

УДК 004.942

## Применение сеточно-характеристического метода в задачах архитектурной акустики

*Шумарин Валерий Дмитриевич*

shumarin.vd@phystech.edu

*Хохлов Николай Игоревич<sup>(\*)</sup>*

khokhlov.ni@mipt.ru

МФТИ (НИУ), Долгопрудный, Московская обл., Россия

**Аннотация.** Рассмотрено применение сеточно-характеристического метода к задачам архитектурной акустики, связанным с численным моделированием распространения звука в помещениях во временной области. Представлена постановка задачи на основе линейной системы уравнений акустики в однородной среде. Описаны варианты задания источника и реализованные граничные условия, включая прозрачные, полностью отражающие и импедансные. Показаны результаты численных и натурных экспериментов по распространению акустического сигнала, рассеянию и отражению от жесткой поверхности. Показано согласование расчетных и экспериментальных данных по временам прихода, форме сигналов и характеру изменения амплитуды, что подтверждает применимость метода для задач архитектурной акустики. Предложенный метод вычислительно малозатратный по сравнению с другими методами, что позволяет проводить расчеты в полномасштабных постановках в пределах помещения.

**Ключевые слова:** архитектурная акустика, сеточно-характеристический метод, распространение звука, граничные условия, численное моделирование, натурный эксперимент

## Application of the grid-characteristic method to problems of architectural acoustics

*Shumarin Valeriy Dmitrievich*

shumarin.vd@phystech.edu

*Khokhlov Nikolay Igorevich<sup>(\*)</sup>*

khokhlov.ni@mipt.ru

MIPT MIPT (NRU), Dolgoprudny, Russia, Dolgoprudny, Moscow region, Russia

**Abstract.** The application of the grid-characteristic method to problems of architectural acoustics related to time-domain numerical simulation of sound propagation in rooms is considered. A problem formulation based on the linear system of acoustic equations in a homogeneous medium is presented. The source implementation options and the applied boundary conditions, including transparent, fully reflecting, and impedance ones, are described. The results of numerical and full-scale experiments on acoustic signal propagation, scattering, and reflection from a rigid surface are presented. Agreement between the numerical and experimental data in terms of arrival times, signal shape, and amplitude variation is shown, which confirms the applicability of the method to problems of architectural acoustics. The proposed method is computationally inexpensive in comparison with other methods, which makes it possible to perform full-scale simulations within a room.

**Keywords:** architectural acoustics, grid-characteristic method, sound propagation, boundary conditions, numerical simulation, full-scale experiment

**Введение.** В задачах архитектурной акустики актуальным является численное моделирование распространения звуковых волн в замкнутых объемах, учитывающее отражение от ограждающих конструкций, поглощение энергии и сохранение временной структуры акустического сигнала. Для корректного воспроизведения нестационарных волновых процессов во временной области применяются различные вычислительные подходы, многие из которых требуют использования мелкозернистых расчетных сеток, что влечет за собой существенные вычислительные затраты [1–3]. Данная проблема особенно актуальна при переходе от идеализированных тестовых конфигураций к моделированию реальных помещений [4].

В настоящей работе исследуется возможность применения сеточно-характеристического метода (СХМ) для решения задач архитектурной акустики. Выбор данного подхода обусловлен его естественной согласованностью с гиперболической природой линейных уравнений акустики, а также возможностью удобной постановки физически обоснованных граничных условий [5–7]. Целью работы является разработка и верификация вычислительного алгоритма, обеспечивающего корректное воспроизведение ключевых волновых эффектов.

Научная новизна работы заключается в адаптации сеточно-характеристического подхода к задачам архитектурной акустики с акцентом на сохранение временной формы сигнала и сопоставление результатов численного моделирования не только с теоретическими оценками, но и с натурными измерениями. Практическая значимость работы определяется возможностью применения вычислительно относительно экономичного метода для моделирования акустических процессов в помещениях.

**Методы и материалы.** В качестве математической модели используется линейная система уравнений акустики для однородной среды [3, 8]. Рассматриваются малые возмущения давления и скорости, распространяющиеся на фоне покоящейся среды. Данная постановка является стандартной для описания звуковых волн умеренной амплитуды и позволяет анализировать распространение сигнала, времена прихода волн и изменение амплитуды без учета нелинейных эффектов.

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c^2 \nabla \bar{u} = Q(\bar{x}, t); \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = F_x(\bar{x}, t); \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = F_y(\bar{x}, t); \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = F_z(\bar{x}, t). \end{cases}$$

Здесь  $p$  — акустическое давление,  $\bar{u} = (u_x, u_y, u_z)$  — вектор скорости частиц среды,  $\rho_0$  — невозмущенная плотность среды,  $c$  — скорость звука,  $Q(\bar{x}, t)$  —

источник сжатия,  $F_x(\bar{x}, t), F_y(\bar{x}, t), F_z(\bar{x}, t)$  — компоненты силового источника,  $\bar{x}$  — радиус-вектор точки среды,  $t$  — время.

Численное решение строится на основе сеточно-характеристического метода [5, 6]. Подход базируется на переходе к характеристическим переменным и переносе инвариантов Римана вдоль характеристических направлений. В многомерном случае применяется покоординатное расщепление, что позволило свести уравнение в частных производных к ОДУ.

В вычислительном комплексе реализованы три типа граничных условий: прозрачные (неотражающие), полностью отражающие и импедансные [2, 7, 9]. Прозрачные границы применяются в тестах на свободное распространение сигнала и позволяют минимизировать паразитные отражения от границ расчетной области. Полностью отражающие границы используются для моделирования взаимодействия волны с жесткой поверхностью. Импедансные условия предназначены для последующего перехода к более реалистичному описанию стен и отделочных материалов помещений.

В работе рассматривается трехмерная постановка распространения акустического возмущения в однородной покоящейся среде. Источник и приемник в расчете задаются точечными объектами, соответствующими положению динамика и микрофона в натурном эксперименте; их размеры считаются малыми по сравнению с характерным размером расчетной области. Верификация включает три базовые акустические ситуации: свободное распространение сигнала, убывание амплитуды при удалении от источника и отражение от жесткой поверхности. Эти постановки рассматриваются как этапы перед переходом к моделированию помещений сложной геометрии, где важны сохранение формы сигнала, описание амплитудного убывания и отражения от ограждающих конструкций. Все сигналы обрабатывались с частотой дискретизации 48 000 Гц.

В качестве источника звука рассматривается акустический сигнал, представляющий собой синусоидальное колебание, умноженное на окно Блэкмана:

$$s(t) = A_0 \sin(2\pi f t) \omega_B(t).$$

Здесь  $s(t)$  — временная зависимость источника;  $A_0$  — амплитуда сигнала;  $f$  — частота,  $t$  — время;  $\omega_B(t)$  — окно Блэкмана. Для двухчастотного воздействия используется сумма двух гармонических составляющих, умноженная на то же временное окно:

$$s(t) = A_0 [\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)] \omega_B(t).$$

Здесь  $f_1$  и  $f_2$  — частоты гармонических составляющих двухчастотного сигнала.

Использование окна Блэкмана позволяет ограничить сигнал во времени и уменьшить паразитные спектральные составляющие, возникающие при резком включении и выключении гармонического воздействия.

Используются частоты 500, 1000, 2000 и 4000 Гц, а также двухчастотный сигнал 1500 + 4000 Гц. Для задачи отражения от жесткой поверхности до-

полнительно рассматривался сигнал с частотой 6000 Гц. Такой набор сигналов позволяет проверить сохранение формы и спектрального состава как для одиночных частот, так и для более сложного частотного воздействия.

Для свободного распространения в однородной среде теоретически ожидается сохранение формы сигнала при его переносе во времени. Поэтому численный сигнал сравнивается с исходным теоретическим сигналом после учета времени прихода. Для количественного сопоставления формы сигналов используется нормированная взаимная корреляционная функция:

$$\text{corr}_{xy}(\tau) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} x(t) \cdot y(t+\tau) dt}{\sqrt{\int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \cdot \int_{t_1}^{t_2} y^2(t) dt}},$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  — сравниваемые сигналы;  $\tau$  — временной сдвиг;  $[t_1, t_2]$  — временной интервал сравнения. В численной обработке интегралы заменяются суммированием по дискретным отсчетам, а итоговое значение выбирается по максимуму корреляционной функции после совмещения сигналов по времени прихода. Для сравнения спектров та же нормированная мера применяется к модулям спектральных амплитуд, полученных после преобразования Фурье.

Перед вычислением корреляции сравниваемые сигналы совмещались по времени прихода основной волны. Это позволяло оценивать не абсолютную задержку между сигналами, а степень совпадения их формы. При спектральном сравнении анализировались модули спектров на одном и том же частотном диапазоне, что позволяло оценить сохранение частотного состава исходного акустического воздействия.

При удалении от точечного источника амплитуда акустического сигнала убывает вследствие геометрического расхождения сферической волны. В качестве теоретической оценки для рассматриваемой постановки используется зависимость:

$$A(r) \sim \frac{1}{r}.$$

Здесь  $A(r)$  — амплитуда сигнала на расстоянии  $r$  от источника. При сравнении численных, теоретических и экспериментальных данных амплитуды нормировались относительно значения на минимальном рассматриваемом расстоянии. Поэтому в дальнейшем сравнивались не абсолютные значения амплитуды, зависящие от мощности источника и чувствительности измерительной системы, а относительное изменение амплитуды при увеличении расстояния от источника. Такой подход позволяет сопоставлять теоретическую оценку, численный расчет и натурный эксперимент в единой безразмерной форме.

Для постановки с отражением от жесткой поверхности в численной модели используется граничное условие, соответствующее отсутствию нормальной составляющей скорости частиц среды на отражающей границе:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0,$$

где  $\vec{u}$  — вектор скорости частиц среды,  $\vec{n}$  — единичный вектор внешней нормали к границе. Такое условие соответствует идеализированной абсолютно жесткой стенке, от которой акустическая волна отражается без прохождения через границу. В теоретической оценке время прихода отраженного сигнала определяется длиной пути волны от источника до отражающей поверхности и далее до приемника, а форма отраженного сигнала сопоставляется с исходным сигналом после учета этого временного сдвига.

**Результаты.** С целью проверки корректности разработанного вычислительного решателя проведена серия верификационных исследований, направленных на сопоставление численных результатов с теоретическими оценками и данными натурных экспериментов.

В первой постановке исследовалось распространение сигнала в однородной среде при отсутствии отражающих препятствий. Целью данного этапа являлась проверка способности численной схемы сохранять форму исходного сигнала при его пространственном переносе. С теоретической точки зрения в рассматриваемой постановке форма сигнала и его спектральный состав не должны претерпевать изменений, поэтому в качестве критериев сравнения использовались взаимная корреляция численного сигнала с теоретическим и экспериментальным сигналами, а также сопоставление их спектральных характеристик. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

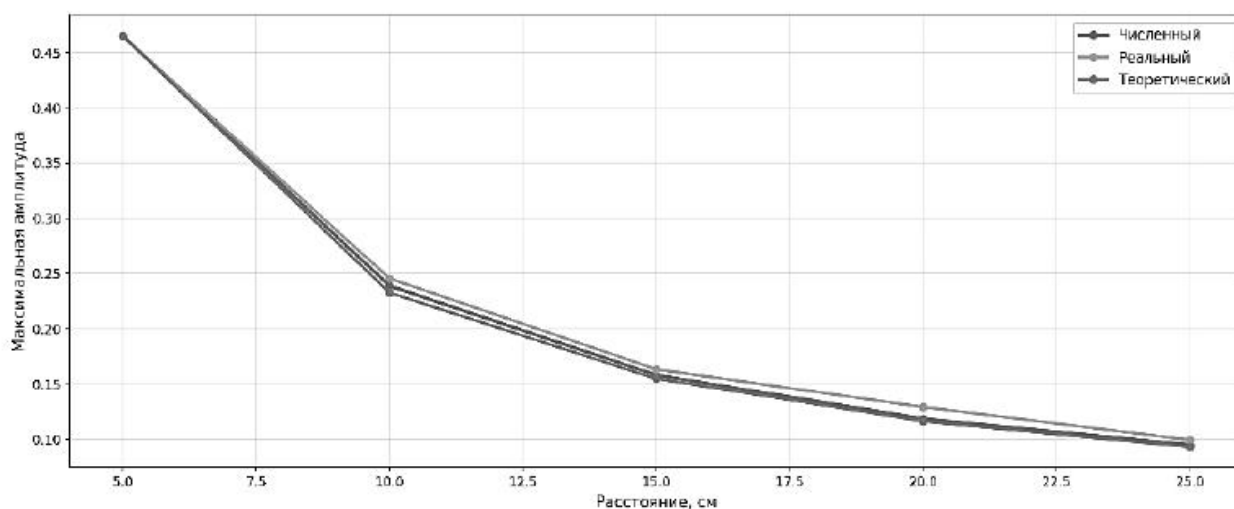
#### Кросс-корреляция сигналов и спектров

| $f$ , Гц    | Сигнал<br>(теория) | Сигнал<br>(реальный) | Спектр<br>(теория) | Спектр<br>(реальный) |
|-------------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| 500         | 0,920              | 0,583                | 0,858              | 0,941                |
| 1000        | 0,924              | 0,653                | 0,806              | 0,888                |
| 2000        | 0,965              | 0,851                | 0,997              | 0,987                |
| 4000        | 0,960              | 0,825                | 1,000              | 0,984                |
| 1500 + 4000 | 0,889              | 0,742                | 0,904              | 0,962                |

Из табл. 1 следует, что численный расчет демонстрирует высокую степень согласования с теоретическим сигналом. Для частот 2000 и 4000 Гц коэффициенты корреляции по форме сигнала составляют 0,965 и 0,960 соответственно, а по спектру — 0,997 и 1,000. Сопоставление с натурным экспериментом дает меньшие значения, что связано с особенностями реального источника, условиями регистрации и измерительным шумом. Последняя строка табл. 1 соответствует двухчастотному сигналу 1500 + 4000 Гц; сохранение высоких значений корреляции в этом случае показывает, что расчет корректно воспроизводит не только одиночные гармонические воздействия, но и суперпозицию частот.

Вторая постановка была посвящена анализу убывания амплитуды акустического сигнала при увеличении расстояния от источника. Рассматривалось

распространение тех же сигналов в однородной среде при расстояниях между источником и приемником 5, 10, 15, 20 и 25 см. В численной постановке расчетная область выбиралась достаточно большой, чтобы отражения от границ не влияли на анализируемый временной интервал. В натурном эксперименте измерения также проводились таким образом, чтобы минимизировать влияние отражений от стен, пола и потолка. Теоретическим ориентиром служила зависимость  $A(r) \sim 1/r$ , соответствующая геометрическому расхождению сферической волны. Типичный результат для сигнала частотой 4000 Гц представлен на рисунке.



Оценка убывания амплитуды сигнала с расстоянием различными методами

На рисунке видно, что численный расчет воспроизводит общий характер убывания амплитуды при удалении от источника. Среднее отклонение численных значений от теоретической зависимости для исследованных частот составляет около 2 %, что указывает на корректное воспроизведение амплитудной зависимости в идеализированной постановке. Отклонение от натурального эксперимента оказывается выше, поскольку на результат влияют неидеальность источника, особенности измерительной установки и условия проведения эксперимента, однако общий характер зависимости сохраняется.

Далее была проведена верификация отражения акустического сигнала от жесткой границы. В численной модели одна из границ расчетной области задавалась полностью отражающей, остальные границы — прозрачными. Источник и приемник располагались в трехмерной конфигурации таким образом, чтобы задача не сводилась к квазиодномерному случаю. В данной постановке оценивалась корректность реализации отражающего граничного условия и точность передачи формы отраженного сигнала. Сопоставление численных результатов с теоретическими предсказаниями и данными натурального эксперимента проводилось по амплитудным показателям и взаимной корреляции формы отраженного сигнала. Результаты приведены в табл. 2, где

величина  $k$  характеризует относительное отклонение амплитудной характеристики отраженного сигнала от соответствующего референсного значения.

Таблица 2

Сравнение характеристик отраженного сигнала

| f, Гц | k, % (теория) | k, % (реальный) | согт (теория) | согт (реальный) |
|-------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
| 4000  | 4,020         | 0,914           | 0,954         | 0,896           |
| 6000  | 6,281         | 5,438           | 0,938         | 0,901           |

Как видно из табл. 2, численный расчет удовлетворительно воспроизводит форму отраженного сигнала. Коэффициенты корреляции с теоретическим сигналом составляют 0,954 для 4000 Гц и 0,938 для 6000 Гц, а с экспериментальным сигналом — 0,896 и 0,901 соответственно. Амплитудные показатели демонстрируют более заметные расхождения, что может быть связано с идеализацией полностью отражающей границы в расчетной модели и отличием реальных условий эксперимента от теоретической постановки. Тем не менее полученные значения подтверждают корректность реализации отражающего граничного условия на уровне базовой верификации.

**Обсуждение.** Полученные в работе результаты свидетельствуют о том, что сеточно-характеристический метод представляет собой работоспособный вычислительный инструмент для решения задач архитектурной акустики в условиях, когда приоритетное значение имеют сохранение временной структуры сигнала, точность определения времен прихода волн и корректная реализация граничных условий.

Наибольшая степень согласования численного решения с экспериментальными данными достигается в базовой постановке свободного распространения волны, характеризующейся минимальным влиянием внешних факторов. В сценариях, включающих затухание сигнала с расстоянием и отражение от границы, наблюдаемые отклонения закономерно возрастают. Это объясняется совокупным воздействием ряда факторов: неидеальностью реального источника акустических возмущений, наличием направленности его излучения, неизбежными погрешностями натурного эксперимента, а также идеализацией граничных свойств, принятой в численной модели.

С практической точки зрения принципиально важным является то, что предложенный метод воспроизводит не только качественные особенности волновых процессов, но и основные количественные характеристики акустического поля. Данное обстоятельство позволяет рассматривать разработанный подход в качестве основы для последующего моделирования акустических режимов в помещениях более сложной геометрической конфигурации.

Вместе с тем полученные результаты определяют направления дальнейшего совершенствования разработанного подхода. В первую очередь это касается более детального учета материальных свойств ограждающих поверхностей, расширения номенклатуры верификационных тестов и перехода

к расчетным постановкам с нетривиальной геометрией помещения. Реализация указанных шагов представляет собой логичное продолжение настоящего исследования.

**Заключение.** Достигнутая степень согласования результатов позволяет считать поставленную в работе цель выполненной на уровне базовой верификации метода. Полученные данные подтверждают перспективность использования сеточно-характеристического подхода для дальнейших расчетов в области архитектурной акустики помещений. На последующих этапах исследования целесообразно расширить набор экспериментальных сценариев, усложнить геометрию расчетной области и более детально исследовать влияние импедансных граничных условий, моделирующих реальные материалы ограждающих конструкций.

### Список источников

- [1] Huszty C., Izsák F. Symplectic time-domain finite element method (STD-FEM) for room acoustic modeling. URL: [https://real.mtak.hu/192105/1/izsakf\\_et\\_al\\_acoustic\\_23.pdf](https://real.mtak.hu/192105/1/izsakf_et_al_acoustic_23.pdf) (accessed 03.04.2026).
- [2] Tachioka Y., Yasuda Y., Sakuma T. Application of the constrained interpolation profile method to room acoustic problems: examination of boundary modeling and spatial/time discretization. *Acoustical Science and Technology*, 2012, vol. 33, no. 1. <https://doi.org/10.1250/ast.33.3.21>
- [3] Kuttruff H. *Room Acoustics*. Boca Raton, CRC Press, 2016, 392 p.
- [4] Suzuki H., Omoto A., Fujiwara K. Treatment of boundary conditions by finite difference time domain method. *Acoustical Science and Technology*, 2007, vol. 28, no. 1. <https://doi.org/10.1250/ast.28.16>
- [5] Магомедов К.М., Холодов А.С. *Сеточно-характеристические численные методы*. Москва, Наука, 1988, 288 с.
- [6] Favorskaya A.V., Khokhlov N.I., Petrov I.B. Grid-Characteristic Method on Joint Structured Regular and Curved Grids for Modeling Coupled Elastic and Acoustic Wave Phenomena in Objects of Complex Shape. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2020, vol. 41, no. 4, pp. 512–525. <https://doi.org/10.1134/S1995080220040083>
- [7] Шевченко А.В., Голубев В.И. Граничные и контактные условия повышенного порядка аппроксимации для сеточно-характеристических схем в задачах акустики. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2023, т. 63, № 10, pp. 1600–1613. <https://doi.org/10.31857/S0044466923100137>
- [8] Стретт Дж.В. *Теория звука. В 2 т. Т. 1*. Москва, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955, 503 с.
- [9] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1981, vol. EMC-23, no. 4, pp. 377–382.