

УДК 621.822.572

Линеаризация функции статической отрицательной податливости гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода

В.А. Коднянко, О.А. Григорьева, Л.В. Строк, А.В. Крехова

Политехнический институт Сибирского федерального университета

Linearization of the static negative compliance function of a hydrostatic thrust bearing with an elastic flow regulator

V.A. Kodnyanko, O.A. Grigorieva, L.V. Strok, A.V. Krekhova

Polytechnic Institute, Siberian Federal University

Рассмотрен осевой гидростатический подшипник с эластичным регулятором расхода смазки, обеспечивающим отрицательную податливость несущего смазочного слоя. Применение такого подшипника в металлорежущих станках на режимах отрицательной податливости позволяет ему выполнять одновременно функции несущей конструкции и компенсатора деформации упругой системы станка. Предложен и теоретически обоснован способ линеаризации нагрузочных характеристик гидростатического подшипника в рабочем диапазоне действующих на него нагрузок. Использование подшипника с постоянной отрицательной податливостью и линеаризованной нагрузочной характеристикой обеспечивает суммарную нулевую податливость технологической системы станка и подшипника и, как следствие, повышает точность и минимизацию времени металлообработки. Исследование выполнено с использованием безразмерных параметров и характеристик. Получены формулы для расчета расхода смазки через регулятор и смазочный зазор, несущей способности подшипника, толщины несущего слоя в смазочном зазоре и податливости несущего слоя конструкции во всем диапазоне действующих на него нагрузок. Выведены выражения для сглаживания уступов на нагрузочной характеристике, которые образуются при ее линеаризации в рабочем диапазоне нагрузок. Получена формула для профиля отверстия эластичного регулятора, при котором подшипник будет иметь постоянную податливость и линейную нагрузочную характеристику в рабочем диапазоне нагрузок.

EDN: BDLYVL, <https://elibrary/bdlyvl>

Ключевые слова: гидростатический подшипник, отрицательная податливость, линеаризация нагрузочной характеристики, эластичный регулятор расхода

This article discusses a hydrostatic thrust bearing with an elastic lubricant flow rate regulator. By utilizing the capabilities of this regulator, the bearing is capable of providing negative compliance of the supporting lubricant layer. Using such a bearing in metal-cutting machine tools in negative compliance modes allows for the simultaneous functions of a supporting structure and a deformation compensator for the machine's elastic system. A method for linearizing the bearing's load characteristics over the operating range of loads is proposed and theoretically substantiated. Using a bearing with constant negative compliance and a linearized load characteristic ensures the combined zero compliance of the machine tool and bearing, thereby increasing precision and minimizing machining time. The study

was conducted using dimensionless parameters and characteristics. Formulas have been obtained for calculating lubricant flow through the adjuster and lubrication gap, bearing load-bearing capacity, bearing layer thickness in the lubrication gap, and the compliance of the bearing layer of the structure over the entire range of applied loads. Formulas have been derived for smoothing out the steps in the load characteristic that form during its linearization over the operating load range. A formula for the elastic adjuster bore profile has been derived that ensures the bearing will have constant compliance and a linear load characteristic over the operating load range.

EDN: BDLYVL, <https://elibrary/bdlyvl>

Keywords: hydrostatic bearing, negative compliance, linearization of load characteristic, elastic flow regulator

В гидростатических подшипниках (ГСП) между поверхностями трения создается слой смазки, который исключает контакт между твердыми поверхностями и снижает трение. Благодаря такому преимуществу перед другими видами подшипников ГСП можно использовать в металлорежущих станках. Такие подшипники применяются при больших нагрузках и высоких скоростях скольжения, лишены вибраций и долговечны [1–4].

Известно, что под действием сил резания технологическая система станка испытывает упругие деформации, которые сказываются на точности металлообработки [5–8]. В последнее время наметилась тенденция к использованию ГСП двойного назначения — как несущей конструкции и автоматического устройства компенсации упругой деформации технологической системы станка. Так как жесткость станка положительна, для полной компенсации его деформаций требуется подшипник с равной по абсолютному значению и противоположной по знаку жесткостью. В этом случае суммарная жесткость системы будет абсолютной, что повысит точность и сократит время металлообработки.

В связи с этим создание работоспособных ГСП с отрицательной жесткостью является актуальной задачей станкостроения. Однако применительно к характеристикам ГСП термин «жесткость» является не вполне корректным, что можно объяснить следующим образом. Для исследования динамических систем, каковыми являются ГСП, чаще всего используют передаточную функцию теории автоматического управления [9, 10], а следовательно, и коэффициент усиления, представляющий собой отношение выходной функции к входной. В ГСП входной величиной служит внешняя сила, а выходной — зазор, поэтому жесткость следует заменить обратной величиной — податливостью.

Таким образом, проблема заключается в том, чтобы создать работоспособные ГСП с отрицательной податливостью с целью обеспечения нулевой податливости станка, который будет иметь абсолютную точность.

Известно, что по мере уменьшения податливости динамическое качество ГСП ухудшается вплоть до потери устойчивости даже в режимах положительной податливости [11, 12].

Практическое отсутствие ГСП с отрицательной податливостью также осложнено укоренившимся представлением о том, что такую конструкцию нельзя создать принципиально [13, 14]. Доказательство этого утверждения основано на анализе простейшего гармонического осциллятора, движение которого определяется линейным дифференциальным уравнением второго порядка, часто применяемым для описания колебаний ГСП [15, 16]

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + jx = 0, \quad (1)$$

где m — масса взвешенной части; c — коэффициент демпфирования смазочной пленки; j — жесткость системы; x — динамическая функция, зависящая от времени t .

Суть доказательства состоит в следующем. Согласно критерию Рауса — Гурвица, в устойчивой линейной динамической системе второго порядка, подчиняющейся уравнению (1), все коэффициенты должны быть положительными [17]. Масса взвешенной части и коэффициент демпфирования в ГСП всегда положительные, следовательно, для устойчивого ГСП жесткость системы также должна быть положительной. Однако жесткость в данном случае отрицательная, поэтому можно утверждать, что устойчивый ГСП с отрицательной податливостью нельзя создать не только практически, но и теоретически.

Между тем устойчивые работоспособные конструкции ГСП с отрицательной податливо-

стью существуют. Основание для опровержения невозможности создания ГСП с отрицательной податливостью заключается в том, что для описания динамики таких конструкций уравнение второго порядка (1) не подходит. Для них адекватны характеристические полиномы не ниже третьего порядка [18], причем ГСП с отрицательной податливостью будут иметь идеальную динамику, высокое быстродействие и большой запас устойчивости.

Конструкция гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода смазки.

Как уже указывалось, чтобы идеально компенсировать упругую деформацию технологической системы станка в некотором диапазоне нагрузок, суммарная податливость системы и ГСП должна быть нулевой. Обычно деформации системы станка малы и составляют несколько десятков микрометров, т. е. соизмеримы с толщиной смазочного слоя ГСП. Столь малые деформации станка подчиняются закону Гука, т. е. характеризуются постоянной податливостью [19]. Однако функцию податливости ГСП в том же диапазоне нагрузок отличает значительная нелинейность.

Поэтому создание работоспособных ГСП с постоянной отрицательной податливостью в заданном диапазоне нагрузок остается актуальной задачей. Исследований и разработок таких подшипников при литературном обзоре обнаружить не удалось.

Цель работы — теоретическое обоснование гипотезы о возможности создания ГСП с постоянной отрицательной податливостью в заданном диапазоне нагрузок.

За основу возьмем гидростатический подпятник с эластичным регулятором расхода смазки [18]. Такой ГСП обладает идеальной ди-

намикой и обеспечивает отрицательную податливость. Проблема заключается в том, чтобы создать регулятор расхода смазки, обеспечивающий линейный диапазон зависимости толщины несущего слоя от внешней нагрузки, в котором податливость будет постоянной.

Схема расчета гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода смазки приведена на рис. 1. Дросселирующим устройством служит регулятор подачи рабочей смазки через эластичную шайбу Лауба, способную менять диаметр проходного отверстия в зависимости от перепада давлений на ее входе и выходе [20, 21].

Гидростатический подпятник состоит из основания радиусом r_0 , подвижной части и эластичной шайбы с проходным отверстием радиусом r_{r0} при отсутствии воздействия давлений на нее. На вход подшипника подается смазка под давлением p_s . Преодолев сопротивление дросселя, смазка попадает в карман с давлением p_c . Затем после преодоления тонкого смазочного слоя толщиной h смазка истекает во внешнюю среду.

Если шайба, представляющая собой регулятор, жесткая, то конструкция работает как обычный подшипник. Если же шайба эластичная, то в зависимости от ее цилиндрической податливости радиус проходного отверстия r_{r0} будет меняться: при больших перепадах давления станет меньше, при малых — больше. Ввиду этого характеристики подшипника, включая податливость, будут меняться.

Суть исследования также заключается в том, чтобы спроектировать такой профиль цилиндра, через который смазка подается в карман, обеспечивающий постоянную статическую податливость подшипника в заданном диапазоне нагрузок.

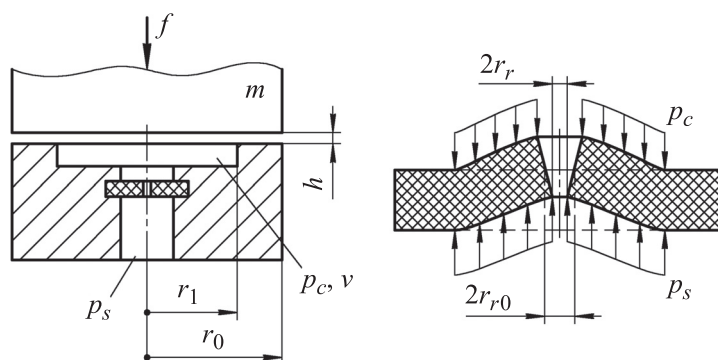


Рис. 1. Схема расчета гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода смазки

Математическая модель статического состояния гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода смазки. Математическая модель такого подпятника включает в себя уравнение силового равновесия подвижного элемента

$$w = f \quad (2)$$

и уравнение баланса расходов смазки [18]

$$q_r - q_h = 0. \quad (3)$$

Здесь w — несущая способность конструкции,

$$w = 2\pi \int_0^{r_0} r p(r, t) dr;$$

f — нагрузка на ГСП; q_r и q_h — расход смазки через дроссель и в несущем слое,

$$q_r = cS \sqrt{\frac{2(p_s - p_c)}{\rho}}; \quad q_h = -\frac{\pi h^3}{6\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_1},$$

где c — поправочный коэффициент; S — площадь отверстия в шайбе; p_s — давление подачи; p_c — давление в кармане; ρ — плотность смазки; μ — динамическая вязкость смазки.

Функция давления $p = p(r)$ в несущем слое на кольце $r_1 \leq r \leq r_0$ является решением краевой задачи для стационарного уравнения Рейнольдса [16]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0; \\ \frac{\partial p(0)}{\partial r} = 0, \quad p(r_1) = p_c, \quad p(r_0) = 0. \end{cases}$$

Приведение математической модели к безразмерному виду. Расчет статических характеристик ГСП проведен с использованием безразмерных величин. За масштабы приняты: радиус r_0 — для радиусов; расчетный рабочий зазор h_0 — для зазора; давление подачи p_s — для давлений; $\pi r_0^2 p_s$ — для сил; $\pi h_0^3 p_s / 6\mu$ — для объемных расходов смазки.

Безразмерные величины обозначены большими латинскими или греческими буквами.

Математическая модель подпятника (2) и (3) с безразмерными параметрами имеет вид

$$W = F; \quad (4)$$

$$Q_r - Q_h = 0. \quad (5)$$

Здесь

$$W = 2 \int_0^1 R P(R, \tau) dR, \quad (6)$$

$$Q_r = A_r D^2 \sqrt{1 - P_c};$$

$$Q_h = -H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=R_1}; \quad (7)$$

$$A_r = \frac{6c\mu r_0^2}{h_0^3} \sqrt{\frac{2}{\rho p_s}}; \quad D = 1 - K_m (1 - P_c),$$

где D — безразмерная площадь дросселирующего отверстия [18]; K_m — безразмерная цилиндрическая податливость эластичной шайбы.

Краевая задача для безразмерной функции давления $P = P(R, \tau)$ принимает вид

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial P}{\partial R} \right) = 0; \\ \frac{\partial P(0)}{\partial R} = 0, \quad P(R_1) = P_c, \quad P(1) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Решением задачи (8) является функция

$$P(R) = \begin{cases} P = P_c & \text{при } R \leq R_1; \\ P = P_c \frac{\ln R}{\ln R_1} & \text{при } R_1 \leq R \leq 1. \end{cases} \quad (9)$$

При давлении в кармане $P = P_c$ с учетом соотношения (6) после интегрирования (8) получаем формулу для несущей способности

$$W = A_w P_c, \quad (10)$$

где

$$A_w = \frac{R_1^2 - 1}{2 \ln R_1}.$$

После дифференцирования выражения (9) формула для суммы безразмерного расхода (7) приобретает вид

$$Q_h = A_h H^3 P_c, \quad (11)$$

где

$$A_h = \frac{-1}{\ln R_1}.$$

Подставляя (10) в (4) и (11) в (5), получаем соответствующую (2), (3) математическую модель статического состояния ГСП

$$A_w P_c = F; \quad (12)$$

$$A_r D^2 \sqrt{1 - P_c} - A_h P_c H^3 = 0. \quad (13)$$

Статические характеристики ГСП. Настройку параметров ГСП проведем в режиме «расчетной точки» с использованием значений безразмерных величин — давления в кармане $0 < P_{c0} < 1$, единичного зазора $H_0 = 1$, радиуса

кармана $0 < R_1 < 1$ и цилиндрической податливости эластичной шайбы $K_m \geq 0$.

При этих значениях из выражений (12) и (13) определяем расчетную нагрузку

$$F_0 = A_w P_{c0}$$

и параметр дросселя

$$A_r = \frac{A_h P_{c0}}{D_0^2 \sqrt{1 - P_{c0}}},$$

где $D_0 = 1 - K_m(1 - P_{c0})$.

При параметрическом расчете статических характеристик ГСП в качестве параметра удобно использовать давление $P_c \in [0, 1]$. Согласно выражению (13), зазор в ГСП H и его податливость K находим по формулам

$$H = \sqrt[3]{\frac{A_r D^2 \sqrt{1 - P_c}}{A_h P_c}};$$

$$K = -\frac{\partial H}{\partial F} = \frac{H[2 - P_c + K_m(P_c - 1)(3P_c + 2)]}{6A_w D P_c(1 - P_c)}. \quad (14)$$

Расчетные зависимости статических характеристик ГСП — зазора H и податливости K — от нагрузки F при $R_1 = 0,6$, $P_{c0} = 0,5$ и различных значениях безразмерной цилиндрической податливости эластичной шайбы $K_m = 0,23i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) приведены на рис. 2, а и б.

Как видно из рис. 2, а в зависимости от цилиндрической податливости эластичной шайбы K_m меняется характер наклона нагрузочных кривых $H(F)$. При малых значениях K_m (кривые 1–3) они убывающие, однако с повышением этого параметра наблюдаются участки, где функция почти постоянная (кривая 4), т. е. на

ней появляются точки нулевой податливости ГСП ($K = 0$). При дальнейшем повышении K_m на среднем участке нагрузочная зависимость $H(F)$ становится возрастающей (кривая 5), т. е. на ней появляется область отрицательной податливости ГСП ($K < 0$).

Наглядно это можно видеть на рис. 2, б, где показаны зависимости податливости ГСП K от нагрузки F . Здесь податливость отличается значительной нестабильностью, поэтому эффективность такого ГСП при компенсации деформации станка будет невысокой.

Приведенные на рис. 2, а и б зависимости $H(F)$ и $K(F)$ требуют коррекции в рамках линеаризации нагрузочной характеристики $H(F)$, т. е. в рабочем диапазоне нагрузок $F \in [F_L, F_R]$ нагрузочная характеристика $H(F)$ должна быть линейной, а характеристика податливости ГСП $K(F)$ — постоянной.

Линеаризация характеристик в окрестности «расчетной точки». Определим границы диапазона $F \in [F_L, F_R]$, где $F_L = (1 - \alpha)F_0$; $F_R = (1 + \alpha)F_0$; α — коэффициент раздвижки границ диапазона. Чтобы эффективно компенсировать деформацию технологической системы станка, нагрузочная характеристика $H(F)$ должна быть линейной на прямой, соединяющей точки (F_L, H_L) и (F_R, H_R) :

$$H(F) = \frac{H_R - H_L}{F_R - F_L}(F - F_L) + H_L, \quad (15)$$

где $H_L = H(F_L)$; $H_R = H(F_R)$.

В крайних точках указанного диапазона изломы нагрузочной кривой сгладим так, чтобы

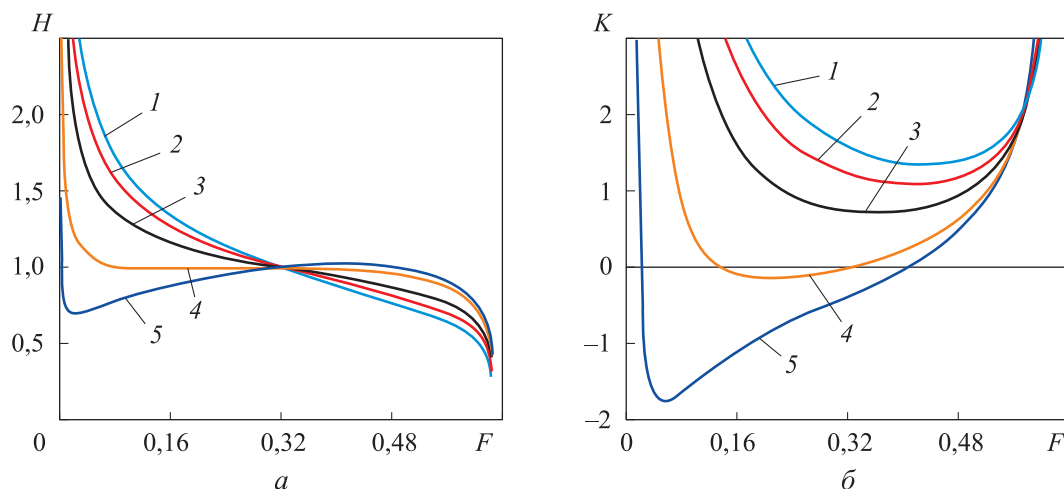


Рис. 2. Зависимости зазора в ГСП H (а) и податливости ГСП K (б) от нагрузки F при цилиндрической податливости эластичной шайбы $K_m = 0$ (1), 0,23 (2), 0,46 (3), 0,69 (4) и 0,92 (5)

первая и вторая производные функций совпадают слева и справа в точках излома:

$$\begin{aligned} \lim_{F \rightarrow F_L - 0} H'(F) &= \lim_{F \rightarrow F_L + 0} H'(F); \\ \lim_{F \rightarrow F_L - 0} H''(F) &= \lim_{F \rightarrow F_L + 0} H''(F) = 0; \\ \lim_{F \rightarrow F_R - 0} H'(F) &= \lim_{F \rightarrow F_R + 0} H'(F); \\ \lim_{F \rightarrow F_R - 0} H''(F) &= \lim_{F \rightarrow F_R + 0} H''(F) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

В промежуточных m точках $(F_{L-m}, F_{L-1}), (F_{R+1}, F_{R+m})$ потребуем совпадения первых односторонних производных, а в ближайшей к излому точке — совпадения вторых односторонних производных, чтобы на кривой податливости, определяемой с помощью первой производной функции зазора (14), не было разрывов. В результате получаем задачу, подобную формированию сплайнов Шенберга [22].

Для постановки данной задачи для левой от отрезка ветви будем использовать односторонние конечно-разностные производные второго порядка точности $O(v^2)$ [23]

$$\begin{aligned} H'(F_{i+0}) &= \frac{1}{2v}(-3H_i + 4H_{i+1} - H_{i+2}); \\ H'(F_{i-0}) &= \frac{1}{2v}(3H_i - 4H_{i-1} + H_{i-2}); \\ H''(F_{i+0}) &= \frac{1}{v^2}(-H_i + 4H_{i+1} - 5H_{i+2} + 2H_{i+3}); \\ H''(F_{i-0}) &= \frac{1}{v^2}(H_i - 4H_{i-1} + 5H_{i-2} - 2H_{i-3}), \end{aligned}$$

где v — шаг конечно-разностной сетки.

С учетом выражений (16) получаем уравнения для первых односторонних производных

$$\begin{aligned} H_{i-2} - 4H_{i-1} + 6H_i - 4H_{i+1} + H_{i+2} &= 0 \\ \text{и вторых односторонних производных} \\ -2H_{i-3} + 5H_{i-2} - 4H_{i-1} + 2H_i - 4H_{i+1} + \\ + 5H_{i+2} - 2H_{i+3} &= 0. \end{aligned}$$

Для неизвестных узлов левой ветви сглаживания узлов в диапазоне $L-m+1$ запишем систему из m линейных уравнений относительно сглаженных значений зазора

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 5 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_{m-3} \\ x_{m-2} \\ x_{m-1} \\ x_m \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ c_{m-1} \\ c_m \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $c_1 = 4H_{L-m-1} - H_{L-m-2}$; $c_2 = -H_{L-m-1}$;
 $c_m = 4H_L - H_{L+1}$; $c_{m-1} = 4H_L - 5H_{L+1} + 2H_{L+2}$;
 $x_i = H_{L-m+i-1}$; $i = 1, 2, 3, \dots, m-2, m-1, m$.

Решение задачи для правой от отрезка ветви нагрузочной характеристики $H(F)$ аналогично системе уравнений (17).

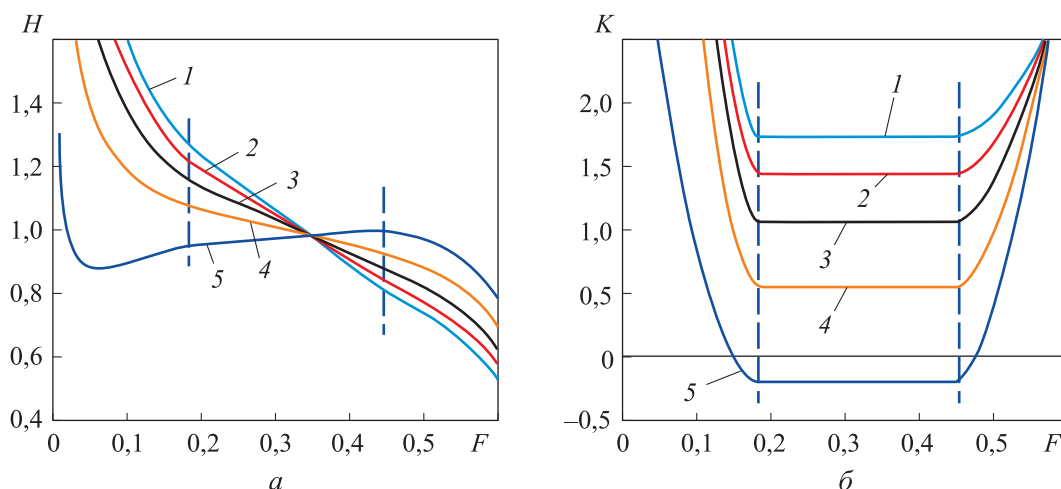


Рис. 3. Зависимости зазора в ГСП $H(a)$ и податливости ГСП $K(b)$ от нагрузки F при цилиндрической податливости эластичной шайбы $K_m = 0$ (1), 0,23 (2), 0,46 (3), 0,69 (4) и 0,92 (5) после линеаризации нагрузочной зависимости

Расчет выполнен при $\alpha = 0,4$, $m = 20$ и общем числе точек конечно-разностной сетки $n = 120$. Полученные при различных значениях цилиндрической податливости эластичной шайбы K_m нагрузочные кривые приведены на рис. 3, а. В области, ограниченной штриховыми линиями, функция $H(F)$ представляет отрезки прямых, удовлетворяющих формуле (15).

По результатам численного дифференцирования функции $H(F)$ построена графическая зависимость податливости ГСП $K(F)$, показанная на рис. 3, б. Видно, что в области, ограниченной штриховыми линиями, податливость для различных значений K_m является постоянной. При этом с ростом K_m податливость ГСП снижается, а на кривой 5 она отрицательная.

Модель профиля эластичного отверстия регулятора. Определим, как должен изменяться приведенный к единице диаметр проходного отверстия регулятора D_a в зависимости от нагрузки F , чтобы обеспечивать линейность нагрузочной характеристики $H(F)$ в диапазоне $F \in [F_L, F_R]$.

Из формулы (13) получаем выражение для расчета приведенного к единице диаметра проходного отверстия регулятора

$$D_a = H \sqrt{\frac{A_h H P_c}{A_r \sqrt{1 - P_c}}}. \quad (18)$$

Графические зависимости $D_a(F)$, полученные путем расчета по формуле (18), приведены на рис. 4, а. Видно, что наиболее существенно различаются характеристики $D_a(F)$ при малых

значениях K_m , которые для обеспечения функции компенсации деформаций не представляют интереса.

По мере увеличения K_m характеристики все меньше отличаются от линейных, однако они важны именно в таком виде с точки зрения поддержания постоянной податливости ГСП в рабочем диапазоне $F \in [F_L, F_R]$. Наиболее интересна в этом плане кривая 5, которая соответствует постоянной отрицательной податливости в указанном диапазоне нагрузок.

Как уже отмечалось, в этом режиме ГСП способен компенсировать деформации технологической системы станка, причем суммарная податливость системы и ГСП будет нулевой в указанном диапазоне нагрузок, вследствие чего точность станка станет идеальной, что будет способствовать самой высокой точности металлообработки.

Визуально кривая 5 мало чем отличается от линейной. Более заметно отклонение нелинейной кривой $D_a(F)$ от линейной $D(F)$ в увеличенном масштабе на рис. 4, б.

Для понимания данного феномена в таблице приведены данные, отражающие влияние податливости K_m на коэффициент A_r , который можно трактовать как безразмерный диаметр недеформированного регулятора по всей его высоте.

Как видно из рис. 4, б, с увеличением K_m абсолютная величина уклонения ΔD уменьшается. При больших значениях K_m , которые можно характеризовать как высокую чувствительность регулятора (см. таблицу), при больших диамет-

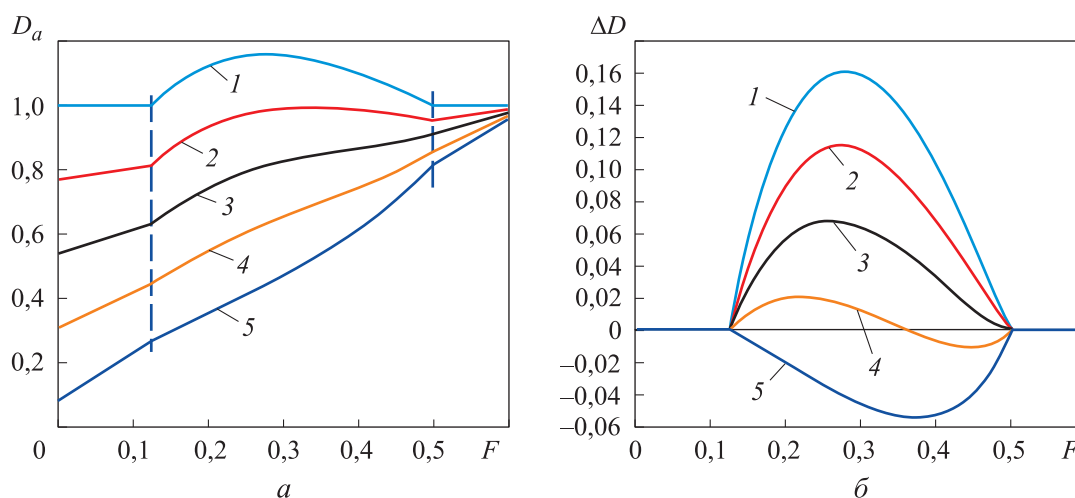


Рис. 4. Зависимости параметров D_a (а) и ΔD (б) от нагрузки F при цилиндрической податливости эластичной шайбы $K_m = 0$ (1), 0,23 (2), 0,46 (3), 0,69 (4) и 0,92 (5), обеспечивающие линейность нагрузочной характеристики $H(F)$ в диапазоне $F \in [F_L, F_R]$

Значения коэффициента A_r
при различных значениях податливости K_m

n	K_m	A_r	n	K_m	A_r
0	0	1,384	3	0,69	3,226
1	0,23	1,767	4	0,92	4,747
2	0,46	2,335	–	–	–

рах отверстия A_r , необходимых для обеспечения таких деформаций регулятора, величина уклонения ΔD должна быть малой.

Таким образом, предложенный теоретический способ линеаризации нагрузочной характеристики в рабочем диапазоне нагрузок посредством изменения профиля проходного сечения отверстия эластичного регулятора позволяет получить суммарную нулевую податливость технологической системы станка и ГСП.

Выводы

1. Рассмотрен осевой ГСП с эластичным регулятором расхода смазки, обеспечивающим отрицательную податливость несущего смазочного слоя. Применение такого ГСП в металлорежущих станках на режимах отрицательной податливости позволяет ему одновременно выпол-

нять функции несущей конструкции и компенсатора деформации упругой системы станка.

2. Предложен и теоретически обоснован способ линеаризации нагрузочных характеристик ГСП в рабочем диапазоне действующих на него нагрузок. Применение ГСП с постоянной отрицательной податливостью и линеаризованной нагрузочной характеристикой обеспечивает суммарную нулевую податливость технологической системы станка и ГСП, и как следствие, повышает точность и минимизацию времени металлообработки.

3. Исследование выполнено с использованием безразмерных параметров и характеристик. Получены формулы для расчета расхода смазки через регулятор и смазочный зазор, несущей способности подшипника, толщины несущего слоя в смазочном зазоре и податливости несущего слоя конструкции во всем диапазоне нагрузок.

4. Выведены выражения для сглаживания уступов на нагрузочной характеристике, которые образуются при ее линеаризации в рабочем диапазоне нагрузок.

5. Получена формула для профиля отверстия эластичного регулятора, при котором ГСП будет иметь постоянную податливость и линейную нагрузочную характеристику в рабочем диапазоне нагрузок.

Литература

- [1] Yu X., Gao W., Feng Y. et al. Research progress of hydrostatic bearing and hydrostatic-hydrodynamic hybrid bearing in high-end computer numerical control machine equipment. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 1053–1081, doi: <https://doi.org/10.1007/s12541-023-00796-6>
- [2] Lin S., Jiang S. Study on rotor-bearing dynamics of an improved machine tool spindle with water-lubricated hydrostatic thrust bearing and rolling bearings. *J. Vib. Eng. Technol.*, 2025, vol. 13, no. 4, art. 239, doi: <https://doi.org/10.1007/s42417-024-01670-z>
- [3] Aravindan S., Sreedharan K.V., Partha Sarathy U. et al. Study of pocket pressure and load bearing capacity in pocket type hydrostatic bearing under rotation. In: *Fluid mechanics and fluid power*. Vol. 6. Springer, 2024, pp. 431–444, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-99-5755-2_42
- [4] Stachowiak G., Batchelor A.W. *Engineering tribology*. Butterworth–Heinemann, 2013. 884 p.
- [5] Brecher C., Weck M. Machine tools production systems 3. Springer, 2021. 697 p.
- [6] Totis G., Bortoluzzi D., Sortino M. Development of a universal, machine tool independent dynamometer for accurate cutting force estimation in milling. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2024, vol. 198, no. 6, art. 104151, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2024.104151>
- [7] Zhang W., Du Y., Zhu Q. A hybrid approach for reliability allocation of NC machine tool based on meta-action. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2023, vol. 127, no. 9–10, pp. 4067–4079, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11668-8>
- [8] Shi J. et al. An environmental impact analysis method of machine-tool cutting units based on LCA. *J. Eng. Des. Technol.*, 2021, vol. 19, no. 5, pp. 1192–1206, doi: <https://doi.org/10.1108/JEDT-06-2020-0247>

- [9] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория систем автоматического управления*. Санкт-Петербург, Профессия, 2003. 752 с.
- [10] Юревич Е.И. *Теория автоматического управления*. Санкт-Петербург, БХВ-Петербург, 2016. 560 с.
- [11] Зайцев В.П., Шатохин С.Н., Ярошенко С.А. Проектирование адаптивных гидростатических подшипников. *Вестник машиностроения*, 1992, № 6–7, с. 25–28.
- [12] Красикова Т.Ю., Шатохин С.Н. Радиальная гидростатическая опора с плавающим кольцевым регулятором. *Вестник КГТУ*, 1997, № 1, с. 79–84.
- [13] Manring N.D., Johnson R.E., Cherukuri H.P. The impact of linear deformations on stationary hydrostatic thrust bearings. *J. Tribol.*, 2002, vol. 124, no. 4, pp. 874–877, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1482118>
- [14] Pang Z.C. A theoretical research on the dynamic stability of hydrostatic bearing. *J. Harbin Inst. Technol.*, 1982, no. 3, pp. 86–98.
- [15] Yoshimoto S., Oshima S., Danbara S. et al. Stability of water-lubricated, hydrostatic, conical bearings with spiral grooves for high-speed spindles. *J. Tribol.*, 2002, vol. 124, no. 2, pp. 398–405, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1405815>
- [16] Liu Z., Wang Y., Cai L. et al. A review of hydrostatic bearing system: researches and applications. *Adv. Mech. Eng.*, 2017, vol. 9, no. 10, doi: <https://doi.org/10.1177/1687814017730536>
- [17] Aizerman M.A. *Theory of automatic control*. Elsevier, 2016. 532 p.
- [18] Kodnyanko V., Kurzakov A., Grigorieva O. et al. Theoretical disquisition on the static and dynamic characteristics of an adaptive stepped hydrostatic thrust bearing with a displacement compensator. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 22, art. 2949, doi: <https://doi.org/10.3390/math9222949>
- [19] Urone P.P., Hinrichs R. Hooke's law: stress and strain revisited. In: *College physics*. OpenStax, 2016, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-662-53880-7_1
- [20] Laub J.H., Batsch F. *Elastic orifices as pneumatic logic elements*. JPL Research Summary 3612. Vol. 1. Pasadena, California, Jet Propulsion Laboratory, 1962. 35 p.
- [21] Newgard P.M., Kiang R.L. Elastic orifices for pressurized gas bearings. *ASLE Transactions*, 1966, vol. 9, no. 3, pp. 311–317, doi: <https://doi.org/10.1080/05698196608972147>
- [22] Schoenberg I.J. On interpolation by spline functions and its minimal properties. In: *On approximation theory*. Springer, 1964, pp. 109–129, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-0348-4131-3_12
- [23] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. Москва, Физматлит, Санкт-Петербург, Лаборатория Базовых Знаний, 2001. 630 с.

References

- [1] Yu X., Gao W., Feng Y. et al. Research progress of hydrostatic bearing and hydrostatic-hydrodynamic hybrid bearing in high-end computer numerical control machine equipment. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 1053–1081, doi: <https://doi.org/10.1007/s12541-023-00796-6>
- [2] Lin S., Jiang S. Study on rotor-bearing dynamics of an improved machine tool spindle with water-lubricated hydrostatic thrust bearing and rolling bearings. *J. Vib. Eng. Technol.*, 2025, vol. 13, no. 4, art. 239, doi: <https://doi.org/10.1007/s42417-024-01670-z>
- [3] Aravindan S., Sreedharan K.V., Partha Sarathy U. et al. Study of pocket pressure and load bearing capacity in pocket type hydrostatic bearing under rotation. In: *Fluid mechanics and fluid power*. Vol. 6. Springer, 2024, pp. 431–444, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-99-5755-2_42
- [4] Stachowiak G., Batchelor A.W. *Engineering tribology*. Butterworth–Heinemann, 2013. 884 p.
- [5] Brecher C., Weck M. Machine tools production systems 3. Springer, 2021. 697 p.
- [6] Totis G., Bortoluzzi D., Sortino M. Development of a universal, machine tool independent dynamometer for accurate cutting force estimation in milling. *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, 2024, vol. 198, no. 6, art. 104151, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2024.104151>

- [7] Zhang W., Du Y., Zhu Q. A hybrid approach for reliability allocation of NC machine tool based on meta-action. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2023, vol. 127, no. 9–10, pp. 4067–4079, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11668-8>
- [8] Shi J. et al. An environmental impact analysis method of machine-tool cutting units based on LCA. *J. Eng. Des. Technol.*, 2021, vol. 19, no. 5, pp. 1192–1206, doi: <https://doi.org/10.1108/JEDT-06-2020-0247>
- [9] Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control systems]. Sankt-Peterburg, Professiya Publ., 2003. 752 p. (In Russ.).
- [10] Yurevich E.I. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control]. Sankt-Peterburg, BKhV-Peterburg Publ., 2016. 560 p. (In Russ.).
- [11] Zaytsev V.P., Shatokhin S.N., Yaroshenko S.A. Design of adaptive hydrostatic bearings. *Vestnik mashinostroeniya*, 1992, no. 6–7, pp. 25–28. (In Russ.).
- [12] Krasikova T.Yu., Shatokhin S.N. Radial hydrostatic support with a floating annular regulator. *Vestnik KGTU*, 1997, no. 1, pp. 79–84 (In Russ.).
- [13] Manring N.D., Johnson R.E., Cherukuri H.P. The impact of linear deformations on stationary hydrostatic thrust bearings. *J. Tribol.*, 2002, vol. 124, no. 4, pp. 874–877, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1482118>
- [14] Pang Z.C. A theoretical research on the dynamic stability of hydrostatic bearing. *J. Harbin Inst. Technol.*, 1982, no. 3, pp. 86–98.
- [15] Yoshimoto S., Oshima S., Danbara S. et al. Stability of water-lubricated, hydrostatic, conical bearings with spiral grooves for high-speed spindles. *J. Tribol.*, 2002, vol. 124, no. 2, pp. 398–405, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1405815>
- [16] Liu Z., Wang Y., Cai L. et al. A review of hydrostatic bearing system: researches and applications. *Adv. Mech. Eng.*, 2017, vol. 9, no. 10, doi: <https://doi.org/10.1177/1687814017730536>
- [17] Aizerman M.A. *Theory of automatic control*. Elsevier, 2016. 532 p.
- [18] Kodnyanko V., Kurzakov A., Grigorieva O. et al. Theoretical disquisition on the static and dynamic characteristics of an adaptive stepped hydrostatic thrust bearing with a displacement compensator. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 22, art. 2949, doi: <https://doi.org/10.3390/math9222949>
- [19] Urone P.P., Hinrichs R. Hooke's law: stress and strain revisited. In: *College physics*. OpenStax, 2016, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-662-53880-7_1
- [20] Laub J.H., Batsch F. *Elastic orifices as pneumatic logic elements*. JPL Research Summary 3612. Vol. 1. Pasadena, California, Jet Propulsion Laboratory, 1962. 35 p.
- [21] Newgard P.M., Kiang R.L. Elastic orifices for pressurized gas bearings. *ASLE Transactions*, 1966, vol. 9, no. 3, pp. 311–317, doi: <https://doi.org/10.1080/05698196608972147>
- [22] Schoenberg I.J. On interpolation by spline functions and its minimal properties. In: *On approximation theory*. Springer, 1964, pp. 109–129, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-0348-4131-3_12
- [23] Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., Sankt-Peterburg, Laboratoriya Bazovykh Znaniy Publ., 2001. 630 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 27.02.2026

Информация об авторах

КОДНЯНКО Владимир Александрович — доктор технических наук, профессор кафедры «Стандартизация, метрология и управление качеством». Политехнический институт Сибирского федерального университета (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. академика Киренского, д. 26, e-mail: vkodnyanko@sfu-kras.ru).

ГРИГОРЬЕВА Ольга Анатольевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Стандартизация, метрология и управление качеством». Политехнический институт Сибирского федерального университета (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. академика Киренского, д. 26, e-mail: ogrigorieva@sfu-kras.ru).

СТРОК Лилия Владимировна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Стандартизация, метрология и управление качеством». Политехнический институт Сибирского федерального университета (660074, Красноярск, Российская Федерация, академика Киренского, д. 26, e-mail: lstrok@sfu-kras.ru).

КРЕХОВА Анастасия Владимировна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Стандартизация, метрология и управление качеством». Политехнический институт Сибирского федерального университета (660074, Красноярск, Российская Федерация, ул. академика Киренского, д. 26, e-mail: akrekhova@sfu-kras.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Коднянко В.А., Григорьева О.А., Строк Л.В., Крехова А.В. Линеаризация функции статической отрицательной податливости гидростатического подпятника с эластичным регулятором расхода. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 6, с. 21–31.

Please cite this article in English as:

Kodnyanko V.A., Grigorieva O.A., Strok L.V., Krekhova A.V. Linearization of the static negative compliance function of a hydrostatic thrust bearing with an elastic flow regulator. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 6, pp. 21–31.

Information about the authors

KODNYANKO Vladimir Aleksandrovich — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Standardization, Metrology, and Quality Management. Polytechnic Institute, Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo St., Bldg. 26, e-mail: vkodnyanko@sfu-kras.ru).

GRIGORIEVA Olga Anatolievna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Standardization, Metrology, and Quality Management. Polytechnic Institute, Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo St., Bldg. 26, e-mail: ogrigorieva@sfu-kras.ru).

STROK Lilia Vladimirovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Standardization, Metrology, and Quality Management. Polytechnic Institute, Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo St., Bldg. 26, e-mail: lstrok@sfu-kras.ru).

KREKHOVA Anastasia Vladimirovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Standardization, Metrology, and Quality Management. Polytechnic Institute, Siberian Federal University (660074, Krasnoyarsk, Russian Federation, Academician Kirenskogo St., Bldg. 26, e-mail: akrekhova@sfu-kras.ru).