

УДК 534.231

Распределение звукового давления в цилиндрической оболочке с горизонтальной перегородкой (полом) при воздействии внешнего акустического источника

Чеботарев Александр Сергеевич^{1, 2(*)}

sasha.chebotarev03@yandex.ru

Голубев Алексей Юрьевич¹

alexeygolubev@yandex.ru

SPIN-код: 9365-3562

¹ ФАУ «ЦАГИ», Московский комплекс, Москва, Россия

² МФТИ (НИУ), Долгопрудный, Московская обл., Россия

Аннотация. Представлен полуаналитический метод расчета распределения уровней звукового давления в верхней части круговой цилиндрической оболочки, имитирующей фюзеляж самолета. Метод учитывает наличие внутренних конструктивных элементов: пола, силового набора (стрингеров и шпангоутов), вертикальных ребер жесткости, а также упругость воздуха во внутреннем объеме. Подход основан на разложении полей перемещений конструкции и акустического давления по системе базисных функций, что позволяет существенно снизить вычислительные затраты по сравнению с прямыми численными методами. Выведены аналитические выражения для импедансов (добавочных жесткостей) всех учитываемых подсистем. Выполнены расчеты спектров виброперемещений, интенсивности прошедшей звуковой волны и распределения шума внутри усеченного цилиндрического объема при нормальном падении звуковой волны. Показано, что доминирующим путем прохождения энергии является излучение через верхнюю часть оболочки.

Ключевые слова: звукоизоляция, распределение шума, интенсивность, оболочка с полом, базисные функции

Distribution of sound pressure in a cylindrical shell with a floor when exposed to an external acoustic source

Chebotarev Alexander Sergeevich^{1, 2(*)}

sasha.chebotarev03@yandex.ru

Golubev Alexey Yuryevich¹

alexeygolubev@yandex.ru

SPIN code: 9365-3562

¹ FAU TsAGI, Moscow Complex, Moscow, Russia

² MIPT MIPT (NRU), Dolgoprudny, Russia, Dolgoprudny, Moscow region, Russia

Abstract. A semi-analytical method for calculating the distribution of sound pressure levels in the upper part of a circular cylindrical shell simulating the fuselage of an aircraft is presented. The method takes into account the presence of internal structural elements: a floor, a power set (stringers and frames), vertical stiffeners, as well as the elasticity of air in the internal volume. The approach is based on the decomposition of the displacement fields of the structure and acoustic pressure according to a system of basic functions, which significantly reduces computational costs compared with direct numerical methods. Analytical

expressions for the impedances (additional stiffness) of all considered subsystems are derived. The vibration displacement spectra, the intensity of the transmitted sound wave, and the noise distribution inside a truncated cylindrical volume are calculated at a normal sound wave incidence. It is shown that the dominant path of energy transmission is radiation through the upper part of the shell.

Keywords: sound insulation, noise distribution, intensity, shell with floor, basic functions

Введение. Возникновение шумовых полей в салоне воздушного судна связано прежде всего с колебаниями оболочки фюзеляжа, которые возбуждаются под воздействием внешних усилий, меняющихся во времени. Такими усилиями являются пульсации давления в пристеночном турбулентном пограничном слое или пульсации давления от акустического поля струй силовой установки. Фюзеляж в общем виде представляет собой тонкую подкрепленную оболочку, разделенную внутри перегородкой (полом) и содержащую силовой набор (стрингеры и шпангоуты). Вопросы акустического излучения, порожденного колебаниями оболочек с силовым набором, рассмотрены в работах [4, 5]. Одним из оптимальных полуаналитических методов прогнозирования шума в салоне является подход, согласно которому на основании уравнений движения оболочки определяются ее колебания под воздействием внешней нагрузки и выполняется расчет акустического излучения во внутренний объем. Наличие пола разделяет внутреннее пространство, меняет его объем, и распределение звуковой энергии происходит не в полном, а в усеченном цилиндрическом объеме. Это может привести к существенному перераспределению уровней звукового давления по сравнению с цилиндрической оболочкой без пола.

Целью данной работы является расчет распределения звукового давления в верхней (пассажирской) части цилиндрической оболочки с полом, учитывающего влияние основных конструктивных элементов фюзеляжа.

Методы и материалы. В качестве расчетной модели рассматривается тонкая упругая круговая цилиндрическая оболочка радиусом R , длиной l_1 и толщиной h , выполненная из дюралюминия. Внутри оболочки расположен пол — пластина длиной l_1 и шириной, определяемой углом раскрытия. Оболочка считается свободно опертой по торцам. Колебания системы возбуждаются нормально падающей плоской звуковой волной, создающей равномерно распределенное давление q на поверхности оболочки. Колебания оболочки описываются на основе теории Кирхгофа — Лява в форме В.З. Власова (1). Система уравнений относительно нормального перемещения w и функции усилий χ имеет вид [1, 2]:

$$\begin{cases} D(1 + i\eta)\Delta^2 w + \Delta_k \chi + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q; \\ \frac{1}{E(1+i\eta)h}\Delta^2 \chi - \Delta_k w = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где D — цилиндрическая жесткость оболочки, η — коэффициент потерь материала оболочки, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$, $\Delta_k = \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}$ — дифференциальные операторы, w — нормальное смещение оболочки, ρ — плотность материала оболочки, h — толщина оболочки, t — время, q — сила, которая в данном случае описывает некоторое внешнее воздействие, оказываемое на оболочку, χ — функция усилий, описывающая напряженное состояние в оболочке, E — модуль Юнга материала оболочки.

Ключевым моментом метода является разложение перемещений и нагрузок в двойные ряды Фурье по базисным функциям, удовлетворяющим граничным условиям свободного опирания:

$$w = \sum_m \sum_n W_{mn} \sin(k_m x_1) \cos(k_n x_2) = \sum_m \sum_n W_{mn} \sin(k_m x_1) \cos(n\varphi), \quad (2)$$

где $k_m = \frac{m\pi}{l_1}$, $k_n = \frac{n\pi}{R}$, $m = 1, 2, \dots$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Аналогичные разложения используются для функции усилий и внешнего давления. Подстановка разложений (2) в (1) и использование свойства ортогональности позволяет получить выражение для обобщенной координаты W_{mn} :

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(D(k_m^2 + k_n^2)^2 + \frac{Eh}{R^2} * \frac{k_m^4}{(k_m^2 + k_n^2)^2} \right) (1 + i\eta) - \rho h \omega^2 \right] W_{mn} B_{mn} = \\ = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Q_{mn} B_{mn} \end{aligned}$$

или

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Z_{mn} W_{mn} B_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Q_{mn} B_{mn}. \quad (3)$$

Здесь Q_{mn} — обобщенная сила, а Z_{mn} — импеданс (жесткость) изолированной оболочки.

Наличие пола, силового набора и акустического объема учитывается аддитивно, путем введения дополнительных членов в выражение (3) в виде полного импеданса системы

$$Z_{mn}^{total} = Z_{mn}^{shell} + Z_{mn}^{floor} + Z_{mn}^{fr} + Z_{mn}^{st} + Z_{mn}^a + Z_{mn}^{rib} \quad (4)$$

Пол рассматривается как отдельная пластина, шарнирно опертая по краям (линиям контакта с оболочкой). Его колебания раскладываются по базисным функциям:

$$w^f = \sum_m \sum_n W_{mn}^f \sin(k_m^f x_1^f) \cos(k_n^f x_2^f),$$

где $k_m^f = k_m = \frac{m\pi}{l_1}$, $k_n^f = \frac{n\pi}{l_2^f}$, $m = 1, 2, \dots$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $l_2^f = 2R \sin \alpha$

Импеданс пола для (m, n) -й формы колебаний определяется выражением:

$$Z_{mn}^f = D^f (k_m^2 + k_n^{f2})^2 (1 + i\eta^f) - \rho^f h^f \omega^2.$$

Условие совместности перемещений оболочки и пола на линиях контакта позволяет выразить силы взаимодействия. Дополнительный импеданс, вносимый полом, представляет собой сумму вкладов от двух линий контакта

$$Z_{1mnm'n'}^{floor} = Z_{mn}^f \cos(n\varphi_1) \cos(n'\varphi_1) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad (5)$$

$$Z_{2mnm'n'}^{floor} = Z_{mn}^f \cos(n\varphi_2) \cos(n'\varphi_2) (-1)^{n+n'} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (6)$$

Звуковое давление в замкнутом объеме создает распределенную нагрузку на стенки. Звуковое давление представляется в виде разложения по акустическим модам объема [3]:

$$p = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{mn} \sin(k_m x_1) \cos(n\varphi) J_n(\mu_m R). \quad (7)$$

Используя условие неотрывности потока на границе «оболочка — воздух» и ортогональность мод, можно получить импеданс акустической среды:

$$Z_{mn}^{air} = -\rho\omega^2 * \frac{J_n(\mu_m R)}{\mu_m J_n'(\mu_m R)}, \quad (8)$$

Где J_n — функция Бесселя; J_n' — ее производная.

Для стрингеров (продольные ребра) и шпангоутов (поперечные кольца), расположенных дискретно, импеданс вычисляется аналогично, но с суммированием по всем элементам. В настоящей работе предполагается, что жесткость шпангоута существенно выше жесткости, обусловленной его кривизной, поэтому может быть использовано уравнение изгибных колебаний прямолинейного стержня. базового варианта конструкции. Тогда дополнительная жесткость (9), обусловленная наличием силового набора, определяется выражением

$$Z_{mnm'n'}^{frst} = Z_{mn}^{fr} \sum_{fr} \sin(k_m x_{1fr}) \sin(k_{m'} x_{1fr}) + \\ + Z_{mn}^{st} \sum_{st} \sin(k_n x_{2st}) \sin(k_{n'} x_{2st}) \quad (9)$$

Вертикальные ребра, связывающие пол и оболочку, моделируются как абсолютно жесткие связи. В этом случае их импеданс определяется условием кинематической связи. Для двух вертикальных ребер, расположенных под углами β_1 и β_2 , дополнительный импеданс соответственно имеет вид:

$$Z_{3mnm'n'}^{rib} = Z_{mnm'n'}^f \cos(n\varphi_3) \cos(n'\varphi_3) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right); \quad (10)$$

$$Z_{4mnm'n'}^{rib} = Z_{mnm'n'}^f \cos(n\varphi_4) \cos(n'\varphi_4) \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (11)$$

Звуковое давление представляется в виде разложения по акустическим модам (7), удовлетворяющими уравнению Гельмгольца, но не удовлетворяющими автоматически граничным условиям. Поэтому используется метод граничной коллокации: граничные условия выполняются в ограниченном ко-

личестве точек на стыке внутреннего акустического объема с оболочкой и полом. Это позволяет определить связь между коэффициентами разложений колебаний и коэффициентами звукового давления.

Распределение звукового давления по объему может быть определено с помощью соотношения

$$L_p = 10 \lg \left(\frac{p^2(x_1, \varphi, r)}{p_0^2} \right),$$

где $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па — пороговое значение уровня звукового давления.

Среднеквадратичный уровень звукового давления по объему определяется выражением

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{\sum |p(x_1, \varphi, r)|^2 \Delta V}{V}},$$

где ΔV — воздушный объем, соответствующий точке (x_1, φ, r) ; V — воздушный объем внутри оболочки.

Результаты. Расчеты проводились для базового варианта конструкции со следующими параметрами: длина оболочки $l_1 = 10$ м, радиус $R = 1$ м, толщина $h = 2$ мм (оболочка и пол), материал — дюралюминий ($E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho = 2700$ кг/м³, $\nu = 0,3$, $\eta = 0,01$). Частотный анализ выполнен в полосах частот от 50 до 2000 Гц. Установлено, что для сходимости решения в среднечастотном диапазоне достаточно использовать 30 базисных функций в продольном направлении ($M = 30$) и 40 базисных функций в окружном направлении ($N = 40$). Уровень звукового давления снаружи 92 дБ во всем частотном диапазоне.

На рис. 1 представлено сравнение уровней звукового давления в зависимости от геометрических параметров. Максимум звукоизоляции (разность уровней) наблюдается в области низких частот. На частоте около 800 Гц для базового варианта конструкции наблюдается локальный максимум шума, что соответствует частоте кольца, для которой характерно снижение звукоизолирующей способности цилиндрических оболочек.

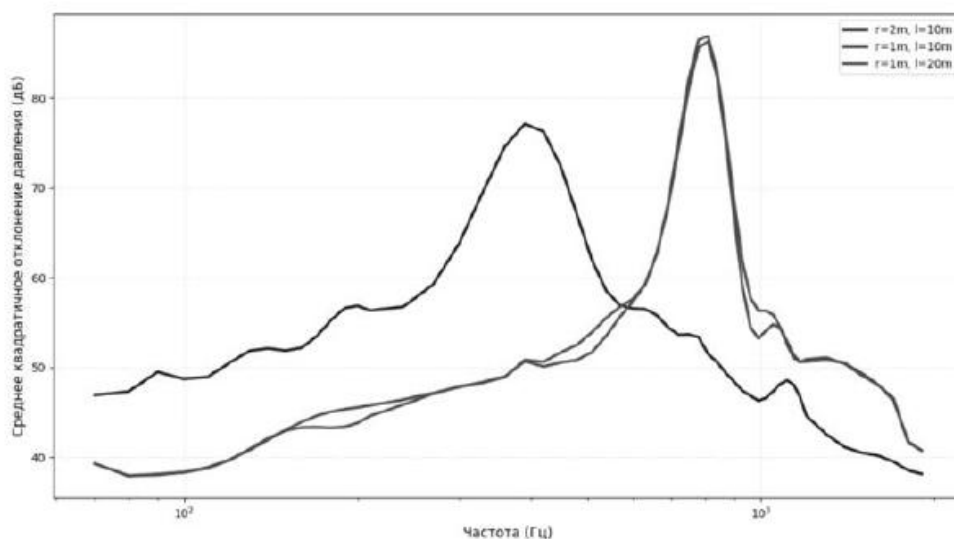


Рис. 1. Влияние радиуса и длины оболочки на уровень звукового давления внутри

Увеличение радиуса оболочки приводит к смещению частотного максимума в низкочастотную область. Это связано с обратной пропорциональностью частоты кольца радиусу оболочки. Для радиуса 2 м, характерного для магистральных пассажирских самолетов, максимум смещается в область 400–500 Гц. Изменение длины оболочки в исследованном диапазоне (от 5 до 20 м) не оказывает существенного влияния на уровни звукового давления, что объясняется слабой зависимостью импеданса оболочки от продольного волнового числа на рассматриваемых частотах.

Анализ пространственного распределения звукового давления в поперечном сечении ($x_1 = 5$ м) на различных частотах (рис. 2, 3) выявил следующие закономерности. На низкой частоте (100 Гц, рис. 3) поле относительно однородно, с максимумом в центре объема. Пространственное распределение повторяет форму первой акустической моды усеченного цилиндрического объема. Вблизи частоты кольца (800 Гц, рис. 3) наблюдается локализация повышенного давления в области, непосредственно примыкающей к вибрирующей оболочке. Это связано с тем, что на этой частоте длина изгибной волны в оболочке совпадает с длиной акустической волны в воздухе, что приводит к эффективному излучению. На высоких частотах (1600 Гц, рис. 3) поле становится все более диффузным, хотя и сохраняет пространственную неравномерность с локальными максимумами вблизи излучающей поверхности.

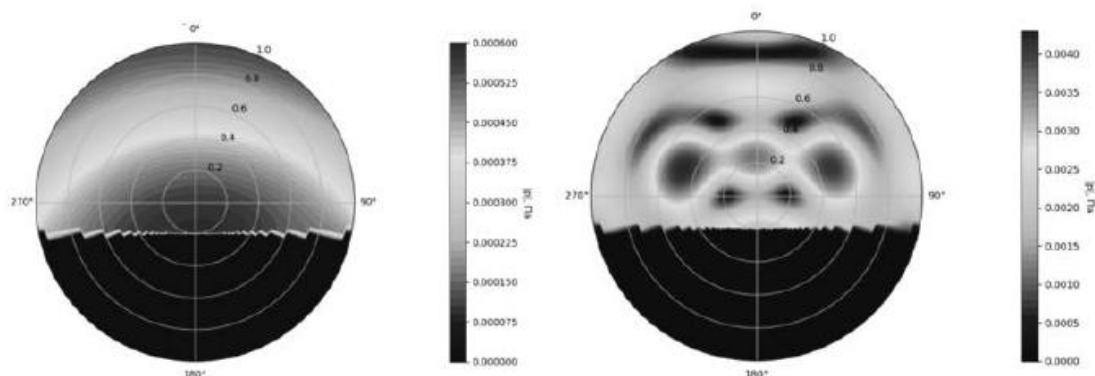


Рис. 2. Распределение звукового давления (Па) в поперечном сечении на частоте 100 Гц (а) и 400 Гц (б)

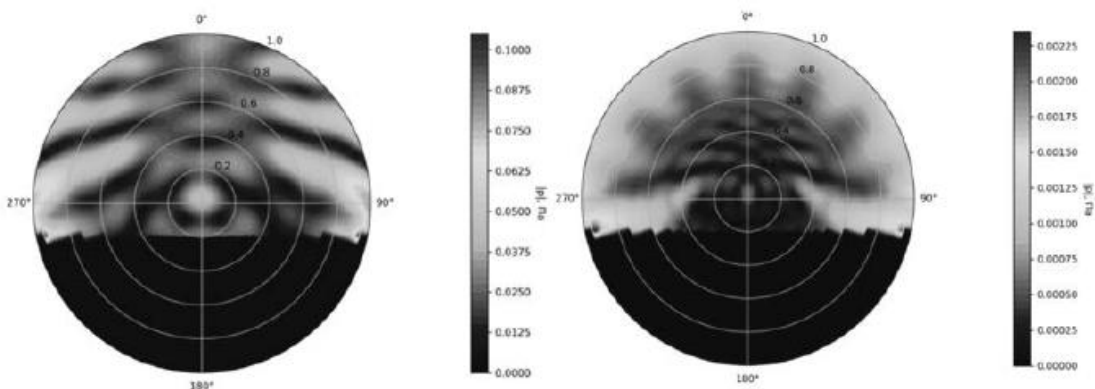


Рис. 3. Распределение звукового давления (Па) в поперечном сечении на частоте 800 Гц (а) и 1600 Гц (б)

Закключение. В ходе работы разработан полуаналитический метод расчета распределения уровней шума в верхней части круговой цилиндрической оболочки, оснащенной полом, силовым набором и вертикальными ребрами жесткости. Получены замкнутые аналитические выражения для импедансов всех основных подсистем: пола (5), (6), акустического объема (8), стрингеров и шпангоутов (9), ребер жесткости (10), (11). Выявлены основные закономерности формирования акустического поля: наличие резонансного пика на частоте кольца, положение которого обратно пропорционально радиусу оболочки; локализация поля вблизи оболочки в этой частотной области; слабая зависимость уровней от длины оболочки.

Список источников

- [1] Болотин В.В., Вольмир А.С., Диментберг М.Ф. и др. *Прочность, устойчивость, колебания*. Т. 3. Москва, Машиностроение, 1968, 368 с.
- [2] Артоболевский И.И., Боголюбов А.Н., Болотин В.В. и др. *Вибрации в технике*. Т. 1. Москва, Машиностроение, 1978, 352 с.
- [3] Мунин А.Г., Ефимцов Б.М., Кудисова Л.Я. и др. *Авиационная акустика*. Ч. 2. *Шум в салонах пассажирских самолетов*. Москва, Машиностроение, 1986, 261 с.
- [4] Ефимцов Б.М., Лазарев Л.А. Аналитическая модель для расчета акустического поля в салоне самолета, учитывающая дискретность стрингерного набора фюзеляжа. *Труды ЦАГИ*, 2009, вып. 2681, с. 82–93.
- [5] Ефимцов Б.М., Лазарев Л.А. Расчет колебаний шпангоутов в подкрепленной оболочке, моделирующей фюзеляж самолета. *Акуст. журн.*, 2014, т. 60, № 5, с. 518–525.