На правах рукописи

ЯКОВЛЕВ Максим Евгеньевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕРМОВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД

Специальность 05.13.18 - математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук



Москва 2014

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

Научный руководитель: доктор технических наук, старший научный сотрудник **Станкевич Игорь Васильевич**

Официальные оппоненты: **Мартыненко Сергей Иванович**, доктор физико-математических наук, федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова», отдел «Специальные авиационные двигатели и химмотология», научный сотрудник

Осипов Николай Леонидович, кандидат технических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)», профессор кафедры «Сопротивление материалов»

Ведущая организация: ОАО «Коломенский завод» (Коломенский тепловозостроительный завод имени В.В. Куйбышева)

Защита состоится «9» декабря 2014 г. В 13 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: Москва, Рубцовская наб., 2/18, ауд. 1006л.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана и на сайте университета http://www.bmstu.ru/

Автореферат разослан «__» _____ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, кандидат технических наук, доцент А.В. Аттетков

НТБ МГТУ им.Н.Э.Баумана
2066718
яковлев М.Е. Математическо

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Дальнейшее интенсивное развитие методов математического моделирования как эффективного средства исследования сложных процессов деформирования с учетом контактного взаимодействия является одной из актуальных проблем прикладной математики, так как открывает новые возможности в развитии таких предметных областей, как механика деформируемого твёрдого тела и прикладные методы численного анализа, значительно расширяет перспективы создания и практического использования систем автоматизированного проектирования.

С точки зрения прикладной математики особенно важным является дальнейшее развитие перспективных методов математического моделирования, применяемых для решения новых классов задач вычислительной термомеханики, математические постановки которых в общем виде учитывают сложные физико-механические эффекты, возникающие при вязкоупругопластическом деформировании с учетом контактного взаимодействия и сложного термосилового нагружения. Это дает возможность осуществления более полного анализа напряженно-деформированного состояния ответственных элементов конструкций, подверженных неоднородному термосиловому нагружению, и увеличения точности оценки их ресурса.

Цель работы. В соответствии с изложенным выше целью настоящей диссертационной работы является развитие перспективных численных методов решения нелинейных краевых задач вычислительной термомеханики, учитывающих особенности контактного взаимодействия ответственных элементов конструкции в условиях сложного термосилового нагружения.

В соответствии с целью работы были поставлены следующие **основные задачи исследования**:

– Разработка математических моделей и алгоритмов для решения физически нелинейных квазистатических краевых контактных задач

МГТУ им. Н.Э. Баумана
Библиотека

механики деформируемого твердого тела в двухмерных областях, имеющих сложное геометрическое оформление, на основе альтернирующего метода Шварца.

– Создание комплекса прикладных программ для решения физически нелинейных контактных задач МДТТ, реализующего разработанные модели и алгоритмы.

Методы исследования, использованные для достижения поставленной цели, основаны на методах теории упругости, теории пластичности, вариационных принципах и методе конечных элементов.

Обоснованность и достоверность результатов, представленных в диссертации, основана:

1) на строгости построения описанных математических моделей исследуемых физико-механических процессов;

2) на результатах исследования сходимости представленных алгоритмов;

3) на тщательном и методическом тестировании разработанных алгоритмов и программ на решениях широко известных тестовых задач.

Научную новизну диссертационной работы составляют следующие положения, выносимые на защиту:

– алгоритмы решения физически нелинейных квазистатических краевых контактных задач механики деформируемого твердого тела в двухмерных областях, имеющих сложное геометрическое оформление, с учетом вязкоупругопластического деформирования в условиях неравномерного термосилового нагружения, основанные на альтернирующем методе Шварца.

– основанный на разработанных алгоритмах комплекс прикладных программ, позволяющий проводить вычисления полей перемещений, напряжений и деформации, возникающих в ответственных элементах конструкций, находящихся под действием термомеханической нагрузки.

Практическая ценность. Разработанные методики, алгоритмы и комплекс прикладных программ позволяют эффективно, с малыми затратами времени, проводить численные исследования контактных задач МДТТ в

геометрически сложных двухмерных областях; решать широкий класс задач научного и прикладного характера; исследовать особенности влияния различных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов.

Представленный в диссертации комплекс прикладных программ применялся при проведении численных исследований в НИИ Энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана по заказам ряда предприятий энергомашиностроительного профиля.

Результаты работы использовались при выполнении исследований в рамках АВЦП "Развитие научного потенциала высшей школы": проект № РНП 2.1.2.884 "Разработка неклассических математических моделей поведения перспективных конструкционных и функциональных материалов при высокоинтенсивных воздействиях физических полей различной природы", 2009 – 2011г.г., а также грантов Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ, проекты – № НШ-255.2012.8 "Математическое моделирование сложных термомеханических процессов в структурно-чувствительных материалах при высокоинтенсивных воздействиях", 2012 – 2013 г.г., и № НШ-1432.2014.8 "Математическое моделирование нестационарных термомеханических процессов в консолидированных микро- и нано структурных материалах при высокоинтенсивных воздействиях физических полей различной природы", 2014 – 2015 г.г.

Апробация работы. Материалы настоящей диссертационной работы докладывались на научно-технической конференции «Научная весна – 2011», посвященной 50-летию полета Ю.А. Гагарина в космос (Москва, 2011); семинарах кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н. Э. Баумана (Москва, 2011 – 2013); итоговых научных конференциях МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, 2011 – 2014); научных семинарах отделения ЭМ-2 НИИЭМ МГТУ им. Н. Э. Баумана, (Москва, 2011 – 2014); XXVII и XXX международных научно-практических конференциях «Технические науки – от теории к практике» (Новосибирск, 2013-2014).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 10 научных статьях, в том числе в 4 статьях, опубликованных в журналах, которые включены в Перечень рецензируемых ведущих научных журналов и изданий, материалах двух международных конференций и трех свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в настоящей работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, занимающих 131 страницу текста, в том числе 66 рисунков на 51 странице, 4 таблицы на 4 страницах, списка использованной литературы из 112 наименований на 10 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость полученных результатов, основные положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

В **первой главе** работы рассмотрены формулировки краевых контактных задач МДТТ. Рассматривались два двухмерных однородных и изотропных линейно-упругих тела A и B, занимающих на плоскости (в пространстве R^2) области G_A и G_B, ограниченных кусочно-гладкими границами ∂G_A и ∂G_B и находящихся в состоянии контактного взаимодействия. Математическая формулировка контактной задачи МДТТ включает:

уравнения равновесия в перемещениях

$$\sigma_{ij,j}(\boldsymbol{u},T)+Q_i(\boldsymbol{x})=0,\quad \boldsymbol{x}\in G_\alpha,\ i,j=\overline{1,2};\ \alpha\in\{A,B\}; \tag{1}$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\left(u_{i,j}(\boldsymbol{x}) + u_{j,i}(\boldsymbol{x})\right), \quad \boldsymbol{x} \in G_\alpha,\ i,j = \overline{1,2};\ \alpha \in \{A,B\}; \tag{2}$$

определяющие уравнения – закон Гука в виде

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{H}\left(\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\varepsilon}_0(\boldsymbol{x})\right), \quad \boldsymbol{x} \in G_\alpha, \alpha \in \{A,B\}, \tag{3}$$

и граничные условия (кинематические и силовые соответственно)

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big|_{S_1} = \boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in S_1^\alpha \subset \partial G_\alpha;\ \alpha \in \{A,B\}; \tag{4}$$

$$\sigma_{ij}(\boldsymbol{u},T)n_j\big|_{S_2} = p_i(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in S_2^\alpha \subset \partial G_\alpha,\ i,j = \overline{1,2};\ \alpha \in \{A,B\}; \tag{5}$$

здесь $\boldsymbol{x}$ – вектор координат, $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор напряжений, Q_i – компоненты объемной силы $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$, $\mathbf{H}$ – матрица Гука, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор деформации, $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ – вектор начальной деформации, $\boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{x})$ – вектор заданных перемещений точек поверхности S_1, $p_i(\boldsymbol{x})$ – компоненты распределенной нагрузки $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x})$, заданной на поверхности S_2.

Кроме того, должны выполняться условия сопряжения на контактной поверхности $S_k = S_k^A = S_k^B$: кинематическое условие

$$u_n^A(\boldsymbol{x}) - u_n^B(\boldsymbol{x}) = \delta_n(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in S_k; \tag{6}$$

и силовое условие

$$\sigma_n^A(\boldsymbol{x}) = -\sigma_n^B(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad \boldsymbol{x} \in S_k, \tag{7}$$

где u_n^A, u_n^B – проекции векторов перемещений граничных точек на внешнюю нормаль к поверхности тела A; δ_n – проекция начального расстояния (зазора) между контактирующими точками тел A и B на эту нормаль; σ_n^A, σ_n^B – компоненты напряжений по внешней нормали к границе тела A.

Для решения задачи (1) – (7) в данной работе был использован алгоритм, основанный на альтернирующем методе Шварца, состоящий в реализации поочередного задания на контактных поверхностях S_k^A и S_k^B векторов перемещений $\boldsymbol{u}_k^A(\boldsymbol{x})$ и $\boldsymbol{u}_k^B(\boldsymbol{x})$ и поверхностных сил $\boldsymbol{p}_k^A(\boldsymbol{x})$ и $\boldsymbol{p}_k^B(\boldsymbol{x})$, сопровождающегося их коррекцией с тем, чтобы выполнялись либо

условия сопряжения (6), если в контактной зоне заданы поверхностные силы, либо (7), если заданы перемещения.

Коррекция компонент вектора $\boldsymbol{u}_k^A(\boldsymbol{x}) = \{U_k\}_{(A)}$ производилась по формуле

$$\{U_k\}_{(A),m}^{2n} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n} = \begin{cases} \begin{Bmatrix} u^0 \\ v^0 \end{Bmatrix}_{(A),m}, & n = 0; \\ \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n-1} + \alpha_{(A),m}^{2n-1} \left(\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{(B),s}^{2n-1} - \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n-1} \right), & n = 1, 2, \ldots, \end{cases} \tag{8}$$

где m $(1 \le m \le M_A)$ – номер текущего узла, лежащего на контактной поверхности S_k^A тела A, M_A – число контактных узлов на поверхности S_k^A; $\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_{(B),s}^{2n-1}$ – вектор перемещений сходственной точки s, лежащей на контактной поверхности S_k^B тела B, $\alpha_{(A),m}^{2n-1}$ – итерационный параметр.

Компоненты вектора контактных узловых сил $\boldsymbol{p}_k^A(\boldsymbol{x}) = \{R_k\}_{(A)}$ корректировались по формуле

$$\{R_k\}_{(A),m}^{2n+1} = \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n+1} = \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n} - \alpha_{(A),m}^{2n} \left(\begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}_{(B),s}^{2n} + \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}_{(A),m}^{2n} \right), \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \tag{9}$$

где m $(1 \le m \le M_A)$ – номер текущего узла, лежащего на контактной поверхности S_k^A тела A, $\begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix}_{(B),s}^{2n}$ – вектор контактных узловых сил сходственной точки s, лежащей на контактной поверхности S_k^B тела B, $\alpha_{(A),m}^{2n}$ – итерационный параметр.

В данной работе в качестве сходственной точки s рассматривалась точка пересечения отрезка $m_0 m$, который соединяет начальное m_0 и конечное m положения узла, принадлежащие начальной S_{k0}^A и конечной S_k^A

контактным поверхностям тела A соответственно, с отрезком ij, лежащим на контактной поверхности S_k^B тела B (Рис. 1).

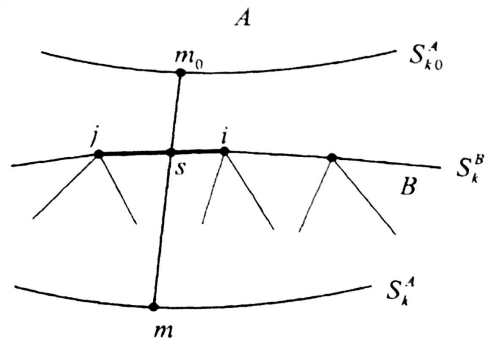


Рис. 1. Построение сходственной точки

На четных итерациях итерационный параметр $\alpha_{(A),m}^{2n-1}$ в формуле (8) определялся с помощью выражения

$$\alpha_{(A),m}^{2n-1} = \frac{\left\| \boldsymbol{u}_m^{2n-1} \right\|}{\left\| \boldsymbol{u}_m^{2n-1} \right\| + \left\| \boldsymbol{u}_s^{2n-1} \right\|}, \tag{10}$$

где $\left\| \boldsymbol{u}_m^{2n-1} \right\|$ – норма вектора перемещения $\boldsymbol{u}_m^{2n-1}$ узла m $\left(1 \le m \le M_A\right)$, лежащего на контактной поверхности S_k^A тела A, $\left\| \boldsymbol{u}_s^{2n-1} \right\|$ – норма вектора перемещения $\boldsymbol{u}_s^{2n-1}$ сходственной точки s поверхности контакта S_k^B тела B.

На нечетных итерациях итерационный параметр $\alpha_{(A),m}^{2n}$ в формуле (9) вычислялся с помощью выражения

$$\alpha_{(A),m}^{2n} = \frac{\left\| \boldsymbol{R}_m^{2n} \right\|}{\left\| \boldsymbol{R}_m^{2n} \right\| + \left\| \boldsymbol{R}_s^{2n} \right\|}, \tag{11}$$

где $\left\| \boldsymbol{R}_m^{2n} \right\|$ – норма вектора контактных сил $\boldsymbol{R}_m^{2n}$ в узле m $\left(1 \le m \le M_A\right)$, лежащего на контактной поверхности S_k^A тела A, $\left\| \boldsymbol{R}_s^{2n} \right\|$ – норма вектора контактных сил $\boldsymbol{R}_s^{2n}$ в точке s, сходственной для узла m и лежащей на поверхности контакта S_k^B тела B.

Для описания трения между контактирующими поверхностями тел A и B (соответственно S_k^A и S_k^B) в данной работе был использован закон

Амонтона–Кулона. Согласно данному закону в каждом контактном узле m требуется проверка неравенства

$$\left|q_{\tau,m}\right| \le \mu p_{n,m},\ 1 \le m \le M_\alpha,\ \alpha \in \{A,B\}, \tag{12}$$

где μ – коэффициент трения; $p_{n,m}$ и $q_{\tau,m}$ – соответственно проекции вектора силы $\boldsymbol{R}_m$ на внешнюю нормаль $\boldsymbol{n}^\beta$ и касательную $\boldsymbol{\tau}^\beta$ в сходственной точке s, лежащей на грани ij на контактной поверхности S_k^β тела β, $\beta \in \{A,B\}$ и $\beta \ne \alpha$ (Рис. 2).

В случае нарушения неравенства (12) необходимо использовать ограничения на касательную компоненту силы в узле m, $1 \le m \le M_\alpha$, $\alpha \in \{A,B\}$, так как это описывает взаимное проскальзывание контактирующих тел. Имеем

$$q_{\tau m} = -\mu p_{nm} \operatorname{sign}\left(v_{\tau m}\right). \tag{13}$$

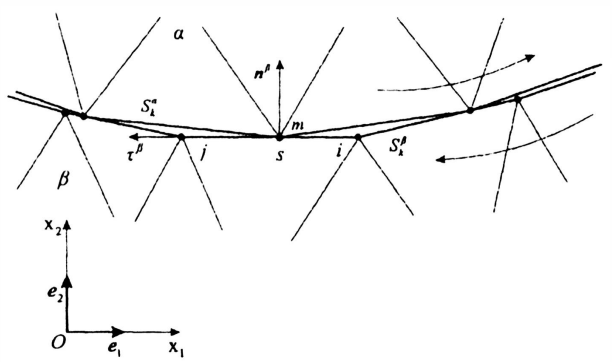


Рис. 2. Учет сил трения

При решении краевых контактных квазистатических нелинейных задач МДТТ с использованием теории малых упругопластических деформаций был использован метод переменных параметров упругости. Определяющие соотношения деформационной теории записывались в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \dfrac{1}{E^*}\left[\sigma_{11} - \nu^*\sigma_{22}\right] + \varepsilon_{11}^{\mathrm{T}}; \\ \varepsilon_{22} = \dfrac{1}{E^*}\left[\sigma_{22} - \nu^*\sigma_{11}\right] + \varepsilon_{22}^{\mathrm{T}}; \\ \varepsilon_{12} = \dfrac{1}{2G^*}\sigma_{12}, \end{cases} \tag{14}$$

где $\varepsilon_{11}^{T}, \varepsilon_{22}^{T}$ – компоненты тензора температурной деформации; E^*, G^* и ν^* – переменные параметры упругости:

$$E^* = \frac{\frac{\sigma_и}{\varepsilon_и}}{1+\frac{1-2\nu}{3E}\frac{\sigma_и}{\varepsilon_и}},\ \nu^* = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1-2\nu}{3E}\frac{\sigma_и}{\varepsilon_и}}{1+\frac{1-2\nu}{3E}\frac{\sigma_и}{\varepsilon_и}},\ G^* = \frac{\sigma_и}{3\varepsilon_и}, \qquad (15)$$

где $\sigma_и$ и $\varepsilon_и$ – интенсивности напряжений и деформации.

Метод переменных параметров упругости был реализован в соответствии со следующим алгоритмом:

(1) Принимается: $E^* = E$, $\nu^* = \nu$ и $G^* = G$.

(2) Решается задача теории упругости.

(3) По выбранному критерию проверяется сходимость решения; в случае, если требуемая точность достигнута, решение завершается, иначе выполняется пункт (4).

(4) Вычисляются $\sigma_и^*$ и $\varepsilon_и^*$ и проверяется условие возникновения пластической деформации; в случае невыполнения условия во всех точках решение завершается, иначе выполняется пункт (5).

(5) В случае возникновения в точке пластической деформации, по диаграмме деформирования $\sigma_и = f(\varepsilon_и)$ определяется значение $\sigma_и$, интенсивность деформации не изменяется $\varepsilon_и = \varepsilon_и^*$.

(6) Для каждого элемента, на котором возникла пластическая деформация, вычисляются новые значения параметров E^*, G^* и ν^* при помощи формул (15) и выполняется переход к пункту (2).

В случае возникновения пластической деформации шаги (2) – (6) производятся однократно на каждой итерации алгоритма Шварца.

Деформация ползучести учитывается методом начальной деформации с применением неявной схемы Эйлера в соответствии со следующим алгоритмом:

(1) В начальный момент времени $t_k = t_0 = 0$ принимается, что во всех конечных элементах *(e)* деформация ползучести отсутствует. Формируются глобальные матрицы жесткости $[K]_{(\alpha)}$ и глобальные векторы нагрузки $\{R\}_{(\alpha)}$.

(2) Решается контактная задача теории упругости.

(3) Для каждого конечного элемента *(e)* тел A и B вычисляется вектор напряжений $\left\{\sigma^{(e)}\right\}_{(\alpha)}, \alpha \in \{A,B\}$.

(4) Из принятых определяющих соотношений находится вектор скорости деформации ползучести $\left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_k)\right\}_{(\alpha)} = f\left(\left\{\sigma^{(e)}(t_k)\right\}_{(\alpha)}, t_k\right), \alpha \in \{A,B\}$.

(5) Принимается, что $\left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_{k+1})\right\}_{(\alpha)} = \left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_k)\right\}_{(\alpha)}$.

(6) Для момента времени t_{k+1} вычисляется вектор деформации ползучести $\left\{\varepsilon^{c(e)}(t_{k+1})\right\}_{(\alpha)} = \left\{\varepsilon^{c(e)}(t_k)\right\}_{(\alpha)} + \Delta t\left[\beta\left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_{k+1})\right\}_{(\alpha)} + (1-\beta)\left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_k)\right\}_{(\alpha)}\right]$, где Δt – шаг по времени, β – скалярный параметр ($\beta \geq 0{,}5$), $\alpha \in \{A,B\}$.

(7) Оценивается сходимость итераций внутри рассматриваемого шага по времени: если сходимость достигнута то выполняется переход к пункту 12, в противном случае — к пункту 8.

(8) Корректируется глобальный вектор нагрузки $\{R\}_{(\alpha)}$.

(9) Решается контактная задача теории упругости.

(10) Для каждого конечного элемента *(e)* тел A и B вычисляется вектор напряжений $\left\{\sigma^{(e)}\right\}_{(\alpha)}, \alpha \in \{A,B\}$.

(11) Вычисляются векторы скоростей деформации ползучести $\left\{\dot{\varepsilon}^{c(e)}(t_{k+1})\right\}_{(\alpha)} = f\left(\left\{\sigma^{(e)}\right\}_{(\alpha)}, t_k\right)$. Выполняется переход к пункту 6.

(12) Если заданный интервал времени пройден ($t_{k+1} > t_{\max}$), то вычисления заканчиваются, в противном случае делается переход к пункту 5.

В этом же разделе приведены основные используемые соотношения МКЭ и соотношения метода сопряженных градиентов, который был использован для решения системы линейных алгебраических уравнений.

Во **второй главе** диссертации дано описание комплекса прикладных программ (КПП) для решения физически нелинейных контактных задач МДТТ в сложных двухмерных областях.

Программы, входящие в комплекс, можно разделить на три большие группы (блока): препроцессор, процессор и постпроцессор.

Обмен информацией между группами программ и программами внутри групп производится в виде записанных на винчестер рабочих файлов, образующих базу данных. Работа блоков программ комплекса производится последовательно. Каждый блок с внешнего носителя вызывается в оперативную память процессора, после чего производится обработка данных и результаты заносятся в зону рабочих файлов в качестве исходной информации для следующих блоков, вызываемых в соответствии с общей логикой решения задачи.

Программы блока препроцессора предназначены для построения сетки конечно-элементной модели, физико-механических свойств, кинематических граничных условий, узловой и поверхностной механической нагрузки, а также массовых сил. К физико-механическим свойствам относятся компоненты тензора линейного расширения, модули упругости, коэффициенты Пуассона, данные для аппроксимации диаграммы деформирования и т. п.

Поверхностная нагрузка, в общем случае неравномерная, задается на сторонах конечных элементов, аппроксимирующих внешнюю поверхность исследуемых тел. Узловая нагрузка рассматривается в виде дискретных сил, которые прикладываются строго в узлах «поверхностных» конечных элементов. Силы тяжести задаются в качестве массовых сил. Также в некоторых расчетных схемах присутствуют неравномерные тепловые поля.

Данные группируются, аппроксимируются и записываются на внешний носитель в зависимости от характера и объема вводимой информации. В качестве математического обеспечения при подготовке данных используется полиномиальная аппроксимация на базе метода наименьших квадратов.

Программы центрального вычислительного блока, построенного по модульному принципу, составляют процессор и являются основными в структуре КПП. Они реализуют все подходы, изложенные выше в главе 1. Основная программа центрального вычислительного блока осуществляет ввод необходимых исходных данных и устанавливает алгоритмический режим прохождения решения конкретной задачи. Также в состав процессора входят программы, осуществляющие формирование векторов и матриц метода конечных элементов, решение систем линейных уравнений, коррекцию параметров моделей в соответствии с найденными промежуточными результатами и все вспомогательные операции.

Программы постпроцессора используются каждый раз, когда возникает необходимость представления результатов обработки данных, как на стадии подготовки, так и на этапах решения контактных задач. Решение контактной задачи механики деформируемого твердого тела с помощью МКЭ приводит к появлению больших объемов численных данных, подлежащих анализу и визуализации. В качестве непосредственного визуализатора в постпроцессоре КПП используются CAD-система AutoCad 2010. Перед выполнением графических построений создаются файлы графических данных в стандарте DXF. В постпроцессоре КПП процедуры построения DXF-файлов осуществляют специально разработанные сервисные программы, использующие теорию сопряженной аппроксимации.

Все программы комплекса написаны на алгоритмическом языке ФОРТРАН 90. Общий объём программного кода - около 25000 строк.

Разработанный программный комплекс является исследовательским, однако он обладает достаточными возможностями в области 2D-моделирования, чтобы послужить основой для создания «легкой» CAE-

системы. Данный КПП имеет государственную регистрацию в Реестре программ для ЭВМ.

В **третьей главе** диссертации в качестве примеров реализации разработанных методов, алгоритмов и программ представлены результаты численных исследований напряженно-деформированного состояния тел различной формы, находящихся в условиях термомеханического нагружения и контактного взаимодействия. Рассмотрено контактное взаимодействие цилиндра и полуцилиндра с полупространством, пластин различной формы и размеров, а также резьбовые соединения.

Исследовано поликонтактное взаимодействие четырех неравномерно нагретых пластин (Рис. 3). Материал пластин – сталь 40Х. На верхнюю пластину действует распределенная вертикальная нагрузка $p_2 = -200$ МПа. Все пластины подвержены температурному воздействию. Температура в пределах всех пластин меняется линейно вдоль оси Ox_1 от оси закрепления Ox_2 до правой свободной поверхности. На Рис. 4 приведено поле компоненты σ_{22} тензора напряжений. На Рис. 5 представлено поле компоненты ε_{22} тензора полной деформации.

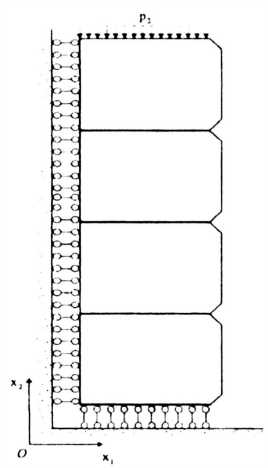


Рис. 3. Расчетная схема поликонтактного взаимодействия

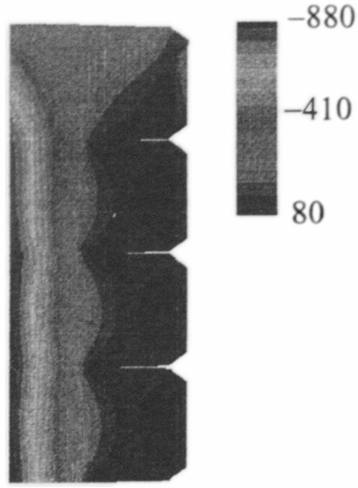


Рис. 4. Поле компоненты σ_{22} тензора напряжений, МПа

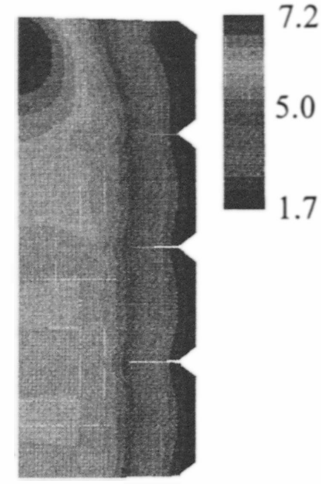


Рис. 5. Поле компоненты ε_{22} тензора деформации, 10^{-3}

Изучалось напряженно-деформированное состояние осесимметричного резьбового соединения. Материал конструкции – сталь 40Х. Расчетная схема представлена на Рис. 6. Распределение напряжений приведено на Рис. 7.

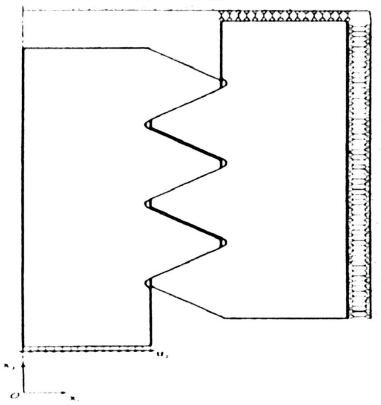


Рис. 6. Расчетная схема резьбового соединения

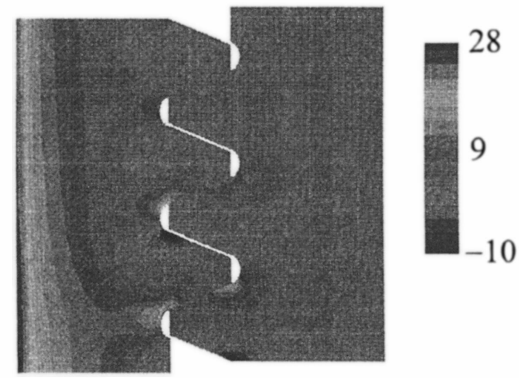


Рис. 7. Поле компоненты σ_{22} тензора напряжений, МПа

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. На основе альтернирующего метода Шварца разработаны математические модели и итерационные алгоритмы численного исследования квазистатических краевых контактных задач механики

деформируемого твердого тела в двухмерных областях, имеющих сложное геометрическое оформление, с учетом вязкоупругопластического деформирования и неоднородного термосилового нагружения.

2. С применением разработанных алгоритмов создан комплекс прикладных программ, предназначеный для решения контактных задач МДТТ в двухмерных областях.

3. Получены решения некоторых двухмерных контактных задач механики деформируемого твердого тела, демонстрирующие возможности разработанных математических моделей, алгоритмов и программ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНЫ В РАБОТАХ:

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011615170. Решение нелинейной контактной задачи МДТТ в двумерной области / И.В. Станкевич, М.Е. Яковлев, Си Ту Хтет. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 01.07.2011.

2. Станкевич И.В., Яковлев М.Е., Си Ту Хтет. Разработка алгоритма контактного взаимодействия на основе альтернирующего метода Шварца // Вестник Моск. гос. тех. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. Спец. выпуск «Прикладная математика». 2011. С. 134-141. (0.1 п.л. / 0.3 п.л.).

3. Станкевич И.В., Яковлев М.Е., Си Ту Хтет. Алгоритм автоматического построения сеток из четырёхузловых конечных элементов // Наука и образование. Электронный журнал. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 2. URL: http://technomag.edu.ru/doc/332595.html (дата обращения 04.04.2012). (0.1 п.л. / 0.4 п.л.).

4. Станкевич И.В., Яковлев М.Е., Си Ту Хтет. Математическое моделирование контактного взаимодействия упругопластических сред // Наука и образование. Электронный журнал. МГТУ им. Н.Э. Баумана.

2012. № 4. URL: http://technomag.edu.ru/doc/353180.html (дата обращения 04.04.2012). (0.4 п.л. / 1.0 п.л.).

5. Яковлев М.Е. Математическое моделирование поликонтактного взаимодействия. // Вестник Моск. гос. тех. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. Спец. выпуск № 2 «Математическое моделирование в технике». 2012. С. 219 – 224.

6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013612071. KZ_TVU-2D – Решение термовязкоупругой контактной задачи МДТТ в двухмерной области / И.В. Станкевич, М.Е. Яковлев Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.02.2013.

7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013612073. SETKA_3U-2D – Построение конечно-элементных треугольных сеток в двухмерных областях / И.В. Станкевич, М.Е. Яковлев Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.02.2013.

8. Математическое моделирование термоупругого контактного взаимодействия осесимметричных тел / М.Е. Яковлев [и др.] // Инженерный журнал: наука и инновации. Электронный журнал. 2013. №4. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/667.html (дата обращения 05.07.2013). (0.2 п.л. / 0.8 п.л.).

9. Яковлев М.Е. Решение контактных задач теории упругости с помощью альтернирующего метода Шварца // Технические науки – от теории к практике: сборник статей по материалам XXVII международной научно-практической конференции. «СибАК», Новосибирск, 2013. Ч.1. №10. С. 108 – 114.

10. Яковлев М.Е. Применение альтернирующего метода Шварца к решению поликонтактных задач теории упругости. // Технические науки – от теории к практике: сборник статей по материалам XXX международной научно-практической конференции. «СибАК», Новосибирск, 2014. №1. С. 38 – 45.