

УДК 534.2

## Исследование влияния нелинейного режима работы звукопоглощающих конструкций на процесс распространения звука в прямоугольном канале с потоком и использованием полуаналитической модели

*Башкатов Виталий Вадимович<sup>(\*)</sup>*

aeroacoustics@tsagi.ru

*Остриков Николай Николаевич*

nikolay.ostrikov@tsagi.ru

ФАУ «ЦАГИ», Московский комплекс, Москва, Россия

**Аннотация.** В целях оптимизации параметров звукопоглощающих конструкций (ЗПК), устанавливаемых на стенках каналов авиационных двигателей для снижения шума самолета на местности, необходимо иметь робастный метод расчета звукового поля в каналах, позволяющий моделировать сложные физические эффекты, имеющие определяющее значение в описываемых процессах. Одним из таких эффектов является нелинейный режим работы ЗПК, когда импеданс панелей зависит от уровня звукового давления на поверхности облицовки. В настоящий момент не существует опубликованной робастной математической модели, позволяющей описывать процесс распространения звука в каналах с учетом нелинейного эффекта во всем интересующем диапазоне частот. В настоящей работе представлен метод решения задачи о распространении звука в прямоугольном канале с потоком с учетом нелинейного режима работы ЗПК, в основу которого лег полуаналитический подход, в приложении к установкам типа «Интерферометр с потоком», использующимся в задачах оптимизации параметров ЗПК.

**Ключевые слова:** звукопоглощающие конструкции, распространение звука в каналах, нелинейный эффект

## Investigation of the influence of the nonlinear operating mode of acoustic liners on the sound propagation process in a rectangular flow duct using a semi-analytical model

*Bashkatov Vitaliy Vadimovich<sup>(\*)</sup>*

aeroacoustics@tsagi.ru

*Ostrikov Nikolay Nikolaevich*

nikolay.ostrikov@tsagi.ru

FAU TsAGI, Moscow Complex, Moscow, Russia

**Abstract.** In order to optimize the parameters of acoustic liners installed on the walls of aircraft engine ducts in order to reduce aircraft noise on the ground, it is necessary to have a robust method for calculating the sound field in the ducts, allowing to simulate complex physical effects that are crucial in the described processes. One of these effects is the nonlinear operating mode of the acoustic liners, when the impedance of liners depends on the sound pressure level on the surface of the liners. Currently, there is no published robust mathematical model that makes it possible to describe the process of sound propagation in ducts, taking into account the nonlinear effect over the entire frequency range of interest.

This paper presents a method for solving the problem of sound propagation in a rectangular flow duct, taking into account the nonlinear mode of operation of the liners, which is based on a semi-analytical approach, in an application to experimental systems of the type “Interferometer with a flow” used in the optimization of the parameters of the acoustic liners.

**Keywords:** acoustic liners, sound propagation in duct, nonlinear effect of acoustic liners

**Введение.** Вентилятор современного авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (ТРДД) является наиболее интенсивным источником шума воздушного судна. Для снижения шумового воздействия на окружающую среду каналы авиадвигателя облицовываются звукопоглощающими конструкциями (ЗПК).

Уровень звукового давления вблизи вентилятора может достигать 160 дБ на максимальных режимах работы. В этих условиях ЗПК работают на нелинейном режиме, который проявляется в зависимости импеданса от уровня звукового давления. Данный эффект возникает на высоких уровнях звукового давления, при которых внутри отверстий перфорированных листов сотовых ЗПК реализуется достаточно высокая скорость колебательного движения среды, в результате чего из-за условий прилипания на стенках имеет место рождение интенсивной завихренности, которая отрывается на острых краях отверстий и вбрасывается как внутрь ячеек ЗПК, так и внутрь потока. При этом чем выше уровень звукового давления, тем более интенсивные рождаются вихри. Это существенно нелинейный процесс, имеющий свою собственную динамику и влияющий на динамику всего потока в пограничных слоях. Именно данный процесс и обуславливают зависимость импеданса сотовых ЗПК не только от уровня звукового давления, но и от спектрального состава звука на лицевой поверхности ЗПК. Однако к настоящему моменту времени в алгоритмах оптимизации параметров ЗПК на максимальное снижение шума самолета на местности не учитывается влияние нелинейного режима работы ЗПК на процесс распространения звука в канале, так как отсутствует робастная математическая модель распространения звука, учитывающая нелинейный эффект. Одной из основных задач является проблема учета нелинейного режима работы ЗПК на алгоритмы извлечения импеданса ЗПК на экспериментальных установках типа «Интерферометр с потоком», представляющих собой прямоугольный канал с измерительной системой, пример принципиальной схемы которой представлен на рис. 1.

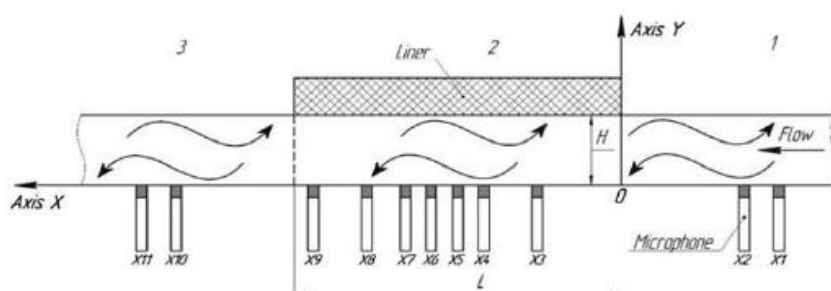


Рис. 1. Пример схемы установки типа «Интерферометр с потоком»

В настоящей работе представлен метод решения задачи о распространении произвольных звуковых мод в прямоугольном канале с однородным потоком при наличии нелинейного эффекта зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления с использованием итерационного алгоритма [1] и полуаналитический метод решения задачи о распространении звуковых мод в прямоугольном канале с неоднородным вдоль оси канала импедансом стенок при наличии потока [2, 3], в основу которого лег аналитический метод поперечных сечений [4].

**Методы исследования.** Представленный в настоящей работе подход к решению задачи о распространении произвольных звуковых мод в прямоугольном канале с однородным потоком при наличии нелинейного эффекта зависимости импеданса стенок от уровня звукового давления основан на использовании итерационного алгоритма, разработанного ранее в работе [1] для решения задачи о распространении звука в цилиндрическом канале с потоком с учетом нелинейного эффекта, и полуаналитического подхода к решению задачи о распространении звуковых мод в канале с неоднородным вдоль оси канала импедансом стенок при наличии потока [2, 3]. Полуаналитический подход основан на методе поперечных сечений [4], получившем свое развитие в области волноводной электродинамики. В основе данного метода лежит представление поля в любом сечении нерегулярного участка в виде бесконечной суперпозиции собственных решений так называемого волновода сравнения — регулярного волновода с теми же параметрами, что и рассматриваемое сечение. Таким образом, коэффициенты этого разложения как функции продольной координаты являются решением бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Адаптация метода поперечных сечений с учетом специфики собственных решений в прямоугольном акустическом волноводе с потоком позволила свести задачу к решению системы линейных алгебраических уравнений, результатом чего является получение амплитуд распространяющихся звуковых мод в любом сечении канала с удовлетворительной с точки зрения практического использования данного метода точностью.

Для описания зависимости импеданса стенки от уровня звукового давления был рассмотрен случай двухслойных сотовых ЗПК на основе полуэмпирической модели А.Ф. Соболева для импеданса однослойных сотовых ЗПК [5], а импеданс двухслойной конструкции рассчитывался с учетом различия звуковых давлений на перфорированных листах первого и второго слоев.

**Результаты.** Рассматривается задача о распространении звука в прямоугольном канале со сторонами  $a$  и  $b$  при наличии однородного потока с числом Маха  $M < 1$  и адмиттансом стенок канала  $\beta(L)$ , зависящим от локального уровня звукового давления  $L$  (рис. 2).

Для нахождения звукового поля  $\tilde{p}(x, y, z, t)$  в канале решается конвективное уравнение Гельмгольца с граничным условием Ингарда — Майерса [6], принимающие в такой постановке следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}(x, y, z, t) &= p(x, y, z) e^{-i\omega t}, \\
 \Delta p + \left( k + iM \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 p &= 0, \\
 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0, \\
 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=a} &= \left( ik\beta(L) \left( 1 + i \frac{M}{k} \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - 2M \frac{\partial \beta(L)}{\partial z} \left( 1 + i \frac{M}{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) - i \frac{M^2}{k} \frac{\partial^2 \beta(L)}{\partial z^2} \right) p \Big|_{x=a}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Итерационный алгоритм решения описанной выше нелинейной задачи строится следующим образом. В начальном сечении канала  $z = 0$  устанавливается уровень звукового давления  $L_0$ . При учете этого уровня звукового давления в канале рассчитывается поле звукового давления запускаемой моды при учете постоянного вдоль оси канала адмиттанса  $\beta_0(L_0)$ :

$$\begin{aligned}
 p(x, y, z) &= A_0 \cos\left(\pi n_y \frac{y}{b}\right) \cos\left(\eta_i \frac{x}{a}\right) e^{ik_{z\pm}^i z}; \\
 k_{z\pm}^i &= \frac{-Mk \pm \sqrt{k^2 - (1 - M^2) \left( \left( \frac{\pi n_y}{b} \right)^2 + \left( \frac{\eta_i}{a} \right)^2 \right)}}{1 - M^2},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $\eta_i$  — корень характеристического уравнения, имеющего в общем случае следующий вид:

$$\eta_i \operatorname{tg}(\eta_i) = ika\beta \left( 1 - M \frac{k_{z\pm}^i}{k} \right)^2 - 2Ma \frac{\partial \beta}{\partial z} \left( 1 - M \frac{k_{z\pm}^i}{k} \right) - i \frac{aM^2}{k} \frac{\partial^2 \beta}{\partial z^2}. \tag{1}$$

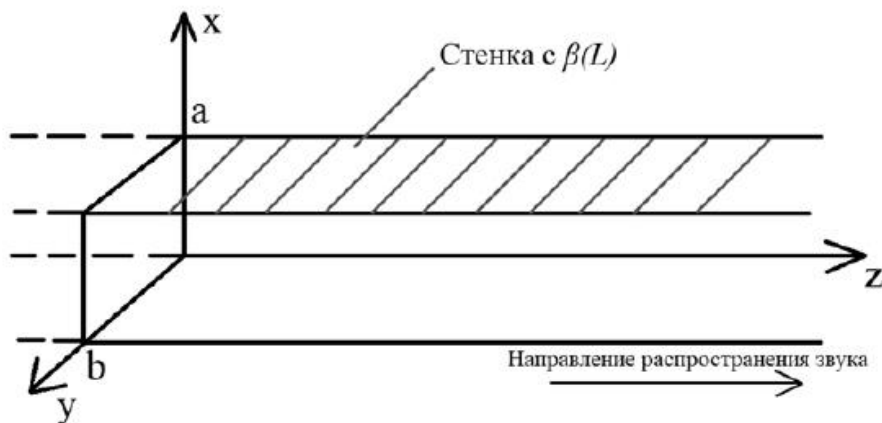
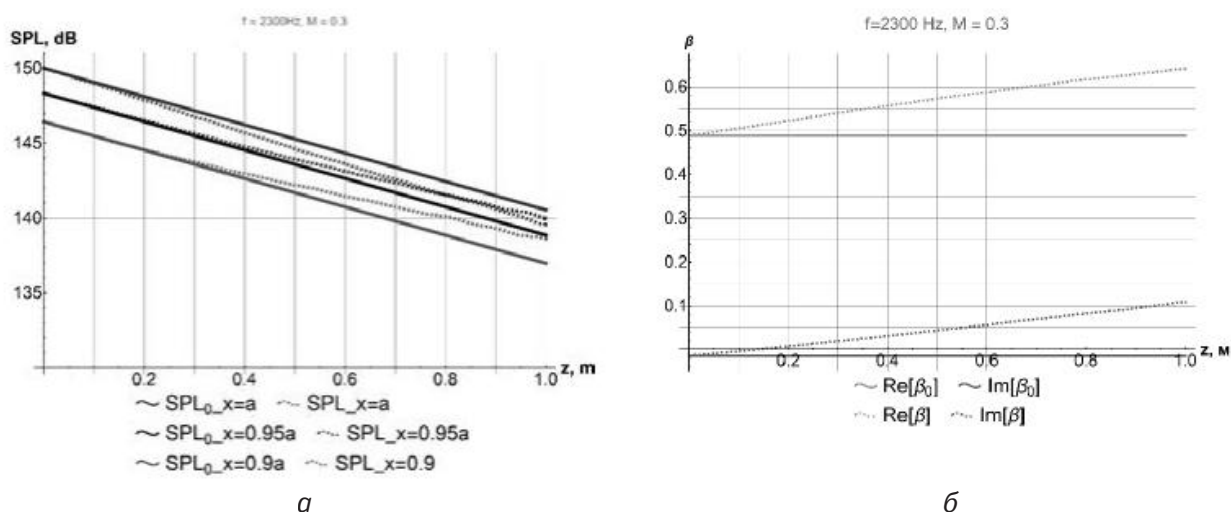


Рис. 2. Схема прямоугольного канала с потоком с импедансной стенкой

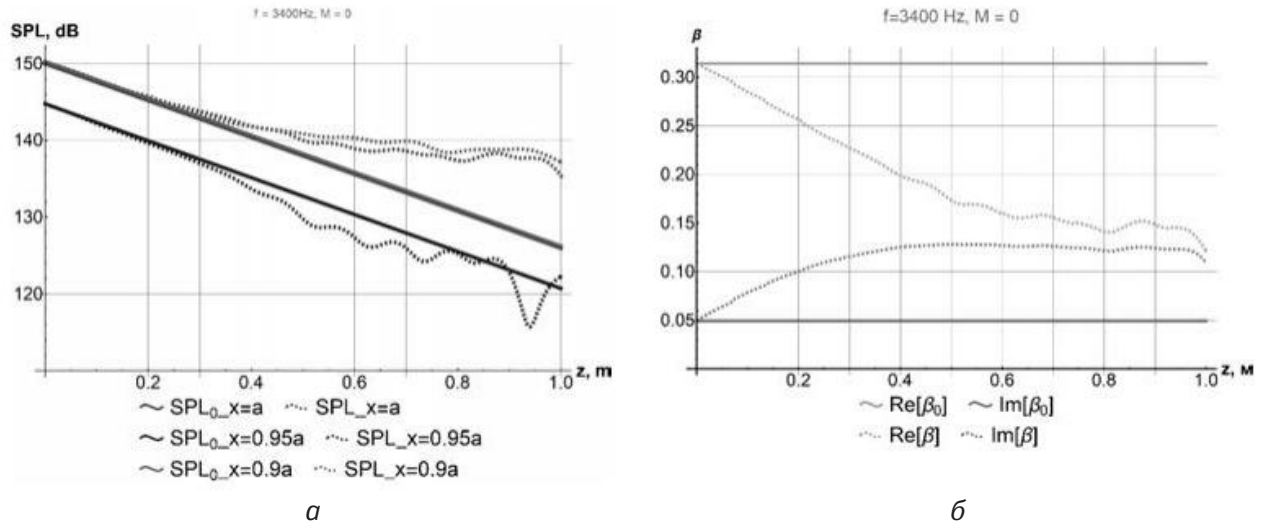
Из (2) определяется уровень звукового давления на первой итерации  $L_1(z)$ , который далее используется для расчета адмиттанса на первой итерации  $\beta_1(L_1(z))$ . На дальнейших итерациях звуковое поле с учетом неоднородного вдоль оси канала адмиттанса определяется с использованием полуаналитического подхода и используется для расчета изменения адмиттанса. Таким образом процедура продолжается до тех пор, пока не будет достигнута сходимость по адмиттансу на всем рассматриваемом участке канала с заданной точностью.

На рис. 3 представлено сравнение решения, полученного с использованием описанной процедуры, учитывающей нелинейный эффект, с линейным решением при постоянном адмиттансе стенки канала при распространении в канале с  $a = b = 0,5$  м по потоку первой звуковой моды при частоте  $f = 2300$  Гц и числе Маха потока в канале  $M = 0,3$  с уровнем звукового давления в стартовом сечении 150 дБ: зависимость от продольной координаты уровня звукового давления при различных значениях расстояния от стенки (рис. 3, а) и адмиттанса стенки (рис. 3, б), сплошные кривые — линейное решение, штриховые кривые — решение с учетом нелинейного режима.



**Рис. 3.** Зависимость уровня звукового давления при различных значениях расстояния от стенки (а) и адмиттанса стенки (б) от продольной координаты при распространении в канале по потоку первой звуковой моды при частоте  $f = 2300$  Гц и числе Маха потока в канале  $M = 0,3$

На рис. 4 представлено сравнение решения, полученного с использованием описанной процедуры, учитывающей нелинейный эффект, с линейным решением при постоянном адмиттансе стенки канала при распространении в канале с  $a = b = 0,5$  м первой звуковой моды при частоте  $f = 3400$  Гц и при условии отсутствия потока в канале с уровнем звукового давления в стартовом сечении 150 дБ: зависимость от продольной координаты уровня звукового давления при различных значениях расстояния от стенки (рис. 4, а) и адмиттанса стенки (рис. 4, б), сплошные кривые — линейное решение, штриховые кривые — решение с учетом нелинейного режима.



**Рис. 4.** Зависимость уровня звукового давления при различных значениях расстояния от стенки (а) и адмиттанса стенки (б) от продольной координаты при распространении в канале по потоку первой звуковой моды при частоте  $f = 3400$  Гц и отсутствии потока в канале

**Обсуждение.** Представленный в настоящей работе метод решения нелинейной задачи о распространении звуковых мод в прямоугольном канале с потоком с учетом нелинейного эффекта, заключающегося в зависимости адмиттанса стенок канала от уровня звукового давления, обладает рядом преимуществ по сравнению с иными расчетными методами. Помимо учета нелинейного эффекта, благодаря использованию полуаналитического метода решения задачи о распространении звука в канале с неоднородным импедансом стенок, описание звукового поля происходит исключительно в терминах звуковых мод, что позволяет путем анализа поведения амплитуд и волновых чисел по мере распространения звука по каналу оптимизировать параметры звукопоглощающих конструкций. В случае же использования численного метода в качестве модели распространения итоговые результаты расчетов требуют дополнительной постобработки звукового поля, в частности — разложения на звуковые моды в областях неоднородности, что дополнительно осложняет и так комплексные и ресурсоемкие алгоритмы расчетов. Помимо этого, использование полуаналитической модели существенно сокращает время проведения расчетов и понижает требования к вычислительным мощностям, необходимым для проведения расчетов.

Степень влияния нелинейного эффекта на процесс затухания отдельных звуковых мод по мере распространения звука по каналу, облицованному работающими на нелинейном режиме ЗПК, зависит от многих параметров и сильно варьируется от случая к случаю. В частности, в представленных в настоящей работе примерах учет нелинейного режима приводил к уменьшению затухания отдельных звуковых мод на более чем 10 дБ на метр при значении параметров, близких к реализуемым в каналах натуральных авиадвигателей, что обосновывает важность его учета при проведении соответствующих расчетных исследований.

**Закключение.** Таким образом, в настоящей работе на основе полуаналитического подхода к решению задачи о распространении звука в канале с неоднородным импедансом стенок при наличии потока в рамках сформулированной в предыдущих работах итерационной процедуры разработан метод решения нелинейной задачи о распространении звука в канале при условии нелинейной зависимости импеданса облицовки стенки канала от уровня звукового давления, который может быть использован во всем интересующем диапазоне частот.

#### Список источников

- [1] Bashkatov V.V., Ostrikov N.N. Influence of the Nonlinear Operating Mode of Acoustic Liners at High Sound Pressure Levels on Sound Wave Propagation in a Cylindrical Duct with a Flow. *Acoust. Phys.*, 2024, vol. 70, pp. 9–20. <https://doi.org/10.1134/S1063771023600481>
- [2] Башкатов В.В., Остриков Н.Н. Развитие метода поперечных сечений для решения задачи о распространении звука в цилиндрическом канале с неоднородным импедансом стенок при отсутствии потока. *67-я Всерос. науч. конф. МФТИ: тр.* Москва, МФТИ, 2025, с. 336–338.
- [3] Башкатов В.В., Остриков Н.Н. Развитие метода поперечных сечений для решения задачи о распространении звука в цилиндрическом канале с неоднородным импедансом стенок при наличии потока. *Акустика среды обитания. X Всерос. конф. молодых ученых и специалистов: матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025, с. 61–67.
- [4] Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. Москва, Изд-во АН СССР, 1961, 215 с.
- [5] Соболев А.Ф. Полуэмпирическая теория однослойных сотовых звукопоглощающих конструкций с лицевой перфорированной панелью. *Акустический журнал*, 2007, т. 53, № 6, с. 861–872.
- [6] Myers M.K. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *J. Sound Vib.*, 1980, vol. 71, pp. 429–434. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(80\)90424-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(80)90424-1)