расчета микромашин MEMS [19].

Список источников

- [1] Olson H.F. Dynamical analogies. New York, D. Van Nostrand, 1943, 196 p.
- [2] Beranek L.L. Acoustics. New York, McGraw-Hill, 1954, 481 p.
- [3] Firestone F.A. The mobility method of computing the vibration of linear mechanical and acoustical systems: mechanical-electrical analogies. J. Appl. Phys, 1938, vol. 9, no. 6, pp. 373–387. <https://doi.org/10.1063/1.1710432>
- [4] Thiele A.N. Loudspeakers in vented boxes: Part I. J. Aud. Eng. Soc., 1971, vol. 19, no. 5, pp. 181–191.
- [5] Thiele A.N. Loudspeakers in vented boxes: Part II. J. Aud. Eng. Soc., 1971, vol. 19, no. 6, pp. 471–483.
- [6] Small R.H. Direct radiator loudspeaker system analysis. IEEE Trans. Audio Electroacoust., 1971, vol. 19, no. 4, pp. 269–281. <https://doi.org/10.1109/TAU.1971.1162200>

- [7] Small R.H. Closed-box loudspeaker systems – Part 1: Analysis. J. Aud. Eng. Soc., 1972, vol. 20, no. 12, pp. 798–808.
- [8] Small R.H. Closed-box loudspeaker systems – Part 2: Synthesis. J. Aud. Eng. Soc., 1973, vol. 21, no. 12, pp. 11–18.
- [9] Small R.H. Vented-box loudspeaker systems – Part 1: Small-signal analysis. J. Aud. Eng. Soc., 1973, vol. 21, no. 6, pp. 363–372.
- [10] Small R.H. Vented-box loudspeaker systems – Part 2: Large-signal analysis. J. Aud. Eng. Soc., 1973, vol. 21, no. 7/8, pp. 438–444.
- [11] Small R.H. Vented-box loudspeaker systems – Part 3: Synthesis. J. Aud. Eng. Soc., 1973, vol. 21, no. 9, pp. 549–554.
- [12] Small R.H. Vented-box loudspeaker systems – Part 4: Appendices. J. Aud. Eng. Soc., 1973, vol. 21, no. 10, pp. 635–639.
- [13] Klippel W., Seidel U. Fast and accurate measurement of linear transducer parameters. 110th AES Convention, 2001, pp. 1–7.
- [14] Фурдудев В.В. *Электроакустика*. Ленинград, ОГИЗ, 1948, 515 с.
- [15] Сапожков М.А. *Электроакустика*. Москва, Связь, 1978, 272 с.
- [16] Pierce A.D. *Acoustics: an introduction to its physical principles and applications*. Springer, 2019, 798 p.
- [17] Gerasimov R. Linear-acoustic effects of asymmetrical undercutting of toneholes of woodwind instruments. Journal of Acoustical Society of America, 2024, vol. 156, no. 4, pp. 2644–2655. <https://doi.org/10.1121/10.0032397>
- [18] Jin J. et al. Analysis and design of active sound absorption muffler based on acoustic electric analogy. Noise Control Engineering Journal, 2025, vol. 73, no. 4, pp. 564–575. <https://doi.org/10.3397/1/377343>
- [19] Liechti R. Equivalent electrical circuits for electroacoustic MEMS design: a review. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2025, vol. 34, art. no. 083004. <https://doi.org/10.1088/1361-6439/ad63b4>

