

Зайцев Сергей Эдуардович

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ
РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Специальность: 05.07.03

Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

A large, stylized handwritten signature in black ink, likely belonging to the author, S. E. Zaitsev. The signature is written in a cursive style with a prominent loop at the end.

Москва – 2007

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете имени Н.Э.Баумана.

Научный руководитель

доктор технических наук, профессор Тушев Олег Николаевич

Официальные оппоненты:

1. Доктор технических наук, профессор Чирков Виктор Петрович
2. Доктор технических наук, профессор Гусев Александр Сергеевич

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие «Московский институт теплотехники».

Защита состоится 15 ноября 2007 года в 14.00 часов на заседании Диссертационного совета ДС 212.008.02 при Московском государственном техническом университете имени Н.Э.Баумана по адресу: 105005, г.Москва, ул. 2-ая Бауманская, д.5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э.Баум

Автореферат разослан « ____ » октября 2007 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
ДС.212.008.02



Б.С.Сарбаев



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Современные тенденции в создании образцов ракетно-космической техники и оптимизация соответствующих технико-экономических показателей приводят к необходимости широкого применения конверсионных ракет-носителей, использованию универсальных космических платформ под различные виды полезных нагрузок и сокращению количества изделий для проведения зачетных испытаний. При этом, эксплуатация созданных изделий и их наземных комплексов, к какому бы классу они ни принадлежали, связана с высокими динамическими нагрузками, разнообразными по характеру и физической природе. Конструкции должны воспринимать все внешние нагрузки, действующие в течение всего периода эксплуатации, и не терять своей способности нормально функционировать.

Действие динамических нагрузок проявляется на всех этапах эксплуатации, а именно, при транспортировании, хранении, боевом дежурстве, стартовом и полетном режимах. Пренебрежение стохастическими свойствами внешних воздействий не позволяет в полной мере оценить возможности разработанной конструкции. Это относится ко всему комплексу задач, которые решаются при разработке образцов ракетно-космической техники, в частности, к задачам динамической прочности.

В настоящее время опубликовано много работ в области статистической динамики механических систем и получено много результатов высокого уровня, которые можно эффективно использовать для решения реальных практических задач. Вместе с тем, наблюдается существенная диспропорция в отношении расчетных методов анализа динамики и динамической прочности нелинейных многомерных моделей конструкций при нестационарных аддитивных и, тем более, мультипликативных случайных воздействиях общего вида. Основная трудность, связанная с решением такого типа задач, общеизвестна – это весьма существенная сложность получения оператора формирующего фильтра для преобразования белого шума в реальный случайный процесс. Вместе с тем, многие эксплуатационные нагрузки в ракетно-космической технике носят именно нестационарный характер. Таким образом, разработка инженерной методики, позволяющей обойти эту трудность, является актуальной задачей.

Целью настоящей работы является разработка эффективной методики вероятностного анализа динамической прочности нелинейной конечномерной модели конструкции при нестационарных случайных воздействиях и расчет с ее применением элементов антенно-поворотного устройства малого космического аппарата.

Достоверность результатов обеспечивается строгостью математических

выводов, сравнением полученных решений предлагаемым методом и методом моментов, а также проверкой результатов методом статистических испытаний.

Научная новизна. Разработана методика вероятностного анализа динамического поведения конструкций, описываемой системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, при нестационарных аддитивных и мультипликативных случайных воздействиях произвольного вида. Таким образом, отпадает необходимость в использовании формирующих фильтров, определение операторов которых в рассматриваемом случае представляет собой сложную самостоятельную задачу.

Практическая ценность работы. Разработанная методика анализа динамической прочности носит общий характер, реализована в виде пакета прикладных программ и может быть использована для решения широкого круга инженерных задач динамики конструкций.

Разработанная методика позволила провести расчет динамической прочности наиболее нагруженных элементов антенно-поворотного устройства малого космического аппарата с учетом случайности внешнего нестационарного воздействия, лучше оценить возможности конструкции и более точно определить коэффициенты запаса прочности.

Результаты диссертации внедрены в инженерную практику и используются при проведении опытно-конструкторских и научно-исследовательских работ в открытом акционерном обществе «Военно-промышленная корпорация «Научно-производственное объединение машиностроения».

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Инженерная методика вероятностного анализа динамической прочности нелинейной конечномерной модели конструкции при аддитивных и мультипликативных случайных нестационарных воздействиях общего вида. Разработанный аппарат не требует приведения исходной системы уравнений к каноническому виду.

2. Алгоритм корреляционного анализа динамики конечномерной модели, основанный на представлении фундаментальной матрицы в форме мультипликативного интеграла, позволяет обойти сложность, связанную с зависимостью коэффициентов линеаризованной системы уравнений от искомых моментных характеристик.

3. Статистическая линеаризация, как один из основных элементов предлагаемой методики, обеспечивает инженерную точность вычислений при интенсивных нестационарных переходных режимах.

4. Результаты вероятного расчета динамической прочности наиболее напряженных элементов антенно-поворотного устройства малого космического аппарата позволили существенно полнее выявить возможности спроектированной конструкции и более точно определить коэффициенты запаса прочности по сравнению со значениями, вычисленными на основе принципа гарантированного результата.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались на Студенческих научно-технических конференциях Аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э.Баумана при ФГУП «НПО машиностроения» 26 мая 1999 г. и 23 мая 2000г.; на Международной конференции «Проблемы надежности машин и конструкций», 20 мая 2003 г.; на второй Международной научной конференции «Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы», 18-21 ноября 2003 г.; первой Международной научно-технической конференции «Аэрокосмические технологии», 24-25 мая 2004; семинарах кафедры «Аэрокосмические системы».

По теме диссертации опубликованы 4 работы.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 4-х глав, основных выводов и результатов, списка литературы и 4-х приложений. Она изложена на 134 листах и поясняется 82 рисунками и 8 таблицами. Список аннотированной литературы представлен 78 работами отечественных и зарубежных авторов.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** проводится анализ основных вопросов эксплуатации и современных тенденций развития ракетно-космической техники, находящихся отражение в вопросах расчетно-экспериментальной отработки динамической прочности, дается обзор универсальных и специализированных методов вероятностного анализа инженерных задач, рассмотрены их достоинства и недостатки, и, исходя из этого, сформулированы цель диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** описывается ракета-носитель «Стрела», космическая головная часть и малый космический аппарат. Рассматривается конструкция и функционирование антенно-поворотного устройства, которое является одним из важнейших элементов малого космического аппарата, непосредственно связанного с выполнением тактико-технического задания, и, в тоже время, наиболее сложным элементом в части проектирования и расчетно-экспериментальной отработки. Особое внимание уделено его элементам, имеющим крайне низкий коэффициент запаса прочности, анализ напряженно-

деформированного состояния которых проводится в последующих главах.

Во второй главе рассматривается методика решения задач динамики, описываемых системами обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, с аддитивными и комбинированными (аддитивными и мультипликативными) случайными внешними воздействиями, которые определены в рамках корреляционной теории. Методика основана на статистической линеаризации нелинейностей и выражении решения линеаризованной системы через фундаментальную матрицу, которая вычисляется как мультипликативный интеграл.

Получены результирующие формульные зависимости для двух вариантов внешних воздействий: аддитивного и комбинированного. При этом, первый вариант может быть получен из второго, как частный случай, и отдельно не рассматриваться. С методической стороны это не удобно, так как результирующие соотношения и вычислительный алгоритм для первого варианта существенно проще, чем для второго. Кроме этого, с практической точки зрения, вариант чисто аддитивного воздействия весьма важен, поскольку встречается в инженерных задачах чаще, чем комбинированный. В практической задаче, рассматриваемой в настоящей работе, внешнее воздействие также является аддитивным.

Аддитивное внешнее воздействие.

Система уравнений приведена к виду:

$$\dot{\bar{x}} = \hat{O}(\bar{x}, t) + \bar{A}_1(t),$$

$$\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0,$$

где $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - вектор фазовых координат, $\hat{O}(\bar{x}, t)$ - детерминированная нелинейная вектор-функция, $\bar{A}_1(t)$ - вектор случайного внешнего воздействия, $\bar{x}_0$ - вектор случайных начальных условий.

При этом, заданы $\bar{M}_{A_1}(t)$ и $K_{A_1}(t, t')$, $\bar{M}_{x_0}$ и K_{x_0} - вектор математических ожиданий и матрица корреляционных функций вектора $\bar{A}_1(t)$ и $\bar{x}_0$.

Статистическая линеаризация нелинейности:

$$\hat{O}(\bar{x}, t) = \bar{L}(\bar{M}_x, K_x, t) + R(\bar{M}_x, K_x, t)\bar{x}^0,$$

где $\bar{L}(\bar{M}_x, K_x, t)$ - статистическая векторная характеристика нелинейности, $R(\bar{M}_x, K_x, t)$ - матрица статистических коэффициентов по центрированной составляющей с элементами r_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$), $\bar{x}^0 = \bar{x} - \bar{M}_x$.

Математическое ожидание и корреляционная функция фазовых координат имеют вид:

$$\bar{M}_x(t) = \int_{t_0}^t [\bar{L}(\bar{M}_x, K_x, \tau) + \bar{M}_{A_1}(\tau)] d\tau + \bar{M}_{x_0},$$

$$K_x(t, t') = \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t(R) \int_{t_0}^{t'} K_{A_1}(\tau, \tau') [\Omega_{\tau'}^{t'}(R)]^T d\tau d\tau' + \Omega_{t_0}^t(R) K_{x_0} [\Omega_{t_0}^{t'}(R)]^T,$$

где $\Omega_{t_1}^{t_2}(R)$ - фундаментальная матрица.

Зависимость фундаментальной матрицы от искоемых вероятностных характеристик не вызывает каких-либо трудностей при ее вычислении в форме мультипликативного интеграла, а именно:

$$\Omega_{t_0}^{t+\Delta}(R) = \Omega_t^{t+\Delta}(R) \Omega_{t_0}^t(R),$$

где Δ -интервал времени, $\Omega_t^{t+\Delta}(R) \cong E + R(t_{\Delta})\Delta$ при $t_{\Delta} \in [t, t + \Delta]$,

$$\Omega_{t_0}^{t_0} = E.$$

При решении практических задач часто необходимо найти не только статистические характеристики фазовых координат, но и их производные. Они выражаются следующим образом:

$$\bar{M}_{\dot{x}}(t) = \bar{L}(\bar{M}_x, K_x, t) + \bar{M}_{A_1}(t),$$

$$K_{\dot{x}}(t, t') = R(t) K_x(t, t') R^T(t, t') + R(t) \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t K_{A_1}(\tau, t') d\tau + \\ + \int_{t_0}^{t'} \Omega_{\tau}^{t'} K_{A_1}(t, \tau) d\tau R^T(t') + K_{A_1}(t, t').$$

Матрицы корреляционных моментов:

$$K_x(t) = \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t(R) \int_{t_0}^t K_{A_1}(\tau, \tau') [\Omega_{\tau'}^t(R)]^T d\tau d\tau' + \Omega_{t_0}^t(R) K_{x_0} [\Omega_{t_0}^t(R)]^T,$$

$$K_{\dot{x}}(t) = R(t) K_x(t) R^T(t) + R(t) \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t(R) K_{A_1}(\tau, t) d\tau + \\ + \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t K_{A_1}(t, \tau) d\tau R^T(t) + K_{A_1}(t).$$

Прямая численная реализация приведенных разрешающих зависимостей приводит, как правило, к неустойчивым численным процедурам и нерациональна в вычислительном отношении. Рекуррентные зависимости, связывающие два момента времени t , t' и $t + \Delta$, $t' + \Delta'$ (Δ и Δ' - шаги по времени), лишены этого недостатка:

$$\bar{M}(t + \Delta) = \bar{M}(t) + \int_t^{t+\Delta} [\bar{M}_{A_1}(\tau) + \bar{L}(\tau)] d\tau,$$

$$K(t + \Delta, t' + \Delta') = \Omega_t^{t+\Delta} \left\{ K(t, t') + \int_{t_0}^t \Omega_\tau^t K_{A_1}(\tau, t') d\tau \Delta' + \right. \\ \left. + \int_{t_0}^{t'} K_{A_1}(t, \tau') [\Omega_\tau^{t'}]^T d\tau \Delta + K_{A_1}(t, t') \Delta \Delta' \right\} [\Omega_{t'}^{t'+\Delta'}]^T.$$

Матрица корреляционных моментов:

$$K_x(t + \Delta) = \Omega_\tau^{t+\Delta}(R) \left\{ K(t) + \int_{t_0}^t (N(\tau) + [N(\tau)]^T) \Delta d\tau + K_{A_1}(t, t) \Delta^2 \right\} [\Omega_\tau^{t+\Delta}(R)]^T,$$

где $N(\tau) = \Omega_\tau^t(R) K_{A_1}(\tau, t)$.

Комбинированное внешнее воздействие.

Система уравнений приведена к виду:

$$\dot{\bar{x}} = A_2(t) \bar{O}(\bar{x}, t) + \bar{A}_1(t), \\ \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0,$$

где $\bar{A}_2(t)$ - матрица случайных параметрических воздействий с матрицей математических ожиданий $M_{A_2}(t)$.

Вектор случайных аддитивных внешних воздействий $\bar{A}_1(t)$ (с элементами $a_{1i}(t)$; $i = 1, 2, \dots, n$) и матрицу случайных параметрических воздействий $\bar{A}_2(t)$ (с элементами $a_{2ij}(t)$; $i, j = 1, 2, \dots, n$) объединены в вектор $\bar{A}(t)$ (с элементами $a_i(t)$; $i = 1, 2, \dots, s$, где $s = n + n^2$). Элементам присвоена сквозная нумерация для $a_{1i}(t)$ от единицы до n , а для $a_{2ij}(t)$ от n до s .

При этом, заданы $\bar{M}_A(t)$, $K_A(t, t')$ - соответственно вектор математических ожиданий и матрица корреляционных функций вектора $\bar{A}(t)$.

Математическое ожидание и корреляционная функция фазовых координат имеют вид:

$$\bar{M}_x(t) = \Omega_{t_0}^t(G_0) \left\{ E + \sum_{ij} \int_{t_0}^t H_i(\tau) \int_{t_0}^{\tau} H_j(\tau') k_{ij}^A(\tau, \tau') d\tau d\tau' \right\} \bar{M}_{x_0}, \\ K_x(t, t') = \Omega_{t_0}^t(G_0) \left\{ K_{x_0} \left(E + \sum_{ij} \int_{t_0}^{t'} \int_{t_0}^{\tau} H_i^T(\tau') H_j^T(\tau) k_{ij}^A(\tau', \tau) d\tau d\tau' \right) + \right. \\ \left. + \sum_{ij} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau} H_i(\tau) \bar{K}_{x_0} \int_{t_0}^{\tau'} H_j^T(\tau') k_{ij}^A(\tau, \tau') d\tau d\tau' + \right.$$

$$+ \sum_{ij}^s \int_{t_0}^t H_i(\tau) \int_{t_0}^{\tau} H_j(\tau') k_{ij}^A(\tau, \tau') d\tau d\tau' K_{x_0} \left\} [\Omega_{t_0}^t(G_0)]^T, \right.$$

где $\tilde{K}_{x_0} = K_{x_0} + M_{x_0} M_{x_0}^T$, $k_{ij}^A(t, t')$ - элементы матрицы $K_A(t, t')$,

$$H_i(t) = \begin{cases} \Omega_{t_0}^t(G_0)^T I_{i,n+1} \Omega_{t_0}^t(G_0), & \text{если } i \leq n, \\ \Omega_{t_0}^t(G_0)^T \left(\sum_{p=1}^{n+1} r_{j,p} I_{i,p} + I_{i,n+1} q_j \right) \Omega_{t_0}^t(G_0), & \text{если } n < i \leq S, \end{cases}$$

где $I_{i,j}$ - «матричная единица», которая имеет единственный отличный от нуля элемент равный 1, стоящий в «i» строке и «j» столбце, $r_{j,n+1} = 0$,

$$G_0 = G_0(M_A) = \begin{bmatrix} M_{A_2} R & M_{A_2} \bar{Q} + \bar{M}_{A_1} \\ [0] & \{0\} \end{bmatrix},$$

где $\bar{Q} = \bar{L} - R \bar{M}_x$ - вектор с элементами q_i ($i = 1, 2, \dots, n$), $[0]$ и $\{0\}$ - нулевые матрица и вектор.

Математическое ожидание производных фазовых координат имеет вид:

$$\bar{M}_x(t) = G_0 \bar{M}_x + \left\{ \sum_{i,j}^s h_i(t) \int_{t_0}^t \Omega_{\tau}^t(G_0) k_{ij}^A(t, \tau) h_j(\tau) \Omega_{t_0}^{\tau}(G_0) d\tau \right\} \bar{M}_{x_0},$$

где $h_i(t)$ - вычисляется по формулам, аналогичным для H_i , только без умножения на фундаментальные матрицы, т.е.

$$h_i(t) = \begin{cases} I_{i,n+1}, & \text{если } i \leq n, \\ \sum_{p=1}^{n+1} r_{j,p} I_{i,p} + I_{i,n+1} q_j, & \text{если } n < i \leq S, \end{cases}$$

Корреляционная функция производных фазовых координат имеет вид:

$$\begin{aligned} K_x(t, t') = & G_0 K_x(t, t') G_0^T + G_0 \Omega_{t_0}^t \left[\tilde{K}_{x_0} \sum_{i,j}^s \int_{t_0}^{t'} k_{ij}^A(\tau, t') H_i(\tau) h_j^T(t') d\tau + \right. \\ & + \sum_{i,j}^s \int_{t_0}^t H_i(\tau) k_{ij}^A(\tau, t') \tilde{K}_{x_0} h_j^T(t') d\tau \left. \right] + \left[\sum_{i,j}^s h_i(t) \Omega_{t_0}^t \tilde{K}_{x_0} \int_{t_0}^{t'} k_{ij}^A(t, \tau) H_j(\tau) d\tau + \right. \\ & + \sum_{i,j}^s h_i(t) \Omega_{t_0}^t \int_{t_0}^t k_{ij}^A(t, \tau) H_j(\tau) d\tau \tilde{K}_{x_0} \left. \right] G_0^T + \sum_{i,j}^s h_i(t) \Omega_{t_0}^t \tilde{K}_{x_0} k_{ij}^A(t, t') h_j(t') - \\ & - \bar{M}_x(t) \bar{M}_x^T(t'). \end{aligned}$$

Для детерминированных начальных условий, т.е. $\bar{M}_{x_0} = \bar{x}_0$, $K_{x_0} = 0$ выражение для корреляционной функции фазовых координат существенно упрощается:

$$K_x(t, t') = \Omega_{t_0}^t(G_0) \left\{ \sum_{ij}^s \int_{t_0}^t H_i(\tau) \bar{x}_0 \bar{x}_0^T \int_{t_0}^{t'} H_j^T(\tau') k_{ij}^A(\tau, \tau') d\tau d\tau' \right\} \left[\Omega_{t_0}^{t'}(G_0) \right]^T$$

Для случая, когда элементы вектора $\bar{A}(t)$ являются произведением случайных параметров на детерминированные функции времени, т.е. $a_i(t) = a_i \nu_i(t)$ для $\forall i$, где a_i - случайные параметры с корреляционной матрицей K_a и $\nu_i(t)$ - детерминированные функции, при детерминированных начальных условиях можно записать:

$$\begin{aligned} \bar{M}_x(t) &= \Omega_{t_0}^t(G_0) \left\{ E + \sum_{ij}^s k_{ij}^{(a)} \int_{t_0}^t H_i(\tau) \nu_i(\tau) \int_{t_0}^{\tau} H_j(\tau') \nu_j(\tau') d\tau d\tau' \right\} \bar{x}_0 \\ K_x(t) &= \Omega_{t_0}^t(G_0) \left\{ \sum_{ij}^s k_{ij}^{(a)} \int_{t_0}^t H_i(\tau) \nu_i(\tau) d\tau \bar{x}_0 \bar{x}_0^T \int_{t_0}^t H_j^T(\tau') \nu_j(\tau') d\tau' \right\} \left[\Omega_{t_0}^t(G_0) \right]^T, \end{aligned}$$

где $k_{ij}^{(a)}$ - элементы корреляционной матрицы K_a

Ниже приведены рекуррентные зависимости для математического ожидания и матрицы корреляционных моментов:

$$\begin{aligned} \bar{M}_x(t + \Delta) &= \Omega_t^{t+\Delta}(G_0) \bar{M}_x(t) + \Omega_{t_0}^{t+\Delta}(G_0) N(t) \bar{M}_{x_0}, \\ K_x(t + \Delta) &= \Omega_t^{t+\Delta}(G_0) K_x(t) \left[\Omega_t^{t+\Delta} \right]^T + \Omega_{t_0}^{t+\Delta}(G_0) \left\{ K_{x_0} N^T(t) + N(t) K_{x_0} + \right. \\ &+ \sum_{ij}^s \left[\int_{t_0}^t H_i(\tau) \bar{K}_{x_0} H_j^T(t) k_{ij}^A(\tau, t) d\tau + H_i(t) \bar{K}_{x_0} \int_{t_0}^t H_j^T(t) k_{ij}^A(t, \tau) d\tau \right] \Delta + \\ &\left. + H_i(t) \bar{K}_{x_0} H_j^T(t) k_{ij}^A(t, t) \Delta^2 \right\} \left[\Omega_{t_0}^{t+\Delta}(G_0) \right]^T, \end{aligned}$$

$$\text{где } N(t) = \sum_{ij}^s H_i(t) \int_{t_0}^t H_j(\tau) k_{ij}^A(t, \tau) d\tau \Delta.$$

С целью подтверждения разработанной методики и отработки алгоритмов, реализующих полученные формульные зависимости, на конкретных задачах проводится решение модельных задач с аддитивным и комбинированным внешним воздействием, двумя способами – предлагаемым в настоящей работе и известным методом моментов. В результате показано, что расхождение решений, полученных указанными методами, составляет не более $1 \div 2\%$. Так, для динамической системы, представленной на рисунке 1, при нестационарном внешнем воздействии, представлены результаты вычисления математических ожиданий – рисунки 2 и 3 и дисперсий – рисунки 4 и 5 перемещений и ускорений грузов предлагаемым методом (сплошная красная линия) и методом моментов (синие точки).

Следует отметить, что оба метода базируются на использовании статистической линеаризации. Поэтому, правомерность ее применения для

рассматриваемого класса задач требует отдельной проверки, которой и посвящена третья глава.

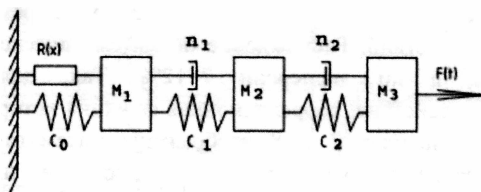


Рис. 1. Динамическая система.

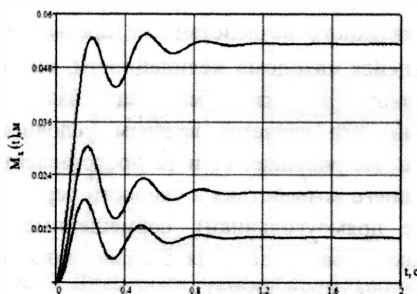


Рис. 2. Математическое ожидание перемещений грузов.

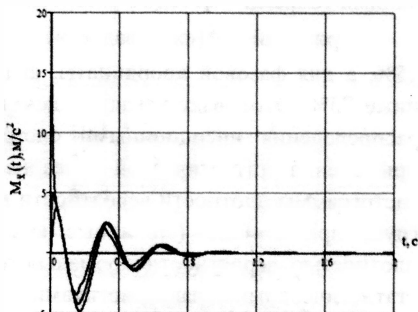


Рис. 3. Математическое ожидание ускорений грузов.

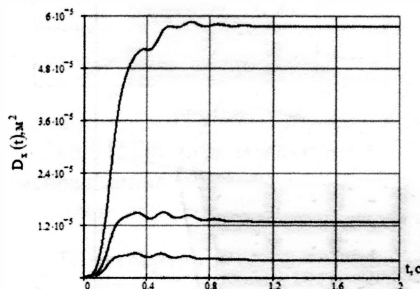


Рис. 4. Дисперсии перемещений грузов.

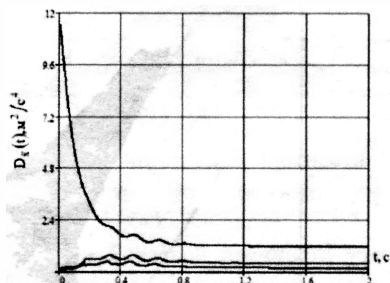


Рис. 5. Дисперсии ускорений грузов.

В третьей главе проводится оценка степени адекватности статистически линеаризованной модели реальной системе при нестационарных случайных нагрузках на основе решения модельной задачи (рис.1). Оценка заключается в сравнении решений, полученных предлагаемым методом и методом статистических испытаний, при трех видах внешнего воздействия:

стационарного, нестационарных нормального и ненормального. Все типы внешних воздействий в обоих вариантах решения задаются ансамблем из 10^3 реализаций, что обеспечивает идентичность исходных данных в обоих вариантах.

Проведенные расчеты показали хорошее совпадение результатов для всех типов внешних воздействий. Расхождение по математическому ожиданию не превышает $1\div3\%$, а по дисперсии $7\div12\%$. Так, для ненормального нестационарного воздействия, корреляционная функция которого представлена на рисунке 6, на рисунках 7 и 8 изображены математические ожидания перемещений и ускорений грузов, рисунке 9 – дисперсии их перемещений и рисунке 10 – дисперсия ускорения первого груза. На рисунках сплошной красной линией построены решения, полученные предлагаемым методом, а синими точками – методом статистических испытаний.

Критерий χ^2 («хи-квадрат») для указанного воздействия не превышает 15% , а для фазовой координаты, являющейся «входом» нелинейности, он не ниже 73% . Этот факт наглядно демонстрирует эффект нормализации законов распределения инерционными системами, что является важным условием применения статистической линеаризации. На рисунках 11 и 12 представлены гистограммы плотности вероятности внешнего воздействия и скорости первого груза при $t = 0.2\text{с}$ (сплошные красные прямоугольники), совмещенные с плотностью вероятности нормального закона распределения с аналогичными статистическими характеристиками (сплошная синяя линия).

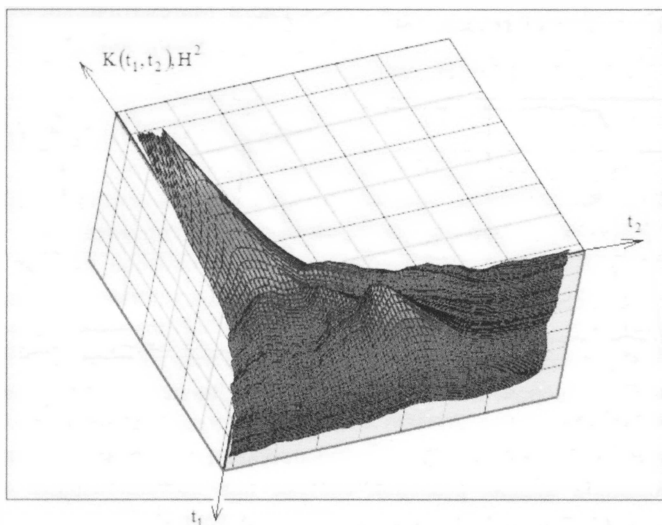


Рис. 6. Модель корреляционной функции нестационарного ненормального случайного внешнего воздействия.

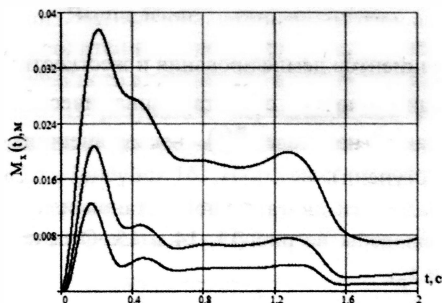


Рис. 7. Математическое ожидание перемещений грузов.

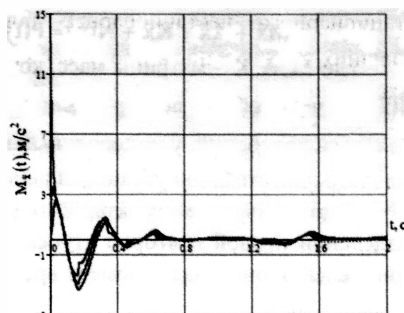


Рис. 8. Математическое ожидание ускорений грузов.

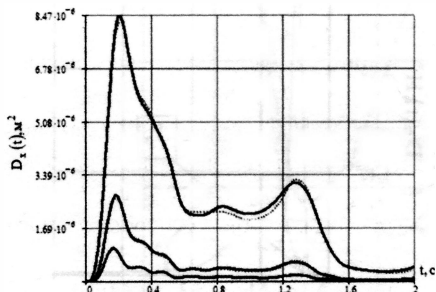


Рис. 9. Дисперсии перемещений грузов.

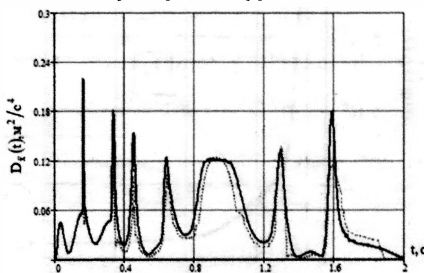


Рис. 10. Дисперсия ускорения первого груза.

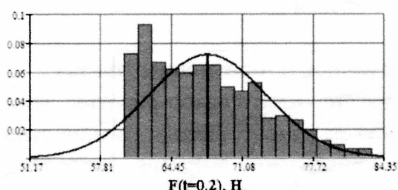


Рис. 11. Гистограмма плотности распределения внешнего воздействия.

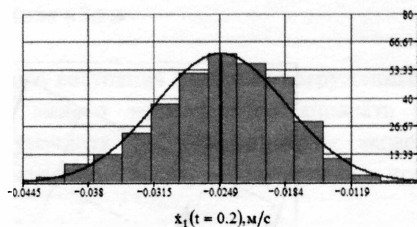


Рис. 12. Гистограмма плотности вероятности скорости первого груза.

В четвертой главе проводится расчет динамической прочности узлов антенно-поворотного устройства, для чего рассматриваются расчетная модель ракеты-носителя с малым космическим аппаратом и модель случайного нестационарного внешнего воздействия на момент разделения первой и второй ступени.

Уравнение колебаний динамической модели ракеты-носителя с малым космическим аппаратом представлено в следующем виде:

$$M\ddot{\bar{x}} + A\dot{\bar{x}} + K\bar{x} + \bar{N}(\dot{\bar{x}}) = \bar{P}(t),$$

где M, A, K - матрицы масс, коэффициентов демпфирования и жесткости; $\bar{N}(\dot{\bar{x}})$ - нелинейная вектор-функция, описывающая свойства динамических гасителей колебаний, установленных на ракете-носителе; $\bar{P}(t)$ - вектор внешних сил (тяга двигательной установки первой ступени).

Статистические характеристики спада тяги двигательной установки при разделении первой и второй ступени приведены на рис. 13, 14 и 15. Отсечка двигателей происходит в момент времени t_p .

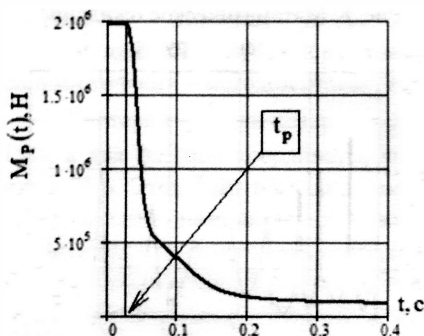


Рис. 13. Математическое ожидание тяги двигательной установки.

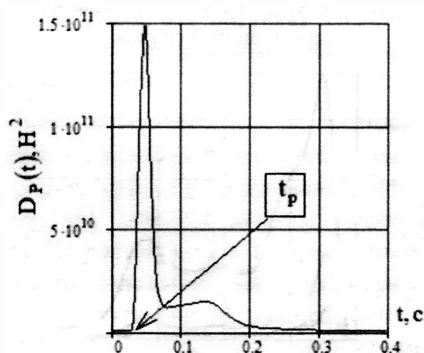


Рис. 14. Дисперсия тяги двигательной установки.

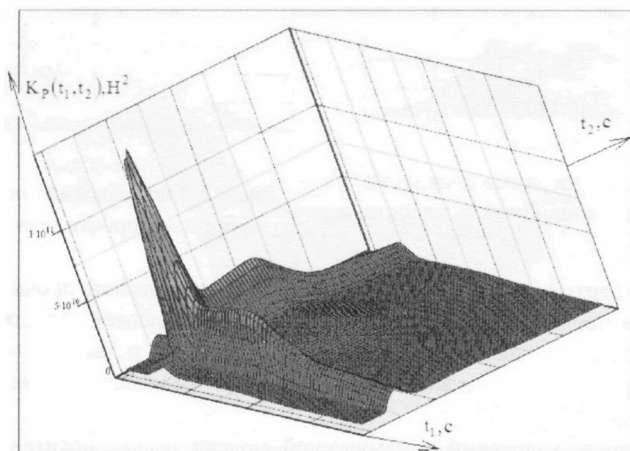


Рис. 15. Корреляционная функция тяги двигательной установки.

Вычисление статистических характеристик фазовых координат проводится на основе результирующих соотношений, приведенных выше, для случайного аддитивного внешнего воздействия.

В результате вероятностного расчета получены границы возможных значений ускорений, действующей на малый космический аппарат, по правилу « 3σ » (рисунок 16). Наихудшее значение отрицательной перегрузки равно 2.5, в то время, как ее значение при детерминированном расчете (принцип гарантированного результата) составляет 3.2.

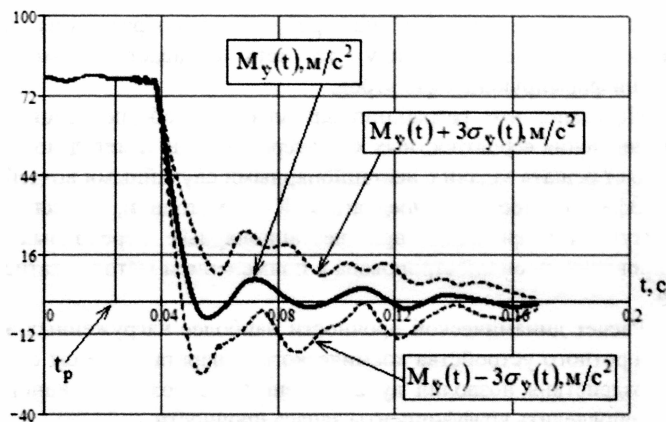


Рис. 16. Математическое ожидание ускорения и границы его разброса, исходя из правила « 3σ »

Расчет напряженно-деформированного состояния наиболее нагруженных узлов антенно-поворотного устройства малого космического аппарата с полученными перегрузками позволил уточнить их коэффициенты запаса прочности, которые оказались существенно выше, полученных при детерминированном расчете (таблица 1).

1. Запас прочности	η_{hd3}	η_{al3}	η_5
1.2 Детерминированный подход	0,98	1,81	0,97
1.1 Стохастический подход	1,19	2,18	1,18
2. Дополнительный запас прочности, %	21,4%	20,4%	21,6%

Таблица 1. Запасы прочности при детерминированном и вероятностном расчете.

В **Приложениях** изложены основные положения теории статистической линеаризации, теории матричных рядов, моделирования случайных процессов в рамках корреляционной теории, моделирования нормального распределения и оценки распределений по критерию χ^2 .

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработана инженерная методика вероятностного анализа динамической прочности нелинейной конечномерной модели конструкции при аддитивных и комбинированных нестационарных случайных внешних воздействиях.
2. Представление фундаментальной матрицы линеаризованной системы в форме мультипликативного интеграла позволило обойти существенную сложность, связанную с зависимостью матрицы коэффициентов линеаризованного уравнения от искомых моментных характеристик.
3. В процессе решения не требуется преобразования исходного уравнения к каноническому виду, то есть отпадает необходимость в использовании формирующих фильтров.
4. Показано, что разработанный алгоритм обеспечивает такую же точность вычисления вероятностных характеристик, как и метод моментов, при этом, позволяет решать задачи с нестационарными случайными воздействиями.
5. Эффективность предлагаемой методики, использующей статистическую линеаризацию при нестационарных переходных режимах функционирования, проиллюстрирована с применением метода статистических испытаний.
6. Расчет динамической прочности наиболее нагруженных элементов антенно-поворотного устройства космического аппарата с учетом случайности внешнего воздействия позволил лучше оценить возможности конструкции и более точно определить коэффициенты запаса прочности.
7. На основе предлагаемого алгоритма разработан пакет прикладных программ, позволяющий анализировать динамику нелинейных моделей конструкций ракетно-космической техники при различных нестационарных случайных нагрузках.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Зайцев С.Э., Тушев О.Н. Оценка влияния случайных аддитивных и мультипликативных вибраций на динамическое поведение системы // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2001. – №6. – С.163-167.
2. Тушев О.Н., Зайцев С.Э., Светлицкий В.А. Анализ динамического поведения нелинейной механической системы при случайных аддитивных нестационарных нагрузках // Проблемы надежности машин и конструкций: Избранные труды Международной конференции. – Минск, 2003. – С. 168-173.
3. Тушев О.Н., Зайцев С.Э. Решение нестационарной нелинейной задачи для механической системы при случайном воздействии // Аэрокосмические технологии: Материалы Первой международной научно-технической конференции. – Москва-Реутов, 2004. – С. 281-282.
4. Тушев О.Н., Зайцев С.Э. Анализ динамики амортизированного объекта при случайных нестационарных воздействиях // Ракетно-космическая техника: Труды 2-ой Международной научной конференции: фундаментальные и прикладные проблемы. – Москва, 2005. – С. 74-76.