

На правах рукописи

ОКУНЬКОВА ЕВГЕНИЯ ВЯЧЕСЛАВОВНА

**ГАРАНТИРУЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ
НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ
(на примере тяжеловодного ядерного реактора)**

**Специальность 05.13.01– Системный анализ, управление и обработка
информации (технические науки)**

**АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата
технических наук**



Москва–2014

Работа выполнена на кафедре кибернетики и мехатроники инженерного факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российский университет дружбы народов»

Научный руководитель:

113

доктор технических наук, профессор
Афанасьев Валерий Николаевич
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Национальный исследовательский
университет «Высшая школа экономики»,
заведующий кафедрой кибернетики

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор,
МГТУ «Станкин»

Фролов Евгений Борисович

кандидат технических наук, доцент,
ведущий научный сотрудник ИПУ РАН
Чинакал Вячеслав Олегович

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

Защита диссертации состоится «31» марта 2015 года на заседании диссертационного совета Д212.141.02 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г.Москва, Госпитальный переулок, д.10, ауд.613М.

Ваши отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по адресу: 105005, г.Москва, 2-я Бауманская ул, д.5, стр.1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан «29» декабря 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент



Муратов И.В.

Актуальность темы

Практика автоматизации атомных электрических станций и появляющиеся возможности технической реализации заставляют непрерывно модифицировать старые постановки задач анализа и синтеза систем управления и генерировать новые. Требования же к системам, качеству их функционирования, надежности, способности работать в условиях неполной априорной и текущей информации постоянно растут. При этом главной идеей, определяющей успех разработки системы управления, была и остается идея оптимальности.

Проблема управления линейными объектами (Linear Quadratic Regulator – LQR) в различных постановках с квадратичными критериями качества с постоянными матрицами штрафа хорошо изучена и разработанные алгоритмы математического конструирования регуляторов широко используются при решении практических задач. В основе синтеза оптимальных управлений лежат, в зависимости от задачи, дифференциальное или алгебраическое уравнения Риккати (Differential Riccati Equations – DRE; Algebraic Riccati Equations – ARE).

Так как аналитическая теория конструирования оптимальных систем управления в наибольшей степени разработана для объектов, описываемых линейными дифференциальными уравнениями, то применение методов этой теории для построения систем управления нелинейными объектами всегда привлекало внимание исследователей нелинейных систем.

Одним из многообещающих и быстроразвивающихся методов для проектирования нелинейных регуляторов является метод синтеза управления с использованием уравнения Риккати, параметры которого зависят от состояния объекта и матриц штрафа функционала качества (State Dependent Riccati Equations – SDRE). Впервые проблема управления нелинейными объектами с их эквивалентным представлением в виде линейных моделей с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Coefficient – SDC), и функционалом, матрицы штрафа которого также зависят от состояния объекта, была сформулирована в начале шестидесятых годов XX столетия Пирсоном. Разработка предложенного метода была продолжена в работах Вернли, Кука, Мрацека, Клутье. С конца девяностых годов метод привлекает все большее внимание со стороны ученых и практиков.

Преобразование нелинейного дифференциального уравнения, которое описывает исходную систему управления, в систему с линейной структурой и с параметрами, зависящими от состояния, и использование квадратичного функционала качества позволяют при синтезе управления осуществить переход от уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана к уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния. Это и составляет основу SDRE метода синтеза оптимальных нелинейных систем управления.

Несмотря на многочисленные примеры, демонстрирующие эффективность SDR метода, остается ряд вопросов, связанных с неоднозначностью представления нелинейного объекта в виде модели с линейной структурой и с параметрами, зависящими от состояния. Синтезированные управления с использованием SDC модели и квадратичным критерием качества обеспечивают локальную асимптотическую устойчивость исходной нелинейной системы. Вопрос о глобальной асимптотической устойчивости при любых начальных условиях требует дополнительных исследований.

Следует отметить, что основные теоретические достижения в разработке SDR метода синтеза управляющих воздействий для нелинейных систем получены при решении задач стабилизации. Однако, круг возможных применений этого метода не ограничивается только такими задачами.

Получить аналитическое решение уравнения Риккати с параметрами, зависящими от состояния, при синтезе управления в общем случае достаточно сложно или невозможно. Сложность получения удовлетворительных результатов синтеза управления для неопределенных нелинейных систем, например, для систем с интервальной параметрической неопределенностью, еще больше возрастает. Однако следует отметить, что в преобладающем большинстве практических задач достаточно иметь субоптимальные решения, т.е. решения с определенной точностью выполнения задачи управления при любых действующих возмущениях, принадлежащих ограниченному множеству. Подобные управления относят к гарантирующим управлениям.

Задачи построения управляющих воздействий для определенного класса нелинейных неопределенных систем и рассматриваются в диссертации.

Задачей гарантирующего управления (как это определено в диссертации) по отношению к множеству целей, функционалу качества, множеству допустимых управлений, множеству состояний, включая состояние объекта в момент начала управления, а также множеству возможных значений параметров и характеристик элементов объекта является отыскание управления, принадлежащего допустимому множеству управляющих воздействий, минимизирующего заданный функционал при наименее благоприятных стечениях обстоятельств (значений параметров, возмущений) и обеспечивающего перевод системы из начального состояния в заданное множество целей.

Актуальность темы диссертации также обусловлена тем, что результаты исследований по гарантирующему управлению находят эффективное применение при решении разнообразных прикладных задач в атомной энергетике и других областях промышленности, возникающих при исследовании технических систем и эксплуатации сложных технологических объектов.

Цель исследований

Целью работы является разработка методологии синтеза гарантирующего управления нелинейными неопределенными объектами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, и применение этой методологии для управления сложными технологическими объектами, включая алгоритмическое и программное обеспечение расчетов, таких управлений, реализация которых обеспечит надежность, устойчивость и необходимое качество исполнения основных рабочих режимов тяжеловодного ядерного реактора.

Задачи исследования

Для достижения указанной цели были поставлены следующие научные задачи:

- анализ состояния проблемы представления сложных нелинейных неопределенных систем с использованием метода «расширенной линеаризации»;
- разработка метода синтеза управлений для нелинейных неопределенных динамических объектов с привлечением теории дифференциальных игр;
- разработка метода гарантирующего управления для нелинейных неопределенных динамических систем;
- рассмотрение математической модели тяжеловодного реактора и применение метода гарантирующего управления для его останова;
- построение управления на основе метода гарантирующего управления для исходного объекта;
- моделирование управляемого останова тяжеловодного реактора;
- анализ полученных результатов.

Научная новизна и значимость

В рамках достижения поставленной в диссертационной работе цели получены следующие новые результаты:

1. Обосновано применение механизма «расширенной линеаризации» для нелинейных неопределенных систем высокого порядка с аналитическими нелинейностями, приводящего к эквивалентному представлению исходной системы в виде модели, имеющей линейную структуру и параметры, зависящие от состояния;
2. Проведен синтез управления с использованием квадратичного функционала качества и модели, имеющей линейную структуру и параметры, зависящие от состояния, с привлечением теории дифференциальных игр для задачи управления реактором на тяжелой воде;

3. Введено понятие наименее благоприятных значений параметров для многомерных неопределенных нелинейных систем и рассмотрены методики для их поиска;
4. Математическое моделирование сложного технологического объекта с построенными управлениями продемонстрировало эффективность метода гарантирующего управления.

Теоретическая значимость

1. Обосновано применение метода «расширенной линеаризации» для синтеза управлений для нелинейных неопределенных систем с применением теории дифференциальных игр;
2. Проанализировано состояние проблемы управления с применением уравнения типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния;
3. Предложена методика для поиска наименее благоприятных значений параметров системы;
4. Построено гарантирующее управление для высокотехнологической промышленной системы;
5. Определены границы множества возможных гарантирующих управлений в задаче управления сложным технологическим объектом.

Практическая ценность работы

Метод гарантирующего управления, основанный на методе «расширенной линеаризации» и теории дифференциальных игр, а также полученные положительные результаты моделирования останова тяжеловодного ядерного реактора, демонстрирующие эффективность предложенного метода синтеза управления, доказывают возможность применения этого метода для решения различных задач теории управления, включая задачи управления сложными технологическими процессами в различных областях промышленности.

Результаты диссертации могут быть использованы при чтении курсов по современной теории управления и в качестве информационной базы для синтеза управления нелинейными системами.

Достоверность результатов

Достоверность результатов работы подтверждается результатами математического моделирования. Все теоретические выводы и алгоритмы управления получены на основе методик синтеза и анализа с доказательством соответствующих утверждений и предположений. Основной материал диссертации опубликован.

Внедрение

Теоретические и практические результаты работы использовались при выполнении НИР :

– в рамках программы №14 фундаментальных исследований «Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности» Отделения ЭММПА РАН (Направление 1.7. «Методы конструирования гарантирующего управления нелинейными динамическими объектами»);

– в рамках гранта № 13-08-00665 «Субоптимальное и гарантирующее управление нелинейными динамическими объектами» федерального государственного бюджетного учреждения «Российский Фонд Фундаментальных Исследований».

Результаты диссертационной работы внедрены в учебный процесс кафедры кибернетики МИЭМ НИУ ВШЭ по курсу «Теория управления» в рамках магистерской программы «Системы управления и обработки информации в инженерии» направления 231300.68 Прикладная математика.

Личный вклад автора

В диссертации представлены результаты исследований, выполненные самим автором и при его участии. Личный вклад автора заключается в обработке, анализе, обобщении полученных как теоретических результатов, так и результатов моделирования, в выполнении всего объема экспериментальных исследований, а также в формулировке выводов.

Обоснованность научных положений

Сформулированные научные утверждения обоснованы на теоретических и экспериментальных результатах исследования.

Методы исследования

В диссертации использованы методы теории управления, системного анализа, теории дифференциальных игр, вариационного исчисления, принципа максимума Понтрягина.

Апробация работы

Результаты работы докладывались и обсуждались на конференции «Управление в технических системах», Санкт-Петербург, 2010; «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах», Санкт-Петербург, 2012; на XXXIV научно-технической конференции преподавателей, сотрудников и аспирантов инженерного факультета Российского университета дружбы народов «Современные инженерные технологии», Москва, 2008; на XII Всероссийском совещании по проблемам управления, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 16–19 июня 2014 г.

По результатам исследования опубликовано 6 научных работ, из них 3 научные работы – в журналах, входящих в Перечень Высшей Аттестационной Комиссии при Министерстве образования и науки РФ.

Положения, выносимые на защиту

- Обоснование механизма «расширенной линеаризации» для построения управления нелинейными неопределенными объектами;
- Применение теории дифференциальных игр для построения управления нелинейными неопределенными объектами;
- Метод синтеза гарантирующего управления для нелинейных неопределенных объектов;
- Синтез управления нелинейными объектами, представимыми системами с линейной структурой и параметрами, зависящими от состояния, для задачи управления реактором на тяжелой воде;
- Математическое моделирование задачи останова тяжеловодного ядерного реактора.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, выводов, списка литературы и приложения. Общий объем диссертации 128 машинописных страниц формата А4 печатного текста с иллюстрациями. Список литературы включает в себя 56 работ отечественных и зарубежных авторов.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит обоснование актуальности темы диссертационных исследований, цели и задачи работы. Дан обзор результатов исследований по теме диссертации, приводится научная новизна и значимость полученных в работе результатов, формулируется основная цель исследований и положения, выносимые на защиту.

В первой главе проанализировано текущее состояние проблемы линеаризации нелинейных систем и построения управления с использованием уравнения Риккати с параметрами, зависящими от состояния (SDRE).

Построение управления на основе SDRE подхода хорошо известно и стало очень популярным среди ученых. Этот метод предлагает эффективный алгоритм для синтеза нелинейного управления с обратной связью, учитывающий нелинейности в состояниях системы и предлагая при этом большую гибкость управления с помощью весовых матриц, зависящих от состояния.

Это метод, впервые предложенный Пирсоном в 1962 году, широко рассмотренный Рейдом в 1972г., доработанный Верни и Куком в 1975г., изученный независимо Мрацеком и Клутье в 1998г. и упоминающийся в работах 1996 года Фридланда. Метод основан на факторизации (или

параметризации) нелинейной динамики в вектор состояний и матричную функцию, которая также зависит от состояния. При таком подходе SDRE алгоритм полностью учитывает нелинейности системы, переводя нелинейную систему в линейную структуру с матрицами, в которых коэффициенты зависят от состояния (SDC), и минимизируя нелинейный функционал качества, который выражен в квадратичной форме. Алгебраическое уравнение Риккати (ARE) с SDC матрицами решается, в таком случае, в интерактивном режиме и представляет субоптимальный закон управления. Коэффициенты этого уравнения зависят от заданного в пространстве состояния. Однако SDC представление системы не единственно и вопрос определения оптимального представления остается открытым.

Постановка задачи

Поставлена задача оптимального управления нелинейной системой на неограниченном интервале времени. Система наблюдаема и управляема. Уравнение системы описывается следующим образом:

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) + g(x)u(t), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in R^m$, $f(x) \in C^k$, $g(x) \in C^k$, $t \in [0, \infty)$.

Без потери общности предполагаем, что точка $x = 0$ – это точка равновесия такая, что $f(0) = 0$.

Функционал качества представлен в виде:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) dt. \quad (2)$$

Считаем, что весовые матрицы состояния системы и управляющих воздействий зависят от состояния и удовлетворяют для всех x следующим условиям:

$$Q(x) \geq 0, \quad R(x) > 0, \\ Q: R^n \rightarrow R^{n \times n}, \quad R: R^n \rightarrow R^{m \times m}.$$

Предполагая, что $f(0) = 0$ и $g(x) \neq 0$ для $\forall x$, необходимо построить такое управление $u(t)$, которое бы минимизировало функционал качества (2) для системы (1) и стабилизировало систему для $\forall x$, при этом $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$,

$$u(t) = -k(x) = -K(x)x, \quad k(0) = 0. \quad (3)$$

Таким образом, формулируется задача построения управления для нелинейных систем.

Расширенная линеаризация

Процесс факторизации нелинейной системы приводит к системе с линейной структурой и SDC матрицами. Это представление получило название «расширенной линеаризации» (Фридланд, 1996г.) или «кажущейся линеаризации» (Верни и Кук, 1975г.), а также SDC параметризации (Клутье, Мрачек, 1996г., 1998г.).

Перепишем систему (1) в SDC представлении:

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t), \quad (4)$$

где $f(x) = A(x)x$ и $g(x) = B(x)$,

причем $A: R^n \rightarrow R^{n \times n}$ находится с помощью математической параметризации и очевидно не единственна при $n > 1$.

Дальнейшая параметризация возможна тогда и только тогда, когда $f(0) = 0$ и $f(x)$ непрерывно дифференцируема.

Любой метод синтеза управления на основе структуры (4) с SDC матрицами называется методом «расширенной линеаризации». Итак, образуется достаточно широкий класс методов управления, сводящих к записи управления в виде (3). В этом случае система (4) принимает вид:

$$\frac{d}{dt}x(t) = [A(x) - B(x)K(x)]x(t).$$

Следует отметить, что в случае оптимального управления матрица

$$A_{cl}(x) = A(x) - B(x)K(x) \quad (5)$$

является Гурвицевой.

Дополнительные степени свободы, получаемые в результате SDC представления $A(x)$, могут также использоваться для улучшения качества управления. SDC представление полностью описывает нелинейности системы. И хотя SDC параметризация уникальна для скалярного случая, она не единственна для многомерного случая и может быть представлена как $A(x, \alpha)$, где α – вектор свободных параметров. Введение α создает дополнительные степени свободы, которые могут быть использованы не только для улучшения качества, но и во избежание сингулярностей или потери управления, а также для предоставления более гибкой концепции управления. Такие степени свободы нельзя получить при использовании традиционных методов управления нелинейными системами.

Построение управления с использованием уравнения Риккати с параметрами, зависящими от состояния

Как следует из известных источников (Т. Чимен, С. Мрачек) управление для нелинейных систем (1) с функционалом качества (2) ищется в следующем виде:

$$u(t) = -R^{-1}(x)B^T(x)S(x)x(t), \quad (6)$$

где $S(x)$ является единственным, симметричным, положительно–определенным решением алгебраического уравнения Риккати

$$A^T(x)S(x) + S(x)A(x) + Q(x) - S(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)S(x) = 0. \quad (7)$$

Таким образом, в результате управления на основе SDRE получаем следующее решение квазилинейной замкнутой динамической системы:

$$\frac{d}{dt}x(t) = [A(x) - B(x)R^{-1}(x)B^T(x)S(x)]x(t). \quad (8)$$

Метод SDRE для решения систем (1) с критерием качества (2) на неограниченном интервале времени – это обобщение LQR подхода, где все коэффициенты матриц зависят от параметров состояния. Таким образом, квадратичный функционал качества и представление системы в виде (8)

позволяет перейти от уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана – Айзекса к уравнению Риккати с параметрами, зависящими от состояния.

Во второй главе рассмотрены математические основы метода гарантирующего управления.

Для решения задачи управления нелинейными объектами применяется теория дифференциальных игр. Задача выбора оптимального управления сформулирована как игровая задача, и оптимальная стратегия управления определяется как стратегия, гарантирующая достижение наилучшего результата при наименее благоприятных сочетаниях неопределенных факторов. Предполагается, что на систему воздействуют неконтролируемые помехи, о которых известны только области их изменения, и поэтому мы рассматриваем синтез гарантирующего, а не оптимального управления.

Постановка задачи синтеза гарантирующего управления для систем с параметрами, зависящими от состояния

В отличие от рассмотренных ранее работ в настоящей диссертации рассматривается задача управления нелинейным неопределенным объектом.

Рассмотрим нелинейный управляемый и наблюдаемый объект, который описывается дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$f, g_1, g_2 : T \times \Omega \rightarrow R^n, \quad C : T \times \Omega \rightarrow R^m.$$

где $x \in R^n$ – состояние системы; X_0 – пространство начальных состояний системы; $y \in R^m, m \leq n$ – выход системы; $u \in R^r$ – управление; $w \in R^m$ – неизвестные возмущающие воздействия, $|w(t)| < \sigma(x(t))$; T – интервал $[0, \infty)$. Функции $f(x), g_1(x), g_2(x)$ будем предполагать достаточно гладкими, чтобы через любые $(0, x_0) \in T \times \Omega$ проходило одно и только одно решение $x(t_0, x_0, t)$ и был бы единственный соответствующий выход системы $y(t)$.

Введем функционал, оценивающий эффективность управления:

$$J(x, u, w) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \left\{ y^T(t) Q y(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \right\} dt. \quad (10)$$

Матрица Q может быть положительно полуопределенной; матрицы R, P – положительно определенные и их значения определяют ограничения на управления.

Задача заключается в построении оптимальных стратегий игроков, где стратегия определяется как решение игрока, каждое из которых будет соответствовать текущему состоянию системы.

Управления, доставляющие минимум функционалу (10) определяются следующими соотношениями:

$$w(t) = P^{-1} g_1^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad u(t) = -R^{-1} g_2^T(x) \left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T, \quad (11)$$

где вектор-функция $\left\{ \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right\}^T$ является решением уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана – Айзекса:

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} f(x) + \frac{1}{2} x(t)^T C^T Q C x(t) - \frac{1}{2} \frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \Theta \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \right)^T = 0, \quad (12)$$

где $\Theta = [g_2(x) R^{-1} g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1} g_1^T(x)]$ должна быть, по крайней мере, положительно полуопределенной, что доказывается в работе.

$$\text{Определим вектор } \left[\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right]^T \text{ в виде } \left[\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right]^T = S(x)x(t). \quad (13)$$

Тогда, учитывая, что $f(x) = A(x)x(t)$ и (13), из уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана – Айзекса получаем уравнение Риккати с параметрами, зависящими от состояния (SDRE):

$$S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - S(x)[g_2(x)R^{-1}g_2^T(x) - g_1(x)P^{-1}g_1^T(x)]S(x) + C^TQC = 0, \quad (14)$$

$S(x)$ – это симметричная положительно определенная матрица, являющаяся решением уравнения Риккати.

Тогда управления (11) будут иметь следующий вид:

$$w(t) = P^{-1}g_1^T(x)S(x)x(t), \quad u(t) = -R^{-1}g_2^T(x)S(x)x(t). \quad (15)$$

Введем определение гарантирующего управления:

Пусть $\alpha = \langle A, g_1, g_2 \rangle \in \Omega_\alpha$.

Определение 1. Гарантирующими управлениями $u(t)$ и $w(t)$ будем называть такие, при которых $J^0(x, u, w) = \inf_u \sup_w \sup_\alpha J(x, u, w)$.

Сделаем следующее предположение:

Предположение 1. Пусть имеется $\alpha^* = \langle A^*, g_1^*, g_2^* \rangle \in \Omega_\alpha$ – вектор наименее благоприятных параметров системы и функционала.

Здесь A^* – наименее благоприятное значение параметров матрицы $A(x)$.

$\Theta^* = \left[g_2^* \{R^*\}^{-1} \{g_2^*\}^T - g_1^* \{P^*\}^{-1} \{g_1^*\}^T \right]$ – наименее благоприятное значение

параметров матрицы $\Theta(x)$. Параметры матрицы штрафа P определяются с учетом максимальных значений возмущающих воздействий, т.е. $P = P(\sigma)$.

Матрица R должна выбираться так, чтобы матрица

$\Theta^* = \left[g_2^* R^{-1} (g_2^*)^T - g_1^* P^{-1} (g_1^*)^T \right]$ была бы, по крайней мере, положительно

полуопределенной.

Гарантирующее управление тогда запишем как

$$u(t) = -R^{-1} (g_2^*)^T S^* x(t), \quad w(t) = P^{-1} (g_1^*)^T S^* x(t), \quad (16)$$

$$\text{где } S^* A^* + (A^*)^T S^* + S^* \left[g_1^* P^{-1} (\sigma^*) (g_1^*)^T - g_2^* (R^*)^{-1} (g_2^*)^T \right] S^* + C^T Q C = 0. \quad (17)$$

Уравнение исходного объекта с управлениями (11) будет иметь вид:

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) - \left[g_2(x)R^{-1} \left(g_2^* \right)^T \cdot g_1(x)P^{-1}(\sigma) \left(g_1^* \right)^T \right] S^* x(t) = 0, \\ x(t_0) = x_0. \quad (18)$$

В третьей главе приведено описание технологического объекта – тяжеловодного ядерного реактора и сформулирована постановка задачи управления.

Большой реактор с тяжеловодным замедлителем и теплоносителем под давлением – это сложная система высокого порядка с большим количеством состояний и входных переменных. В моделировании использовался достаточно точный метод – метод узловых потенциалов, суть которого заключается в следующем: активная зона реактора разделяется на секции или узлы, в которых потоки нейтронов и композитные материалы считаются однородными. Эти зоны позиционируются как маленькие активные зоны и разделены диффузией нейтронов. Таким образом, модель может быть использована для управления большим ядерным реактором в пространстве состояний, а в данной работе – для останова реактора.

Активная зона реактора состоит из четырнадцати зон, каждая зона представляет собой один узел в модели. Для каждой зоны составлены пять уравнений состояния, включающие в себя обратные связи по термогидравлической реактивности. Таким образом, получаем систему семидесятого порядка. Эти состояния учитывают концентрацию йода и ксенона, концентрацию предшественников запаздывающих нейтронов, уровень воды в жидкой зоне, мощность или поток нейтронов, температуры топлива и теплоносителя. Каждая зона включает контролер жидкой зоны, который используется в качестве первоначального метода последовательного точечного управления реактивностью, варьируя уровни воды. Учитывая различные взаимодействия нейтронов, такие как генерация нейтронов и поглощение нейтронов в каждой зоне, а также их рассеяние между различными зонами, диапазон изменения мощности в зоне может быть представлен следующим образом:

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{(\rho_{ext} + \rho_{fi} + \rho_{ci}) - \beta - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \lambda}}{\Lambda} P_i + \sum_{g=1}^m (\lambda_g C_{ig}) + \frac{1}{\Lambda} \sum_{j=1}^N (a_{ji} P_j - a_{ij} P_i) \quad (19)$$

где i, j – индексы зон, P – уровень мощности, ρ_{ext} – реактивность, вызванная внешним механизмом управления, ρ_f – обратная связь по температуре топлива, ρ_{ci} – обратная связь по температуре теплоносителя первого контура, C – концентрация предшественников запаздывающих нейтронов, β – полный выход запаздывающих нейтронов, λ_g – постоянная распада g -ой группы предшественников запаздывающих нейтронов, a_{ij} – коэффициент взаимодействия.

Точность узловой модели во многом зависит от коэффициентов взаимодействия. Они зависят от геометрии, композитного материала и расстояния между зонами. Степень взаимодействия между зонами описывается таким образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{D_{x1}\Psi_{ij}}{d_{ij}V_i'} & , i \neq j \\ 0 & , i = j \end{cases} \quad (20)$$

Ψ_{ij} – площадь взаимодействия между i -ой и j -ой зонами, d_{ij} – расстояние между i -ой и j -ой зонами, D – коэффициент диффузии, V – объем.

Нелинейные уравнения, описывающие модель тяжеловодного реактора могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta P_i}{P_{i0}} \right) = -\frac{1}{l} \left(\beta + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \frac{P_{j0}}{P_{i0}} \right) \frac{\delta P_i}{P_{i0}} + \frac{1}{l} \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \frac{P_{j0}}{P_{i0}} \frac{\delta P_j}{P_{j0}} + \frac{\beta}{l} \frac{\delta C_{ik}}{C_{ik0}} - \frac{\bar{\sigma}_{x1} X_{i0}}{l \Sigma_{a1}} \frac{\delta X_i}{X_{i0}} - \frac{K_i'}{l} \delta h_i + \frac{\mu_{fi} \delta T_f}{l} + \frac{\mu_{fi} \delta T_f}{l} + \frac{\mu_{ci} \delta T_c}{l} \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta C_{ik}}{C_{ik0}} \right) = \lambda_k \frac{\delta P_i}{P_{i0}} - \lambda_k \frac{\delta C_{ik}}{C_{ik0}} \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta I_i}{I_{i0}} \right) = \lambda_i \frac{\delta P_i}{P_{i0}} - \lambda_k \frac{\delta I_i}{I_{i0}} \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{X_i}{X_{i0}} \right) = \left(\lambda_X - \lambda_i \frac{I_{i0}}{X_{i0}} \right) \frac{\delta P_i}{P_{i0}} + \lambda_i \frac{I_{i0}}{X_{i0}} \frac{\delta I_i}{I_{i0}} - \left(\lambda_X + \frac{\bar{\sigma}_{x1} P_{i0}}{\Sigma_{a1}} \right) \frac{\delta X_i}{X_{i0}} \quad (24)$$

$$\frac{d \delta h_i}{dt} = -m_i \delta q_i \quad (25)$$

В четвертой главе синтезировано управление для исходного технологического объекта – тяжеловодного ядерного реактора.

Управление реактором рассмотрено в концепции гарантирующего управления с применением теории дифференциальных игр и метода «расширенной линеаризации».

Математическая модель реактора может быть представлена в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (26)$$

$$f, g_1, g_2 : T \times \Omega \rightarrow R^n.$$

Представим систему в эквивалентном виде с применением SDC параметризации. Для этого перепишем $f(x)$ как $f(x) = A(x)x(t)$,

$$\text{где вектор } x(t)^T = [I; X; C; H; P]. \quad (27)$$

Тогда из исходной математической модели объекта составим матрицу $A(x)$:

$$A_i(x) = \begin{bmatrix} -\lambda_i & 0 & 0 & 0 & \gamma_i \Sigma_f \\ \lambda_i & -\lambda_X - \bar{\sigma}_X P_i & 0 & 0 & \gamma_X \Sigma_f \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & \frac{\beta}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-l \bar{\sigma}_X P_i}{\Sigma_a} & \lambda & \frac{-K P_i}{l} & \frac{KH_0 - \beta - a_{ij}}{l} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Для каждой зоны реактора система (26) может быть переписана в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= A(x)x(t) + g_1(x)w(t) + g_2(x)u(t), \\ x(t_0) &= x_0, \\ x, g_1, g_2 : T \times \Omega &\rightarrow R^n. \end{aligned} \quad (29)$$

Контроллер в каждой зоне реактора, варьируя уровень воды, изменяет мощность.

Тогда матрицы g_2, g_1 будут представлены в виде:

$$g_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -m \\ 0 \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(t). \quad (30)$$

Для синтеза управлений введем квадратичный функционал качества

$$J(x, u, w) = \frac{1}{2} \int_0^T \left\{ y^T(t) Q y(t) + u^T(t) R u(t) - w^T(t) P w(t) \right\} dt. \quad (31)$$

Матрица Q – положительно полуопределенная; матрица R – положительно определенная. Матрицы Q и R назначаем индивидуально для каждой зоны реактора.

Требуется построить управления $u(t), w(t)$, минимизирующие функционал (31) на решениях уравнений (21)–(25).

Уравнение управляющих воздействий будет записано в виде:

$$u(t) = -R^{-1} g_2^*(x) S^* x(t). \quad (32)$$

В данной работе $w(t)$ представлен в виде возмущений или помех, которые действуют на систему. В моделировании это реализовано с помощью белого шума.

В пятой главе рассмотрены результаты математического моделирования задачи останова реактора.

Общая модель реактора состоит из четырнадцати зон. В модели Simulink зоны реактора рассматриваются каждая самостоятельно, тем не менее они все связаны между собой специальными коэффициентами взаимодействия и это наглядно продемонстрировано в числовой модели в Matlab. Для каждой зоны реактора также задан начальный уровень мощности и объем зоны.

В работе моделируется ситуация останова реактора. Поскольку моделируется снижение мощности индивидуально в каждой зоне реактора, можно также говорить, что данное моделирование подходит и для задач изменения общего уровня мощности реактора путем снижения уровня в той или иной зоне.

Уровень мощности реактора регулируется уровнем воды. Уровень воды рассматривается как функция входного сигнала по управлению регулирующими уровень воды клапанами.

Для каждой зоны были заданы соответствующие значения матриц Q и R .

Ниже представлены графики изменения мощности и управления для четвертой зоны реактора.

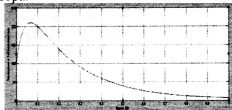


Рисунок 1. Управление в четвертой зоне реактора

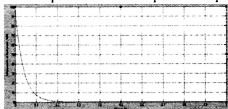


Рисунок 2. Изменение мощности в четвертой зоне реактора

Отметим, что в течение переходного процесса матрица $S(x)$, являющаяся решением уравнения Риккати, при $x(t) \rightarrow 0$ переходит из $S(x_0)$ в $S(0)$. Для каждой зоны было проведено моделирование для решения уравнения Риккати в виде $S(0)$ и в виде $S(x_0)$.

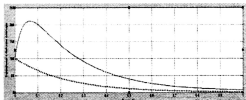


Рисунок 3. Управление в четвертой зоне для различных начальных условий

На рисунке 3 представлена динамика управлений $u(t)$ при $S(x_0)$ и $S(0)$. Таким образом, образованная зона есть область гарантирующих управлений при любых $S(x)$.

Из графиков, представленных выше, мы видим, что сконструированное управление справляется с поставленной задачей, несмотря на наличие возмущающих воздействий.

В Выводах перечислены основные результаты диссертации, выносимые на защиту, и задачи, которые были решены для достижения поставленной в диссертации цели, а именно обеспечение гарантирующего управления тяжеловодным реактором и обеспечение таких управлений, реализация которых обеспечит надежность, устойчивость и необходимое качество исполнения основных рабочих режимов тяжеловодного ядерного реактора.

Результаты:

- Обосновано применение механизма «расширенной линеаризации» для построения управления;
- Предложен метод синтеза гарантирующего управления для нелинейных неопределенных динамических объектов с привлечением теории дифференциальных игр;
- Введено понятие наименее благоприятных значений параметров;
- Полученные теоретические результаты применимы для моделирования тяжеловодного реактора;
- Проведен синтез управления нелинейными объектами, представимыми системами с линейной структурой и параметрами, зависящими от состояния, для задачи управления реактором на тяжелой воде;
- Проведено математическое моделирование задачи останова тяжеловодного реактора;
- Результаты моделирования демонстрируют эффективность разработанного метода.

В Приложении представлены коэффициенты, необходимые для нахождения решения уравнения Риккати и синтеза управления, и приведен листинг программы в Matlab, которая использовалась для математического моделирования останова реактора в данной работе.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Гарантированное управление нелинейным объектом (на примере ядерного реактора на тяжелой воде) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. №5. С. 2–4 (0,4 п.л./ 0,2 п.л.).
2. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Робастное H_∞ управление нелинейными объектами с параметрами, зависящими от состояния // Вестник РУДН. Инженерные исследования. 2007. №1. С. 60–70 (1,3 п.л./ 0,6 п.л.).
3. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Робастное управление линейными неопределенными системами // Вестник РУДН. Инженерные исследования. 2009. №4. С. 38–42 (0,6 п.л./ 0,3 п.л.).
4. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Мажорирующие модели в задачах синтеза гарантирующих управлений нелинейными объектами // Тез. докл. XII Всероссийское совещание по проблемам управления. Москва. 2014. С. 4392–4398 (0,9 п.л./ 0,5 п.л.).
5. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Управление нелинейным объектом с использованием робастной модели // Тез. докл. УТС–2010. Москва. 2010. С.299–303 (0,6 п.л./ 0,3 п.л.).
6. Афанасьев В.Н., Окунькова Е.В. Управление нелинейным объектом с использованием робастной модели // Тез. докл. «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах». Санкт–Петербург. 2012. С. 68–71 (0,5 п.л./ 0,2 п.л.).