

На правах рукописи

Прялов Сергей Николаевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ
ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ПРОДУКТОВ В ЛИНЕЙНЫХ И
ЗАКОЛЬЦОВАННЫХ СЕТЯХ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ**

по специальностям 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ
01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук



МОСКВА – 2014

Работа выполнена в закрытом акционерном обществе
«Физико-технический центр» (г.Саров Нижегородской области).

**Научный
консультант:**

доктор технических наук, профессор
Селезнёв Вадим Евгеньевич

**Официальные
оппоненты:**

Сидняев Николай Иванович,
доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана», заведующий кафедрой «Высшая математика»

Лаптев Анатолий Григорьевич,
доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский государственный энергетический университет», заведующий кафедрой «Технология воды и топлива»

Петриченко Михаил Романович,
доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет», заведующий кафедрой «Гидравлика»

**Ведущая
организация:**

общество с ограниченной ответственностью «Научно-исследовательский институт природных газов и газовых технологий – ГАЗПРОМ ВНИИГАЗ»

Защита состоится «23» декабря 2014 года в 11⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу: г. Москва, Рубцовская наб., дом 2/18, ауд. 1006 л.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте www.bmstu.ru федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана».

Автореферат разослан « » 2014 года.

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 212.141.15, кандидат технических наук, доцент



А.В. Аттетков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Одной из актуальных задач предприятий современного трубопроводного транспорта является поиск источников и анализ механизмов разбалансов (потерь) в оценках поставок продуктов (газа, нефти, горячей или холодной воды и др.) конкретным потребителям. Разбаланс (потери) – это количественное расхождение в оценках объемов переданного продукта между поставщиками и потребителями. Отсутствие решения указанной задачи приводило к миллиардным убыткам компаний трубопроводного транспорта не только в Российской Федерации, но и странах Евросоюза. Сложность решения задачи значительно повышается в условиях дефицита натурных измерений объемов поставляемого продукта, а также при наличии в сетях кольцевых коллекторов, функционирующих в нестационарных неизотермических режимах.

Практически значимым подходом к решению задачи обнаружения источников разбалансов является их научно обоснованная локализация на базе численного решения специальных задач идентификации в целях адекватного восстановления транспортных потоков в промышленных трубопроводных системах по набору «зашумленных» натурных измерений в ограниченном количестве локальных пространственных областей. Для решения указанных задач идентификации необходимы методы математического моделирования с повышенной точностью описания нестационарных неизотермических течений продуктов по протяженным разветвленным и закольцованным рельефным трубопроводам.

Привлечение распространенных методов численной оценки параметров течения продуктов в сложных трубопроводных сетях не дает возможности обеспечить точность получаемых результатов, необходимую для их практического применения при поиске и локализации источников разбалансов в распределительных системах или потерь в магистральных сетях трубопроводов.

Критический анализ данных методов показал, что основной причиной сложившейся ситуации являлось несоблюдение консервативности применяемых моделей течений и алгоритмов их численного решения, особенно при моделировании потоков на границах и в узлах разветвления трубопроводов. В качестве другого, не менее важного, обстоятельства выступала избыточная упрощенность применяемых моделей при анализе неустановившихся неизотермических режимов транспортирования технических газов и жидкостей, часто приводящая к недопустимому искажению физической картины течений в практически значимых случаях.

В целях устранения обозначенных выше проблем возникла острая необходимость в разработке адекватных практически значимых методов моделирования нестационарных неизотермических потоков многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов, обеспечивающих требуемую точность расчетных оценок параметров транспортных потоков при анализе причин и локализации источников разбалансов в поставках продуктов по трубопроводам.

Данная диссертационная работа посвящена разработке указанных методов и

их практической реализации в виде расчетных ядер систем компьютерного и имитационного моделирования для численного анализа и восстановления потоков в сложных трубопроводных системах, включая циклические течения.

Объектом исследования в диссертационной работе являлись газодинамические и гидравлические процессы, протекающие в длинных рельефных разветвленных трубопроводах, имеющих кольцевые участки, при транспортировании по ним многокомпонентных газовых смесей и многокомпонентных жидкостей в неизотермических нестационарных режимах.

В качестве **предмета исследования** рассматривалось применение теории течений многокомпонентных газов и жидкостей для проведения численного анализа функционирования магистральных и распределительных трубопроводных систем в условиях предъявления к расчетным оценкам параметров транспортных потоков повышенных требований по их точности и адекватности.

Целью работы являлась разработка комплекса взаимосвязанных методов математического моделирования и программных изделий для численного анализа с повышенной точностью широкого спектра режимов транспортирования многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов, включая циклические режимы течений.

Задачи исследования:

1. Разработка гидравлических (газодинамических) моделей и методов расчета с повышенной точностью нестационарных неизотермических течений многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов с шероховатыми теплопроводными абсолютно жесткими стенками, обеспечивающих сохранение консервативности физических параметров потоков в узлах сопряжения трубопроводов и на их кольцевых участках.
2. Разработка метода имитационного моделирования для комплексного исследования фактической динамики долевых вкладов поставщиков в снабжение газообразными продуктами конкретных потребителей по сетям разветвленных закольцованных магистральных трубопроводов, являющегося развитием подходов обобщенного метода частиц применительно к течениям в трубопроводных системах.
3. Реализация разработанных моделей и методов расчета с повышенной точностью в компьютерных системах имитационного моделирования.

Методологические и теоретические основы исследования составили научные труды широкого круга отечественных и зарубежных ученых. К таким научным трудам в областях механики сплошных сред и гидродинамики следует отнести работы Г.Н. Абрамовича, Д. Гидаспова, Н.И. Колева, С.С. Кутателадзе, Л.Д. Ландау, Ю.А. Леонтьева, Е.М. Лифшица, Л.Г. Лойцянского, Е.М. Морозова, В.Е. Накорякова, Р.И. Нигматулина, Л.И. Седова, А.В. Фафурина и других; в областях численных методов механики сплошных сред – это работы П.Н. Вабищевича, А.Г. Куликовского, В.С. Зарубина, С.В. Патанкара, Б.Е. Победри, П. Роуча, А.А. Самарского, Д. Ши и других; в области моделирования трубопро-

водных систем и анализа их режимов работы – это работы А.Д. Альтшуля, К.С. Басниева, О.Ф. Васильева, М.Е. Дейча, И.Е. Идельчика, А.П. Меренкова, Г.Э. Одишарии, С.А. Сарданашвили, В.Е. Селезнева, Е.В. Сенновой, М.Г. Сухарева, А.Д. Тевяшева, А.А. Точигина, И.А. Чарного, В.Я. Хасилева и других.

Основными методами исследования являлись методы механики сплошных сред и теории разностных схем.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые результаты, которые выносятся на защиту:

- 1) математический метод моделирования с повышенной точностью нестационарных неизотермических потоков многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов с шероховатыми теплопроводными абсолютно жесткими стенками, обеспечивающий сохранение консервативности физических параметров потоков в узлах сопряжения трубопроводов и на их кольцевых участках, с применением оригинальной версии метода лагранжеских частиц и составной расчетной зависимости гидравлического сопротивления трения, построенной для полного диапазона чисел Рейнольдса и практически значимого диапазона значений шероховатости стенок труб;
- 2) метод имитационного моделирования для комплексного исследования фактической динамики долевых вкладов поставщиков в снабжение газообразными продуктами конкретных потребителей по сетям разветвленных закольцованных магистральных трубопроводов, являющийся развитием подходов обобщенного метода частиц применительно к течениям в трубопроводных системах;
- 3) комплекс программ в виде расчетных ядер систем компьютерного и имитационного моделирования, реализующих разработанные методы математического моделирования потоков в трубопроводных сетях, включая алгоритм применения составной расчетной зависимости для оценки гидравлического сопротивления.

Результаты диссертации носят прикладной характер и являются развитием теории имитационного моделирования процессов функционирования трубопроводных систем, а также могут рассматриваться в качестве примера реализации эффективных численных методов в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов с применением систем компьютерного моделирования.

Практическая значимость работы. Практическая реализация результатов исследования была осуществлена автором диссертации в виде модулей компьютерного аналитического инструментария (КАИ) «Alfargus» и на его основе блоков расчетных ядер компьютерной аналитической системы (КАС) «AMADEUS» (эксплуатировалась в международной газотранспортной компании «SPP-DSTG» (Словакия – Германия – Франция) с 2002 года по 2007 год), высокоточных компьютерных тренажеров «Alfargus/DispatcherTrainingSystem» и «Alfargus/StructuralTrainingSystem» (эксплуатируются в Центре повышения квалификации руководителей и специалистов открытого акционерного обще-

ства (ОАО) «Газпром» при негосударственном образовательном учреждении среднего профессионального образования «Волгоградский колледж газа и нефти» (НОУ «ВКГиН») (г. Волгоград) с 2005 года по настоящее время), высокоточного компьютерного газодинамического симулятора «CorNet/TomskTG-Simulator» (эксплуатировался в открытом обществе с ограниченной ответственностью (ООО) «Газпром трансгаз Томск» с 2004 года по 2007 год), КАС «Alfargus/Mosregiongaz» (эксплуатируется в ООО «Газпром межрегионгаз Москва» с 2009 года по настоящее время) и др. КАИ «Alfargus» успешно применялся при решении задач повышения пожарной и промышленной безопасности трубопроводных систем в ОАО «Газпром», ОАО «АК Транснефть», государственном унитарном предприятии (ГУП) «Мосгаз», федеральном государственном унитарном предприятии (ФГУП) «Обеспечение РФЯЦ-ВНИИЭФ», Госгортехнадзоре Российской Федерации, Сандийских Национальных Лабораториях (США), Лос-Аламосской национальной лаборатории (США), Фраунгоферовского института неразрушающего контроля (Германия), Математического института Словацкой Академии Наук, Агентства по защите окружающей среды (США) и др.

Достоверность изложенных в диссертации основных положений подтверждена:

- теоретическим обоснованием используемых в методах математических моделей и алгоритмов;
- согласованием с результатами обширных численных экспериментов и натурных испытаний;
- многолетней практикой успешного применения рассматриваемых в диссертации моделей и методов на реальных объектах топливно-энергетического комплекса.

Личный вклад соискателя. Все исследования, результаты которых изложены в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию вошел лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю; заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на: Европейской международной научной конференции «European Safety and Reliability Conference» (Гдыня, Польша, 2005); III Международной научно-технической конференции «Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами» (Москва, 2007); IV Международной научно-технической конференции «Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами» (Москва, 2009); Международной научной конференции «Fifth International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics» (Хаммамет, Тунис, 2010); Пятой Международной научной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (Москва, 2011); Европейской международной научной конференции «PSAM11 & ESREL-2012: Advances in Safety, Reliability

and Risk Management» (Хельсинки, Финляндия, 2012); Шестой Международной научной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (Москва, 2012); IV Всероссийской научной конференции сибирского отделения Российской академии наук «Безопасность и живучесть технических систем» (Красноярск, 2012); V Международной научно-технической конференции «Компьютерные технологии поддержки принятия решений в диспетчерском управлении газотранспортными и газодобывающими системами» (Москва, 2012); Седьмой Международной научной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (Москва, 2013); V Международной научно-технической конференции «Advances in Human Factors and Ergonomics 2014 (5th AHFE Conference)» (Краков, Польша, 2014).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 39 научных работах [1–39], в том числе в 22 статьях [2–4, 6, 7, 10, 11, 13–15, 19, 20, 23–28, 31, 32, 35, 37], опубликованных в журналах из Перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в 9 научных монографиях [1, 8, 9, 17, 18, 22, 29, 36, 39], в 4 статьях [5, 12, 16, 21], представленных в специализированных отраслевых изданиях.

Разработаны и зарегистрированы 4 программных комплекса, позволяющие выполнять численные расчеты реальных режимов транспортирования многокомпонентных гомогенных газовых смесей и многокомпонентных гомогенных жидкостей по сложным разветвленным трубопроводным системам в неустановившихся неизотермических режимах, представлять полученные результаты в табличной форме и сопровождать их графическими иллюстрациями (свидетельства о государственной регистрации [30, 33, 34, 38]).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, приложения, заключения и списка литературы. Диссертационная работа изложена на 298 страницах машинописного текста плюс приложение 50 страниц, содержит 90 иллюстраций. Библиография включает 183 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, основные положения, выносимые на защиту, а также приведены данные о структуре и объеме диссертации.

В первой главе проводится анализ большой части работ различных научных школ, посвященных построению или только описанию математических моделей течения различных сред по разветвленным трубопроводным системам. В главе обоснованно показывается, что преобладающая часть данных моделей построена с использованием избыточных (т.е. значительно понижающих адекватность моделирования с точки зрения современного состояния методов моделирования) упрощений. При этом в ряде моделей встречаются значимые ошибки, препятствующие или исключающие получение достоверных результатов расчетов. В соответствии с перечисленными причинами примене-

ние подобных моделей при научно обоснованной локализации разбалансов (в поставках газа) на базе численного решения специальных задач идентификации, как правило, приводит к получению ошибочной информации о механизмах и источниках данных разбалансов. Фактически проведенный в главе анализ аргументировано демонстрирует актуальность настоящей диссертационной работы, а именно необходимость разработки научно обоснованных подходов к построению адекватных математических моделей исследуемых процессов.

Во второй главе описывается математический метод моделирования с повышенной точностью нестационарных неизотермических потоков многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов с шероховатыми теплопроводными абсолютно жесткими стенками, обеспечивающий сохранение консервативности физических параметров потоков в узлах сопряжения трубопроводов и на их кольцевых участках, с применением оригинальной версии метода лагранжевых частиц и составной расчетной зависимости гидравлического сопротивления трения, построенной для полного диапазона чисел Рейнольдса и практически значимого диапазона значений шероховатости стенок труб.

В начале главы излагаются ключевые положения предложенного автором диссертации метода моделирования потоков многокомпонентных газов и жидкостей в разветвленных сетях трубопроводов:

- 1) построение расчетных моделей транспортирования продуктов по сложным трубопроводным сетям осуществляется в результате применения классического подхода к проецированию базовых трехмерных уравнений гидромеханики на оси протяженных трубопроводов не только к линейным участкам труб, но и к областям их сочленения (т.е. обеспечивается выполнение в расчетной модели всех основных законов сохранения);
- 2) проецирование базовой полной системы трехмерных уравнений механики газов и жидкостей на оси протяженных разветвленных трубопроводов проводится при строгом соблюдении правила минимизации глубины принимаемых упрощений и допущений, предложенного В.Е. Селезневим (т.е. максимально достижимо сохраняется теоретическая и экспериментальная обоснованность базовых моделей механики сплошных сред в процессе их преобразований);
- 3) предъявление повышенных требований к корректности аппроксимации краевых условий при переходе от непрерывных моделей к соответствующим дискретным (например, разностным) аналогам (это направлено на сохранение в строящихся дискретных моделях ранее достигнутого уровня адекватности описания реальных течений);
- 4) совмещение построения модели исследуемой сети трубопроводов с разработкой или выбором эффективного метода ее последующего численного анализа (это содействует получению расчетных оценок требуемой точности в условиях дефицита времени на разработку модели конкретной трубопроводной сети);

- 5) обеспечение высокой повторяемости и подобия операций построения расчетных моделей для течений разных продуктов (это способствует ускорению процесса освоения разрабатываемого метода моделирования специалистами трубопроводного транспорта).

Представленные ключевые положения формируют фундамент для записи базового алгоритма типовых действий при моделировании течений в сетях протяженных рельефных разветвленных и закольцованных трубопроводов:

Шаг 1. Проводится построение непрерывной одномерной модели течения заданного продукта с априори известными характеристиками и свойствами по неразветвленному протяженному участку рельефного трубопровода в соответствии с заданным спектром режимов его последующей эксплуатации. Шаг 1 осуществляется в соответствии с реализацией ключевых положений 1 и 2.

Шаг 2. Осуществляется построение дискретного аналога непрерывной одномерной модели с обязательным согласованием подробности описания моделируемых физических процессов внутри и на границах участка трубопровода. Шаг 2 осуществляется в соответствии с реализацией ключевого положения 3.

Шаг 3. Выполняется построение дискретной одномерной модели транспортирования продуктов через узел сочленения трубопроводов с учетом требования одновременного соблюдения в узле сочленения не только типовых условий сопряжения, но и разностных аналогов законов сохранения массы, движения и энергии. Шаг 3 осуществляется в соответствии с реализацией ключевых положений 1–3.

Шаг 4. При необходимости проводится дополнительная корректировка построенных дискретных моделей течения продукта по линейным участкам трубопроводов и узлам их сочленения в целях их корректного сопряжения (например, исключения аномалий, имеющих разностную природу). Шаг 4 осуществляется в соответствии с реализацией ключевых положений 1–3.

Шаг 5. Выбирается или разрабатывается метод численного анализа сопряженной дискретной модели, удовлетворяющий заданным требованиям к точности получаемых расчетных оценок параметров исследуемого спектра течений по моделируемому разветвленному трубопроводу. Шаг 5 осуществляется в соответствии с реализацией ключевого положения 4.

При этом все шаги представленного алгоритма реализуются по схеме, обеспечивающей высокую повторяемость и подобие операций построения расчетных моделей для течений разных продуктов (см. ключевое положение 5).

В главе отмечено, что предложенный автором диссертации метод моделирования течения продуктов в сетях трубопроводов нашел свое практическое применение, в том числе, в технических отраслях, не относящихся к тематике настоящей диссертационной работы (см., например, [4, 22, 27]).

На первом этапе в главе рассмотрено построение численной модели течения по сети разветвленных трубопроводов газовой смеси.

При моделировании транспортирования однородных многокомпонентных газовых сред полную систему интегральных уравнений газовой динамики мож-

но представить в виде:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \Phi dV = \int_{V(t)} \dot{\Pi} dV - \int_{S(t)} \dot{\mathbf{J}} dS; \quad (1)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \cdot \hat{Y}_1 \\ \vdots \\ \bar{\rho} \cdot \hat{Y}_{N_s} \\ \bar{\rho} \cdot \vec{v} \\ \bar{\rho} \cdot \left(\hat{\varepsilon} + \frac{\vec{v}^2}{2} \right) \end{bmatrix}; \dot{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \bar{\rho} \cdot \vec{F} \\ \bar{\rho} \cdot \vec{F} \cdot \vec{v} + \hat{Q} \end{bmatrix}; \dot{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\Psi}_1 \cdot \vec{n} \\ \vdots \\ \dot{\Psi}_{N_s} \cdot \vec{n} \\ \bar{p} \cdot \vec{n} - \vec{\tau}_n \\ \bar{p} \cdot \nu_n - \vec{\tau}_n \cdot \vec{v} + \vec{W} \cdot \vec{n} + \sum_{m=1}^{N_s} \hat{\varepsilon}_m \cdot \dot{\Psi}_m \cdot \vec{n} \end{bmatrix},$$

где t – время; $V(t)$ – объем сплошной среды; Φ – вектор-функция физических характеристик, отнесенных к единице объема; $S(t)$ – поверхность, ограничивающая объем $V(t)$; $\dot{\Pi}$ – вектор-функция, характеризующая производство физических характеристик Φ (включая внутренние источники); $\dot{\mathbf{J}}$ – вектор-функция, характеризующая поток физических характеристик Φ через поверхность $S(t)$; $\bar{\rho}$ – плотность газовой смеси; $\hat{Y}_m$ – удельная доля m -ой компоненты газовой смеси; N_s – число компонент гомогенной газовой смеси; $\vec{v}$ – скорость газовой смеси в данной точке; $\nu_n = \vec{v} \cdot \vec{n}$ – проекция $\vec{v}$ на единичную внешнюю нормаль $\vec{n}$ к элементу поверхности dS ; $\hat{\varepsilon}$ – удельная (на единицу массы) внутренняя энергия газовой смеси; $\hat{\varepsilon}_m$ – локальная удельная (на единицу массы) внутренняя энергия m -ой компоненты газовой смеси; $\hat{Q}$ – удельная (на единицу объема) мощность источников тепла; $\dot{\Psi}_m = -\bar{\rho} \cdot \hat{D}_m \cdot \vec{\nabla} \hat{Y}_m$ – вектор плотности диффузионного потока массы m -ой компоненты газовой смеси (где $\hat{D}_m$ – локальный (в точке) бинарный коэффициент диффузии m -ой компоненты в оставшуюся смесь); $\bar{p}$ – давление газовой смеси; $\vec{\tau}_n = \vec{\tau} \cdot \vec{n}$ – напряжение, обусловленное действием сил вязкого трения на площадке с внешней нормалью $\vec{n}$ ($\vec{\tau}$ – тензор вязких напряжений); $\vec{F}$ – удельная массовая сила; $\vec{W} = -\hat{k} \cdot \vec{\nabla} T$ – вектор плотности потока тепла (где $\hat{k}(\bar{p}, \hat{T})$ – коэффициент теплопроводности, $\hat{T}$ – температура газа). Для замыкания системы уравнений задаются уравнения состояния (УРС), описывающие дополнительные термодинамические соотношения между неизвестными функциями, и соответствующие краевые условия. «Крышка» над символом характеризует параметр «в точке».

Наиболее наглядно механизм построения рассматриваемой модели можно показать на примере уравнения неразрывности для объема сочленения. Рассмотрим сочленение N длинных трубопроводов (Рис. 1).

Для обозначения принадлежности какого-либо параметра трубе с номе-

ром n далее будет использоваться верхний индекс, располагаемый слева от данного параметра. При этом индекс записывается в виде номера трубы, заключенного в круглые скобки, например: $^{(n)}\rho$. Для каждой трубы вводится ось координат $^{(n)}Ox$, сопряженная с осью симметрии трубы. Направление введенной оси («в сочленение» или «из сочленения») может быть произвольным.



Рис. 1. Схематичное представление сочленения N трубопроводов

Для каждой трубы рассмотрим два поперечных сечения (Рис. 1): $^{(n)}f_L$ – сечение, примыкающее к сочленению (пусть координата данного сечения равна $^{(n)}x_L$), и $^{(n)}f_M$ – сечение, отстоящее от $^{(n)}f_L$ на некотором расстоянии $^{(n)}\Delta X$ (координата данного сечения равна $^{(n)}x_M$). При этом символ f обозначает как само поперечное (проходное) сечение трубы, так и его площадь. Аналогично, обозначение ΔX будет соответствовать как участку трубы с границами x_M и x_L , так и его длине. Полагается, что трубы на участках, примыкающих к сочленению, не меняют площади своего поперечного сечения, т.е. $^{(n)}f_L = ^{(n)}f_M$, $n = \overline{1, N}$. Величины, соответствующие сечению в точке $^{(n)}x_M$, будут обозначаться правым нижним индексом M , а в точке $^{(n)}x_L$ – правым нижним индексом L . Через $^{(n)}V$, $n = \overline{1, N}$, обозначим объем трубы n (см. Рис. 1), ограниченный поперечными сечениями с индексами M и L , а также боковой поверхностью этой трубы. Через $^{(0)}V$ – объем, соприкасающийся со всеми объемами $^{(n)}V$. При этом обобщенный объем сочленения равен $V = \bigcup_{n=0}^N ^{(n)}V$. Поверхность, ограничивающая объем $^{(n)}V$, обозначается как $^{(n)}S$.

Пусть $^{(n)}\vec{i}$ – орт оси $^{(n)}Ox$, $^{(0)}\vec{n}$ – единичная внешняя нормаль к поверхности $^{(0)}S$. Учитывая коллинеарность $^{(n)}\vec{i}$ и $^{(0)}\vec{n}$ на поверхности $^{(n)}f_L$, введем параметр, характеризующий направление оси $^{(n)}Ox$:

$$^{(n)}s = - \left(^{(0)}\vec{n} \cdot ^{(n)}\vec{i} \right) = \begin{cases} 1, & \text{если } \left(^{(0)}\vec{n} \cdot ^{(n)}\vec{i} \right) < 0; \\ -1, & \text{если } \left(^{(0)}\vec{n} \cdot ^{(n)}\vec{i} \right) > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Другими словами, если $^{(n)}s = -1$, то n -ая труба примыкает к сочленению левым

концом (с координатой $^{(n)}x_L = 0$). При $^{(n)}s=1$ n -ая труба примыкает к сочленению правым концом (с координатой $^{(n)}x_L = ^{(n)}Length$, где $^{(n)}Length$ – длина n -ой трубы).

В этом случае длину отрезка $^{(n)}\Delta X$ можно найти по следующей формуле:

$$^{(n)}\Delta X = |^{(n)}x_L - ^{(n)}x_M| = ^{(n)}s(^{(n)}x_L - ^{(n)}x_M) = ^{(n)}[s(x_L - x_M)]. \quad (3)$$

Справедливость (3) обосновывается рассмотрением всех возможных вариантов направления орта $^{(n)}\vec{i}$.

Введем некоторый параметр сравнения $\Delta\bar{X}$. Данный параметр, по сути, является аналогом измерительного эталона и в нашем случае может принимать произвольное положительное значение, например, максимальное или минимальное значение из множества $\{^{(n)}\Delta X, n = \overline{1, N}\}$. Введем также набор параметров

$$^{(n)}\gamma = ^{(n)}\Delta X / \Delta\bar{X}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (4)$$

являющихся коэффициентами пропорциональности шагов $^{(n)}\Delta X$.

Для описания течения газовой смеси через сочленение будем использовать модель, в которой объем $^{(0)}V$ исчезающе мал. Математический способ реализации такого условия показан в диссертационной работе. С физической точки зрения подобное условие корректно, поскольку длины рассматриваемых трубопроводов гораздо больше линейных размеров реальных узлов сочленения.

Выделим объем V , являющийся объединением всех объемов $^{(n)}V$, где $n = \overline{0, N}$. Пусть S – поверхность, ограничивающая V . Площади поперечного сечения у труб при подходе к сочленению не меняются. Тогда можно записать:

$$^{(n)}V = ^{(n)}(f_L \Delta X) = ^{(n)}(f_M \Delta X) = ^{(n)}(f_L \gamma) \Delta\bar{X}, \quad n = \overline{1, N}; \quad (5)$$

$$V \approx \sum_{n=1}^N ^{(n)}V = \sum_{n=1}^N ^{(n)}(f_L \Delta X) = \sum_{n=1}^N ^{(n)}(\gamma f_L \Delta\bar{X}). \quad (6)$$

Введем дополнительный вспомогательный параметр:

$$^{(n)}\Theta = \frac{^{(n)}V}{V} = \frac{^{(n)}(\gamma f_L)}{\sum_{k=1}^N ^{(k)}(\gamma f_L)}, \quad 0 < ^{(n)}\Theta < 1, \quad \sum_{k=1}^N ^{(k)}\Theta = 1, \quad ^{(n)}(f \Delta X) = ^{(n)}\Theta V. \quad (7)$$

Величину $^{(n)}\Theta$ целесообразно трактовать как некий показатель «присутствия» трубы n в исследуемом объеме V .

При построении математической модели течения газовой смеси через сочленение будем считать все термодинамические параметры непрерывными по времени и пространству функциями. Непрерывной по времени будет считаться также функция скорости $\dot{v}$. Также, в силу малости объема $^{(0)}V$, данные величины будем полагать одинаковыми по объему $^{(0)}V$.

Чтобы не загромождать изложение материала техническими деталями, проиллюстрируем возможный подход к построению условий сопряжения для

случая сочленения длинных трубопроводов на примере преобразований уравнения неразрывности. Как известно, интегральное уравнение неразрывности имеет вид (см. (1)):

$$\iiint_V \partial \bar{\rho} / \partial t dV + \iint_S \bar{\rho} v_n dS = 0. \quad (8)$$

Рассмотрим уравнение неразрывности для объема V . Данный объем фиксирован. Поток газа через стенки трубы отсутствует. Тогда выражение (8) можно представить в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \bar{\rho} dV + \sum_{k=1}^N \left(\iint_{[(k)f_M]} \bar{\rho} v_n df \right) = 0. \quad (9)$$

Распишем каждое слагаемое уравнения (9):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \bar{\rho} dV = \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} V) = V \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t},$$

где $\bar{\rho}$ – среднее по объему V значение плотности,

$$\iint_{[(k)f_M]} \bar{\rho} v_n df = \iint_{[(k)f_M]} \bar{\rho} v_x (\vec{n} \cdot {}^{(k)}\vec{i}) df = - {}^{(k)}[(\rho w f)_M s], \quad (10)$$

где $\vec{n}$ – внешняя по отношению к рассматриваемому объему единичная нормаль к поверхности интегрирования; w – среднее по поперечному сечению трубы значение параметра v_x (проекция на ось трубы скорости течения газовой смеси $\vec{v}$). В данном случае она сонаправлена с ${}^{(0)}\vec{n}$.

Таким образом, приходим к уравнению:

$$V \partial \bar{\rho} / \partial t - \sum_{k=1}^N {}^{(k)}[(\rho w f)_M s] = 0. \quad (11)$$

Сложим полученное уравнение с законом Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^N {}^{(k)}[(\rho w f)_L s] = 0. \quad (12)$$

и учтем равенство площадей ${}^{(k)}f_L$ и ${}^{(k)}f_M$:

$$V \partial \bar{\rho} / \partial t + \sum_{k=1}^N {}^{(k)}\{f_L [(\rho w)_L - (\rho w)_M] s\} = 0. \quad (13)$$

Применяя теорему Лагранжа о конечном приращении, а также формулы (3) и (4), запишем:

$$\begin{aligned} {}^{(k)}\{f_L [(\rho w)_L - (\rho w)_M] s\} &= {}^{(k)}\left\{f_L \frac{[(\rho w)_L - (\rho w)_M] \Delta X s}{(x_L - x_M) s}\right\} = \\ &= {}^{(k)}(\gamma f_L [\partial(\rho w) / \partial x]_{\text{aver}}) \Delta \bar{X}, \end{aligned} \quad (14)$$

где ${}^{(k)}[\partial(\rho w) / \partial x]_{\text{aver}}$ – значение соответствующей производной в некоторой

точке $^{(k)}x_{\text{вер}} \in [^{(k)}x_M; ^{(k)}x_L]$.

Подставим (14) в (13), поделим на V и учтем (6) и (7):

$$\partial \bar{\rho} / \partial t + \sum_{k=1}^N {}^{(k)}\Theta {}^{(k)}[\partial(\rho w) / \partial x]_{\text{aver}} = 0.$$

Устремляя $^{(k)}\Delta X$ к нулю (но сохраняя пропорции длин элементарных участков труб $^{(k)}\Delta X$ в узле сочленения за счет постоянства величин $^{(k)}\Theta$), формулируем одно из условий сопряжения для узла сочленения N трубопроводов:

$$\partial \rho_{\text{joint}} / \partial t + \sum_{k=1}^N {}^{(k)}\Theta {}^{(k)}[\partial(\rho w) / \partial x]_L = 0, \quad (15)$$

где ρ_{joint} – плотность газа в узле стыковки (объеме $^{(0)}V$). Здесь и далее правый нижний индекс «Joint» характеризует параметр в узле стыковки. Данное уравнение можно трактовать как закон сохранения массы в элементарном объеме $(V \cap ^{(0)}V)$, где коэффициент влияния каждой трубы зависит как от площади поперечного сечения этой трубы, так и от ее относительной длины $^{(k)}\gamma$ (см. (4)).

Итоговая модель течения многокомпонентной газовой смеси по трубопроводной сети примет вид:

– уравнения для каждой трубы, примыкающей к узлу сочленения:

$$\partial(\rho f) / \partial t + \partial(\rho w f) / \partial x = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial(\rho Y_m f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Y_m w f)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho f D_m \frac{\partial Y_m}{\partial x} \right) = 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1}, \quad Y_{N_S} = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} Y_m; \quad (17)$$

$$\partial(\rho w f) / \partial t + \partial(\rho w^2 f) / \partial x = -f(\partial p / \partial x + g \rho \partial z_1 / \partial x) - 0,25 \pi \lambda \rho w |w| R; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \partial [\rho f (\varepsilon + 0,5 w^2)] / \partial t + \partial [\rho w f (\varepsilon + 0,5 w^2)] / \partial x = -\partial(\rho w f) / \partial x - \rho w f g \partial z_1 / \partial x - \\ & - p \frac{\partial f}{\partial t} + Q f + \frac{\partial}{\partial x} \left(k f \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \Phi(T, T_{\text{ам}}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho f \sum_{m=1}^{N_S} \left\{ \varepsilon_m D_m \frac{\partial Y_m}{\partial x} \right\} \right); \quad (19) \end{aligned}$$

– условия сопряжения и согласования для каждого из узлов сочленения:

$$\partial \rho_{\text{joint}} / \partial t + \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\Theta {}^{(n)}[\partial(\rho w) / \partial x]_L = 0; \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\rho Y_m)_{\text{joint}}}{\partial t} + \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\Theta {}^{(n)} \left[\frac{\partial(\rho Y_m w)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_m \frac{\partial Y_m}{\partial x} \right) \right]_L = 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1},$$

$$(Y_{N_S})_{\text{joint}} = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} (Y_m)_{\text{joint}}; \quad (21)$$

$${}^{(n)} \left[\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} + g \rho \frac{\partial z_1}{\partial x} + 0,25 \lambda \rho w |w| R^{-1} \right]_L = 0, \quad n = \overline{1, N}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}\Big|_{\text{joint}} + \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\Theta \left[\frac{\partial(\rho\varepsilon w)}{\partial x} + p \frac{\partial w}{\partial x} - 0.25\lambda\rho|w|^3 R^{-1} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right]_L +$$

$$+ \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\Theta \left[\frac{\Phi(T, T_{\text{am}})}{f} - \sum_{m=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho\varepsilon_m D_m \frac{\partial Y_m}{\partial x} \right) - Q \right] = 0; \quad (23)$$

$${}^{(n)}T_L = {}^{(\xi)}T_L, \quad \varepsilon_{\text{joint}} = {}^{(n)}\varepsilon_L, \quad {}^{(n)}(\varepsilon_m)_L = {}^{(\xi)}(\varepsilon_m)_L, \quad \rho_{\text{joint}} = {}^{(n)}\rho_L, \quad {}^{(n)}p_L = {}^{(\xi)}p_L,$$

$${}^{(n)}k_L = {}^{(\xi)}k_L, \quad {}^{(n)}(D_m)_L = {}^{(\xi)}(D_m)_L, \quad (Y_m)_{\text{joint}} = {}^{(n)}(Y_m)_L, \quad {}^{(n)}(z_1)_L = {}^{(\xi)}(z_1)_L$$

$$\forall n, \xi \in \overline{1, N} \text{ и } \forall m \in \overline{1, N_S}; \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^N {}^{(n)}([wf]_L s) = 0; \quad \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\left(\left[f \frac{\partial T}{\partial x} \right]_L s \right) = 0; \quad \sum_{n=1}^N {}^{(n)}\left(\left[f \frac{\partial Y_m}{\partial x} \right]_L s \right) = 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1}; \quad (25)$$

$${}^{(n)}s = \begin{cases} 1, & \text{если } n\text{-ая труба примыкает к сочленению правым концом;} \\ -1, & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (26)$$

$${}^{(n)}\Theta = \frac{{}^{(n)}V}{V} = {}^{(n)}(\gamma f) / \sum_{k=1}^N {}^{(k)}(\gamma f), \quad 0 < {}^{(n)}\Theta < 1, \quad \sum_{k=1}^N {}^{(k)}\Theta = 1; \quad (27)$$

– УРС и дополнительные соотношения:

$$p = p(\{S_{\text{mix}}\}); \quad \varepsilon = \varepsilon(\{S_{\text{mix}}\}); \quad k = k(\{S_{\text{mix}}\}); \quad \varepsilon_m = \varepsilon_m(\{S_{\text{mix}}\}),$$

$$D_m = D_m(\{S_{\text{mix}}\}), \quad m = \overline{1, N_S}; \quad T_1 = T_2 = \dots = T_{N_S} = T, \quad (28)$$

где $\{S_{\text{mix}}\}$ – набор термодинамических параметров, определяющих анализируемую величину; R – внутренний радиус трубы; z_1 – высота оси трубопровода над горизонтальной поверхностью; $\Phi(T, T_{\infty})$ – функция теплообмена транспортируемого газа с окружающей средой; T_{∞} – пространственно-временное распределение температуры окружающей среды. Описание остальных параметров соответствует (1) за тем исключением, что они соответствуют осредненным по поперечному сечению параметрам.

Аналогичным образом в диссертации проводится построение других модификаций моделей течения газовой смеси, а также моделей течения жидкостей по трубопроводной системе. Например, модель течения многокомпонентной жидкости с компонентами разной плотности по разветвленной сети трубопроводов имеет вид:

– для каждой трубы:

$$w = w(t); \quad \frac{D\varphi_m}{Dt} = 0, m = \overline{1, N_S - 1}, \varphi_{N_S} = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} \varphi_m; \quad M = M(t) = \int_{x_1}^{x_2} \rho dx;$$

$$M \frac{dw}{dt} = p_1 - p_2 - g \int_{x_1}^{x_2} \rho \frac{\partial z_1}{\partial x} dx - \frac{w|w|}{4R} \int_{x_1}^{x_2} \lambda \rho dx; \quad \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\lambda|w|^3}{4R} - \frac{\Phi(T, T_{\text{am}})}{f\rho};$$

– условия сопряжения и согласования для каждого из узлов сочленения:

$$\begin{aligned}
^{(n)}p_L &= p_{\text{joint}}, \quad n = \overline{1, N}; \quad \sum_{n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}} ^{(n)}[|w|f]_L = \sum_{k \in \mathbb{C}_{\text{OUT}}} ^{(k)}[|w|f]_L; \\
^{(n)}\left[\frac{D\varphi_m}{Dt}\right]_L &= 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1}, \quad ^{(n)}[\varphi_{N_S}]_L = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} ^{(n)}[\varphi_m]_L, \quad n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}; \\
^{(n)}\left[\frac{D\varepsilon}{Dt} - \frac{\lambda|w|^3}{4R} + \frac{\Phi(T, T_{\text{am}})}{f\rho}\right]_L &= 0, \quad n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}; \quad h_{\text{joint}} = \frac{\sum_{n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}} ^{(n)}[\rho h|w|f]_L}{\sum_{n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}} ^{(n)}[\rho|w|f]_L}; \\
\varphi_{m, \text{joint}} &= \sum_{n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}} ^{(n)}[\varphi_m|w|f]_L / \sum_{n \in \mathbb{C}_{\text{IN}}} ^{(n)}[|w|f]_L, \quad m = \overline{1, N_S}; \\
^{(k)}h_L &= h_{\text{joint}}, \quad k \in \mathbb{C}_{\text{OUT}}; \quad ^{(k)}[\varphi_m]_L = \varphi_{m, \text{joint}}, \quad m = \overline{1, N_S}, \quad k \in \mathbb{C}_{\text{OUT}};
\end{aligned}$$

– уравнения состояния и дополнительные соотношения:

$$\varepsilon = \varepsilon(p, T, \{\varphi_m \mid m = \overline{1, N_S}\}); \quad h = \varepsilon + \frac{p}{\rho}; \quad \rho_m^0 = \text{const}, \quad m = \overline{1, N_S}; \quad \rho = \sum_{m=1}^{N_S} (\rho_m^0 \varphi_m),$$

где φ_m и ρ_m^0 – объемная доля и истинная плотность m -ой компоненты; $d(\dots)/dt$ и $D(\dots)/Dt$ – обыкновенная и субстанциональная производные по времени; $h = \varepsilon + p/\rho$ – удельная (на единицу массы) энтальпия смеси; x_1, x_2 – координаты левой и правой границы трубопровода.

На следующем этапе подробно описано построение разностных схем решения систем дифференциальных уравнений с использованием классических подходов рассматриваемой теории. Например, для численного решения уравнений (16–19) можно использовать следующую систему разностных уравнений:

$$\left[(\rho F)^{(-S)}\right]_i + \left[\rho_{(-R)} w_{(0.5)} f_{(0.5)}\right]_x^{(\sigma, \theta)} = 0; \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
&\left[(\rho F)^{(-S)}(Y_m)^{(-S)}\right]_i + \left[\rho_{(-R)} w_{(0.5)} f_{(0.5)}(Y_m)_{(-R)}\right]_x^{(\sigma, \theta)} - \\
&- \left[(\rho f D_m)_{(-R)} \delta(Y_m)^a\right]_x^{(\sigma, \theta)} = 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1}; \quad Y_{N_S} = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} Y_m; \quad (30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left[(\rho F)^{(-S)} w^{(-S)}\right]_i + \left[\rho_{(-R)} w_{(0.5)} f_{(0.5)} w_{(-R)}\right]_x^{(\sigma, \theta)} = -\left[B^- \gamma^- p_x + B^+ \gamma^+ p_x\right]^{(\sigma, \theta)} - \\
&- g\left[\rho(B^- \gamma^-(z_1)_x + B^+ \gamma^+(z_1)_x)\right]^{(\sigma, \theta)} - 0,25\pi[\lambda \rho |w| r]^{(\sigma, \theta)} w^{(\sigma, \theta)}; \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left[(\rho F)^{(-S)} \varepsilon^{(-S)}\right]_i + \left[\rho_{(-R)} w_{(0.5)} f_{(0.5)} \varepsilon_{(-R)}\right]_x^{(\sigma, \theta)} + K_i \{0,5 \rho F w^2\} + K_x \{0,5 \rho w f w^2\}^{(\sigma, \theta)} = \\
&= -\left[\rho_{(-R)} w_{(0.5)} f_{(0.5)}\right]_x^{(\sigma, \theta)} - g\left[\rho(B^- \gamma^-(z_1)_x + B^+ \gamma^+(z_1)_x)\right]^{(\sigma, \theta)} w^{(\sigma, \theta)} - \rho^{(\sigma, \theta)} \left[F^{(-S)}\right]_i +
\end{aligned}$$

$$+ [QF]^{(\sigma, \theta)} + \left[(kf)_{(-R)} \delta T^a \right]_{\bar{x}}^{(\sigma, \theta)} - \phi^{(\sigma, \theta)} + \sum_{m=1}^{N_S} \left[(\rho D_m f)_{(-R)} (\varepsilon_m)_{(-R)} \delta (Y_m)^a \right]_{\bar{x}}^{(\sigma, \theta)}; \quad (32)$$

$$\varepsilon_m = \varepsilon_m(\{S_{\text{mix}}\}), \quad m = \overline{1, N_S}; \quad T_1 = T_2 = \dots = T_{N_S}; \quad (33)$$

$$p = p(\{S_{\text{mix}}\}); \quad \varepsilon = \varepsilon(\{S_{\text{mix}}\}); \quad k = k(\{S_{\text{mix}}\}); \quad D_m = D_m(\{S_{\text{mix}}\}), \quad m = \overline{1, N_S}, \quad (34)$$

Построение разностных аналогов условий сопряжения аналогично построению уравнений (20–27). При построении разностных уравнений здесь применяются объемы $^{(n)}V$, $n = \overline{1, N}$, каждый из которых ограничен внутренней поверхностью n -ой трубы и поперечными сечениями в точках с координатами $^{(n)}x_L$ и $0,5 \cdot [x_L + x_M]$ (см. Рис. 1). Например, условие сопряжения, соответствующее уравнению неразрывности (11), для используемого здесь объема $V = \bigcup_{n=0}^N {}^{(n)}V$ будет выглядеть так: $V \cdot \partial \bar{p} / \partial t - 0,5 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[\{(\rho w f)_L + (\rho w f)_M\} s \right] = 0$.

Связывая $\bar{p}$ с узлом L и используя закон Кирхгофа (12), получаем уравнение (35). Разностная схема при этом имеет вид:

$$\frac{\rho_L^{j+1} - \rho_L^{j-1}}{(1 + \beta_j) \tau_j} V - 0,5 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[(\rho w f)_M^{j+1} s \right] = 0; \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & V \frac{(\rho_L^{j+1} + \rho_L^j) \left[(Y_m)_L^{j+1} + (Y_m)_L^j \right] - (\rho_L^j + \rho_L^{j-1}) \left[(Y_m)_L^j + (Y_m)_L^{j-1} \right]}{2(1 + \beta_j) \tau_j} - \\ & - 0,25 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[f_L^{j+1} \left\{ (\rho w)_L^{j+1} + (\rho w)_M^{j+1} \right\} \left[(Y_m)_M^{j+1} + (Y_m)_M^j \right] s \right] + \\ & + 0,25 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[f_L^{j+1} \left\{ [\rho D_m]_L^{j+1} + [\rho D_m]_M^{j+1} \right\} \frac{(Y_m)_L^{j+1} - (Y_m)_M^{j+1}}{\Delta X} \right] = 0; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[(\rho w f)_L s \right] = 0; \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(1 + \beta_j) \tau_j} {}^{(n)} \left[V \left\{ (\rho_L^{j+1} + \rho_L^j) (w_L^{j+1} + w_L^j) - (\rho_L^j + \rho_L^{j-1}) (w_L^j + w_L^{j-1}) \right\} \right] + \\ & + {}^{(n)} \left[s f_L^{j+1} \left(\rho_L^{j+1} (w_L^{j+1})^2 - 0,25 \left[(\rho w)_L^{j+1} + (\rho w)_M^{j+1} \right] [w_L^{j+1} + w_M^{j+1}] \right) \right] = \\ & = {}^{(n)} \left[-0,5 f_L^{j+1} (p_L^{j+1} - p_M^{j+1}) s - 0,25 \sqrt{\pi} \left(\sqrt{f} \lambda \rho w |w| \right)_L^{j+1} \Delta X \right] - \\ & - {}^{(n)} \left[0,5 (\rho f)_L^{j+1} \left[(z_1)_L^{j+1} - (z_1)_M^{j+1} \right] g s \right]; \end{aligned} \quad (38)$$

$$V \frac{(\rho_L^{j+1} + \rho_L^j) (\varepsilon_L^{j+1} + \varepsilon_L^j) - (\rho_L^j + \rho_L^{j-1}) (\varepsilon_L^j + \varepsilon_L^{j-1})}{2(1 + \beta_j) \tau_j} -$$

$$\begin{aligned}
& -0,25 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[f_L^{j+1} \left[(\rho w)_M^{j+1} + (\rho w)_L^{j+1} \right] (\varepsilon_M^{j+1} + \varepsilon_L^{j+1}) s \right] = \\
& = 0,5 \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[\rho_M^{j+1} f_L^{j+1} (w_M^{j+1} - w_L^{j+1}) s \right] + 0,25 \sqrt{\pi} \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[\left(\sqrt{f} \lambda \rho |w| \right)_L^{j+1} \Delta X \right] + \\
& + 0,125 \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[f_L^{j+1} \left[(\rho D_m)_M^{j+1} + (\rho D_m)_L^{j+1} \right] \left[(\varepsilon_m)_M^{j+1} + (\varepsilon_m)_L^{j+1} \right] \frac{(Y_m)_L^{j+1} - (Y_m)_M^{j+1}}{\Delta X} \right] + \\
& + Q_L^{j+1} V - \sum_{n=1}^N {}^{(n)} \left[0,25 (k_M^{j+1} + k_L^{j+1}) \frac{T_L^{j+1} - T_M^{j+1}}{\Delta X} f_L^{j+1} + \phi_L^{j+1} \Delta X \right]. \quad (39)
\end{aligned}$$

Подробно исследованы вопросы аппроксимации и устойчивости.

Для обеспечения консервативности численных методов рассмотрен подход к численной реализации граничных условий (ГУ). Как известно, для граничных ячеек расчетной сетки дополнительно с уравнениями газовой динамики необходимо решать уравнения ГУ. С точки зрения численного решения это приводит к избыточности уравнений по сравнению с количеством переменных. Как правило, для решения данной проблемы производят подмену одного из уравнений газодинамики (например, уравнение неразрывности) на уравнение ГУ. Следствием этого (в эйлеровой постановке) является отсутствие консервативности решения для граничных ячеек расчетной сетки (и, соответственно, для всей расчетной области). Т.к. в трубопроводной системе двумя границами обладает каждая труба, то ячейки с неконсервативным решением составляют существенную часть всей расчетной области. Как следствие, полученный из численного решения дисбаланс по массовым расходам может быть сравним, а иногда и превосходить искомый разбаланс в поставках газа. Этот факт демонстрирует актуальность разработки консервативных моделей ГУ, повышающих точность поиска причин и механизмов реальных разбалансов в поставках газа.

Для решения указанной проблемы автором диссертации было предложено ввести в разностные уравнения газовой динамики дополнительные переменные для реализации равенства числа переменных с числом решаемых уравнений. Для примера, результирующее уравнение неразрывности для граничной ячейки расчетной сетки $[x_1, x_{1,5}]$ ($x_{1,5} = 0,5(x_1 + x_2)$) можно представить в виде:

$$\frac{\rho_1^{j+1} - \rho_1^j}{\tau_{j+1}} + \frac{J_{1,5}^{j+1} - \rho_1^{j+1} v_1^{j+1}}{x_{1,5} - x_1} = 0, \quad (40)$$

где $J_{1,5}^{j+1}$ – введенная переменная; τ_{j+1} – шаг по времени.

Далее во второй главе изложена разработанная автором диссертации версия метода лагранжевых частиц (МЛЧ). Как известно, при неустановившемся режиме течения газовой смеси по разветвленной системе трубопроводов могут появляться участки смеси (двигающейся с газовым потоком), для которых удельные доли компонент значительно отличаются от удельных долей компонент смеси соседних участков. Использование разностных схем может приво-

доть к существенному «размазыванию» фронтов, обусловленному исключительно спецификой применяемого сеточного метода. При условии консервативности разностных схем общая масса компонент смеси в трубопроводной сети с течением времени меняться не будет. Однако значения удельных долей компонент могут необоснованно уменьшаться (или увеличиваться), при этом фрагмент (флюид) данных веществ будет нефизично «расползаться» по длине трубопроводов.

Идея предложенной версии МЛЧ в данном случае основывается на известном факте, заключающемся в том, что если выделить малую частицу среды (малый подвижный объем среды), то уравнения неразрывности компонент, фактически, будут описывать перемещение данной частицы (с некоторым набором компонент) с потоком газа. Исходя из этого, было предложено решать уравнение неразрывности компонент за счет анализа перемещения некоторого набора частиц, следующих в потоке газа. Параметры потока при этом могут определяться любым способом, позволяющим моделировать течение однокомпонентного газа (например, методом конечных разностей). В силу способа введения данных частиц они были условно названы «лагранжевыми».

Рассмотрим обобщенный алгоритм разработанной оригинальной версии МЛЧ на примере анализа уравнения неразрывности компонент газовой смеси:

1. В начальный момент времени по длине каждого n -го трубопровода «размещается» упорядоченный по возрастанию координат набор лагранжевых частиц. Значения удельных долей компонент частиц задаются из начальных условий по координатам расположения каждой лагранжевой частицы.

2. На фиксированной эйлеровой сетке находятся оценки газодинамических параметров течения газовой смеси на следующем временном слое по разностным уравнениям, включающим уравнения газовой динамики, за исключением уравнения неразрывности компоненты (т.е. находятся все параметры на новом слое по времени, кроме удельных долей компонент). При решении разностных уравнений для вычисления удельных долей компонент в каждом узле фиксированной эйлеровой расчетной сетки производится интерполяция данных параметров с использованием двух ближайших лагранжевых частиц, окружающих рассматриваемый узел.

3. Для каждой p -ой лагранжевой частицы каждого n -го трубопровода для нового момента времени t_{j+1} определяется новая координата по формуле:

$${}^{(n)}_{(p)}x^{j+1} = {}^{(n)}_{(p)}x^j + {}^{(n)}_{(p)}\Delta x^{j+1} = {}^{(n)}_{(p)}x^j + {}^{(n)}w\left({}^{(n)}_{(p)}x^j, t_j\right)\Delta t_{j+1}, \quad (41)$$

где ${}^{(n)}_{(p)}x^j$ — координата p -ой лагранжевой частицы на j -ом слое по времени (рассматривается лагранжева частица, располагающаяся на n -ом трубопроводе); $\Delta t_{j+1} = t_{j+1} - t_j$ — шаг по времени между j -ым и $(j+1)$ -ым слоями по времени; ${}^{(n)}_{(p)}\Delta x^{j+1}$ — смещение p -ой лагранжевой частицы за шаг по времени Δt_{j+1} .

4. Для каждого трубопровода уничтожаются лагранжевы частицы, покинувшие трубопровод. При этом на соответствующей «выходной» границе (границе, че-

рез которую газ «покидает» трубу) создается новая частица со значениями удельных массовых долей компонент, равными интерполированным значениям по ближайшим к границе частицам: внутри трубы и вне трубы (вторая частица для трубы является уничтоженной).

5. Для каждого узла сочленения трубопроводов рассчитываются значения удельных массовых долей компонент по формуле (закону Кирхгофа):

$$^{(0)}(Y_m)^{j+1} = \sum_{n \in \Omega_{IN}} {}^{(n)} \left[{}_{(L)}(Y_m)^{j+1} (|w|f)_L^{j+1} \right] / \sum_{n \in \Omega_{IN}} {}^{(n)} \left[(|w|f)_L^{j+1} \right], \quad m = \overline{1, N_s}, \quad (42)$$

где $^{(0)}(Y_m)^{j+1}$ – удельная массовая доля m -ой компоненты в узле разветвления на $(j+1)$ -ом слое по времени; ${}_{(L)}(Y_m)^{j+1}$ – удельная массовая доля m -ой компоненты частицы, лежащей на «выходной» границе «подводящего» трубопровода; ρ_L , w_L и f_L – плотность, скорость газовой смеси и площадь поперечного сечения, соответствующие «выходной границе» «подводящего» трубопровода.

6. Для каждой входной границы каждого трубопровода создается новая лагранжева частица со значениями удельных долей компонент, соответствующими ГУ (если граница является входной для рассматриваемой системы трубопроводов) или равными значениям удельных долей компонент узла сочленения трубопроводов (если граница примыкает к сочленению). На следующем временном шаге, если расстояние между данной частицей и следующей за ней (по потоку газа) меньше заданного расстояния (порядка длины пространственной ячейки), то данная частица удаляется.

7. Если время расчета (величина t_{j+1}) достигло предельного значения, то расчет завершается. В противном случае полагается $j \rightarrow j+1$ и осуществляется переход к Шагу 2.

Перейдем теперь к описанию использования метода лагранжевых частиц для решения уравнения энергии. В целях упрощения изложения материала автореферата, но не теряя общность рассуждений, рассмотрим данный случай на примере течения нетеплопроводного газа по неразветвленному одностороннему трубопроводу. Тогда уравнение энергии можно преобразовать к виду:

$$DT/Dt = \left(\mu + (\rho c_p)^{-1} \right) Dp/Dt + 0,25 \lambda |w|^3 / (R c_p) - \Phi(T, T_{oc}) / (f \rho c_p), \quad (43)$$

где $D\xi/Dt = \partial \xi / \partial t + w \cdot \partial \xi / \partial x$ – субстанциональная производная произвольной функции ξ (производная по t в направлении $dx/dt = w(x, t)$); μ – коэффициент Джоуля – Томсона; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; R – внутренний радиус трубы.

В настоящей постановке задачи (т.е. в лагранжевой постановке задачи относительно каждой частицы) уравнение (43) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение относительно маршевой переменной:

$$dT/dt - \left(\mu + (\rho c_p)^{-1} \right) dp/dt = 0,25 \lambda |w|^3 / (R c_p) - \Phi(T, T_{oc}) / (f \rho c_p),$$

Для численного анализа полученного уравнения можно применять различные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, например, широко известный метод Рунге–Кутты с регулируемой точностью решения.

В главе представлена оценка устойчивости рассматриваемой версии МЛЧ. Поскольку она при решении уравнений неразрывности компонент и энергии напрямую не связана с используемой для решения уравнений неразрывности и движения конечно-разностной сеткой, то эта расчетная сетка практически не влияет на точность предложенной версии МЛЧ. Таким образом, получение расчетных значений повышенной точности удельных долей и температуры газа достигается без сгущения сеток, что значительно увеличивает скорость вычислений. Следствием того, что версия МЛЧ напрямую не связана с конечно-разностной сеткой, является также отсутствие при моделировании так называемой «схемной» вязкости. В силу этого, данная версия МЛЧ позволяет получать решения, в которых не наблюдается «схемное сглаживание» фронтов по массовым долям и температуре, что соответствует реальным физическим процессам. Это существенно повышает адекватность моделирования по сравнению с использованием для решения уравнений неразрывности компонент и энергии разностных схем.

В главе отмечено, что предложенную автором диссертации версию МЛЧ нельзя считать модификацией классических методов частиц. В классических методах частицы обладают массой. Их перенос вызывает изменение плотности, давления и внутренней энергии среды. В разработанной версии МЛЧ частицы являются всего лишь маркерами, характеризующими конкретные сечения среды. Их перенос напрямую не определяет изменение аналогичных газодинамических параметров среды.

Также целесообразно отметить, что существующее в предложенном варианте МЛЧ различие в подходе к численному решению уравнений неразрывности компонент транспортируемой смеси и уравнения неразрывности газовой смеси с использованием метода конечных разностей при решении производственных задач газовой отрасли не приводит к практически значимому снижению достоверности и адекватности получаемых результатов моделирования.

В заключении второй главы представлены некоторые из этапов верификации изложенного в главе метода моделирования с повышенной точностью потоков в трубопроводных сетях. Например, при сравнении с результатами расчетов по аналитическим моделям и расчетов с использованием универсальных программ «Star-CD» (Великобритания) и «ANSYS CFX» (США) получены следующие относительные расхождения: 0,44% по давлению газовой среды; 0,21% по температуре газовой среды; 0,72% по скорости газового потока. Также в главе показаны примеры сравнения результатов аналитических расчетов и численного моделирования распространения ударной волны, волны разрежения и столкновения двух ударных волн. При численном решении задач наблюдалось «размазывание» фронтов ударных волн. Оценки давления, скорости и температуры за пределами фронтов разностных ударных волн совпали с аналогичными точными значениями этих параметров в пределах критерия окончания

итераций численного метода. Скорости движения волн в точности совпали с их аналитическими значениями. Рассмотренные примеры продемонстрировали адекватность разработанных разностных схем. Данные тесты показали корректность этих схем, в том числе, при решении исходной нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных. Как известно, решение таких моделей вызывает наибольшие трудности, в силу чего разработчики зачастую переходят к решению некоторых линеаризованных (упрощенных) вариантов исходных нелинейных моделей.

Для примера на Рис. 2 представлены рассчитанные с использованием двух разностных схем пространственные распределения давления газа перед столкновением ударных волн. Использовались двухслойные полностью неявные разностные схемы, построенные на базе различных принципов: центральная и противопоточная разностные схемы.

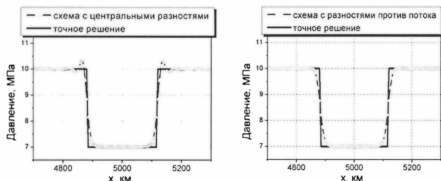


Рис. 2. Распределение давления перед столкновением ударных волн (на момент времени 9540с)

Различный характер поведения решения в зоне фронта разностной ударной волны объясняется различными аппроксимационными свойствами применяемых разностных схем. Схема с центральными разностями обладает на равномерной сетке вторым порядком аппроксимации и поэтому более точно описывает фронт аналитической ударной волны (Рис. 2). Однако при этом схеме присуще свойство немонотонности, вследствие чего за фронтом аналитической ударной волны наблюдаются устойчивые быстро затухающие осцилляции. Схема с разностями против потока обладает первым порядком сходимости, в связи с чем она обладает высокой схемной вязкостью. По данной причине возникающие осцилляции за фронтом аналитической ударной волны незначительны. Однако фронт ударной волны более «размазан».

Также в главе перечислены конкретные производственные задачи, которые были решены с использованием данного метода для ОАО «Газпром», ОАО «Концерн Росэнергоатом», ОАО «Мордовэнерго», ГУП «Мосгаз», ФГУП «Обеспечение РФЯЦ-ВНИИЭФ» и международной газотранспортной компании «SPP-DSTG».

В третьей главе изложен разработанный автором диссертации метод имитационного моделирования для комплексного исследования фактической динамики долевых вкладов поставщиков в снабжение газообразными продуктами конкретных потребителей по сетям разветвленных закольцованных магистральных трубопроводов, являющийся развитием подходов обобщенного метода частиц применительно к течениям в трубопроводных системах.

Суть предложенного метода можно сформулировать следующим образом. Будем условно полагать, что каждый поставщик в общий коллектор сети вводит уникальный сорт однокомпонентного химически инертного газа, свойства которого полностью соответствуют свойствам природного газа. В этом случае в общем коллекторе и отводящих трубопроводах в результате нестационарного неизотермического смешения будет образовываться мультисортная гомогенная химически инертная газовая смесь, обладающая физико-механическими свойствами изначально транспортируемого природного газа. Ее сортовой (или компонентный) состав будет изменяться во времени только за счет соответствующих изменений в режимах поставок и потребления газа из исследуемой трубопроводной системы. По изменению во времени долевого состава газовой смеси на выходной границе отводящего трубопровода, ассоциированного с конкретным потребителем, можно судить какие именно поставщики оказывают влияние на величину разбаланса в поставках газа, который может возникнуть у данного потребителя. Построение искомых зависимостей долей сортов газа от времени сводится к численному моделированию нестационарных неизотермических режимов транспортирования многокомпонентной гомогенной газовой смеси переменного во времени состава по исследуемой газораспределительной сети разветвленных протяженных трубопроводов. Численное решение уравнения неразрывности компонент

$$\frac{\partial(\rho Y_m f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Y_m w f)}{\partial x} = 0, \quad m = \overline{1, N_S - 1}, \quad Y_{N_S} = 1 - \sum_{m=1}^{N_S-1} Y_m,$$

позволяет анализировать перемещение по длине трубопроводов долей сортов газа от каждого поставщика. Интегрирование полученных зависимостей $Y_m = Y_m(t)$ для каждого отвода на потребителя позволяет оценить влияние каждого поставщика на поставки газа каждому конкретному потребителю.

В главе изложен алгоритм решения поставленной задачи. При этом для решения уравнений неразрывности компонент было предложено использовать оригинальную версию МЛЧ, описанную в главе 2. Данный выбор объясняется положительными свойствами указанного метода: отсутствие схемной вязкости, исключаящее «схемное сглаживание» фронтов по удельным долям компонент, а также отсутствие влияния эйлеровой расчетной сетки на точность метода, что значительно увеличивает скорость вычислений за счет отсутствия необходимости сгущать данную сетку.

Отмечено, что рассмотренный метод реализован в КАС «Alfargus/Mosregiongaz» и успешно применяется при поиске источников разбаланса в поставках газа по Московскому кольцевому газопроводу.

В четвертой главе подробно описан использованный подход к компьютерной реализации разработанных методов. В главе приводится краткая характеристика разработанных компьютерных программ: кроме газодинамического «Alfargus/DispatcherTrainingSystem» и прочностного «Alfargus/StructuralTrainingSystem» тренажеров (эксплуатируются в Центре повышения квалификации водителей и специалистов ОАО «Газпром» при Волгоградском колледже газа и нефти ОАО «Газпром») к ним, в том числе, можно отнести компьютерные аналитические системы: «AMADEUS», предназначенную для управления целостностью магистральной трубопроводной системы Международной газотранспортной компании «SPP-DSTG» (Словакия – Германия – Франция), и «Alfargus/Mosregiongaz», предназначенную для автоматизированного «интеллектуального» поиска и локализации источников разбалансов в оценках поставок газа по Московскому кольцевому газопроводу.

Особое место посвящено описанию разработанного автором диссертации комплекса программ в виде расчетных ядер компьютерных аналитических систем и компьютерного аналитического инструментария (см., например, [30, 33, 34, 38]), реализующих рассмотренные выше методы математического моделирования течений в трубопроводных сетях. Типовая блок-схема такого расчетного ядра компьютерной аналитической системы представлена на Рис. 3



Рис. 3. Блок-схема компьютерной реализации численных методов моделирования течения сред по разветвленным трубопроводным системам

Программная реализация расчетных ядер была выполнена в среде «Microsoft Visual C++» с применением подхода объектно-ориентированного программирования. Запуск ядра на расчет производится при использовании так называемого «Менеджера». В зависимости от переданных ему флагов вызываются функции тех или иных классов, реализующие моделирование различных типов потоков (многокомпонентной газовой смеси или многокомпонентной несжимаемой жидкости).

Данные функции обращаются к классам (точнее, функциям классов), реализующим различные методы численного решения систем разностных уравнений (например, к классу, реализующему модификацию метода Ньютона). Выбор конкретного метода определяется соответствующим флагом. В зависимости от выбранного типа разностной схемы (здесь под фразой «разностная схема» понимается: разностная схема или версия МЛЧ) происходит обращение к тому или иному классу (точнее, функции класса), реализующему вычисление параметров численного метода (например, элементов матрицы Якоби для модификации метода Ньютона) и позволяющему в дальнейшем исходному классу, реализующему численный метод (например, модификацию метода Ньютона), найти распределение газо- и гидродинамических параметров на новом слое по времени. Наконец, в классах, реализующих вычисление параметров численного метода, вычисляются или зануляются слагаемые, включающие производные по времени в зависимости от типа моделируемого неизотермического течения: нестационарного или установившегося.

При разработке типового расчетного ядра компьютерной аналитической системы применялись основные механизмы объектно-ориентированного программирования: абстракция, инкапсуляция, наследование и полиморфизм. Это позволило сделать программный код более наглядным, структурированным и оптимизированным.

Тестирование и верификация предложенных методов проводилась после их компьютерной реализации в процессе численных экспериментов, натурных испытаний и их промышленной эксплуатации.

Процесс и результаты такого тестирования были подробно изложены в работах [3–5, 8, 11, 13, 18, 19, 39]. Приведены результаты сравнительного анализа результатов моделирования с помощью газодинамического симулятора «GDS-AMADEUS» с результатами натурных экспериментов: относительная разница по давлению: 2,8%; по температуре: 1,1%; по расходу: 6,3%. В приложении представлен типовой пример протокола производственного испытания одного из программных изделий – «GDS-AMADEUS», проведенного учеными Математического института Словацкой академии наук и ведущими специалистами Международной газотранспортной компании «SPP-DSTG» на газотранспортной системе Словакии в интервал времени (72 часа) с высокой динамикой изменения режимов транспортирования природного газа. Аналогичные протоколы (Инв. №НТО/0412-01 от 23.04.12, Инв. №НТО/0612-07 от 25.06.12, Инв. №НТО/0612-08 от 25.06.12) были составлены специалистами ОАО «Газпром» для трубопроводной сети Московского кольцевого газопровода. В них также отмечалась высокая точность и эффективность другого программного изделия – KAC «Alfargus/Mosregiongaz».

Также в главе 4 представлены два примера сравнения результатов численного моделирования с данными натурных испытаний, проведенных на разветвленной многониточной трубопроводной сети магистрального газопровода Международной газотранспортной компании «SPP-DSTG».

Наиболее нагляден второй тест, в котором для измерения давления газа

использовалась, так называемая, миллисекундная SCADA-система, производящая измерения с интервалом 50мс. Например, результаты расчета и измерений давления в точке, соответствующей, так называемому, датчику Д1, показаны на Рис. 4.

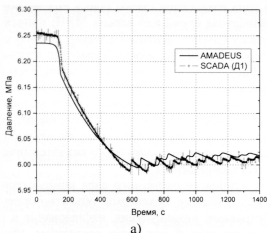


Рис. 4. Результаты расчета и измерения давления в точке, соответствующей датчику Д1

В приложении детально описано построение составной расчетной зависимости для оценки гидравлического сопротивления трения на участках трубопроводов реальных газопроводных сетей применительно к полному диапазону чисел Рейнольдса и практически значимому диапазону значений шероховатости. Эта зависимость широко используется в методе из главы 2.

Актуальность данной проблемы была обусловлена следующими обстоятельствами. Как известно, коэффициент гидравлического сопротивления трения λ в общем случае является функцией двух переменных: $\lambda = \lambda(Re, \bar{\Delta})$, где $Re = 2\rho wR/\mu$ – число Рейнольдса; $\bar{\Delta} = \Delta/(2R)$ и Δ – соответственно относительная и абсолютная шероховатость внутренней поверхности трубы; μ – динамический коэффициент вязкости среды. Для корректного моделирования процессов транспортирования сред по трубопроводным системам необходимо использование адекватных зависимостей для вычисления параметра λ , непрерывных во всем диапазоне изменения величины Re . К сожалению, в известных работах отсутствует доступная информация по таким зависимостям. Так, например, в наиболее полно охватывающей вопросы гидравлического сопротивления работе (Идельчик И. Е. 2008) рассмотрен целый ряд интересных здесь зависимостей для различных диапазонов изменения параметров Re и $\bar{\Delta}$. Однако даже здесь границы использования разных формул либо не обозначены, либо имеют плохую точность («скачки» величины λ при переходе в использовании разных формул могут превышать 3%, что может вызывать отсутствие сходимости численных методов решения моделей течения сред по трубопроводным системам).

Для решения данной проблемы проведен анализ монографии (Идельчик И. Е. 2008). По его результатам автором диссертации была построена составная расчетная зависимость для широкого диапазона значений величины $\bar{\Delta}$ и полного диапазона числа Рейнольдса. Указанная зависимость включает в себя формулы для расчета параметра λ из монографии (Идельчик И. Е. 2008) и исправленные по сравнению с работой (Идельчик И. Е. 2008) формулы, определяющие границы перехода в использовании формул для соседних диапазонов числа Re. Дополнительно из научно обоснованных соображений были введены зависимости для расчета параметра λ в тех диапазонах числа Re, для которых соответствующие формулы монографии И.Е. Идельчика отсутствовали.

Результатом проведенной работы явилась новая составная расчетная зависимость для вычисления коэффициента гидравлического сопротивления трения (для полного диапазона числа Re и практически значимого диапазона относительной шероховатости $\bar{\Delta} \in [10^{-8}; 5 \cdot 10^{-2}]$), у которой «скачки» в численных значениях величины λ не превышают 0,1%. Данная зависимость позволила исключить неустойчивость численного моделирования сред течения по трубопроводам, вызванную разрывностью зависимости $\lambda = \lambda(\text{Re}, \bar{\Delta})$.

Приведем обобщенный вид предложенной автором диссертации составной расчетной зависимости для оценки гидравлического сопротивления трения $\lambda = \lambda(\text{Re}, \bar{\Delta})$:

$$\overline{\text{Re}}_0(\bar{\Delta}) = 742,9 \exp\left(\frac{0,00679}{\bar{\Delta}}\right); \quad (48)$$

$$\overline{\text{Re}}_{0,1}(\bar{\Delta}) = 2002,2 - 8889\bar{\Delta}; \quad (49)$$

$$\overline{\text{Re}}_1(\bar{\Delta}) = 580 + \frac{425,3}{\bar{\Delta}^{0,25}} + \frac{44}{\bar{\Delta}^{0,5}} - \frac{4,01}{\bar{\Delta}}; \quad (50)$$

$$\text{Re}_2(\bar{\Delta}) = 2090\bar{\Delta}^{-0,0635}; \quad (51)$$

$$\overline{\text{Re}}_3(\bar{\Delta}) = \begin{cases} 2 \cdot 10^5 - \frac{9,4}{\bar{\Delta}} + \frac{1,17}{\bar{\Delta}^{1,25}} - \frac{0,0017}{\bar{\Delta}^{1,5}}, & \text{если } \bar{\Delta} \in [10^{-8}; 10^{-5}]; \\ \frac{20,8}{\bar{\Delta}} - \frac{3,7}{\bar{\Delta}^{1,25}} + \frac{0,501}{\bar{\Delta}^{1,5}} - \frac{0,0678}{\bar{\Delta}^{1,65}} + \frac{0,0002}{\bar{\Delta}^2}, & \text{если } \bar{\Delta} \in [10^{-5}; 10^{-2}]; \end{cases} \quad (52)$$

$$\overline{\text{Re}}_4(\bar{\Delta}) = 16100\bar{\Delta}^{-1}, \quad (53)$$

а также

$$\lambda = 64 \text{Re}^{-1}; \quad (54)$$

$$\lambda = 4,4 \text{Re}^{-0,595} \exp\left(-\frac{0,00275}{\bar{\Delta}}\right); \quad (55)$$

$$\begin{cases} \lambda = (\lambda_2 - \lambda^*) \exp\left\{-[0,0017(\text{Re}_2 - \text{Re})]^2\right\} + \lambda^*, \\ \lambda^* = \lambda_1 - 0,0017, \quad \lambda_1 = 0,0775 - 0,0109\bar{\Delta}^{-0,286}, \quad \lambda_2 = 0,145\bar{\Delta}^{0,244}; \end{cases} \quad (56)$$

$$\begin{cases} \lambda = (\lambda_2 - \lambda^*) \exp\left\{-\left[0,0017(\text{Re}_2 - \text{Re})\right]^2\right\} + \lambda^*, \\ \lambda^* = \lambda_1 = 0,032, \quad \lambda_2 = 7,244 \text{Re}_2^{-0,643}; \end{cases} \quad (57)$$

$$\lambda = 0,008547 \exp\left\{-\left[0,0017(3179,58 - \text{Re})\right]^2\right\} + 0,032; \quad (58)$$

$$\lambda = \lambda_{<\text{Re}_2}(\text{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta}) \frac{4000 - \text{Re}}{4000 - \text{Re}_2(\bar{\Delta})} + \lambda_{>4000}(4000, \bar{\Delta}) \frac{\text{Re} - \text{Re}_2(\bar{\Delta})}{4000 - \text{Re}_2(\bar{\Delta})}; \quad (59)$$

$$\lambda = 2,53042 \cdot 10^{-6} \text{Re} + 0,0325013; \quad (60)$$

$$\lambda = [1,8 \lg \text{Re} - 1,64]^{-2}; \quad (61)$$

$$\lambda = \left[2 \lg \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\bar{\Delta}}{3,7} \right)\right]^{-2}; \quad (62)$$

$$\lambda = \left[2 \lg \frac{3,7}{\bar{\Delta}}\right]^{-2}. \quad (63)$$

Соотношения (54–63) – это формулы для вычисления λ в пределах разных диапазонов Re и $\bar{\Delta}$. В формулах (48–53) формализованы границы диапазонов применимости формул (54–63).

Следует отметить, что в выражении (59) зависимости $\lambda_{<\text{Re}_2}(\text{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta})$ и $\lambda_{>4000}(4000, \bar{\Delta})$ являются формальными. Их конкретизация проводится ниже при описании рекомендаций по применению зависимостей.

Рекомендации по применению зависимостей:

1) если $\bar{\Delta} \leq 0,00135$, а

- 1.1) $0 \leq \text{Re} \leq 1990,2$, то значение λ необходимо вычислять по формуле (54);
- 1.2) $1990,2 < \text{Re} \leq 3179,582$ – по формуле (58);
- 1.3) $3179,582 < \text{Re} \leq 4000$ – по формуле (60);
- 1.4) $4000 < \text{Re} \leq \overline{\text{Re}}_3(\bar{\Delta})$ – по формуле (61);
- 1.5) $\overline{\text{Re}}_3(\bar{\Delta}) < \text{Re} \leq \overline{\text{Re}}_4(\bar{\Delta})$ – по формуле (62);
- 1.6) $\overline{\text{Re}}_4(\bar{\Delta}) < \text{Re}$ – по формуле (63);

2) если $0,00135 < \bar{\Delta} \leq 0,002789$, а

- 2.1) $0 \leq \text{Re} \leq \overline{\text{Re}}_{0,1}(\bar{\Delta})$, то значение λ необходимо вычислять по (54);
- 2.2) $\overline{\text{Re}}_{0,1}(\bar{\Delta}) < \text{Re} \leq \text{Re}_2(\bar{\Delta})$ – по формуле (57);
- 2.3) $\text{Re}_2(\bar{\Delta}) < \text{Re} \leq 4000$ – по формуле (59)
при $\lambda_{<\text{Re}_2}(\text{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta}) \equiv \lambda(\text{Re} = \text{Re}_2(\bar{\Delta}))$, где $\lambda(\text{Re})$ соответствует (57),
и $\lambda_{>4000}(4000, \bar{\Delta}) \equiv \lambda(\text{Re} = 4000)$, где $\lambda(\text{Re})$ соответствует (61);
- 2.4) $4000 < \text{Re} \leq \overline{\text{Re}}_3(\bar{\Delta})$ – по формуле (61);

- 2.5) $\overline{Re}_3(\bar{\Delta}) < Re \leq \overline{Re}_4(\bar{\Delta})$ – по формуле (62);
- 2.6) $\overline{Re}_4(\bar{\Delta}) < Re$ – по формуле (63);
- 3) если $0,002789 < \bar{\Delta} \leq 0,007$, а
- 3.1) $0 \leq Re \leq \overline{Re}_{0,1}(\bar{\Delta})$, то значение λ необходимо вычислять по (54);
- 3.2) $\overline{Re}_{0,1}(\bar{\Delta}) < Re \leq \overline{Re}_2(\bar{\Delta})$ – по формуле (57);
- 3.3) $\overline{Re}_2(\bar{\Delta}) < Re \leq 4000$ – по формуле (59)
 при $\lambda_{<Re_2}(\overline{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta}) \equiv \lambda(Re = \overline{Re}_2(\bar{\Delta}))$, где $\lambda(Re)$ соответствует (57),
 и $\lambda_{>4000}(4000, \bar{\Delta}) \equiv \lambda(Re = 4000, \bar{\Delta})$, где $\lambda(Re, \bar{\Delta})$ соответствует (62);
- 3.4) $4000 < Re \leq \overline{Re}_4(\bar{\Delta})$ – по формуле (62);
- 3.5) $\overline{Re}_4(\bar{\Delta}) < Re$ – по формуле (63);
- 4) если $\bar{\Delta} > 0,007$, а
- 4.1) $0 \leq Re \leq \overline{Re}_0(\bar{\Delta})$, то значение λ необходимо вычислять по (54);
- 4.2) $\overline{Re}_0(\bar{\Delta}) < Re \leq \overline{Re}_1(\bar{\Delta})$ – по формуле (55);
- 4.3) $\overline{Re}_1(\bar{\Delta}) < Re \leq \overline{Re}_2(\bar{\Delta})$ – по формуле (56);
- 4.4) $\overline{Re}_2(\bar{\Delta}) < Re \leq 4000$ – по формуле (59)
 при $\lambda_{<Re_2}(\overline{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta}) \equiv \lambda(Re = \overline{Re}_2(\bar{\Delta}), \bar{\Delta})$, где $\lambda(Re, \bar{\Delta})$ соответствует формуле (56),
 и $\lambda_{>4000}(4000, \bar{\Delta}) \equiv \lambda(Re = 4000, \bar{\Delta})$, где $\lambda(Re, \bar{\Delta})$ соответствует (62);
- 4.5) $4000 < Re \leq \overline{Re}_4(\bar{\Delta})$ – по формуле (62);
- 4.6) $\overline{Re}_4(\bar{\Delta}) < Re$ – по формуле (63).

Графический вид предложенной составной расчетной зависимости для $\lambda = \lambda(Re, \bar{\Delta})$ представлен на Рис. 5.

В приложении также приведены:

- копии свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ [30, 33, 34, 38];
- копия акта по договору 06-3а от 26.09.2006 о внедрении в учебный процесс факультета повышения квалификации и профессиональной переподготовки руководителей и специалистов открытого акционерного общества «Газпром» при негосударственном образовательном учреждении среднего профессионального образования «Волгоградский колледж газа и нефти» компьютерного тренажера диспетчера газотранспортного предприятия «Alfargus/StructuralTrainingSystem 1.0»;
- копия акта внедрения в промышленную эксплуатацию компьютерной аналитической системы «Alfargus/Mosregiongaz» в обществе с ограниченной

ответственностью «Газпром межрегионгаз Москва» от 29.06.2012.

- копия протокола тестирования газодинамического симулятора «GDS-AMADEUS v4.5.3» газотранспортной системы Международной компании SPP-DSTG (г. Нитра, Словакия, 17-20 февраля 2004 года).

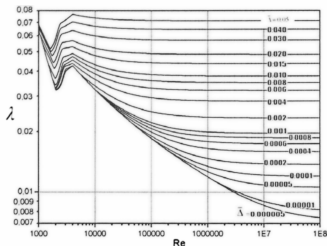


Рис. 5. Графический вид модифицированной составной расчетной зависимости для $\lambda = \lambda(Re, \bar{\Delta})$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработан и верифицирован в течение многолетней производственной эксплуатации математический метод моделирования с повышенной точностью нестационарных неизотермических потоков многокомпонентных газов и жидкостей в закольцованных сетях разветвленных рельефных магистральных трубопроводов с шероховатыми теплопроводными абсолютно жесткими стенками, обеспечивающий сохранение консервативности физических параметров потоков в узлах сопряжения трубопроводов и на их кольцевых участках. Решение задач моделирования в рамках разработанного метода проводится с применением оригинальной версии метода лагранжевых частиц и составной расчетной зависимости гидравлического сопротивления трения, построенной для полного диапазона чисел Рейнольдса и практически значимого диапазона значений шероховатости стенок труб. Предложенный метод позволил на практике обеспечить требуемую точность численного решения производственных задач поиска и локализации источников разбалансов в оценках динамики поставок продуктов по закольцованным трубопроводным сетям.

2. Разработан и верифицирован метод имитационного моделирования для комплексного исследования фактической динамики долевых вкладов поставщиков в снабжение газообразными продуктами конкретных потребителей по сетям разветвленных закольцованных магистральных трубопроводов, являю-

шийся развитием подходов обобщенного метода частиц применительно к течениям в трубопроводных системах. Поскольку базовый алгоритм разработанного метода напрямую не связан с характеристиками используемой конечно-разностной сетки, то ее качество практически не влияет на точность данного метода. Это дает возможность существенно сократить временные затраты на решение производственных задач, а также практически исключает «схемную вязкость». Минимизация влияния «схемной вязкости» создает хорошую базу для адекватного моделирования слабых волновых процессов, характерных для штатной эксплуатации трубопроводных систем.

3. Разработан комплекс программ в виде расчетных ядер систем компьютерного и имитационного моделирования, реализующих разработанные методы математического моделирования потоков в трубопроводных сетях, включая оригинальную версию метода лагранжевых частиц и алгоритм применения составной расчетной зависимости для оценки гидравлического сопротивления.

4. Проведены углубленное тестирование и верификация разработанных в диссертации математических методов и комплекса программ в течение 2004–2014 годов при решении производственных задач российских и зарубежных предприятий ТЭК, а также при построении компьютерных газодинамических тренажеров, активно применяемых на Курсах повышения квалификации специалистов и руководителей ОАО «Газпром» на базе Факультета повышения квалификации и профессиональной переподготовки руководителей и специалистов ОАО «Газпром» НОУ СПО «ВКГиН».

5. Созданы теоретические предпосылки для распространения предложенных в диссертации методов на моделирование нестационарных потоков газожидкостных смесей.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНЫ В РАБОТАХ

1. Численный анализ и оптимизация газодинамических режимов транспорта природного газа / С.Н. Прялов [и др.]; [под ред. В.Е. Селезнева]. М.: Едиториал УРСС, 2003. 224 с (14,0 п.л./3,50 п.л.).
2. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Яцевич С.В. Об одном методе математического моделирования течения природного газа через узел сочленения в многониточном газопроводе // Наука и техника в газовой промышленности. 2003. №1. С.17–21. (0,31 п.л./0,22 п.л.).
3. Прялов С.Н., Бойченко А.Л., Селезнев В.Е. Обнаружение и локализация разрывов МГ с использованием компьютерных симуляторов // Газовая промышленность. 2005. №4. С.76–78 (0,19 п.л./0,06 п.л.).
4. Прялов С.Н., Зеленская О.И. Нестационарный численный анализ распространения жидких загрязняющих веществ по промышленной канализации и рекам // Инженерная экология. 2005. №2. С.41–53. (0,81 п.л./0,69 п.л.).
5. Прялов С.Н. К вопросу о моделировании распространения ударных волн и волн разряжения в газе, транспортируемом по одноструйному трубопроводу // Транспорт и подземное хранение газов: науч.-техн. сб. 2005.

№1. С.10-20.

6. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Бойченко А.Л. Оперативное обнаружение разрывов магистральных газопроводов // Математическое моделирование. 2006. Т.18. № 2. С.101–112. (0,75 п.л./0,25 п.л.).
7. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Мотлохов В.В. Численный анализ организованных и аварийных выбросов на компрессорных и газораспределительных станциях // Безопасность труда в промышленности. 2006. №6. С.41–46. (0,38 п.л./0,08 п.л.).
8. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте: математические методы моделирования и практическое применение; [под ред. В.Е. Селезнева]. М.: МАКС Пресс, 2007. 200 с. (12,50 п.л./4,02 п.л.).
9. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Математическое моделирование трубопроводных сетей и систем каналов: методы, модели и алгоритмы; [под ред. В.Е. Селезнева]. М.: МАКС Пресс, 2007. 695 с. (43,50 п.л./15,06 п.л.).
10. Прялов С.Н. Повышение адекватности моделирования транспортирования газа по трубопроводам // Газовая промышленность. 2007. №1. С.66–68.
11. Pryalov S.N., Seleznev V.E. Numerical forecasting surge in a piping of compressor shops of gas pipeline network // Journal of Zhejiang University. Science A. 2007. Vol. 8. N. 11. P.1770–1783. (0,88 п.л./0,39 п.л.).
12. К вопросу моделирования транспорта природного газа как многокомпонентной газовой смеси / С.Н. Прялов [и др.] // Транспорт и подземное хранение газов: науч.–техн. сб. 2007. №2. С.3–10. (0,50 п.л./0,13 п.л.).
13. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Комиссаров А.С. Моделирование помпажных явлений в газотранспортных сетях // Газовая промышленность. 2008. №1. С.84–89. (0,38 п.л./0,18 п.л.).
14. Прялов С.Н., Селезнев В.Е. Численное прогнозирование помпажных явлений в газотранспортных сетях промышленных энергетических объектов // Известия РАН: Энергетика. 2008. №3. С.111–123. (0,81 п.л./0,43 п.л.).
15. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Численная верификация проектных решений для трубопроводов энергетических систем // Известия РАН: Энергетика. 2008. №6. С.95–106. (0,75 п.л./0,19 п.л.).
16. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Метод высокоточной компьютерной верификации проектных решений для магистральных трубопроводов // Транспорт и подземное хранение газов: науч.–техн. сб. 2008. №1. С.22–35. (0,88 п.л./0,21 п.л.).
17. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Математическое моделирование магистральных трубопроводных систем: дополнительные главы; [под ред. В.Е. Селезнева]. М.: МАКС Пресс, 2009. 356 с. (22,25 п.л./8,14 п.л.).
18. Прялов С.Н., Селезнев В.Е., Алешин В.В. Основы численного моделирования магистральных трубопроводов; [под ред. В.Е. Селезнева]. Изд. 2-е,

- перераб. и доп. М.: МАКС Пресс, 2009. 436 с. (27,25 п.л./7,68 п.л.).
19. Метод лагранжевых частиц для численного мониторинга поставок газа / С.Н. Прялов [и др.] // Газовая промышленность. 2009. №12. С. 20–23. (0,25 п.л./0,13 п.л.).
 20. Прялов С.Н., Селезнев В.Е. Численный мониторинг долевого участия поставщиков газораспределительных систем в объемах поставок газа конкретным потребителям // Известия РАН: Энергетика. 2010. №1. С.152–159. (0,50 п.л./0,39 п.л.).
 21. Численный анализ разбаланса поставок газа методом частиц / С.Н. Прялов [и др.] // Транспорт и подземное хранение газов: науч.-техн. сб. 2010. №1. С.11–17. (0,43 п.л./0,31 п.л.).
 22. Pryalov S.N., Seleznev V.E. Modeling of Gas-Liquid Flows in Branched Trunkline // Advances in Mechanics Research. 2011. Vol. 1. P. 295–336. (29,81 п.л./2,11 п.л.).
 23. Прялов С.Н., Селезнев В.Е. Об одной модели транспортирования газожидкостных сред по магистральным трубопроводам // Известия РАН. Энергетика. 2011. №4. С.133–147 (0,94 п.л./0,76 п.л.).
 24. Pryalov S.N., Seleznev V.E. Gas-liquid flow model for branched trunklines // Applied Mathematical Sciences. 2011. Vol. 5, N 65. P. 3233–3261. (1,81 п.л./1,43 п.л.).
 25. Pryalov S.N., Seleznev V.E., Kiselev V.V. Computational analysis of natural gas delivery discrepancy // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vols. 88-89. P. 524–530. (0,44 п.л./0,09 п.л.).
 26. Pryalov S.N., Seleznev V.E., Aleshin V.V. Modeling of spray system operation under hydrogen and steam emissions in NPP containment during severe accident // Science and Technology of Nuclear Installations. 2011. 13 p. (0,81 п.л./0,28 п.л.).
 27. Pryalov S.N., Seleznev V.E. One model for gas liquid transmission in the major pipelines // Thermal Engineering. 2011. Vol. 58, N 14, P. 1174–1185. (0,75 п.л./0,61 п.л.).
 28. Об одной модели работы спринклерной системы при авариях на атомных электростанциях / С.Н. Прялов [и др.] // Известия РАН: Энергетика. 2012. №1. С.66–86. (1,31 п.л./0,41 п.л.).
 29. Прялов С.Н., Селезнев В.Е. Методы построения моделей течений в магистральных трубопроводах и каналах. М.: Едиториал УРСС. 2012. 560 с. (35,00 п.л./17,5 п.л.).
 30. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012613303. Компьютерный Аналитический Инструментарий «Alfargus» / С.Н. Прялов [и др.]. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 06.04.2012.
 31. Прялов С.Н. Численный анализ динамических перемещений трубопровода высокого давления при его разрыве // Безопасность труда в промышленности. 2012. №5. С.41–46.
 32. Прялов С.Н. Метод повышения адекватности моделирования ава-

рийных ситуаций в реальных газопроводных сетях // Безопасность труда в промышленности. 2012. №8. С.57–59.

33. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012615262. Компьютерная Аналитическая Система «Alfargus/Mosregiongaz» / С.Н. Прялов [и др.]. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 09.06.2012.
34. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012616366. Компьютерный тренажер диспетчера газотранспортного предприятия «Alfargus/StructuralTrainingSystem 1.0» / С.Н. Прялов [и др.]. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 12.07.2012.
35. Прялов С.Н. К вопросу обеспечения корректности численного моделирования работы спринклерных систем для поддержания безопасности внутри контейнента атомных электростанций // *Безопасность труда в промышленности*. 2013. №6. С.69–72.
36. Pryalov S.N., Seleznev V.E. Computational Fluid Dynamics of Trunklines Systems: Methods for Constructing Flow Models in Branched Trunklines and Open Channels. Moscow: KRASAND, 2014. 544 p. (34,00 п.л./17,00 п.л.).
37. Pryalov S.N., Seleznev V.E. Special numerical analysis methods for mathematical

38 207 4991 ЭВМ
«Алфар-
овано»

39	Прялов С.Н. Математическое моделирование реальных	не позже десяти срока	магистр л./25,0
----	---	--------------------------	--------------------

[illegible]

1-06

Подписано к печати 19.09.2014 г. Заказ № 3051
Усл. печ. л. 2,2. Формат 60х80 1/16. Тираж 100 экз.

Отпечатано: ООО «Интерконтакт».
г. Саров, ул. Герцена д. 46, тел.: 8(83130) 6-26-46
e-mail: sgt2004@list.ru
<http://саровпринт.рф/>