НА ДОМ НЕ ВЫДАЕТСЯ

Р2. 90713.

ИЗВѢСТІЯ

Императорскаго

Московскаго Техническаго

УЧИЛИЩА

1899 г.

ИЗВѢСТІЯ

ИМПЕРАТОРСКАГО

МОСКОВСКАГО ТЕХНИЧЕСКАГО УЧИЛИЩА

ПРОВЕРЕНО 1902

1899 годъ.

Р2 90713
Провер. 1935
МОСКОВСКОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧИЛИЩЕ БИБЛІОТЕКА

МОСКВА.
Типографія Борисенко и Бреслинъ, Б. Дмитровка, д. Двор. Собранія.
1900.

Оглавленіе.

I. Отчетъ о состояніи Императорскаго Московскаго Техническаго Училища за 1898 годъ.

II. Отчетъ о состояніи Императорскаго Московскаго Техническаго Училища за 1899 годъ.

III. Краткій отчетъ о заграничной командировкѣ инженеръ-технолога Н. Овсянникова.

IV. Строительная механика. Ч. I. Профессора М. М. Черепашинскаго.

ОТЧЕТЪ

о состояніи

Императорскаго Московскаго Техническаго Училища

за 1898 годъ.

Высочайшія повелѣнія.

1. Объ отпускѣ суммъ на расширеніе технологическихъ институтовъ Императора Николая I и Харьковскаго, а также Императорскаго Техническаго Училища и о дополнительныхъ къ дѣйствующимъ штатамъ расходахъ на содержаніе оныхъ.

Государственный Совѣтъ, въ Соединенныхъ Департаментахъ Государственной Экономіи и Законовъ и въ Общемъ Собраніи, разсмотрѣвъ представленіе Министерства Народнаго Просвѣщенія объ отпускѣ суммъ на расширеніе С.-Петербургскаго и Харьковскаго технологическихъ институтовъ и Императорскаго Московскаго Техническаго Училища, *мнѣніемъ положилъ:*

I. Учредить съ 1 іюля 1898 года должности помощниковъ инспекторовъ при технологическихъ институтахъ Императора Николая I и Харьковскомъ, по двѣ въ каждомъ, и одну при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, съ присвоеніемъ симъ должностямъ служебныхъ правъ и преимуществъ, а также окладовъ содержанія наравнѣ съ другими такими же должностями въ названныхъ учебныхъ заведеніяхъ.

II. Проектъ расписанія дополнительныхъ къ дѣйствующимъ штатамъ расходовъ на содержаніе технологическихъ институтовъ

Императора Николая I и Харьковскаго, а также Императорскаго Московскаго Техническаго Училища представить на Высочайшее Его Императорскаго Величества утвержденіе.

III. На содержаніе означенныхъ высшихъ учебныхъ заведеній, согласно упомянутому расписанію (отд. II), ассигновать въ дополненіе къ суммамъ, отпускаемымъ по дѣйствующимъ штатамъ сихъ заведеній: въ 1899 г.—75320 р., 1900 г.—118280 р., 1901 г.—149600 р. и, начиная съ 1902 г., по 178500 р. въ годъ.

IV. На расходы по расширенію и оборудованію помѣщеній упомянутыхъ (отд. II) высшихъ техническихъ учебныхъ заведеній ассигновать, въ дополненіе къ 700000 р., отпущеннымъ на сей предметъ по Высочайшему повелѣнію 14 ноября 1897 г., въ 1899 г. *восемьсотъ семьдесятъ тысячъ рублей* (въ томъ числѣ на расширеніе и оборудованіе: технологическаго института Императора Николая I—370000 руб., Харьковскаго технологическаго института—150000 р. и Императорскаго Московскаго Техническаго Училища—350000 р.).

Государь Императоръ изложенное мнѣніе Государственнаго Совѣта въ 4 день іюня 1898 года Высочайше утвердить соизволилъ и повелѣлъ исполнить.

Извлеченіе изъ расписанія дополнительныхъ къ дѣйствующимъ штатамъ расходовъ на содержаніе технологическихъ институтовъ Императора Николая I и Харьковскаго, а также Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

На подлинномъ Собственною Его Императорскаго Величества рукою начертано: «*Быть по сему*».

Въ Царскомъ Селѣ 4 іюня 1898 года.

3. *Императорское Московское Техническое Училище.*

На вознагражденіе преподавателей	26450 р.
На содержаніе помощниковъ инспектора	1400 р.
На учебныя пособія, библіотеку, химическую и механическую лабораторіи, физическій кабинетъ и химическія мастерскія	11000 р.

На механическія мастерскія	6280 р.
На расходы по командированію учащихся для практическихъ занятій	1800 р.
На прислугу	1800 р.
На отопленіе	2000 »
На освѣщеніе	1000 »
На водоснабженіе	2000 »
На пріемный лазаретный покой	450 »
На ремонтъ классной мебели	500 »
На ремонтъ зданій.	1500 »
На чистоту по зданіямъ, дворамъ и улицамъ . .	550 »
Итого	56730 р.

2. Объ отпускѣ изъ средствъ казны ста тысячъ рублей на устройство общежитія со столовой.

Согласно Высочайшему повелѣнію, послѣдовавшему 26 іюня 1898 года, Министерствомъ Финансовъ предписано Московской Казенной Палатѣ открыть къ смѣтѣ Министерства Народнаго Просвѣщенія 1898 года, особымъ послѣднимъ §, кредитъ въ *сто тысячъ рублей* для отпуска ихъ на предметъ устройства общежитія со столовой при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ.

3. О продленіи срока для пріобрѣтенія ученыхъ степеней Колли, Щегляеву и Павлову.

Государь Иераторъ, по всеподданнѣйшему докладу Г. Временно Управляющаго Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія въ 22 день января 1898 года, Высочайше соизволилъ на продленіе срока для пріобрѣтенія ученыхъ степеней до 1 января 1901 года исполняющимъ должности профессоровъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища Владиміру *Щегляеву* и Александру *Колли*—ученой степени доктора и исполняющему должность адъюнктъ-профессора того же училища Владиміру *Павлову*—ученой степени магистра.

4. О назначеніи профессора Зернова директоромъ Харьковскаго Технологическаго Института.

Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 27 іюня 1898 г. за № 54 профессоръ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища статскій совѣтникъ *Зерновъ* назначенъ директоромъ Харьковскаго Технологическаго Института Императора Александра III.

5. О замѣщеніи, сверхъ комплекта, 10 студенческихъ вакансій.

Государь Императоръ, по всеподданнѣйшему докладу Г. Управляющаго Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія въ 11 день августа 1898 года, Высочайше соизволилъ на замѣщеніе по десяти вакансій въ пяти подвѣдомственныхъ Министерству Народнаго Просвѣщенія высшихъ спеціальныхъ учебныхъ заведеніяхъ, въ томъ числѣ и въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, сыновьями лицъ, извѣстныхъ своею дѣятельностью на поприщѣ отечественной промышленности, а также молодыми людьми, пріѣхавшими изъ отдаленныхъ мѣстъ и окраинъ, и, наконецъ, лицами, неоднократно уже державшими испытанія, но не поступившими по конкурсу.

6. О назначеніи адъюнктъ-профессора Гавриленко профессоромъ.

Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 27 сентября 1898 г. за № 75 адъюнктъ-профессоръ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища коллежскій совѣтникъ *Гавриленко* назначенъ профессоромъ того же Училища по технологіи металловъ и дерева.

7. О назначеніи адъюнктъ-профессора Сидорова профессоромъ.

Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 15 декабря 1898 года за № 89 адъюнктъ-профессоръ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища коллежскій совѣтникъ *Сидоровъ* назначенъ профессоромъ того же училища по машиностроенію съ 12 ноября 1898 года.

Распоряженія Министра Народнаго Просвѣщенія.

1. Объ учрежденіи должности лаборанта при механической лабораторіи.

Г. Временно Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 31 января 1898 г. за № 3037 разрѣшилъ учредить должность лаборанта при механической лабораторіи Императорскаго Московскаго Техническаго Училища, съ правами государственной службы и съ назначеніемъ содержанія по 1200 руб. въ годъ изъ спеціальныхъ средствъ Училища.

2. О перемѣнѣ дипломовъ окончившимъ курсъ при дѣйствіи устава училища 1 іюня 1868 года.

Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія, основываясь на Высочайше утвержденномъ 23 декабря 1896 года мнѣніи Государственнаго Совѣта о правахъ лицъ, прошедшихъ полный курсъ наукъ въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ при дѣйствіи устава 1 іюня 1868 года, нижеприведенными предложеніями разрѣшилъ учебному комитету названнаго училища произвести перемѣну дипломовъ слѣдующимъ лицамъ:

I. Предложеніемъ отъ 15 марта 1898 года за № 7001:

а) Инженеръ-механикамъ:

К. Г. Грейнеръ, С. А. Денисову, П. В. Кубасову, А. А. Микулину, Н. А. Около-Кулакъ, П. М. Піотровичу, С. А. Тимоховичу, А. С. Фатову и С. И. Шабалину.

б) Инженеръ-технологамъ:

И. А. Марсову и С. Д. Сѣдову.

II. Предложеніемъ отъ 2 іюня 1898 года за № 13553.

а) Инженеръ-механикамъ:

Н. П. Васильеву, А. К. Вессель, И. М. Волковичу, А. П. Забаеву, Н. В. Иванову, К. П. Карельскихъ, В. Д. Кастальскому, А. И. Котельникову, Н. С. Курныгину, П. Л. Николаенко, С. А. Плотницкому, В. А. Тотвенъ, А. Р. Трусову, А. А. Федотову, И. И. Филинову, С. С. Шестакову и М. П. Щекотову.

б) Инженеръ-технологамъ:

В. І. Бузникову, А. А. Корчагину и К. А. Лукину.

в) Механикамъ-строителямъ:

А. М. Дормидонтову.

III. Предложеніемъ отъ 28 іюля 1898 года за № 18951.

а) Инженеръ-механикамъ:

И. А. Бодалеву, А. Н. Ветчинкину, П. Е. Войтехову, Н. Н. Володимірову, А. Ф. Грязнову, Р. Г. Гуляеву, Н. Е. Звѣринцеву, П. А. Кожевникову, Д. Г. Конторъ, И. Т. Кудрявцеву, И. Е. Кузьмину, В. А. Либерманъ, І. И. Небогину, А. Б. Никифорову, Е. П. Николаеву, В. В. Орлову, Т. М. Перевозникову, Е. Т. Покровскому и С. С. Фриденсону.

б) Инженеръ-технологамъ:

С. П. Ланговому, Н. Е. Напалкову и С. В. Недыхляеву.

в) Механикамъ-строителямъ:

Н. А. Нѣмцову.

IV. Предложеніемъ отъ 13 ноября 1898 года за № 27860.

Инженеръ-механикамъ:

Л. А. Брюханову, С. М. Данцигеръ, І. М. Денежкину, М. Д. Курицыну, В. А. Пушечникову, П. И. Сиптицъ, Н. В. Фаддееву и Г. Г. Хелимскому.

3. Объ избраніи Министра Финансовъ С. Ю. Витте въ почетные члены училища.

Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія, на основаніи ст. 41 Высочайше утвержденнаго 6 іюня 1894 г. Положенія объ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, предложеніемъ отъ 11 апрѣля 1898 г. за № 9305 утвердилъ состоявшееся постановленіе учебнаго комитета названнаго училища относительно избранія Министра Финансовъ С. Ю. Витте въ почетные члены училища и представленія ему диплома на означенное званіе.

4. По вопросу о разрѣшеніи студентамъ вступать въ бракъ, равно о пріемѣ лицъ, состоящихъ уже въ бракѣ.

Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 18 мая 1898 года за № 12115 увѣдомилъ, что по разсмотрѣніи поступившихъ въ Министерство отзывовъ начальствъ всѣхъ учебныхъ округовъ по вопросу о разрѣшеніи студентамъ высшихъ учебныхъ заведеній вступать въ бракъ, равно о пріемѣ въ эти заведенія лицъ, состоящихъ уже въ бракѣ, онъ находитъ необходимымъ и на будущее время сохранить существующія нынѣ правила, запрещающія учащимся вступленіе въ бракъ, а женатымъ людямъ поступать въ высшія учебныя заведенія.

Въ виду, однако, приводимыхъ въ указанныхъ выше отзывахъ соображеній о желательности въ извѣстныхъ случаяхъ допущенія исключеній изъ этого общаго правила, онъ и съ своей стороны считаетъ возможными такія исключенія, но съ тѣмъ, чтобы разрѣшенія на эти исключенія давались, въ отмѣну дѣйствующихъ правилъ, при соблюденіи существующихъ нынѣ условій, попе-

чителями учебныхъ округовъ, по предварительному сношенію съ начальствомъ соотвѣтствующаго высшаго учебнаго заведенія.

О чемъ и предложено поставить въ извѣстность учащихся въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ.

5. О воспрещеніи учащимся всѣхъ учебныхъ заведеній обращаться по личнымъ своимъ дѣламъ съ прошеніями къ Начальству высшихъ инстанцій.

Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 19 мая 1898 года за № 12159 изволилъ сдѣлать распоряженіе, чтобы воспитанники всѣхъ учебныхъ заведеній съ прошеніями по личнымъ своимъ дѣламъ обращались исключительно къ непосредственному своему начальству, которое, когда то окажется нужнымъ, не преминетъ передать таковыя на усмотрѣніе высшихъ инстанцій. Тѣмъ же путемъ, т. е. чрезъ мѣстное учебное начальство, къ Попечителю Учебнаго Округа или въ Центральное Управленіе Министерства должны быть направляемы прошенія учениковъ и въ тѣхъ случаяхъ, когда предметъ ходатайства выходитъ изъ круга компетенціи начальника даннаго учебнаго заведенія, или же если проситель, недовольный рѣшеніемъ послѣдняго, обращается къ высшему Начальству съ жалобою. За симъ всѣ прошенія воспитанниковъ учебныхъ заведеній, направляемыя непосредственно въ Центральное Управленіе Министерства Народнаго Просвѣщенія, будутъ оставляемы безъ послѣдствій.

О чемъ и предложено довести до свѣдѣнія студентовъ Императорскаго Техническаго Училища для надлежащаго исполненія.

6. Объ утвержденіи правилъ по учебной части Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія изволилъ утвердить 20 іюля 1898 года нижеслѣдующія правила по учебной части Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

I. Правила для студентовъ.

О платѣ за обученіе.

§ 1. Студенты училища уплачиваютъ за обученіе по семидесяти пяти рублей за каждый учебный годъ, причемъ эта сумма вносится въ два срока впередъ за каждое учебное полугодіе: сорокъ рублей за первое и тридцать пять рублей за второе полугодіе. Въ случаѣ выхода студента изъ училища до окончанія года, деньги эти не возвращаются.

§ 2. Означенная въ предыдущемъ параграфѣ плата вносится казначею училища, который выдаетъ квитанію въ полученіи ея.

§ 3. Студенты, не внесшіе платы за обученіе въ теченіе двухъ мѣсяцевъ съ начала учебнаго года, увольняются изъ училища, но, по усмотрѣнію начальства училища, могутъ быть вновь приняты по внесеніи платы за весь годъ. Плата за обученіе во второмъ полугодіи должна быть внесена не позже перваго марта; по истеченіи сего срока студенты, не внесшіе платы, увольняются изъ училища.

Правила для студентовъ училища во время прохожденія курса.

§ 4. Каждый студентъ обязанъ до начала учебныхъ занятій въ каждомъ академическомъ году явиться къ инспектору и получить отъ него, въ обмѣнъ выданныхъ прежде, на предстоящій учебный годъ билетъ на жительство въ Москвѣ и билетъ для входа въ училище.

Примѣчаніе. Вновь принятые въ число студентовъ, по взносѣ платы за обученіе, кромѣ вышеозначенныхъ билетовъ получаютъ отъ инспекціи по одному экземпляру правилъ для студентовъ и даютъ подписку о непринадлежности къ тайнымъ обществамъ и кружкамъ.

§ 5. Каждый студентъ при полученіи входнаго билета обязанъ вписать въ находящуюся въ инспекціи книгу свое мѣсто жительства въ Москвѣ, съ точнымъ обозначеніемъ части города, улицы

и дома, а затѣмъ, при всякой перемѣнѣ квартиры, немедленно вписывать свой новый адресъ въ означенную книгу.

§ 6. Студентъ долженъ всегда имѣть входный билетъ при себѣ и предъявлять его по требованію лицъ, служащихъ въ училищѣ. Безъ билета или съ билетомъ, потерявшимъ силу, никто не допускается къ посѣщенію учебныхъ учрежденій училища.

§ 7. Въ случаѣ потери билета на жительство или входнаго билета, студентъ обязанъ немедленно заявить о томъ полиціи. По представленіи копіи съ явочнаго прошенія, вмѣсто утерянаго билета выдается дубликатъ.

§ 8. Студенты обязаны являться къ училищному начальству и во всѣ учрежденія училища по требованію, объявленному имъ черезъ помощниковъ инспектора или черезъ вызовъ посредствомъ выставленнаго объявленія, или черезъ повѣстки.

§ 9. Какъ въ училищѣ, такъ и внѣ онаго студенты обязаны быть въ форменной одеждѣ установленнаго образца.

Примѣчаніе. При входѣ въ училище пальто, калоши, зонтики и фуражки студенты обязаны оставлять въ шинельной на соотвѣтствующемъ номеру билета мѣстѣ.

§ 10. Студенты обязаны повиноваться училищному начальству и соблюдать въ зданіяхъ и учрежденіяхъ училища порядокъ, указываемый настоящими и особыми для каждаго учрежденія правилами. Во время пребыванія своего въ училищѣ студенты непосредственно подчиняются инспекціи, а въ отдѣльныхъ училищныхъ учрежденіяхъ, сверхъ того, завѣдывающимъ этими учрежденіями.

§ 11. Всѣ распоряженія училищнаго начальства, касающіяся студентовъ, сообщаются имъ или словесно, или особыми письменными объявленіями директора, его помощника или инспектора. Каждый студентъ обязанъ исполнять эти распоряженія.

§ 12. Студентамъ вмѣняется въ обязанность соблюденіе приличія и вѣжливости. Выраженіе одобренія или неодобренія преподавателямъ не допускается.

§ 13. Студентамъ запрещается курить табакъ во всѣхъ помѣщеніяхъ училища, кромѣ особо назначенныхъ для того комнатъ.

§ 14. Ко времени прихода преподавателя на лекцію студенты должны быть въ аудиторіи на своихъ мѣстахъ.

§ 15. Студентамъ запрещается всякое дѣйствіе ихъ, носящее на себѣ характеръ корпоративный, какъ, напр., подача адресовъ и прошеній за подписями нѣсколькихъ лицъ, посылка депутатовъ, выставленіе какихъ бы то ни было объявленій отъ имени студентовъ и т. п.

Примѣчаніе. Никакія вообще объявленія безъ подписи инспектора студентами не могутъ быть выставляемы.

§ 16. Студентамъ воспрещаются всякія сборища и сходки съ цѣлью обсужденія какихъ-либо дѣлъ сообща, произнесеніе публичныхъ рѣчей, устройство читаленъ и какіе бы то ни было денежные сборы.

§ 17. Студентамъ воспрещается принимать участіе въ какихъ бы то ни было тайныхъ обществахъ и кружкахъ, хотя бы и не имѣющихъ преступной цѣли, а равно вступать даже въ дозволенныя закономъ общества безъ испрошенія на то въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ разрѣшенія ближайшаго начальства училища.

§ 18. Студентамъ воспрещается вступать въ бракъ во все время пребыванія въ училищѣ.

§ 19. Студенты, желающіе выѣхать изъ города, получаютъ отпускные билеты отъ инспектора, причемъ въ учебное время отпускъ разрѣшается директоромъ, но не иначе какъ по особо уважительнымъ причинамъ и на срокъ не болѣе 28 дней. Отпускной билетъ выдается лишь по представленіи въ инспекцію билета на жительство въ Москвѣ, билета для входа въ училище и удостовѣренія о томъ, что за студентомъ не числится книгъ, взятыхъ имъ изъ библіотеки, и принадлежностей другихъ учебно-вспомогательныхъ учрежденій. Отпускъ на срокъ, превышающій 28 дней, разрѣшается учебнымъ комитетомъ училища.

§ 20. Студентъ, который не можетъ возвратиться изъ отпуска въ назначенный срокъ по болѣзни или по другимъ уважительнымъ причинамъ, обязанъ увѣдомить о томъ инспектора.

§ 21. По прибытіи изъ отпуска студентъ обязанъ явиться къ инспектору, возвратить ему отпускной билетъ и получить отъ него оставленные при выѣздѣ билеты на жительство и для входа въ училище. До явки къ инспектору студентъ считается въ отпуску. Пропустившій срокъ отпуска обязанъ представить инспектору объясненіе причинъ опозданія.

§ 22. Каждому студенту вмѣняется въ обязанность исправное посѣщеніе лекцій и своевременное участіе въ установленныхъ практическихъ занятіяхъ.

§ 23. Студентамъ безусловно воспрещается литографированіе лекцій и конспектовъ. Литографированіе лекцій и конспектовъ дозволяется только самимъ преподавателямъ.

§ 24. Студенты пользуются библіотекой и пособіями другихъ учебно-вспомогательныхъ учрежденій училища на основаніи особыхъ правилъ, опредѣленныхъ для каждаго учрежденія въ отдѣльности.

§ 25. Студенты пользуются безплатно совѣтами училищнаго врача въ пріемномъ лазаретномъ покоѣ училища въ опредѣленные дни и часы.

Примѣчаніе. Бѣднѣйшимъ студентамъ допускается безплатная выдача лѣкарствъ по рецептамъ училищнаго врача.

§ 26. Внѣ зданій училища студенты подчиняются распоряженіямъ властей на общемъ основаніи, но вмѣстѣ съ тѣмъ внѣ зданій училища они обязаны повиноваться и своему учебному начальству.

§ 27. Проступки студентовъ по нарушенію ими вышеозначенныхъ правилъ разбираются инспекторомъ, директоромъ или учебнымъ комитетомъ. По соображенію важности проступка виновные подвергаются одному изъ слѣдующихъ взысканій:

а) выговору со внесеніемъ въ штрафную книгу;

б) заключенію въ карцерѣ, налагаемому учебнымъ комитетомъ училища;

в) выговору отъ учебнаго комитета съ предупрежденіемъ, что виновный, въ случаѣ новаго проступка, будетъ немедленно удаленъ изъ училища;

г) увольненію изъ училища по прошенію;

д) временному увольненію изъ училища безъ прошенія;

е) увольненію изъ училища безъ прошенія и безъ права обратнаго поступленія въ него;

ж) исключенію изъ училища.

Примѣчаніе 1-е. Увольненіе безъ прошенія и исключеніе изъ училища могутъ быть назначаемы только учебнымъ комитетомъ.

Примѣчаніе 2-е. Документы студентовъ, уволенныхъ безъ прошенія или исключенныхъ изъ училища, отсылаются къ московскому оберъ-полиціймейстеру.

§ 28. Стипендіаты и пользующіеся другими льготами, смотря по винѣ, могутъ быть также лишены стипендій и предоставленныхъ имъ льготъ.

§ 29. О всякомъ преступленіи или проступкѣ, совершенномъ студентомъ внѣ училища, полиція немедленно увѣдомляетъ директора. Въ случаѣ полученія директоромъ свѣдѣній о студентахъ, подвергшихся взысканіямъ по приговору суда, директоръ доноситъ попечителю округа, который или предлагаетъ на обсужденіе учебнаго комитета, или рѣшаетъ самъ вопросъ о томъ, не подлежитъ ли виновный увольненію или исключенію изъ училища. Такой же порядокъ соблюдается и относительно совершенныхъ студентами внѣ училища проступковъ, которые имѣютъ вообще предосудительный характеръ (Ст. 11 Положенія объ училищѣ).

О назначеніи студентамъ стипендій и денежныхъ пособій и объ освобожденіи ихъ отъ платы за ученіе.

§ 30. Отличнѣйшіе по успѣхамъ и поведенію изъ недостаточныхъ студентовъ училища, русскихъ подданныхъ, могутъ получать стипендіи или могутъ быть освобождаемы отъ взноса платы за ученіе. Съ этою цѣлью въ училищѣ полагается пятьдесятъ стипендій, по триста рублей въ годъ каждая, и пятьдесятъ учащихся могутъ пользоваться безплатнымъ обученіемъ. Остатки, которые могутъ образоваться отъ суммы, назначенной на содержаніе стипендіатовъ, обращаются на выдачу единовременныхъ пособій бѣднѣйшимъ студентамъ, неполучающимъ стипендій (Ст. 9 Положенія объ училищѣ).

§ 31. Вспоможенія, указанныя въ предыдущемъ параграфѣ, назначаются учебнымъ комитетомъ, причемъ постановленія учебнаго комитета относительно предоставленія студентамъ стипендій и освобожденія ихъ отъ платы за ученіе представляются на утвержденіе попечителя учебнаго округа.

§ 32. Прошенія о назначеніи стипендій и единовременныхъ пособій и объ освобожденіи отъ платы за ученіе, съ приложеніемъ свидѣтельствъ о бѣдности, подаются студентами передъ началомъ

учебнаго года, не позже перваго сентября, на имя директора, который представляетъ ихъ учебному комитету съ надлежащими справками относительно поведенія и занятій студентовъ, желающихъ воспользоваться означенными льготами.

Примѣчаніе. Свидѣтельство о бѣдности имѣетъ силу только въ теченіе одного года.

§ 33. Независимо отъ замѣщенія пятидесяти безплатныхъ вакансій, указанныхъ въ § 31 сихъ правилъ, освобождаются отъ взноса платы за ученіе студенты, получающіе стипендіи, соединенныя съ обязательною, по назначенію Правительства, службою по окончаніи курса, а также дѣти лицъ, служащихъ въ училищѣ.

§ 34. Вспомоществованія въ видѣ стипендій и освобожденія отъ платы за ученіе назначаются студентамъ на одинъ учебный годъ, но это назначеніе можетъ быть возобновляемо.

§ 35. Студенты училища, получавшіе во время своего обученія казенныя стипендіи, указанныя въ § 31 сихъ правилъ, обязываются государственною службою, по одному году за каждый годъ полученія стипендіи, въ томъ случаѣ, если при самомъ окончаніи этими стипендіатами курса въ училищѣ имъ будетъ заявлено, что Правительство встрѣчаетъ надобность воспользоваться ихъ техническими познаніями (Ст. 9 Положенія объ училищѣ).

§ 36. Кромѣ пятидесяти казенныхъ стипендій въ училищѣ имѣются еще стипендіи правительственныхъ и общественныхъ учрежденій и стипендіи частныхъ лицъ, обезпеченныя капиталами. Тѣ изъ сихъ стипендій, назначеніе на которыя зависитъ отъ усмотрѣнія учебнаго комитета, предоставляются студентамъ съ соблюденіемъ положеній о сихъ стипендіяхъ.

Правила о репетиціяхъ для перваго и второго курсовъ.

§ 37. Съ цѣлью лучшаго усвоенія предметовъ преподаванія, студентамъ перваго и второго курсовъ назначаются репетиціи: на первомъ курсѣ—по аналитической геометріи, дифференціальному и интегральному исчисленіямъ, начертательной геометріи, теоретической механикѣ, физикѣ и химіи; на второмъ курсѣ механическаго отдѣленія—по математикѣ, аналитической механикѣ, прикладной механикѣ, сопротивленію матеріаловъ, построенію деталей

машинъ и физикѣ; на второмъ курсѣ химическаго отдѣленія—по химіи, физикѣ и прикладной механикѣ.

§ 38. Репетиціи распредѣляются такимъ образомъ, что студентъ сдаетъ каждую недѣлю только одну очередную репетицію.

§ 39. На каждую очередную репетицію профессоръ или преподаватель, читающій предметъ, назначаетъ изъ пройденнаго курса опредѣленную часть.

§ 40. Для репетицій студенты раздѣляются помощникомъ директора на группы, и для каждой группы по каждому предмету назначается по расписанію особое время.

§ 41. Присутствіе на назначенныхъ по расписанію репитиціяхъ и отвѣты на предлагаемые вопросы обязательны для студентовъ.

§ 42. Для оцѣнки знаній студентовъ служатъ слѣдующія отмѣтки: 5 означаетъ отличный отвѣтъ, 4—хорошій, 3—удовлетворительный, 2—неудовлетворительный, 1—вовсе неудовлетворительный и 0—полное незнаніе.

§ 43. Студенту, неявившемуся на очередную репетицію, ставится въ классномъ журналѣ 0, который входитъ въ расчетъ при выводѣ средняго годичнаго балла.

§ 44. Если вслѣдствіе особыхъ уважительныхъ причинъ студентъ не можетъ явиться въ училище на очередную репетицію, то онъ обязанъ немедленно увѣдомить о томъ инспекцію, а по минованіи сихъ причинъ явиться къ помощнику директора для объясненія причинъ неявки.

§ 45. Очередныя репетиціи, признанныя помощникомъ директора пропущенными по уважительнымъ причинамъ, могутъ быть сдаваемы съ его разрѣшенія до наступленія слѣдующей очередной репетиціи по тому же предмету по соглашенію съ репетирующимъ.

§ 46. Баллъ, полученный студентомъ на репетиціи, сданной имъ взамѣнъ пропущенной, ставится въ классномъ журналѣ вмѣсто 0.

§ 47. Репетиція, не состоявшаяся вслѣдствіе отсутствія репетирующаго, сдается или при слѣдующей очередной репетиціи по этому предмету, или въ иной срокъ по указанію репетирующаго.

§ 48. Студенты, сдавшіе три репетиціи съ среднимъ балломъ не менѣе 4, могутъ просить преподавателя предмета о повѣркѣ знаній ихъ по всей прорепетированной части курса. Студенты, знанія которыхъ при такой повѣркѣ преподавателемъ предмета

будутъ оцѣнены балломъ 4 или 5, освобождаются отъ экзамена изъ той части курса, которая была сдана ими на репетиціяхъ.

§ 49. Исключенія или отступленія отъ изложенныхъ правилъ о репетиціяхъ могутъ быть допускаемы только учебнымъ комитетомъ училища и по особо уважительнымъ причинамъ.

Правила о репетиціяхъ для третьяго и четвертаго курсовъ.

§ 50. На третьемъ и четвертомъ курсахъ въ концѣ перваго полугодія, между 10 и 20 декабря, студентамъ назначаются репетиціи по двумъ или тремъ изъ основныхъ предметовъ, указанныхъ учебнымъ комитетомъ въ началѣ учебнаго года.

Примѣчаніе. Лекціи и практическія занятія на этихъ курсахъ оканчиваются около 10 декабря.

§ 51. Отмѣтки, выставленныя на репетиціи, принимаются въ соображеніе при производствѣ экзаменовъ въ концѣ учебнаго гоца.

§ 52. Студенты, выдержавшіе репетиціи съ отмѣткою не менѣе 4, освобождаются отъ экзамена по репетированному отдѣлу.

§ 53. Сдача репетицій въ назначенные сроки обязательна для всѣхъ студентовъ.

§ 54. Студенту, неявившемуся на репетицію, ставится въ классномъ журналѣ 0.

§ 55. О результатахъ репетицій помощникъ директора докладываетъ учебному комитету. Студентамъ, не сдавшимъ репетицій по особо уважительнымъ причинамъ, учебный комитетъ можетъ разрѣшить сдать ихъ въ особо назначенный срокъ при началѣ второго полугодія. Репетиція, не состоявшаяся вслѣдствіе отсутствія репетирующаго, сдается въ срокъ, указанный учебнымъ комитетомъ.

Правила относительно исполненія и оцѣнки графическихъ работъ.

§ 56. Занятія студентовъ по рисованію, черченію и составленію проектовъ производятся по программамъ, утвержденнымъ учебнымъ комитетомъ училища. Въ этихъ программахъ указываются содержаніе графическихъ работъ и срокъ ихъ окончанія.

§ 57. Для успѣшнаго выполненія графическихъ работъ студенты раздѣляются помощникомъ директора на группы, причемъ они не могутъ произвольно переходить изъ одной группы въ другую.

§ 58. Графическія работы исполняются студентами подъ руководствомъ особо для того назначенныхъ лицъ, которыя назначаютъ данныя для каждой отдѣльной работы, слѣдятъ за ея исполненіемъ и по наступленіи назначеннаго для ея окончанія срока принимаютъ ее отъ студентовъ. Каждому изъ руководителей поручается отдѣльная группа студентовъ.

§ 59. Всѣ обязательныя графическія работы студенты исполняютъ въ стѣнахъ училища въ особыхъ для каждаго курса рисовальныхъ и чертежныхъ залахъ, занимая въ нихъ постоянныя мѣста.

§ 60. Каждая работа по черченію и составленію проектовъ исполняется студентами сперва въ эскизахъ, затѣмъ, по одобреніи эскизовъ руководителемъ, въ карандашѣ на чертежной бумагѣ и окончательно въ туши и краскахъ. Работа въ карандашѣ обводится тушью лишь по разсмотрѣніи и одобреніи ея со стороны руководителя, который свидѣтельствуетъ это своею подписью. Отступленія отъ этого правила допускаются только по указанію руководящаго занятіями.

§ 61. Выносъ чертежей изъ училища для окончательнаго исполненія ихъ тушью на дому можетъ быть разрѣшенъ директоромъ, но лишь въ исключительныхъ случаяхъ и по ходатайству со стороны руководителя.

§ 62. Графическія работы, исполненныя безъ соблюденія предыдущихъ правилъ, не принимаются въ соображеніе и признаются какъ бы вовсе неисполненными.

§ 63. Каждая работа должна быть исполнена къ назначенному для нея сроку.

§ 64. Осмотръ графическихъ работъ и оцѣнка ихъ баллами производятся два раза въ годъ особыми комиссіями, въ составъ которыхъ кромѣ руководителей входятъ члены по избранію учебнаго комитета, подъ предсѣдательствомъ профессоровъ, назначенныхъ учебнымъ комитетомъ. Дни осмотра графическихъ работъ назначаются учебнымъ комитетомъ.

§ 65. При наступленіи каждаго изъ сроковъ, назначенныхъ

для осмотра работъ, всѣ относящіяся къ этому сроку графическія работы съ расчетами и эскизами должны быть представлены студентами для оцѣнки въ томъ видѣ, въ какомъ онѣ находятся.

§ 66. Студентамъ, которые по особо уважительнымъ причинамъ не окончили къ первому сроку, назначенному для осмотра работъ не болѣе одной изъ установленныхъ программою работъ, учебный комитетъ можетъ разрѣшить, если послѣдняя работа, назначенная программою на учебный годъ, будетъ ими сдана раньше срока, воспользоваться остающимся свободнымъ временемъ для исполненія несдѣланной или окончанія неоконченной въ свое время работы.

§ 67. По истеченіи второго срока, назначеннаго для осмотра работъ, графическія работы отъ студентовъ ни въ какомъ случаѣ не принимаются.

Правила для студентовъ, занимающихся въ механическихъ мастерскихъ.

§ 68. Распредѣленіе студентовъ по учебнымъ мастерскимъ производится инспекторомъ учебныхъ мастерскихъ, который выдаетъ каждому студенту билетъ съ обозначеніемъ учебной мастерской и времени, причитающагося для практическихъ занятій въ этой мастерской.

§ 69. По предъявленіи сего билета завѣдывающему мастерской каждый студентъ получаетъ отъ него нумерованное мѣсто и необходимое число инструментовъ и приборовъ. Всѣ выданные инструменты и приборы остаются на храненіи и отвѣтственности студента; въ полученіи ихъ студентъ расписывается въ особой книгѣ. Общіе инструменты получаются отъ подмастерья и возвращаются ему по минованіи надобности или передъ окончаніемъ занятій.

§ 70. Практическія занятія въ мастерскихъ производятся въ назначенные для того по расписанію дни и часы. Къ работамъ въ мастерскихъ во время лекцій и графическихъ занятій студенты не допускаются.

§ 71. По приходѣ въ мастерскую студентъ долженъ немедленно приступить къ занятіямъ, во время которыхъ обязанъ находиться на своемъ мѣстѣ и исполнять всѣ распоряженія инспектора

учебныхъ мастерскихъ и завѣдывающаго мастерскою. Студентамъ, не имѣющимъ занятій въ мастерскихъ, входъ въ оныя воспрещается.

§ 72. Исполнять постороннія работы въ мастерскихъ студентамъ воспрещается.

§ 73. Съ инструментами, приборами и машинами слѣдуетъ обращаться бережливо и хранить въ чистотѣ и порядкѣ.

§ 74. Студентамъ запрещается уносить изъ мастерской работу или ея части. Не допускается также передача работъ подмастерьямъ для ихъ исправленія или исполненія.

§ 75. Испорченныя и оконченныя работы должны быть немедленно представлены завѣдывающему мастерской.

§ 76. По окончаніи занятій въ мастерской слѣдуетъ вычистить инструменты и расположить ихъ въ порядкѣ въ инструментальномъ шкафу. Затѣмъ шкафъ запирается и ключъ отдается завѣдывающему мастерскою. Уносить ключъ съ собою воспрещается.

§ 77. При уходѣ изъ мастерской по окончаніи занятій студенты расписываются въ особыхъ для того приготовленныхъ листахъ у завѣдывающаго мастерскою.

§ 78. Студенты обязаны вѣжливо обращаться съ подмастерьями, рабочими при машинахъ и другими служителями при мастерскихъ.

§ 79. Куреніе табаку въ рабочихъ помѣщеніяхъ въ мастерскихъ безусловно не допускается.

§ 80. Во избѣжаніе несчастныхъ случаевъ студентамъ запрещается надѣвать приводные ремни, трогать водяные и паровые вентили, главные газовые краны и всѣ электрическіе аппараты, а также пускать въ ходъ и останавливать машины, на которыхъ они не работаютъ.

§ 81. За утрату или порчу инструментовъ, приборовъ и машинъ студенты подвергаются соотвѣтственному денежному взысканію.

§ 82. Отпуски и документы выдаются студентамъ только по предъявленіи ими удостовѣреній о томъ, что за ними не числится въ мастерскихъ приборовъ и инструментовъ.

Правила для студентовъ, занимающихся въ химическихъ и техническихъ лабораторіяхъ.

§ 83. Каждый студентъ для занятій въ лабораторіи получаетъ особое мѣсто и подъ свою отвѣтственность и расписку наборъ

необходимыхъ для работъ предметовъ, которые онъ обязанъ сдать въ цѣлости и въ чистомъ видѣ.

§ 84. Выдача матеріаловъ, необходимыхъ для работъ, производится въ дни, назначенные завѣдывающимъ лабораторіею.

§ 85. Студенты обязаны заниматься въ лабораторіяхъ въ назначенные для того по расписанію дни и часы. Къ работамъ въ лабораторіяхъ во время лекцій и графическихъ занятій студенты не допускаются.

§ 86. Всѣ работы въ лабораторіяхъ производятся студентами только по указаніямъ завѣдывающихъ лабораторіями или лаборантовъ, безъ разрѣшенія которыхъ студенты не имѣютъ права исполнять какія-либо работы въ лабораторіяхъ.

§ 87. Студентамъ, не имѣющимъ занятій въ лабораторіяхъ, входъ въ оныя воспрещается.

§ 88. Всѣ студенты обязаны вести подробные журналы производимыхъ ими работъ и предъявлять ихъ по требованіямъ руководящихъ работами. Къ 1 мая журналы сдаются завѣдывающему лабораторіею для окончательнаго разсмотрѣнія.

§ 89. Принадлежащее лабораторіямъ имущество студентамъ не дозволяется уносить съ собою.

§ 90. Относительно употребленія точныхъ вѣсовъ и другихъ точныхъ инструментовъ, а также посуды и приборовъ требуется отъ студентовъ исполненіе правилъ, указываемыхъ завѣдывающимъ лабораторіею.

§ 91. Всѣ выданные студентамъ для занятій въ лабораторіяхъ приборы, а также стеклянная и фарфоровая посуда должны быть сданы ими лаборантамъ въ концѣ учебнаго года. За недоставленные предметы, а равно за представленные къ сдачѣ въ негодномъ видѣ студенты подвергаются соотвѣтственному денежному взысканію.

§ 92. Отпуски и документы выдаются студентамъ только по предъявленіи ими удостовѣреній о томъ, что все выданное имъ казенное имущество лабораторіи ими сдано.

О манкировкахъ студентовъ.

§ 93. Каждый студентъ обязанъ исправно посѣщать лекціи и практическія занятія согласно расписанію, установленному учебнымъ комитетомъ училища.

§ 94. Каждый пропущенный студентомъ часъ лекцій или практическихъ занятій считается манкировкою.

§ 95. О манкировкахъ студентовъ инспекція составляетъ ежедневныя вѣдомости.

§ 96. Студенты, пропустившіе болѣе семидесяти часовъ учебныхъ занятій, приглашаются къ помощнику директора для объясненій причинъ манкировокъ.

§ 97. Вѣдомости о студентахъ, сдѣлавшихъ болѣе семидесяти манкировокъ съ изложеніемъ причинъ манкировокъ, докладываются учебному комитету, который налагаетъ соотвѣтствующія взысканія, установленныя въ § 27 сихъ правилъ.

§ 98. Манкировки студентовъ принимаются во вниманіе при обсужденіи въ учебномъ комитетѣ вопросовъ о назначеніи стипендій и пособій, объ освобожденіи отъ платы за ученіе, о допущеніи къ экзаменамъ и т. п.

Правила о переводныхъ испытаніяхъ.

§ 99. Ежегодно по окончаніи преподаванія въ учебномъ году въ назначаемое учебнымъ комитетомъ по особому расписанію время студенты подвергаются годичнымъ экзаменамъ по обязательнымъ предметамъ обученія.

§ 100. Къ экзаменамъ допускаются тѣ студенты, которые выполнили удовлетворительно всѣ графическія и другія обязательныя практическія работы и получили удовлетворительныя годичныя отмѣтки (не менѣе 3) по тѣмъ предметамъ, по которымъ установлены репетиціи.

Примѣчаніе. Въ случаяхъ, заслуживающихъ уваженія, учебный комитетъ можетъ допустить до экзамена и тѣхъ студентовъ, у которыхъ имѣются неудовлетворительныя годовыя репетиціонныя отмѣтки, но не болѣе какъ по двумъ предметамъ.

§ 101. Если при значительномъ числѣ студентовъ въ какомъ-либо курсѣ на экзамены по предметамъ этого курса будетъ назначено по нѣсколько дней, то студенты дѣлятся помощниковъ директора на группы и для экзамена каждой группы назначается опредѣленный день; переходъ изъ одной группы въ другую допускается, но не иначе, какъ посредствомъ добровольной замѣны

студента, назначеннаго въ одну группу, студентомъ другой группы, о чемъ тѣмъ и другимъ должно быть ранѣе экзамена заявлено помощнику директора.

§ 102. Студенты, по уважительнымъ причинамъ не явившіеся на испытанія не болѣе какъ изъ двухъ предметовъ въ назначенное по расписанію время, а также студенты, не выдержавшіе испытаній по одному или двумъ предметамъ, но имѣющіе по этимъ предметамъ удовлетворительные годичные баллы (не менѣе 3), могутъ быть допущены учебнымъ комитетомъ къ дополнительнымъ испытаніямъ и переэкзаменовкамъ, которыя производятся въ теченіе четырехъ дней по окончаніи всѣхъ назначенныхъ по расписанію экзаменовъ.

§ 103. Студенты, допущенные до экзаменовъ, удостоиваются перевода, если выдержатъ всѣ испытанія удовлетворительно.

§ 104. Студенты, не удовлетворившіе условіямъ перевода на слѣдующій курсъ, могутъ быть оставляемы на второй годъ на томъ же курсѣ, но только въ такомъ случаѣ, если учебный комитетъ будетъ имѣть въ виду особо уважительныя на то причины; во всякомъ случаѣ такое оставленіе на второй годъ можетъ повториться не болѣе двухъ разъ во все время пребыванія студента въ училищѣ. Оставленіе учащагося на третій годъ на одномъ и томъ же курсѣ не дозволяется.

§ 105. Въ экзаменныхъ спискахъ по тѣмъ предметамъ, по которымъ установлены репетиціи, выставляются три балла: годовой, экзаменный и переводный. Годовымъ балломъ считается средняя ариѳметическая отмѣтка изъ всѣхъ обязательныхъ репитиціонныхъ отмѣтокъ, полученныхъ студентомъ въ теченіе года, а переводнымъ балломъ—средняя ариѳметическая отмѣтка изъ годового и экзаменнаго балловъ, при чемъ среднія ариѳметическія въ обоихъ случаяхъ выводятся совершенно точно, безъ прибавленія и убавленія какихъ-либо дробей для округленія.

Примѣчаніе. Для студентовъ, которые на основаніи примѣчанія къ § 100 правилъ о переводныхъ испытаніяхъ были допущены къ экзаменамъ при неудовлетворительной годовой отмѣткѣ по какому-либо предмету и которые выдержали назначенное испытаніе, переводнымъ балломъ по сему предмету считается отмѣтка 3.

II. Правила для пріема вновь поступающихъ на высшіе курсы.

§ 1. Пріемъ вновь поступающихъ на высшіе курсы допускается только въ томъ случаѣ, если на этихъ курсахъ имѣются свободныя мѣста для занятія студентовъ въ чертежныхъ залахъ, мастерскихъ и лабораторіяхъ.

§ 2. На высшіе курсы училища могутъ быть принимаемы лица, имѣющія право на поступленіе въ студенты училища (§ 13 устава), по выдержаніи испытаній по всѣмъ предметамъ предыдущихъ курсовъ и по исполненіи назначаемыхъ учебнымъ комитетомъ задачъ по графическимъ предметамъ и практическимъ работамъ.

§ 3. Условія пріема на высшіе курсы молодыхъ людей, обучающихся въ другихъ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ разсматриваются и установляются учебнымъ комитетомъ.

§ 4. Лица, окончившія курсъ въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, какъ-то: въ Университетахъ по разряду математическихъ наукъ физико-математическаго факультета по выдержаніи ими испытаній въ комиссіи, въ Горномъ Институтѣ Императрицы Екатерины II, въ Институтѣ Гражданскихъ Инженеровъ Императора Николая I, въ Институтѣ Инженеровъ Путей Сообщенія Императора Александра I, въ Императорскомъ Московскомъ Инженерномъ Училищѣ, въ Военныхъ Академіяхъ: Михайловской Артиллерійской, Николаевской Инженерной и Николаевской Морской и въ Константиновскомъ Межевомъ Институтѣ, принимаются на второй курсъ училища безъ экзамена.

Примѣчаніе. Эти лица, по усмотрѣнію учебнаго комитета, могутъ быть освобождаемы отъ слушанія лекцій по нѣкоторымъ предметамъ.

§ 5. Лица, окончившія курсъ въ Университетахъ по отдѣленію естественныхъ наукъ физико-математическаго факультета и выдержавшія испытанія въ комиссіи, а также лица, окончившія курсъ въ высшихъ сельско-хозяйственныхъ учебныхъ заведеніяхъ, принимаются на второй курсъ химическаго отдѣленія съ условіемъ

сдать экзаменъ по математикѣ за первый курсъ училища въ теченіе учебнаго года.

§ 6. Лица, поступившія на второй курсъ училища по §§ 4 и 5, могутъ быть переведены учебнымъ комитетомъ на третій курсъ въ томъ же году, если выдержатъ до 1 октября испытанія по предметамъ второго курса, назначеннымъ учебнымъ комитетомъ.

III. Правила для испытаній студентовъ, окончившихъ полный курсъ обученія на званія инженеръ-механика, инженеръ-технолога, механика и технолога.

§ 1. Окончательныя испытанія студентовъ училища, прошедшихъ полный курсъ ученія въ ономъ, производятся въ особыхъ экзаменаціонныхъ комиссіяхъ—одной по механическому и другой по химическому отдѣленію. Каждая комиссія состоитъ изъ предсѣдателя и трехъ членовъ. Предсѣдатели и члены комиссіи ежегодно назначаются Министромъ Народнаго Просвѣщенія.

§ 2. Каждой комиссіи предоставляется приглашать, по мѣрѣ потребности, въ помощь себѣ при производствѣ испытаній, профессоровъ и преподавателей училища, съ правомъ рѣшающаго голоса.

§ 3. Къ испытанію въ комиссіяхъ допускаются тѣ студенты пятаго курса училища, которые выполнили удовлетворительно всѣ установленныя на пятомъ курсѣ обязательныя работы.

§ 4. Въ основаніе испытанія въ комиссіяхъ полагаются проекты, исполненные студентами во время прохожденія курса. Испытаніе производится согласно программамъ, составленнымъ учебнымъ комитетомъ училища и утвержденнымъ Министромъ Народнаго Просвѣщенія. Въ программахъ указываются требованія, кои имѣютъ быть предъявляемы испытуемымъ при объясненіи ими представленныхъ проектовъ, по различнымъ родамъ оныхъ. При семъ испытаніе относится къ предмету одного изъ выбранныхъ учебнымъ комитетомъ проектовъ, представленныхъ испытуемымъ.

§ 5. Комиссія согласно результатамъ испытаній, удостоиваетъ выдержавшихъ оныя или званія инженеръ-механика и инженеръ-технолога, или званія механика и технолога. Званія инженеръ-механика и инженеръ-технолога могутъ быть удостоиваемы только

тѣ студенты, кои прошли курсъ ученія въ училищѣ съ средней отмѣткой изъ всѣхъ преподаваемыхъ предметовъ въ совокупности не менѣе 4 и при средней отмѣткѣ за всѣ проекты не менѣе 4.

Примѣчаніе. Въ случаяхъ, заслуживающихъ особаго уваженія, учебный комитетъ можетъ ходатайствовать передъ испытательной комиссіей объ удостоеніи званіями инженеръ-механика и инженеръ-технолога лицъ, не вполнѣ удовлетворившихъ изложеннымъ въ § 5 требованіямъ.

§ 6. Время для испытанія въ комиссіи назначается съ 20 по 30 мая ежегодно.

§ 7. Удостоенные званія механика и технолога могутъ не ранѣе какъ черезъ годъ ходатайствовать о допущеніи ихъ къ испытанію на званіе инженеръ-механика и инженеръ-технолога. При этомъ испытанія состоятъ въ исполненіи новаго проекта и въ испытаніи по предмету онаго въ экзаменной комиссіи.

§ 8. Постороннія лица допускаются къ испытанію только на званія инженеръ-механика и инженеръ-технолога (§ 29 устава). Для допущенія къ испытанію въ комиссіи, они обязаны предварительно выдержать экзаменъ по предметамъ механическаго или химическаго отдѣленій, назначаемымъ учебнымъ комитетомъ для каждаго лица, и исполнить, по назначенію учебнаго комитета, задачи, практическія работы и проекты согласно курсу механическаго или химическаго отдѣленій. Затѣмъ подвергаются испытанію въ комиссіи согласно вышеизложеннымъ правиламъ. Экзамены, задачи, практическія работы и проекты должны быть окончены въ теченіе года.

IV. Программа испытаній, относящихся къ предмету одного изъ проектовъ, составленныхъ студентами, оканчивающими курсъ по механическому отдѣленію.

А. По проектамъ, относящимся до паровыхъ котловъ и пріемниковъ.

По гидравлическимъ двигателямъ (пріемникамъ)

1. Способы дѣйствія воды въ гидравлическихъ двигателяхъ различныхъ типовъ. Располагаемая работа воды.

2. Условія наивыгоднѣйшаго дѣйствія воды въ двигателѣ; отклоненія отъ нихъ.

3. Главные типы водяныхъ двигателей. Колеса различныхъ системъ, турбины активныя и реактивныя, полныя и неполныя и т. п.

4. Условія примѣненія двигателей различныхъ системъ. Выборъ двигателя.

5. Общее указаніе способа расчета двигателя.

6. Регулированіе двигателей.

7. Различные способы установки двигателей.

8. Поясненіе по исполненнымъ чертежамъ устройства всѣхъ деталей проектированнаго двигателя; данныя, послужившія для расчета какъ главныхъ размѣровъ проектированнаго двигателя, такъ и его деталей.

Примѣчаніе. Въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ исполняются проекты турбинъ и водяныхъ колесъ.

По паровымъ котламъ.

1. Объясненіе особенностей типа проектированнаго котла: достоинства и недостатки этого типа по сравненію съ другими ему подобными, если принять во вниманіе легкость изготовленія котла, удобства ухода за нимъ, чистки и осмотра частей котла и дымоходовъ, распредѣленіе температуръ въ стѣнкахъ котла и т. п.

2. Данныя, которыя послужили основаніемъ при расчетѣ размѣровъ колосниковой рѣшетки, поверхности нагрѣва, площади поперечнаго сѣченія дымоходовъ и дымовой трубы, количества сожигаемаго въ теченіе часа топлива, высоты трубы и т. д.

3. Расположеніе водопитательной трубы; объясненіе мѣръ, принятыхъ противъ порчи стѣнокъ котла, какъ отъ скопленія въ немъ нечистотъ, такъ и отъ дѣйствія струи неподогрѣтой воды. Устройство и дѣйствіе приборовъ для нагрѣва и для очищенія питающей котелъ воды, если таковыя вошли въ составъ проекта.

4. Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ частей парового котла. Вліяніе неравномѣрнаго нагрѣва частей котла на его прочность.

5. Объясненіе конструктивныхъ мѣръ, принятыхъ для облегченія осмотра и чистки котла.

6. Арматура парового котла и значеніе ея для правильнаго ухода и наблюденія за котломъ.

7. Описаніе устройства топки, колосниковъ (или форсунки для нефтяного отопленія), топочныхъ дверецъ и другихъ деталей топки, разработанныхъ на чертежахъ.

Примѣчаніе. Въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ составляются проекты слѣдующихъ типовъ котловъ:

1. Котловъ съ подогрѣвателями и кипятильниками.
2. Водотрубныхъ котловъ.
3. Котловъ съ внутренними жаровыми трубами.
4. Котловъ съ дымогарными трубками.
5. Котловъ другихъ или смѣшанныхъ системъ.

По паровымъ машинамъ.

1. Описаніе цикла Карно и его примѣненія къ паровымъ машинамъ. Наибольшая теоретическая производительность паровыхъ машинъ.

2. Отступленія отъ цикла Карно въ дѣйствительности. Раздѣленіе паровыхъ машинъ по способу дѣйствія въ нихъ пара.

3. Необходимость опытнаго изслѣдованія паровыхъ машинъ. Способы и приборы, при семъ употребляемые. Индикаторъ и индикаторная діаграмма. Обнаруженіе неправильностей парораспредѣленія посредствомъ индикаторныхъ діаграммъ.

4. Главнѣйшіе результаты опытнаго изслѣдованія паровыхъ машинъ. Вліяніе стѣнокъ парового цилиндра. Паровыя рубашки. Расширеніе пара въ отдѣльныхъ цилиндрахъ (машины сложной системы).

5. Раздѣленіе паровыхъ машинъ по расположенію составляющихъ машину частей. Различныя системы паровыхъ машинъ и особенности каждой системы. Выборъ системы машины въ зависимости отъ мѣстныхъ условій и характера производства.

6. Описаніе устройства и дѣйствія парораспредѣлительнаго механизма проектированной паровой машины. Объясненіе построеній, діаграммъ и вообще всѣхъ соображеній, послужившихъ къ опредѣленію размѣровъ парораспредѣлительнаго прибора. Соображенія, имѣвшіяся въ виду при назначеніи наибольшей и наименьшей отсѣчки въ каждомъ цилиндрѣ машины. Особенности

проектированнаго прибора въ сравненіи съ другими, наиболѣе извѣстными, парораспредѣлительными приборами.

7. Способы регулированія хода, примѣненные къ проектированной паровой машинѣ. Объясненіе расчетовъ или графическихъ построеній, послужившихъ къ опредѣленію размѣровъ маховика и регулятора. Описаніе устройствъ и дѣйствія примѣненнаго къ машинѣ регулятора.

8. Устройство и дѣйствіе холодильника. Соображенія, имѣвшіяся въ виду при назначеніи размѣровъ холодильника съ его принадлежностями.

9. Объясненія относительно всѣхъ тѣхъ соображеній и опытныхъ данныхъ, которыя послужили для опредѣленія размѣровъ всѣхъ остальныхъ частей, составляющихъ проектированную паровую машину.

Примѣчаніе. Въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ проектируются паровыя машины горизонтальныя и вертикальныя, съ распредѣленіемъ пара золотниками (Farkot, Meyr), кранами (Corliss) и клапанами.

Б. По проектамъ, относящимся къ механической технологіи.

Основныя положенія при составленіи проекта.

1. Свойства первоначальныхъ матеріаловъ (сырья), употребляемыхъ въ производствѣ. Главнѣйшія основанія, по которымъ производится выборъ матеріала, назначеннаго для даннаго производства. Выходы и сорта окончательныхъ продуктовъ; качества, которымъ долженъ удовлетворять конечный продуктъ производства.

2. Основанія и данныя, принятыя для расчета выработки опредѣленнаго количества продукта въ единицу времени. Прямыя потери, угары, отпадки и побочные продукты производства. Возможность использованія ихъ въ самомъ производствѣ или для другихъ промышленныхъ цѣлей.

3. Объясненіе порядка и плана производства. Процессы переработки сырья въ готовый продуктъ; вспомогательныя операціи, входящія въ составъ производства. Общая зависимость количества угаровъ или потери обработываемаго матеріала отъ принятыхъ условій производства.

4. Объясненіе общаго расположенія и назначенія частей фабричнаго зданія.

Техническія средства производства.

1. Опредѣленіе ассортимента машинъ и аппаратовъ въ производствѣ, а также вспомогательныхъ приспособленій и средствъ для перемѣщенія матеріаловъ и товара. Соображенія, послужившія для выбора ихъ.

2. Конструкціи машинъ и аппаратовъ, употребляемыхъ въ данномъ производствѣ; сравнительная оцѣнка наиболѣе извѣстныхъ системъ оныхъ; особенности принятыхъ въ проектѣ типовъ и конструкцій машинъ.

3. Соображенія, руководившія при опредѣленіи числа машинъ и аппаратовъ и при размѣщеніи ихъ въ проектѣ опредѣленнаго заданія.

4. Размѣры и производительность избранныхъ машинъ; расходъ работы на ихъ движеніе.

5. Выборъ типа двигателя и системы парового котла; опредѣленіе числа силъ двигателя и величины поверхности нагрѣва котла; размѣры дымовой трубы.

6. Трансмиссіи и приводы. Объясненіе принятыхъ въ проектѣ способовъ передачи движеній отъ двигателя къ машинамъ—орудіямъ; расположеніе приводныхъ валовъ и шкивовъ; данныя для опредѣленія размѣра ихъ.

Заводскія зданія.

1. Соображенія, принятыя въ основу для опредѣленія потребныхъ размѣровъ зданія: ширины, длины и высоты. Раздѣленіе на этажи и системы перекрытія оныхъ; опредѣленіе оконныхъ и дверныхъ отверстій; устройство и расчетъ лѣстницъ; расположеніе отхожихъ мѣстъ.

2. Толщина стѣнъ, расположеніе, число и размѣры колоннъ и балокъ въ зависимости отъ нагрузки; устройство крыши.

3. Система отопленія и вентиляціи зданія, принятая въ проектѣ. Способы увлажненія воздуха въ рабочихъ залахъ. Данныя для расчета отопленія, вентиляція и увлажненія.

4. Соображенія объ освѣщеніи фабрики (дневномъ и искусственномъ); расположеніе источниковъ свѣта.

5. Водоснабженіе фабрики; расположеніе насоса, водяного бака и водопроводныхъ трубъ; указаніе принятой въ проектѣ системы пожарной охраны фабрики.

6. Устройство подваловъ ниже поверхности земли; фундаменты подъ колонны и стѣны зданія, а также и подъ паровую машину, если таковые вошли въ составъ проекта.

Примѣчаніе. По отдѣлу механической технологіи въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ исполняются слѣдующіе проекты:

1. Фабрикъ для пряденія хлопка, льна и шерсти.
2. Ткацкихъ фабрикъ.
3. Чугунно-литейныхъ, стале-литейныхъ и мѣдно-литейныхъ заводовъ.
4. Желѣзодѣлательныхъ и проволочныхъ заводовъ.
5. Рельсопрокатныхъ и шино-прокатныхъ заводовъ.
6. Паровыхъ кузницъ.
7. Паровозостроительныхъ заводовъ.
8. Машиностроительныхъ заводовъ.
9. Доменныхъ заводовъ.
10. Котельныхъ заводовъ.
11. Лѣсопильныхъ и дерево-обдѣлочныхъ заводовъ.
12. Мукомольныхъ мельницъ.

В. По проектамъ паровозовъ.

1. Описаніе устройства паровоза. Подраздѣленіе паровозовъ на типы, сообразно скорости ихъ движенія. Нормальные размѣры главныхъ частей паровоза различныхъ типовъ.

2. Соображенія, оправдывающія принятый для паровозовъ типъ котла. Данныя, послужившія для опредѣленія геометрическихъ и прочныхъ размѣровъ котла. Паропроизводительность различныхъ частей котла паровоза. Коэффиціентъ полезнаго дѣйствія топки, поверхности нагрѣва и всего котла.

3. Различныя устройства и размѣры дымовыхъ трубъ. Причина большей экономичности коническихъ трубъ. Устройство и размѣры конуса. Полезныя и вредныя стороны его дѣйствія. Устройство и размѣры зольника.

4. Устройство и объясненіе дѣйствія инжектора.

5. Причины устройства для паровозовъ сдвоенныхъ паровыхъ машинъ. Данныя, послужившія для опредѣленія размѣровъ цилиндра, и ходъ вычисленія этихъ размѣровъ. Давленія: полезное, вредное, индикаторное и среднее. Графическое опредѣленіе силы тяги для даннаго положенія поршня. Сила сцѣпленія.

6. Опредѣленіе размѣровъ оконъ цилиндра и данныя, опредѣляющія размѣры золотника. Описаніе различныхъ кулиссораспредѣлительныхъ приборовъ и объясненіе діаграммы, опредѣляющей ихъ размѣры.

7. Устройство и размѣры рамы и ея скрѣпленій съ котломъ и цилиндромъ. Устройство и размѣры буксъ. Перечисленіе усилій, приложенныхъ къ ведущей оси. Нормальные размѣры осей.

8. Давленія на рельсы колесъ паровозовъ различныхъ типовъ. Пріемъ, принятый для распредѣленія давленій на оси.

9. Причины введенія въ строеніе паровоза рессоръ. Устройство рессоръ и системъ, изъ нихъ составленныхъ.

10. Объясненіе причинъ неправильностей движенія паровоза. Средства, уменьшающія эти неправильности. Устройство противовѣсовъ.

Примѣчаніе. Въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ исполняются проекты слѣдующихъ типовъ паровозовъ:

а) паровозы-тендеръ;

б) товарные (шести и восьмиколесные);

в) пассажирскіе и

г) курьерскіе,

причемъ паровозы каждаго изъ этихъ типовъ различаются:

а) по способу дѣйствія пара въ цилиндрахъ (простые и сложные цилиндры):

б) по расположенію цилиндровъ относительно рамы (внѣшніе и внутренніе цилиндры);

в) по роду кулиссо-парораспредѣлительныхъ приборовъ;

г) по расположенію рамы относительно колесъ (внутреннія и внѣшнія рамы) и т. п.

Г. По проектамъ, относящимся до строительной механики.

1. Принципъ производной работы и его значеніе для расчета строительныхъ сооруженій.

2. Сплошныя балки. Нормальныя и касательныя напряженія. Главныя и идеальныя напряженія изгибаемой балки. Ядро сѣченія и опредѣленіе его.

3. Силы, дѣйствующія на строительныя мостовыя балки. Инфлюентныя линіи и значеніе ихъ. Сгибающіе моменты и срѣзывающія силы сплошныхъ балокъ, лежащихъ на двухъ и на болѣе опорахъ. Многоопорныя консольныя балки.

4. Максимальныя срѣзывающія силы и максимальные моменты, производимые подвижной нагрузкой. Расчетъ сплошныхъ желѣзныхъ балокъ, симметричной и несимметричной формы сѣченія. Расчетъ продольныхъ и поперечныхъ балочекъ желѣзныхъ мостовъ.

5. Расчетъ балочныхъ стропильныхъ фермъ. Расчетъ арочныхъ стропильныхъ фермъ о двухъ и трехъ шарнирахъ.

6. Раскосныя фермы однопролетныя и многопролетныя, непрерывныя и консольныя, и разныя системы стѣнокъ:

а) въ зависимости отъ устройства раскосовъ: одно и многораскосныя (сѣтчатыя и голландскія), съ вспомогательными раскосами и пр.

б) въ зависимости отъ формы поясовъ: параллельныя, параболическія, приближенно параболическія, Шведлера, Паули, эллиптическія и др.

Расчетъ этихъ фермъ.

7. Расчетъ болтовыхъ и заклепочныхъ соединеній. Цѣль и устройство подферменныхъ подушекъ.

8. Давленіе земли на подпорныя стѣнки. Повѣрка прочности подпорныхъ стѣнокъ и каменныхъ опоръ балочныхъ мостовъ.

9. Повѣрка прочности цилиндрическихъ сводовъ и каменныхъ устоевъ помощію линіи давленія и опорной линіи.

10. Повѣрка прочности земляныхъ и каменныхъ плотинъ, деревянныхъ и желѣзныхъ шлюзовъ.

Примѣчаніе. Въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ исполняются слѣдующіе проекты по строительной механикѣ:

а) желѣзныхъ раскосныхъ стропилъ балочной конструкціи, разныхъ системъ: бельгійскія, американскія, англійскія, Полонсо и т. д. при кровлѣ изъ разныхъ матеріаловъ: желѣза, дерева, черепицы, стекла и пр.

б) желѣзныхъ арочныхъ стропилъ о 3-хъ и 2-хъ шарнирахъ.

в) желѣзныхъ раскосныхъ мостовъ всѣхъ поименованныхъ подъ № 6 системъ.

г) каменныхъ мостовъ и трубъ.

V. Программа испытаній, относящихся къ предмету одного изъ проектовъ, составленныхъ студентами, оканчивающими курсъ по химическому отдѣленію.

По проектамъ, относящимся къ химической технологіи.

ОБЩАЯ ЧАСТЬ.

А. Основныя положенія при составленіи проектовъ.

1. Свойства сырыхъ матеріаловъ, назначаемыхъ въ переработку. Опредѣленіе достоинства ихъ. Выходы готовыхъ продуктовъ; сорты получаемыхъ фабрикатовъ.

2. Значеніе, свойства и количества потребленія вспомогательныхъ матеріаловъ для переработки сырья въ готовый товаръ и ихъ подготовка.

3. Объясненіе порядка производства и составляющихъ его процессовъ съ физической и химической ихъ стороны.

4. Сравнительная оцѣнка различныхъ способовъ производства и объясненіе причинъ выбора способа, принятаго въ проектѣ.

5. Объясненіе общаго расположенія и назначенія частей заводскаго зданія.

Б. Техническія средства производствъ.

6. Опредѣленіе ассортимента приборовъ, машинъ, печей и вспомогательныхъ къ нимъ приспособленій, соотвѣтственно размѣрамъ производства.

7. Конструкція, установка и расположеніе приборовъ, употребляемыхъ въ данномъ производствѣ, оцѣнка различныхъ системъ оныхъ.

8. Объясненіе пріемовъ работы. Размѣры и производительность избранныхъ приборовъ.

9. Опредѣленіе величины движущей силы, количествъ воды и водяного пара, потребныхъ для заданныхъ размѣровъ производства.

10. Объясненіе принятыхъ въ проектѣ способовъ передачи движенія исполнительнымъ механизмомъ; расположеніе приводныхъ валовъ, водяныхъ баковъ, водопроводныхъ и паропроводныхъ трубъ. Способы и устройство вентиляціи и отопленія.

11. Опредѣленіе размѣра парообразователя, количества сжигаемаго топлива и размѣровъ заводской дымовой трубы.

12. Утилизація побочныхъ продуктовъ производства. Обезвреживаніе отбросовъ. Очищеніе воды, поступающей на заводъ и спускаемой изъ него.

В. Заводскія зданія.

13. Потребные размѣры зданія; толщина его стѣнъ. Раздѣленіе на этажи и перекрышка оныхъ.

14. Расположеніе и размѣры колоннъ и балокъ, въ зависимости отъ ихъ нагрузки. Устройство стропилъ. Устройство крыши.

15. Устройство погребовъ и другихъ частей зданія ниже поверхности земли. Осушеніе грунта.

СПЕЦІАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.

А. ПО ТЕХНОЛОГІИ МИНЕРАЛЬНЫХЪ ВЕЩЕСТВЪ.

По проэкту заводовъ сѣрной кислоты.

1. Выборъ матеріаловъ для производства сѣрной кислоты, въ зависимости отъ экономическихъ условій.

2. Опредѣленіе объема свинцовыхъ камеръ. Наиболѣе практичное расположеніе свинцовыхъ камеръ, печей, башенъ Гловера и Гей-Люссака. Особенности въ постройкѣ зданія для помѣщенія свинцовыхъ камеръ и печей.

3. Различные способы постройки камернаго скелета. Опредѣленіе размѣровъ всѣхъ частей камернаго скелета и расчетъ необходимыхъ для него матеріаловъ. Различные способы опайки камернаго скелета; сравненіе ихъ между собою.

4. Опредѣленіе объема башенъ Гловера и Гей-Люссака; ихъ конструкція приборовъ и способъ постройки.

5. Конструкціи приборовъ и приспособленій для опредѣленія температуры, качества газовъ и крѣпости получаемой сѣрной кислоты внутри камеръ. Конструкція переходныхъ трубъ, данныя для ихъ расчета. Приспособленія для впуска пара въ свинцовыя камеры.

6. Приспособленія для впуска въ камеры окисловъ азота. Описаніе аппаратовъ для полученія и конденсаціи азотной кислоты.

7. Приборы и способы для опредѣленія и регулированія тяги въ свинцовыхъ камерахъ.

8. Приспособлепія, служащія для уменьшенія объема свинцовыхъ камеръ, конструктивныя особенности при ихъ постройкѣ.

9. Пускъ въ ходъ свинцовыхъ камеръ. Контроль надъ ходомъ камернаго процесса. Причина потери окисловъ азота и сѣрнистаго газа.

10. Основанія для выбора системы приборовъ для упариванія сѣрной кислоты и данныя для опредѣленія ихъ размѣровъ.

11. Различныя приспособленія, ограждающія здоровье рабочихъ, при производствѣ сѣрной и азотной кислотъ.

По проекту содоваго завода по способу Леблана.

1. Главныя условія, при которыхъ возможна постройка содоваго завода по способу Леблана.

2. Пламенныя, муфельныя и механическія печи, главныя преимущества и недостатки той или другой системы.

3. Различные способы полученія сульфата и сравненіе ихъ между собою.

4. Сравненіе различныхъ способовъ конденсаціи соляной кислоты. Теорія конденсаціи.

5. Контроль надъ производствомъ соляной кислоты и сульфата.

6. Содовыя печи, ихъ конструкція, расчетъ и описаніе процесса работы въ нихъ.

7. Анализъ содоваго сплава. Приборы для выщелачиванія. Анализъ содоваго щелока; его очищеніе. Конструкція приборовъ для упариванія содоваго щелока; причины выбора той или другой конструкціи.

8. Кальцинировальныя печи; преимущества и недостатки разныхъ конструкцій.

9. Анализы продажной соды, ея качества и примѣненія.

10. Приготовленіе ѣдкаго натра; особенности фабрикаціи въ приборахъ и способахъ для полученія возможно чистаго продукта.

11. Утилизація содовыхъ отбросовъ. Опредѣленіе количества сѣры, которое возможно получить обратно.

По проекту содоваго завода по способу Сольве.

1. Главныя условія, при которыхъ возможна постройка содоваго завода по способу Сольве. Сравненіе способовъ Леблана и Сольве.

2. Приготовленіе соляныхъ разсоловъ и насыщеніе ихъ амміакомъ.

3. Способы приготовленія и очищенія угольнаго газа и значеніе ихъ для производства.

4. Корбонизація разсоловъ, насыщенныхъ амміакомъ; конструкція и расчетъ приборовъ.

5. Обратное полученіе амміака и значеніе его для производства.

6. Анализы готовыхъ продуктовъ. Контроль надъ производствомъ.

По проектамъ заводовъ бѣлильной извести и бертолетовой соли.

1. Главныя условія, при которыхъ возможна постройка заводовъ бѣлильной извести.

2. Различные способы и приборы для полученія хлора; сравненія ихъ между собою.

3. Сравненія различныхъ способовъ и приборовъ для приготовленія хлорной извести. Контроль надъ ходомъ производства и опредѣленіе качества продуктовъ.

4. Сравненія различныхъ способовъ производства бертолетовой соли; контроль производства.

По проектамъ заводовъ для приготовленія электролитическимъ путемъ ѣдкаго натра, бѣлильной извести, амміака и бертолетевой соли.

1. Главныя преимущества электролиза и условія его примѣненія для полученія вышепереименованныхъ продуктовъ.

2. Выборъ конструкцій машинъ и аппаратовъ. Расчетъ силы и напряженія тока и машинъ необходимыхъ для ихъ полученія.

3. Контроль надъ ходомъ различныхъ процессовъ.

По проектамъ заводовъ для приготовленія квасцовъ и сѣрнокислаго аллюминія.

1. Обзоръ и сравненіе различныхъ матеріаловъ, могущихъ служить для приготовленія квасцовъ и сѣрнокислаго аллюминія.

2. Вліяніе сырыхъ матеріаловъ и способовъ обработки на качества продуктовъ, важныя при ихъ примѣненіи. Способъ полученія чистыхъ продуктовъ. Анализы продажныхъ продуктовъ.

По проекту хромпиковаго завода.

1. Сырые матеріалы для полученія хромовыхъ препараторовъ, ихъ свойства важныя для производства и вліяніе ихъ качества на выгодность производства.

2. Продукты, получаемые изъ хромовой руды, ихъ примѣненіе и анализы.

По проекту завода свинцовыхъ бѣлилъ.

1. Наиболѣе распространенные способы приготовленія свинцовыхъ бѣлилъ и сравненія ихъ между собою.

2. Анализы продажныхъ продуктовъ и контроль производства.

3. Значеніе способовъ производства и конструкцій приборовъ для охраны здоровья и жизни рабочихъ.

По проекту завода яри-мѣдянки и яри-венеціанской.

1. Описаніе способовъ и приборовъ для приготовленія яримѣдянки и яри-венеціанской.

2. Качества, анализы и примѣненія готовыхъ продуктовъ.

По проекту синькальнаго завода.

1. Различные способы и приборы для полученія желѣзисто-синеродистаго калія и натрія; сравненіе ихъ между собою.

2. Наивыгоднѣйшія условія для образованія при сплавленіи синеродистыхъ соединеній. Вредныя реакціи, уменьшающія количество синеродистыхъ соединеній въ сплавѣ, и ихъ устраненіе.

По проектамъ стеклянныхъ заводовъ.

1. Главныя условія, при которыхъ возможна постройка стекляннаго завода.

2. Стекловаренные горшки и огнеупорныя издѣлія, идущія для постройки стекловаренныхъ печей. Значеніе ихъ для производства.

3. Условія выбора стекловаренной печи той или другой конструкціи. (Обыкновенныя печи и печи—ванны).

4. Простыя, генеративныя и рекуперативныя печи, сравненія ихъ между собою.

5. Теоретическое опредѣленіе размѣровъ генераторовъ, регенератовъ и рекуператоровъ. Опредѣленіе размѣровъ дымовой трубы. Анализъ генераторныхъ газовъ.

6. Конструкціи калеицъ и разводныхъ печей.

7. Конструктивныя особенности печей для зеркальнаго стекла; важное значеніе конструкціи для выгодности производства и качества продукта.

По проектамъ заводовъ керамическихъ издѣлій.

1. Вліяніе состава глины на ея качество. Пригодность глинъ для различныхъ глиняныхъ издѣлій, въ зависимости отъ ихъ состава, физическихъ свойствъ и обработки.

2. Составъ массъ для различныхъ видовъ глиняныхъ издѣлій и вліяніе составныхъ частей на свойства и качества получаемаго продукта.

3. Конструкціи печей для обжига различныхъ глиняныхъ издѣлій, вліяніе конструкціи печи на качество продукта и выгодность производства.

4. Составы глазурей для различныхъ глиняныхъ массъ; зависимость ихъ качества отъ составныхъ частей.

5. Контроль надъ производствомъ различныхъ керамическихъ издѣлій.

Б. ПО ТЕХНОЛОГІИ ОРГАНИЧЕСКИХЪ ВЕЩЕСТВЪ.

По проектамъ заводовъ сухой перегонки дерева.

1. Условія перегонки, при которыхъ получается наибольшій выходъ жидкихъ продуктовъ.

2. Составъ подсмольной воды (суровицы) и ея очистка.

3. Способы очищенія скипидара.

4. Приготовленіе уксуснаго порошка и уксуснонатріевой соли.

5. Полученіе уксусной кислоты изъ порошка и уксуснонатріевой соли.

6. Полученіе кристаллической уксусной кислоты.

7. Полученіе древеснаго (метиловаго) спирта.

8. Переработка живицы на канифоль и скипидаръ.

9. Переработка канифоли на смазочныя масла и колесныя мази.

По проектамъ газовыхъ заводовъ.

1. Условія храненія большихъ запасовъ каменнаго угля и ихъ вліяніе на получаемый свѣтильный газъ.

2. Значеніе различныхъ составныхъ частей сырого каменноугольнаго свѣтильнаго газа.

3. Характерныя отличія древеснаго и нефтяного газа отъ каменноугольнаго.

4. Соотношенія между уд. вѣсомъ и качествами свѣтильнаго газа.

5. Средства контролировать правильность хода производства и работы всѣхъ приборовъ.

6. Условія взрывчатости газа.

7. Вліяніе температуры и продолжительности перегонки на качество и количество свѣтильнаго газа.

8. Сравненіе расхода топлива и условій нагрѣва ретортъ при колосниковыхъ топкахъ и при регенераторныхъ печахъ.

9. Вліяніе давленія при производствѣ, проводкѣ и сожиганіи свѣтильнаго газа.

10. Условія, при которыхъ получается максимумъ свѣта при сожиганіи опредѣленнаго количества газа.

11. Значеніе и случаи примѣненія карбураціи газа и воздуха.

12. Водяной газъ, его составъ, полученіе и примѣненіе.

13. Случаи и способы примѣненія переноснаго газа.

По проектамъ заводовъ керосиновыхъ и смазочныхъ маслъ.

1. Перегонка нефти для полученія освѣтительныхъ маслъ и перегонка остатковъ для полученія смазочныхъ маслъ.

2. Спеціальныя условія перегонки нефтяныхъ остатковъ при полученіи смазочныхъ маслъ. Очищеніе нефтяныхъ дистилатовъ: дѣйствіе сѣрной кислоты и щелочей.

3. Характеристика нормальнаго керосина и условія, которымъ долженъ удовлетворять керосинъ, допускаемый въ торговлѣ.

4. Выборъ нормъ для температуры вспышки керосина, смазочныхъ маслъ и нефтяного топлива.

5. Различіе условій храненія и перевозки нефти и керосина, легкихъ и смазочныхъ маслъ, нефтяныхъ остатковъ.

6. Сравнительная оцѣнка способовъ примѣненія нефти къ отопленію.

7. Переработка кислотныхъ и щелочныхъ отбросовъ нефтяного производства.

По проектамъ кожевенныхъ и клееваренныхъ заводовъ.

1. Подготовительныя операціи кожевеннаго производства. Отличія въ подготовительныхъ операціяхъ при разныхъ пріемахъ дубленія вообще, т. е. при настоящемъ дубленіи, залиневаніи и проч., и для разныхъ шкуръ.

2. Пріемы обыкновеннаго дубленія и ихъ отличія при выработкѣ различныхъ видовъ кожевеннаго товара.

3. Вліяніе различныхъ условій на степень продубки кожъ.

4. Сравнительная оцѣнка ускоренныхъ способовъ дубленія.

5. Способы минеральнаго дубленія.

6. Приготовленіе замши.

7. Приготовленіе лайки.

По проектамъ салотопенныхъ и стеариново-свѣчныхъ заводовъ.

1. Химическіе процессы при сапонификаціонномъ способѣ и при способѣ кислотнаго обмыливанія сала.
2. Сапонификаціонный способъ полученія заводскаго стеарина.
3. Полученіе стеарина по способу кислотнаго обмыливанія.
4. Приготовленіе стеариновыхъ свѣчей.
5. Обстоятельства, обусловливающія примѣненіе способовъ разложенія жировъ кислотами и щелочами.
6. Вліяніе матеріала свѣчи (стеарина или сала) на размѣры свѣтильни и видъ пламени.
7. Приготовленіе глицерина и его очищеніе.

По проектамъ маслобойныхъ и мыловаренныхъ заводовъ.

1. Составныя части, характеризующія высыхающія жирныя масла.
2. Приготовленіе маслъ прессованіемъ.
3. Приготовленіе маслъ помощію экстракціи.
4. Очищеніе жирныхъ маслъ.
5. Различіе по составу и свойствамъ твердыхъ и мягкихъ мылъ. Классификація твердыхъ мылъ. Приготовленіе твердыхъ и мягкихъ мылъ.
6. Сравненіе различныхъ способовъ варки мыла.
7. Приготовленіе туалетныхъ мылъ.

По проектамъ заводовъ писчебумажныхъ и суррогатныхъ.

1. Видоизмѣненіе способовъ механической и химической очистки тряпья въ зависимости отъ свойствъ его и получаемой бумаги.
2. Способы производства механической древесной массы.
3. О химическихъ процессахъ, сопровождающихъ производство натронной и сульфитной массы.
4. Процессъ проклеиванія бумажной массы.
5. Подцвѣтка и окраска бумажной массы.
6. Регулированіе и провѣрка хода писчебумажной машины для полученія бумаги опредѣленнаго вѣса.
7. Условія, которымъ должны удовлетворять разные виды бумаги.

8. Изслѣдованіе бумаги механическое, химическое и микроскопическое.

9. Вліяніе разныхъ суррогатовъ и примѣсей на свойства бумаги.

10. Положеніе писчебумажнаго производства и производства суррогатовъ тряпья въ Россіи и за границею.

В. ПО ТЕХНОЛОГІИ ПИТАТЕЛЬНЫХЪ ЗАВОДОВЪ.

По проэктамъ заводовъ крахмальныхъ и паточныхъ.

1. Вліяніе состава и свойствъ картофеля на ходъ выработки и на выходы крахмала.

2. Техническій контроль терочнаго и экстракціоннаго отдѣленія картофельно-крахмальнаго завода по анализу истощенной мезги.

3. Переработка грязевого крахмала и крахмальной грязи на картофельно-крахмальныхъ заводахъ.

4. Выходы картофельнаго крахмала въ зависимости отъ условій производства.

5. Испытаніе картофельнаго крахмала.

6. Сравненіе методовъ производства пшеничнаго крахмала.

7. Описаніе и сравненіе способовъ производства кукурузнаго и рисоваго крахмала.

8. Зависимость свойствъ получаемаго крахмала отъ пріемовъ его выработки.

9. Отбросы крахмальнаго производства, ихъ составъ, утилизація и обезвреживаніе.

10. Процессъ превращенія крахмала подъ вліяніемъ кислотъ.

11. Методы производства очищенной декстрозы.

12. Способы изслѣдованія паточныхъ товаровъ.

13. Значеніе картофельныхъ консервъ и ихъ производство.

14. Положеніе крахмальнаго и паточнаго производства въ Россіи и въ иностранныхъ государствахъ.

По проектамъ свеклосахарныхъ заводовъ.

1. Селекція свекловицы, значеніе и производство ея.

2. Вліяніе составныхъ частей свекловицы на ходъ свеклосахарнаго производства.

3. Сравненіе способовъ заводскаго изслѣдованія сырцеваго матеріала производства.

4. Выборъ ножей рѣзки и значеніе формы свекловичной стружки.

5. Наивыгоднѣйшія условія диффузіи и практическое ихъ осуществленіе.

6. Оцѣнка методовъ механическаго и химическаго очищенія сока.

7. Условія наивыгоднѣйшаго дѣйствія выпарной станціи.

8. Ходъ работы съ вакуумъ-аппаратомъ.

9. Оцѣнка способовъ кристаллизаціи утфеля.

10. Сравненіе способовъ извлеченія сахара изъ патоки.

11. Способы техническаго контроля на отдѣльныхъ станціяхъ свеклосахарнаго завода.

12. Утилизація и обезвреживаніе отбросовъ свеклосахарнаго производства.

13. Положеніе свеклосахарнаго производства въ Россіи и за границею.

14. Акцизъ на сахаръ.

По проектамъ сахаро-рафинадныхъ заводовъ.

1. Способы очищенія сахарныхъ сиропов.

2. Различія въ ходѣ увариванія въ зависимости отъ свойствъ и сорта товара.

3. Ускоренные способы пробѣлки и сушки сахара.

4. Техническій оборотъ производства.

5. Положеніе сахаро-рафинаднаго производства въ Россіи и за границею.

По проектамъ пивоваренныхъ заводовъ.

1. Процессъ рощенія ячменя; измѣненіе состава и строенія зерна при соложеніи и вліяніе различныхъ условій на проростаніе.

2. Механическіе-пневматическіе способы соложенія.

3. Видоизмѣненія въ способахъ сушки, сообразно съ типомъ приготовляемаго солода.

4. Сравненіе способовъ приготовленія сусла и ходъ химическихъ процессовъ при этомъ.

5. Составъ хмеля и цѣль употребленія его въ пивоваренiи.

6. Культурныя и дикія дрожжи. Чистая культура пивоваренныхъ дрожжей.

7. Вліяніе различныхъ условій на ходъ броженія и на степень сброженія.

8. Ненормальныя явленія при процессѣ броженія.

9. Болѣзни и пороки пива.

10. Техническій контроль пивовареннаго производства.

11. Типы и анализъ пива.

12. Утилизація отбросовъ пивоваренія.

13. Положеніе пивоваренія въ Россіи и въ иностранныхъ государствахъ.

14. Акцизъ на пивовареніе.

По проектамъ винокуренныхъ заводовъ.

1. Отличіе производства винокуреннаго солода отъ производства пивовареннаго солода.

2. Процессъ подготовки винокуренныхъ припасовъ подъ высокимъ давленіемъ. Вліяніе на крахмальныя зерна воды при нагрѣваніи.

3. Процессъ осахариванія заторовъ и зависимость его отъ различныхъ условій.

4. Приготовленіе дрожжевыхъ заторовъ.

5. Чистая культура винокуренныхъ дрожжей.

6. Условія наивыгоднѣйшаго хода броженія.

7. Оцѣнка дѣйствія перегонныхъ аппаратовъ.

8. Барда и ея утилизація.

9. Техническій контроль винокуреннаго производства.

10. Способы очищенія сырцеваго спирта.

11. Анализъ спирта и водокъ.

12. Денатурализація спирта.

13. Положеніе винокуренія въ Россіи и въ иностранныхъ государствахъ.

14. Акцизъ съ винокуренія.

Г. ПО ТЕХНОЛОГІИ КРАСИЛЬНЫХЪ ВЕЩЕСТВЪ.

По проектамъ отбѣльныхъ, красильныхъ, набивныхъ и аппретурныхъ фабрикъ.

1. Причины, вызывающія подготовку по бѣленію и крашенію хлопчато-бумажныхъ товаровъ; важное значеніе этой подготовки и операціи, изъ которыхъ она состоитъ.

2. Разнообразныя конструкціи аппаратовъ и машинъ, служащихъ для мытья и варки хлопчатобумажныхъ товаровъ; причины, вызывающія примѣненіе разнообразныхъ конструкцій.

3. Разсмотрѣніе и сравненіе способовъ опаливанія тканей.

4. Способы и аппараты для высушиванія тканей и пряжи; сравненіе ихъ между собою и примѣненіе въ различныхъ случаяхъ.

5. Описаніе главныхъ условій, которымъ должны удовлетворять машины для печатанія узоровъ; способы изготовленія печатныхъ валовъ. Требованія отъ узоровъ и условія ихъ выполненія.

6. Различные способы закрѣпленія красящихъ веществъ на волокнахъ въ зависимости отъ свойствъ красящихъ веществъ и волоконъ, на которыхъ они закрѣпляются. Теорія крашенія.

7. Способы полученія узоровъ на тканяхъ. Вызрѣваніе и запариваніе. Сравненія заварного и запарного способовъ полученія узоровъ.

8. Резервы и вытравки, примѣненія ихъ въ различныхъ случаяхъ полученія узоровъ.

9. Отличія въ бѣленіи и крашеніи шерстяныхъ товаровъ отъ соотвѣтствующихъ обработокъ хлопчатобумажныхъ товаровъ. Различіе въ машинахъ, аппаратахъ и общемъ устройствѣ шерстяныхъ красиленъ отъ красиленъ хлопчатобумажныхъ товаровъ.

10. Условія и способы обработки шелка на шелковыхъ красильняхъ. Употребляемые на шелковыхъ красильняхъ приборы, аппараты и машины.

VI. Инструкція для инспекціи.

§ 1. На инспектора студентовъ и его помощниковъ возлагается ближайшій надзоръ за поведеніемъ студентовъ какъ въ стѣнахъ училища, такъ, по мѣрѣ возможности, и внѣ онаго согласно съ ближайшими по сему предмету указаніями директора.

Примѣчаніе. Инспекторъ студентовъ не можетъ занимать никакихъ другихъ должностей ни въ училищѣ, ни тѣмъ болѣе въ учрежденіяхъ другихъ вѣдомствъ.

§ 2. На инспекторѣ студентовъ лежитъ непосредственная отвѣтственность за соблюденіе учащимися, при посѣщеніи ими училища, порядка и благочинія. Въ этихъ видахъ инспекторъ студентовъ и его помощники неослабно наблюдаютъ за точнымъ исполненіемъ учащимися установленныхъ для нихъ правилъ, подвергая взысканію нарушителей оныхъ или собственною властью, или доводя объ ихъ проступкахъ до свѣдѣнія директора и принимая всѣ зависящія отъ нихъ мѣры къ предупрежденію и пресѣченію нарушенія означенныхъ правилъ.

§ 3. Инспекція обязана: 1) знать всѣхъ студентовъ въ лицо и по фамиліи; 2) имѣть списки студентовъ со слѣдующими свѣдѣніями о каждомъ: происхожденіе, лѣта, мѣсто предварительнаго воспитанія, мѣсто родины, подвергался ли студентъ взысканіямъ, какимъ именно и за что, получалъ ли пособія, стипендію и проч.; 3) имѣть точные адресы студентовъ; 4) изготовлять и выдавать студентамъ виды на жительство, билеты для входа въ училище, отпускные и командировочные билеты и удостовѣренія на льготный проѣздъ по желѣзнымъ дорогамъ; 5) не допускать въ помѣщенія училища, гдѣ происходятъ чтенія лекцій или практическія занятія, лицъ, не имѣющихъ билетовъ для входа и не получившихъ особаго разрѣшенія директора; 6) принимать всѣ зависящія отъ нея мѣры, дабы студенты соблюдали благоприличіе въ наружномъ своемъ видѣ; 7) ежедневно слѣдить за посѣщеніемъ училища студентами и въ случаѣ продолжительнаго отсутствія студента (въ теченіе по большей мѣрѣ одной недѣли) наводить о немъ справку по мѣсту его жительства и о студентахъ, сдѣлавшихъ болѣе 70 манкировокъ, представлять вѣдомость

помощнику директора по учебной части; 8) наблюдать за тѣмъ, чтобы въ училищѣ студенты своевременно распредѣлялись въ помѣщеніяхъ, назначенныхъ для ихъ занятій, сообразно расписанію сихъ послѣднихъ; 9) принимать мѣры къ тому, чтобы въ помѣщеніяхъ училища, открытыхъ для студентовъ, не происходило ничего, могущаго нарушить порядокъ и тишину, столь необходимые для правильныхъ занятій, предупреждать и стараться дѣлать недѣйствительными всѣ попытки устраивать сходки и шумныя сборища, доводя о каждой изъ такихъ попытокъ, а равно и о состоявшихся, не смотря на принятыя мѣры, сходкахъ, немедленно до свѣдѣнія директора, и содѣйствовать ему къ прекращенію такихъ безпорядковъ, исполняя при этомъ всѣ могущія послѣдовать отъ него приказанія.

§ 4. Въ чрезвычайныхъ случаяхъ, относящихся до надзора за студентами и сохраненія порядка и спокойствія въ стѣнахъ училища, инспекторъ, при отсутствіи на мѣстѣ директора и его помощника, лично принимаетъ необходимыя мѣры.

§ 5. Всѣ чины инспекціи должны находиться въ училищѣ въ будни во все время, пока продолжаются лекціи, а также во время торжественныхъ собраній. Въ остальные дни и часы чины инспекціи обязаны отбывать дежурства по расписанію, составленному инспекторомъ и утвержденному директоромъ училища. Директоръ, однако, по соображенію дѣйствительной возможности и мѣстныхъ условій, съ разрѣшенія попечителя учебнаго округа, можетъ облегчать чинамъ инспекціи исполненіе обязанностей, объясненныхъ въ семъ параграфѣ.

§ 6. Чины инспекціи имѣютъ право входа во всѣ помѣщенія училища, не исключая кабинетовъ, лабораторій и мастерскихъ.

§ 7. Помѣщеніе, предназначенное для ареста студентовъ, находится въ непосредственномъ веденіи инспектора и подъ ближайшимъ надзоромъ одного изъ чиновъ инспекціи, по назначенію директора.

§ 8. О несостоявшихся лекціяхъ и практическихъ занятіяхъ и о причинахъ сего инспекція ежедневно доводитъ до свѣдѣнія директора.

§ 9. Помощники инспектора исполняютъ всѣ распоряженія инспектора, какъ непосредственнаго своего начальника.

§ 10. Въ случаѣ болѣзни или отпуска инспектора, должность его исправляетъ одинъ изъ помощниковъ, назначаемый для сего попечителемъ учебнаго округа, по представленію директора.

7. Объ утвержденіи списка среднихъ учебныхъ заведеній, курсъ коихъ признается достаточнымъ для поступленія въ высшія спеціальныя учебныя заведенія.

Отдѣленіе промышленныхъ училищъ препроводило прилагаемый при семъ утвержденный Г. Управляющимъ Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія списокъ среднихъ учебныхъ заведеній, курсъ коихъ признается достаточнымъ для поступленія въ высшія спеціальныя учебныя заведенія Министерства.

При чемъ, въ дополненіе къ упомянутому списку среднихъ учебныхъ заведеній, Г. Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 7 августа 1898 г. за № 19787 увѣдомилъ, что въ виду поздняго опубликованія списка онъ считаетъ возможнымъ отмѣнить на предстоящій 1898—99 учебный годъ дѣйствіе примѣчанія къ п. 24, допустивъ къ пріему въ означенныя учебныя заведенія лицъ, выдержавшихъ окончательныя испытанія при кадетскихъ корпусахъ, но не прошедшихъ полнаго систематическаго курса.

Списокъ среднихъ учебныхъ заведеній, курсъ коихъ признается достаточнымъ для допущенія къ конкурснымъ испытаніямъ для поступленія въ высшія спеціальныя учебныя заведенія Министерства Народнаго Просвѣщенія.

1) Гимназіи и реальныя училища съ дополнительнымъ классомъ.

Примѣчаніе. Допускаются къ конкурснымъ испытаніямъ для поступленія въ высшія спеціальныя учебныя заведенія лица, выдержавшія въ качествѣ экстерновъ испытанія на аттестатъ зрѣлости изъ полнаго курса гимназій и реальныхъ училищъ съ дополнительнымъ классомъ, а также лица, имѣющія свидѣтельства о выдержаніи экзамена изъ курса гимназій безъ древнихъ языковъ.

2) Нижегородскій Институтъ Императора Александра II.

3) Гимназическіе классы Лицея Цесаревича Николая.

4) Гимназическіе классы Лазаревскаго Института восточныхъ языковъ.

5) Землемѣрные классы Константиновскаго Межевого Института.

6) Коллегія Павла Галагана въ Кіевѣ.

7) Гатчинскій Сиротскій Институтъ Императора Николая I.

8) Училища при церквахъ иностранныхъ исповѣданій въ С.-Петербургѣ и Москвѣ, для окончившихъ курсъ отдѣленій гимназическаго и реальнаго съ дополнительнымъ классомъ.

9) Частныя гимназіи и реальныя училища съ дополнительнымъ классомъ, пользующіяся правами правительственныхъ гимназій и реальныхъ училищъ, а также тѣ, гдѣ испытанія зрѣлости производятся на основаніи примѣч. 1 къ § 45 правилъ объ испытаніяхъ.

10) Московская Практическая Академія коммерческихъ наукъ.

11) Коммерческія училища Министерства Финансовъ и вѣдомства учрежденій Императрицы Маріи.

12) Среднія техническія училища по соотвѣтственной спеціальности.

13) Комиссаровское техническое училище въ Москвѣ.

14) Лодзинское высшее ремесленное училище.

15) Частныя среднія техническія училища, пользующіяся правами правительственныхъ среднихъ техническихъ училищъ.

16) Пріютъ (училище) Принца Петра Георгіевича Ольденбургскаго.

17) Техническое училище Морского вѣдомства въ Кронштадтѣ.

18) Военно-топографическое училище.

19) Николаевское инженерное училище.

20) Павловское и Александровское военныя училища.

21) Михайловское и Константиновское артиллерійскія училища.

22) Николаевское Кавалерійское училище.

23) Пажескій Его Императорскаго Величества корпусъ.

24) Морской и Кадетскіе корпуса.

Примѣчаніе. Лица, выдержавшія окончательныя испытанія при кадетскихъ корпусахъ, но не прошедшія полнаго

систематическаго курса, къ конкурснымъ испытаніямъ для поступленія въ высшія спеціальныя учебныя заведенія Министерства Народнаго Просвѣщенія не допускаются.

25) Духовныя семинаріи православнаго исповѣданія.

26) Земледѣльческія училища, для окончившихъ курсъ съ аттестатомъ 1-го разряда.

8. О назначеніи новой должности преподавателя по архитектурѣ.

Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія Г. Товарищъ Министра предложеніемъ отъ 12 сентября 1898 года за № 22882 изволилъ назначить при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ новую должность преподавателя по архитектурѣ при 2 годовыхъ часахъ, съ отнесеніемъ потребнаго на вознагражденіе расхода на счетъ спеціальныхъ средствъ названнаго Училища.

Распоряженія Попечителя Московскаго Учебнаго Округа.

1. Объ утвержденіи правилъ для завѣдыванія и пользованія библіотекою.

Г. Попечитель Московскаго Учебнаго Округа при предложеніи отъ 14 января 1898 года за № 902 изволилъ препроводить нижеслѣдующія утвержденныя имъ правила для завѣдыванія и пользованія библіотекою Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

I. Завѣдываніе библіотекою.

§ 1. Библіотека находится подъ наблюденіемъ библіотечной комиссіи, состоящей изъ помощника директора по учебной части и двухъ профессоровъ или адъюнктъ-профессоровъ училища, по одному изъ каждаго отдѣленія, избираемыхъ учебнымъ комитетомъ. Библіотекарь исполняетъ обязанности дѣлопроизводителя библіо-

течной комиссіи и участвуетъ въ ея засѣданіяхъ съ правомъ совѣщательнаго голоса.

§ 2. Библіотечная комиссія заботится о пополненіи библіотеки книгами и журналами и о правильномъ веденіи ея дѣлъ. Свои заключенія по различнаго рода дѣламъ библіотечная комиссія представляетъ директору училища для внесенія въ учебный или хозяйственный комитетъ по принадлежности.

§ 3. На обязанность библіотечной комиссіи возлагается:

1) Разсмотрѣніе заявленій о пріобрѣтеніи новыхъ книгъ и журналовъ;

2) Разсмотрѣніе заявленій, касающихся благосостоянія библіотеки вообще;

3) Разсмотрѣніе заключеній библіотекаря о сочиненіяхъ, приносимыхъ въ даръ или поступающихъ въ обмѣнъ;

4) Разсмотрѣніе представленій библіотекаря о книгахъ ненужныхъ или пришедшихъ въ ветхость;

5) Повѣрка представляемыхъ библіотекаремъ въ концѣ каждаго учебнаго года прибавленій къ систематическому каталогу библіотеки;

6) Забота объ ежегодномъ печатаніи прибавленій къ систематическому каталогу и объ изданіи, по мѣрѣ надобности, новаго каталога библіотеки;

7) Составленіе списка книгъ, которыя не могутъ быть выдаваемы на домъ. Въ этотъ списокъ должны быть внесены лексиконы, справочныя книги, книги рѣдкія и не имѣющіяся въ продажѣ.

§ 4. Непосредственное завѣдываніе библіотекой лежитъ на обязанности библіотекаря, который составляетъ каталоги, ведетъ всѣ книги и списки, указанные въ § 7 сихъ правилъ, принимаетъ всѣ требованія на сочиненія и журналы и выдаетъ ихъ требующимъ, а также наблюдаетъ за порядкомъ занятій въ библіотекѣ.

§ 5. Библіотекарь, отвѣтствуя за сохранность книгъ въ библіотекѣ, наблюдаетъ, чтобы пользующіеся книгами въ библіотекѣ или внѣ ея возвращали ихъ въ цѣлости, неиспорченными, неизорванными и неразбитыми, и чтобы всѣ листы, рисунки, карты, планы и чертежи въ нихъ находились на лицо.

§ 6. Въ случаѣ потери или значительной порчи книги кѣмъ-либо изъ взявшихъ ее для пользованія, библіотекарь немедленно сообщаетъ объ этомъ хозяйственному комитету училища, который

и принимаетъ мѣры для взысканія цѣнности книги съ лица, ее утратившаго или испортившаго.

§ 7. Въ библіотекѣ ведутся нижеслѣдующія книги:

1) Шнуровая инвентарная книга для записыванія всѣхъ пріобрѣтеній библіотеки, подраздѣляемая на пять отдѣловъ, а именно: для записыванія книгъ, пріобрѣтаемыхъ покупкою, для періодическихъ изданій, для книгъ жертвуемыхъ, для книгъ получаемыхъ въ обмѣнъ и для записыванія разнаго движимаго имущества библіотеки;

2) Каталогъ систематическій;

3) Каталогъ карточный;

4) Книга для записыванія изданій, отданныхъ въ переплетъ;

5) Списокъ книгъ, не подлежащихъ выдачѣ на домъ;

6) Книга для записыванія заявленій профессоровъ и преподавателей о пріобрѣтеніи въ библіотеку книгъ и журналовъ, а также заявленій по другимъ вопросамъ, касающимся библіотеки;

7) Книга для записыванія сочиненій, выдаваемыхъ для чтенія въ помѣщеніи библіотеки.

II. Пользованіе библіотекою.

А) Правила общія.

§ 8. Библіотека въ учебное время открыта ежедневно съ 10 часовъ утра до 3 часовъ пополудни и съ 5 до 7 часовъ вечера, за исключеніемъ воскресныхъ и праздничныхъ дней. Въ періодъ времени съ 1 іюня по 1 сентября библіотека открывается два раза въ недѣлю съ 10 часовъ утра до 3 часовъ пополудни въ дни, назначаемые директоромъ училища.

§ 9. Библіотекой пользуются всѣ преподающіе и другія должностныя лица училища и всѣ студенты онаго, съ соблюденіемъ нижеслѣдующихъ правилъ:

Б) Правила для выдачи книгъ на домъ преподающимъ и должностнымъ лицамъ училища.

§ 10. Всѣ служащія въ училищѣ лица могутъ получать на домъ книги и журналы въ количествѣ не болѣе 50 томовъ.

§ 11. На домъ не выдаются книги, означенныя въ спискѣ, упомянутомъ въ § 7 сихъ правилъ. Книги не переплетенныя, за

исключеніемъ журналовъ, выдаются на домъ только служащимъ по учебной части.

§ 12. Послѣдніе номера всѣхъ журналовъ за текущій годъ выставляются въ библіотекѣ въ особой комнатѣ. По полученіи новыхъ номеровъ они выдаются изъ библіотеки на общихъ основаніяхъ.

§ 13. Срокъ, на который служащимъ выдаются книги на домъ опредѣляется: для отдѣльныхъ сочиненій и журналовъ предыдущихъ лѣтъ два мѣсяца, а для журналовъ текущаго года двѣ недѣли.

§ 14. Если по истеченіи означеннаго срока по взятіи на домъ книги не явится требованіе отъ другого лица, то взявшій книгу можетъ продержать ее и болѣе этого времени, но съ обязательствомъ возвратить ее по первому требованію.

§ 15. Если до истеченія срока на выданную изъ библіотеки книгу послѣдуетъ требованіе отъ другого лица, то библіотекарь увѣдомляетъ о томъ письменно лицо, взявшее книгу, сообщая ему срокъ, до котораго книга взята.

§ 16. Если возвращенная по требованію библіотекаря книга не была въ теченіе недѣли взята лицомъ, ее требовавшимъ, то она вновь можетъ быть выдана лицу, ее возвратившему, на срокъ, указанный въ § 13 сихъ правилъ.

§ 17. Не позже 25 мая каждаго года взятые на домъ книги и журналы должны быть возвращены въ библіотеку для контроля, по окончаніи котораго они могутъ быть взяты обратно. Библіотекарь обязанъ напоминать объ этомъ ежегодно всѣмъ лицамъ, получившимъ книги изъ библіотеки.

§ 18. Въ случаѣ невозвращенія книгъ въ сроки, указанные въ §§ 13, 14 и 17, книги считаются утраченными и на пріобрѣтеніе новыхъ экземпляровъ удерживается стоимость ихъ изъ жалованья лицъ, за которыми онѣ числятся.

§ 19. Для требованія книгъ на домъ въ библіотекѣ имѣются особые требовательные бланки, которые выдаются служащимъ въ училищѣ лицамъ. Если лицо не можетъ явиться лично за полученіемъ книги изъ библіотеки, то оно присылаетъ библіотечный бланкъ за своею подписью, въ которомъ вписана желаемая къ полученію книга. По этому бланку книга выдается посланному лицу, а расписка оставляется въ библіотекѣ. Если требуемой книги

нѣтъ налицо, то библіотекарь возвращаетъ бланкъ обратно, отмѣтивъ на немъ, кому книга выдана и когда подлежитъ возвращенію.

В) Правила для выдачи книгъ на домъ студентамъ училища.

§ 20. Всѣ студенты имѣютъ право получать книги на домъ въ количествѣ не болѣе одного сочиненія.

§ 21. Стоимость всѣхъ книгъ, которыя выдаются студенту на домъ, не должна превышать 20 рублей.

§ 22. Студентамъ не выдаются на домъ книги, означенныя въ спискѣ, упомянутомъ въ § 7 сихъ правилъ, а также журналы и періодическія изданія, книги непереплетенныя и книги, запрещенныя цензурою.

§ 23. Книги выдаются студентамъ на домъ на двѣ недѣли. Если въ этотъ срокъ не явится требованія на книгу, то она можетъ остаться у взявшаго ее еще на двѣ недѣли, при чемъ требуется новая расписка въ полученіи ея изъ библіотеки.

§ 24. Студентъ, взявшій книгу изъ библіотеки на домъ, при наступленіи срока обязанъ справиться, не поступило ли на нее требованія, и, если таковое поступило, долженъ возвратить книгу въ библіотеку не позже какъ на другой день.

§ 25. Всѣ книги, взятыя студентами на домъ, должны быть возвращены до начала лѣтнихъ каникулъ, т. е. до 1 іюля.

§ 26. Если книга не возвращена студентомъ въ библіотеку по окончаніи срока или по предъявленіи на нее требованія отъ библіотеки въ теченіе недѣли, то студентъ увѣдомляется черезъ инспекцію о томъ, что онъ обязанъ или возвратить книгу, или пріобрѣсти новую и что отпускъ ему новыхъ книгъ будетъ прекращенъ, а стоимость не возвращенныхъ книгъ будетъ считаться за нимъ долгомъ, который онъ обязанъ уплатить училищу.

§ 27. Отпуски и документы выдаются студентамъ только по предъявленіи ими удостовѣренія о томъ, что за ними не числится книгъ въ библіотекѣ.

Г) Правила пользованія книгами въ залахъ библіотеки.

§ 28. Всѣ студенты могутъ пользоваться книгами для чтенія въ помѣщеніи библіотеки, кромѣ книгъ, цензурою запрещенныхъ.

§ 29. Книги для чтенія въ библіотекѣ выдаются студентамъ въ будничные дни въ часы, установленные учебнымъ комитетомъ.

§ 30. Студентъ, взявшій сочиненіе для чтенія въ библіотекѣ, расписывается въ особой книгѣ, а въ полученное сочиненіе кладетъ записку съ своимъ именемъ. Съ этой запиской сочиненіе хранится въ особомъ шкафу и выдается студенту для чтенія.

§ 31. Взятая для чтенія книга возвращается студентомъ библіотекарю по окончаніи надобности, но не позже двухъ недѣль, если на нее явится требованіе со стороны другого лица.

§ 32. Книга, взятая студентомъ для чтенія и хранящаяся въ шкафу библіотеки, можетъ быть выдана для чтенія въ библіотекѣ и другому студенту въ то время, какъ взявшій ее для чтенія студентъ ею не пользуется.

§ 33. Взятыми книгами студентъ долженъ пользоваться со всевозможною бережливостію. Запрещается дѣлать на книгахъ замѣтки, подчеркиванія, проколы кнопками и т. п. Получающему книгу предлагается провѣрить, нѣтъ ли въ ней вырванныхъ чертежей, помарокъ и другихъ недостатковъ, которые вносятся въ расписку получателя.

§ 34. Всѣ должностныя лица училища могутъ получать книги для чтенія въ залахъ библіотеки съ соблюденіемъ предыдущихъ правилъ, установленныхъ для студентовъ.

2. Объ открытіи новыхъ шести преподавательскихъ должностей.

Г. Попечитель Московскаго Учебнаго Округа, руководствуясь § 60 устава Императорскаго Московскаго Техническаго Училища, предложеніемъ отъ 25 апрѣля 1898 г. за № 10455 изволилъ сдѣлать распоряженіе къ объявленію во всеобщее свѣдѣніе о вызовѣ желающихъ занять вновь открываемыя при вышеупомянутомъ Училищѣ нижеслѣдующія преподавательскія должности съ правами государственной службы, а именно:

1) По паровозамъ и подвижному желѣзнодорожному составу на IV и V курсахъ механическаго отдѣленія при 2 лекціяхъ въ недѣлю съ вознагражденіемъ по 200 руб. за лекцію.

2) По математикѣ на 1 курсѣ химическаго отдѣленія при 4 лекціяхъ въ недѣлю съ вознагражденіемъ по 200 р. за лекцію и при 3 репетиціяхъ съ вознагражденіемъ по 150 р. за репетицію.

3) По математикѣ на 1 курсѣ механическаго отдѣленія при 10 репетиціяхъ съ вознагражденіемъ по 150 р. за репетицію.

4) По химіи на 1 курсѣ механическаго отдѣленія при 3 лекціяхъ въ недѣлю съ вознагражденіемъ по 200 р. за лекцію и при 4 репетиціяхъ съ вознагражденіемъ по 150 р. за репетицію.

5) По черченію на 1 курсѣ при 6 часахъ въ недѣлю съ вознагражденіемъ по 120 р. за часъ.

6) По рисованію на 1 курсѣ при 4 часахъ въ недѣлю съ вознагражденіемъ по 120 рублей за часъ.

Личный составъ служащихъ.

а) Почетные члены училища.

Министръ Финансовъ, статсъ-секретарь, тайный совѣтникъ Сергѣй Юльевичъ Витте (съ 9 марта 1898 года).

Тайный совѣтникъ Дмитрій Ивановичъ Менделѣевъ.

б) Служащіе по учебной и административной части:

Директоръ, дѣйствительный статскій совѣтникъ, Иванъ Васильевичъ Аристовъ.

Профессоры:

Теоретической механики: Жуковскій, Николай Егоровичъ, докторъ прикладной математики Московскаго Университета, дѣйствительный статскій совѣтникъ.

Прикладной механики: Зерновъ, Дмитрій Степановичъ, кандидатъ Московскаго Университета, инженеръ-технологъ, статскій совѣтникъ (по 27 іюня 1898 года).

Худяковъ, Петръ Кондратьевичъ, ученый-инженеръ механикъ, статскій совѣтникъ.

Строительнаго искусства: Черепашинскій, Михаилъ Михайловичъ, статскій совѣтникъ.

Технологіи металловъ и дерева:	Гавриленко, Александръ Павловичъ, инженеръ-механикъ, коллежскій совѣтникъ (съ 27 сентября 1898 года).
Машиностроенія:	Сидоровъ, Анатолій Ивановичъ, кандидатъ Московскаго Университета, инженеръ-механикъ, коллежскій совѣтникъ (съ 15 декабря 1898 года).
Технологіи волокнистыхъ веществъ:	Ѳедоровъ, Семенъ Андреевичъ, ученый инженеръ-механикъ, статскій совѣтникъ.
Химической технологіи красильныхъ веществъ:	Петровъ, Петръ Петровичъ, ученый инженеръ-технологъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ (онъ же помощникъ директора по учебной части).
Химической технологіи питательныхъ веществъ:	Никитинскій, Яковъ Яковлевичъ, ученый инженеръ-технологъ, статскій совѣтникъ (онъ же секретарь учебнаго комитета).
Химической технологіи органическихъ веществъ:	Рудневъ, Владиміръ Матвѣевичъ, магистръ химіи С.-Петербургскаго Университета, инженеръ-технологъ, статскій совѣтникъ († 18 сентября 1898 г.).
Химической технологіи минеральныхъ веществъ:	Прокунинъ, Михаилъ Павловичъ, инженеръ-технологъ, статскій совѣтникъ (онъ же членъ хозяйственнаго комитета).

Исправляющіе должности профессоровъ:

Органической и неорганической химіи:	Колли, Александръ Андреевичъ, магистръ химіи Московскаго Университета, дѣйствительный статскій совѣтникъ.
Физики:	Щегляевъ, Владиміръ Сергѣевичъ, магистръ физики Московскаго Университета, сост. въ V кл.

Адъюнкты-профессоры:

Строительнаго искусства:	Залѣсскій, Василій Герасимовичъ, инженеръ-архитекторъ, статскій совѣтникъ.

Технологіи металловъ и дерева: Гавриленко, Александръ Павловичъ, инженеръ-механикъ, коллежскій совѣтникъ (по 27 сентября 1898 года).

Машиностроенія: Сидоровъ, Анатолій Ивановичъ, кандидатъ Московскаго Университета, инженеръ-механикъ, коллежскій совѣтникъ (по 15 декабря 1898 года).

И. д. адъюнктъ-профессора:

Аналитической химіи: Павловъ, Владиміръ Евграфовичъ, кандидатъ С.-Петербургскаго Университета, коллежскій секретарь.

Законоучитель:

Виноградовъ, Николай Сергѣевичъ, священникъ, кандидатъ богословія.

Преподаватели:

Математики и аналитической механики: Чаплыгинъ, Сергѣй Алексѣевичъ, надворный совѣтникъ.

Математики: Шапошниковъ, Николай Александровичъ, статскій совѣтникъ (съ 13 октября 1898 г. по найму).

Горячевъ, Дмитрій Никаноровичъ, коллежскій совѣтникъ (съ 16 іюля 1898 г.).

Лахтинъ, Леонидъ Косьмичъ, коллежскій совѣтникъ (съ 16 іюля 1898 г.).

Начертательной геометріи и геодезіи: Михалевскій, Иванъ Елеазаровичъ, статскій совѣтникъ.

Проектированія по строительному искусству: Страховъ, Петръ Сергѣевичъ, надворный совѣтникъ.

Проектированія по построенію машинъ: Марковъ, Николай Ивановичъ, надворный совѣтникъ (по 16 іюля 1898 г.).

Зворыкинъ, Владиміръ Васильевичъ, надворный совѣтникъ.

Астровъ, Александръ Ивановичъ, надворный совѣтникъ (съ 20 ноября 1898 года).

Проектированія деталей машинъ и крановъ:	Гриневецкій, Василій Игнатьевичъ, надворный совѣтникъ.
Проектированія паровыхъ котловъ:	Астровъ, Александръ Ивановичъ, надворный совѣтникъ (по 20 ноября 1898 года).
Прикладной механики:	Карельскихъ, Константинъ Павловичъ, надворный совѣтникъ.
	Мерцаловъ, Николай Ивановичъ, инженеръ-механикъ (по найму съ 28 сентября 1898 года).
По паровозамъ и подвижному желѣзнодорожному составу:	Марковъ, Николай Ивановичъ, надворный совѣтникъ (съ 16 іюля 1898 г.).
Химической технологіи и металлургіи:	Тумскій, Константинъ Ивановичъ, статскій совѣтникъ.
Химіи:	Реформатскій, Александръ Николаевичъ, коллежскій асессоръ (съ 16 іюля 1898 года).
Анатоміи и физіологіи растеній:	Артари, Александръ Петровичъ, надворный совѣтникъ.
Минералогіи съ геогнозіей:	Соколовъ, Владиміръ Дмитріевичъ, статскій совѣтникъ.
Вентиляціи и отопленія:	Чаплинъ, Владиміръ Михайловичъ, надворный совѣтникъ.
Политической эконом. и статистики:	Булгаковъ, Сергѣй Николаевичъ, надворный совѣтникъ.
Черченія:	Ронжинъ, Николай Васильевичъ, коллежскій совѣтникъ.
	Румянцевъ, Василій Алексѣевичъ, надворный совѣтникъ.
	Зубаревъ, Дмитрій Васильевичъ, надворный совѣтникъ.
	Киферъ, Людвигъ Генриховичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 16 іюля 1898 года).

Черченія:
- Лукинъ, Матвѣй Григорьевичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 15 октября 1898 г.).
- Ламакинъ, Александръ Андреевичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 15 октября 1898 г.).

Бухгалтеріи: Владимировъ, Моисей Евстафьевичъ, статскій совѣтникъ.

Нѣмецкаго языка. Бикъ, Евгеній Николаевичъ, статскій совѣтникъ.

Французскаго языка: Газань, Морисъ Альфонсовичъ, французскій гражданинъ, сост. въ VII кл. (съ 1 марта 1898 г. съ правами службы).

Рисованія:
- Турчаниновъ, Капитонъ Ѳедоровичъ, статскій совѣтникъ.
- Горскій, Константинъ Николаевичъ, надворный совѣтникъ.
- Васильевъ, Леонидъ Осиповичъ, коллежскій совѣтникъ (съ 16 іюля 1898 г.).
- Ивановъ, Александръ Павловичъ, титулярный совѣтникъ (съ 15 октября 1898 года).

Главный инженеръ-механикъ:

Пермяковъ, Александръ Ивановичъ, коллежскій совѣтникъ (онъ же членъ хозяйственнаго комитета).

Инспекторъ учебныхъ мастерскихъ:

Петровъ, Никаноръ Петровичъ, надворный совѣтникъ (онъ же членъ хозяйственнаго комитета)—съ 21 марта 1898 г.

Завѣдывающіе мастерскими:

Модельною:
- Вессель, Александръ Карловичъ, надворный совѣтникъ (онъ же кандидатъ къ членамъ хозяйственнаго комитета).

Модельною:

Котельниковъ, Алексѣй Ивановичъ, надворный совѣтникъ (онъ же кандидатъ къ членамъ хозяйственнаго комитета)—по 1 іюня 1898 года.

Давыдовъ, Василій Петровичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 15 сентября 1898 года).

Литейною:

Ларіоновъ, Герасимъ Иларіоновичъ, надворный совѣтникъ.

Кузнечною:

Котельниковъ, Алексѣй Ивановичъ, надворный совѣтникъ (по 1 іюня 1898 г. по найму).

Шутковъ, Алексѣй Алексѣевичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 18 іюня 1898 года).

Слесарною:

Гиллертъ, Вильгельмъ Арнольдовичъ, надворный совѣтникъ (онъ же кандидатъ къ членамъ хозяйственнаго комитета).

Механическою и сборною:

Петровъ, Никаноръ Петровичъ, надворный совѣтникъ (по 21 марта 1898 г.).

Поповъ, Степанъ Дмитріевичъ, надворный совѣтникъ.

Розановъ, Павелъ Петровичъ, инженеръ-механикъ, сост. въ VII кл. (съ 24 іюля 1898 года).

Лаборанты:

Въ аналитической лабораторіи:

Солонина, Василій Андреевичъ, надворный совѣтникъ.

Нагорновъ, Николай Николаевичъ, коллежскій ассесоръ.

Въ органической лабораторіи:

Поляковъ, Александръ Андреевичъ, надворный совѣтникъ.

Новоселовъ, Иванъ Михайловичъ, коллежскій ассесоръ (испр. д.)—по 1 ноября 1898 года.

Шарвинъ, Василій Васильевичъ, инженеръ-технологъ, сост. въ VIII кл. (съ 13 августа 1898 года).

Въ лабораторіи по химической технологіи органическихъ веществъ:	Ланговой, Сергѣй Петровичъ, коллежскій ассесоръ.
Въ лабораторіи по химической технологіи минеральныхъ веществъ:	Бочваръ, Анатолій Михайловичъ, коллежскій ассесоръ.
Въ лабораторіи по химической технологіи питательныхъ веществъ.	Шустовъ, Александръ Николаевичъ, коллежскій ассесоръ.
Въ лабораторіи по химической технологіи красильныхъ веществъ:	Виноградовъ, Ѳедоръ Ѳедоровичъ, инженеръ-технологъ, сост. въ VIII кл. (съ 5 февраля 1898 года).
Въ физической лабораторіи:	Величковскій, Анатолій Порфирьевичъ, коллежскій ассесоръ.

Библіотекарь:

Орловъ, Владиміръ Владиміровичъ, титулярный совѣтникъ.

Инспекторъ студентовъ:

Циркуновъ, Николай Петровичъ, статскій совѣтникъ.

Помощники инспектора студентовъ:

Пѣвницкій, Викторъ Ивановичъ, статскій совѣтникъ.

Панинъ, Павелъ Ѳедоровичъ, коллежскій совѣтникъ.

Смирновъ, Владиміръ Александровичъ, коллежскій ассесоръ (онъ же преподаватель англійскаго языка изъ платы по найму).

Богаевскій, Петръ Михайловичъ, титулярный совѣтникъ (по 7 февраля 1898 года).

Булгаковъ, Николай Васильевичъ, надворный совѣтникъ (съ 2 октября 1898 г.).

Казанскій, Сергѣй Петровичъ, коллежскій ассесоръ (съ 19 декабря 1898 года).

Служащіе по административной части:

Дѣлопроизводитель:	Еремѣевъ, Ѳедоръ Дмитріевичъ, коллежскій совѣтникъ.
Помощникъ его (онъ же архиваріусъ):	Любимовъ, Кондратій Дмитріевичъ, сост. въ IX кл.
Бухгалтеръ:	Лакашинъ, Владиміръ Петровичъ, коллежскій совѣтникъ.
Помощникъ его (онъ же казначей):	Кречетовъ, Петръ Семеновичъ, сост. въ IX кл.
Смотритель зданій (онъ же экзекуторъ):	Глейнигъ, Николай Андреевичъ, коллежскій совѣтникъ.
Архитекторъ:	Никифоровъ, Александръ Алексѣевичъ, статскій совѣтникъ.
Діаконъ (на вакансіи псаломщика):	Любимовъ, Александръ Александровичъ.
Церковный староста:	Бородинъ, Николай Михайловичъ, потомственный почетный гражданинъ.
Врачъ:	Карлинъ, Михаилъ Арсеньевичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ.
Сверхштатный врачъ:	Боголюбовъ, Мелитонъ Петровичъ, статскій совѣтникъ.
Фельдшеръ:	Кирилловъ, Александръ Кирилловичъ, коллежскій регистраторъ.

Учебный планъ на 1898—99 учебный г.

1 Курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Богословіе	2	
2. Начертательная геометрія (изъ нихъ 2 часа во II полугодіи на эпюры).	3	репетиціи.
3. Теоретическая механика (съ упражненіями).	4	
4. Физика.	3	

5. Черченіе техническое и архитектурное (въ 5 группахъ, изъ которыхъ одна занимается 7 часовъ). 6
6. Рисованіе (въ 3 группахъ, изъ которыхъ одна занимается 5 часовъ). 4

Итого 22

б) Предметы механическаго отдѣленія:

7. Аналитическая геометрія на плоскости и въ пространствѣ. . 3
8. Начала дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій съ геометрическими приложеніями 3
9. Химія. 3

(репетиціи.)

Итого. . . . 31

в) Предметы химическаго отдѣленія:

7. Математика 4
8. Неорганическая хим. 4

(репет.)

Итого . . . 30

Передъ II курсомъ съ 16 августа по 1 сентября сплошныя занятія по 6 часовъ въ день въ токарной по дереву и модельно-столярной мастерскихъ для механическаго отдѣленія и въ аналитической лабораторіи для химическаго отдѣленія.

II курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Прикладная механика (съ упражненіями) 4
2. Физика. 3

(реп.)

3. Строительное искусство (строительные матеріалы и работы). 2
4. Черченіе съ натуры и по относительнымъ размѣрамъ (въ 3 группахъ). 6
5. Геодезія. 1

Итого. . . . 16

б) Предметы механическаго отдѣленія:

6. Высшій анализъ (высшая алгебра и дополнительныя статьи по дифференц. и интегральн. исчисленіямъ). 3
7. Аналитическая механика 2
8. Сопротивленіе матеріаловъ. 3
9. Построеніе деталей машинъ. 2
10. Занятія въ мастерскихъ: токарной по дереву ($^1/_4$ г.) и модельно-столярной ($^3/_4$ г.) 6

} репетиціи.

Итого. . . . 32

в) Предметы химическаго отдѣленія:

6. Органическая химія 2 (р.)
7. Минералогія и геологія 1
8. Практическія занятія 1 по минералогіи (въ 2 группахъ) 1
9. Сопротивленіе матеріаловъ (съ упражненіями) 1
10. Архитектура. . . . . 2 (лекціи сводныя съ 3 курс. механ. отд.).
11. Химія аналитическ. 1
12. Занятія въ аналитической лабораторіи по качествен. анализу 12

Итого. . . . 36

Съ 1 по 15 іюня практическія занятія по геодезіи.

Передъ III курсомъ съ 16 августа по 1 сентября сплошныя занятія по 6 часовъ въ день—для механическаго отдѣленія въ кузницѣ, литейной, модельной и слесарной мастерскихъ; для химическаго отдѣленія въ аналитической лабораторіи по количественному анализу.

III курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Построеніе паровыхъ котловъ (лекціи сводныя съ III спеціальнымъ классомъ механ. отдѣл.). 2
2. Металлургія 2
3. Отопленіе и вентиляція (2 часа во II полугодіи). . . . 1

Итого 5

б) Предметы механическаго отдѣленія:

4. Архитектура (совмѣстно со II курсомъ химич. отд.)	2
5. Гидравлика и теорія гидравлическихъ двигателей.	2
6. Термодинамика и теорія паровыхъ машинъ.	3
7. Построеніе грузоподъемныхъ машинъ (3 ч. въ I полугодіи). . . .	1½
8. Графостатика и строительная механика. .	3
9. Технологія металловъ и дерева.	2
10. Проектированіе деталей машинъ и кранов (въ 5 группахъ)	6
11. Работы въ мастерскихъ: модельной (1/6 г), литейной (1/3 г.), кузнечной (1/6 года) и слесарной (1/3 года)	12
Итого. . .	36½
Для желающихъ практическія занятія по физикѣ	3

в) Предметы химическаго отдѣленія:

4. Органическая химія.	2
5. Технологія минеральныхъ веществъ. . . .	4
6. Бесѣды по тому же предмету.	1
7. Механич. технологія.	1
8. Дополнительн. курсъ по прикладной механикѣ.	1
9. Ботаника.	2
10. Практическія занятія по ботаникѣ (въ 2 группахъ)	2
11. Проектированіе по архитектурѣ	2
12. Практическія занятія по физикѣ (въ 2 группахъ)	4
13. Химія аналитическая.	1
14. Занятія въ аналитической лабораторіи (12 часовъ въ I полугодіи).	6
15. Занятія въ лабораторіи общей химіи (12 часовъ во II полугодіи).	6
Итого. . .	37

Передъ IV курсомъ съ 16 августа по 1 сентября сплошныя занятія: въ слесарной мастерской—для механическаго отдѣленія, въ механическихъ мастерскихъ и на заводѣ училища—для химическаго отдѣленія.

IV курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Технологія волокнистыхъ веществъ. 3

б) Предметы механическаго отдѣленія.

2. Курсъ построенія паровыхъ машинъ. . . . 2
3. Механическая технологія (машины для обработки металловъ и дерева) 3
4. Построеніе насосовъ. $1^1/_2$
5. Воздуходувныя машишины, вентиляторы и компрессоры . . . . . $1^1/_2$
6. Гидротехническія сооруженія, водоснабженіе и канализація. 2
7. Паровозы и подвижной желѣзнодорожный составъ (лекціи сводныя съ V курсомъ) 2
8. Проектированіе паровыхъ котловъ (въ 2 группахъ) 3
9. Проектированіе водяныхъ двигателей (въ 2 группахъ) 3
10. Проектированіе по архитектурѣ. 2
11. Проектированіе по строительной механикѣ (въ 2 группахъ). 3
12. Занятія въ слесарной мастерской 12

Итого. . . 38

в) Предметы химическаго отдѣленія:

2. Технологія органическихъ веществъ . . . 4
3. Бесѣды по тому же предмету 1
4. Технологія питательныхъ веществъ. . . . 4
5. Бесѣды по тому же предмету 1
6. Технологія красильныхъ веществъ. . . . 4
7. Бесѣды по тому же предмету 1
8. Проектированіе паровыхъ котловъ. 1
9. Занятія въ лабораторіи общей химіи (18 часовъ въ I полугодіи и 12 часовъ во II полугодіи) 15
10. Практическія занятія въ химико-техническихъ мастерскихъ (въ II полугодіи 6 часовъ) 3

Итого. . . 37

При переходѣ на V курсъ въ теченіе лѣтняго вакаціоннаго времени назначаются обязательныя занятія на фабрикахъ, заводахъ и желѣзныхъ дорогахъ примѣнительно къ тому спеціальному проекту, который студентъ будетъ исполнять на V курсѣ.

V курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ:

1. Бухгалтерія (лекціи сводныя съ III спеціальнымъ классомъ) 1
2. Политическая экономія и статистика (лекціи сводныя съ III спеціальнымъ классомъ) 2
3. Проектированіе по строительной части при исполненіи спеціальныхъ проектовъ (2 часа во II полугодіи) . . . 1

Итого 4

б) Предметы механическаго отдѣленія:

4. Паровозы и подвижной желѣзнодорожный составъ (лекціи сводныя съ IV курсомъ). 2
5. Бесѣды по технологіи волокнистыхъ веществъ (съ группой, проектирующей по технологіи волокнистыхъ веществъ) . . 1
6. Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ (въ 3 груп.). 5
7. Проектированіе по спеціальнымъ предметамъ (въ 3 группахъ). 2

Примѣчаніе. Въ число спеціальныхъ предметовъ входятъ:

в) Предметы химическаго отдѣленія:

4. Проекты по химическ. производствамъ. . . . 6

Примѣчаніе. Въ число спеціальныхъ проектовъ входятъ:

а) Проектъ по технологіи минеральныхъ веществъ.
б) Проектъ по технологіи питательныхъ веществъ.
в) Проектъ по технологіи органическихъ веществъ.
г) Проектъ по технологіи красильныхъ веществъ.

Для каждаго студента обязательно исполненіе одного проекта.

а) Проекты по технологіи металловъ и дерева.		5. Занятія въ химико-техническихъ лабораторіяхъ	24
б) Проекты прядильныхъ и ткацкихъ фабрикъ.			
в) Проекты гидротехническихъ сооруженій.			
Для каждаго студента обязательно исполненіе одного изъ проектовъ.			
8. Занятія на заводѣ . .	1		
9. Экспериментальныя занятія по прикладной механикѣ	2		
10. Занятія въ механической ($^1/_3$ года) и въ сборной ($^2/_3$ года) мастерскихъ.	18		
Итого . . .	35	Итого . . .	34

Кромѣ того преподаются иностранные языки: французскій, нѣмецкій и англійскій, каждый по 2 часа въ недѣлю.

Каждый изъ студентовъ въ теченіе всего курса обязанъ сдать экзаменъ по одному изъ иностранныхъ языковъ.

Необязательно преподаются:

1) Инженерное искусство на V курсѣ механическаго отдѣленія при 2 часахъ въ недѣлю.

2) Проектированіе аппаратовъ по химической технологіи минеральныхъ веществъ на IV курсѣ химическаго отдѣленія при 1 часѣ въ недѣлю.

III специальный классъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ:

1. Химическая технологія питательныхъ веществъ. . . . 2 (р.)
2. Бухгалтерія (лекціи сводныя съ V курсомъ) 1

3. Политическая экономія и статистика (лекціи сводныя съ V курсомъ). 2
4. Проектированіе по строительной части при исполненіи спеціальныхъ проектовъ (2 часа во II полугодіи) 1

Итого 6

б) Предметы механическаго отдѣленія:

5. Построеніе паровыхъ котловъ (лекціи сводныя съ III курсомъ) 2
6. Проектированіе паровыхъ машинъ и котловъ (въ 2 группахъ) 4
7. Проектированіе по технологіи волокнистыхъ веществъ . . . 1
8. Проектированіе по технологіи металловъ и дерева 1
9. Проектированіе по инженерному искусству (въ 2 группахъ) 3
10. Занятія на заводѣ (въ 3 группахъ) . . . 3
11. Работы въ механической мастерской . . . 9

Итого 29

в) Предметы химическаго отдѣленія:

5. Проектированіе по химическимъ производствамъ (въ 4 группахъ) 2
6. Работы въ лабораторіи. 18

Итого 26

Распредѣленіе репетицій на 1898—99 учебный годъ.

I курсъ механическаго отдѣленія.

(200 студентовъ; 48 группъ).

Аналитическая геометрія. . . . 8 репетицій (3 преп. и 5 репет.).
Дифференціальное и интегральное исчисленія. . . . . 8 » (3 преп. и 5 репет.).
Начертательная геометрія . . . 8 » (преподав).

Теоретическая механика. . . . 8 » (4 профес. и 4 репет.).
Физика . . . . . 8 » (5 профес. и 3 репет.).
Химія. . . . . 8 » (репетит.).

Всего . . . 48 репетицій.

I курсъ химическаго отдѣленія

(60 студентовъ; 15 группъ).

Математика. . . . . 3 репетиціи (репетит.).
Начертательная геометрія . . . 3 » (преподав).
Теоретическая механика. . . . 3 » (1 проф. и 2 репет.).
Физика . . . . . 3 » (1 проф. и 2 репет.).
Неорганическая химія . . . . . 3 » (1 профес. и 2 репет).

Всего . . 15 репетицій.

II курсъ механическаго отдѣленія.

(145 студентовъ; 36 группъ).

Математика. . . . . 6 репетицій (преподав.).
Прикладная механика. . . . . 6 » (3 профес. и 3 репет.).
Физика . . . . . 6 » (3 профес. и 3 репет.).
Сопротивленіе матеріаловъ . . 6 » (3 профес. и 3 репет.).
Построеніе деталей машинъ. . 6 » (4 профес. и 2 репет.).
Аналитическая механика . . . 6 » (3 профес. и 3 репет.).

Всего . . 36 репетицій.

II курсъ химическаго отдѣленія.

(25 студентовъ; 5 группъ).

Прикладная механика. . . . . 1 репетиція (репетит.).
Физика . . . . . 1 » (репетит.).
Химія органическая. . . . . 1 » (профессор).

Всего . . 3 репетиціи.

III спеціальный классъ механ. и химич. отдѣленія.

(95 студентовъ; 20 группъ).

Химическая технологія питательныхъ веществъ. . . . . 2 репетиціи (репетит.).

Распредѣленіе учебныхъ занятій между профессорами и преподавателями въ 1898—99 учебномъ году.

Профессоры:

1. Н. Е. Жуковскій.	Теоретическая механика съ упражненіями на I курсѣ	4
	Аналитическая механика на II курсѣ механич. отдѣл.	2
	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ химич. отдѣл.	1
	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ механ. отдѣл.	4
	Репетиціи по аналитической механикѣ на II курсѣ механическ. отдѣл. . . .	3
2. Д. С. Зерновъ.	Прикладная механика съ упражненіями на II курсѣ	4
	Термодинамика и теорія паровыхъ машинъ на III курсѣ механич. отдѣл.	3
	Гидравлика и теорія гидравлическихъ двигателей на III курсѣ механич. отдѣл.	2
	Проектированіе водяныхъ двигателей на IV курсѣ механич. отдѣл.	3
	Репетиціи по прикладной механикѣ на II курсѣ механич. отдѣл.	3
	Экспериментальныя занятія по прикладной механикѣ на V курсѣ механическаго отдѣл.	2
3. А. А. Колли.	Химія неорганическая на I курсѣ химич. отдѣл.	4
	Химія органическая на II курсѣ химическаго отдѣл.	2
	Химія органическая на III курсѣ химическаго отдѣл.	2
	Репетиціи по неорганической химіи на I курсѣ химич. отдѣл.	1
	Репетиціи по органической химіи на II курсѣ химич. отдѣл.	1

Руководство работами въ химической лабораторіи.

4. Я. Я. Никитинскій. Химическая технологія питательныхъ веществъ на IV курсѣ химич. отдѣл. . 4

Бесѣды по тому же предмету на IV курсѣ химич. отдѣл. 1

Технологія питательныхъ веществъ въ III спеціал. классѣ. 2

Проектированіе по технологіи питательныхъ веществъ въ III спец. классѣ химич. отдѣл. 2

Проектированіе по химической технологіи питательныхъ веществъ на V курсѣ химич. отдѣл. 2

Руководство работами въ лабораторіи.

5. П. П. Петровъ. Технологія красильныхъ веществъ на IV курсѣ химич. отдѣл. 4

Бесѣды по тому же предмету на IV курсѣ химич. отдѣл. 1

Проектированіе по технологіи красильныхъ веществъ въ III спеціальн. классѣ химич. отдѣл. 2

Проектированіе по технологіи красильныхъ веществъ на V курсѣ химическаго отдѣл. 2

Руководство работами въ лабораторіи.

6. М. П. Прокунинъ. Технологія минеральныхъ веществъ на III курсѣ химич. отдѣл. 4

Бесѣды по тому же предмету на III курсѣ химич. отдѣл. 1

Проектированіе по технологіи минеральныхъ веществъ въ III спеціальн. классѣ химич. отдѣл. (совмѣстно съ V курс. химич. отдѣл.) 2

Проектированіе по технологіи минеральныхъ веществъ на V курсѣ хим. отдѣл. (совмѣстно съ III спеціальн. классомъ химич. отдѣл.) 2

	Руководство работами въ лабораторіи. Проектированіе аппаратовъ по химической технологіи минеральныхъ веществъ на IV курсѣ химич. отдѣл. (необязательный предметъ)	1
7. В. М. Рудневъ.	Технологія органическихъ веществъ на IV курсѣ химич. отдѣл.	4
	Бесѣды по тому же предмету на IV курсѣ химич. отдѣл.	1
	Проектированіе по технологіи органическихъ веществъ на V курсѣ хим. отд. Проектированіе по технологіи органическихъ веществъ въ III спеціал. классѣ химич. отдѣл.	2
	Руководство работами въ лабораторіи.	
8. С. А. Федоровъ.	Технологія волокнистыхъ веществъ на IV курсѣ	3
	Проектированіе по технологіи волокнистыхъ веществъ въ III спеціал. кл. механич. отдѣл.	1
	Бесѣды по технологіи волокнистыхъ веществъ на V курсѣ (съ группой, проектирующей по этому предмету) . . .	1
9. П. К. Худяковъ.	Сопротивленіе матеріаловъ на II курсѣ механич. отдѣл.	3
	Проектированіе деталей машинъ и кановъ на III курсѣ механич. отдѣл. . .	6
	Построеніе насосовъ на IV курсѣ механич. отдѣл.	$1^1/_2$
	Репетиціи по сопротивленію матеріаловъ на II курсѣ механич. отдѣлен.	3
10. М. М. Черепашинскій.	Гидротехническія сооруженія, водоснабженіе и канализація на IV курсѣ механич. отдѣлен.	2
	Графостатика и строительная механика на III курсѣ механич. отдѣлен. .	3
	Проектированіе по инженерному искусству въ III спеціальн. классѣ механическаго отдѣленія	3

Проектированіе по строительной механикѣ на IV курсѣ механич. отдѣлен. 3

Проектированіе по гидротехническимъ сооруженіямъ на V курсѣ механическ. отдѣленія 1

Инженерное искусство на V курсѣ механ. отд. (необязательный предметъ). 2

11. В. С. Щегляевъ. Физика, по 3 часа, на I и II курсахъ. 6

Репетиціи по физикѣ на I курсѣ химическаго отдѣленія 1

Репетиція по физикѣ на I курсѣ механическаго отдѣленія 5

Репетиціи по физикѣ на II курсѣ механическаго отдѣленія. 3

Руководство практическими занятіями по физикѣ на III курсѣ хим. отд. (въ 2 группахъ, по 4 часа въ недѣлю).

Руководство практическими занятіями по физикѣ на III курсѣ механич. отдѣл. (3 часа въ недѣлю).

Адъюнктъ-профессоры:

1. А. П. Гавриленко. Механическая технологія (машины для обработки металловъ и дерева) на IV курсѣ механич. отдѣленія 3

Построеніе паровыхъ котловъ на III курсѣ и въ III спеціальн. классѣ мех. отдѣлен. (лекціи сводныя). 2

Технологія металловъ и дерева на III курсѣ механическ. отдѣленія 2

Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ механич. отдѣл. . 5

Проектированіе паровыхъ котловъ и паровыхъ машинъ въ III спеціал. классѣ механическаго отдѣленія 4

Проектированіе по технологіи металловъ и дерева въ III спеціальн. классѣ механическ. отдѣленія 1

	Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ механич. отдѣленія	3
	Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ химическ. отдѣленія	1
	Проектированіе по технологіи металловъ и дерева на V курсѣ мех. отдѣл.	2
2. В. Г. Залѣсскій.	Строительное искусство на II кур. .	2
	Архитектура на II курсѣ хим. отд. и на III курсѣ мех. отд. (лекціи сводныя).	2
	Проектированіе по архитектурѣ на III курсѣ химическ. отдѣлен.	2
	Проектированіе по строительной части при исполненіи спеціальныхъ проектовъ въ III спеціальномъ классѣ . . .	1
	Проектированіе по архитектурѣ на IV курсѣ механическ. отдѣлен. . . .	2
	Проектированіе по строительной части при исполненіи спеціальныхъ проектовъ на V курсѣ	1
3. В. Е. Павловъ.	Аналитическая химія на II и III курсахъ химич. отдѣл.	2
	Руководство занятіями въ аналитической лабораторіи.	12
4. А. И. Сидоровъ.	Построеніе деталей машинъ на II курсѣ механич. отдѣлен.	2
	Построеніе грузоподъемныхъ машинъ на III курсѣ механич. отдѣлен. . . .	$1^1/_2$
	Построеніе паровыхъ машинъ на IV курсѣ механич. отдѣлен.	2
	Проектированіе паровыхъ машинъ и паровыхъ котловъ въ III спеціал. классѣ механич. отдѣлен.	4
	Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ механ. отдѣл. . .	5
	Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механич. отдѣл.	6
	Репетиціи по построенію деталей машинъ на II курсѣ механич. отдѣлен. .	4

Законоучитель.

Священ. Н. С. Виноградовъ. Богословіе на I курсѣ. 2

Преподаватели:

1. А. П. Артари. Ботаника на III курсѣ химич. отд. . 2
Практическія занятія по ботаникѣ (въ 2 группахъ, по 2 часа въ каждой). 4
2. А. И. Астровъ. Сопротивленіе метеріаловъ на II курсѣ химич. отдѣл. 1
Механическая технологія на III курсѣ хим. отд. 1
Дополнительный курсъ прикладной механики на III курсѣ хим. отд. 1
Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ механ. отд. 3
Черченіе на 1 курсѣ 6
3. Е. Н. Бикъ. Нѣмецкій языкъ 2
4. С. Н. Булгаковъ. Политическая экономія и статистика на V курсѣ и въ III спеціальномъ классѣ. 2
5. А. П. Величковскій. Репетиціи по физикѣ на 1 курсѣ механ. отдѣл 3
Репетиціи по физикѣ на 1 курсѣ химическ. отдѣленія 2
Репетиціи по физикѣ на II курсѣ механическ. отдѣл 3
Репетиціи по физикѣ на II курсѣ химич. отдѣл. 1
Практическія занятія по физикѣ на III курсѣ хим. отдѣл. (въ счетъ штатнаго жалованья по должности лаборанта).
6. М. Е. Владиміровъ. Бухгалтерія на V курсѣ и въ III спеціальн. классѣ. 1
7. М. А. Газань. Французскій языкъ. 2
8. К. Н. Г'орскій Рисованіе на I курсѣ 5

9. В. И. Гриневецкій. Воздуходувныя машины, вентиляторы и компрессоры на IV курсѣ механич. отдѣлен 1½
Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механ. отд. . . . 6
Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на 5 курсѣ мех. отд. 5
Проектированіе по технологіи металловъ и дерева 2
10. В. В. Зворыкинъ. Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механ. отдѣл. . . 6
11. Д. В. Зубаревъ. Черченіе на I курсѣ. 6
Черченіе на II курсѣ. 6
12. А. П. Ивановъ. Рисованіе на I курсѣ 4
13. К. П. Карельскихъ. Репетиціи по прикладной механикѣ:
на II курсѣ мех. отд. 3
на II курсѣ хим. отд 1
Репетиціи по сопротивленію матеріаловъ на II курсѣ мех. отд. 3
Репетиціи по построенію деталей машинъ на II курсѣ механ. отд. 2
14. Л. Г. Киферъ. Черченіе на I курсѣ 6
15. С. П. Ланговой. Репетиціи по химіи на 1 курсѣ механическаго отдѣленія. 2
16. Л. К. Лахтинъ. Лекціи по математикѣ на I курсѣ химическаго отдѣленія 4
Репетиціи по математикѣ на I курсѣ химическаго отдѣленія. 3
17. Н. И. Марковъ. Паровозы и подвижной желѣзнодорожный составъ на IV и V курсахъ механич. отд. (лекціи сводныя). 2
Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механ. отд. . . . 6
18. И. Е. Михалевскій. Начертательная геометрія на I курсѣ 3
Геодезія на II курсѣ 1
Репетиціи по начертательной геометріи на I курсѣ хим отд. 3

	Репетиціи по начертательной геометріи на I курсѣ мех. отд.	8
	Практическія занятія по геодезіи	—
19. И. М. Новоселовъ.	Репетиціи по химіи на I курсѣ химическаго отдѣленія	2
20. А. И. Пермяковъ.	Проектированіе водяныхъ двигателей на IV курсѣ мех. отд.	3
	Практическія занятія на заводѣ въ III спеціальн. классѣ, въ 3 группахъ, по 3 часа въ каждой; всего 9 часовъ.	
	Занятія на заводѣ съ V курсомъ механическаго отдѣл.	1
	Занятія на заводѣ со студентами хим. отд. при переходѣ съ III курса на IV курсъ съ 16 августа по 1 сентября .	—
21. А. Н. Реформатскій.	Лекціи по химіи на I курсѣ механическаго отдѣленія	3
	Репетиціи по химіи на I курсѣ механическаго отдѣленія	4
22. Н. В. Ронжинъ.	Черченіе на I курсѣ	7
	Черченіе на II курсѣ	6
23. В. А. Румянцевъ.	Черченіе на I курсѣ	6
	Черченіе на II курсѣ	6
24. В. А. Смирновъ.	Англійскій языкъ	2
25. В. Д. Соколовъ.	Минералогія съ практическими занятіями (въ 2 группахъ) на II курсѣ химическаго отдѣл.	3
26. П. С. Страховъ.	Проектированіе по инженерному искусству въ III спеціал. классѣ механическаго отдѣленія	3
	Проектированіе по строительной механикѣ на IV курсѣ механ. отд. . .	3
27. К. И. Тумскій.	Металлургія на III курсѣ	2
	Репетиціи по химической технологіи питательныхъ веществъ въ III спеціал. классѣ	2
	Репетиціи по химіи на I курсѣ механическаго отдѣленія.	2

28. К. Ѳ. Турчаниновъ.	Рисованіе на I курсѣ	4
29. В. М. Чаплинъ.	Отопленіе и вентиляція на III курсѣ	1
30. С. А. Чаплыгинъ.	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ механич. отд. . . .	4
	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ химич. отдѣл.	2
	Репетиціи по аналитической механикѣ на II курсѣ мех. отд.	3
31. Н. А. Шапошниковъ.	Математика на I курсѣ	6
	Математика на II курсѣ	3
	Репетиціи по математикѣ на I курсѣ.	6
	Репетиціи по математикѣ на II курсѣ механ. отд.	6

Распредѣленіе сроковъ для исполненія графическихъ работъ въ 1898—99 учебномъ году.

На I курсѣ:

Черченіе.

Кривыя и детали, ордера (2 чертежа) . . . . 18 ноября.
Двѣ детали съ натуры . . . . . 10 февраля.
Одна деталь съ натуры и архитектурный чертежъ. . . . . 23 марта.

Рисованіе:

Орнаментъ безъ тушевки . . . . . 29 сентября.
» съ неполною тушевкою . . . . . 15 октября.
» съ полною тушевкою . . . . . 3 ноября.
» » » . . . . . 19 ноября.
» » » . . . . . 10 декабря.
» » » . . . . . 26 января.
» » » . . . . . 11 февраля.
Капитель . . . . . 2 марта.
Детали машинъ . . . . . 16 марта.
» » . . . . . 7 апрѣля.

На II курсѣ:

Черченіе.

а) Для механическаго отдѣленія.

Три чертежа съ натуры (паровая машина, водокачка или 3 менѣе сложныя машины) . . . . 3 декабря.
Двѣ детали по относительнымъ размѣрамъ . . 23 февраля.
Зубчатое зацѣпленіе . . . . . 23 марта.

б) Для химическаго отдѣленія.

Два чертежа съ натуры . . . . . 3 декабря.
Одинъ чертежъ по относительнымъ размѣрамъ . 23 февраля.
Тоже . . . . . 23 марта.

На III курсѣ:

а) Для механическаго отдѣленія.

Четыре проекта по деталямъ машинъ (повѣрочный расчетъ существующей детали съ проектомъ, расчетъ валовъ, коническая передача, ременная или канатная передача). . . . . 13 января.
Проектъ крана . . . . . 7 апрѣля.

б) Для химическаго отдѣленія.

Архитектура (проекты жилыхъ и заводскихъ зданій):
Эскизъ . . . . . 10 декабря.
Проектъ . . . . . 7 апрѣля.

На IV курсѣ:

а) Для механическаго отдѣленія.

Проекты паровыхъ котловъ и водяныхъ двигателей:
для I отдѣленія . . . . . 1 декабря.
» II » . . . . . 15 марта.

Проекты по строительной механикѣ:

проектъ желѣзнаго моста . . . . 1 февраля.
» каменнаго сооруженія . . 7 апрѣля.

Проектъ архитектурный . . . . . 6 апрѣля.

б) Для химическаго отдѣленія.

Проектъ парового котла . . . . . 7 апрѣля.

На V курсѣ:

а) Для механическаго отдѣленія.

Проектъ насоса . . . . . 16 ноября.
» паровой машины . . . . . 28 апрѣля.
Проекты по спеціальнымъ производствамъ. . . 28 апрѣля.

б) Для химическаго отдѣленія.

Проекты по химической технологіи . . . . . 28 апрѣля.

Въ III спеціальномъ классѣ:

а) Для механическаго отдѣленія.

Для I и II группъ:

Проектъ котла и паровой машины . . . . . 10 декабря.
Проектъ дороги, каменной трубы; проектъ моста или желѣзныхъ стропилъ . . . . . 7 апрѣля.

Для III и IV группъ:

Проектъ дороги, каменной трубы; проектъ моста или желѣзныхъ стропилъ . . . . . 10 декабря.
Проектъ котла и паровой машины . . . . 7 апрѣля.

Сверхъ сего всѣ студенты этого класса должны представить къ 7 апрѣля одинъ изъ нижеслѣдующихъ спеціальныхъ проектовъ:

Проектъ желѣзнаго моста,
Проектъ по технологіи волокнистыхъ веществъ,
Проектъ по технологіи металловъ и дерева.

б) Для химическаго отдѣленія.

Проектъ по химическимъ производствамъ . . . 7 апрѣля.

Комиссіи для оцѣнки графическихъ работъ.

Курсы.	Предметы.	Фамиліи членовъ комиссій.
I курсъ.	Черченіе.	Гавриленко, Ронжинъ, Румянцевъ, Зубаревъ, Киферъ, Лукинъ и Ламакинъ.
	Рисованіе.	Залѣсскій, Турчаниновъ, Горскій, Васильевъ и Ивановъ.
II курсъ. обоихъ отдѣл.	Техническое черченіе.	Худяковъ, Ронжинъ, Румянцевъ и Зубаревъ.
III курсъ механ. отдѣл.	Проектированіе деталей машинъ и кранов.	Сидоровъ, Гриневецкій, Астровъ, Зворыкинъ, Худяковъ.
III курсъ химич. отдѣл.	Проектированіе по архитектурѣ.	Залѣсскій, Черепашинскій, Чаплинъ.
IV курсъ механ. отдѣл.	Проектированіе котловъ и водяныхъ двигателей.	Гавриленко, Астровъ, Пермяковъ, Сидоровъ.
	Проектированіе по строительной механикѣ и архитектурѣ.	Черепашинскій, Залѣсскій, Страховъ.
IV курсъ химич. отдѣл.	Проектированіе паровыхъ котловъ.	Гавриленко, Прокунинъ, Астровъ.
V курсъ механ. отдѣл.	Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ.	Худяковъ, Сидоровъ, Гавриленко, Гриневецкій.
	Проектированіе по спеціальнымъ производствамъ.	Федоровъ, Гавриленко, Астровъ, Залѣсскій.
V курсъ химич. отдѣл.	Проектированіе по химической технологіи.	Петровъ, Прокунинъ, Никитинскій и Залѣсскій.

Курсы.	Предметы.	Фамиліи членовъ комиссій.
III спец. кл. механ. отдѣл.	Проектированіе котловъ и паровыхъ машинъ.	Гавриленко, Гриневецкій и Сидоровъ.
	Проектированіе по инженерному искусству.	Черепашинскій, Страховъ и Залѣсскій.
	Проектированіе по технологіи волокнистыхъ веществъ.	Федоровъ, Залѣскій и Страховъ.
	Проектированіе по технологіи металловъ и дерева.	Гавриленко и Худяковъ.
III спец. кл. химич. отдѣл.	Проектированіе по химической технологіи.	Петровъ, Прокунинъ, Никитинскій и Залѣсскій.

Ученые труды гг. профессоровъ и преподавателей.

Профессоръ А. П. Гавриленко редактировалъ №№ 4—8 «Бюллетени Политехническаго Общества» и помѣстилъ рядъ статей въ этомъ журналѣ. Кромѣ того напечаталъ нѣсколько рецензій въ журналѣ «Техническій Сборникъ».

Профессоръ Н. Е. Жуковскій напечаталъ слѣдующія статьи: 1) въ журналѣ «Воздухоплаваніе и изслѣдованіе атмосферы»—«О крылатыхъ пропеллерахъ»; 2) въ «Трудахъ Физическаго Отдѣленія О. Л. Е.—«О воздухоплаваніи»;—это сочиненіе представляетъ рѣчь, произнесенную на X съѣздѣ естествоиспытателей и врачей; 3) въ «Трудахъ Московскаго Общества Испытателей Природы»—«Біографія и ученые труды Ѳ. А. Слудскаго».—Въ засѣданіи Общества Любителей Естествознанія прочиталъ: «Новая летательная машина Ланглея».—Въ засѣданіяхъ Физическаго Отдѣленія О. Л. Е. прочиталъ слѣдующіе рефераты: *а*) «Приборъ для опредѣленія метацентровъ плавающихъ тѣлъ»; *б*) «Приборъ В. С. Щегляева на сложеніе

гармоническихъ движеній»; *в*) «Теоретическія соображенія относительно движенія соковъ въ растеніяхъ, въ связи съ недавними работами профессора Вотчала»; *г*) «О приборѣ для теоретическаго построенія діаграммъ индикатора при ударѣ воды въ водопроводныхъ трубахъ»; *д*) «По поводу проектовъ поднятія затонувшаго броненосца Гангутъ».—Кромѣ того сдѣлалъ нѣсколько научныхъ сообщеній въ засѣданіяхъ Математическаго Общества.

Профессоръ Я. Я. Никитинскій напечаталъ: въ журналѣ «Технической Сборникъ» слѣдующія статьи: *а*) «Непригодность эбуліоскопа и вапориметра для опредѣленія алкоголя въ спиртныхъ жидкостяхъ»; *б*) «Углеводы торфа и торфовинокуреніе»; *в*) «Плѣсени, осахаривающія крахмалъ»; *г*) «Къ вопросу о спиртовомъ броженіи безъ дрожжевой клѣточки»; *д*) «Пентозы и пентозаны и значеніе ихъ въ промышленности».—Въ засѣданіяхъ инженерно-технологическаго отдѣленія Политехническаго Общества сдѣлалъ нѣсколько научныхъ докладовъ.—Кромѣ того въ «Извѣстіяхъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища» напечаталъ—«Производство крахмала картофельнаго, пшеничнаго, маисоваго и рисоваго» съ 285 чертежами въ текстѣ и таблицахъ.

Профессоръ М. П. Прокунинъ издалъ литографированныя лекціи по технологіи минеральныхъ веществъ.

Профессоръ А. И. Сидоровъ переработалъ и выпустилъ 3-мъ изданіемъ вторую часть «Атласа деталей машинъ» профессора П. К. Худякова.—Перевелъ съ нѣмецкаго языка съ своими дополненіями и примѣчаніями книгу Хедера—«Больная паровая машина».—Въ засѣданіи Политехническаго Общества сдѣлалъ сообщеніе: «Критики современныхъ Университетовъ, сдѣланныя профессоромъ Берлинскаго Университета Ридлеромъ и его взгляды на высшее образованіе».

Профессоръ П. К. Худяковъ напечаталъ: «Курсъ сопротивленія матеріаловъ».—Въ журналѣ «Технической Сборникъ» помѣстилъ нѣсколько библіографическихъ статей.—Кромѣ того редактировалъ №№ 1—3 «Бюллетени Политехническаго Общества» за 1898 годъ.

Профессоръ В. С. Щегляевъ напечаталъ слѣдующія статьи: 1) въ «Трудахъ И. М. О. испытателей природы»—«Лучеиспусканіе трубокъ Крукса» и 2) въ «Трудахъ Отдѣленія физическихъ наукъ

И. О. Л. Е.»—«О работахъ И. С. Щегляева надъ преломляющею способностію гидрофана, смоченнаго жидкостью».

Адъюнктъ-профессоръ В. Г. Залѣсскій напечаталъ: «въ Техническомъ Сборникѣ»—библіографическую статью «О книжкѣ М. Л. Лудзинскаго—Паровыя и ручныя прачечныя». Кромѣ того напечаталъ статью «Dr. J. Herzfeld—Die Damf—Wascherei in ihrer Anwendung für private Anstalten».

Адъюнктъ-профессоръ В. Е. Павловъ приготовилъ къ печати статью «Объ усовершенствованныхъ пріемахъ количественнаго анализа».

Преподаватель А. П. Артари приготовилъ къ печати статью: «О питаніи водорослей органическими соединеніями» съ таблицею фотографическихъ снимковъ.

Преподаватель Д. Н. Горячевъ напечаталъ: 1) въ «Ученыхъ запискахъ Московскаго Университета»—статью: «О нѣкоторыхъ случаяхъ движенія прямолинейныхъ параллельныхъ вихрей» и 2) въ «Трудахъ Отдѣленія Физическихъ наукъ О. Л. Е.»—«Къ задачѣ о движеніи прямолинейныхъ вихрей».

Преподаватель В. В. Зворыкинъ напечаталъ въ журналѣ «Морской Сборникъ» слѣдующія статьи: *а*) «Соображенія о подъемѣ броненосца Гангутъ»,—и *б*) «Система непотопляемости судовъ».

Преподаватель Л. Г. Киферъ напечаталъ въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» слѣдующія статьи: *а*) «О новомъ способѣ топки паровыхъ котловъ системы Шлихта», *б*) «О сотрясеніяхъ корпуса пароходовъ» и *в*) «Предохранительныя приспособленія при обращеніи съ наждачными кругами».

Преподаватель Л. К. Лахтинъ напечаталъ въ «Математическомъ Сборникѣ» слѣдующія статьи: *а*) «Дифференціальныя резольвенты алгебраическихъ уравненій высшихъ родовъ» и *б*) Дифференціальная резольвента нѣкотораго вида уравненій 6-й степени съ группою 360 порядка».—Кромѣ того сдѣлалъ нѣсколько научныхъ сообщеній въ засѣданіяхъ Математическаго Общества.

Преподаватель А. Н. Реформатскій напечаталъ въ «Сборникѣ статей въ помощь самообразованію» статьи: *а*) «Прошлое химіи», *б*) «Основные принципы современной химіи» и *в*) «Систематика химическихъ элементовъ».—Кромѣ того въ «Дневникѣ X-го съѣзда естествоиспытателей и врачей напечаталъ статью: Синтезъ метильпимелиновой кислоты и β метилциклогексанона».

Преподаватель В. Д. Соколовъ сдѣлалъ сообщенія въ засѣданіяхъ И. М. О. испытателей природы и напечаталъ въ его протоколахъ слѣдующее: *а*) «Геологическое строеніе области Курской магнитной аномаліи» и *б*) «Мѣсторожденіе кальцита у Байдарскихъ воротъ въ Крыму».—Кромѣ того производилъ по порученію Московскаго губернскаго земства гидрогеологическія изслѣдованія Московской губерніи и напечаталъ въ «Приложеніяхъ къ докладамъ Управы» статью «Краткій отчетъ о гидрогеологическихъ изслѣдованіяхъ въ сѣверозападной части Московской губерніи».

Преподаватель П. С. Страховъ напечаталъ брошюру «Волнистое желѣзо, теорія и расчетъ волнистыхъ сооруженій».—Въ журналѣ «Техническій Сборникъ» напечаталъ статью «Къ вопросу объ испытаніи грунта».—Въ «Извѣстіяхъ Московскаго Сельскохозяйственнаго Института» напечаталъ статью «Новый способъ вентиляціи стоилъ» и помѣстилъ нѣсколько замѣтокъ о новостяхъ въ области сельскохозяйственнаго строительства.—Кромѣ того составилъ и издалъ литографированный курсъ Строительнаго Искусства для студентовъ Московскаго Сельскохозяйственнаго Института.

Преподаватель К. И. Тумскій напечаталъ нѣсколько библіографическихъ статей въ «Бюллютеняхъ Политехническаго Общества».

Преподаватель В. М. Чаплинъ составилъ и издалъ литографированный курсъ отопленія и вентиляціи для студентовъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища и чертежи съ таблицами для примѣровъ проектированія и расчетовъ различныхъ системъ отопленія.

Преподаватель С. А. Чаплыгинъ напечаталъ въ «Трудахъ Отдѣленія Физическихъ наукъ О. Л. Е.» статью: «Линейные частные интегралы задачи о движеніи тяжелаго тѣла съ неподвижною точкою опоры».

Преподаватель Н. А. Шапошниковъ напечаталъ первую и четвертую части курса математическаго анализа.

Лаборантъ В. А. Солонина напечаталъ книгу «О замѣщеніи амидогруппы галоидомъ въ первичныхъ аминахъ и къ раздѣленію другъ отъ друга первичныхъ, вторичныхъ и третичныхъ аминовъ».—Кромѣ того напечаталъ въ «Журналѣ Русскаго Физико-химическаго Общества» слѣдующія статьи: *а*) «О дѣйствіи хлористаго нитрозила на первичные моноамины жирнаго ряда», *б*)

«О дѣйствіи хлористаго нитрозила на вторичные амины», *в*) О дѣйствіи хлористаго нитрозила на двупервичные діамины», *г*) «Къ дѣйствію царской водки на первичные амины жирнаго ряда», *д*) «Къ дѣйствію фенолята натрія на двубромо-замѣщенные предѣльные углеводороды», и *е*) «Къ вопросу о зависимости температуръ плавленія органическихъ соединеній отъ числа углеродныхъ атомовъ въ частицѣ».

Составъ студентовъ.

Распредѣленіе студентовъ по курсамъ и отдѣленіямъ къ 1 января 1898 года.

На 1 курсѣ состояло. . . . . 167 студентовъ.

На II курсѣ:

на механическомъ отдѣленіи . . . . . 138 »
на химическомъ отдѣленіи . . . . . 23 »

На III курсѣ:

на механическомъ отдѣленіи. . . . . 118 студентовъ
» химическомъ отдѣленіи . . . . . 15 »

На IV курсѣ:

на механическомъ отдѣленіи. . . . . 65 »
» химическомъ отдѣленіи . . . . . 8 »

Во II спеціальномъ классѣ:

на механическомъ отдѣленіи. . . . . 78 »
» химическомъ отдѣленіи. . . . . 16 »

Въ III спеціальномъ классѣ:

на механическомъ отдѣленіи. . . . . 86 »
» химическомъ отдѣленіи. . . . . 4 »

Итого. . . 718 студентовъ.

Свѣдѣнія о числѣ студентовъ къ 1 января 1898 года, съ подраздѣленіемъ ихъ на группы по отбыванію воинской повинности.

Состоящихъ на отсрочкѣ.	а) по вынутымъ жребіямъ.	78
	б) по заявленіямъ отбывать воинскую повинность вольноопредѣляющимися . .	205
Подлежащихъ призыву, но не достигшихъ еще призывного возраста		223
Ратниковъ ополченія по неспособности или по льготамъ по семейному положенію		156
Состоящихъ въ запасѣ арміи.	а) поручиковъ	1
	б) подпоручиковъ	6
	в) прапорщиковъ	5
	г) нижнихъ чиновъ	10
Казаковъ.		6
Кавказскихъ уроженцевъ, не подлежащихъ призыву . . .		3
Финляндскихъ уроженцевъ, состоящихъ на отсрочкѣ . . .		1
Иностранцевъ		14
Бывшихъ иностранцевъ, принявшихъ присягу на подданство Россіи послѣ достиженія призывного возраста .		1
Освобожденныхъ навсегда отъ воинской повинности по неспособности.		6
Вовсе не подлежащихъ отбыванію воинской повинности на основаніи 4 ст. Уст. о воинской повинности и Высочайше дарованныхъ Амурской области льготъ . . .		3
Итого . . .		718

О переходныхъ экзаменахъ 1898 года.

Экзамены начались 13 апрѣля и окончились 23 мая, согласно расписанію.

Студентовъ, не выдержавшихъ экзаменовъ или неявившихся на нѣкоторые экзамены, оказалось 215, что составляетъ 29,9% отъ всего числа студентовъ.

Изъ означеннаго числа 167 студентамъ было разрѣшено держать переэкзаменовки и дополнительные экзамены, которые были назначены 27, 28 и 29 мая.

Общій результатъ экзаменовъ и переэкзаменовокъ въ 1897—98 учебномъ году представленъ въ нижеслѣдующей таблицѣ:

КУРСЫ.	Общее число студентовъ.	Число студентовъ. Выдержав. экзаменъ безъ переэкзаменовокъ.	Выдержав. экзаменъ съ переэкзаменовками.	Оставленныхъ на второй годъ.	Выбывшихъ изъ училища.
I Курсъ	167	66	62	27	12
II Курсъ механ. отд.....	138	66	37	25	10
II курсъ химич. отд.....	23	9	3	4	7
III курсъ механ. отд.	118	63	27	19	9
III курсъ химич. отд.....	15	8	3	2	2
IV курсъ механ. отд.....	65	58	4	2	1
IV курсъ химич. отд.....	8	8	—	—	—
II спеціальн. классъ мех. отд....	78	59	16	1	2
II спеціальн. классъ хим. отд....	16	16	—	—	—
III спеціальн. классъ мех. отд....	86	85	1	1	—
III спеціальн. классъ хим. отд....	4	4	—	—	—
Итого.....	718	441	153	81	43

Назначеніе преміи Политехнической выставки 1872 года.

Согласно предложенію и. д. адъюнктъ-профессора В. Е. Павлова, учебный комитетъ въ засѣданіи 10 апрѣля 1898 года постановилъ: утвердить для соисканія преміи Политехнической выставки на 1899 годъ тему: «Методы изслѣдованія чугуна, стали и желѣза».

Выпускъ студентовъ въ 1898 году.

Въ 1897—98 учебномъ году окончило курсъ 85 студентовъ по механическому отдѣленію и 4 студента по химическому отдѣленію. Означенные 85 студентовъ механическаго отдѣленія были удостоены званія инженеръ-механика и 4 студента химическаго отдѣленія званія инженеръ-технолога.

Выпускъ студентовъ производился на основаніи временныхъ правилъ для шестилѣтняго курса, выработанныхъ и утвержденныхъ учебнымъ комитетомъ въ 1895—96 учебномъ году.

Списокъ студентовъ, окончившихъ курсъ въ 1897—98 учебномъ году.

I. Инженеръ-механики:

1. Авенаріусъ Александръ.
2. Алексѣевъ Павелъ.
3. Алифатовъ Левъ.
4. Андреевъ Алексѣй.
5. Анисимовъ Борисъ.
6. Бедрицкій Дмитрій.
7. Бейнгардъ Василій.
8. Бителевъ Виталій.
9. Бочваръ Петръ.
10. Бреннъ Александръ.
11. Бугриновъ Александръ.
12. Буйко Станиславъ.
13. Бѣлавинъ Алексѣй.
14. Вильбоа Эгмонтъ.
15. Воронцовъ Анатолій.
16. Воскресенскій Алексѣй.
17. Вышелѣсскій Иванъ.
18. Гавриловъ Сергѣй.
19. Гадомскій Вацлавъ.
20. Гальперинъ Симха.
21. Герасимовъ Григорій.
22. Грамзинъ Сергѣй.
23. Графскій Сергѣй.
24. Демидовъ Антипъ.
25. Дмитріевъ Василій Дмитр.
26. Дмитріевъ Иванъ.
27. Дмитріевъ Павелъ.
28. Доллежаль Отто.
29. Дронсейко Василій.
30. Женишекъ Іосифъ.
31. Живаго Владиміръ.
32. Золотаревъ Александръ.
33. Зубчаниновъ Василій.
34. Ивановъ Константинъ.
35. Ишунинъ Александръ.
36. Казанскій Викторъ.
37. Кацауровъ Сергѣй.
38. Кашаевъ Анатолій.
39. Кефели Яковъ.
40. Колышкинъ Николай.
41. Кругъ Карлъ.
42. Кувшинниковъ Викторъ.
43. Лавровъ Сергѣй.
44. Леденцовъ Максимиліанъ.
45. Логвиновъ Николай.
46. Любимовъ Александръ.
47. Ляленковъ Иванъ.
48. Максимовъ Петръ.
49. Мамоновъ Анатолій.
50. Маркевичъ Маркъ.
51. Масленниковъ Михаилъ.
52. Мацневъ Ипполитъ.
53. Меликъ-Арустамянцъ Амбарцумъ.
54. Мошковъ Михаилъ.
55. Нордмаркъ Георгій.
56. Нюренбергъ Іосифъ.
57. Оганесовъ Михаилъ.
58. Павловичъ Михаилъ.
59. Пальмъ Владиміръ.

60. Паршиковъ Андрей.
61. Перепелкинъ Сергѣй.
62. Петровъ Алексѣй.
63. Побѣдимовъ Владиміръ.
64. Поповъ Николай.
65. Рофе Владиміръ.
66. Саутинъ Петръ.
67. Свѣшниковъ Валентинъ.
68. Селезневъ Александръ.
69. Скворцовъ Петръ.
70. Слотинцевъ Андрей.
71. Соболевскій Янъ.
72. Соколовъ Николай.
73. Соломинъ Пантелеймонъ.
74. Стариченковъ Борисъ.
75. Степановъ Владиміръ Никол.
76. Суровцевъ Константинъ.
77. Трещалинъ Сергѣй.
78. Федоровъ Владиміръ.
79. Фурсевичъ Нарцисъ.
80. Хромогинъ Степанъ.
81. Шамраевскій Нахшонъ.
82. Ширяевъ Алексѣй.
83. Шигровскій Петръ.
84. Юшковъ Павелъ.
85. Ѳедоровъ Николай.

II. Инженеръ-технологи:

1. Каяловъ Степанъ.
2. Любимовъ Иванъ.
3. Рожковъ Александръ.
4. Ушковъ Иванъ.

Объ удостоеніи почетными званіями.

На основаніи статьи 41 Высочайше утвержденнаго 6 іюня 1894 г. Положенія объ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія утвердилъ, согласно ходатайствамъ учебнаго комитета Училища, въ почетномъ званіи инженеръ-механика безъ присвоенія правъ и преимуществъ, предоставленныхъ лицамъ, удостоеннымъ сего званія на основаніи выдержаннаго экзамена, слѣдующихъ ученыхъ мастеровъ: Алексѣя *Смирнова*, Михаила *Охременко*, Петра *Зандгагена*, Семена *Смирнова* и Димитрія *Голубкова*.

Командировки окончившихъ курсъ за границу.

Въ 1898 году на проценты съ капитала потомственной почетной гражданки М. Ѳ. Морозовой находился за границей инженеръ-технологъ *Н. П. Овсянниковъ*, командированный учебнымъ комитетомъ 13 декабря 1897 г., срокомъ на одинъ годъ, для усовершенствованія по свеклосахарному производству.

Въ засѣданіи учебнаго комитета училища 10 апрѣля 1898 года и д. профессора В. С. Щегляевъ доложилъ учебному комитету представленіе о командированіи инженеръ-механика *Б. И. Угримова* за границу для приготовленія къ преподавательской дѣятельности по электротехникѣ. Учебный комитетъ постановилъ ходатайствовать передъ Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія о командированіи инженеръ-механика Угримова на казенный счетъ за границу, срокомъ на 2 года. Министерство Народнаго Просвѣщенія, согласно означенному ходатайству, командировало инженеръ-механика Угримова за границу для приготовленія къ преподавательской дѣятельности.

Кромѣ того на проценты съ капитала имени В. А. и А. А. Алексѣевыхъ были командированы за границу инженеръ-механикъ *П. П. Коротковъ* для осмотра фабрикъ и заводовъ механическихъ издѣлій и по обработкѣ волокнистыхъ веществъ и инженеръ-механикъ *К. А. Кругъ* для осмотра электротехническихъ и механическихъ заводовъ.

Пріемъ вновь поступающихъ въ 1898 году.

Конкуррентные экзамены по математикѣ и физикѣ производились въ истекшемъ году по программамъ классическихъ гимназій, утвержденнымъ въ 1898 году, такъ какъ отступленія отъ этихъ программъ, допускавшіяся учебнымъ комитетомъ училища въ предшествованіе годы, вызывало затрудненія въ подготовкѣ къ экзаменамъ конкуррирующихъ и ставило ихъ несовсѣмъ въ одинаковыя условія. Производство экзаменовъ поручено было Г. Попечителемъ Московскаго Учебнаго Округа, согласно представленію учебнаго комитета училища, по математикѣ преподавателямъ училища Л. К. Лахтину, Д. Н. Горячеву и И. Е. Михалевскому, по физикѣ преподавателю училища А. П. Величковскому и бывшему преподавателю училнща В. Ѳ. Давыдовскому; нѣкоторое измѣненіе въ составѣ гг. экзаменаторовъ, сравнительно съ предыдущими годами произошло вслѣдствіе отказа принять участіе въ экзаменахъ профессора В. С. Щегляева и преподавателей Н. А. Шапошникова и С. А. Чаплыгина. Порядокъ производства экзаменовъ былъ принятъ прошдогодній, т. е. не производилось отдѣльнаго письменнаго экзамена, а экзаменующимся задавались послѣ-

довательно и устные вопросы и рѣшеніе несложныхъ математическихъ задачъ. За каждый отдѣлъ математики, т. е. за алгебру, геометрію и тригонометрію, выставлялся отдѣльный баллъ, входившій въ сумму балловъ при выводѣ средняго балла; неудовлетворительная отмѣтка по одному изъ отдѣловъ математики устраняла экзаменующагося отъ участія въ конкурсѣ.

Конкуррентный экзаменъ по русскому языку былъ порученъ Г. Попечителемъ Московскаго Учебнаго Округа, по представленію учебнаго комитета училища, преподавателю Московскаго реальнаго училища И. М. Владимірскому. По примѣру прежнихъ лѣтъ, преподавателемъ И. М. Владимірскимъ передъ началомъ испытаній были представлены 10 темъ, изъ которыхъ директоромъ училища и помощникомъ директора по учебной части были избраны 2 темы: 1) «Ничто прекрасное и доброе не теряется» (Батюшковъ) и 2) «Трудъ и удовольствіе находятся между собою въ естественной связи».

Въ виду значительнаго числа экзаменующихся, они были распредѣлены на 8 группъ, и экзамены производились такъ, что въ одно время одна изъ группъ экзаменовалась по физикѣ, другая по математикѣ. Экзаменъ по русскому языку происходилъ въ теченіе двухъ дней, для чего экзаменующіеся были распредѣлены на двѣ половины, которымъ были предложены къ исполненію двѣ разныя вышеприведенныя темы. Экзамены происходили: 24, 25, 26, 27, 28, 31 августа, 1, 2 и 3 сентября, т. е. въ теченіе 9 дней. Болѣе позднее начало конкуррентныхъ экзаменовъ было вызвано происходившимъ въ Москвѣ 16 августа открытіемъ памятника Императору Александру II.

Пріемъ вновь поступающихъ въ истекшемъ учебномъ году существенно отличался отъ предыдущихъ лѣтъ тѣмъ, что, во 1-хъ, Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія разрѣшено было начинать дѣленіе студентовъ по отдѣленіямъ механическому и химическому начиная съ 1 курса и, во 2-хъ, было значительно увеличено число студентовъ на 1 курсѣ, а именно: по механическому отдѣленію число студентовъ опредѣлено въ 200, а по химическому въ 60, что составляетъ общее число 260, вмѣсто 125, опредѣленныхъ уставомъ училища. Вслѣдствіе этого въ объявленіи о порядкѣ поступленія въ училище было предложено конкурриpующимъ заявить въ ихъ прошеніяхъ, на какое отдѣленіе они же-

лаютъ поступить. При обсужденіи порядка испытаній и конкурса учебнымъ комитетомъ постановлено было экзамены производить одинаково для всѣхъ конкуррирующихъ, не отмѣчая въ экзаменныхъ спискахъ о томъ, на какое отдѣленіе записанъ экзаменующійся, конкурсъ же вывести по полученнымъ балламъ отдѣльно для химическаго и механическаго отдѣленія, не допуская перехода съ одного отдѣленія на другое.

Общее число лицъ, подавшихъ прошенія на механическое отдѣленіе было 454 и на химическое отдѣленіе 118; изъ нихъ явилось держать экзамены по механическому отдѣленію 365, по химическому отдѣленію 91.

Изъ этого числа выдержали экзамены:

по механическому отдѣленію 294 (80, 5%).
по химическому отдѣленію 65 (70, 6%).

По предметамъ не выдержавшіе экзаменовъ распредѣлились слѣдующимъ образомъ:

по алгебрѣ	31 ч.
по геометріи	27 ч.
по тригонометріи . . .	23 ч.
по физикѣ.	35 ч.
по русскому языку . . .	8 ч.

Выдержавшіе экзамены распредѣлились по полученному ими среднему баллу слѣдующимъ образомъ:

	На механ. отд.	На хим. отд.
Сумму балловъ 25 получили	10 лицъ	2 лица
» » 24 »	18 »	4 »
» » 23 »	32 »	2 »
» » 22 »	36 »	7 »
» » 21 »	49 »	7 »
» » 20 »	49 »	10 »
» » 19 »	38 »	13 »
» » 18 »	34 »	5 »
» » 17 »	19 »	8 »
» » 16 »	6 »	4 »
» » 15 »	3 »	3 »
Итого . .	294 лица.	65 лицъ.

Число вакансій на 1 курсѣ было исчислено слѣдующимъ образомъ: на механическомъ отдѣленіи было оставлено учебнымъ комитетомъ на второй годъ 24 студента, и слѣд. изъ 200 мѣстъ могло быть замѣщено только 176; на химическомъ отдѣленіи было оставлено на второй годъ 2 студента и слѣд. могло быть замѣщено 58 мѣстъ. Число вакансій, которыя могли быть заняты евреями, было исчислено въ 3%, что составило на механическомъ отдѣленіи 6 и на химическомъ отдѣленіи 2, а всего 8. Вакансіи на механическомъ отдѣленіи были замѣщены слѣдующимъ образомъ: сначала были приняты 137 лицъ, имѣвшихъ сумму балловъ 21 и болѣе; въ числѣ этихъ лицъ было принято 6 евреевъ, т. е. все то число, которое могло быть принято; затѣмъ изъ 49 лицъ, имѣвшихъ сумму балловъ 20, были избраны по жребію 39 лицъ для замѣщенія оставшихся изъ 176 вакансій; вмѣстѣ съ тѣмъ постановлено было ходатайствовать передъ Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія о принятіи сверхъ комплекта не попавшихъ по жребію 10 лицъ, имѣвшихъ сумму балловъ 20.

На химическое отдѣленіе зачислено по конкурсу изъ 65 лицъ, выдержавшихъ экзамены, 57 лицъ съ суммой балловъ 17 и болѣе,— въ томъ числѣ 2 еврея; одна вакансія была замѣщена внѣ конкурса ветеринарнымъ врачемъ Дмитріемъ Киселевымъ, окончившимъ курсъ въ Казанскомъ Ветеринарномъ Институтѣ.

Кромѣ лицъ, зачисленныхъ по конкурсу, по распоряженію Г. Министра Народнаго Просвѣщенія были приняты въ число студентовъ 1 курса внѣ конкурса еще 10 лицъ, а именно: Мокіевскій-Зубокъ, Арцыбушевъ, Мамонтовъ, Голофтѣевъ, Константиновъ, Тарло, Морозовъ, Головашенко, Николаевъ и Миловановъ.

Въ виду значительнаго числа лицъ, выдержавшихъ конкурсныя испытанія и не принятыхъ въ училище за недостаткомъ свободныхъ вакансій, учебный комитетъ обсудилъ вопросъ о возможности увеличенія общаго числа студентовъ на 1 курсѣ до 300, и найдя возможнымъ такое увеличеніе, постановилъ ходатайствовать предъ Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія о принятіи сверхъ комплекта, кромѣ 10 лицъ съ суммою балловъ 20, еще 7 лицъ на химическое отдѣленіе, имѣвшихъ сумму балловъ 16 и 15, и 13 лицъ на механическое отдѣленіе, изъ числа имѣвшихъ сумму балловъ 19. Ходатайство это было утверждено Г. Министромъ.

Такимъ образомъ на 1 курсѣ механическаго отдѣленія къ началу учебнаго года состояло 233 студента и на химическомъ отдѣленіи 67 студентовъ.

Нижеслѣдующая таблица показываетъ распредѣленіе между различными учебными заведеніями лицъ, державшихъ конкуррентные экзамены, лицъ выдержавшихъ эти экзамены и лицъ принятыхъ въ число студентовъ училища.

УЧЕБНЫЯ ЗАВЕДЕНІЯ.	Число лицъ.		
	Державшихъ экзамены.	Выдержавшихъ экзамены.	Принятыхъ въ Училище.
Реальныя училища	246	217	171
Классическія гимназіи	80	60	40
Коммерческія училища	55	31	23
Комисаровское техническое училище	37	24	17
Кадетскіе корпуса	26	17	14
Духовныя семинаріи	8	6	5
Лодзинское высшее ремесленное училище	1	1	—
Лазаревскій Институтъ восточныхъ языковъ	1	1	1
Нижегородскій дворянскій Институтъ	1	1	1
Ново-Александрійскій Институтъ	1	1	1
Итого	456	359	273

Кромѣ сего были приняты безъ экзамена на 2 курсъ механическаго отдѣленія 9 лицъ, окончившихъ курсъ на физико-математическомъ факультетѣ университета по математическому отдѣленію, и 1 лицо на 2 курсъ химическаго отдѣленія, окончившее курсъ на естественномъ отдѣленіи того же факультета. Всѣ упомянутыя лица представили дипломы 1 разряда.

8. Распредѣленіе студентовъ къ 1 января 1899 года.

а) По курсамъ и отдѣленіямъ:

На I курсѣ.

механическаго отдѣленія 233
химическаго отдѣленія 65

На II курсѣ:

механическаго отдѣленія 152
химическаго отдѣленія 14

На III курсѣ:

механическаго отдѣленія 121
химическаго отдѣленія 14

На IV курсѣ:

механическаго отдѣленія 94
химическаго отдѣленія 11

На V курсѣ:

механическаго отдѣленія 62
химическаго отдѣленія 8

Въ III спеціальномъ классѣ:

механическаго отдѣленія 76
химическаго отдѣленія 15

Итого 865

б) По учебнымъ заведеніямъ, въ которыхъ студенты окончили курсъ ученія до поступленія въ училище:

Въ Императорскихъ университетахъ съ дипломами I-й и II-й степени 30
Въ классическихъ гимназіяхъ 133

Въ духовныхъ семинаріяхъ	15
» Комисаровскомъ техническомъ училищѣ	46
» Иркутскомъ техническомъ училищѣ	2
» реальныхъ училищахъ	536
» кадетскихъ корпусахъ	34
» Практической Академіи коммерческихъ наукъ. . . .	13
» коммерческихъ училищахъ	55
» III спеціальномъ классѣ морскаго техническаго училища	1
Итого . . .	865

в) По вѣроисповѣданіямъ:

Православнаго	664
Единовѣрческаго	4
Старообрядцевъ	10
Армяно-Григоріанскаго	24
Римско-Католическаго	69
Евангелическо-Лютеранскаго	46
Евангелическо-Реформатскаго	4
Іудейскаго.	37
Караимовъ	2
Магометанъ	5
Итого . . .	865

г) По званіямъ:

Дворянъ	123
Духовнаго званія	25
Дѣтей чиновниковъ	160
Потомственныхъ почетныхъ гражданъ.	72
Личныхъ почетныхъ гражданъ	16
Дѣтей личныхъ почетныхъ гражданъ	6
Купцовъ	119
Мѣщанъ	193
Цеховыхъ.	7
Крестьянъ.	55
Казаковъ	4

Жителей Кавказа и др. мѣстъ	17
Иностранцевъ	32
Дѣтей нижнихъ военныхъ и гражданскихъ чиновъ	6
Окончившихъ курсъ въ Университетахъ	30
Итого . . .	865

Стипендіаты.

а) казенные стипендіаты.

1. Абрамовъ Александръ.
Акименко Александръ.
Барановъ Андрей.
Ботвинкинъ Николай.
5. Буровъ Николай.
Бѣлоусъ Іоакимъ.
Вихертъ Арвидъ.
Волковъ Дмитрій.
Воеводинъ Александръ.
10. Вѣниковъ Дмитрій.
Городецкій Владиміръ.
Гусевъ Леонидъ.
Гибшманъ Георгій.
Ермиловъ Степанъ.
15. Знаменскій Александръ.
Ивановъ Николай.
Карнѣевъ Иванъ.
Качковъ Ѳедоръ.
Керайтисъ Іосифъ.
20. Киршъ Карлъ.
Котовъ Евгеній.
Кременецкій Аркадій.
Куколевскій Иванъ.
Лбовъ Александръ.
25. Левченко Александръ.
Любоміровъ Дмитрій.
Макаренко Павелъ.
Малаховскій Викторъ.
Миловичъ Александръ.
30. Михайловъ Владиміръ.
Нарушевичъ Ѳома.
Николаевъ Николай.
Нестеровъ Петръ.
Патканьянъ Габріель.
35. Погоржельскій Николай.
Проскура Георгій.
Рыбаковъ Андрей.
Скрыдло Борисъ.
Сокольскій Петръ.
40. Смирновъ Иванъ.
Соболевъ Иннокентій.
Спасскій Михаилъ.
Степановъ Николай.
Терпиловскій Альфонсъ.
45. Тихомировъ Викторъ.
Устиновъ Александръ.
Цишевскій Станиславъ.
Чечулинъ Павелъ.
Чижевскій Евгеній.
50. Щербаковъ Андрей.

б) Кавказскіе стипендіаты.

1. Аварскій Николай.
   Аксеновъ Иванъ.
   Кржижановскій Всеволодъ.
   Кундуховъ Николай.
5. Кондратьевъ Николай.
   Невядомскій Дмитрій.
   Павловъ Леонидъ.
   Пьянышевъ Михаилъ.
   Собіевъ Иванъ.
10. Чхейдзе Георгій.

в) Стипендіаты казенныхъ и общественныхъ учрежденій и частныхъ лицъ:

Имени министра Финансовъ Статсъ-Секретаря С. Ю. Витте.

1. Александровъ Николай.

Имени В. А. и А. А. Алексѣевыхъ:

1. Виноградовъ Дмитрій.
2. Панинъ Геннадій.
3. Тендетниковъ-Лясковскій Петръ.
4. Чаадаевъ Николай.
4. Шахно Александръ.

Имени В. Ѳ. Кокина.

1. Павловъ Михаилъ.

Имени Г. Г. Хлѣбникова:

1. Капелькинъ Анатолій.

Имени И. Н. Дурново:

1. Заднѣпровскій Гавріилъ.

Имени С. И. Гарелина.

1. Лебедевъ Леонидъ.

Имени Н. Мазурина:

1. Петровскій Ѳедоръ.

Имени Г. И. Хлудова:

1. Павловъ Николай.

Имени М. И. Иванова.

1. Ильинскій Николай.

Имени А. В. Кокорева.

1. Барилко Алексѣй.
2. Горбачевъ Николай.
3. Гуреевъ Аркадій.
4. Егоровъ Валентинъ.
5. Ивановъ Николай.
6. Кузнецовъ Александръ.
7. Рѣзуновъ Аркадій.
8. Орловъ Николай.
9. Соловьевъ Иванъ.
10. Шишаловъ Василій.

Имени Е. И. Любимовой.

1. Зиминъ Сергѣй.
2. Ивановъ Евгеній.
3. Кустовъ Иванъ.
4. Петровъ Иванъ.
5. Шилинъ Василій.

Имени Г. С. Герасимова:

1. Добровольскій Владиміръ.
2. Скрыдло Дмитрій.
3. Соколовъ Яковъ.
4. Шнейдеръ Александръ.

Имени П. В. Каретникова.

1. Гастевъ Павелъ.

Имени Л. С. Полякова.

1. Гинсбургъ Нота.

Вѣдомства учрежденій Императрицы Маріи:

1. Василенко-Иваницкій Дмитрій.
2. Тугариновъ Иванъ.

Московскаго Биржевого Комитета:

1. Вонзблейнъ Ѳедоръ.
2. Павловскій Сергѣй.

Канцеляріи Главноначальствующаго по военно-народному управленію Кавказскаго Края:

1. Дайдбековъ Адиль-Гирей.

Вспомогательнаго Общества Купеческихъ приказчиковъ въ Москвѣ:

1. Арбатскій Борисъ.
2. Жуковъ Алексѣй.
3. Калашниковъ Владиміръ.

Терскаго Казачьяго войска.

1. Кособрюховъ Клавдій.

Астраханской Городской Управы:

1. Петровъ Анатолій.

Пермской Губернской Земской Управы.

1. Семеновъ Анатолій.

Московской Городской Думы:

1. Спижарный Николай.

Коломенской Городской Управы:

1. Шевлягинъ Анатолій.
2. Шкаринъ Владиміръ.

Владикавказской Городской Управы:

1. Харченко Петръ.

Гатчинскаго Сиротскаго Николаевскаго института:

1. Лукинъ Давидъ.
2. Петровъ Николай.
3. Обнисскій Болеславъ.

Имени профессора Ѳ. Е. Орлова.

1. Островскій Сигизмундъ.
2. Соринъ Айзикъ.

Имени профессора Н. Е. Жуковскаго:

1. Грингаутъ Яковъ.
2. Котовскій Николай.
3. Кричко Иванъ.

Имени профессора П. К. Худякова:

1. Яцкевичъ Викентій.

Имени П. П. Протопопова.

1. Есиповъ Константинъ.

г) Студенты, освобожденные отъ платы за слушаніе лекцій:

1. Аляевъ Владиміръ.
   Борковскій Евгеній.
   Боровой Александръ.
   Бурштейнъ Николай.
5. Бѣловъ Василій.
   Видавскій Павелъ.
   Витковскій Петръ.
   Войткевичъ Станиславъ.
   Гайковичъ Густавъ.
10. Гашинскій Станиславъ.
    Голубковъ Александръ.
    Гридинъ Викторъ.
    Доброгурскій Сергѣй.
    Забугинъ Николай.
15. Ивановъ Мстиславъ.
    Изновсковъ Дмитрій.
    Караманенко Иванъ.
    Каратаевъ Григорій.
    Карлинъ Алексѣй.
20. Колосовскій Константинъ.
    Корольковъ Владиміръ.
    Крживецъ Александръ.
    Кудрявцевъ Николай.
    Лукинъ Давидъ.
25. Лѣтниковъ Владиміръ.
    Милевскій Мечиславъ.
    Мильвидъ Мечиславъ.
    Монастыревъ Уалентъ.
    Морошкинъ Алексѣй.
30. Морошкинъ Евгеній.
    Обнисскій Болеславъ.
    Осиповичъ Сергѣй.
    Панфиловичъ Болеславъ.
    Петровъ Владиміръ.
35. Петровъ Николай.
    Платицынъ Михаилъ.
    Поспѣловъ Константинъ.
    Пронинъ Александръ.
    Розановъ Михаилъ.
40. Сабанѣевъ Александръ.
    Савельевъ Николай.
    Савостьяновъ. Владиміръ.
    Сасуличъ Константинъ.
    Семеновъ Николай.
45. Сперанскій Евгеній.
    Страдомскій Владиміръ.
    Церевитиновъ Ѳедоръ.
    Шамовъ Иванъ.
    Штенгель Константинъ.
50. Ярнинскій Мечиславъ.

Командировки студентовъ V курса и III спеціальнаго класса въ теченіе лѣтняго вакаціоннаго времени на фабрики, заводы и желѣзныя дороги.

Согласно учебному плану студенты, перешедшіе съ IV курса на V курсъ, и студенты, перешедшіе изъ II спец. класса въ III спец. классъ, были командированы на вакаціонное время на фабрики, заводы и желѣзныя дороги для практическихъ занятій и для подготовки къ исполненію спеціальныхъ проектовъ.

По выбору спеціальныхъ проектовъ студенты распредѣлились на слѣдующія группы:

На V курсѣ механическаго отдѣленія:

По технологіи металловъ и дерева	47	студ.
» » волокнистыхъ веществъ	7	»
» гидротехническимъ сооруженіямъ	7	»

На V курсѣ химическаго отдѣленія:

По технологіи минеральныхъ веществъ	4	студ.
» » питательныхъ веществъ	4	»

Въ III спеціальномъ классѣ механ. отдѣленія:

По технологіи металловъ и дерева	24	студ.
» » волокнистыхъ веществъ	15	»
» инженерному искусству	36	»

Въ III спеціальномъ классѣ химическ. отдѣленія:

По технологіи минеральныхъ веществъ	3	студ
» » питательныхъ веществъ	6	»
» » красильныхъ веществъ	6	»

Для практическихъ занятій студенты были распредѣлены на нижеслѣдующихъ фабрикахъ и заводахъ:

1) На механическихъ заводахъ:

На Балтійскомъ заводѣ	8	студ.
» заводѣ Бр. Бромлей	7	»
» Брянскихъ заводахъ	21	»
» заводѣ Бари	2	»
» Александровскомъ механическомъ заводѣ въ С.-Петербургѣ.	3	»
» заводѣ Виганда	2	»
» Верхне-Исетскихъ заводахъ гр. Стенбокъ-Фермора въ Екатеринбургѣ	1	»
» заводѣ Доброва	2	»
» Днѣпровскомъ заводѣ	3	»
» Коломенскомъ машиностроительномъ заводѣ . .	10	»
» заводѣ Листа	3	»
» Невскомъ механическомъ заводѣ	1	»
» Обуховскомъ литейномъ заводѣ	5	»
» Заводѣ Общества механическихъ производствъ юга Россіи	1	»
» Путиловскомъ заводѣ	25	»
» Нижне-Тагильскомъ заводѣ	4	»
» Русско-Балтійскомъ вагонномъ заводѣ въ Ригѣ .	2	»
» С.-Петербургскомъ металлическомъ заводѣ . .	3	»
» Сормовскомъ заводѣ	19	»
» Харьковскомъ паровозостроительномъ заводѣ. .	1	»
» заводѣ Флора въ Берлинѣ	1	»
Въ мастерскихъ Москов.-Каз. желѣзной дороги . .	10	»

2) На желѣзныхъ дорогахъ:

На Владикавказской желѣзной дорогѣ	1	студ.
» Балтійской и Псково-Рижской желѣзной дорогѣ.	2	»
» Екатерининской желѣзной дорогѣ	5	»
» Закавказской желѣзной дорогѣ	5	»
» Закаспійской желѣзной дорогѣ	2	»
» Курской и Нижегородской желѣзной дорогѣ . .	4	»
» Либаво-Роменской желѣзной дорогѣ	5	»

На Московско-Казанской желѣзной дорогѣ . . . . 2 »
» Московско-Брестской желѣзной дорогѣ . . . . 5 »
» Московско-Ярославско-Архангельской жел. дор. . 6 »
» Николаевской желѣзной дорогѣ . . . . . 1 »
» Полѣсскихъ желѣзныхъ дорогахъ . . . . . 2 »
» Привислянскихъ желѣзныхъ дорогахъ . . . . 2 »
» Риго-Орловской желѣзной дорогѣ . . . . . 5 »
» Рязанско-Уральской желѣзной дорогѣ . . . . 4 »
» Самаро-Златоустовской желѣзной дорогѣ . . . 1 »
» Сызрано-Вяземской желѣзной дорогѣ . . . . 5 »
» Харьково-Николаевской желѣзной дорогѣ . . . 3 »
» Юго-западныхъ желѣзныхъ дорогахъ . . . . 3 »
» Юго-восточныхъ желѣзныхъ дорогахъ . . . . 1 »

3) На фабрикахъ бумаго-прядильныхъ и ткацкихъ:

На Большой Ярославской Мануфактурѣ . . . . . 6 студ.
» Бумагопрядильнѣ Козьмы Прохорова въ Вышнемъ Волочкѣ . . . . . 1 »
» Бумагопрядильной фабрикѣ Щербакова . . . . 1 »
» Никольской Мануфактурѣ Саввы Морозова С-й . 6 »
» Раменской Мануфактурѣ . . . . . 3 »
» Соколовской Мануфактурѣ. . . . . 1 »
» Троицкой Мануфактурѣ бр. Барановыхъ . . . 2 »
» Тверской Мануфактурѣ . . . . . 2 »
» Трехгорной Мануфактурѣ . . . . . 1 »

4) На фабрикахъ и заводахъ по химическимъ производствамъ:

На заводѣ Вахтера въ Боровичахъ (производство огнеупорныхъ глиняныхъ издѣлій) . . . . . 1 студ.
На заводѣ фарфоровыхъ и другихъ глиняныхъ издѣлій М. С. Кузнецова (ст. Дрезна М.-Нижегородской ж. д.). . 1 »
На заводѣ Товарищества нефтяного производства бр. Нобель въ Баку . . . . . 2 »
На кожевенномъ заводѣ Общества Алафузовскихъ фабрикъ и заводовъ . . . . . 2 »
На кожевенномъ заводѣ Брусницыныхъ въ С.-Петербургѣ . . . . . 2 »

На Угличской писчебумажной фабрикѣ . . . . . 1 »
На винокуренномъ заводѣ Дервиза Рязанской губерн. 2 »
На Трехгорномъ пивоваренномъ заводѣ . . . . . 1 »
На свеклосахарномъ заводѣ Александровскаго Товарищества въ Кіевѣ . . . . . 1 »

Экскурсіи на фабрики и заводы.

Въ 1898 году студентами III, IV и V курсовъ и спеціальныхъ классовъ были осмотрѣны нижеслѣдующіе фабрики и заводы:

1) студентами III курса химическаго отдѣленія стеклянный заводъ Дютфуа, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина;

2) студентами III и IV курса химическаго отдѣленія заводъ Лепешкина, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина;

3) студентами III курса химическаго отдѣленія и IV курса механическаго отдѣленія вагонный заводъ въ с. Мытищахъ, подъ руководствомъ адъюнктъ-профессора А. П. Гавриленко;

4) студентами III и IV курсовъ и II спеціальнаго класса химическаго отдѣленія заводъ Кёлеръ, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина;

5) студентами III, IV и V курсовъ химическаго отдѣленія заводъ Мюръ, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина.

6) студентами IV курса химическаго отдѣленія лабораторія Феррейна, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина, и заводъ Столярова, подъ руководствомъ профессора П. П. Петрова;

7) студентами IV курса и II спеціальнаго класса химическаго отдѣленія—фабр. и зав. Брокаръ и К°, подъ руководствомъ профессора В. М. Руднева, фабрики Саввы Морозова въ Орѣховѣ-Зуевѣ, Н. И. Кондрашева и Прохорова, подъ руководствомъ профессора П. П. Петрова, и Трехгорный пивоваренный заводъ, подъ руководствомъ профессора Я. Я. Никитинскаго;

8) студентами IV курса и II спеціальнаго класса механическаго отдѣленія суконная фабрика братьевъ Носовыхъ и Даниловская мануфактура, подъ руководствомъ преподавателя К. И. Тумскаго;

9) студентами IV курса и II и III спеціальныхъ классовъ химическаго отдѣленія заводы—Невскій стеариновый и газовый, подъ руководствомъ профессора В. М. Руднева;

10) студентами IV курса и III спеціальнаго класса химическаго отдѣленія—кожевенный и сыромятный заводъ Мих. Жемочкина, подъ руководствомъ профессора В. М. Руднева;

11) студентами V курса механическаго отдѣленія Коломенскій машиностроительный заводъ, подъ руководствомъ профессора А. П. Гавриленко, адъюнктъ-профессора А. И. Сидорова и преподавателя В. В. Зворыкина.

Кромѣ того, студентами III спеціальнаго класса механическаго отдѣленія были осмотрѣны Московскія городскія бойни, подъ руководствомъ главнаго инженеръ-механика А. И. Пермякова.

Учебныя пособія.

1. Химическія лабораторіи.

а) Аналитическая лабораторія.

Къ 1 января 1898 г. числилось по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 703 на сумму	4412 р. 71 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 15 на сумму .	309 » 44 »
Итого къ 1 января 1899 г. числится 718 на сумму	4722 р. 15 к.

б) Органическая лабораторія.

Къ 1 января 1898 года состояло по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 648 на сумму	5567 р. 83 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 43 на сумму .	283 » 10 »
Итого къ 1 января 1899 года числится аппаратовъ, приборовъ, инструментовъ и проч. 691 на сумму . .	5850 р. 93 к.

в) Лабораторія по технологіи минеральныхъ веществъ.

Въ лабораторіи къ 1 января 1898 года состояло разныхъ аппаратовъ, приборовъ и машинъ на сумму	1766 р. 86 к.

Въ теченіе года вновь пріобрѣтено различныхъ приборовъ и машинъ на сумму	1511	»	45 »
Итого къ 1 января 1899 года въ лабораторіи числится приборовъ, машинъ и инструментовъ на сумму .	3278	р.	31 к.

Въ общую сумму стоимости инвентаря не вошла стоимость мебели.

г) Лабораторія по технологіи органическихъ веществъ.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю аппаратовъ и приборовъ 654 на сумму	9660	р.	24 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 28 на сумму .	731	»	85 »
Перечислено въ инвентарь аналитической лабораторіи 3 на сумму	58	»	75 »
Перечислено въ инвентарь лабораторіи красящихъ веществъ 72 на сумму	1304	»	18 »
Перечислено въ инвентарь лабораторіи питательныхъ веществъ 1 на сумму.	35	»	75 »
Итого къ 1 января 1899 года состоитъ аппаратовъ и приборовъ 606 на сумму	8993	р.	41 к.

Изъ аппаратовъ, пріобрѣтенныхъ въ отчетномъ году, выдѣляются: микроскопъ для микрохимическаго анализа по Беренсу, печь Ульмана для нагрѣванія запаянныхъ трубокъ, калориметръ Крокера и многіе другіе.

д) Лабораторія по технологіи питательныхъ веществъ.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 127 на сумму	778	р.	51 к.
Мебели 28 предметовъ на сумму	415	»	13 »
Итого 155 предметовъ на сумму	1193	р.	64 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено приборовъ, аппаратовъ и инструментовъ 49 на сумму	1184	р.	78 к.
Мебели 5 предметовъ на сумму	94	»	20 к.

Къ 1 января 1899 года числится приборовъ, аппаратовъ и инстументовъ 176 на сумму	1963	» 29	»
Мебели 33 предмета на сумму	509	» 33	»
Итого 209 предметовъ на сумму	2472	р. 62	к.

е) Лабораторія по технологіи красящихъ веществъ.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю приборовъ, аппаратовъ и мебели на сумму .	1315	р. 93	к.
Въ теченіе года поступило разныхъ приборовъ, аппаратовъ на сумму	1798	» 39	»
Мебели на сумму	471	» 30	»
Перечислено изъ инвентаря лабораторіи по технологіи органическихъ веществъ разныхъ приборовъ, аппаратовъ и чертежей на сумму	1304	» 18	»
Итого къ 1 января 1899 года числится на сумму	4889	р. 80	к.

Кромѣ пріобрѣтеній поступили пожертвованія аппаратами отъ фирмы С. Т. Морозова:

1) Два мѣдныхъ котелка съ двойными стѣнками.
2) Желѣзный котелокъ съ двойными стѣнками и крышкой.
3) Чугунная красильная баня.
4) Двѣ чугунныхъ плюсовки.
5) Мѣдная запорка.
6) Чугунная плита.

Затѣмъ московскіе представители иностранныхъ фирмъ доставляли въ теченіе года краски для практическихъ работъ.

ж) Химическая лабораторія механическаго отдѣленія.

Къ 1 января 1899 года состояло по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 47 на сумму	424	р. 64	к.
Итого	424	р. 64	к.

2. Физическій кабинетъ.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю физическихъ приборовъ, инструментовъ, таблицъ и проч. 1169 предметовъ на сумму	24286 р. 03 к.
Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено 32 предмета на сумму.	1265 » 26 »
Итого къ 1 января 1899 года числилось 1201 предметъ на сумму	25551 р. 29 к.

Въ числѣ упомянутыхъ 32 предметовъ пріобрѣтены: фотометръ Айртона и Перри, фотометръ Луммера-Бродгуна, электрическій конденсаторъ работы Сименса, приборы для демонстраціи опытовъ Герца, электродвигатель Тесла и телеграфъ Маркони.

3. Кабинетъ прикладной механики.

Къ 1 января 1898 года состояло моделей, приборовъ и инструментовъ на сумму. . .	17197 р. 57 к.
Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено и пожертвовано: разныхъ приборовъ на сумму. . . .	521 р. 95 к.
нефтяной двигатель Горнсби въ $3^1/_2$ л. с. на сумму.	1500 р. — к.
Исключенъ 1 индикаторъ Кросби, переданный въ механическія мастерскія училища, на сумму	123 р. 48 к.
Итого къ 1 января 1899 года числится моделей, приборовъ и машинъ на сумму.	19026 р. 04 к.

4. Кабинетъ естественной исторіи.

Къ 1 января 1898 года въ составѣ кабинета числилось:	
Минераловъ, моделей, кристалловъ и пр. .	2209
Зоологическихъ препаратовъ и моделей. . .	481
Ботаническихъ моделей, растительныхъ продуктовъ и пр.	155
Инструментовъ и приборовъ.	135

Атласовъ, таблицъ, картъ и проч. . . . 144
Мебели. 98

Всего 3222 предмета на сумму 5129 руб. 15 к.

Въ теченіе года пріобрѣтены:

а) Приборы и другія принадлежности для опредѣленія минераловъ, всего 72 предмета на сумму. . . . . 136 руб. 63 к.

в) Геологическіе чертежи, всего 4 предмета на сумму. . . . . 45 руб. 15 к.

Въ теченіе года исключены:

а) Зоологическіе препараты и модели, всего 481 предметъ, на сумму. . . . . 363 руб. — к.

Такимъ образомъ, къ 1 января 1899 года въ составъ кабинета входило 2817 предметовъ, на сумму. . . . . 4947 руб. 93 к.

5. Геодезическій кабинетъ.

Къ 1 января 1898 года состояло:

Геодезическихъ инструментовъ 60 на сумму 1998 руб. 52 к.

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтенъ теодолитъ Бамберга на сумму. . . . . 155 руб. — к.

Къ 1 января 1899 года состоитъ:

Геодезическихъ инструментовъ 61 на сумму 2153 руб. 52 к.

6. Учебныя пособія по черченію.

Къ 1 января 1898 года по инвентарю числилось:

Различныхъ моделей, инструментовъ, оригиналовъ и пр. 1301 на сумму. . . . . 2023 руб. 38 к.

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтеній и исключеній не было.

7. Учебныя пособія по рисованію.

Къ 1 января 1898 года по инвентарю числилось:

Гипсовыхъ орнаментовъ, деревянныхъ деталей машинъ и пр. 1053 на сумму. . . . . 606 руб. 37 к.

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено гипсовыхъ моделей 31 на сумму . . . . . 24 руб. 85 к.

Къ 1 января 1899 года состоитъ 1084 предмета на сумму . . . . . 631 руб. 22 к.

8. Кабинетъ техническаго черченія.

Къ 1 января 1898 года числилось 998 экз. на сумму. . . . . 7403 руб. 90 к.

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено 12 экз. на сумму. . . . . 9 руб. 35 к.

Итого къ 1 января 1899 года числится всего 1010 экземпляровъ на сумму. . . . 7413 руб. 25 к.

9. Пособія по технологіи металловъ и дерева.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю чертежей, образцовъ орудій и коллекцій всего 53 экзем. на сумму. . . . . 613 руб. 47 к.

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтенъ волшебный фонарь съ принадлежностями къ нему на сумму. . . . . 664 руб. 80 к.

Итого къ 1 января 1899 года числится по инвентарю всего 54 экзем. на сумму. 1278 руб. 27 к.

10. Кабинетъ механической технологіи волокнистыхъ веществъ.

Къ 1 января 1898 года состояло:

А. *Учебныхъ пособій по технологіи.*

Настѣнныхъ чертежей разныхъ машинъ. . . . 100

Снимковъ машинъ (фототипическихъ и фотографическихъ). 40

Коллекцій и образцовъ матеріаловъ, пряжи и тканей 20

Коллекцій образцовъ орудій и принадлежностей для фабрикъ. . . . . 7.

Различныхъ приборовъ, инструментовъ и моделей. 21

Разной мебели. 15

Б. *Образцовыхъ машинъ.*

Разныхъ машинъ. 31

Въ теченіе 1898 года поступило:

1 мюль машина завода Трелфоллъ въ Англіи.

1 ткацкій станокъ многочелночный завода Товарищества Доброва и Набгольцъ.

8 коллекцій по обработкѣ хлопковъ Египетскихъ, Американскихъ и Средне-Азіатскихъ.

1 коллекція фотографическихъ снимковъ на стеклѣ машинъ по бумагопрядильному и ткацкому производству для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція микро-фотографическихъ снимковъ на стеклѣ волоконъ различнаго рода, переходныхъ продуктовъ прядильнаго производства и пряжи для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція образцовъ (стандартовъ) хлопка различнаго рода по Ливерпульской классификаціи.

1 пробное мотовило для хлопчатобумажной пряжи.

1 пробные вѣсы для взвѣшиванія ровницы и пряжи и разновѣски къ нимъ по англійской системѣ вѣса.

3 образца шлихта разнаго состава для проклеиванія основы.

1 вытканный въ Ліонѣ портретъ Жаккарда.

1 витрина съ образцами ремизъ и бердъ.

Въ теченіе 1898 года исключеній изъ инвентаря не было.

Къ 1 января 1899 года состоитъ:

А. *Учебныхъ пособій по технологіи:*

Образцы волокнистыхъ матеріаловъ въ первоначальномъ состояніи [ленъ-сырецъ: моченецъ и стланецъ разныхъ мѣстностей; пенька; хлопокъ въ коробочкахъ: американскаго хлопчатника (бульбы) и средне-азіатскаго хлопчатника (гуза); хлопокъ сырецъ; хлопокъ, очищенный отъ сѣмянъ; различные хлопки, наиболѣе извѣстные въ торговлѣ и промышленности; шерсть разныхъ породъ овецъ: русскихъ, мериносовыхъ и англійскихъ длинношерст-

ныхъ; коконы различныхъ породъ шелкопряда; шелкъ-сырецъ (грежа) разныхъ происхожденій].

Образцы, иллюстрирующіе системы классификацій главнѣйшихъ волокнистыхъ матеріаловъ («стандарты» хлопковой Ливерпульской классификаціи; сорты льна и шерсти).

Коллекціи, иллюстрирующія послѣдовательный ходъ обработки волокнистыхъ веществъ (производство льняной и очесочной пряжи; переходы бумаго-прядильнаго производства; переработка шерсти въ такъ называемую аппаратную и камвольную пряжу).

Образцы разной пряжи [льняной, пеньковой, джутовой, хлопчато-бумажной различныхъ №№, сортовъ и назначеній, шерстяной пряжи — аппаратной и камвольной, шелковой (крученаго шелка) для разныхъ назначеній и бурдесуа].

Образцы различныхъ тканей: льняныхъ, бумажныхъ, шерстяныхъ (суконъ и сукноподобныхъ тканей и камгарныхъ матерій) и шелковыхъ разныхъ переплетеній.

7 коллекцій образцовъ орудій и разныхъ принадлежностей для прядильныхъ и ткацкихъ фабрикъ. Образцы канатовъ и веревокъ.

Коллекціи кардныхъ лентъ, пластинъ и шляпокъ; образцы наждака и наждачныхъ лентъ для точенія кардъ. Образцы карборунда для той-же цѣли.

Образцы опойка, валичнаго сукна и кожаныхъ валиковъ.

Коллекція ремизокъ для бумажныхъ, шерстяныхъ, льняныхъ и шелковыхъ тканей.

Образцы проволоки, смычковъ, бердъ и рядковъ для различныхъ ткацкихъ станковъ.

100 настѣнныхъ таблицъ, чертежей машинъ прядильнаго, ткацкаго и суконнаго производствъ, 40 фототипическихъ и фотографическихъ снимковъ машинъ.

Разныхъ приборовъ, инструментовъ и моделей 23.

Разной мебели 16 предметовъ.

8 коллекцій по обработкѣ хлопковъ Египетскихъ, Американскихъ и Средне-Азіатскихъ.

1 коллекція фотографическихъ снимковъ на стеклѣ машинъ по бумагопрядильному и ткацкому производству для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція микро-фотографическихъ снимковъ на стеклѣ волоконъ различнаго рода, переходныхъ продуктовъ прядильнаго производства и пряжи для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція образцовъ (стандартовъ) хлопка различнаго рода по Ливерпульской классификаціи.

3 образца шлихта разнаго состава для проклеиванія основы.

1 вытканный въ Ліонѣ портретъ Жаккарда.

Б. *Образцовыхъ машинъ и аппаратовъ.*

Завода *Добсонъ и Барло* въ Болтонѣ.

1 Джинъ Макарти, 1 холстовая машина «Дублеръ», холстовая вытяжная ленточная машина, 1 сельфакторъ въ 132 вер., 1 тростильная машина, 1 крутильный ватеръ въ 32 вер., 1 гребнечесальная машина системы «дуплексъ».

Завода *Гетеринтонъ* въ Манчестерѣ.

1 чесальная машина со шляпками, 1 ленточная машина въ 2 выпуска, 1 прядильный основной ватеръ въ 32 вер., 1 гребнечесальная машина системы Гейльмана, 1 холстовая «Дублеръ» машина въ 16 лентъ, 1 крутильный ватеръ въ 30 вер.

Завода *Говардъ и Булло* въ Акрингтонѣ.

1 чесальная машина со шляпками, 1 толстый банкаброшъ въ 32 вер., 1 прядильный основной ватеръ, 1 тонкій банкаброшъ въ 42 вер., 1 чесальная машина съ валиками.

Завода *Бр. Платтъ* въ Ольдгамѣ.

1 прядильный уточный ватеръ въ 72 вер., 1 чесальная машина со шляпками, 1 холстовая трепальная машина съ регуляторомъ Лорда.

Разныхъ машиностроительныхъ заводовъ.

1 мюль машина завода *Трелфоллъ* въ Англіи; 1 механическій ткацкій многочелночный станокъ завода Т-ва *Добровъ и Наб-*

гольцъ; 1 механическій ткацкій станокъ зав. *Моск. Т-ва Механическихъ издѣлій*; 1 ручной ткацкій станокъ съ машиной Жаккарда; 1 машина для наборки кардъ (работа воспитанника Р. У. З. Дмитріева 1863 г.); 1 точильная машина для чесальныхъ валиковъ; 1 машина для рѣзки кожи для верхнихъ вытяжныхъ валиковъ прядильныхъ машинъ; 1 машина для рѣзки сукна для верхнихъ валиковъ; 1 прессъ для кожи; 1 машина для обтягиванія опойковыхъ валиковъ; 1 машина для обрѣзки и укатыванія валиковъ; 1 переборный механизмъ для ткацкаго стана, называемый кареткой Добби.

Подобно предшествующимъ годамъ поименованныя коллекціи и машины, поступившія въ 1898 году, были пожертвованы кабинету технологіи волокнистыхъ веществъ Училища.

Общая стоимость имущества кабинета въ отчетномъ году составляетъ около 25,300 рублей.

11. Библіотека.

Къ 1 января 1898 г. числилось 13337 названій въ 21873 т. на сумму	51234	р.	14 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 829 названій въ 1468 т. на сумму.	5301	»	16 »
Къ 1 января 1899 года числится 14166 названій въ 23341 т. на сумму.	56535	»	30 »

12. Учебныя мастерскія.

а) Кабинетъ учебныхъ мастерскихъ.

Къ 1 января 1898 года въ кабинетѣ учебныхъ мастерскихъ состояло:

Разныхъ образцовыхъ инструментовъ, приборовъ, таблицъ, коллекцій и машинъ.	861		
Разнаго рода предметовъ.	35		
Всего на сумму . . .	5865	р.	34 к.

Пріобрѣтеній и исключеній въ 1898 году не было:

Къ 1 января 1898 года состоитъ по инвентарю 896 экз. на сумму.	5865	р.	34 к.

б) Токарная по дереву мастерская.

Въ теченіе 1898 года въ токарной по дереву мастерской занимались 126 студентовъ II курса механическаго отдѣленія, которыми было исполнено 986 работъ.

Къ 1 января 1898 года числилось по инвентарю:

Приводныхъ токарныхъ станковъ.	10
Ножныхъ токарныхъ станковъ.	28
Верстаковъ столярныхъ.	3
Точильныхъ камней въ чугунныхъ коробкахъ.	2
Круглая приводная пила.	1
Лобзиковый ножной станокъ.	1
Разнаго рода инструментовъ.	797
Разнаго рода предметовъ.	607

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено:

Разнаго рода инструментовъ.	36
Разнаго рода предметовъ.	3

Къ 1 января 1898 года по инвентарю состоитъ 1488 экземпляровъ на сумму 2691 р. 12 к.

Учебныя пособія мастерской:

Коллекція нарѣзокъ, состоящая изъ	12	экз.
Коллекція моделей, состоящая изъ	25	»
Коллекція инструментовъ, состоящая изъ.	161	»
Коллекція инструментовъ, увеличенныхъ въ шесть разъ, состоящая изъ	24	»
Коллекція патроновъ къ токарнымъ станкамъ, состоящая изъ	7	»
Коллекція различныхъ породъ деревъ, состоящая изъ	30	»
Всего на сумму . .	348 р. 68 к.	

в) Модельно-столярная мастерская.

Въ теченіе 1898 года въ модельно-столярной мастерской занимались 272 студента II курса и 186 студентовъ III курса. Студентами II курса исполнено 1487 соединеній дерева и 356 вполнѣ

законченныхъ моделей. Студенты III курса имѣли демонстративныя занятія.

Къ 1 января 1898 года состояло по инвентарю:

Верстаковъ столярныхъ	95
Станковъ токарныхъ	12
Универсальная пила и сверлильная машина съ принадлежностями	2
Точилъ для инструментовъ	3
Провѣрочныхъ плитъ для работъ	1
Принадлежностей къ машинамъ	159
Разнаго рода инструментовъ	2334
Разнаго рода предметовъ	223
Разныхъ моделей	229

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено:

Верстаковъ столярныхъ	4
Разнаго рода инструментовъ	207

Къ 1 января 1899 года состоитъ по инвентарю 3269 экземпляровъ на сумму 6999 руб. 48 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Двѣ коллекціи соединеній дерева, состоящія изъ	135	экз.
Коллекція моделей, состоящая изъ	34	»
Коллекція инструментовъ, увеличенныхъ въ 6 разъ, состоящая изъ	31	»
Коллекція инструментовъ для строганія дерева, состоящая изъ	21	»
Коллекція инструментовъ для пиленія дерева, состоящая изъ	19	»
Коллекція инструментовъ для поперечнаго пиленія дерева, состоящая изъ	89	»
Двѣ коллекціи инструментовъ для сверленія и долбленія дерева, состоящія изъ	89	»
Коллекція измѣрительныхъ инструментовъ, состоящая изъ	22	»
Всего на сумму	1532	руб. 39 коп.

г) Металло-токарная мастерская.

Въ 1898 году въ мастерской занимались 65 студентовъ, которыми было исполнено 356 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1898 года въ мастерской по инвентарю числилось:

Самоточекъ	2
Сверлильный станокъ	1
Фрезовый станокъ	1
Точильный станокъ для инструментовъ	1
Строгальный станокъ	1
Суппортовъ	10
Токарныхъ станковъ съ принадлежностями	34
Точилъ съ чугунными ящиками	2
Горнъ съ вентиляторомъ	1
Наковальня	1
Разныхъ инструментовъ и принадлежностей мастерской	469

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтеній и исключеній не было.

Къ 1 января 1899 года состоитъ 523 предмета на сумму 8554 руб. 38 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Двѣ коллекціи образцоваго токарнаго инструмента, состоящія изъ	193 экз.
Двѣ коллекціи образцовъ токарнаго по металлу искусства, состоящія изъ	106 »
На сумму	154 р. 24 к.

д) Слесарная мастерская.

Въ 1898 году въ слесарной мастерской занималось 270 студентовъ, которыми было исполнено 1099 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1898 года состояло:

Верстаковъ	28
Тисокъ слесарныхъ	113
Машинъ стругальныхъ ручныхъ	2

Станокъ для сверленія коловоротомъ 1
Машинъ сверлильныхъ ручныхъ. 5
Точило двойное 1
Горнъ съ вентиляторомъ 1
Столовъ чугунныхъ 4
Разнаго рода предметовъ 1286
Разнаго рода инструментовъ 3628

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено разнаго рода инструментовъ 264 и разнаго рода предметовъ 80.

Итого къ 1 января 1899 г. состоитъ по инвентарю 5413 экз. на сумму 5723 р. 8 коп.

Учебныя пособія мастерской отнесены къ кабинету учебныхъ мастерскихъ.

е) Чугунно-мѣдно-литейная мастерская.

Въ истекшемъ 1898 году въ чугунно-мѣдно-литейной мастерской занималось 108 студентовъ III курса, которыми, кромѣ демонстративныхъ занятій, исполнено 2110 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1898 года состояло по инвентарю:

Паровой горизонтальный двигатель съ котломъ въ 4 силы системы Фильда 1
Вентиляторовъ 2
Вагранокъ: большая и малая 2
Самодувный горнъ для трехъ тиглей 1
Печь для плавки мѣди системы «Piat». 1
Литейный кранъ 1
Чугунныхъ опокъ и разныхъ грузовъ 641
Моделей чугунныхъ 23
Печь для сушки стержней 1
Станковъ для шаблонной формовки 2
Верстаковъ съ козлами 18
Разныхъ инструментовъ 325
Разнаго рода предметовъ 261

Въ теченіе 1898 года исключеній и пріобрѣтеній не было.

Къ 1 января 1899 года состоитъ 1279 экзем. на сумму 7681 руб. 43 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Коллекція образцовыхъ инструментовъ, состоящая изъ 76 шт.

Коллекція принадлежностей для формовки, состоящая изъ 60 шт.

ж) Кузнечная мастерская.

Въ теченіе 1898 года въ кузнечной мастерской занималось 102 студента III курса механическаго отдѣленія, которыми исполнено 1428 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1898 года состояло:

Паровой молотъ въ $^1/_4$ тонны	1
Горнъ двойныхъ.	9
Станковъ для сварки и гнутія желѣза..	2
Вентиляторовъ и кузнечныхъ мѣховъ.	2
Тисокъ стуловыхъ желѣзныхъ.	2
Вѣсы десятичные съ гирями и разновѣсами	1
Кузнечныхъ инструментовъ.	651
Разнаго рода предметовъ.	161

Къ 1 января 1899 года состоитъ 829 экземпляровъ на сумму 3881 руб. 56 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Образцовая коллекція инструментовъ, состоящая изъ 110 экземпляровъ.

Образцовая коллекція кузнечныхъ работъ, состоящая изъ 40 экземпляровъ.

Всего на сумму . . . . 224 р. 29 к.

з) Механическая мастерская.

Въ истекшемъ 1898 года въ механической мастерской работало 294 студента II и III спеціальныхъ классовъ и V курса, при чемъ въ окончательномъ видѣ исполнено 149 отдѣльныхъ

работъ по сборкѣ машинъ; въ то же время студентами II спец. кл. и V курса изучалось производство работъ на машинахъ-орудіяхъ, имѣющихся при мастерской. Между работами наиболѣе выдающимися были паровыя машины, паровые насосы, стругальныя машины, суппорты, токарные станки, ручные насосы и проч.

Къ 1 января 1898 года состояло по инвентарю:

Горизонтальная паровая машина «Бр. Зульцеръ» въ 50 с. съ 2-мя конденсаторами	1
Постоянный котелъ батарейной системы	1
Водотрубный паровой котелъ «Шухова»	1
Паровая горизонтальная машина въ 16 силъ	1
Водомѣръ Шмидта	1
Приводовъ—трансмиссій	2
Сверлильныхъ машинъ разныхъ системъ:	
» » приводныхъ	6
» » ручныхъ	3
Строгальныхъ машинъ	9
Долбежныхъ	2
Шпоночныхъ	1
Винторѣзныхъ	1
Фрезовыхъ	2
Дѣлительныхъ	1
Станковъ токарныхъ по металлу	7
Самоточекъ разной величины	9
Разныхъ принадлежностей къ машинамъ	1980
Тисокъ слесарныхъ	93
Верстаковъ	10
Разнаго рода предметовъ	315
Разныхъ инструментовъ	1627

Въ теченіе 1898 года пріобрѣтено:

Разныхъ инструментовъ	756

Въ теченіе 1898 года исключено:

Паровая горизонтальная машина въ 16 силъ	1
Разныхъ принадлежностей къ машинамъ	17

Верстаковъ 1
Разнаго рода предметовъ 61
Разныхъ инструментовъ. 1491

Къ 1 января 1899 года состоитъ по инвентарю 3257 экземпляровъ на сумму 44928 руб. 81 коп.

Учебныя пособія отнесены къ кабинету учебныхъ мастерскихъ.

Свѣдѣнія объ исполненныхъ заводомъ училища частныхъ заказахъ.

Кромѣ занятій со студентами, заводомъ училища при помощи наемныхъ рабочихъ въ теченіе 1898 года было исполнено заказовъ для частныхъ лицъ и учрежденій на сумму 72,379 руб. 65 коп.

Выдающимися изъ числа этихъ заказовъ были слѣдующіе:
Паровыя машины «Танги». 5
Насосы паровые, приводные и ручные. 39
Тиски разные. 28
Вѣтряные двигатели. 10
Турбины. 4
Токарные станки. 10
Самоточки. 1
Сверлильныя машины разныя. 5
Подъемныя машины. 3
Суппорты и патроны для токарныхъ станковъ и самоточекъ. 19
Строгальныя машины разныя. 7
Компрессоры. 1
Приборы для бѣгуновъ. 4
» » мукосѣйныхъ шкафовъ. 4
» » сепараторовъ вѣекъ. 3
Задвижекъ «Лудло» разныхъ размѣровъ. 94
Вентиляторовъ. 4
Трансмиссій разныхъ. 24

Денежныя средства училища.

Денежныя средства училища въ теченіе 1898 года были слѣдующія:

А. *Смѣтныя суммы.*

По Высочайше утвержденной смѣтѣ было отпущено:

на содержаніе личнаго состава. .	120450 р.	— к.
» хозяйственные расходы. . . .	72743 »	75 »
» стипендіи учащимся.	15300 »	— »
Всего. .	208493 р.	75 к.

Вся эта сумма въ теченіе года была израсходована.

Б. *Спеціальныя средства.*

I. Плата за обученіе.

Въ теченіе года платы за обученіе поступило.	49297 р.	50 к.
Изъ нихъ израсходовано:		
На содержаніе сверхштатныхъ служащихъ.	9796 »	08 »
На пособія служащимъ и нижнимъ служителямъ.	5181 »	— »
На учебныя пособія.	11476 »	74 »
На хозяйственныя и непредвидѣнныя потребности.	12833 »	41 »
Всего. . .	39287 р.	23 к.
Затѣмъ къ 1 января 1899 г. въ остаткѣ состоитъ.	10010 р.	27 к.

II. Сумма, выручаемая за изготовляемыя на заводѣ училища издѣлія.

Въ теченіе года поступило.	80793 р.	65 к.
Изъ нихъ израсходовано на изготовленіе издѣлій.	69313 »	99 »
Затѣмъ къ 1 января 1899 г. въ остаткѣ состоитъ	11479 р.	66 к.

III. Пожертвованія.

Въ 1898 году поступили въ училище нижеслѣдующія пожертвованія:

1. Отчислено вѣдомствомъ учрежденій Императрицы Маріи въ распоряженіе Министерства Финансовъ изъ сбора съ увеселеній на учрежденіе при Императорскомъ Техническомъ училищѣ стипендіи Августѣйшаго Имени Ея Императорскаго Величества Государыни Императрицы Маріи Ѳеодоровны. .	22917	р.	78	к.
2. Отъ разныхъ лицъ, сочувствующихъ полезной дѣятельности въ городѣ Ивановѣ-Вознесенскѣ инженеръ-технолога С. Д. Смирнова, на учрежденіе стипендіи его имени. .	3600	»	—	»
Къ 1 января 1899 года всего пожертвованныхъ капиталовъ состояло:				
процентными бумагами.	302960	»	—	»
наличными деньгами.	3172	»	77	»
Всего. . .	306132	р.	77	к.

ОТЧЕТЪ

о состояніи

Императорскаго Московскаго Техническаго Училища

за 1899 годъ.

Высочайшія повелѣнія.

1. Объ измѣненіи условій назначенія учрежденныхъ при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ стипендій Августѣйшаго Имени Ея Императорскаго Величества Государыни Императрицы Маріи Ѳеодоровны.

Государь Императоръ, по всеподданнѣйшему докладу Министра Финансовъ, въ 28 день мая 1899 года, Высочайше повелѣть соизволилъ: назначать стипендіи Августѣйшаго Имени Ея Императорскаго Величества Государыни Императрицы Маріи Ѳеодоровны не только сиротамъ бывшихъ чиновъ Главнаго Управленія неокладныхъ сборовъ и Казенной продажи питей и Акцизнаго вѣдомства, но также и дѣтямъ всѣхъ чиновъ Главнаго Управленія и Акцизнаго вѣдомства, которые уволены въ отставку безъ пенсіи или получаютъ таковую въ ограниченномъ размѣрѣ, а равно дѣтямъ тѣхъ изъ состоящихъ еще на службѣ чиновъ названнаго Управленія и Акцизнаго вѣдомства, которые, по соображеніи съ семейнымъ ихъ положеніемъ, получаютъ крайне ограниченное содержаніе, предоставивъ ближайшую оцѣнку обстоятельствъ, дающихъ право на полученіе стипендіи, усмотрѣнію Министра Финансовъ.

2. Объ усиленіи штата инспекціи и служителей при оной, съ отпускомъ училищу на этотъ предметъ суммы въ 10200 р.

Государь Императоръ въ 16 день іюля 1899 года Высочайше соизволилъ отпустить на усиленіе въ текущемъ году инспекціи въ Императорскихъ университетахъ и Московскомъ Техническомъ Училищѣ 41570 рублей.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія, во исполненіе сего Высочайшаго повелѣнія и руководствуясь представленными ему начальствами учебныхъ округовъ данными, предложеніемъ отъ 28 іюля 1899 года за № 17816, увѣдомилъ, что имъ, Г. Министромъ, сдѣлано распоряженіе объ отпускѣ, по мѣрѣ надобности, Московскому Техническому Училищу 10200 руб. на 4-хъ новыхъ помощниковъ инспектора и 10 служителей инспекціи.

При этомъ Тайный Совѣтникъ Боголѣповъ объяснилъ, что помощники инспектора могутъ быть немедленно назначаемы, но не иначе какъ по вольному найму, съ тѣмъ, что штатныя должности они займутъ по утвержденіи Государственнымъ Совѣтомъ новаго расписанія должностей помощниковъ инспектора.

3. Временныя правила объ отбываніи воинской повинности воспитанниками высшихъ учебныхъ заведеній, удаляемыми изъ сихъ заведеній за учиненіе скопомъ безпорядковъ.

Высочайше утверждены 29 іюля 1899 г.

Ст. 1. Воспитанники высшихъ учебныхъ заведеній за учиненіе скопомъ безпорядковъ въ учебныхъ заведеніяхъ или внѣ оныхъ, за возбужденіе къ такимъ безпорядкамъ, за упорное, по уговору, уклоненіе отъ учебныхъ занятій и за подстрекательство къ таковому уклоненію подлежатъ, на основаніи изложенныхъ ниже правилъ, удаленію изъ учебныхъ заведеній и зачисленію въ войска для отбыванія воинской повинности,—хотя бы они имѣли льготу по семейному положенію, либо по образованію, или не достигли призывного возраста, или же вынули по жеребью номеръ, освобождающій отъ службы въ войскахъ.

Примѣчаніе. Мѣра сія не освобождаетъ виновныхъ въ совершеніи преступныхъ дѣяній, подлежащихъ преслѣдо-

ванію на основаніи существующихъ узаконеній, отъ отвѣтственности въ установленномъ порядкѣ.

Ст. 2. Для разсмотрѣнія дѣлъ о проступкахъ, указанныхъ въ предыдущей (1) статьѣ,—при каждомъ изъ высшихъ учебныхъ заведеній учреждается особое совѣщаніе, въ составѣ: предсѣдателя и членовъ педагогической коллегіи, коимъ дѣйствующимъ уставомъ учебнаго заведенія предоставлена дисциплинарная власть, и представителей отъ Министерствъ Военнаго, Внутреннихъ Дѣлъ и Юстиціи.

Въ совѣщаніяхъ, учрежденныхъ при высшихъ учебныхъ заведеніяхъ вѣдомства Министерства Народнаго Просвѣщенія, предсѣдательствуютъ попечители мѣстныхъ учебныхъ округовъ, а въ случаѣ необходимости одновременнаго, въ предѣлахъ того же округа, дѣйствія нѣсколькихъ совѣщаній—особо назначенныя для сего Министромъ лица. Предсѣдательствованіе въ совѣщаніяхъ при высшихъ учебныхъ заведеніяхъ другихъ вѣдомствъ поручается подлежащими Министрами особо назначеннымъ ими лицамъ.

Ст. 3. Особыя совѣщанія приступаютъ къ разбирательству дѣлъ, указанныхъ въ статьѣ 2, по непосредственнымъ распоряженіямъ подлежащихъ Министровъ.

Ст. 4. Особое совѣщаніе постановляетъ опредѣленіе по выслушаніи словесныхъ или по разсмотрѣніи представленныхъ, до открытія засѣданія, письменныхъ объясненій обвиняемаго. Неявка обвиняемаго по вызову и непредставленіе имъ своевременно письменныхъ объясненій не останавливаютъ постановленія о немъ опредѣленія совѣщанія.

Ст. 5. Постановляя опредѣленіе объ удаленіи обвиняемаго изъ учебнаго заведенія, особое совѣщаніе, съ тѣмъ вмѣстѣ, указываетъ обязательный для удаляемаго срокъ службы въ войскахъ, въ размѣрѣ одного или двухъ лѣтъ.

Совѣщанію предоставляется назначать срокъ службы въ размѣрѣ трехъ лѣтъ тѣмъ изъ удаляемыхъ, кои принимали особо вредное въ безпорядкахъ участіе.

Ст. 6. Опредѣленіе особаго совѣщанія представляется подлежащему Министру, коимъ постановляется окончательное по дѣлу рѣшеніе.

Рѣшеніе Министра обжалованію не подлежитъ.

Ст. 7. Подлежащій, на основаніи рѣшенія Министра, зачисленію въ войска для отбыванія воинской повинности (ст. 1), передается немедленно въ распоряженіе военнаго начальства.

Ст. 8. Подлежащій зачисленію въ войска (ст. 7), оказавшійся, по медицинскомъ освидѣтельствованіи, неспособнымъ къ службѣ въ строю, опредѣляется на должности нестроевыя.

Ст. 9. Военному Министру предоставляется всеподданнѣйше ходатайствовать предъ Его Императорскимъ Величествомъ объ освобожденіи отъ военной службы нижнихъ чиновъ, кои, будучи зачислены въ войска на основаніи настоящихъ правилъ, отбыли воинскую повинность въ теченіе не менѣе годичнаго срока и, по засвидѣтельствованію начальства, отличались, во время прохожденія службы, одобрительнымъ поведеніемъ и ревностнымъ исполненіемъ служебнаго долга.

Ст. 10. Проступки (ст. 1) исправно отбывшихъ службу въ войскахъ, на основаніи настоящихъ правилъ, предаются полному забвенію, и лицамъ этимъ предоставляется поступать въ учебныя заведенія и на государственную службу на общемъ основаніи.

4. О доставленіи отчетовъ о состояніи учебныхъ заведеній въ указанный въ законѣ срокъ.

Предложеніе Управл. Мин. Нар. Просв., Г. Товарища Министра отъ 21 августа 1899 г. за № 19987.

Государь Императоръ въ 5 день іюля 1899 г. Высочайше повелѣть соизволилъ: подтвердить всѣмъ министерствамъ и главнымъ управленіямъ о неуклонномъ впредь исполненіи правилъ ст. 144 и 145 Учрежденія Минист. (Св. зак., т. I, ч. 2, изд. 1892 г.) о составленіи, поднесеніи на Монаршее благовоззрѣніе Его Величества и печатаніи общихъ годовыхъ по вѣдомствамъ отчетовъ.

Во исполненіе таковой Высочайшей воли предписано доставлять въ управленіе учебнаго округа отчеты по учебнымъ заведеніямъ въ указанный въ законѣ срокъ, т. е. *не позже 20 января слѣдующаго за отчетнымъ года.*

Высочайшіе приказы.

1. О производствѣ за отличіе директора училища Аристова въ тайные совѣтники.

Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 1 января 1899 года за № 1 директоръ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища *Аристовъ* произведенъ за отличіе изъ дѣйствительныхъ статскихъ въ *тайные совѣтники.*

2. О назначеніи инженеръ-технолога Лангового адъюнктъ-профессоромъ училища.

Лаборантъ технической лабораторіи Императорскаго Московскаго Техническаго Училища инженеръ-технологъ коллежскій асессоръ *Ланговой* Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 13 августа 1899 года за № 60 назначенъ адъюнктъ-профессоромъ сего училища по химической технологіи органическихъ веществъ.

3. О назначеніи инженеръ-механика Мерцалова адъюнктъ-профессоромъ училища.

Приватъ-доцентъ и хранитель кабинета практической механики Императорскаго Московскаго Университета инженеръ-механикъ коллежскій секретарь *Мерцаловъ* Высочайшимъ приказомъ по гражданскому вѣдомству отъ 16 октября 1899 года за № 73 назначенъ адъюнктъ-профессоромъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища по прикладной механикѣ, съ оставленіемъ въ занимаемой имъ должности хранителя кабинета при университетѣ.

Распоряженія Господина Министра Народнаго Просвѣщенія.

1. Положеніе о стипендіи имени инженеръ-технолога Сергѣя Дмитріевича Смирнова.

На подлинномъ написано: «На основаніи Высочайшаго повелѣнія 5 декабря 1881 г. утверждаю. 4 февраля 1899 года.»

Министръ Народнаго Просвѣщенія *Боголѣповъ*.

1. Въ память свыше 25-лѣтней полезной дѣятельности въ городѣ Иваново-Вознесенскѣ инженеръ-технолога Сергѣя Дмитріевича Смирнова въ области просвѣщенія и промышленности учреждается стипендія его имени въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ.

2. Стипендія обезпечивается капиталомъ въ *три тысячи шестьсотъ рублей*, заключающимся въ свидѣтельствахъ 4% государственной ренты, составленнымъ лицами, сочувствовавшими дѣятельности С. Д. Смирнова. Означенный капиталъ, составляя неотъемлемую собственность Императорскаго Московскаго Техническаго Училища и оставаясь навсегда неприкосновеннымъ, хранится въ Московскомъ губернскомъ казначействѣ въ числѣ спеціальныхъ средствъ сего училища.

3. Проценты съ означеннаго капитала за вычетомъ изъ нихъ 5% государственнаго налога употребляются на стипендію, размѣръ которой опредѣляется въ *сто тридцать шесть рублей 80 коп.* въ годъ, изъ коихъ одна часть отчисляется для взноса платы за ученіе, а другая выдается въ пособіе стипендіату.

4. Означенная стипендія предоставляется бѣднѣйшему студенту названнаго училища, православнаго вѣроисповѣданія, русскаго происхожденія, родившемуся въ Москвѣ или въ городѣ Иваново-Вознесенскѣ.

5. Стипендіатъ избирается Иваново-Вознесенской Городской Думой, по соглашенію съ Начальствомъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

6. Лица, пользующіяся означенною стипендіею, подчиняются всѣмъ существующимъ въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ правиламъ.

7. Пользованіе стипендіею не налагаетъ никакихъ обязательствъ на стипендіата.

8. Начальство Императорскаго Московскаго Техническаго Училища разъ въ годъ увѣдомляетъ Иваново-Вознесенскую Городскую Думу о поведеніи и успѣхахъ стипендіата.

9. Образовавшіеся по какому либо случаю остатки отъ неизрасходованныхъ процентовъ должны быть присоединяемы къ капиталу для увеличенія размѣра стипендіи.

10. Если по какимъ-либо причинамъ расходы по содержанію въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ стипендіата увеличатся и процентовъ съ означеннаго капитала будетъ недостаточно для обезпеченія стипендіи, то, въ такомъ случаѣ, стипендія остается назамѣщенною впредь до соотвѣтственнаго увеличенія капитала получаемыми съ него процентами.

2. О перемѣнѣ дипломовъ окончившимъ курсъ при дѣйствіи устава училища 1 Іюня 1868 года.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія, основываясь на Высочайше утвержденномъ 23 декабря 1896 года мнѣніи Государственнаго Совѣта о правахъ лицъ, прошедшихъ полный курсъ наукъ въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ при дѣйствіи устава 1 іюня 1868 года, нижеприведенными предложеніями разрѣшилъ учебному комитету названнаго училища произвести перемѣну дипломовъ слѣдующимъ лицамъ:

I. Предложеніемъ отъ 27 марта 1899 года за № 7507:

а) Инженеръ-механикамъ:

Д. А. Аѳанасьеву, А. В. Бенкевичъ, А. П. Боклевскому, Д. А. Кирьякову, А. Н. Милюкову, М. П. Образцову, А. А. Салтыкову, П. С. Страхову, С. В. Типякову и Н. А. Федотову.

II. Предложеніемъ отъ 5 Іюля 1899 года за № 15824:

а) Инженеръ-механикамъ:

А. П. Бойчевскому, С. П. Гаврилову, С. С. Гинзбургъ, Д. А. Дмитріеву, В. Д. Добротворскому, Л. Г. Киферъ, Я. Я. Кожевникову, К. Н. Разину, А. Н. Фонъ-Рутценъ, М. М. Симоновичу, И. Ѳ. Судра, М. Н. Турчанинову, Г. М. Фарбштейну, А. А. Феофилактову, Н. В. Чумакову, І. М. Шарко и В. Г. Шухову.

б) Инженеръ-технологамъ:

Д. Ю. Бехлію, И. Д. Власову, А. И. Губину, А. І. Михальскому, В. В. Успенскому и А. І. Шифрину.

III. Предложеніемъ отъ 16 ноября 1899 года за № 27765.

а) Инженеръ-механикамъ:

А. И. Анучкину, С. И. Благовѣщенскому, К. В. Бортновскому, Н. А. Воронову, С. Л. Горленко, И. А. Иванову, М. А. Кульчицкому, И. М. Лапшину, Е. Е. Радзишевскому и В. Ф. Якоби.

б) Инженеръ-технологамъ:

В. Ф. Лаврову и Ф. Т. Оржешко.

IV. Предложеніемъ отъ 22 декабря 1899 г. за № 30914:

а) Инженеръ-механикамъ:

Г. М. Баранову, Н. С. Калабину, И. В. Карпачевскому и П. Г. Осадчему.

б) Инженеръ-технологамъ:

А. А. Завадскому, Г. Н. Кишкину и А. П. Королеву.

3. Объ учрежденіи должности лаборанта по каѳедрѣ технологіи волокнистыхъ веществъ.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 20 мая 1899 года за № 11805 разрѣшилъ учредить при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ должность лаборанта по каѳедрѣ технологіи волокнистыхъ веществъ съ правами государственной службы и съ назначеніемъ содержанія по 1200 руб. въ годъ изъ спеціальныхъ средствъ училища.

4. Объ утвержденіи проекта распредѣленія учебныхъ занятій на 1899—1900 учебный годъ и объ увеличеніи, на основаніи онаго, преподавательскаго персонала училища.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія, на основаніи ст. 23 Высочайше утвержденнаго 6 іюня 1894 года положенія объ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ училищѣ, предложеніемъ отъ 28 мая 1899 года за № 12506 утвердилъ проектъ распредѣленія учебныхъ занятій въ названномъ училищѣ на 1899—1900 учебный годъ.

На основаніи вышеприведеннаго и руководствуясь § 60 устава Императорскаго Техническаго училища Г. Попечитель Московскаго Учебнаго Округа предложеніемъ отъ 29 октября 1899 года за № 26483 назначилъ вновь на службу въ названное училище съ 1 сентября того же 1899 года нижеслѣдующихъ лицъ: а) съ правами государственной службы: инженеръ-механика *Гетье*—преподавателемъ проектированія насосовъ и паровыхъ машинъ; инженеръ-механиковъ *Войтехова*, *Григорьева* и *Пафнутьева*—преподавателями черченія; б) изъ платы по найму: заслуженнаго профессора Императорскаго Московскаго Университета и директора Александровскаго коммерческаго училища статскаго совѣтника *Андреева*—преподавателемъ математики, преподавателя Московскаго училища Ордена Св. Екатерины *Болотова* преподавателемъ математики и аналитической механики, лаборанта Александровскаго коммерческаго училища *Горбенко*—лаборантомъ по аналитической химіи, съ выдачею ему вознагражденія по 1200 руб. въ годъ изъ спеціальныхъ

средствъ Техническаго Училища, согласно примѣчанію 1-му къ штату сего училища. Вмѣстѣ съ симъ разрѣшилъ поручить лаборанту Техническаго Училища по каѳедрѣ химіи *Шарвину*—чтеніе двухъ лекцій по технологіи пигментовъ на IV курсѣ химическаго отдѣленія, съ выдачею ему вознагражденія по 200 руб. за годовой часъ, а всего 400 руб. въ годъ, и лаборанту того же училища по каѳедрѣ химической технологіи красильныхъ веществъ *Виноградову*—производство двухъ репетицій по химіи на I курсѣ механическаго отдѣленія, съ выдачею ему вознагражденія по 150 руб. за годовой часъ, а всего 300 руб. въ годъ.

5. Объ учрежденіи должности третьяго лаборанта въ органической лабораторіи училища.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 5 Іюня 1899 года за № 13304 разрѣшилъ учредить при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ съ 1 сентября 1899 года должность третьяго лаборанта въ органической лабораторіи, съ правами государственной службы и съ выдачею ему вознагражденія по 1200 руб. въ годъ изъ спеціальныхъ средствъ училища.

6. Положеніе о стипендіи имени потомственнаго почетнаго гражданина Сергѣя Михайловича Кувшинова.

На подлинномъ написано: «На основаніи Высочайшаго повелѣнія 5 декабря 1881 г. утверждаю. 16 іюня 1899 года.»

Министръ Народнаго Просвѣщенія *Боголѣповъ*.

1. На проценты съ капитала въ *пять тысячъ* рублей, внесеннаго Юліей Михайловной Кувшиновой, учреждается при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ одна стипендія имени умершаго брата ея потомственнаго почетнаго гражданина Сергѣя Михайловича Кувшинова.

2. Означенный капиталъ, заключающійся въ пяти четырехпроцентныхъ свидѣтельствахъ государственной ренты за №№ 739, 740, 741, 742 и 743, по 1000 руб. каждое, хранится въ Мо-

сковскомъ губернскомъ казначействѣ вмѣстѣ съ спеціальными средствами Императорскаго Московскаго Техническаго Училища, оставаясь навсегда неприкосновеннымъ.

3. Размѣръ стипендіи, за вычетомъ изъ процентовъ съ капитала 5% государственнаго налога, опредѣляется въ *сто девяносто рублей* въ годъ, при чемъ одна часть стипендіи употребляется для взноса платы за ученіе, а другая выдается стипендіату на его содержаніе.

4. Свободные остатки отъ процентовъ съ капитала присоединяются къ оному для увеличенія размѣра стипендіи.

5. Стипендія предоставляется одному изъ бѣдныхъ студентовъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища православнаго вѣроисповѣданія и отличнаго поведенія.

6. Выборъ стипендіата принадлежитъ Юліи Михайловнѣ Кувшиновой пожизненно, а затѣмъ Правленію Писчебумажнаго Фабрично-Торговаго Товарищества М. Г. Кувшинова, въ случаѣ же прекращенія дѣйствій сего Товарищества—учебному комитету Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

7. Стипендія сохраняется за студентомъ лишь до тѣхъ поръ, пока онъ, при отличномъ поведеніи, обнаруживаетъ достаточные успѣхи въ наукахъ.

8. Пользованіе стипендіею не налагаетъ на стипендіата никакихъ обязательствъ.

7. Объ установленіи общенія между студентами, профессорами и учебнымъ начальствомъ.

Начальствомъ Московскаго Учебнаго Округа препровождена въ Императорское Техническое Училище нижеслѣдующая копія съ циркулярнаго предложенія Г. Министра Народнаго Просвѣщенія отъ 21 іюля 1899 года за № 17287, для руководства и точнаго въ надлежащихъ случаяхъ исполненія.

«Правительственное сообщеніе отъ 25 мая сего года указываетъ на разобщенность студентовъ между собою, съ профессорами и учебнымъ начальствомъ, какъ на одну изъ главнѣйшихъ причинъ, содѣйствующихъ возникновенію и распространенію студенческихъ безпорядковъ.

Руководствуясь симъ указаніемъ, созванное подъ моимъ предсѣдательствомъ въ іюнѣ текущаго года Совѣщаніе попечителей учебныхъ округовъ и начальниковъ высшихъ учебныхъ заведеній подвергло всестороннему обсужденію вопросъ объ установленіи желательнаго общенія между студентами, профессорами и учебнымъ начальствомъ. Принявъ въ соображеніе заключенія, къ коимъ пришло Совѣщаніе, я останавливаюсь на слѣдующихъ мѣрахъ:

1) Общеніе между студентами и профессорами естественнымъ образомъ можетъ и должно происходить на почвѣ учебныхъ потребностей. Способствуя правильному развитію и образованію молодыхъ людей и поддерживая въ преподавателяхъ энергію и живой интересъ къ ихъ трудному и отвѣтственному дѣлу, такое общеніе облегчаетъ въ то же время и разрѣшеніе практическихъ вопросовъ, вызываемыхъ учебными потребностями, каковы, напримѣръ,—изданіе лекцій, выборъ и пріобрѣтеніе того или другого учебника или учебнаго пособія, распредѣленіе практическихъ занятій, составленіе расписанія экзаменовъ и тому подобное. Оно, кромѣ того, безъ осложненій и рѣзкихъ проявленій, устраняетъ различнаго рода недоразумѣнія, возникающія въ ходѣ учебной жизни. При близкихъ и добрыхъ отношеніяхъ между студентами и педагогическимъ составомъ учебнаго заведенія всѣ такого рода вопросы и недоразумѣнія разрѣшаются непосредственными объясненіями профессора съ своею аудиторіею или, въ подлежащихъ случаяхъ,—учебнаго начальства (ректора, директора, декана, инспектора или его помощника) съ отдѣльнымъ курсомъ или заинтересованною группою студентовъ, при чемъ какая-либо регламентація этихъ естественныхъ взаимныхъ отношеній является совершенно излишнею.

Придавая по указаннымъ основаніямъ важное значеніе тѣсному общенію профессоровъ и студентовъ на почвѣ учебныхъ занятій, покровительствуемому дѣйствующими уставами и основанными на нихъ правилами высшихъ учебныхъ заведеній, я признаю необходимымъ, чтобы учебное начальство сихъ заведеній содѣйствовало всѣми зависящими отъ него способами развитію и укрѣпленію такого рода общенія. Однимъ изъ лучшихъ способовъ для достиженія желаемой цѣли я считаю широкую организацію практическихъ занятій, насколько то дозволяютъ существующія усло-

вія. Такъ какъ въ спеціальныхъ учебныхъ заведеніяхъ, а равно на медицинскихъ, физико-математическихъ и историко-филологическихъ факультетахъ университетовъ, практическія занятія и до настоящаго времени были обязательны для всѣхъ студентовъ по самому существу изучаемыхъ ими отраслей знанія, то здѣсь необходимо лишь обратить вниманіе на возможное расширеніе и правильную постановку названныхъ занятій и на то, чтобы каждый учащійся принималъ въ нихъ дѣятельное участіе. Что же касается юридическихъ факультетовъ, то деканы оныхъ, по обсужденіи вопроса въ факультетскихъ собраніяхъ, должны озаботиться введеніемъ практическихъ занятій на всѣхъ курсахъ, на коихъ они не существовали ранѣе. Разумѣется, при началѣ дѣла, слѣдуетъ соблюдать благоразумную постепенность, но во всякомъ случаѣ обязательныя для всѣхъ студентовъ практическія занятія должны быть организованы въ наступающемъ осеннемъ полугодіи. Съ своей стороны Министерство Народнаго Просвѣщенія озаботится доставленіемъ, по мѣрѣ возможности, необходимыхъ средствъ для веденія сихъ занятій.

Не перечисляя другихъ способовъ взаимнаго общенія между учащими и учащимися, подсказываемыхъ ихъ вседневными отношеніями, не могу не выразить при этомъ полной увѣренности, что преподаватели высшихъ учебныхъ заведеній, принимая къ сердцу интересы своихъ слушателей, съ готовностью пойдутъ на встрѣчу къ сближенію съ ними, въ сознаніи, что тотъ преподаватель, который ограничиваетъ свою преподавательскую дѣятельность только чтеніемъ лекцій въ положенные часы, а не входитъ въ духовные интересы и нужды учащихся, не сближается съ ними на этой почвѣ и не руководитъ ихъ неокрѣпшею мыслью, исполняетъ лишь малую долю своихъ обязанностей, возлагаемыхъ на него высокимъ призваніемъ профессора.

2) Далѣе, для установленія желательнаго общенія между студентами и педагогическимъ составомъ высшихъ учебныхъ заведеній, я нахожу полезнымъ учрежденіе, подъ непремѣннымъ отвѣтственнымъ руководствомъ профессоровъ, научныхъ и литературныхъ студенческихъ кружковъ, въ засѣданіяхъ которыхъ могли бы читаться и обсуждаться студенческіе рефераты по научнымъ и литературнымъ вопросамъ. Точно также я признаю допустимымъ подъ отвѣтственностью избраннаго учебнымъ началь-

ствомъ руководителя, учрежденіе студенческихъ хоровъ и оркестровъ для тѣхъ молодыхъ людей, которые интересуются пѣніемъ и музыкой. Учреждая студенческіе кружки, хоры и оркестры, необходимо, однако, дать имъ такое устройство, которое обезпечивало бы достиженіе ихъ непосредственныхъ цѣлей и не допускало бы ихъ вырождаться въ организаціи, не терпимыя въ учебныхъ заведеніяхъ. Съ этою цѣлью, между прочимъ, численный составъ предположенныхъ студенческихъ обществъ долженъ быть строго соображенъ съ возможностью для каждаго члена принимать активное и серьезное участіе въ дѣятельности своего кружка, при чемъ выборъ умѣлыхъ и твердыхъ руководителей, которые могли бы вдохнуть жизнь въ эти общества и удержать ихъ въ требуемыхъ границахъ, долженъ составлять предметъ особой заботливости учебнаго начальства. Въ виду ожидаемой пользы отъ устройства указанныхъ студенческихъ обществъ нѣкоторая часть спеціальныхъ средствъ учебнаго заведенія могла бы быть удѣляема на ихъ поддержаніе.

3) Наконецъ, наиболѣе цѣлесообразную мѣру для установленія желательнаго общенія между собою, съ профессорами и учебнымъ начальствомъ я вижу въ устройствѣ правильно поставленныхъ студенческихъ общежитій. Избавляя молодыхъ людей, покидающихъ свои семьи, отъ заботъ о квартирѣ и столѣ и ограждая ихъ отъ враждебныхъ внѣшнихъ вліяній и соблазновъ чужого города, эти общежитія, при надлежащей ихъ организаціи, даютъ широкій просторъ для взаимнаго сближенія учебнаго начальства, учащихъ и учащихся и представляютъ наилучшія условія для научныхъ занятій, въ особенности, если руководство этими занятіями на себя принимаютъ преподаватели. На устройство студенческихъ общежитій Правительство имѣетъ въ виду отпустить весьма крупныя суммы: было бы желательно, чтобы и мѣстныя общества пришли на помощь благому дѣлу своими пожертвованіями. Съ этою цѣлью могли бы быть образованы особые комитеты изъ профессоровъ и представителей мѣстнаго общества, подъ предсѣдательствомъ Попечителя Учебнаго Округа.

Что касается курсовыхъ или иныхъ студенческихъ организацій съ выборными представителями, депутатами или старостами, то, слѣдуя указаніямъ опыта и въ полномъ согласіи съ заключеніями названнаго выше Совѣщанія, я признаю ихъ не только излиш-

ними, но и вредными для спокойнаго теченія академической жизни, составляющаго необходимое условіе успѣшнаго хода учебныхъ занятій.

Сообщая объ изложенномъ, имѣю честь покорнѣйше просить Ваше Превосходительство озаботиться возможнымъ осуществленіемъ рекомендуемыхъ мною мѣръ и, въ надлежащихъ случаяхъ, представлять на мое утвержденіе правила студенческихъ обществъ, упоминаемыхъ во второмъ пунктѣ сего циркуляра.»

8. Касательно настоящаго положенія инспекціи въ университетахъ и направленія ея дѣятельности.

Начальствомъ Московскаго Учебнаго Округа препровождена въ Императорское Техническое Училище нижеслѣдующая копія съ циркулярнаго предложенія Г. Министра Народнаго Просвѣщенія отъ 27 іюля 1899 года за № 17570, для руководства и исполненія.

«Въ совѣщаніяхъ, происходившихъ въ іюнѣ текущаго года подъ моимъ предсѣдательствомъ, при участіи попечителей учебныхъ округовъ и ректоровъ университетовъ, обсуждался, между прочимъ, вопросъ о настоящемъ положеніи инспекціи въ университетахъ и направленіи ея дѣятельности.

Какъ выяснилось при этомъ изъ обмѣна наблюденій и взглядовъ лицъ, участвовавшихъ въ совѣщаніяхъ, теперешнее положеніе представителей инспекціи не вполнѣ отвѣчаетъ своему назначенію, что особенно наглядно сказывается въ случаяхъ возникновенія какого-либо волненія между студентами: справляясь болѣе или менѣе удовлетворительно съ задачею поддержанія порядка въ спокойное время, инспекція, однако, не имѣетъ достаточнаго авторитета среди учащейся молодежи, чтобы оказывать на нее надлежащее вліяніе, какъ скоро мирное теченіе академической жизни чѣмъ-либо нарушено, хотя это въ значительной мѣрѣ происходитъ отъ причинъ, лежащихъ внѣ власти инспекціи, но отчасти и отъ того, что инспекція, ограничивая свою дѣятельность главнымъ образомъ наблюденіемъ за внѣшнимъ порядкомъ въ стѣнахъ заведенія, недостаточно входитъ въ разнообразныя потребности и нужды студентовъ и вообще мало заботится объ установленіи нравственной связи съ ними. Посему я нахожу

желательнымъ, чтобы на будущее время представители инспекціи не ограничивались лишь заботами о сохраненіи внѣшняго порядка, но приняли на себя обязанности благожелательнаго попеченія объ учащихся, оказывая имъ помощь тѣми способами и средствами, какими можетъ располагать инспекція (пріисканіемъ занятій, указаніемъ удобныхъ квартиръ и подходящихъ столовыхъ, доставленіемъ врачебной помощи заболѣвшимъ и т. п.). Въ этихъ видахъ, между прочимъ, я признаю необходимымъ обратить особое вниманіе на осмотрительный выборъ помощниковъ инспектора и назначать на эти должности по возможности лицъ съ высшимъ университетскимъ образованіемъ, соотвѣтствующимъ спеціальности того факультета, на который данный помощникъ назначается, дабы онъ могъ сноситься со студентами и по вопросамъ научныхъ занятій.

Независимо отъ изложеннаго, нельзя не обратить также вниманія на низшихъ служителей инспекціи, на которыхъ въ послѣднее время высказывались не всегда безосновательныя жалобы. По имѣющимся въ Министерствѣ свѣдѣніямъ въ нѣкоторыхъ университетахъ на этихъ служителей возлагаются инспекціею такія отвѣтственныя и деликатныя порученія, которыя, съ одной стороны, не соотвѣтствуютъ ихъ развитію и служебному положенію, а съ другой—даютъ поводы къ злоупотребленіямъ; сюда, напримѣръ, относятся: надзоръ въ промежутки между лекціями за студентами, записи о посѣщеніи ими лекцій, замѣчанія относительно соблюденія формы и т. д. Не одобряя такого порядка, я нахожу нужнымъ воспретить на будущее время давать подобныя порученія низшимъ служителямъ инспекціи, которые ни въ какомъ случаѣ не должны исполнять обязанностей, лежащихъ, по существу дѣла, на помощникахъ инспектора.

Объ изложенномъ имѣю честь сообщить Вашему Превосходительству для зависящихъ распоряженій».

9. О замѣщеніи, сверхъ комплекта, 10 студенческихъ вакансій.

Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія предложеніемъ отъ 28 іюля 1899 г. за № 17969 сдѣлано подтвержденіе, что Высочайшимъ повелѣніемъ 30 сентября 1897 года Министру Народнаго Просвѣщенія предоставлено право замѣщать по сво-

ему усмотрѣнію по десяти вакансій въ каждомъ изъ 5 высшихъ спеціальныхъ учебныхъ заведеній, состоящихъ въ вѣдѣніи Министерства Народнаго Просвѣщенія, въ томъ числѣ и въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, сыновьями лицъ, извѣстныхъ своею дѣятельностью на поприщѣ отечественной промышленности, а также молодыми людьми, пріѣхавшими изъ отдаленныхъ мѣстъ и окраинъ, и, наконецъ, лицами, неоднократно уже державшими испытанія, но не поступившими по конкурсу.

10. О назначеніи экзамена по строительной механикѣ на III курсѣ механическаго отдѣленія осенью 1899 года.

Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія Г. Товарищъ Министра предложеніемъ отъ 24 августа 1899 г. за № 20236 разрѣшилъ назначить, по примѣру прежнихъ лѣтъ, экзаменъ по строительной механикѣ для студентовъ III курса механическаго отдѣленія Императорскаго Московскаго Техническаго Училища осенью сего 1899 года.

11. О принятіи, сверхъ комплекта, 23 студентовъ.

Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія Г. Товарищъ Министра, согласно ходатайству директора Императорскаго Московскаго Техническаго Училища отъ 10 сентября 1899 года за № 5568, телеграммой увѣдомилъ, что онъ разрѣшаетъ представленіе о принятіи въ Техническое Училище 23 лицъ, сверхъ комплекта.

12. Положеніе о стипендіи имени дѣйствительнаго статскаго совѣтника Константина Павловича Воскресенскаго.

На подлинномъ написано: «На основаніи Высочайшаго повелѣнія 5 декабря 1881 года утверждаю. 5 октября 1899 года.»

Управляющій Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія, Товарищъ Министра *Н. Звѣревъ*.

1. На проценты съ капитала въ *четыре тысячи четыреста рублей*, собраннаго въ память исполнившагося двадцатипятилѣтія существованія Московскаго реальнаго училища Воскресенскаго

родителями дѣтей, обучавшихся въ означенномъ училищѣ, и друзьями основателя онаго, учреждается при Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ одна стипендія имени директора Московскаго частнаго реальнаго училища Воскресенскаго дѣйствительнаго статскаго совѣтника Константина Павловича Воскресенскаго.

2. Означенный капиталъ, заключающійся въ четырехъ $4^1/_2\%$ закладныхъ листахъ Московскаго Земельнаго Банка за №№ 8337, 13848, 14631 и 14632 по 1000 руб. каждый и въ четырехъ $4^1/_2\%$ закладныхъ листахъ Нижегородско-Самарскаго Земельнаго Банка за №№ 11796, 11797, 11798 и 11799 по 100 руб. каждый, хранится въ Московскомъ Губернскомъ Казначействѣ вмѣстѣ съ спеціальными средствами Императорскаго Московскаго Техническаго Училища, оставаясь навсегда неприкосновеннымъ.

3. Размѣръ стипендіи, за вычетомъ изъ процентовъ съ капитала 5% государственнаго налога, опредѣляется въ *сто восемьдесятъ восемь рублей*, при чемъ одна часть стипендіи употребляется для взноса платы за ученіе, а другая выдается стипендіату на его содержаніе.

4. Свободные остатки отъ процентовъ съ капитала, а также дополнительные взносы на эту стипендію, присоединяются къ капиталу для увеличенія размѣра стипендіи.

5. Стипендія предоставляется одному изъ достойныхъ студентовъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища бывшему ученику Московскаго реальнаго училища Воскресенскаго, по преимуществу изъ дѣтей обучавшагося въ томъ же реальномъ училищѣ. Но если бы изъ означенныхъ лицъ не оказалось достойнаго кандидата, то стипендіатъ избирается изъ другихъ студентовъ училища, достойныхъ по своимъ успѣхамъ въ учебныхъ занятіяхъ и поведенію.

6. Право избранія стипендіата принадлежитъ Правленію «Общества бывшихъ учениковъ Московскаго частнаго реальнаго училища Воскресенскаго», а въ случаѣ его закрытія—педагогическому совѣту реальнаго училища Воскресенскаго; въ случаѣ же закрытія реальнаго училища Воскресенскаго—учебному комитету Императорскаго Московскаго Техническаго Училища.

7. Право на пользованіе стипендіею прекращается въ случаѣ неодобрительнаго поведенія стипендіата или его малоуспѣшности въ учебныхъ занятіяхъ, обусловливаемой недостаточнымъ прилежаніемъ.

8. Пользованіе стипендіею не налагаетъ на стипендіата никакихъ обязательствъ.

Личный составъ служащихъ.

а) Почетные члены училища.

Министръ Финансовъ, статсъ-секретарь, дѣйствительный тайный совѣтникъ Сергѣй Юльевичъ Витте.

Тайный совѣтникъ Дмитрій Ивановичъ Менделѣевъ.

б) Служащіе по учебной и административной части.

Директоръ, тайный совѣтникъ Иванъ Васильевичъ Аристовъ.

Профессоры:

Теоретической механики: Жуковскій, Николай Егоровичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ, докторъ прикладной математики Московскаго университета.

Строительнаго искусства: Черепашинскій, Михаилъ Михайловичъ, статскій совѣтникъ, Вѣнскаго Политехническаго Института инженеръ.

Прикладной механики: Худяковъ, Петръ Кондратьевичъ, статскій совѣтникъ, ученый инженеръ-механикъ.

Машиностроенія: Сидоровъ, Анатолій Ивановичъ, коллежскій совѣтникъ, кандидатъ Московскаго университета, инженеръ-механикъ.

Технологіи металловъ и дерева: Гавриленко, Александръ Павловичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Технологіи волокнистыхъ веществъ: Федоровъ, Семенъ Андреевичъ, статскій совѣтникъ, ученый инженеръ-механикъ.

Технологіи красильныхъ веществъ:	Петровъ, Петръ Петровичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ, ученый инженеръ-технологъ (онъ же помощникъ директора по учебной части).
Технологіи питательныхъ веществъ:	Никитинскій, Яковъ Яковлевичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ, ученый инженеръ-технологъ (онъ же секретарь учебнаго комитета).
Технологіи минеральныхъ веществъ:	Прокунинъ, Михаилъ Павловичъ, статскій совѣтникъ, инженеръ-технологъ (онъ же членъ хозяйственнаго комитета).

Исправляющіе должности профессоровъ:

Органической и неорганической химіи:	Колли, Александръ Андреевичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ, магистръ химіи Московскаго университета.
Физики:	Щегляевъ, Владиміръ Сергѣевичъ, сост. въ V кл., магистръ физики Московскаго университета.

Адъюнктъ-профессоры:

Прикладной механики:	Мерцаловъ, Николай Ивановичъ, коллежскій секретарь, магистрантъ Московскаго университета, инженеръ-механикъ (съ 16 октября 1899 года).
Строительнаго искусства:	Залѣсскій, Василій Герасимовичъ, статскій совѣтникъ, Строительнаго Училища инженеръ-архитекторъ.
Химической технологіи органическихъ веществъ:	Ланговой, Сергѣй Петровичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-технологъ (съ 13 августа 1899 г.).

И. д. адъюнктъ-профессора:

Аналитической химіи:	Павловъ, Владиміръ Евграфовичъ, коллежскій секретарь, кандидатъ С.-Петербургскаго университета.

Законоучитель:

Виноградовъ, Николай Сергѣевичъ, кандидатъ богословія (онъ же священникъ при училищной церкви).

Преподаватели:

Математики:

Горячевъ, Дмитрій Никаноровичъ, статскій совѣтникъ, магистръ прикладной математики Московскаго университета.

Лахтинъ, Леонидъ Козьмичъ, статскій совѣтникъ, докторъ чистой математики Московскаго университета.

Шапошниковъ, Николай Александровичъ, статскій совѣтникъ, магистръ чистой математики Московскаго университета.

Андреевъ, Константинъ Алексѣевичъ, статскій совѣтникъ, докторъ чистой математики Московскаго университета (изъ платы по найму съ 1 сентября 1899 г.).

Математики и аналитической механики:

Чаплыгинъ, Сергѣй Алексѣевичъ, надворный совѣтникъ, магистръ прикладной математики Московскаго университета.

Болотовъ, Евгеній Александровичъ, имѣющій дипломъ 1-й ст. Казанскаго университета (изъ платы по найму съ 1 сентября 1899 г.).

Начертательной геометріи и геодезіи:

Михалевскій, Иванъ Елеазаровичъ, статскій совѣтникъ, Константиновскаго Межевого Института межевой инженеръ.

По паровозамъ и подвижному желѣзнодорожному составу:

Марковъ, Николай Ивановичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Прикладной механики:

Карельскихъ, Константинъ Павловичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Прикладной механики:	Мерцаловъ, Николай Ивановичъ, коллежскій секретарь, магистрантъ Московскаго университета, инженеръ-механикъ (по 16 октября 1899 г.).
Проектированія по строительному искусству:	Страховъ, Петръ Сергѣевичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.
Проектированія по построенію машинъ:	Зворыкинъ, Владиміръ Васильевичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.
	Астровъ, Александръ Ивановичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.
Проектированія деталей машинъ и крановъ:	Гриневецкій, Василій Игнатьевичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.
Проектированія насосовъ и паровыхъ машинъ:	Гетье, Александръ Александровичъ, сост. въ VII кл., инженеръ-механикъ (съ 1 сентября 1899 г.).
Проектированія по архитектурѣ:	Кекушевъ, Левъ Николаевичъ, надворный совѣтникъ, гражданскій инженеръ (съ 1 января по 15 ноября 1899 г.).
Химической технологіи и металлургіи:	Тумскій, Константинъ Ивановичъ, статскій совѣтникъ, ученый инженеръ-технологъ.
Химіи:	Реформатскій, Александръ Николаевичъ, надворный совѣтникъ, кандидатъ Казанскаго университета.
Вентиляціи и отопленія:	Чаплинъ, Владиміръ Михайловичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-технологъ.
Анатоміи и физіологіи растеній:	Артари, Александръ Петровичъ, надворный совѣтникъ, магистрантъ Московскаго университета.
Минералогіи съ геогнозіей:	Соколовъ, Владиміръ Дмитріевичъ, статскій совѣтникъ, кандидатъ Московскаго университета.
Политической экономіи и статистики:	Булгаковъ, Сергѣй Николаевичъ, надворный совѣтникъ, им. дипл. 1-й ст. Московскаго университета.

Ронжинъ, Николай Васильевичъ, статскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Черченія:

Румянцевъ, Василій Алексѣевичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Зубаревъ, Дмитрій Васильевичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Киферъ, Людвигъ Генриховичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Лукинъ, Матвѣй Григорьевичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Ламакинъ, Александръ Андреевичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Войтеховъ, Петръ Егоровичъ, сост. въ VII кл., инженеръ-механикъ (съ 1 сентября 1899 г.).

Григорьевъ, Иванъ Кондратьевичъ, сост. въ VII кл., инженеръ-механикъ (съ 1 сентября 1899 г.).

Пафнутьевъ, Николай Капитоновичъ, сост. въ VII кл., инженеръ-механикъ (съ 1 сентября 1899 г.).

Бухгалтеріи: Владиміровъ, Моисей Евстафьевичъ, статскій совѣтникъ, кандидатъ Харьковскаго университета.

Французскаго языка: Газань, Морисъ Альфонсовичъ, надворный совѣтникъ, въ Парижской Академіи со степенью баккалавра.

Нѣмецкаго языка: Бикъ, Евгеній Николаевичъ, статскій совѣтникъ, Константиновскаго Межевого Института межевой инженеръ.

Рисованія:

Турчаниновъ, Капитонъ Ѳедоровичъ, статскій совѣтникъ, Академіи Художествъ академикъ.

Горскій, Константинъ Николаевичъ, надворный совѣтникъ, Академіи Художествъ классный художникъ 1-й ст.

Рисованія: Васильевъ, Леонидъ Осиповичъ, коллежскій совѣтникъ, Академіи Художествъ академикъ архитектуры.

Ивановъ, Александръ Павловичъ, надворный совѣтникъ, Академіи Художествъ классный художникъ 3-й ст.

Главный инженеръ-механикъ:

Пермяковъ, Александръ Ивановичъ, статскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ (онъ-же членъ хозяйственнаго комитета).

Инспекторъ учебныхъ мастерскихъ:

Петровъ, Никаноръ Петровичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ (онъ же членъ хозяйственнаго комитета).

Завѣдывающіе мастерскими:

Модельною: Вессель, Александръ Карловичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ (онъ же кандидатъ къ чл. хозяйствен. комитета).

Модельно-столярною: Давыдовъ, Василій Петровичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Литейною: Ларіоновъ, Герасимъ Иларіоновичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Кузнечною: Шутковъ, Алексѣй Алексѣевичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Слесарною: Гиллертъ, Вильгельмъ Арнольдовичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ (онъ же канд. къ чл. хозяйств. ком.).

Механическою: Розановъ, Павелъ Петровичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Механическою и сборною: Поповъ, Степанъ Дмитріевичъ, коллежскій совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Лаборанты:

Въ аналитической лабораторіи:	Солонина, Василій Андреевичъ, надворный совѣтникъ, магистръ химіи Варшавскаго университета (по 1 іюля 1899 г.)
	Нагорновъ, Николай Николаевичъ, коллежскій асессоръ, им. дипл. 2-й ст. С.-Петербургскаго университета (по 1-е іюля 1899 г.).
	Сидоренко, Константинъ Викторовичъ, сост. въ VIII кл., им. дипл. 2-й ст. Московскаго университета (съ 24 августа 1899 г.).
	Горбенко, Викторъ Моисеевичъ, им. дипл. 1-й ст. Московскаго университета (съ 1 сентября 1899 г. изъ платы по найму).
Въ органической лабораторіи:	Поляковъ, Александръ Андреевичъ, надворный совѣтникъ, инженеръ-технологъ.
	Шарвинъ, Василій Васильевичъ, коллежскій асессоръ, инженеръ-технологъ.
	Церевитиновъ, Ѳедоръ Васильевичъ, сост. въ VIII кл., инженеръ-технологъ (съ 1 сентября 1899 г.).
Въ лабораторіи по каѳедрѣ технологіи органическихъ веществъ:	Солонина, Борисъ Андреевичъ, сост. въ VIII кл., инженеръ-технологъ (съ 1 сентября 1899 г.).
Въ лабораторіи химической технологіи питательныхъ веществъ:	Шустовъ, Александръ Николаевичъ, коллежскій асессоръ, инженеръ-технологъ.
Въ лабораторіи химической технологіи минеральныхъ веществъ:	Бочваръ, Анатолій Михайловичъ, коллежскій асессоръ, инженеръ-технологъ.

Въ лабораторіи химической технологіи красильныхъ веществъ:	Виноградовъ, Ѳедоръ Ѳедоровичъ, коллежскій асессоръ, инженеръ-технологъ.
Въ физической лабораторіи:	Величковскій, Анатолій Порфирьевичъ, надворный совѣтникъ, кандидатъ С.-Петербургскаго университета.

Библіотекарь:

Орловъ, Владиміръ Владиміровичъ, титулярный совѣтникъ, инженеръ-механикъ.

Инспекторъ студентовъ:

Циркуновъ, Николай Петровичъ, статскій совѣтникъ, оконч. к. въ Школѣ Межевыхъ Топографовъ.

Помощники инспектора студентовъ:

Пѣвницкій, Викторъ Ивановичъ, статскій совѣтникъ, кандидатъ Московскаго университета.

Панинъ, Павелъ Ѳедоровичъ, коллежскій совѣтникъ, Московскаго университета дѣйствительный студентъ.

Булгаковъ, Николай Васильевичъ, надворный совѣтникъ, Московской духовной академіи кандидатъ богословія.

Казанскій, Сергѣй Петровичъ, надворный совѣтникъ, Московской духовной академіи кандидатъ богословія.

Смирновъ, Владиміръ Александровичъ, коллежскій асессоръ, Московскаго университета дѣйствительный студентъ (онъ же преподаватель англійскаго языка изъ платы по найму).

Поспѣловъ, Петръ Петровичъ, Кіевской духовной академіи кандидатъ богословія (изъ платы по найму съ 1 октября 1899 года).

Каптеревъ, Борисъ Александровичъ, Московской духовной академіи кандидатъ богословія (изъ платы по найму съ 1 октября 1899 года).

Смирновъ, Сергѣй Александровичъ, им. дипл. 2-й ст. Московскаго университета (изъ платы по найму съ 1 октября 1899 года).

Никольскій, Владиміръ Яковлевичъ, коллежскій асессоръ, Московскаго университета дѣйствительный студентъ (изъ платы по найму съ 1 по 18 октября 1899 г.).

Служащіе по административной части:

Дѣлопроизводитель: Еремѣевъ, Ѳедоръ Дмитріевичъ, коллежскій совѣтникъ.

Помощникъ его (онъ же архиваріусъ): Любимовъ, Кондратій Дмитріевичъ, коллежскій регистраторъ.

Бухгалтеръ: Лакашинъ, Владиміръ Петровичъ, коллежскій совѣтникъ (по 1-е декабря 1899 года).

Богоявленскій, Ѳедоръ Павловичъ, надворный совѣтникъ (съ 1 декабря 1899 г.).

Помощникъ его (онъ же казначей): Кречетовъ, Петръ Семеновичъ, сост. въ IX кл.

Смотритель зданій (онъ же экзекуторъ): Глейнигъ, Николай Андреевичъ, коллежскій совѣтникъ.

Архитекторъ: Никифоровъ, Александръ Алексѣевичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ.

Діаконъ: Любимовъ, Александръ Александровичъ (на вакансіи псаломщика).

Церковный староста: Бородинъ, Николай Михайловичъ, потомственный почетный гражданинъ.

Врачъ: Карлинъ, Михаилъ Арсеньевичъ, дѣйствительный статскій совѣтникъ.

Сверхштатный врачъ: Боголюбовъ, Мелитонъ Петровичъ, статскій совѣтникъ.

Фельдшеръ: Кирилловъ, Александръ Кирилловичъ, коллежскій регистраторъ.

Учебный планъ на 1899—1900 учебный г.

I курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Богословіе. 2
2. Начертательная геометрія (изъ нихъ 2 часа во II полугодіи на эпюры). . . . . 3 } репетиціи.
3. Теоретическая механика (съ упражненіями) . . . 4 } репетиціи.
4. Физика. . . . . 3 } репетиціи.
5. Черченіе техническое и архитектурное (въ 6 группахъ, изъ которыхъ одна занимается 7 часовъ). 6
6. Рисованіе (въ 4 группахъ, изъ которыхъ одна занимается 5 часовъ) 4

Итого . . . 22

б) Предметы механическаго отдѣленія:

7. Аналитическая геометрія на плоскости и въ пространствѣ. . 3 } репетиціи.
8. Начала дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій съ геометрическими приложеніями . . . . 3 } репетиціи.
9. Химія . . . . . 3 } репетиціи.

Итого. . 31

в) Предметы химическаго отдѣленія:

7. Математика. . . . 4 } репет.
8. Неорганическая хим. 4 } репет.

Итого. . 30

Передъ II курсомъ съ 16 августа по 1 сентября для механическаго отдѣленія сплошныя занятія по 3 часа въ день въ 2-хъ группахъ въ модельной мастерской.

II курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Физика. . . . . 3 (реп.)
2. Строительное искусство (строительные матеріалы и работы). 2

3. Черченіе съ натуры и по относительнымъ размѣрамъ (въ 5 группахъ) 6
4. Геодезія. 1

Итого . . . 12

б) Предметы механическаго отдѣленія:

5. Прикладная механика (съ упражненіями) 4
6. Высшій анализъ (высшая алгебра и дополнительныя статьи по дифференціальнымъ и интегральнымъ исчисленіямъ). 3
7. Аналитическая механика. 2
8. Сопротивленіе матеріаловъ 3
9. Построеніе деталей машинъ и введеніе въ машиностроеніе . . 3

(рецепціи.)

10. Занятія въ модельной мастерской (въ 2 группахъ) 3

Итого. . . 30

в) Предметы химическаго отдѣленія:

5. Органическая химія 2(реп.)
6. Минералогія и геологія 1
7. Практическія занятія по минералогіи (въ 4 группахъ) 1
8. Прикладная механика и сопротивленіе матеріаловъ (съ упражненіями). 4(реп.)
9. Механическая технологія (лекція сводная съ III курсомъ) 1
10. Архитектура (лекція сводная съ III курсомъ механическаго отдѣленія). . 2
11. Химія аналитическая 1
12. Занятія въ аналитической лабораторіи по качественному анализу . .12

Итого. . .36

Съ 1 по 15 іюня практическія занятія по геодезіи (въ 3-хъ группахъ).

III курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Металлургія	2
2. Отопленіе и вентиляція (2 часа во II полугодіи) . .	1
Итого	3

б) Предметы механическаго отдѣленія:

3. Построеніе паровыхъ котловъ	2
4. Архитектура (совмѣстно со II курсомъ химическаго отдѣленія)	2
5. Гидравлика и теорія гидравлическихъ двигателей	2
6. Термодинамика (3 часа въ I полугодіи). .	1½
7. Теорія паровыхъ машинъ (3 часа во II полугодіи)	1½
8. Построеніе грузоподъемныхъ машинъ (3 часа въ I полугодіи)	1½
9. Графостатика и строительная механика. .	3
10. Технологія металловъ и дерева.	2
11. Проектированіе деталей машинъ и кранов (въ 6 группахъ).	6
12. Работы въ мастерскихъ: модельной (¼ года), литейной (½	

в) Предметы химическаго отдѣленія:

3. Органическая химія.	2
4. Технологія минеральныхъ веществъ. . .	5
5. Механическая теорія тепла и кинетическая теорія газовъ . . .	1
6. Построеніе паровыхъ котловъ	1
7. Механическая технологія (лекція сводная со II курсомъ). . .	1
8. Прикладная механика (дополнительный курсъ)	1
9. Ботаника	2
10. Практическія занятія по ботаникѣ (въ 2 группахъ)	2
11. Проектированіе по архитектурѣ . . .	2
12. Практическія занятія по физикѣ (въ 2-хъ группахъ)	4
13. Химія аналитическая	1
14. Занятія въ аналитической лабораторіи(12 часовъ въ I полугодіи)	6

года), кузнечной (1/4 года въ 2 группахъ).	6
Итого . . .	30 1/2
Для желающихъ практическія занятія по физикѣ	3
15. Занятія въ лабораторіи общей химіи (12 часовъ во II полугодіи)	6
Итого . . .	37

Въ теченіе лѣтняго вакаціоннаго времени при переходѣ съ III-го на IV-й курсъ назначаются для обоихъ отдѣленій практическія занятія на строительныхъ работахъ въ продолженіе 6-ти недѣль.

IV курсъ.

а) Предметы механическаго отдѣленія:	
1. Технологія волокнистыхъ веществъ . .	4
2. Построеніе паровыхъ машинъ	2
3. Механическая технологія (машины для обработки металловъ)	3
4. Построеніе насосовъ.	1 1/2
5. Воздуходувныя машины, вентиляторы и компрессоры . . .	1 1/2
6. Гидротехническія сооруженія, водоснабженіе и канализація.	2
7. Паровозы и подвижной желѣзнодорожный составъ . . .	2
8. Проектированіе паровыхъ котловъ (въ 3 группахъ)	3

б) Предметы химическаго отдѣленія:	
1. Технологія органическихъ веществъ . .	4
2. Технологія питательныхъ веществъ. . .	4
3. Технологія бѣленія, крашенія и аппретуры волокнистыхъ веществъ (1 часъ въ I полугодіи и 5 часовъ во II полугодіи) . .	3
4. Технологія пигментовъ (4 часа въ I полугодіи)	2
5. Технологія волокнистыхъ веществъ . .	2
6. Проектированіе по химическимъ производствамъ	2
7. Проектированіе паровыхъ котловъ . . .	1

9. Проектированіе водяныхъ двигателей (въ 3 группахъ). . . . 3
10. Проектированіе по архитектурѣ (въ 2 группахъ). 3
11. Проектированіе по отопленію и вентиляціи (2 часа во II полугодіи) 1
12. Проектированіе по строительной механикѣ (въ 2 группахъ). 3
13. Занятія въ слесарной мастерской (въ 2-хъ группахъ) 6

Итого . . . 35

8. Занятія въ лабораторіи общей химіи (18 часовъ въ I полугодіи и 12 часовъ во II полугодіи) . . . 15
9. Практическія занятія въ химико-техническихъ лабораторіяхъ (во II полугодіи 6 часовъ) 3

Итого . . . 36

При переходѣ на V курсъ въ теченіе лѣтняго вакаціоннаго времени назначаются обязательныя занятія на фабрикахъ, заводахъ и въ желѣзнодорожныхъ мастерскихъ примѣнительно къ тому спеціальному проекту, который студентъ будетъ исполнять на V курсѣ. Студенты, избравшіе себѣ спеціальность по обработкѣ волокнистыхъ веществъ, должны заниматься нѣкоторое время въ кабинетѣ волокнистыхъ веществъ по особой программѣ.

V курсъ.

а) Предметы общіе обоимъ отдѣленіямъ.

1. Бухгалтерія 1
2. Политическая экономія и статистика 2
3. Проектированіе по строительной части при исполненіи спеціальныхъ проектовъ (4 часа во II полугодіи) 2

Итого 5

б) Предметы механическаго отдѣленія:

4. Бесѣды по технологіи волокнистыхъ веществъ (съ группой студентовъ, исполняющихъ проекты по этому предмету) . . . 1
5. Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ (въ 4 гр.) 5
6. Проектированіе по спеціальнымъ предметамъ (въ 4-хъ группахъ) . . . 3

Примѣчаніе. Въ число спеціальныхъ проектовъ входятъ:

а) Проекты по технологіи металловъ и дерева.
б) Проекты прядильныхъ и ткацкихъ фабрикъ.
в) Проекты гидротехническихъ сооруженій.
г) Проекты паровозовъ.

Для каждаго студента обязательно исполненіе проекта по одному изъ спеціальныхъ предметовъ.

7. Занятія на заводѣ (въ 3 группахъ) 1
8. Занятія въ механической и сборной мастерскихъ . 18

в) Предметы химическаго отдѣленія:

4. Проектированіе по химическимъ производствамъ (въ 4 группахъ) . . . 2

Примѣчаніе. Въ число спеціальныхъ проектовъ входятъ:

а) Проектъ по технологіи минеральныхъ веществъ.
б) Проектъ по технологіи питательныхъ веществъ.
в) Проектъ по технологіи органическихъ веществъ.
г) Проектъ по технол. бѣленія, крашенія и аппретуры волокнистыхъ веществъ.

Для каждаго студента обязательно исполненіе одного проекта.

5. Бесѣды по технологіи питательныхъ веществъ (съ группой студентовъ, исполняющихъ проекты по этому предмету) . . . 1
6. Бесѣды по технологіи органическихъ веществъ (съ группой студентовъ, исполняющихъ проекты по этому предмету) . . . 1
7. Бесѣды по технологіи бѣленія, крашенія и аппретуры (съ группой студентовъ, исполняющихъ проекты по этому предмету) 1
8. Занятія въ химико-техническихъ лабораторіяхъ 24

	9. Практическія занятія на заводѣ училища (1 часъ во II полугодіи). . . ½
Итого . . 33	Итого . . 32½

Кромѣ того преподаются иностранные языки: французскій, нѣмецкій и англійскій каждый по 2 часа въ недѣлю.

Каждый изъ студентовъ въ теченіе всего курса обязанъ сдать экзаменъ по одному изъ иностранныхъ языковъ.

Необязательно преподаются:

1) Инженерное искусство на V курсѣ механическаго отдѣленія при 2-хъ часахъ въ недѣлю.

2) Курсъ о микроорганизмахъ броженія на *V курсѣ химическаго отдѣленія (2 часа во II полугодіи)* . . 1 часъ.

3. Практическія занятія по курсу о микроорганизмахъ броженія (2 часа во II полугодіи) . . . . . 1 часъ.

Распредѣленіе репетицій на 1899—900 учебный годъ.

I курсъ механическаго отдѣленія.

Аналитическая геометрія. .	9	репетицій (3 преп. и 6 репет.).
Дифференціальное и интегральное исчисленія . . .	9	» (3 преп. и 6 репет.).
Начертательная геометрія . .	9	» (всѣ 9 преподават.).
Теоретическая механика . .	9	» (4 профес. и 5 реп.).
Физика	9	» (5 профес. и 4 реп.).
Химія	9	» (4 препод. и 5 реп.).
Всего	54	репетиціи.

I курсъ химическаго отдѣленія.

Математика	3	репетиціи (всѣ 3 преподават.).
Начертательная геометрія . .	3	» (всѣ 3 преподават.).
Теоретическая механика . .	3	» (1 профес. и 2 реп.).
Физика	3	» (1 профес. и 2 реп.).
Неорганическая химія . .	3	» (1 профес. и 2 реп.).
Всего	15	репетицій.

II курсъ механическаго отдѣленія.

Математика	8	репетицій (всѣ 8 преподав.).
Прикладная механика . . .	8	» (5 профес. и 3 реп.).
Физика	8	» (3 проф. и 5 репет.).
Сопротивленіе матеріаловъ .	8	» (3 проф. и 5 репет.).
Построеніе деталей машинъ .	8	» (4 проф. и 4 репет.).
Аналитическая механика . .	8	» (3 проф. и 5 репет.).

Всего 48 репетицій.

II курсъ химическаго отдѣленія.

Прикладная механика и сопротивленіе матеріаловъ . .	3	репетиціи (всѣ 3 преподават.).
Физика	3	» (всѣ 3 репетиторск.).
Химія органическая. . . .	3	» (1 проф. и 2 репет.).

Всего . 9 репетицій.

Распредѣленіе учебныхъ занятій между профессорами и преподавателями въ 1899—900 учебномъ году.

Профессоры:

1. А. П. Гавриленко. Механическая технологія (машины для обработки металловъ и дерева) на IV курсѣ мех. отд. 3
   Построеніе паровыхъ котловъ на III курсѣ мех. отдѣл. 2
   Построеніе паровыхъ котловъ на III курсѣ химич. отдѣл. 1
   Технологія металловъ и дерева на III курсѣ механ. отд. 2
   Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ мех. отд. 5
   Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ механ. отдѣл. 3
   Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ химич. отдѣл. 1
   Проектированіе по технологіи металловъ и дерева на V курсѣ мех. отд. . 3

2. Н. Е. Жуковскій.	Теоретическая механика съ упражненіями на I курсѣ	4
	Аналитическая механика на II курсѣ мех. отд.	2
	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ хим. отд.	1
	Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ механ. отдѣл.	4
	Репетиціи по аналитической механ. на II курсѣ мех. отдѣл.	3
3. А. А. Колли.	Химія неорганическая на I к. хим. отд.	4
	Химія органическая на II курсѣ хим. отдѣленія	2
	Химія органическая на III курсѣ химич. отд.	2
	Репетиціи по неорганической химіи на 1 курсѣ хим. отд.	1
	Репетиціи по органической химіи на II кур. хим. отд.	1
	Руководство работами въ химической лабораторіи.	
4. Я. Я. Никитинскій.	Химическая технологія питательныхъ веществъ на IV курсѣ химич. отд. . . .	4
	Бесѣды по тому же предмету на V курсѣ хим. отд.	1
	Проектированіе по химической технологіи питательныхъ веществъ на V курсѣ химич. отд.	2
	Руководство работами въ лабораторіи.	
5. П. П. Петровъ.	Технологія бѣленія, крашенія и аппретуры волокнистыхъ веществъ на IV курсѣ химич. отд.	3
	Бесѣды по тому же предмету на V кур. хим. отд.	1
	Проектированіе по технологіи бѣленія, крашенія и аппретуры на V кур. химич. отд.	2
	Руководство работами въ лабораторіи.	

6. М. П. Прокунинъ.	Технологія минеральныхъ веществъ на III курсѣ химич. отд.	5
	Проектированіе по технологіи минеральныхъ веществъ на IV кур. хим. отд.	2
	Проектированіе по технологіи минеральныхъ веществъ на V кур. хим. отд.	2
	Руководство работами въ лабораторіи.	
7. А. И. Сидоровъ.	Построеніе деталей машинъ на II кур. механ. отд.	3
	Построеніе грузоподъемныхъ машинъ на III курсѣ механич. отдѣл.	$1^1/_2$
	Построеніе паровыхъ машинъ на IV курсѣ мех. отд.	2
	Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ механ. отд.	5
	Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механ. отд.	6
	Репетиціи по построенію деталей машинъ на II курсѣ механ. отд.	4
8. С. А. Федоровъ.	Технологія волокнистыхъ веществъ на IV курсѣ механ. отд.	4
	Технологія волокнистыхъ веществъ на IV курсѣ хим. отд. (лекціи сводныя съ механич. отд.).	2
	Проектированіе по технологіи волокнистыхъ веществъ на V кур. мех. отд.	1
	Бесѣды по технологіи волокнистыхъ веществъ на V курсѣ (съ группой, проектирующей по этому предмету)	1
	Руководство занятіями въ кабинетѣ волокнистыхъ веществъ со студентами, проектирующими по технологіи волокнистыхъ веществъ.	
9. П. К. Худяковъ.	Сопротивленіе матеріаловъ на II кур. мех. отд.	3
	Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ мех. отдѣл. . . .	6

	Построеніе насосовъ на IV курсѣ механ. отдѣл.	1½
	Репетиціи по сопротивленію матеріаловъ на II курсѣ механич. отдѣл. .	3
10. М. М. Черепашинскій.	Гидротехническія сооруженія, водоснабженіе и канализація на IV курсѣ механ. отд.	2
	Графостатика и строительная механика на III курсѣ механич. отд. . . .	3
	Проектированіе по строительной механикѣ на IV курсѣ механ. отд.	3
	Проектированіе по гидротехническимъ сооруженіямъ на V курсѣ мех. отдѣл.	1
	Инженерное искусство на V курсѣ мех. отдѣленія (необязательный предметъ)	2
11. В. С. Щегляевъ.	Физика по 3 часа на I и II курсахъ.	6
	Репетиціи по физикѣ на I кур. хим. отд.	1
	Репетиціи по физикѣ на I кур. мех. отд.	5
	Репетиціи по физикѣ на II кур. мех. отд.	3
	Руководство практическими занятіями по физикѣ на III курсѣ хим. отд. (въ 2-хъ группахъ по 4 часа въ недѣлю).	
	Руководство практическими занятіями по физикѣ на III курсѣ механ. отдѣл. (3 часа въ недѣлю).	

Ад.-профессоры:

1. В. Г. Залѣсскій.	Строительное искусство на II курсѣ.	2
	Архитектура на II курсѣ хим. отд. и на III курсѣ механ. отд. (лекціи сводныя).	2
	Проектированіе по архитектурѣ на III курсѣ хим. отдѣл.	2
	Проектированіе по архитектурѣ на IV курсѣ механ. отдѣл.	3
	Проектированіе по строительной ча-	

сти при исполненіи спеціальныхъ проектовъ на V курсѣ 2

4. В. Е. Павловъ. Аналитическая химія на II и III курсахъ хим. отд. 2

Руководство занятіями въ аналитической лабораторіи. 12

2. С. П. Ланговой. Технологія органическихъ веществъ на IV курсѣ хим. отдѣл. 4

Бесѣды по технологіи органическихъ веществъ на V курсѣ химич. отдѣл. . . 1

Проектированіе по химическимъ производствамъ на V курсѣ хим. отдѣл. . 2

Руководство работами въ лабораторіи по технологіи органическихъ веществъ.

3. Н. И. Мерцаловъ. Прикладная механика съ упражненіями на II курсѣ механ. отдѣл. 4

Репетиціи по прикладной механикѣ на II курсѣ механ. отдѣл. 5

Термодинамика на III курсѣ мех. отд. $1^1/_2$

Проектированіе водяныхъ двигателей на IV курсѣ мех. отд. 3

Законоучитель.

Священ. Н. С. Виноградовъ. Богословіе на I курсѣ 2

Преподаватели:

1. К. А. Андреевъ. Аналитическая геометрія на I курсѣ мех. отд. 3

Репетиціи по аналитической геометріи на I курсѣ мех. отд. 1

2. А. П. Артари. Ботаника на III курсѣ химич. отдѣл. 2

Практическія занятія по ботаникѣ на III курсѣ химич. отд. (въ 2 группахъ по 2 часа въ каждой) 4

Курсъ о микроорганизмахъ броженія на V курсѣ химич. отдѣл. 1

Практическія занятія по курсу о

	микроорганизмахъ броженія на V курсѣ химич. отдѣл.	1
3. А. И. Астровъ.	Механическая технологія на II и III курсахъ химич. отд. (лекція сводная)	1
	Дополнительный курсъ прикладной механики на III курсѣ хим. отд. . . .	1
	Проектированіе паровыхъ котловъ на IV кур. мех. отдѣл.	3
	Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ механич. отд. .	6
	Гидравлика и теорія гидравлическихъ двигателей на III кур. мех. отд. . . .	2
	Проектированіе водяныхъ двигателей на IV курсѣ мех. отд.	3
4. Е. Н. Бикъ.	Нѣмецкій языкъ	2
5. Е. А. Болотовъ.	Репетиціи по аналитической механикѣ на II курсѣ мех. отд. . . .	2
	Репетиціи по аналитической геометріи на I к. мех. отд.	2
6. С. Н. Булгаковъ.	Политическая экономія и статистика на V курсѣ	2
7. Л. О. Васильевъ.	Рисованіе на I курсѣ	4
8. А. П. Величковскій.	Механическая теорія тепла и кинетическая теорія газовъ на III курсѣ хим. отд.	1
	Репетиціи по физикѣ на I курсѣ механ. отд.	4
	Репетиціи по физикѣ на I курсѣ химич. отдѣл.	2
	Репетиціи по физикѣ на II курсѣ мех. отд.	3
	Репетиціи по физикѣ на II кур. хим. отд.	3
	Практическія занятія по физикѣ на III кур. химич. отд. (въ 2 группахъ по 4 часа).	
9. Ѳ. Ѳ. Виноградовъ.	Репетиціи по химіи на I курсѣ мех. отд.	2

10. М. Е. Владиміровъ. Бухгалтерія на I курсѣ 1
11. П. Е. Войтеховъ. Черченіе на I курсѣ 6
12. М. А. Газань. Французскій языкъ 2
13. А. А. Гетье. Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ мех. отд. 5
14. К. Н. Горскій. Рисованіе на I курсѣ 5
15. Д. Н. Горячевъ. Репетиціи по математикѣ на I курсѣ мех. отд. 12
Репетиціи по физикѣ на II курсѣ мех. отд. 2
16. И. К. Григорьевъ. Черченіе на I курсѣ 6
17. В. И. Гриневецкій. Воздуходувныя машины, вентиляторы и компрессоры на IV кур. мех. отд. $1^1/_2$
Проектированіе деталей машинъ и кранов на III курсѣ мех. отдѣл. 6
Проектированіе насосовъ и паровыхъ машинъ на V курсѣ мех. отдѣл. . . . 5
Теорія паровыхъ машинъ на III курсѣ мех. отд. . . . . $1^1/_2$
Проектированіе по технологіи металловъ и дерева на V курсѣ мех. отдѣл. 3
18. В. В. Зворыкинъ. Проектированіе деталей машинъ и крановъ на III курсѣ мех. отдѣл. . . . 6
Проектированіе паровыхъ котловъ на IV курсѣ мех. отд. 3
Репетиціи по сопротивленію матеріаловъ на II курсъ механ. отдѣл. . . 3
Репетиціи по построенію деталей машинъ на II курсѣ мех. отд. 2
19. Д. В. Зубаревъ. Черченіе на I курсѣ 6
Черченіе на II курсѣ 6
20. А. П. Ивановъ. Рисованіе на I курсѣ 4
21. К. П. Карельскихъ. Репетиціи по прикладной механикѣ на II курсѣ мех. отд. 3
Репетиціи по сопротивленію матеріаловъ на II кур. мех. отд. 2
Репетиціи по построенію деталей машинъ на II курсѣ мех. отд. 2

22. Л. Н. Кекушевъ. Проектированіе по архитектурѣ на IV кур. мех. отд. 3
23. Л. Г. Киферъ. Проектированіе деталей машинъ на III курсѣ 6
24. А. А. Ламакинъ. Черченіе на II курсѣ 6
25. Л. К. Лахтинъ. Лекціи по математикѣ на I курсѣ химич. отд. 4
Репетиціи по математикѣ на I курсѣ хим. отд. 3
26. М. Г. Лукинъ. Черченіе на II курсѣ 6
27. Н. И. Марковъ. Паровозы и желѣзнодорожный составъ на IV к. мех. отд. 2
Проектированіе паровозовъ на V курсѣ мех. отд. 1
28. И. Е. Михалевскій. Начертательная геометрія на I кур. 3
Геодезія на II курсѣ 1
Репетиціи по начертательной геометріи на I курсѣ хим. отд. 3
Репетиціи по начертательной геометріи на I курсѣ мех. отд. 9
Практическія занятія по геодезіи . . —
29. Н. К. Пафнутьевъ. Черченіе на I курсѣ 6
30. А. И. Пермяковъ. Проектированіе водяныхъ двигателей на IV кур. мех. отд. 3
Занятія на заводѣ съ V кур. мех. отд. 3
Занятія на заводѣ со студентами V курса хим. отд. . . . . ½
Проектированіе по технологіи металловъ и дерева на V к. мех. отд. . . . 3
31. А. Н. Реформатскій. Лекціи по химіи на I курсѣ мех. отд. 3
Репетиціи по химіи на I кур. мех. отд. 4
32. Н. В. Ронжинъ. Черченіе на I курсѣ 7
Черченіе на II курсѣ 6
33. В. А. Румянцевъ. Черченіе на I курсѣ 6
Черченіе на II курсѣ. 6
34. В. А. Смирновъ. Англійскій языкъ 2

35. В. Д. Соколовъ. Минералогія съ практическими занятіями (въ 4 группахъ) на II курсѣ химич. отдѣл. 5

36. П. С. Страховъ. Проектированіе по строительной механикѣ на IV курсѣ мех. отд. 3

Прикладная механика и сопротивленіе матеріаловъ на II кур. хим. отд. 4

Репетиціи по прикладной механикѣ и сопротивленію матеріаловъ на II кур. хим. отд. 3

37. К. И. Тумскій. Металлургія на III курсѣ. 2

Репетиціи по химіи на I курсѣ мех. отд. 3

38. К. Ѳ. Турчаниновъ. Рисованіе на I курсѣ 4

39. В. М. Чаплинъ. Отопленіе и вентиляція на III курсѣ. 1

Проектированіе по отопленію и вентиляціи на IV курсѣ мех. отд. 1

40. С. А. Чаплыгинъ. Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ мех. отд. 5

Репетиціи по теоретической механикѣ на I курсѣ хим. отд. 2

Репетиціи по аналитической механикѣ на II курсѣ мех. отд. 3

41. Н. А. Шапошниковъ. Анализъ на I курсѣ 3

Математика на II курсѣ мех. отд. . 3

Репетиціи по математикѣ на I курсѣ 3

Репетиціи по математикѣ на II кур. мех. отд. 8

42. В. В. Шарвинъ. Репетиціи по химіи на I курсѣ хим. отд. 2

Репетиціи по химіи на II курсѣ хим. отд. 2

Технологія пигментовъ на IV курсѣ хим. отд. 2

Расписаніе сроковъ для представленія студентами графическихъ работъ въ 1899—1900 учебномъ году.

На I курсѣ.

По черченію:

17 ноября—2 чертежа (кривыя и детали, ордера).
9 февраля—2 чертежа (2 детали съ натуры).
23 марта—2 чертежа (1 деталь съ натуры и архитектурный).

По рисованію:

23 сентября—рисунокъ орнамента безъ тушевки.
7 октября—рисунокъ съ неполною тушевкою.
26 октября—рисунокъ съ полною тушевкою.
11 ноября—рисунокъ съ полною тушевкою.
30 ноября—рисунокъ съ полною тушевкою.
11 января—рисунокъ съ полною тушевкою.
27 января—рисунокъ съ полною тушевкою.
15 февраля—рисунокъ капители.
7 марта—рисунокъ детали машины.
23 марта—рисунокъ детали машины.

На II курсѣ.

По черченію:

а) Для механическаго отдѣленія:

2 декабря—3 чертежа съ натуры (паровая машина, водокачка или 3 менѣе сложныя машины съ натуры).
22 февраля—2 детали по относительнымъ размѣрамъ.
22 марта—1 зацѣпленіе.

б) Для химическаго отдѣленія:

2 декабря—2 чертежа съ натуры.
22 февраля—1 чертежъ по относительнымъ размѣрамъ.
23 марта—1 чертежъ по относительнымъ размѣрамъ.

На III курсѣ.

а) Для механическаго отдѣленія:

15 января—4 проекта по деталямъ машинъ (повѣрочный расчетъ существующей детали съ проектомъ, расчетъ валовъ, коническая передача, ременная или канатная передача).

17 апрѣля—проектъ крана.

б) Для химическаго отдѣленія:

Архитектура (проекты жилыхъ и заводскихъ зданій):

10 декабря—эскизъ.

17 апрѣля—проектъ.

На IV курсѣ.

а) Для механическаго отдѣленія:

Проекты паровыхъ котловъ и водяныхъ двигателей:

1 декабря—для 1 отдѣленія.

15 марта—для 2 отдѣленія.

Проекты по строительной механикѣ:

1 февраля—проектъ желѣзнаго моста.

17 апрѣля—проектъ каменнаго сооруженія.

17 апрѣля—проектъ архитектурный.

б) Для химическаго отдѣленія:

17 апрѣля—проектъ пароваго котла.

На V курсѣ.

а) Для механическаго отдѣленія:

16 ноября—проектъ насоса.

28 апрѣля—проектъ паровой машины.

28 апрѣля—проекты по спеціальнымъ производствамъ.

б) Для химическаго отдѣленія:

28 апрѣля—проекты по химической технологіи.

Комиссіи для оцѣнки графическихъ работъ.

Курсы.	Предметы.	Фамиліи членовъ комиссій.
I курсъ.	Черченіе.	Гавриленко, Сидоровъ, Ронжинъ, Румянцевъ, Зубаревъ, Григорьевъ, Войтеховъ, Пафнутьевъ.
	Рисованіе.	Залѣсскій, Турчаниновъ, Горскій, Васильевъ, Ивановъ.
II курсъ.	Техническое черченіе.	Худяковъ, Сидоровъ, Ронжинъ, Румянцевъ, Зубаревъ, Ламакинъ, Лукинъ.
III курсъ механ. отд.	Проектированіе деталей машинъ и кранов.	2 комиссіи: 1) Худяковъ, Зворыкинъ. Киферъ, 2) Сидоровъ, Гриневецкій, Астровъ.
III курсъ химич. отд.	Проектированіе по архитектурѣ.	Залѣсскій, Черепашинскій, Чаплинъ, Кекушевъ.
IV курсъ механ. отд.	Проектированіе котловъ и водяныхъ двигателей.	Гавриленко, Астровъ, Пермяковъ, Сидоровъ, Мерцаловъ, Зворыкинъ.
	Проектированіе по строительной механикѣ и архитектурѣ.	Черепашинскій, Залѣсскій, Страховъ.
IV курсъ химич. отд.	Проектированіе паровыхъ котловъ.	Гавриленко, Прокунинъ, Астровъ.
	Проектированіе по химической технологіи минеральныхъ веществъ.	Прокунинъ, Петровъ, Никитинскій, Ланговой.

Курсы.	Предметы.	Фамиліи членовъ комиссій.
V курсъ механ. отд.	Проектированіе насовъ и паровыхъ машинъ.	Худяковъ, Сидоровъ, Гавриленко, Гриневецкій, Гетье.
	Проектированіе по спеціальнымъ производствамъ.	Федоровъ, Гавриленко, Астровъ, Залѣсскій, Гриневецкій, Пермяковъ, Марковъ.
V курсъ химич. отд.	Проектированіе по химической технологіи.	Петровъ, Прокунинъ, Никитинскій, Ланговой и Залѣсскій.

Ученые труды профессоровъ и преподавателей.

Профессоръ *А. П. Гавриленко* редактировалъ послѣдніе номера журнала «Бюллетени Политехническаго Общества». Кромѣ того напечаталъ въ томъ же журналѣ нѣсколько статей научнаго техническаго содержанія.

Профессоръ *Н. Е. Жуковскій* напечаталъ въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» статью: «О гидравлическомъ ударѣ въ водопроводныхъ трубахъ». Кромѣ того въ «Трудахъ Физическаго Отдѣленія О. Л. Е.» напечаталъ слѣдующія статьи: 1) «Модель маятника Гесса» и 2) «Объ упругой оси турбины Лаваля».

Профессоръ *Я. Я. Никитинскій* въ журналѣ «Техническій Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности» помѣстилъ слѣдующія статьи: 1) «Новости по крахмальному и паточному производствамъ», 2) «Очищеніе воды, питающей паровой котелъ» (переводъ брошюры инженера Евг. Гейденрима, вышедшій отдѣльнымъ изданіемъ), 3) «Плѣсень Amylomyces Rouxii въ винокуреніи» и 4) «Спиртовое броженіе безъ дрожжевыхъ клѣточекъ». Въ «Извѣстіяхъ Императорскаго Московскаго Техническаго Училища за 1898 годъ помѣстилъ сочиненіе: «Производство крахмала картофельнаго, пшеничнаго, маисоваго и рисоваго», съ 285 чертежами въ текстѣ и таблицахъ. Въ «Торгово-Промышленной газетѣ» напечаталъ рядъ

статей подъ общимъ заглавіемъ: «Новости сельскохозяйственной техники». Сдѣлалъ нѣсколько докладовъ въ засѣданіяхъ Инженерно-Технологическаго Отдѣла Политехническаго Общества, напечатанныхъ въ протоколахъ Отдѣла. Кромѣ того представилъ общій докладъ Совѣщанію при Московскомъ Учебномъ Округѣ «О желательной постановкѣ преподаванія графическихъ искусствъ въ реальныхъ училищахъ».

Профессоръ *М. П. Прокунинъ* напечаталъ въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества»—«По поводу статьи инженеръ-технолога Дементьева». Кромѣ того въ засѣданіи инженерно-технологическаго Отдѣла Политехническаго Общества сдѣлалъ докладъ «Картофельная патока и ея производство»

Профессоръ *А. И. Сидоровъ* напечаталъ вторымъ изданіемъ съ своими дополненіями первую часть книги: «Детали машинъ» профессора П. К. Худякова. Кромѣ того въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» помѣстилъ нѣсколько библіографическихъ и научно-техническихъ статей.

Профессоръ *С. А. Федоровъ* въ засѣданіяхъ Общества для содѣйствія развитію и улучшенію мануфактурной промышленности прочиталъ рефератъ «О силѣ, потребляемой различными машинами прядильнаго и ткацкаго производства». Составилъ «Замѣтки по проектированію фабрикъ» для руководства студентамъ V курса. Кромѣ того занимался подготовительными работами по устройству лабораторіи по технологіи волокнистыхъ веществъ въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ.

Профессоръ *П. К. Худяковъ* составилъ и напечаталъ «Курсъ построенія насосовъ». Кромѣ того въ журналѣ «Технической Сборникъ» помѣстилъ нѣсколько статей по отдѣлу машиностроенія и библіографіи.

Адъюнктъ-профессоръ *В. Г. Залѣсскій* въ журналѣ «Технической Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности» напечаталъ статью «О процессахъ затвердѣванія гидравлическихъ вяжущихъ веществъ по Михаэлису».

Преподаватель *А. И. Астровъ* въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» напечаталъ статью: «Изслѣдованіе бѣлыхъ, такъ называемыхъ антифрикціонныхъ сплавовъ» и библіографическую замѣтку о новой книгѣ Цейнера «Теорія турбинъ».

Преподаватель *Д. Н. Горячевъ* напечаталъ въ «Трудахъ Отдѣ-

ленія Физическихъ Наукъ И. О. Л. Е.» статью: «Новое частное рѣшеніе задачи о движеніи тяжелаго твердаго тѣла вокругъ неподвижной точки».

Преподаватель *Л. Г. Киферъ* напечаталъ въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» статьи: «Разрушающія нагрузки и допускаемыя напряженія матеріала въ чугунныхъ колоннахъ» (съ нѣмецкаго) и «Замѣтки изъ практики».

Преподаватель *М. Г. Лукинъ* напечаталъ въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» статьи: «Подъемные механизмы со стальными проволочными канатами» и «Дѣйствіе и расчетъ вертикальнаго воздушнаго насоса безъ всасывающихъ клапановъ».

Преподаватель *А. Н. Реформатскій* напечаталъ второе вновь переработанное изданіе перваго выпуска «Сборника въ помощь самообразованію», издалъ курсъ лекцій по «Общей химіи», читанныхъ въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, и сдѣлалъ сообщеніе въ Химическомъ Отдѣленіи И. О. Л. Е. «О новомъ синтезѣ альдегидовъ».

Преподаватель *П. С. Страховъ* напечаталъ «Курсъ сельскохозяйственной архитектуры» съ отдѣльнымъ атласомъ чертежей. Въ «Бюллетеняхъ Политехническаго Общества» помѣстилъ статью: «Логическое развитіе идеи машины какъ объекта научнаго изслѣдованія»; кромѣ того тамъ же помѣстилъ нѣсколько статей научнаго содержанія и по библіографіи.

Преподаватель *С. А. Чаплыгинъ* напечаталъ въ «Трудахъ Отдѣленія Физическихъ Наукъ И. О. Л. Е.» слѣдующія статьи: 1) «О пульсирующемъ цилиндрическомъ вихрѣ», 2) «Къ вопросу о струяхъ въ несжимаемой жидкости» и 3) «О параболоидномъ маятникѣ».

Преподаватель *Н. А. Шапошниковъ* напечаталъ четвертую часть своего «Курса анализа, содержащую основанія теоріи дифференціальныхъ уравненій и варіаціоннаго исчисленія».

Составъ студентовъ.

Распредѣленіе студентовъ по курсамъ и отдѣленіямъ къ 1 января 1899 года.

Состояло:

На I курсѣ:

Механическаго отдѣленія	233	студент.
Химическаго отдѣленія	65	»

На II курсѣ:

Механическаго отдѣленія.	152	»
Химическаго отдѣленія	14	»

На III курсѣ:

Механическаго отдѣленія	121	»
Химическаго отдѣленія	14	»

На IV курсѣ:

Механическаго отдѣленія.	94	»
Химическаго отдѣленія	11	»

На V курсѣ:

Механическаго отдѣленія.	62	»
Химическаго отдѣленія	18	»

Въ III спеціальномъ классѣ:

Механическаго отдѣленія.	76	»
Химическаго отдѣленія	15	»
Итого . .	865	студентовъ

Свѣдѣнія о числѣ студентовъ къ 1 января 1899 года, съ подраздѣленіемъ ихъ на группы по отбыванію воинской повинности.

1) Состоящихъ на отсрочкѣ:	а) по вынутымъ жребіямъ	77
	б) по заявленіямъ о желаніи отбыть воинскую повинность вольноопредѣляющимися	218
2) Подлежащихъ призыву, но не достигшихъ еще призывного возраста		357
3) Ратниковъ ополченія по неспособности или по льготамъ по семейному положенію		159
4) Состоящихъ въ запасѣ арміи:	а) поручиковъ	1
	б) подпоручиковъ	5
	в) прапорщиковъ	6
	г) нижнихъ чиновъ	10
5) Казаковъ		6
6) Кавказскихъ уроженцевъ, не подлежащихъ призыву		3
7) Финляндскихъ уроженцевъ, состоящихъ на отсрочкѣ		2
8) Иностранцевъ		8
9) Бывшихъ иностранцевъ, принявшихъ присягу на подданство Россіи послѣ достиженія призывного возраста		1
10) Освобожденныхъ навсегда отъ воинской повинности по неспособности		6
11) Вовсе неподлежащихъ отбыванію воинской повинности на основаніи 4 ст. Уст. о воинской повинности и Высочайше дарованныхъ Амурской области льготъ		6
Итого		865

О переходныхъ экзаменахъ 1899 года.

Въ 1899 году правильное теченіе академической жизни училища, къ крайнему сожалѣнію, было нарушено студенческими сходками и волненіями, продолжавшимися съ 17 февраля по 2 апрѣля и оказавшими вредное вліяніе на учебныя занятія студентовъ. Вслѣдствіе временнаго закрытія училища съ 5 по 26 апрѣля экзамены могли быть начаты только съ 26 апрѣля, а окончаніе ихъ пришлось отодвинуть до 2 іюня, чтобы сохранить необходимые промежутки между экзаменами. Для возмож-

наго предупрежденія во время экзаменовъ сходокъ студентовъ былъ составленъ особый распорядокъ впуска студентовъ въ училище въ дни экзаменовъ, состоявшій въ томъ, что въ училище допускались только тѣ студенты, которые должны были держать экзамены, одновременно по 10 человѣкъ на каждый экзаменъ, и слѣдующія группы по 10 студентовъ впускались послѣ того, когда предыдущія уже окончили экзаменоваться. Этотъ порядокъ, казавшійся съ перваго взгляда стѣснительнымъ, далъ однако весьма хорошіе результаты, такъ какъ во время экзаменовъ, какъ въ аудиторіяхъ, въ которыхъ происходили экзамены, такъ и въ корридорахъ, наблюдалась полная тишина, вообще весьма желательная во время экзаменовъ.

Экзамены прошли въ полномъ порядкѣ, и огромное большинство студентовъ явилось держать ихъ, а неявившіеся студенты, почти всѣ безъ исключенія, представили различныя объясненія, оправдывавшія ихъ неявку на экзамены, какъ то: удостовѣренія о болѣзни или особыя семейныя причины.

Съ 31 мая по 4 іюня были назначены переэкзаменовки и дополнительные экзамены для студентовъ, не выдержавшихъ или не державшихъ экзаменовъ по одному или двумъ предметамъ.

Общій результатъ экзаменовъ и переэкзаменовокъ за 1898—99 учебный годъ представляется въ нижеслѣдующей таблицѣ:

КУРСЫ.	Общее число студентовъ къ 1 января 1899 г.	Число студентовъ.					
		Выбывшихъ до экзаменовъ.	Державшихъ экзамены.	Выдержавш. экзамены безъ переэкзамен.	Выдержавш. экзамены съ переэкзамен.	Оставленныхъ на второй годъ.	Уволенныхъ за невыдержан. экзам.
I курсъ мех. отд. . .	233	51	182	49	73	59	1
» хим. отд. . .	65	10	55	20	14	19	2
II курсъ мех. отд. . .	152	31	121	45	39	34	3
» хим. отд. . .	14	4	10	2	3	3	2
III курсъ мех. отд. .	121	16	105	45	37	22	1
» хим. отд. .	14	4	10	4	5	1	—
IV курсъ мех. отд. .	94	6	88	67	7	14	—
» хим. отд. .	11	—	11	6	5	—	—
V курсъ мех. отд. . .	62	4	58	52	—	6	—
» хим. отд. . .	8	—	8	7	—	1	—
III сп. кл. мех. отд.	76	2	74	64	9	—	1
» хим. отд.	15	—	15	15	—	—	—
Итого	865	128	737	376	192	159	10

Число выдержавшихъ экзамены составляетъ 77% общаго числа студентовъ, подвергавшихся экзаменамъ.

Къ вышеприведенной таблицѣ надо сдѣлать примѣчаніе, что изъ числа экзаменовъ, которые должны были бы производиться, не состоялись экзамены по строительной механикѣ на III курсѣ механическаго отдѣленія и по политической экономіи и статистикѣ на V курсѣ и въ III спеціальномъ классѣ механическаго и химическаго отдѣленій. Первый изъ упомянутыхъ экзаменовъ былъ отложенъ на сентябрь мѣсяцъ по примѣру предыдущихъ лѣтъ; второй экзаменъ не состоялся вслѣдствіе того, что предметъ не преподавался въ теченіе учебнаго года, за отсутствіемъ преподавателя.

Выпускъ студентовъ въ 1899 году.

Въ 1899 году въ Императорскомъ Техническомъ Училищѣ были произведены два выпуска одновременно, а именно: III спеціальный классъ, окончившій образованіе по программамъ шестилѣтняго курса, и V курсъ, окончившій образованіе по пятилѣтнимъ программамъ, согласно Положенію объ училищѣ, Высочайше утвержденному въ 1894 году.

Въ III спеціальномъ классѣ механическаго отдѣленія изъ 74 студентовъ, числившихся на курсѣ къ началу экзаменовъ, 73 студента выдержали экзамены и представили всѣ проекты и, по разсмотрѣніи учебнымъ комитетомъ ихъ успѣховъ, всѣ были удостоены званія инженеръ-механика.

Въ III спеціальномъ классѣ химическаго отдѣленія всѣ 15 студентовъ окончили курсъ своевременно съ полнымъ успѣхомъ и были удостоены званія инженеръ-технолога.

На V курсѣ, согласно уставу и правиламъ по учебной части, окончательныя испытанія студентовъ производились въ особыхъ экзаменаціонныхъ комиссіяхъ, механической и химической, назначенныхъ Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія. Въ механической комиссіи предсѣдателемъ былъ назначенъ директоръ С.-Петербургскаго Технологическаго Института Императора Николая I Х. С. Головинъ, а предсѣдателемъ химической комиссіи—заслуженный профессоръ того же Института Н. И. Тавилдаровъ. Членами механической комиссіи были назначены про-

фессоры училища: А. П. Гавриленко, А. И. Сидоровъ, П. К. Худяковъ, М. М. Черепашинскій и С. А. Федоровъ, а членами химической комиссіи—профессоры училища: Я. Я. Никитинскій, П. П. Петровъ и М. П. Прокунинъ.

Согласно правиламъ по учебной части, къ испытаніямъ въ комиссіяхъ допускаются тѣ студенты, которые выполнили удовлетворительно всѣ установленныя на V курсѣ работы. Комиссіи удостоиваютъ выдержавшихъ испытанія званій инженеръ-механика и инженеръ-технолога или механика и технолога. Званія инженеръ-механика и инженеръ-технолога могутъ быть удостоиваемы только тѣ студенты, кои прошли курсъ ученія въ училищѣ съ средней отмѣткой изъ всѣхъ преподаваемыхъ предметовъ въ совокупности не менѣе 4 и при средней отмѣткѣ за всѣ проекты не менѣе 4. По учебному комитету училища предоставляется право ходатайствовать предъ испытательной комиссіей объ удостоеніи званіями инженеръ-механика и инженеръ-технолога лицъ, не вполнѣ удовлетворяющихъ вышеизложеннымъ требованіямъ. Испытанія въ комиссіяхъ относятся къ одному изъ проектовъ, представленныхъ испытуемымъ по выбору учебнаго комитета, согласно чему учебнымъ комитетомъ было своевременно объявлено студентамъ V курса, какой проектъ каждый изъ нихъ долженъ будетъ защищать въ комиссіи.

По разсмотрѣніи среднихъ отмѣтокъ студентовъ V курса механическаго отдѣленія оказалось, что 44 студента имѣли въ среднемъ изъ всѣхъ предметовъ и за всѣ проекты баллъ 4 и болѣе и на основаніи правилъ могли быть допущены къ экзамену въ испытательной комиссіи для полученія званія инженеръ-механика и 8 студентовъ не удовлетворяли требованіямъ правилъ, такъ какъ имѣли менѣе 4 или за проекты, или за всѣ предметы въ совокупности. Принимая во вниманіе, что волненія истекшаго учебнаго года отразились также и на успѣшности занятій студентовъ V курса, что требованія для полученія званія инженера были объявлены имъ только въ началѣ 1898—99 учебнаго года и что, находясь на I и II курсахъ, они не знали, какое важное значеніе будутъ имѣть для нихъ баллы за всѣ проходимые на этихъ курсахъ предметы, учебный комитетъ нашелъ возможнымъ ходатайствовать передъ испытательной комиссіей механическаго отдѣленія объ удостоеніи званіями инженеръ-

механиковъ и 8 студентовъ, не вполнѣ удовлетворявшихъ требованіямъ правилъ по учебной части. На химическомъ отдѣленіи 7 студентовъ удовлетворяли требованіямъ правилъ и были допущены въ комиссію для испытаній на полученіе званія инженеръ-технолога.

Результаты испытаній въ комиссіяхъ оказались слѣдующіе: механическая комиссія удостоила званія инженеръ-механика 50 студентовъ и званія механика 2 студентовъ; химическая комиссія удостоила званія инженеръ-технолога 7 студентовъ, т. е. всѣхъ явившихся держать испытанія.

Такимъ образомъ, общее число студентовъ, окончившихъ курсъ въ училищѣ въ истекшемъ году, было:

Съ званіемъ	инженеръ-технолога	22 студента.
» »	инженеръ-механика	123 »
» »	механика	2 »
	Итого . . .	147 студент.

Списокъ студентовъ, окончившихъ курсъ въ 1898—99 учебномъ году.

Инженеръ-механики, окончившіе полный курсъ по шестилѣтней программѣ.

1. Адамянцъ Гайкъ.
2. Аксеновъ Иванъ.
3. Александровъ Николай.
4. Антошинъ Павелъ.
5. Базилевскій Мамертъ.
6. Базилевскій Петръ.
7. Бакастовъ Иванъ.
8. Буба Николай.
9. Булыгинъ Александръ.
10. Буницкій Николай.
11. Бурче Юфудъ.
12. Вандергюхтъ Евгеній.
13. Веккеръ Густавъ.
14. Вихертъ Арвидъ.
15. Волковъ Дмитрій.
16. Волянскій Юліанъ.
17. Вѣниковъ Дмитрій.
18. Гамбургеръ Александръ.
19. Гибсонъ Генрихъ.
20. Голубковъ Александръ.
21. Дьяконовъ Варѳоломей.
22. Дѣловъ Яковъ.
23. Ермиловъ Степанъ.
24. Женишекъ Николай.
25. Знаменскій Александръ.
26. Кашкадаковъ Бедросъ.
27. Керайтисъ Іосифъ.
28. Кнорре Эрнестъ.
29. Котовъ Евгеній
30. Колосовскій Константинъ.

31. Константиновъ Константинъ.
32. Кравцовъ Александръ.
33. Крафтъ Владиміръ.
34. Кричко Иванъ.
35. Кудрявцевъ Алексѣй.
36. Кундуховъ Николай.
37. Лавровъ Иванъ.
38. Леманъ Николай.
39. Лозовскій Евгеній.
40. Маньковскій Сигизмундъ.
41. Махмудъ-Бековъ Алескеръ.
42. Медвѣдевъ Алексѣй.
43. Мейнгардтъ Ѳедоръ.
44. Миловичъ Александръ.
45. Мильвидъ Мечиславъ.
46. Морозовъ Михаилъ.
47. Насѣкинъ Николай.
48. Патканьянъ Габріель.
49. Перельманъ Іегуда.
50. Подгурскій Михаилъ.
51. Поляковъ Владиміръ.
52. Родіоновъ Ѳедоръ.
53. Ромбахъ Іосифъ.
54. Савельевъ Николай.
55. Самойловъ Николай.
56. Семеновъ Анатолій.
57. Симоненко Алексѣй.
58. Соловьевъ Михаилъ.
59. Соринъ Айзикъ.
60. Спасскій Михаилъ.
61. Спижарный Николай.
62. Степановъ Николай.
63. Сушкинъ Николай.
64. Твердюковъ Иванъ.
65. Терпиловскій Альфонсъ.
66. Турбинъ Петръ.
67. Фези Евгеній.
68. Харченко Петръ.
69. Цишевскій Станиславъ.
70. Чижевскій Евгеній.
71. Шевлягинъ Анатолій.
72. Шереметьевскій Михаилъ.
73. Якубъ Михаилъ.

Инженеръ-технологи, окончившіе полный курсъ по шестилѣтней программѣ.

1. Бостанжогло Константинъ.
2. Буровъ Николай.
3. Венедиктовъ Николай.
4. Дайдбековъ Адиль-Гирей.
5. Дрейеръ Левъ.
6. Карякинъ Николай.
7. Комаровскій Антонъ.
8. Лапинъ Болеславъ.
9. Малаховскій Викторъ.
10. Обнисскій Болеславъ.
11. Сокольскій Петръ.
12. Церевитиновъ Ѳедоръ.
13. Чаадаевъ Николай.
14. Шишаловъ Василій.
15. Шорыгинъ Иванъ.

Инженеръ-механики, окончившіе полный курсъ по пятилѣтней программѣ.

1. Абрамовъ Александръ.
2. Акименко Александръ.
3. Албулъ Василій.
4. Анучинъ Василій.
5. Барановъ Андрей.
6. Ботвинкинъ Николай.

7. Бромлей Фридрихъ.
8. Бугриновъ Николай.
9. Видавскій Павелъ.
10. Войткевичъ Станиславъ.
11. Гущинъ Николай.
12. Елинъ Козьма.
13. Изновсковъ Дмитрій.
14. Ирзаевъ Абузаръ.
15. Караманенко Иванъ.
16. Карнѣевъ Иванъ.
17. Кемарскій Иванъ.
18. Косьминыхъ Иванъ.
19. Кракъ Александръ.
20. Крюковъ Павелъ.
21. Ланковицъ Вильгельмъ.
22. Липгартъ Георгій.
23. Листъ Николай.
24. Лукинъ Давидъ.
25. Любавинъ Борисъ.
26. Любомировъ Дмитрій.
27. Маневскій Александръ.
28. Медвѣдевъ Сергѣй.
29. Михѣевъ Дмитрій.
30. Нарушевичъ Ѳома.
31. Николаевъ Николай.
32. Олонцевъ Николай.
33. Орловъ Никита.
34. Падеревскій Іоасафъ.
35. Поповъ Александръ.
36. Саркисовъ Гайкъ.
37. Свѣчниковъ Григорій.
38. Семеновъ Николай.
39. Серебряковъ Константинъ.
40. Сластенинъ Николай.
41. Соболевъ Иннокентій.
42. Тихомировъ Викторъ.
43. Туркинъ Владиміръ.
44. Устиновъ Константинъ.
45. Фуксъ Ричардъ.
46. Хацманъ Израиль.
47. Хорватъ Михаилъ.
48. Чмутинъ Аркадій.
49. Щербаковъ Андрей.
50. Ѳедоровъ Павелъ.

Механики, окончившіе полный курсъ по пятилѣтней программѣ.

1. Быковскій Николай.
2. Гиппъ Андрей.

Инженеръ-технологи, окончившіе полный курсъ по пятилѣтней программѣ.

1. Ветцель Іоганесъ.
2. Жемочкинъ Сергѣй.
3. Лейхманъ Леонидъ.
4. Макаренко Павелъ.
5. Немиричъ Владиславъ.
6. Оловянишниковъ Николай.
7. Романовичъ Нилъ.

Объ удостоеніи почетными званіями.

На основаніи статьи 41 Высочайше утвержденнаго 6 іюня 1894 г. Положенія объ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія утвердилъ, согласно ходатайствамъ учебнаго комитета училища, въ почетномъ званіи инженеръ-механика безъ присвоенія правъ и преимуществъ, предоставленныхъ лицамъ, удостоеннымъ сего званія на основаніи выдержаннаго экзамена, слѣдующихъ ученыхъ мастеровъ: *Стригалева* Алексѣя, *Челушкина* Юрія, *Нетыкса* Михаила и *Волкова* Сергѣя.

На основаніи статьи 15 Высочайше утвержденнаго 6 іюня 1894 г. Положенія объ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ, Правительствующій Сенатъ указомъ отъ 8 апрѣля 1899 г. опредѣлилъ, согласно ходатайству учебнаго комитета училища, возвести въ потомственное почетное гражданство инженеръ-механика Александра Иванова *Бакакина* съ женою Ольгою Ивановною и дочерьми Валентиною и Еленою Александровыми и выдать на имя его грамоту на сіе званіе съ поименованіемъ въ оной приведенныхъ выше лицъ.

Командировки окончившихъ курсъ за границу.

По распоряженію Г. Управляющаго Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія инженеръ-механикъ *Чарновскій*, согласно ходатайству учебнаго комитета училища, зачисленъ въ стипендіаты Министерства для подготовленія къ должности преподавателя въ Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ. Въ засѣданіи учебнаго комитета 23 ноября 1899 года была выработана программа подготовительныхъ занятій Чарновскому какъ внутри Россіи, такъ и за-границею.

Кромѣ того въ 1899 году находились за границей: инженеръ-механикъ *Угримовъ*, командированный Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія для приготовленія къ преподавательской дѣятельности по электротехникѣ, и инженеръ-механикъ *Сушкинъ*, командированный на проценты съ капитала потомственной почетной гражданки М. Ѳ. Морозовой для изученія электротехники.

Пріемъ вновь поступающихъ въ 1899 году.

Въ истекшемъ году было подано 492 прошенія о зачисленіи въ студенты училища, на I курсъ, на имѣвшіяся 183 вакансіи. Кромѣ того было подано 7 прошеній лицами, окончившими курсъ въ университетахъ и выдержавшими экзамены въ испытательныхъ комиссіяхъ, о зачисленіи ихъ на II курсъ механическаго отдѣленія училища безъ экзамена; изъ этихъ 7 лицъ 6 были зачислены въ число студентовъ II курса, а одинъ не воспользовался предоставленнымъ ему правомъ поступленія. Вслѣдствіе недостатка мѣстъ для пріема всѣхъ желавшихъ поступить въ число студентовъ I курса были произведены конкуррентные экзамены, согласно § 13 устава училища. Экзамены эти производились изъ математики и физики по программамъ классическихъ гимназій 1890 года; по русскому языку было исполняемо сочиненіе на заданную тему.

Производство экзаменовъ по математикѣ и физикѣ было поручено комиссіямъ, назначеннымъ Г. Попечителемъ Московскаго Учебнаго Округа по представленію учебнаго комитета училища. Экзаменаціонная комиссія по математикѣ состояла изъ преподавателей Училища Д. Н. Горячева, Л. К. Лахтина, И. Е. Михалевскаго, Н. А. Шапошникова и приватъ-доцента Императорскаго Московскаго Университета Е. А. Болотова. Экзаменаціонная комиссія по физикѣ состояла изъ и. д. профессора училища В. С. Щегляева, преподавателя училища А. П. Величковскаго и преподавателя Московской Практической Академіи Коммерческихъ Наукъ В. Ѳ. Давыдовскаго. Производство экзамена по русскому языку было поручено Г. Попечителемъ Московскаго Учебнаго Округа преподавателю Московскаго реальнаго училища И. М. Владимірскому.

Для экзаменовъ по физикѣ и математикѣ экзаменующіеся были раздѣлены на 6 группъ, численностью каждая около 80 человѣкъ. Экзамены происходили 19, 20, 21, 23, 24 и 25 августа, при чемъ одновременно экзаменовались двѣ группы, одна по физикѣ, другая по математикѣ.

Дѣленіе экзаменующихся на группы и увеличеніе числа экзаменаторовъ дало возможность въ истекшемъ году производить экзамены болѣе обстоятельно и безъ того большого утомленія, которымъ они сопровождались въ предыдущіе годы.

Экзаменъ по русскому языку производился въ теченіе двухъ дней 18 и 19 августа, такъ какъ размѣстить одновременно всѣхъ экзаменующихся и организовать надзоръ во время исполненія ими сочиненій было затруднительно.

Темы для сочиненій въ истекшемъ году были слѣдующія: 18 августа — «Прилежный, мирный плугъ, взрывающій бразды, почтеннѣе меча» (Баратынскій), 19 августа — «Значеніе памятниковъ, поставляемыхъ великимъ людямъ».

Лица, подавшія прошенія о поступленіи въ училище, распредѣлились по спеціальностямъ слѣдующимъ образомъ: на механическое отдѣленіе 377, на химическое отдѣленіе 115. Порядокъ конкурса былъ удержанъ установленный учебнымъ комитетомъ въ 1898 году, а именно: экзаменъ производился одинаково для всѣхъ конкуррирующихъ, и въ экзаменныхъ спискахъ не отмѣчалось, на какое отдѣленіе записанъ экзаменующійся, конкурсъ же выводился по полученнымъ балламъ отдѣльно для химическаго и механическаго отдѣленій, и переходъ изъ одного отдѣленія въ другое не допускался.

Изъ числа 377 лицъ, подавшихъ прошенія на механическое отдѣленіе, не явились держать экзамены 13 лицъ и держали экзамены 364.

Изъ 115 лицъ, подавшихъ прошенія на химическое отдѣленіе, не явились держать экзаменъ 6 и держали экзамены 109 лицъ.

Изъ этого числа выдержали экзамены по механическому отдѣленію 253 (69,5%), по химическому отдѣленію 65 (59,6%).

Лица, не выдержавшія экзаменовъ, распредѣлились по предметамъ слѣдующимъ образомъ:

по алгебрѣ	33
» геометріи	37
» тригонометріи	25
» физикѣ	25
» русскому языку	4

Выдержавшіе экзаменъ распредѣлились по полученному ими среднему баллу слѣдующимъ образомъ:

	На механ. отд.	На химич. отд.
Средній баллъ 5 получили	7	1
» » 4,8 »	19	3
» » 4,6 »	27	0
» » 4,4 »	44	9
» » 4,2 »	36	5
» » 4 »	38	19
» » 3,8 »	40	7
» » 3,6 »	23	12
» » 3,4 »	11	6
» » 3,2 »	5	2
» » 3 »	3	1
Итого	253	65

Число вакансій, подлежавшихъ замѣщенію, было исчислено, принимая въ основаніе, что на I курсѣ механическаго отдѣленія должно быть 200 студентовъ, а на I курсѣ химическаго отдѣленія 60 студентовъ. Такъ какъ на I курсѣ было оставлено учебнымъ комитетомъ училища еще на 1 годъ 58 студентовъ на механическомъ отдѣленіи и 19 студентовъ на химическомъ отдѣленіи, то число свободныхъ мѣстъ было 142 на механическомъ и 41 на химическомъ отдѣленіи. Число вакансій, которыя могли быть заняты евреями, было исчислено въ 3% особо для каждаго отдѣленія, что составило для механическаго отдѣленія 5, для химическаго отдѣленія 1, а всего 6. Вслѣдствіе того, что на II курсъ механическаго отдѣленія было принято 5 евреевъ изъ числа лицъ, окончившихъ курсъ въ университетахъ, и такимъ образомъ были заняты всѣ 5 мѣстъ, которыя могли бы быть предоставлены евреямъ на I курсѣ механическаго отдѣленія, учебный комитетъ вынужденъ былъ отказать въ пріемѣ всѣмъ евреямъ, конкурировавшимъ для поступленія на этотъ курсъ, и только позднѣе, когда одинъ изъ евреевъ, зачисленныхъ на II курсъ, не воспользовался своимъ правомъ поступленія, оказалось возможнымъ зачислить на

I курсъ механическаго отдѣленія одного изъ евреевъ, выдержавшихъ конкуррентные экзамены. Это явленіе, наблюдавшееся въ первый разъ въ училищѣ, обратило на себя вниманіе учебнаго комитета, и при обсужденіи его учебный комитетъ пришелъ къ заключенію о необходимости ходатайствовать передъ высшимъ начальствомъ о разъясненіи: 1) слѣдуетъ ли считать поступающихъ на II курсъ евреевъ, окончившихъ курсъ въ университетахъ и принимаемыхъ безъ экзамена, въ общемъ процентномъ числѣ поступающихъ евреевъ, или же эти евреи, какъ имѣющіе особыя права, предоставленныя евреямъ, окончившимъ курсъ въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, не должны входить въ общее трехпроцентное число вновь поступающихъ; 2) въ случаѣ, если поступающіе на II курсъ безъ экзамена евреи должны входить въ общее трехпроцентное число, то не подлежитъ ли объявлять путемъ публикацій, чтобы поступающіе на II курсъ подавали заявленіе о своемъ желаніи быть принятыми значительно ранѣе времени конкурсныхъ экзаменовъ въ виду того, что если между этими лицами будетъ много евреевъ, то евреи, желающіе поступить на I курсъ, будутъ знать объ этомъ заблаговременно и не будутъ безполезно тратить времени на выдержаніе конкуррентныхъ испытаній.

Вакансіи на I курсѣ механическаго отдѣленія были замѣщены слѣдующимъ образомъ: 1 лицо было принято внѣ конкурса, окончившее курсъ въ университетѣ по юридическому факультету; изъ державшихъ экзамены было зачислено 141 лицо изъ числа получившихъ средній баллъ 4 и выше 4-хъ, а именно:

6	лицъ	съ среднимъ	балломъ	5
17	»	»	»	4,8
22	»	»	»	4,6
41	»	»	»	4,4
34	»	»	»	4,2
21	»	»	»	4

Такъ какъ изъ числа лицъ, получившихъ средній баллъ 4, осталось непринятыми 12 лицъ за неимѣніемъ вакансій, то учебнымъ комитетомъ постановлено было ходатайствовать передъ Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія о принятіи сверхъ комплекта 12 лицъ, имѣвшихъ средній баллъ 4. Это ходатайство было удо-

влетворено, и изъ 12 лицъ 11 были приняты въ число студентовъ I курса, а 1 не воспользовался предоставленнымъ ему правомъ на поступленіе въ училище.

На химическомъ отдѣленіи зачислено было по конкурсу 41 лицо, а именно:

1	лицо	съ среднимъ	балломъ	5
1	»	»	»	4,8
8	»	»	»	4,4
5	»	»	»	4,2
18	»	»	»	4
7	»	»	»	3,8
1	»	»	»	3,6

Изъ числа лицъ, получившихъ средній баллъ 3,6, остались не принятыми за неимѣніемъ вакансій 11 лицъ, и учебнымъ комитетомъ постановлено было ходатайствовать передъ Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія о принятіи этихъ 11 лицъ сверхъ комплекта; ходатайство это было удовлетворено.

Кромѣ сего по распоряженію Г. Министра Народнаго Просвѣщенія были приняты въ число студентовъ училища сверхъ комплекта и внѣ конкурса: на I курсъ механическаго отдѣленія 19 лицъ, на I курсъ химическаго отдѣленія 1 лицо и на II курсъ механическаго отдѣленія 1 лицо.

Весь пріемъ въ 1899 году былъ:

на	II курсъ	6 лицъ
»	I курсъ механическаго отдѣленія	171 лицо
»	I курсъ химическаго отдѣленія	53 лица
	Всего	230 лицъ

Нижеслѣдующая таблица представляетъ распредѣленіе по учебнымъ заведеніямъ лицъ державшихъ въ 1899 году конкурсные экзамены въ Императорское Московское Техническое Училище, лицъ выдержавшихъ эти экзамены и лицъ принятыхъ въ училище.

УЧЕБНЫЯ ЗАВЕДЕНІЯ.	Число лицъ.		
	Державшихъ экзамены.	Выдержавшихъ экзамены.	Принятыхъ въ училище.
Реальныя училища.	276	197	136
Классическія гимназіи	77	51	31
Коммерческія училища	55	39	29
Комисаровское техническое училище . .	42	19	16
Кадетскіе корпуса	11	5	5
Духовныя семинаріи	8	4	3
Лазаревскій институтъ восточныхъ языковъ	2	2	1
Гатчинскій сиротскій институтъ.	2	1	1
Университеты	—	—	2
Итого	473	318	224

Распредѣленіе студентовъ къ 1 января 1900 года.

а) По курсамъ и отдѣленіямъ:

На I курсѣ:

механическаго отдѣленія. 228
химическаго отдѣленія. 71

На II курсѣ:

механическаго отдѣленія. 181
химическаго отдѣленія. 41

На III курсѣ:

механическаго отдѣленія. 123
химическаго отдѣленія. 6

На IV курсѣ:

механическаго отдѣленія. 100
химическаго отдѣленія. 9

На V курсѣ:

механическаго отдѣленія.	82
химическаго отдѣленія.	12
Итого.	853

б) По учебнымъ заведеніямъ, въ которыхъ студенты окончили курсъ ученія до поступленія въ училище:

Въ Императорскихъ университетахъ съ дипломами I-й и II-й степени.	30
Въ классическихъ гимназіяхъ.	122
» Гатчинскомъ институтѣ.	3
» Нижегородскомъ дворянск. институтѣ.	1
» Лазаревскомъ институтѣ восточн. языковъ	2
» духовныхъ семинаріяхъ.	14
» Комисаровскомъ технич. училищѣ.	55
» Иркутскомъ техническомъ училищѣ.	1
» реальныхъ училищахъ.	504
» кадетскихъ корпусахъ.	30
» Практической академіи коммерческихъ наукъ. . . .	17
» коммерческихъ училищахъ.	73
» III спеціальномъ классѣ морского технич. училища. .	1
Итого.	853

в) По вѣроисповѣданіямъ:

Православнаго	660
Единовѣрцевъ	9
Старообрядцевъ	14
Армяно-григоріанскаго	20
Римско-католическаго	60
Евангелическо-лютеранскаго	42
Евангелическо-реформатскаго	5
Іудейскаго	35
Караимовъ	4
Магометанъ	4
Итого	853

г) По званіямъ:

Дворянъ	113
Духовнаго званія	15
Дѣтей чиновниковъ	150
Потомственныхъ почетныхъ гражданъ	76
Личныхъ почетныхъ гражданъ	13
Дѣтей личныхъ почетныхъ гражданъ	6
Купцовъ	124
Мѣщанъ	206
Цеховыхъ.	7
Крестьянъ	53
Казаковъ	2
Жителей Кавказа и др. мѣстъ	10
Бывшихъ иностранцевъ	2
Иностранцевъ	26
Дѣтей нижнихъ военныхъ и гражданскихъ чиновъ	7
Запасныхъ офицерскихъ чиновъ	13
Окончившихъ курсъ въ университетахъ	30
Итого	853

Стипендіаты.

а) Казенные стипендіаты.

1. Бѣлоусъ Іоакимъ.
Винокуровъ Валентинъ.
Воеводинъ Александръ.
Гибшманъ Георгій.
5. Горбаненко Иванъ.
Городецкій Владиміръ
Гусевъ Леонидъ.
Доброгурскій Сергѣй.
Ивановъ Николай Вас.
10. Ивановъ Николай Ив.
Ильинскій Николай.
Калинниковъ Иванъ.
Каменскій Александръ.
Каратаевъ Григорій.
15. Качковъ Ѳедоръ.
Кременецкій Андрей.
Куколевскій Иванъ.
Лбовъ Александръ.
Лукинъ Петръ.
20. Маневскій Всеволодъ.
Михайловъ Владиміръ.
Матовкинъ Николай.
Нестеровъ Петръ.
Нечаевъ Владиміръ.

25. Орловъ Владиміръ.
Орловъ Николай.
Павловъ Михаилъ.
Петровъ Иванъ.
Пешель Оскаръ.
30. Проворихинъ Владиміръ.
Проскура Георгій.
Рыбаковъ Андрей.
Сабанѣевъ Александръ.
Савостьяновъ Владиміръ.
35. Семеновъ Леонтій.
Сергѣевъ Александръ.
Смирновъ Иванъ Ник.
Соколовъ Яковъ.
Соловьевъ Иванъ.
40. Сперанскій Ѳедоръ.
Сѣдовъ Петръ.
Фурманъ Василій.
Чечулинъ Павелъ.
Шмитъ Николай.
45. Штенгель Константинъ.
Юдинъ Владиміръ.
Ясинскій Ярославъ.
Яцкевичъ Викентій.
Ѳедоровъ Викторъ.
50. Ѳедюшинъ Павелъ.

б) Кавказскіе стипендіаты.

1. Кондратьевъ Константинъ.
2. Кржижановскій Всеволодъ.
3. Маллачихановъ Багадуръ.
4. Невядомскій Дмитрій.
5. Неймейеръ Петръ.
5. Павловъ Леонидъ.
7. Пьянышевъ Михаилъ.
8. Рѣпниковъ Василій.
9. Собіевъ Иванъ.
10. Чхейдзе Георгій.

в) Стипендіаты казенныхъ и общественныхъ учрежденій и частныхъ лицъ.

Вѣдомства учрежденій Императрицы Маріи имени въ Бозѣ почивающей Императрицы Маріи Ѳеодоровны.

1. Василенко-Иваницкій Дмитрій.

Августѣйшаго Имени Ея Имп. Величества Государыни Императрицы Маріи Ѳеодоровны.

1. Веденяпинъ Александръ.
2. Монтвидъ Ѳома.

Московской экспедиціи Собственной Е. И. В. Канцеляріи по учрежденіямъ Императрицы Маріи имени князя С. М. Голицына.

1. Тугариновъ Иванъ.

Канцеляріи Главноначальствующаго по военно-народному Управленію Кавказскаго края.

1. Микаилъ-Оглы Магомадъ.

Имени Министра Финансовъ Статсъ-Секретаря С. Ю. Витте.

1. Капелькинъ Константинъ.

Терскаго казачьяго войска.

1. Кособрюховъ Клавдій.

Гатчинскаго Сиротскаго Института.

1. Марковниковъ Николай.
2. Петровъ Николай.
3. Скопиченко Евгеній.

Московской Городской Думы.

1. Коробановъ Анатолій.

Московскаго Биржевого Комитета.

1. Вонзблейнъ Ѳедоръ.
2. Павловскій Сергѣй.

Вспомогательнаго Общества купеческихъ приказчиковъ въ Москвѣ.

1. Боковъ Василій.
2. Жуковъ Алексѣй.
3. Калашниковъ Владиміръ.

Астраханской Городской Управы.

1. Петровъ Анатолій.

Коломенской Городской Управы.

1. Каревъ Іосифъ.
2. Шкаринъ Владиміръ.

Бакинской Городской Думы.

1. Петровъ Владиміръ.

Кременчугскаго Реальнаго училища.

1. Страдомскій Владиміръ.

Ростовской на Дону Городской Думы.

1. Заднѣпровскій Гавріилъ.

Владикавказской Городской Управы.

1. Бордаковъ Василій.

Области Войска Донского.

1. Ежовъ Вячеславъ.

Кубанской Области.

1. Барилко Алексѣй.

Имени проф. Ѳ. Е. Орлова.

1. Островскій Сигизмундъ.
2. Рейнгардтъ Владиміръ.

Имени проф. Н. Е. Жуковскаго.

1. Котовскій Николай.
2. Смысловъ Петръ.

Имени С. И. Гарелина.

1. Лебедевъ Леонидъ.

Имени Г. С. Герасимова.

1. Аверинъ Иванъ.
2. Добровольскій Владиміръ.
3. Кафманъ Владиміръ.
4. Шрейдеръ Александръ.

Имени В. А. и А. А. Алексѣевыхъ.

1. Алякритскій Николай.
2. Капелькинъ Анатолій.
3. Панинъ Геннадій.
4. Тендетниковъ-Лясковскій Петръ.
5. Шахно Александръ.

Имени А. В. Кокорева.

1. Гуреевъ Аркадій.
2. Добряковъ Викторъ.
3. Зябревъ Николай.
4. Ивановъ Николай.
5. Кузнецовъ Александръ.
6. Мокіевскій-Зубокъ Владиміръ.
7. Неждановъ Николай.
8. Новожиловъ Константинъ.
9. Рѣзуновъ Аркадій.
10. Халтуринъ Иванъ.

Имени П. В. Каретникова.

1. Гастевъ Павелъ.

Имени В. Ѳ. Кокина.

1. Бѣловъ Василій.

Имени Е. И. Любимовой.

1. Зиминъ Сергѣй.
2. Ивановъ Евгеній.
3. Кустовъ Иванъ.
4. Тимоѳеевъ Николай.
5. Цубербиллеръ Александръ.

Имени Н. С. Мазурина.

1. Петровскій Ѳедоръ.

Имени Г. И. Хлудова.

1. Павловъ Николай.

Имени Г. Г. Хлѣбникова.

1. Грошевъ Алексѣй.

Имени А. И. Иванова.

1. Коровинъ Николай.

Имени А. А. Лулудаки.

1. Семеновъ Александръ.

Имени А. С. Полякова.

1. Гинзбургъ Нота.

Имени П. П. Протопопова.

1. Есиповъ Константинъ.

Имени С. Д. Смирнова.

1. Стафринъ Сергѣй.

Имени П. К. Худякова.

1. Грингаутъ Яковъ.

Имени. С. М. Кувшинова.

1. Швецовъ Борисъ.

г) Студенты, освобожденные отъ платы за слушаніе лекцій.

1. Аляевъ Владиміръ.
Аммосовъ Рафаилъ.
Андреевъ Сергѣй.
Базоркинъ Ибрагимъ.
5. Борковскій Евгеній.
Боровой Александръ.
Витковскій Петръ.
Воздвиженскій Владиміръ.
Газіевъ Нерсесъ.
10. Гайковичъ Густавъ.
Гашинскій Станиславъ.
Гридинъ Викторъ.
Гукасовъ Александръ.
Дмоховскій Казиміръ.
15. Заринъ Владиміръ.
Ивановъ Мстиславъ.
Ивановъ Николай.
Изотовъ Анатолій.
Капля Борисъ.
20. Карлинъ Алексѣй.
Кипарисовъ Александръ.
Колокшо Витольдъ.
Корольковъ Владиміръ.
Крестешниковъ Михаилъ.
25. Левковъ Михаилъ.
Линкъ Эммануилъ.
Малашкевичъ Гилярій.
Милевскій Мечиславъ.
Орловъ Иванъ.
30. Павловъ Николай.
Панфиловичъ Болеславъ.
Петровъ Николай.
Поспѣловъ Константинъ.
Розановъ Михаилъ.
35. Романовъ Павелъ.
Савицкій Степанъ.
Саловъ Владиміръ.
Севастьяновъ Леонидъ
Сердюковъ Николай.
40. Сильвестровъ Леонтій.

Скопиченко Евгеній.
Скрыдло Борисъ.
Спекторскій Николай.
Сперанскій Евгеній.
45. Стафринъ Сергѣй.
Страдомскій Владиміръ.
Успенскій Василій.
Чугуновъ Дмитрій.
Эльцбергъ Евгеній.
50. Ярнинскій Мечиславъ.

Командировки студентовъ въ теченіе лѣтняго вакаціоннаго времени на фабрики, заводы и желѣзныя дороги.

Студенты, перешедшіе съ IV на V курсъ, были командированы на вакаціонное время на фабрики и заводы для практическихъ занятій и для подготовленія къ составленію спеціальныхъ проектовъ на V курсѣ.

По выбору спеціальныхъ проектовъ студенты распредѣлились на слѣдующія группы:

На V курсѣ механич. отдѣленія:

по технологіи металловъ и дерева 64
» технологіи волокнистыхъ веществъ 9
» гидротехническимъ сооруженіямъ 7
» паровозамъ 1

На V курсѣ химическ. отдѣленія:

по технологіи красильныхъ веществъ 4
» технологіи питательныхъ веществъ 4
» технологіи органическихъ веществъ 2
» технологіи минеральныхъ веществъ 2

Для практическихъ занятій студенты были распредѣлены на нижеслѣдующихъ 26 фабрикахъ и заводахъ:

1) Механическіе заводы.

Брянскій заводъ въ Екатеринославлѣ 3
Заводъ Бари 2
Заводъ Бромлея 4
Верхне-Исетскіе заводы гр. Стенбокъ-Фермора въ Екатеринбургѣ 3
Коломенскій машиностроительный заводъ 5

Канализація г. Москвы 8
Николаевское Адмиралтейство 1
Невскій механическій заводъ 4
Обуховскій литейный заводъ 4
Русско-Балтійскій заводъ въ г. Ригѣ 1
С.-Петербургскій металлическій заводъ 3
Путиловскій заводъ 7
Севастопольское Адмиралтейство 6
Сормовскій заводъ 18
Черноморскій заводъ 4

2) Фабрики бумагопрядильныя и ткацкія.

Большая Ярославская мануфактура 2
Никольская мануфактура 2
Соколовская мануфактура 1
Раменская бумагопрядильная мануфактура 2

3) Фабрики и заводы по химическому отдѣленію.

Химическій заводъ Ушкова въ Елабугѣ 1
Кожевенный заводъ Брусницыныхъ 1
Заводъ Нобеля въ Баку 1
Стеариновый заводъ Крестовникова 1
Лебединскій песочно-рафинадный заводъ 3
Фабрика Новикова въ Иваново-Вознесенскѣ 1
Никольская мануфактура Саввы Морозова сынъ и К° (красильное отдѣленіе) 4

Кромѣ сего многіе студенты находились въ необязательныхъ командировкахъ для практическихъ занятій на желѣзныхъ дорогахъ, а именно:

На Московско-Ярославско-Архангельской 5
» Балтійской и Псково-Рижской 3
» Владикавказской 1
» Варшаво-Вѣнской 2
» Забайкальской 2
» Закавказской 6
» Закаспійской 2

На	Екатерининской	4
»	Ивангородо-Домбровской	2
»	Либаво-Роменской	4
»	Московско-Брестской	7
»	Московско-Казанской	12
»	Московско-Кіево-Воронежской	3
»	Московско-Курской и Нижегородской	3
»	Николаевской	5
»	Пермь-Тюменской	3
»	Полѣсскихъ	3
»	Привислянскихъ	3
»	Риго-Орловской	4
»	Рязанско-Уральской	8
»	Самаро-Златоустовской	4
»	С.-Петербургско-Варшавской	1
»	Западно-Сибирской	2
»	Средне-Сибирской	2
»	Сызрано-Вяземской	4
»	Юго-Восточныхъ	2
»	Юго-Западныхъ	2

Экскурсіи на фабрики и заводы.

Въ 1899 году студентами II, III, IV и V курсовъ были осмотрѣны нижеслѣдующіе фабрики и заводы:

1) студентами II и III курсовъ химическаго отдѣленія и IV курса механическаго отдѣленія металлическій заводъ Гужона, подъ руководствомъ профессора А. П. Гавриленко и преподавателя А. И. Астрова;

2) студентами III курса механическаго и химическаго отдѣленій заводъ Бромлея, подъ руководствомъ профессора А. П. Гавриленко;

3) студентами IV курса механическаго отдѣленія Даниловская мануфактура, подъ руководствомъ профессора С. А. Федорова и преподавателя К. И. Тумскаго, и Прохоровская Трехгорная мануфактура и фабрики братьевъ Носовыхъ и Сапожникова, подъ руководствомъ профессора С. А. Федорова;

4) студентами IV курса химическаго отдѣленія заводы: бр. Мюръ и К°, Кондрашова и Невскій стеариновый, а также Прохоровская Трехгорная мануфактура и Московскія городскія бойни, подъ руководствомъ профессора П. П. Петрова, и Трехгорный пивоваренный заводъ, подъ руководствомъ профессора Я. Я. Никитинскаго;

5) студентами III и V курсовъ химическаго отдѣленія химическіе заводы: А. П. Иванова, бр. Мюръ и К° и Лепешкина, подъ руководствомъ профессора М. П. Прокунина и лаборанта А. М. Бочваръ;

6) студентами IV и V курсовъ химическаго отдѣленія Московскій газовый заводъ, подъ руководствомъ адъюнктъ-профессора С. П. Лангового.

Учебныя пособія.

1. Химическія лабораторіи.

а) Аналитическая лабораторія.

Къ 1 января 1899 г. числилось по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 718 на сумму	4722 р. 15 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 660 на сумму.	454 » 80 »
Итого къ 1 января 1900 г. числится 1378 на сумму	5176 р. 95 к.

б) Органическая лабораторія.

Къ 1 января 1899 г. состояло по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 691 на сумму	5850 р. 93 к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 1265 на сумму.	4341 » 31 »
Итого къ 1 января 1900 года числится аппаратовъ, приборовъ, инструментовъ и проч. 1956 на сумму .	10192 р. 24 к.

в) Лабораторія по технологіи минеральныхъ веществъ.

Къ 1 января 1899 года состояло разныхъ аппаратовъ, приборовъ и машинъ на сумму .	3278	р. 31	к.
Въ теченіе года вновь пріобрѣтено разныхъ приборовъ и машинъ на сумму	201	» 30	»
Итого къ 1 января 1900 года числится приборовъ, машинъ и инструментовъ на сумму.	3479	р. 61	к.

г) Лабораторія по технологіи органическихъ веществъ.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю аппаратовъ и приборовъ 606 на сумму.	8993	р. 41	к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 32 на сумму .	936	» 36	»
Итого къ 1 января 1900 года состоитъ аппаратовъ и приборовъ 638 на сумму.	9929	р. 77	к.

д) Лабораторія по технологіи питательныхъ веществъ.

Къ 1 января 1899 г. числилось по инвентарю приборовъ, аппаратовъ и инструментовъ 176 на сумму.	1963	р. 29	к.
и мебели 33 на сумму.	509	» 33	»
Итого 209 на сумму	2472	р. 62	к.
Въ теченіе года пріобрѣтено приборовъ, аппаратовъ и инструментовъ 18 на сумму. . .	1230	р. 13	к.
Къ 1 января 1900 года числится приборовъ, аппаратовъ и инструментовъ 194 на сумму.	3193	р. 42	к.
и мебели 33 на сумму.	509	» 33	»
Итого 227 на сумму	3702	р. 75	к.

Въ томъ числѣ пріобрѣтены: микроскопъ Цейса съ 4 компенсаціонными окулярами и 3 апохроматическими объективами для увеличеній до 1500 разъ, 2 фильтрпресса, мѣдный стерилиза-

торъ, поляристробометръ Вильда, полутѣневой аппаратъ Шмидта и Генша.

Лабораторія помѣщалась лишь въ одной небольшой комнатѣ, весьма тѣсной для занимающихся.

е) Лабораторія по технологіи красящихъ веществъ.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю приборовъ, аппаратовъ и мебели на сумму	4889	р. 80	к.
Въ теченіе года поступило разныхъ приборовъ и аппаратовъ на сумму	511	» 51	»
Итого къ 1 января 1900 года числится на сумму	5401	р. 31	к.

ж) Химическая лабораторія механическаго отдѣленія.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю аппаратовъ, приборовъ и инструментовъ 47 на сумму	424	р. 64	к.
Въ теченіе года пріобрѣтено 35 на сумму .	456	» 91	»
Итого къ 1 января 1900 года состоитъ 82 предмета на сумму .	881	р. 55	к.

2. Физическій кабинетъ.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю физическихъ приборовъ, инструментовъ, таблицъ и проч. 1201 предметъ на сумму. .	25551	р. 29	к.
Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено 70 предметовъ на сумму	690	р. 30	к.
Итого къ 1 января 1900 года числилось 1271 предметъ на сумму	26241	р. 59	к.

3. Кабинетъ прикладной механики.

Къ 1 января 1899 года состояло моделей, приборовъ и инструментовъ на сумму.	19026	р. 04	к.

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено и пожертвовано разныхъ приборовъ на сумму . . . . 1371 » 27 »

Итого къ 1 января 1900 года числится моделей, приборовъ и машинъ на сумму . . . . 20397 р. 31 к.

4. Кабинетъ естественной исторіи.

Къ 1 января 1899 года въ составъ кабинета входило:

Минераловъ, моделей кристалловъ и пр. . .	2209
Ботаническихъ моделей, растительныхъ продуктовъ и пр.	155
Инструментовъ и приборовъ.	207
Атласовъ, таблицъ и пр.	148
Мебели.	98
Всего 2817 предметовъ на сумму	4947 р. 93 к.

Въ теченіе года были пріобрѣтены:

Поляризаціонный микроскопъ работы *Voigt*'а и *Hochgesang*'а.	157 р. 50 к.
Приборы и другія принадлежности для опредѣленія минераловъ, всего 3 предмета, на сумму	10 р. — к.
Одна лупа работы *Zeiss*'а.	5 р. — к.
1 Микроскопъ работы *Hartnack*'а.	35 р. — к.
Аппараты для бактеріологическихъ работъ, всего 2 предмета, на сумму.	69 р. — к.
Стѣнныя таблицы по физіологіи растеній *Frank*'а и *Tschirch*'а, 2 серіи.	28 р. 70 к.
Кромѣ того, изъ лабораторіи по органической химіи поступила мебель въ количествѣ 31 предмета на сумму.	488 р. 8 к.
Такимъ образомъ, къ 1 января 1900 года въ составѣ кабинета числилось 2857 предметовъ, на сумму.	5741 р. 21 к.

5. Геодезическій кабинетъ.

Къ 1 января 1899 года состояло геодезическихъ инструментовъ 61 на сумму . . . . . 2153 р. 52 к.

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтеній и исключеній изъ инвентаря не было.

6. Учебныя пособія по черченію.

Къ 1 января 1899 года состояло различныхъ моделей, инструментовъ, оригиналовъ и проч. 1301 на сумму. . . . . 2023 р. 38 к.

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтеній и исключеній не было.

7. Учебныя пособія по рисованію

Къ 1 января 1899 года по инвентарю числилось:

Гипсовыхъ орнаментовъ, деревянныхъ деталей машинъ и проч. 1084 на сумму. . . . . 631 р. 22 к.

Въ теченіе года пріобрѣтено 242 предмета на сумму. . . . . 562 р. 48 к.

Итого къ 1 января 1900 года состоитъ 1326 предметовъ на сумму. . . . . 1193 р. 70 к.

8. Кабинетъ техническаго черченія.

Къ 1 января 1899 года числилось:

Различныхъ моделей, инструментовъ и проч. 1010 на сумму. . . . . 7413 р. 25 к.

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено 409 предметовъ на сумму. . . . . 4031 р. 52 к.

Итого къ 1 января 1900 года числится всего 1419 предметовъ на сумму. . . . . 11444 р. 77 к.

9. Пособія по технологіи металловъ и дерева.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю чертежей, образцовъ орудій и коллекцій всего 54 экземпляра на сумму. . . . . 1278 р. 27 к.

Въ теченіе 1899 году пріобрѣтеній не было.

10. Кабинетъ механической технологіи волокнистыхъ веществъ.

Къ 1 января 1900 года состояло:

А. *Учебныхъ пособій по технологіи.*

Образцы волокнистыхъ матеріаловъ въ первоначальномъ состояніи [ленъ-сырецъ: моченецъ и стланецъ разныхъ мѣстностей; пенька; хлопокъ въ коробочкахъ: американскаго хлопчатника

(бульбы) и средне-азіатскаго хлопчатника (гуза); хлопокъ сырецъ; хлопокъ, очищенный отъ сѣмянъ; различные хлопки, наиболѣе извѣстные въ торговлѣ и промышленности; шерсть разныхъ породъ овецъ: русскихъ, мериносовыхъ и англійскихъ длинношерстныхъ; коконы различныхъ породъ шелкопряда; шелкъ-сырецъ (грежа) разныхъ происхожденій].

Образцы, иллюстрирующіе системы классификацій главнѣйшихъ волокнистыхъ матеріаловъ («стандарты» хлопковой ливерпульской классификаціи; сорты льна и шерсти).

Коллекціи, иллюстрирующія послѣдовательный ходъ обработки волокнистыхъ веществъ (производство льняной и очесочной пряжи; переходы бумаго-прядильнаго производства; переработка шерсти въ такъ называемую аппаратную и камвольную пряжу).

Образцы разной пряжи [льняной, пеньковой, джутовой, хлопчато-бумажной различныхъ №№, сортовъ и назначеній, шерстяной пряжи—аппаратной и камвольной; шолковой (крученаго шелка) для разныхъ назначеній и бурдесуа].

Образцы различныхъ тканей: льняныхъ, бумажныхъ, шерстяныхъ (суконъ и сукноподобныхъ тканей и камгарныхъ матерій) и шелковыхъ разныхъ переплетеній.

7 коллекцій образцовъ орудій и разныхъ принадлежностей для прядильныхъ и ткацкихъ фабрикъ. Образцы канатовъ и веревокъ.

Коллекціи кардныхъ лентъ, пластинъ и шляпокъ; образцы наждака и наждачныхъ лентъ для точенія кардъ. Образцы карборунда для той-же цѣли.

Образцы опойка, валичнаго сукна и кожанныхъ валиковъ.

Коллекція ремизокъ для бумажныхъ, шерстяныхъ, льняныхъ и шелковыхъ тканей.

Образцы проволоки, смычковъ, бердъ и рядковъ для различныхъ ткацкихъ станковъ.

100 настѣнныхъ таблицъ, чертежей машинъ прядильнаго, ткацкаго и суконнаго производствъ, 40 фототипическихъ и фотографическихъ снимковъ машинъ.

Разныхъ приборовъ, инструментовъ и моделей 23.

Разной мебели 16 предметовъ.

8 коллекцій по обработкѣ хлопковъ египетскихъ, американскихъ и средне-азіатскихъ.

1 коллекція фотографическихъ снимковъ на стеклѣ машинъ по бумагопрядильному и ткацкому производству для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція микро-фотографическихъ снимковъ на стеклѣ волоконъ различнаго рода, переходныхъ продуктовъ прядильнаго производства и пряжи для показыванія посредствомъ волшебнаго фонаря.

1 коллекція образцовъ (стандартовъ) хлопка различнаго рода по ливерпульской классификаціи.

3 образца шлихта разнаго состава для проклеиванія основы.

1 вытканный въ Ліонѣ портретъ Жаккарда.

Б. *Образцовыхъ машинъ и аппаратовъ.*

Завода *Добсонъ и Барло* въ Болтонѣ.

1 Джинъ Макарти, 1 холстовая машина «Дублеръ», холстовая и вытяжная ленточная машина, 1 сельфакторъ въ 132 вер., 1 тростильная машина, 1 крутильный ватеръ въ 32 вер., 1 гребнечесальная машина системы «дуплексъ».

Завода *Гетерингтонъ* въ Манчестерѣ.

1 чесальная машина со шляпками, 1 ленточная машина въ 2 выпуска, 1 прядильный основной ватеръ въ 32 вер., 1 гребнечесальная машина системы Гейльмана, 1 холстовая «Дублеръ» машина въ 16 лентъ, 1 крутильный ватеръ въ 30 вер.

Завода *Говардъ и Булло* въ Акрингтонѣ.

1 чесальная машина со шляпками, 1 толстый банкаброшъ въ 32 вер., 1 прядильный основной ватеръ, 1 тонкій банкаброшъ въ 42 вер., 1 чесальная машина съ валиками.

Завода *Бр. Платтъ* въ Ольдгамѣ.

1 прядильный уточный ватеръ въ 72 вер., 1 чесальная машина со шляпками, 1 холстовая трепальная машина съ регуляторомъ Лорда.

Разныхъ машиностроительныхъ заводовъ.

1 мюль машина завода *Трелфоллъ* въ Англіи; 1 механическій ткацкій многочелночный станокъ завода Т-ва *Добровъ и Набгольцъ;* 1 механическій ткацкій станокъ зав. *Моск. Т-ва Механическихъ издѣлій*; 1 ручной ткацкій станокъ съ машиной Жаккарда; 1 машина для наборки кардъ (работа воспитанника Р. У. З. Дмитріева 1863 г.); 1 точильная машина для чесальныхъ валиковъ; 1 машина для рѣзки кожи для верхнихъ вытяжныхъ валиковъ прядильныхъ машинъ; 1 машина для рѣзки сукна для верхнихъ валиковъ; 1 прессъ для кожи; 1 машина для обтягиванія опойковыхъ валиковъ; 1 машина для обрѣзки и укатыванія валиковъ; 1 переборный механизмъ для ткацкаго стана, называемый кареткой Добби.

Общая стоимость имущества кабинета составляетъ около 25,300 рублей.

Въ теченіе 1899 года поступило:

4 пастѣпныхъ таблицы новѣйшихъ машинъ зав. Платтъ и нѣсколько фотографическихъ снимокъ и литографиров. чертежей машинъ зав. Аза-Лизъ, Стуббсъ и др.

1 пробное мотовило въ 7 пасьмъ для ручного и приводнаго дѣйствія завода Ульманъ и К° въ Цюрихѣ.

1 пробные вѣсы для мотковъ пряжи съ дѣленіями по англійской и французской системѣ нумераціи зав. Ульмана.

1 автоматическій динамометръ для пряжи Ульмана.

1 динамометръ для одиночной нити Мюльхолланда.

1 динамометръ Шоппера для пряжи и тканей.

1 динамометръ Лейнера съ самозаписывающимъ аппаратомъ.

1 аппаратъ—печка для кондиціонированіи волокнистыхъ матеріаловъ зав. Несбиттъ въ Манчестерѣ.

1 аппаратъ для опредѣленія крѣпости волоконъ Г. Томасъ.

1 универсальный приборъ для опредѣленія нумера пряжи по малымъ образцамъ сист. Г. Томасъ.

1 балансъ Стауба.

1 ножъ для вырѣзанія образцовъ при изслѣдованіи тканей.

1 каретка Добби для мелкоузорчатыхъ тканей.

1 Жакардъ машина завода и системы Деводжъ съ двумя цилиндрами.

1 Жакардъ машина со скользящими призмами.

1 педальная машина для просѣканія картона по рисунку сист. Деводжъ въ Манчестерѣ.

1 машина для обтягиванія барабановъ чесальной машины кардной лентой зав. Горсфаллъ.

1 мотовило для пряжи съ початковъ и катушекъ зав. Стуббсъ.

1 тростильная машина зав. Стуббсъ.

Комплектъ крючковъ и друг. приспособленій, употребляемыхъ въ пачечномъ отдѣлѣ фабрики.

1 клубочная машина зав. Несбиттъ.

1 динамометръ Эммерсона для опредѣленія силы.

Къ 1 января 1900 состоитъ:

А. *Учебныхъ пособій по технологіи.*

Настѣнныхъ чертежей разныхъ машинъ	104
Снимковъ машинъ (фототип., фотограф. и литограф.). .	48
Коллекцій и образцовъ матеріаловъ пряжи и тканей. .	30
Коллекцій образцовъ оруд. и принадлежностей для фабрикъ.	10
Различныхъ приборовъ, инструментовъ и моделей . . .	32
Разной мебели.	16

Б. *Образцовыхъ машинъ.*

Разныхъ машинъ, станковъ и аппаратовъ.	42

Общая стоимость имущества лабораторіи и кабинета механической технологіи волокнистыхъ веществъ въ отчетномъ году составляетъ около 28000 рублей.

Большинство поименованныхъ аппаратовъ, машинъ и пробныхъ инструментовъ, поступившихъ въ 1899 году, были пожертвованы училищу разными фирмами и лицами; нѣсколько приборовъ пріобрѣтено по значительно пониженнымъ цѣнамъ прямо съ заводовъ Англіи Деводжъ и К°, Несбиттъ и друг. на средства, пожертвованныя спеціально для устройства лабораторіи по технологіи волокнистыхъ веществъ.

Отъ нѣсколькихъ машиностроительныхъ заводовъ Англіи получено обѣщаніе пожертвовать во вновь устраиваемую лабораторію образцовыя машины по назначенію училища.

11. Библіотека.

Къ 1 января 1899 года числилось 14166 названій въ 23341 томѣ на сумму 56535 руб. 30 коп.

Въ теченіе года пріобрѣтено 785 названій въ 2106 томахъ на сумму 3416 руб. 17 коп.

Къ 1 января 1900 года числится 14951 названіе въ 25447 томахъ на сумму 59951 руб. 47 коп.

12. Учебныя мастерскія.

а) Кабинетъ учебныхъ мастерскихъ.

Къ 1 января 1899 года въ кабинетѣ учебныхъ мастерскихъ состояло:

Разныхъ образцовыхъ инструментовъ, приборовъ, таблицъ, коллекцій и машинъ	861 р. — к.
Разнаго рода предметовъ	35 » — »
Всего на сумму	5865 р. 34 к.

Въ 1899 году пріобрѣтено:

Программа учебно-слесарной мастерской . .	26 р. 70 к.
Тиски	12 » 15 »
На сумму	38 р. 85 к.

Къ 1 января 1900 года состоитъ по инвентарю 898 экземпляровъ на сумму . . . . 5904 р. 19 к.

б) Токарная по дереву мастерская.

Въ 1899 году въ токарной по дереву мастерской занимались 119 студентовъ II курса механическаго отдѣленія, которыми было исполнено 688 работъ.

Къ 1 января 1899 года числилось по инвентарю:

Приводныхъ токарныхъ станковъ	10
Ножныхъ токарныхъ станковъ	28
Верстаковъ	3
Точильныхъ камней въ чугунныхъ коробкахъ	2
Круглая приводная пила	1
Лобзиковый ножной станокъ	1
Разнаго рода инструментовъ	833
Разнаго рода предметовъ	610

Въ теченіе 1899 г. пріобрѣтено:
Разнаго рода инструментовъ 10
Разнаго рода предметовъ 236
Въ теченіе 1899 г. исключено:
Разнаго рода инструментовъ 479

Къ 1 января 1900 г. по инвентарю состоитъ 1255 экземпляровъ на сумму 2565 р. 85 к.

Учебныя пособія мастерской:

Коллекція нарѣзокъ, состоящая изъ . . . . . 12 экз.
Коллекція моделей, состоящая » . . . . . 25 »
Коллекція инструментовъ, состоящая изъ . . . . 161 »
Коллекція инструментовъ, увеличенныхъ въ 6 разъ, состоящая изъ . . . . . 24 »
Коллекція патроновъ къ токарнымъ станкамъ, состоящая изъ . . . . . 7 »
Коллекція различныхъ породъ дерева, состоящая изъ 30 »

Всего на сумму . . . . . 348 р. 68 к.

в) Модельно-столярная мастерская.

Въ теченіе 1899 года въ модельно-столярной мастерской занимались 292 студента II курса и 96 студентовъ III курса. Студентами II курса исполнено 618 соединеній дерева и 270 вполнѣ законченныхъ моделей. Студенты III курса имѣли демонстративныя занятія.

Къ 1 января 1899 года состояло по инвентарю:
Верстаковъ столярныхъ 99
Станковъ токарныхъ 12
Универсальная пила и сверлильная машина съ принадлежностями 2
Точилъ для инструментовъ 3
Провѣрочная плита для работъ 1
Принадлежностей къ машинамъ 159
Разнаго рода инструментовъ 2541
Разнаго рода предметовъ 223
Разныхъ моделей 229

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено:

Разнаго рода инструментовъ 1431
Разнаго рода предметовъ 307

Въ теченіе 1899 года исключено разнаго рода инструментовъ 149

Къ 1 января 1900 года состоитъ по инвентарю 4858 экземпляровъ на сумму 7524 р. 42 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Двѣ коллекціи соединеній дерева, состоящія изъ .	135	экз.
Коллекція моделей, состоящая изъ	34	»
Коллекція инструментовъ, увеличенныхъ въ 6 разъ, состоящая изъ	31	»
Коллекція инструментовъ для строганія дерева, состоящая изъ	21	»
Коллекція инструментовъ для пиленія дерева, состоящая изъ	19	»
Коллекція инструментовъ для поперечнаго пиленія дерева, состоящая изъ.	89	»
Двѣ коллекціи инструментовъ для сверленія и долбленія дерева, состоящія изъ	89	»
Коллекція измѣрительныхъ инструментовъ, состоящая изъ	22	»
Всего на сумму	1532 р. 39 к.	

г) Металло-токарная мастерская.

Въ 1899 году въ мастерской занималось 72 студента, которыми было исполнено 288 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1899 года въ мастерской по инвентарю числилось:

Самоточекъ 2
Сверлильный станокъ 1
Фрезовый станокъ 1
Точильный станокъ для инструмента 1
Строгальный станокъ 1
Токарныхъ станковъ 34
Суппортовъ 10
Точилъ съ чугунными ящиками 2

Горнъ съ вентиляторомъ 1
Наковальня 1
Разныхъ инструментовъ и принадлежностей мастерской. . 469

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтеній и исключеній не было.

Къ 1 января 1900 года состоитъ 523 предмета на сумму 8554 руб. 38 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Двѣ коллекціи образцоваго токарнаго инструмента, состоящія изъ . . . . . 193 экз.
Двѣ коллекціи образцовъ токарнаго по металлу искусства, состоящія изъ . . . . . 106 экз.

На сумму . . . 154 руб. 24 к.

д) Слесарная мастерская.

Въ 1899 году въ слесарной мастерской занималось 260 челов. студентовъ, которыми было исполнено 750 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1899 года состояло:

Верстаковъ. 28
Тисокъ слесарныхъ 113
Машинъ строгальныхъ ручныхъ. 2
Станокъ для сверленія коловоротомъ. 1
Машинъ сверлильныхъ ручныхъ. 5
Точило двойное 1
Горнъ съ вентиляторомъ 1
Столовъ чугунныхъ. 2
Разнаго рода предметовъ 1366
Разнаго рода инструментовъ. 3892

Въ теченіи 1899 года пріобрѣтено разнаго рода инструментовъ 323 и разнаго рода предметовъ 151; исключено разнаго рода инструментовъ 376.

Итого къ 1 января 1900 года состоитъ по инвентарю 5511 предметовъ на сумму 6068 р. 24 к.

Учебныя пособія мастерской отнесены къ кабинету учебныхъ мастерскихъ.

е) Чугунно-мѣдно-литейная мастерская.

Въ истекшемъ 1899 учебномъ году въ чугунно-мѣдно-литейной мастерской занималось 99 студентовъ III курса, которыми, кромѣ демонстративныхъ занятій, исполнено 1704 отдѣльныхъ работы.

Къ 1 января 1899 года состояло по инвентарю:

Паровой горизонтальный двигатель съ котломъ въ 4 силы системы Фильда	1
Вентиляторовъ	2
Вагранокъ: большая и малая	2
Самодувныхъ горнъ для трехъ тиглей	1
Печь для плавки мѣди, системы «Piat»	1
Литейный кранъ	1
Чугунныхъ опокъ и разныхъ грузовъ	641
Моделей чугунныхъ	23
Печь для сушки стержней	1
Станковъ для шаблонной работы	2
Верстаковъ съ козлами	18
Разныхъ инструментовъ	325
Разныхъ предметовъ	261

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено:

1 наборъ формовочныхъ инструментовъ на сумму	25 р.
30 комплектовъ формовочнаго инструмента	39 р.
44 гладилки	13 р. 20 к.
5 гладилокъ мѣдныхъ	4 р. 50 к.
1 звонокъ	5 р. 60 к.

Исключеній въ 1899 году не было.

Къ 1 января 1900 года состоитъ 1360 экземпляровъ на сумму . . 7768 р. 73 к.

Учебныя пособія мастерской.

Коллекція образцовыхъ инструментовъ, состоящая изъ 76 штукъ.

Коллекція принадлежностей для формовки, состоящая изъ 60 штукъ.

ж) Кузнечная мастерская.

Въ теченіе 1899 года въ кузнечной мастерской занималось 85 студентовъ III курса механическаго отдѣленія, которыми исполнено 1050 отдѣльныхъ работъ.

Къ 1 января 1899 года состояло:

Паровой молотъ въ $^1/_4$ тонны.	1
Двойныхъ горнъ	9
Станковъ для сварки и гнутія желѣза.	2
Вентиляторовъ и кузнечныхъ мѣховъ	2
Тисокъ стуловыхъ желѣзныхъ.	2
Вѣсы десятичные съ гирями и разновѣсами	1
Кузнечныхъ инструментовъ.	651
Разнаго рода предметовъ	161

Въ теченіе 1899 года пріобрѣтено:

Стѣнные часы	1
Программа чертежей.	146
Штамповъ для ключей	4

Въ теченіе 1899 года исключено:

Разныхъ предметовъ.	6

Къ 1 января 1900 года состоитъ 974 экземпляра на сумму 3959 руб. 86 коп.

Учебныя пособія мастерской.

Образцовая коллекція инструментовъ, состоящая изъ 110 экземпляровъ.

Образцовая коллекція кузнечныхъ работъ, состоящая изъ 40 экземпляровъ.

Всего на сумму. . . . . 224 руб. 29 к.

з) Механическая мастерская.

Въ истекшемъ 1899 г. въ механической мастерской работало 199 студентовъ III спец. класса и V курса, при чемъ въ окончательномъ видѣ исполнено 124 отдѣльныхъ работы по сборкѣ

машинъ. Въ тоже время студентами V курса изучалось производство работъ на машинахъ-орудіяхъ, имѣющихся при мастерской. Между работами, наиболѣе выдающимися, были: паровыя машины, паровые насосы, строгальныя машины, суппорты, токарные станки и компрессоры.

Къ 1 января 1899 г. по инвентарю состояло:

Горизонтальная паровая машина «Бр. Зульцеръ» въ 50 силъ съ 2-мя конденсаторами	1
Постоянный котелъ батарейной системы	1
Горизонтальный водотрубный паровой котелъ Шухова	1
Водомѣръ Шмидта	1
Приводовъ-трансмиссій	2
Сверлильныхъ машинъ разныхъ системъ:	
» » приводныхъ	6
» » ручныхъ	3
Строгальныхъ машинъ	9
Долбежныхъ	2
Шпоночныхъ	1
Винторѣзныхъ	1
Фрезовыхъ	2
Дѣлительныхъ	1
Станковъ токарныхъ по металлу	7
Самоточекъ разной величины	9
Разныхъ принадлежностей къ машинамъ	1963
Тисокъ слесарныхъ	93
Верстаковъ	9
Разнаго рода предметовъ	254
Разныхъ инструментовъ	892

Въ теченіе 1899 г. пріобрѣтено:

Вертикальный паровой котелъ Шухова	1
Разныхъ принадлежностей къ вертикальному паровому котлу	3
Разнаго рода предметовъ	106
Разнаго рода инструментовъ	786

Въ теченіе 1899 г. исключено:

Разнаго рода инструментовъ. 1053

Къ 1 января 1900 г. состоитъ по инвентарю 3101 экземпляръ на сумму 47,107 р. 37 к.

Учебныя пособія отнесены къ кабинету учебныхъ мастерскихъ

Свѣдѣнія объ исполненныхъ заводомъ училища частныхъ заказахъ.

Кромѣ занятій со студентами, заводомъ училища при помощи наемныхъ рабочихъ въ теченіе 1899 года было исполнено заказовъ для частныхъ лицъ и учрежденій на сумму 55,343 р. 23 к. и для Строительной Комиссіи по расширенію зданій Императорскаго техническаго училища на сумму 21875 р. 76к., а всего на сумму 77218 р. 99 к.

Выдающимися изъ числа этихъ заказовъ были слѣдующіе:

Паровыя машины «Танги».	8 шт.
Паровые, ручные и приводные насосы.	30 »
Тиски разные	6 »
Турбины.	3 »
Токарные станки.	15 »
Сверлильныя машины разныя	5 »
Строгальныя машины разныя.	12 »
Суппорты, патроны и бабки къ токарнымъ станкамъ и самоточкамъ.	49 »
Вывѣрочныя плиты	8 »
Вѣтряные двигатели	8 »
Крутильные и раскруточные аппараты	3 »
Пробочносверлильныя машины	6 »
Динамометры	1 »
Домкраты	4 »
Трансмиссіи разныя.	6 »

Денежныя средства училища.

Денежныя средства училища въ теченіе 1899 года были слѣдующія:

А. *Смѣтныя суммы.*

По Высочайше утвержденной смѣтѣ было отпущено:

на содержаніе личнаго состава. .	134.550	р. — к.
» хозяйственные расходы . . .	84.693	» 75 »
» стипендіи учащимся	15.300	» — »
Итого . .	234.543	р. 75 к.

Вся эта сумма въ теченіе года израсходована.

Б. *Сверхсмѣтные кредиты.*

1. На усиленіе инспекціи.

По Высочайшему повелѣнію, послѣдовавшему въ 16 день іюля 1899 года, было ассигновано. . . . . 2550 р. — к.

Вся эта сумма въ теченіе года израсходована.

2. На строительныя работы.

а) На основаніи Высочайшаго повелѣнія, послѣдовавшаго въ 26 день іюля 1898 года, отпущено на устройство общежитія со столовой для студентовъ училища . . . . . 100.000 » — »

Сумма эта въ 1899 году израсходована сполна.

б) Изъ ассигнованныхъ, на основаніи Высочайшаго повелѣнія 14 ноября 1897 г., на расширеніе зданій училища въ 1898 году 300.000 рублей къ 1899 г. оставалось . . 80.048 » 71 »

Въ 1899 году на тотъ же предметъ отпущено . . . . . 185.450 » — »

Итого . . 265.498 р. 71 к.

Въ теченіе года израсходовано.	160.921	р.	48 к.
Къ 1 января 1900 года состоитъ . . .	104.577	»	23 »

В. *Спеціальныя средства.*

I. Плата за обученіе.

Къ 1 января 1899 года состояло . . .	27949	»	28 »
Въ теченіе года платы за обученіе поступило	53525	»	54 »
Итого . .	81474	р.	82 к.

Изъ нихъ израсходовано.

На содержаніе сверхштатныхъ служащихъ.	9833	р.	27 к.
» пособія служащимъ и нижнимъ служителямъ	5242	»	— »
» учебныя пособія	5599	»	07 »
» хозяйственныя потребности	23203	»	01 »
Всего . .	43877	р.	35 к.
Затѣмъ къ 1 января 1900 года состоитъ .	37597	р.	47 к.

II. Сумма, вырученная за приготовленныя на заводѣ училища издѣлія.

Въ теченіе года поступило.	80755	р.	20 к.
Изъ нихъ израсходовано на изготовленіе издѣлій	77039	»	26 »
Затѣмъ къ 1 января 1900 года въ остаткѣ состоитъ.	3715	»	94 »

III. Пожертвованія.

Въ 1899 году поступили въ училище нижеслѣдующія пожертвованія.

1. На учрежденіе стипендіи имени дѣйств. ст. сов. К. П. Воскресенскаго	4400	р.	— к.
2. На учрежденіе стипендіи имени потомств. поч. граж. С. М. Кувшинова . . .	5000	»	— »

Къ 1 января 1900 г. всего пожертвованыхъ капиталовъ состояло:

въ процентныхъ бумагахъ	314160 » — »
въ наличныхъ деньгахъ	902 » 08 »
Всего . .	315062 р. 08 к.

КРАТКІЙ ОТЧЕТЪ

О ЗАГРАНИЧНОЙ КОМАНДИРОВКѢ

инженеръ-технолога Николая Овсянникова.

Цѣль заграничной поѣздки заключалась въ осмотрѣ сахарныхъ заводовъ, представляющихъ особый интересъ по ихъ общему устройству, примѣненію новѣйшихъ аппаратовъ и способовъ работы. Кромѣ заводовъ не меньшій интересъ представлялъ также осмотръ образцевыхъ станцій культуры свекловицы и свекловичныхъ сѣмянъ. Попутно было осмотрѣно нѣсколько механическихъ заводовъ, заслужившихъ выдающуюся репутацію по изготовленію аппаратовъ и машинъ спеціально для сахарной промышленности.

Въ виду трудности доступа въ заграничные заводы, прежде всего было необходимо заручиться рекомендаціями лицъ, пользующихся извѣстностью въ промышленномъ мірѣ, и получить отъ нихъ указанія относительно выбора наиболѣе интересныхъ заводовъ.

Понятно, что эта подготовительная работа представляетъ болѣе деликатную и трудную задачу, чѣмъ самый осмотръ, и требуетъ большого терпѣнія и настойчивости. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ впрочемъ, и при всѣхъ принятыхъ предосторожностяхъ, не удалось видѣть того, что представляло главный интересъ посѣщенія и что составляло заводскую тайну. Примѣненіе новаго способа на практикѣ всегда требуетъ спеціальнаго приспособленія къ мѣстнымъ заводскимъ условіямъ, и одинъ и тотъ же способъ, въ зависимости отъ болѣе или менѣе умѣлаго его примѣненія, даетъ

неодинаковые результаты. Каждый заводъ долженъ вложить извѣстный трудъ съ своей стороны, нести рискъ и матеріальныя затраты при введеніи новаго способа, и потому доступъ постороннимъ лицамъ считается иногда нежелательнымъ.

Въ большинствѣ случаевъ совершенно закрытъ доступъ для осмотра рафинадныхъ заводовъ, заводовъ, работающихъ стронціановымъ, баритовымъ и другими подобными способами, а также способомъ Steffen-Raeymackers'a—систематическое выщелачиваніе утфелей и полученіе бѣлаго сахара безъ помощи центрофугъ—и способомъ Steffen'a—обезцвѣчиваніе сахарныхъ жидкостей помощію сѣрнистой кислоты въ присутствіи костяноугольной пыли; не показывается даже давно примѣняемый способъ Droste и Schulz обработки утфеля на центрофугахъ, а поэтому программа осмотра заводовъ попеволѣ сокращается, и для ознакомленія съ нѣкоторыми новыми способами приходится, за неимѣніемъ возможности видѣть ихъ на практикѣ, прибѣгать къ литературнымъ источникамъ.

Лица, которымъ я обязанъ осмотромъ заграничныхъ заводовъ, были слѣдующія: во Франціи Emile Lègier, главный редакторъ журнала «La sucrerie indigéne et coloniale», помѣстившій въ своемъ журналѣ мою статью: «Description de la fabrique de sucre d'Olkowatka», далъ мнѣ наиболѣе подробныя указанія относительно выбора сахарныхъ заводовъ.

Инженеръ Dessin-директоръ-распорядитель механическаго завода «Société anonyme de constructions mécaniques» въ St. Quentin (Aisne)—извѣстный знатокъ по примѣненію и экономіи пара въ сахарныхъ заводахъ *).

Во время пребыванія въ Парижѣ я имѣлъ возможность познакомиться съ другими лицами, близко стоящими къ сахарной промышленности и оказавшими мнѣ пользу, какъ своими указаніями, такъ и рекомендаціями. Изъ нихъ я долженъ указать на Г-на Dupont-секретаря общества химиковъ по сахарному и винокуренному производству и главнаго редактора «Bulletin de l'association des chimistes de sucrerie et de distillerie de France et des Colonies», Г-на Gallois—бывшаго фабриканта, а теперь одного изъ дирек-

*) Интересная статья инженера Dessin «L'évaporation en sucrerie» была переведена мною на русскій языкъ и помѣщена въ журналѣ «Техническій Сборникъ и Вѣстникъ Промышленности» въ 1895 г.

торовъ лабораторіи «Ch. Gallois et F. Dupont» въ Парижѣ. Кромѣ того, представился случай познакомиться съ извѣстными изобрѣтателями способовъ, особенно интересующихъ въ послѣднее время сахаро-заводчиковъ—съ Гг. Manoury и Ranson.

Не могу не упомянуть о Г-нѣ Feltz, бывшемъ Директорѣ Орловецкаго завода въ Россіи и пользующемся большой извѣстностью въ кругу сахарозаводчиковъ во Франціи. Кромѣ того много другихъ лицъ оказали мнѣ свою помощь. Вообще могу сказать, что сношенія съ французскими дѣятелями по сахарной промышленности оставили во мнѣ наилучшія воспоминанія.

Въ Бельгіи осмотръ заводовъ былъ возможенъ, только благодаря извѣстному Francois Sachs—редактору журнала «Sucrerie belge», основателю всемірной сахарной статистики. Доступъ на заводы былъ труденъ, требовалъ много времени и не представлялъ большого интереса.

Въ Германіи, благодаря замѣчательной любезности и вліянію д-ра Frühling'a, директора училища сахароваренія въ Брауншвейгѣ, имѣющаго большія знакомства, доступъ на заводы былъ наиболѣе легкимъ.

Всѣмъ лицамъ, способствовавшимъ исполненію возложенной на меня миссіи, считаю долгомъ выразить самую искреннюю благодарность.

Изъ новыхъ способовъ, введенныхъ въ послѣднее время въ сахарное производство, были осмотрѣны:

1) Способъ Manoury: «Sucre et mélasse», имѣющій цѣлью получить весь способный къ кристаллизаціи сахаръ изъ перваго продукта, не получая утфеля 2-ой кристаллизаціи (на заводахъ Bel Gonesse и Meaux).

2) Способъ Ranson'a обезцвѣчиванія сахарныхъ сироповъ и патокъ помощію гидросѣрнистой кислоты въ моментъ зарожденія (на заводѣ Crépy en Laonnois).

3) Способъ Steffen'a обезцвѣчиванія соковъ помощью сѣрнистой кислоты на холоду въ присутствіи тонко-измельченной крупки (въ заводѣ Abbeville).

4) Способъ Loeblich'a уменьшенія количества получаемой патоки обработкой ея известью и добавкой къ диффузіонному соку (въ заводѣ Klein-Wanzleben).

5) Способъ холодной дефекаціи диффузіоннаго сока Ragot (въ заводѣ Bel Gonesse) и Hignette (въ заводѣ училища сахароваренія въ Douai).

6) Способы дефекаціи диффузіоннаго сока помощію сухой извести.

7) Фильтрація соковъ черезъ песокъ и гравій (Douai) и черезъ пробку (способъ Wagner въ заводѣ Sehnde около Ганновера).

Другіе осмотрѣнные предметы относились къ механической сторонѣ дѣла и касались сбереженія пара и рабочихъ рукъ:

1) Выпарные аппараты многократнаго дѣйствія 4-хъ и 5-ти корпусные (послѣдніе въ заводѣ Origny et Benoite).

2) Электрическая передача силы.

3) Турбины Лаваля для динамомашинъ (въ заводѣ Meaux).

4) Непрерывно-дѣйствующіе сатураторы.

5) Непрерывно-дѣйствующая центрофуга Піонтковскаго и Щепевскаго (въ заводѣ Meaux).

6) Автоматическая центрофуга Thomas (въ заводѣ Marle).

7) Кристаллизація въ движеніи. Кристаллизаторы Stammer Bock'a, Huck'a, вертикальные аппараты Grosse (Vénizel), холодильники Ragot (въ заводѣ Meaux).

Кромѣ предметовъ, касающихся непосредственно самаго производства сахара, была осмотрѣна утилизація отбросовъ, а именно приготовленіе смѣси патоки съ торфомъ, употребляемой на кормъ домашняго скота (въ заводѣ Sehnde), разные типы сушильныхъ аппаратовъ для свекловичнаго жома.

Изъ механическихъ заводовъ были осмотрѣны Braunschweigischer Bau Anstalt, Selvig Lange оба въ Брауншвейгѣ; заводъ Cail въ Douai, заводъ Fives-Lille около Лилля, заводъ Société anonyme de constructions mécaniques въ Saint-Quentin.

Были посѣщены наиболѣе извѣстныя культуры свекловичныхъ сѣмянъ: Vilmorin-Andrieux—станціи Massy около Парижа, имѣніе Verrières-le-Buisson (Seine-et-Oise), Klien-Wanzleben въ Германіи—акціонерное общество, бывшее хозяйство Ralbbethge и Giesecke Бр. Dippe въ Quedlinburg'ѣ, въ Германіи.

Н. Овсянниковъ.

Кіевъ,
20 сентября 1899 года.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА.

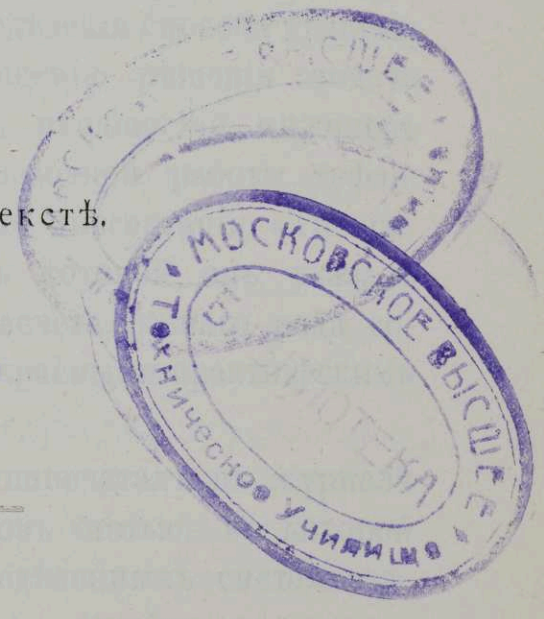
АНАЛИТИЧЕСКАЯ И ГРАФИЧЕСКАЯ СТАТИКА СООРУЖЕНІЙ.

ПРОФЕССОРА

М. Черепашинскаго.

Часть 1.

Съ 189 чертежами въ текстѣ.



МОСКВА.

Типографія Борисенко и Бреслинъ, Б. Дмитровка, д. Двор. Собранія.

1901.

Предисловіе.

Наука о сопротивленіи матеріаловъ и расчетѣ сооруженій получила въ послѣднее сорокалѣтіе чрезвычайно быстрое развитіе и усовершенствованіе благодаря трудамъ Кульмана, Колиньона, Винклера, Резаля, Мора, Журавскаго и др. Шаткій путь эмпиріи и гипотезъ, служившій прежде главнымъ источникомъ изслѣдованій и изобрѣтательности строителей, замѣнила основанная на результатахъ практическихъ опытовъ теорія, уяснившая считавшуюся прежде неразрѣшимой задачу опредѣленія способа дѣйствія силъ въ сложныхъ сооруженіяхъ. Упрощенію рѣшенія этой задачи въ высокой степени содѣйствовалъ италіанскій инженеръ Кастиліано даннымъ имъ правиломъ производной работы деформаціи, изложеннымъ и доказаннымъ въ его диссертаціи «Theorie de l'équilibre des systèmes élastiques», въ которой онъ указалъ способъ примѣненія этого правила для расчета разнаго рода сооруженій, и употребленіе его уяснилъ прекрасными практическими примѣрами.

Моръ, немного позднѣе Кастиліано, напечаталъ въ журналѣ Ганноверскихъ инженеровъ и архитекторовъ статью, въ которой пользуется для рѣшенія статически неопредѣленныхъ системъ закономъ виртуальныхъ работъ, приводящимъ къ тѣмъ же результатамъ, что и теорема Кастиліано. Авторъ отдалъ предпочтеніе послѣдней теоремѣ, которая вслѣдствіе умозрительнаго доказательства оказывается болѣе доступной пониманію учащихся, въ чемъ онъ въ теченіе болѣе чѣмъ десятилѣтняго преподаванія правилъ расчета сооруженій на основаніи новыхъ методовъ, имѣлъ случай неоднократно убѣдиться.

Сочиненіе, котораго первую часть составляетъ предлежащій выпускъ, имѣетъ цѣлью указать способы опредѣленія размѣровъ поперечныхъ сѣченій сооруженій такимъ образомъ, чтобы при наименьшемъ количествѣ матеріала они имѣли вполнѣ удовлетворительную крѣпость. Вслѣдствіе большого значенія, какое въ послѣднее время получили на практикѣ графическіе способы расчета, параллельно съ аналитическими формулами указываются замѣняющія ихъ геометрическія построенія. Важное мѣсто отведено инфлюентнымъ линіямъ, которыя при расчетѣ сооруженій подвергаемыхъ дѣйствію подвижной нагрузки—главнымъ образомъ, мостовъ,—не могутъ быть замѣнены никакими аналитическими формулами; но и при вычисленіи дѣйствій покойной нагрузки эти линіи въ нерѣдкихъ случаяхъ являются очень полезными.

Расчету мостовыхъ сооруженій удѣлено большое вниманіе указаніемъ способовъ опредѣленія помощію инфлюентныхъ линій наиболѣе невыгодныхъ положеній нагрузки, и соотвѣтствующихъ послѣднимъ предѣльныхъ дѣйствій ея.

Придавая главное значеніе практической цѣли сочиненія изъ него исключены всѣ выводы, носящіе характеръ алгебраическихъ упражненій, результаты которыхъ имѣютъ только академическое значеніе. Но въ стремленіи дать по возможности краткій и вмѣстѣ съ тѣмъ полный курсъ расчета сооруженій я старался избѣжать другой крайности, состоящей въ недостаточной ясности изложенія выводовъ или цитированіи формулъ безъ удовлетворительнаго уясненія ихъ происхожденія. Только когда учащійся знаетъ предположенія, на основаніи которыхъ формула получена и самъ умѣетъ ее вывести, будетъ ему извѣстенъ кругъ ея значенія и способъ правильнаго примѣненія при рѣшеніи практическихъ задачъ. Во всѣхъ случаяхъ, когда требуемый результатъ можетъ быть полученъ разнымъ образомъ, указывается только тотъ, который наиболѣе простъ, требуетъ наименѣе времени для изученія его, всего легче укрѣпляется въ памяти, и направляетъ учащагося къ самостоятельному дѣйствію.

Въ первой главѣ приведены наиболѣе важныя теоремы графической статики, основанныя на силовомъ и веревочномъ многоугольникахъ. Вмѣсто эллипса энерціи употреблена указанная впервые Кульманомъ окружность, которой тоже замѣненъ эллипсъ напряженій; уясненіемъ одной изъ этихъ окружностей дана уже

и другая, потому что между нормальными и скалывающими напряженіями существуетъ такая-же зависимость, какъ между моментами инерціи и центробѣжными моментами. При разсмотрѣніи балокъ, которымъ дѣйствіе нагрузки передается не прямо, но помощію второстепенныхъ конструкцій, введены для краткости термичы «связки» и «передаточный»; съ той-же цѣлью касательныя или срѣзывающія силы названы «усиліями». Передаточное дѣйствіе имѣетъ особенно важное значеніе для мостовыхъ сооруженій, кромѣ того помощію его упрощается значительно уясненіе расчета многоопорныхъ консольныхъ балокъ и многораскосныхъ фермъ. Въ слѣдующей второй части будутъ разсмотрѣны мостовыя и стропильныя фермы, въ третьей—арочные брусья, земляныя и каменныя сооруженія, и сооруженія изъ смѣшанныхъ матеріаловъ, а въ послѣдней четвертой предполагается помѣстить дополненія и практическія данныя, которыхъ включеніе въ текстъ предыдущихъ частей представлялось не совсѣмъ удобнымъ.

М. Черепашинскій.

Оглавленіе.

Стр.

Введеніе 1

ГЛАВА I.

Начала графической статики.

1. Изображеніе силъ. 9

Сложеніе силъ въ плоскости.

2. Сложеніе двухъ силъ. 9
3. Сложеніе произвольнаго нисла силъ, дѣйствующихъ на одну точку 10
4. Сложеніе силъ, дѣйствующихъ на различныя точки твердаго тѣла. 11
5. Сложеніе параллельныхъ силъ 14
6. Условія равновѣсія силъ въ плоскости 14

Разложеніе силъ.

7. Разложить силу R на двѣ слагающія, параллельныя двумъ даннымъ прямымъ 15
8. Силу R разложить на двѣ параллельныя ей слагающія, проходящія черезъ данныя точки a_1 и b_1. 15
9. Даны направленія двухъ параллельныхъ силъ A и B; опредѣлить напряженія этихъ силъ такимъ образомъ, чтобы онѣ уравновѣшивали силы P_1, P_2, P_3, P_4. 16
10. Дана сила R и положеніе трехъ другихъ силъ x, y, z, не пересѣкающихся въ одной точкѣ; опредѣлить величины послѣднихъ такимъ образомъ, чтобы онѣ уравновѣшивали силу R. 17

Ститическіе моменты силъ.

11. Опредѣленіе статическаго момента. 17
12. Найти моментъ непараллельныхъ силъ по отношенію въ данной точкѣ 18
13. Моменты параллельныхъ силъ 19
14. Даны параллельныя силы P_1—P_6; опредѣлить по отношенію къ какой бы то ни было точкѣ на плоскости моментъ силъ, находящихся слѣва точки вращенія. 20

15. Даны параллельныя силы P_1—P_4. Найти силы A и B, уравновѣшивающія данныя, и опредѣлить для какой нибудь точки моментъ силъ, находящихся по одну сторону ея 20
16. Непрерывная нагрузка. Единичный грузъ 21
17. Веревочный многоугольникъ непрерывной нагрузки 22
18. Второй способъ построенія веревочнаго многоугольника непрерывной нагрузки. 25
19. Веревочная линія равномѣрной непрерывной нагрузки. 26
20. Центръ тяжести плоскихъ фигуръ 28
21. Моменты второй степени. 30
22. Опредѣленіе момента инерціи (способъ Мора). 31
23. Способъ Кульмана 35
24. Опредѣленіе центробѣжнаго момента. 35
25. Преобразованіе моментовъ инерціи и центрабѣжнаго момента . 36
26. Зависимость между центробѣжными моментами, отнесенными къ двумъ параллельнымъ осямъ координатѣ. 40
27. Упрощенный способъ построенія центробѣжнаго момента 41

ГЛАВА II.

Внѣшнія и внутреннія силы.

28. Сложеніе тѣлъ. Деформація. 43
29. Упругость 44
30. Изотропія. 45
31. Сопротивленіе. Напряженіе 45
32. Дѣйствіе и противодѣйствіе (акція и реакція). 46
33. Незначительность деформацій допускаемыхъ въ сооруженіяхъ. . 47
34. Независимость дѣйствія силъ. 47
35. Методъ сѣченій. 48
36. Разные роды дѣйствія силъ. 48

Законы изотропныхъ твердыхъ тѣлъ.

37. Нормальныя и касательныя напряженія 49
38. Свойство касательныхъ (скалывающихъ) напряженій 50
39. Брусъ. Напряженія въ косыхъ сѣченіяхъ 51
40. Предѣльныя нормальныя напряженія 54
41. Предѣльныя скалывающія напряженія. 55
42. Графическое опредѣленіе нормальныхъ и скалывающихъ напряженій 57
43. Идеальныя главныя напряженія. 58
44. Деформація. Работа деформаціи (работа внутреннихъ силъ) элементарной призмы 49
45. Работа скалывающихъ напряженій 61
46. Работа деформаціи сооруженія 62

ГЛАВА III.

Правило производной работы деформаціи.

47. Плоскія неизмѣняемыя системы. Нужные и добавочные стержни. 64
48. Опоры, опорные стержни 69

49. Уравненіе деформаціи 67
50. Условія равновѣсія сочлененныхъ системъ 69
51. Выраженіе работы деформаціи въ функціи внѣшнихъ силъ . . . 71
52. Теорема Кастиліано (правило производной работы деформаціи). 74
53. Значеніе производной работы деформаціи въ случаѣ двухъ равныхъ и прямопротивоположныхъ силъ 75
54. Приложеніе принципа производной работы къ расчету статически неопредѣленныхъ системъ 78
55. Системы, въ которыхъ дѣйствуютъ напряженія и при отсутствіи нагрузки 80
56. Вліяніе измѣненія температуры 81
57. Крѣпкія и сплошныя системы 81
58. Слаганіе дѣйствій 82
59. Выраженіе производной работы деформаціи въ функціи напряженій. 84
60. Взаимность перемѣщеній 85

ГЛАВА IV.

Опредѣленіе нормальныхъ и скалывающихъ напряженій прямого бруса.

61. Нормальныя напряженія 87
62. Опредѣленіе нормальныхъ напряженій 89
63. Зависимость между нулевой и силовой линіей. Діаграмма нормальныхъ напряженій 94
64. Нейтральная линія 96
65. Сѣченіе имѣетъ ось симметріи 99
66. Аналитическія формулы 102
67. Силовая линія совпадаетъ съ осью симметріи сѣченія 105
68. Скалывающія напряженія 106
68а. Діаграмма скалывающихъ напряженій 109
69. Идеальныя главныя напряженія 112
70. Предѣльныя напряженія бруса 115
71. Діаграммы предѣльныхъ напряженій 118
72. Траекторіи напряженій 123

ГЛАВА V.

73. Деформація. Статически неопредѣленныя величины 125
74. Перемѣщенія отъ измѣненій температуры 126

Частные случаи.

75. Деформація при изгибѣ 127
76. Преобразованіе формулъ деформаціи въ примѣненіи ихъ къ расчету статически неопредѣленныхъ системъ 129
77. Сочлененныя системы 131
78. Смѣшанныя системы 132
79. Преобразованіе уравненій деформаціи 133

Упругая линія.

80. Уравненіе веревочной линіи 136
81. Уравненіе упругой линіи и построеніе ея 137

ГЛАВА VI.

Прямые брусья.

82. Статически опредѣленные плоскіе брусья 139

Инфлюентныя линіи.

83. Общія свойства 144
84. Дѣйствіе, произведенное системой сосредоточенныхъ грузовъ . . 146
85. Упрощеніе слаганія дѣйствій грузовъ 147
86. Опредѣленіе дѣйствія непрерывной нагрузки 148
87. Передаточное дѣйствіе грузовъ 150
88. При простой передаточной нагрузкѣ инфлюентная линія между связками есть всегда прямая линія 151
89. Внѣшнія связки 152
90. Брусъ съ одной связкой и двумя внѣшними 152
91. Внѣшнія связки второго разряда 153
92. Консольная балка 153
93. Сложная балка 154
94. Максимальное дѣйствіе 156
95. Опредѣленіе максимальнаго дѣйствія нагрузки 157
96. Инфлюентная линія—треугольникъ и четыреугольникъ. Непрерывная равномѣрная нагрузка 161

ГЛАВА VII.

Моменты и поперечныя силы простой балки.

а) *Постоянная нагрузка.*

97. Реакціи опоръ 164
98. Сгибающіе моменты 166
99. Передаточная нагрузка (моменты) 172
100. Поперечныя (срѣзывающія) силы T 174
101. Передаточная нагрузка (усилія) 178
102. Инфлюентныя линіи опорныхъ реакцій 181
103. Инфлюентныя линіи моментовъ 184
104. Инфлюентныя линіи при передаточной нагрузкѣ 189
105. Равнозначущій единичный грузъ для моментовъ 191
106. Инфлюентныя линіи поперечныхъ силъ или усилій 193
107. Равнозначущій единичный грузъ для усилій 195
108. Максимальныя усилія и максимальные моменты мостовой балки (примѣръ) 197
109 и 110. Прогибъ простой балки. Упругая линія 200
111. Графическое опредѣленіе упругой линіи 204
112. Инфлюентная линія прогибовъ 208

ГЛАВА VIII.

Моменты и поперечныя силы консоли.

113. Консоль; моменты и усилія 209
114. Опредѣленіе моментовъ и усилій графически 211
115. Веревочный многоугольникъ, котораго замыкающая сторона горизонтальна 213
116. Инфлюентныя линіи консоли 215
117. Упругая линія консоли 216
118. Аналитическое опредѣленіе прогиба при постоянномъ сѣченіи. . 217

ГЛАВА IX.

Простая консольная балка.

119. Двухопорная консольная балка; моменты и усилія. 219
120. Опредѣленіе моментовъ и усилій графически 223
121. Инфлюентныя линіи. 226
122. Прогибъ и упругая линія консольной балки 228
123. Многоопорныя консольныя балки 230

ГЛАВА X.

124. Статически неопредѣленныя балки 231
125. Непрерывныя балки постояннаго поперечнаго сѣченія 232
126. Правило трехъ моментовъ 239
127. Моменты, усилія, реакціи 240
128. Балка на трехъ опорахъ 241
129. Балка защемленная на одномъ концѣ, а другимъ расположенная свободно на опорѣ 244
130. Брусъ на 4 опорахъ 245
131. Брусъ задѣланъ концами наклонно 250
132. Балка на 5 опорахъ. 253
133. Балка задѣлана горизонтально обоими концами, подперта въ серединѣ, и нагружена сосредоточеннымъ грузомъ G въ серединѣ одного пролета. 254
134. Балка, задѣланная горизонтально обоими концами, имѣетъ двѣ промежуточныя опоры, дѣлящія всю длину ея на 3 равныя части; на одномъ изъ пролетовъ лежитъ сосредоточенный грузъ G. 255
135. Балка на большомъ числѣ равноотстоящихъ опоръ, нагруженная равномѣрно. 255
136. Опредѣленіе опорныхъ моментовъ въ случаѣ, когда нагруженъ только одинъ пролетъ 257
137. Построеніе линіи моментовъ 265
138. Опредѣленіе усилій и моментовъ непрерывной балки постояннаго сѣченія помощію построенія. 266

139. Опредѣленіе величинъ s для случая, когда нагрузка состоитъ изъ одного только груза G. 275
140. Примѣръ. Балка на 4 опорахъ 276
141. Линія моментовъ для G на c. 281
142. Инфлюентныя линіи многоопорной балки 282
143. Методъ реакцій. 286
144. Задача. Реакціи горизонтальной балки на 6 опорахъ 288
145. Балка подпертая въ серединѣ колонной. 291
146. Инфлюентныя линіи опорныхъ реакцій 292
147. Горизонтальная балка на 3-хъ опорахъ. 293
148. Горизонтальная балка на 4-хъ опорахъ. 295
149. Опредѣленіе инфлюентныхъ линій вычисленіемъ 299
150. Простая балка, скрѣпленная стойкой и двумя тягами 303
151. Деревянная балка, скрѣпленная чугунной стойкой и двумя желѣзными тягами 308
152. Подвѣсная и штренгельная балка. 311
153. Балка, скрѣпленная двумя стойками и тремя тягами 312
154. Примѣръ. 317
155. Двойная подвѣсная и двойная шпренгельная балка 321
156. Опредѣленіе напряженій, произведенныхъ дѣйствіемъ вѣтра на желѣзный мостъ. 322
157. Опредѣленіе вліянія крѣпкаго соединенія поперечной балочки съ мостовыми фермами 327
158. Опредѣленіе давленія, производимаго защемленіемъ на стѣну. . 330
159. Балки со сквозными стѣнками 336

ВВЕДЕНІЕ.

Простѣйшіе законы механики врождены отчасти инстинкту человѣка, который пользовался ими уже въ первобытномъ состояніи, но большей частью безъ знанія соотвѣтственныхъ законовъ, даже безъ понятія о существованіи послѣднихъ. Первыя правила механики были открыты въ древней Греціи, и составленіе первой книги по механикѣ приписываютъ *Архитасу изъ Тарента* (около 400 г. до Р. Х.) одному изъ наиболѣе даровитыхъ учениковъ, вышедшихъ изъ школы *Пиѳагора*. Къ сожалѣнію сочиненія Архитаса безслѣдно затерялись, и основателемъ научной механики считаютъ *Архимеда* (287—212 до Р. Х.), усовершенствовавшаго механику *Аристотеля* (384—322 до Р. Х.), содержавшую уже параллелограммъ скоростей и правила рычага. Механика Архимеда занимается исключительно статикой, и содержитъ принципъ рычага, центръ тяжести и равновѣсіе плавающихъ тѣлъ. *Геронъ* (около 120 г. до Р. Х.) въ своемъ сочиненіи «Mechanica» разсмотрѣлъ подробно пять простыхъ машинъ: рычагъ, клинъ, полиспастъ, наклонную плоскость и воротъ, а современникъ Христа *Витрувій* собралъ разбросанныя у разныхъ авторовъ открытія по механикѣ, и оставилъ замѣчательное сочиненіе по строительному искусству. Религіозныя преслѣдованія и переселенія народовъ пріостановили развитіе наукъ болѣе чѣмъ на 10 столѣтій, и только въ 13-мъ вѣкѣ по Р. Х. начинаетъ проявляться улучшеніе, чему значительно содѣйствовало изобрѣтеніе книгопечатанія (1440—1450).

Прискорбное само по себѣ событіе покореніе Константинополя въ 1453 г. султаномъ Махмудомъ имѣло для науки благопріятныя послѣдствія въ томъ отношеніи, что разбѣжавшіеся

изъ своего отечества Греки ознакомили Европу съ греческимъ языкомъ и тѣмъ сдѣлали ей доступными свои источники.

Наиболѣе важныя заслуги по усовершенствованію механическихъ знаній въ 15-мъ и 16-мъ столѣтіяхъ принадлежатъ *Леонардо да Винчи* (1452—1519), *Бенедетти* (1530—1590), *Убальди* и *Стевину* (1568 — 1620). Основатель динамики *Галилео-Галилей* (1564—1642) занимался изгибомъ балки, укрѣпленной однимъ концомъ и свободной на другомъ, но вслѣдствіе предположенія, что всѣ волокна одного и того же сѣченія испытываютъ одинаковыя напряженія, получилъ для момента сопротивленія неправильное выраженіе $^1/_2 bh^2$ (вмѣсто $^1/_6 bh^2$) *). Французскій священникъ *Маріотъ* (1620—1684) нѣсколько исправилъ теорію изгиба Галилеи, а *Ньютонъ* (1642—1727) указалъ способъ употребленія параллелограмма для сложенія и разложенія силъ, и составилъ теорему о равенствѣ дѣйствія и противодѣйствія. Въ концѣ XVII вѣка изобрѣтатель спиральныхъ пружинъ *Робертъ Гукъ* установилъ извѣстную подъ названіемъ «*законъ Гука*» зависимость между удлиненіемъ, площадью и силой, служащую основаніемъ всей теоріи упругости.

Изобрѣтатель дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія *Лейбницъ* (1646—1716) разсматривалъ сопротивленіе балки болѣе правильно чѣмъ Галилей, потому что напряженія волоконъ принималъ пропорціональными ихъ разстояніямъ отъ нейтральной оси, но такъ какъ ошибочно принялъ за эту ось крайнее волокно, то получилъ для момента сопротивленія тоже невѣрное выраженіе $^1/_3 bh^2$. Правильную теорію изгиба составилъ впервые французскій ученый *Parent* въ 1708 г.

Яковъ Бернулли (1654—1705) вывелъ уравненіе упругой линіи, а его младшій братъ *Іоаннъ Бернулли* опредѣлилъ уравненіе цѣпной или веревочной линіи какъ для равномѣрной, такъ и для неравномѣрной нагрузки вдоль цѣпи и объяснилъ впервые обще-

*) Галилей родился въ семьѣ бѣднаго дворянина, который хотѣлъ сдѣлать его купцомъ, но вслѣдствіе проявленныхъ имъ большихъ способностей къ механикѣ отдалъ его въ школу. Будучи еще студентомъ онъ открылъ изохронизмъ качанія маятника, наблюдая качанія висячей лампы въ Пизскомъ соборѣ. Такъ какъ Галилей держался системы Коперника, то былъ обвиненъ іезуитами въ ереси, и только благодаря своему близкому знакомству съ папой Урбаномъ VIII избѣжалъ участи монаха Бруно, сожженнаго въ 1600 году на основаніи такого же обвиненія.

понятнымъ образомъ принципъ виртуальныхъ (возможныхъ) скоростей, имѣющій большое значеніе въ практической механикѣ. Ученикъ Якова Бернулли, *Яковъ Германъ* (1678—1733) издалъ въ Петербургѣ подъ заглавіемъ: «Phoronomia» статику и динамику твердыхъ тѣлъ, а *Макларинъ* (Maclaurin) (1698—1746) указалъ способъ разложенія силы по тремъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ. Упоминанія заслуживаетъ также *Симпсонъ*, котораго формула имѣетъ довольно частое приложеніе въ строительной механикѣ *). Знаменитый математикъ *Эйлеръ* опредѣлилъ дифференціальное уравненіе упругой линіи, значительно подвинулъ теорію твердыхъ упругихъ тѣлъ, вывелъ формулу для сжимаемыхъ длинныхъ стоекъ (формула Эйлера) и составилъ теорію арочныхъ брусьевъ. Онъ скончался въ Петербургѣ въ 1783 г.

Въ 1744 г. французскій ученый *Maupertius* предложилъ Парижской академіи наукъ теорему, названную имъ «*законъ покоя*» (loi de repos), выражающую частный случай принципа производной работы, которой Кастильяно далъ практическое значеніе уяснивъ способъ приложенія ея къ расчету сооруженій. Вѣрное выраженіе для момента сопротивленія балки, защемленной однимъ концомъ и свободной на другомъ, получилъ впервые военный инженеръ *Кулонбъ* (1736—1806), занимавшійся также изслѣдованіемъ крѣпости каменныхъ колоннъ, сопротивленіемъ при срѣзываніи, теоріей свода и напора грунта. Первое сочиненіе, содержащее приложеніе механики къ теоріи сооруженій, издалъ въ 1790 г. директоръ Парижской école des ponts et chaussées *Прони* (1755—1839), произведенный за свои ученые труды въ бароны и перы Франціи. Уясненію законовъ вращенія много содѣйствовалъ *Поансо* (1777—1859) введеніемъ въ механику понятія «пары силъ». Поансо далъ также способъ слаганія и разлаганія паръ и доказалъ, что всякую силу можно перенести параллельно самой себѣ въ какую угодно точку, если одновременно будетъ приложена пара, моментъ которой равенъ статическому моменту силы. Весьма важные труды по теоріи упругихъ стержней, плитъ, равновѣсія и движенія упругихъ тѣлъ вообще, оставилъ

*) Симпсонъ былъ сначала ткачемъ, затѣмъ народнымъ учителемъ, послѣ домашнимъ учителемъ математики, и съ 1743 г. профессоромъ математики въ Woolwich.

Пуассонъ (1781—1840), профессоръ политехнической школы въ Парижѣ.

Въ 1807 г. *Юнгъ* впервые употребилъ выраженіе «модуля упругости», опредѣлилъ его значеніе, и обратилъ вниманіе на большое вліяніе, какое имѣютъ удары и сотрясенія на сопротивленіе матеріаловъ *).

Всѣ предыдущіе ученые развивали практическую механику чисто теоретическимъ путемъ; недоставало еще практическихъ испытаній, посредствомъ которыхъ было-бы возможно провѣрить справедливость теоретическихъ правилъ. Такъ какъ при выводѣ послѣднихъ помогали себѣ иногда гипотезами сомнительнаго достоинства, то приложеніе ихъ на практикѣ въ нѣкоторыхъ случаяхъ сопровождалось неудачей; это дало поводъ къ насмѣшливой поговоркѣ что «крѣпость сооруженія находится въ обратномъ отношеніи съ ученостью строителя». Устраненіемъ этого пробѣла задался впервые *Тредгольдъ* (1788—1820), который производилъ испытанія надъ сопротивленіемъ матеріаловъ въ большихъ размѣрахъ и нашелъ достойнаго себѣ подражателя въ *Тельфордѣ* (1757—1834) **).

Весьма цѣнные результаты добылъ опытами надъ сопротивленіемъ матеріаловъ, и особенно надъ сопротивленіемъ сжатію длинныхъ стоекъ, *Годкинсонъ* (1789—1861), который на основаніи этихъ опытовъ составилъ эмпирическую формулу для расчета колоннъ. Годкинсонъ занимался также расчетомъ большихъ мостовъ. Усовершенствованію теоріи сопротивленія матеріаловъ много содѣйствовалъ *Фербернъ* (1789—1874) большимъ числомъ тщательно и научно исполненныхъ опытовъ ***). Основателемъ новѣйшей науки упругости считается *Навье* (1785—1836), который впервые

---

*) Юнгъ былъ сыномъ мелкаго торговца; по недостатку средствъ онъ занимался сначала частными уроками, затѣмъ изучилъ медицину, и былъ впослѣдствіи профессоромъ физики въ королевскомъ институтѣ въ Лондонѣ.

**) Прежде изученія строительно-инженернаго дѣла Тредгольдъ былъ плотникомъ, а Тельфордъ, какъ сынъ бѣднаго деревенскаго пастуха, началъ свою карьеру разноской кирпича при строющихся домахъ, и кончилъ президентомъ основаннаго имъ Института гражданскихъ инженеровъ въ Лондонѣ.

***) Фербернъ происходилъ изъ очень бѣдной семьи, и уже въ раннихъ лѣтахъ долженъ былъ самъ зарабатывать себѣ пропитаніе ручной работой. Благодаря усиленному труду ему удалось впослѣдствіи выработать себѣ очень видное положеніе, устроить и расширить большой машиностроительный заводъ, и затѣмъ пріобрѣсти его въ собственность. За ученыя заслуги Фербернъ былъ произведенъ въ бароны; онъ оставилъ много сочиненій по сопротивленію матеріаловъ.

далъ правильную общую теорію изгиба въ своей «Механикѣ строительнаго дѣла». Въ ней онъ разсматриваетъ не только прямые, но и кривые брусья, и выводитъ для первыхъ общеизвѣстную формулу изгиба: Mv=kJ. Навье составилъ также формулу для расчета сжимаемыхъ длинныхъ стоекъ, которую неправильно называютъ формулой Ранкина, и далъ теорію крученія. Онъ вывелъ также первую теорію висячихъ мостовъ, и усовершенствовалъ теорію напора земли и теорію сводовъ.

Во время этого блестящаго періода практической механики въ Англіи и Франціи, механика въ Германіи оставалась на чисто теоретической почвѣ. Въ программахъ техническихъ институтовъ преобладали теоретическіе предметы, а профессора ихъ были чужды практикѣ, вслѣдствіе чего имъ недоставало знаній, необходимыхъ для согласованія теорій съ практикой. Особенно выдѣляется въ этомъ отношеніи *Шубертъ*, профессоръ политехнической школы въ Дрезденѣ, который составилъ весьма непрактичную «Механику для практиковъ». Но хотя это сочиненіе Шуберта приходится считать неудачнымъ, то его другіе труды, какъ: «теорія арочныхъ каменныхъ мостовъ», «начала машиностроенія» и др., принадлежатъ и теперь къ лучшимъ сочиненіямъ этого рода *).

Первый изъ германскихъ механиковъ, которому удалось цѣлесообразно соединить аналитическую механику съ технической былъ *Вейсбахъ* (1806—1871), котораго, вмѣстѣ съ *Редтенбахеромъ*, считаютъ основателемъ новѣйшей строительной механики и теоріи машиностроенія въ Германіи. Изъ многихъ сочиненій Редтенбахера для изучающихъ строительную механиху имѣютъ особенное значеніе «Принципы механики» и «Машиностроеніе», въ которыхъ онъ оригинальнымъ, но для практики удовлетворительнымъ образомъ разсматриваетъ сопротивленіе матеріаловъ **).

---

*) Шубертъ былъ сыномъ нищаго почти крестьянина; уже съ 7 лѣтняго возраста онъ долженъ былъ зарабатывать себѣ пропитаніе въ качествѣ деревенскаго пастуха, а затѣмъ занимался разноской ваксы въ Дрезденѣ. Здѣсь однажды встрѣтилъ его директоръ полиціи и видя, какъ отъ усталости и голода онъ едва держится на ногахъ, сжалился надъ нимъ, и узнавъ его обстоятельства, отдалъ его въ школу. Шубертъ учился такъ успѣшно, что уже на 20-мъ году жизни былъ учителемъ математики въ техническомъ институтѣ. Впослѣдствіи Шубертъ принималъ дѣятельное участіе въ постройкѣ желѣзныхъ дорогъ въ Саксоніи.

**) Редтенбахеръ (1809—1864) былъ въ дѣтствѣ самымъ распущеннымъ мальчикомъ и чувствовалъ большое отвращеніе къ школѣ, вслѣдствіе чего былъ отданъ въ коло-

Однимъ изъ наиболѣе выдающихся механиковъ въ Англіи былъ *Мозлей* (1802—1872), который познакомилъ Англичанъ съ трудами Навье и Понсле, и составилъ первую теорію арокъ, основанную на линіи давленія, опредѣленной имъ посредствомъ принципа наименьшаго сопротивленія. На основаніи этого принципа Мозлей получилъ, что распоръ свода всегда имѣетъ наименьшее значеніе, какое только возможно, что, поэтому, дѣйствительная линія давленія та, которая соотвѣтствуетъ наименьшему распору. Много важныхъ усовершенствованій по механикѣ и машиностроенію принадлежитъ *Ранкину* (1820—1872), гражданскому инженеру и профессору инженернаго искусства и механики въ Глазговскомъ университетѣ. Его «Руководство инженернаго искусства» находится и теперь въ рукахъ каждаго почти инженера въ Англіи и Америкѣ, и переведено на большинство европейскихъ языковъ. Ранкину принадлежитъ теорія земли, основанная на внутреннихъ напряженіяхъ тѣла, развитая впослѣдствіи Винклеромъ и Вейраухомъ.

Достойнымъ послѣдователемъ Навье во Франціи былъ *Кляпейронъ*, создатель теоріи непрерывныхъ многоопорныхъ балокъ (1779—1864). Слѣдуя приглашенію русскаго правительства Кляпейронъ, вмѣстѣ съ *Lamè*, переѣхалъ въ 1820 г. въ Петербургъ, гдѣ руководилъ строительными работами и преподавалъ механику въ тогдашней школѣ публичныхъ работъ. По случаю порученной ему перестройки Исаакіевскаго собора онъ 1823 г. написалъ теорію сводовъ, въ которой, вмѣстѣ съ Lamè, впервые употребилъ многоугольникъ силъ и веревочный многоугольникъ.

Первыя основныя начала Графической статики дали Lamè и Clapeyron въ Петербургскомъ журналѣ Министерства путей сообщенія (1826). Но главная теорема о многоугольникѣ силъ и веревочномъ многоугольникѣ, составляющая основаніе графической

ніальный магазинъ. Здѣсь у него проявилось сильное желаніе учиться, такъ что послѣ окончанія торговаго ученія въ магазинѣ онъ бросилъ торговлю, изучилъ частнымъ образомъ математику, и поступилъ въ политехническій институтъ въ Вѣнѣ. Какъ трудно ему доставалась ученая дѣятельность можно узнать изъ слѣдующихъ словъ, писанныхъ одному родственнику: «какъ тебѣ извѣстно, въ мои юные годы въ Австріи, вмѣсто изученія новыхъ и древнихъ классиковъ, я чистилъ сапоги и изготовлялъ бумажныя трубки. Мнѣ приходилось очень много работать, чтобы хотя отчасти вознаградить то, что я пропустилъ, правда не совсѣмъ по своей винѣ, въ молодости. Мои усилія можетъ оцѣнить только тотъ, кто подобно мнѣ, собственнымъ трудомъ завоевывалъ себѣ положеніе въ жизни».

статики Кульмана, принадлежитъ *Вариньону* (1654—1727), въ сочиненіи котораго, написанномъ въ 1687 г., но изданномъ только послѣ его смерти въ 1785 г. указано построеніе многоугольника силъ и веревочнаго многоугольника точно такимъ образомъ, какъ это указываютъ Лямэ, Кляпейронъ и Кульманъ. Въ техническихъ сочиненіяхъ этими многоугольниками пользовался *Понсле* въ изданномъ имъ въ 1828 г. «Cours de Mecanique industrielle», въ которомъ онъ выводитъ помощію ихъ теорію цѣпныхъ мостовъ. Хотя поэтому *Кульманъ* не былъ создателемъ графической статики въ строгомъ этого слова значеніи, но онъ былъ первый, который не только написалъ по новой методѣ сочиненіе по графостатикѣ, но указалъ также способъ приложенія ея ко всѣмъ почти отраслямъ строительноинженернаго дѣла и объяснилъ многими примѣрами *).

Основателемъ теоріи статически неопредѣленныхъ системъ, основанной на принципѣ виртуальныхъ скоростей, развитой впослѣдствіи профессоромъ *Моръ*, былъ *Максвель* (1830—1879) профессоръ экспериментальной физики Кембриджскаго университета. Ему принадлежитъ также теорія взаимности перемѣщеній, по которой сила P, приложенная въ точкѣ p по направленію pp_1, перемѣщаетъ точку q по направленію qq_1 на точно такую величину, на какую перемѣстилась бы точка p по направленія pp_1, еслибъ сила P была приложена къ q по направленію qq_1.

Теорія сооруженій вообще, и теорія статически неопредѣленныхъ сооруженій въ особенности получила отчасти новое направленіе и значительное усовершенствованіе благодаря инженеру итальянскихъ желѣзныхъ дорогъ *Кастиліано*. Въ своемъ знаменитомъ сочиненіи. «Thèorie de l'equilibre des systêmes élastiques» Кастиліано указалъ способъ приложенія дифференціала работы къ расчету сооруженій вообще, и статически неопредѣленныхъ въ особенности. Этотъ способъ онъ распространилъ на всю теорію сопротивленія матеріаловъ.

Теоріи Кастиліано и Мора пополнили существовавшій весьма чувствительный пробѣлъ строительной механики по вычисленію

---

*) Кульманъ (1821—1881) былъ сыномъ швейцарскаго священника; по окончаніи политехнической школы въ Дрезденѣ онъ практиковалъ въ качествѣ инженера въ Баваріи, а въ 1854 г. занялъ каѳедру инженернаго искусства въ политехнической школѣ въ Цюрихѣ, гдѣ оставался до самой смерти.

многоопорныхъ непрерывныхъ фермъ, арочныхъ и цѣпныхъ конструкцій, и др., что было причиной пренебреженія такихъ сооруженій на практикѣ. Въ настоящее время эти теоріи значительно развиты трудами *Винклера*, *Миллеръ-Бресляу*, и др., и составляютъ одинъ изъ важнѣйшихъ отдѣловъ теоріи сооруженій *).

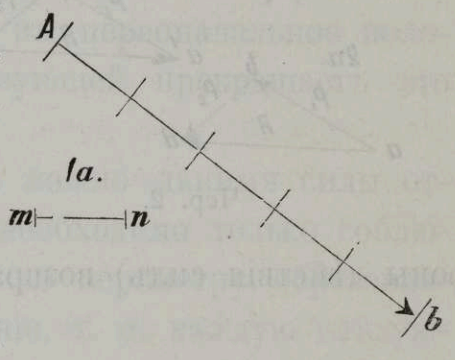
---

*) Болѣе подробно см.: «Черепашинскій: Краткій историческій очеркъ строительной механики».

ГЛАВА I.

Начала графической статики.

1. **Изображеніе силъ.** Въ графической статикѣ изображаютъ силы прямыми линіями, причемъ положеніе силы и направленіе ея опредѣляется положеніемъ и направленіемъ прямой, а сторона, въ которую сила дѣйствуетъ— поставленной на прямой стрѣлкой. Величину силы представляютъ длиной изображающей ее прямой, для чего нѣкоторую длину принимаютъ за единицу силы. Такъ сила, представленная прямой Ab (чер. 1) для которой длина mn принята за 1 килограммъ, дѣйствуетъ по направленію отъ A къ b, и равна 5 килогр.



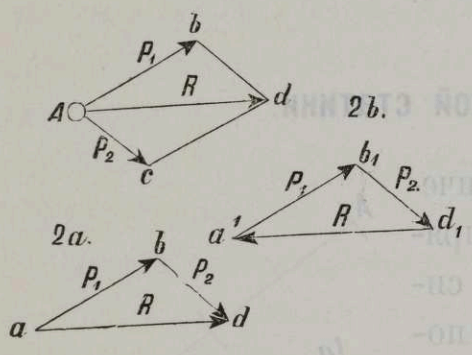
Чер. 1.

Сложеніе силъ въ плоскости.

2. **Сложеніе двухъ силъ.** Равнодѣйствующая двухъ силъ P_1 и P_2 дѣйствующихъ на точку A (чер. 2), которыхъ величины и направленія даны прямыми Ab и Ac, есть, какъ извѣстно діагональ Ad параллелограмма построеннаго на этихъ силахъ и она дѣйствуетъ по направленію отъ A къ d. Половина этого параллелограмма, напр. треугольникъ Abd называется *треугольникомъ силъ*. Этотъ треугольникъ представленъ отдѣльно на чер. 2a, изъ котораго видно, что онъ содержитъ какъ данныя силы, такъ и ихъ равнодѣйствующую R.

Если заставимъ точку *a* двигаться по периметру треугольника

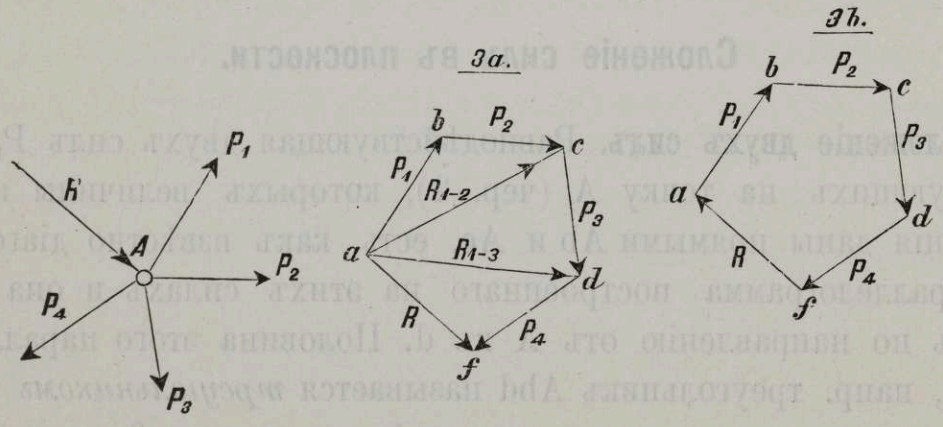
силъ въ направленіи, указанномъ на каждой сторонѣ стрѣлкой то видимъ, что она должна перемѣститься отъ a къ b, и отъ b къ d, и что въ d кончается ея движеніе, такъ какъ по da она должна-бы перемѣщаться слѣва вправо, т. е. оставить треугольникъ. Изъ этого заключаемъ: *Если въ треугольникѣ силъ одна сторона представляетъ равнодѣйствующую, то точка, движущаяся по периметру его по направленіямъ стрѣлокъ, не можетъ возвратиться въ первоначальное положеніе.*



Чер. 2.

При противоположномъ направленіи силы ad (т. е. при дѣйствіи ея въ сторону отъ d къ a) (чер. 2b) три силы P_1, P_2 и R находятся въ равновѣсіи. Точка, движущаяся по периметру треугольника $a_1b_1d_1$ по направленіямъ стрѣлокъ, поставленныхъ на его сторонахъ (опредѣляющихъ стороны дѣйствія силъ) возвращается въ первоначальное положеніе.

3. **Сложеніе произвольнаго числа силъ, дѣйствующихъ на одну точку.** (Чер. 3). Когда число силъ, дѣйствующихъ на данную точку, больше двухъ, то равнодѣйствующая получается помощію многоугольника силъ. Чтобы сложить силы P_1 P_2, P_3 и P_4 (чер. 3) дѣйствующія на точку A опредѣляемъ помощію треугольника abc равнодѣйствующую R_{1-2} силъ P_1 и P_2, затѣмъ помощію треуголь-



Чер. 3

ника acd—равнодѣйствующую R_{1-3} силъ R_{1-2} и P_3, и наконецъ помощію треугольника adf—равнодѣйствующую R силъ R_{1-3} и

P_4; очевидно что R есть искомая равнодѣйствующая силъ P_1, P_2, P_3 и P_4.

Полученный этимъ построеніемъ многоугольникъ abcdf называется *многоугольникъ силъ*. Легко узнать что для построенія его нѣтъ надобности проводить промежуточныя равнодѣйствующія R_{1-2}, R_{1-3}... и достаточно строить на данныхъ силахъ многоугольникъ, откладывая каждую слѣдующую силу въ сторону направленія ея, отъ конца предыдущей. Замыкающая сторона этого многоугольника, т. е. прямая af, есть искомая равнодѣйствующая.

Изъ чертежа 3a видно что когда одна сторона многоугольника силъ представляетъ равнодѣйствующую, то точка a, движущаяся по его периметру по направленіямъ стрѣлокъ, можетъ пройти всѣ слагающія, но не можетъ возвратиться въ первоначальное положеніе, такъ какъ стрѣлка равнодѣйствующей прекращаетъ это движеніе.

При построеніи многоугольника силъ можно данныя силы откладывать въ произвольномъ порядкѣ, необходимо только соблюдать условіе, чтобы точка могла имѣть по периметру, образованному слагающими, непрерывное движеніе, т. е. каждую слѣдующую силу нужно проводить отъ конца предыдущей въ ту сторону, въ которую указываетъ стрѣлка ея направленія.

Если сила R сдѣлается противоположной (чер. 3b), то система силъ P_1, P_2, P_3, P_4 и R, представленная сторонами замкнутаго многоугольника abcdfa, находится въ равновѣсіи. Изъ чертежа видно что *точка, движущаяся по периметру многоугольника, образованнаго силами, находящимися въ равновѣсіи, можетъ пройти весь периметръ непрерывно.*

Такъ какъ въ замкнутомъ многоугольникѣ всякая сторона его можетъ быть разсматриваема какъ замыкающая сторона многоугольника, образованнаго остальными сторонами, то въ многоугольникѣ прерваннаго движенія (чер. 3a) всякая сила можетъ быть разсматриваема какъ равнодѣйствующая остальныхъ, а въ многоугольникѣ непрерывнаго движенія (чер. 3b) всякая сила уравновѣшиваетъ остальныя.

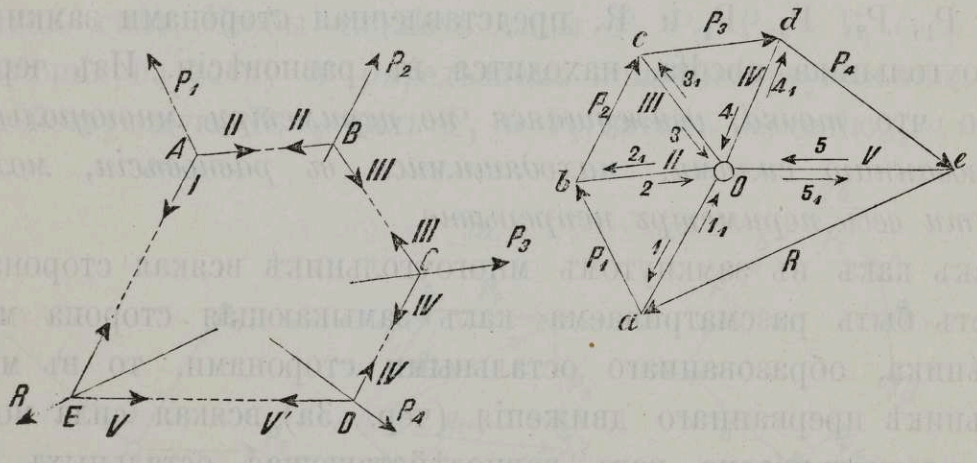
4. Сложеніе силъ, дѣйствующихъ на различныя точки твердаго тѣла. (Чер. 4 и 4a). Равнодѣйствующая R силъ P_1, P_2... приложенныхъ къ разнымъ точкамъ твердаго тѣла, получается по ве-

личинѣ и направленію, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, помощію многоугольника силъ. Положеніе этой равнодѣйствующей опредѣляется всего проще слѣдующимъ образомъ: къ произвольной точкѣ A, взятой на силѣ P_1. приложимъ двѣ силы I и II уравновѣшивающія эту силу P_1, направленіемъ которыхъ задаемся произвольно. Величины этихъ вспомогательныхъ силъ получаются изъ треугольника aOb, въ которомъ

$$aO \parallel AE \text{ и } bO \parallel AB$$

а стороны дѣйствія ихъ указаны стрѣлками 1 и 2.

Продолжимъ силу II до пересѣченія съ P_2 въ B, и повторимъ для силы P_2 дѣйствіе, исполненное для P_1, т. е. приложимъ къ точкѣ B двѣ силы, уравновѣшивающія силы P_2, изъ которыхъ одной задаемся такъ, чтобы она была равна и противоположна силѣ II; другая сила III опредѣлится третьей стороной Остреугольника bOc. Стороны дѣйствія этихъ слагающихъ опредѣляются условіемъ непрерывности движенія по треугольнику bOc, и указаны стрѣлками 2_1 и 3. Продолжая дѣйствовать такимъ же образомъ получимъ равновѣсіе въ точкѣ C, въ которой встрѣчаются силы III и P_3 приложивъ къ C двѣ силы: одну равную и противоположную силѣ Ш, а другую IV, опредѣленную по величинѣ и направленію прямой соединяющей d съ O. Затѣмъ при-



Чер. 4.

кладываемъ къ точкѣ *D*, въ которой пересѣкаются IV и P_4, двѣ силы, уравновѣшивающія силу P_4, изъ которыхъ одна равна и противоположна силѣ IV, а другая V опредѣлена прямой eO (Чер. 4а).

Продолженія силъ V и I встрѣчаются въ точкѣ E. Если къ этой точкѣ приложимъ 3 силы: силу R и силы — 1 и — V, рав-

ныя и противоположныя силамъ I и V, приложеннымъ къ A и D, то посредствомъ треугольника aOe узнаемъ, что точка E при дѣйствіи на нее этихъ трехъ силъ, находится въ равновѣсіи.

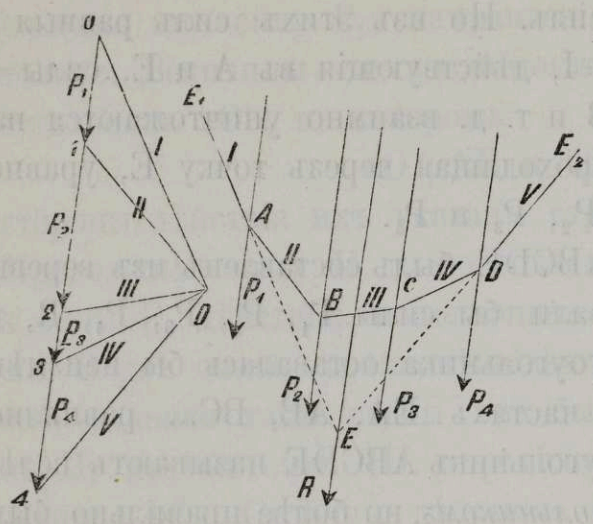
Каждая изъ точекъ A, B, C, D, E находится теперь въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ трехъ силъ. Но изъ этихъ силъ равныя и противоположныя силы I и —I, дѣйствующія въ A и E, силы II и—II дѣйствующія въ A и B и т. д. взаимно уничтожаются изъ чего слѣдуетъ, что сила R, проходящая черезъ точку E, уравновѣшиваетъ данныя силы P_1, P_2, P_3 и P_4.

Если бы многоугольникъ ABCDE былъ составленъ изъ веревки и въ вершинахъ ея дѣйствовали бы силы P_1, P_2, P_3, P_4, R, то форма этого веревочнаго многоугольника оставалась бы неизмѣнной, а натяженія веревки въ частяхъ EA, AB, BC... равнялись бы силамъ I, II, III... Многоугольникъ ABCDE называютъ вслѣдствіе того *веревочнымъ многоугольникомъ*, но болѣе правильно было бы называть его *шарнирнымъ многоугольникомъ*, потому что если бы направленія силъ P_1, P_2, P_3, P_4, и R сдѣлались противоположными, то теоретически равновѣсіе не было бы нарушено, но натяженія въ AB, BC и т. д. превратились бы въ давленія, которымъ веревка не могла бы сопротивляться.

Прямыя Oa, Ob, Oc... въ многоугольникѣ силъ, выходящія изъ общей точки O, называются *лучами*, а точка O—*полюсомъ*. Разстояніе полюса отъ какой нибудь изъ силъ, образующихъ очертаніе силового многоугольника abcde называютъ *полюснымъ разстояніемъ*.

Изъ предыдущаго получается для опредѣленія равнодѣйствующей слѣдующее правило: *На данныхъ силахъ строимъ силовой многоугольникъ, котораго замыкающая сторона опредѣляетъ величину, направленіе и сторону дѣйствія равнодѣйствующей. Произвольную точку O принимаемъ за полюсъ, проводимъ лучи I, II, III..., и строимъ веревочный многоугольникъ ABCD... такимъ образомъ, чтобы каждыя двѣ стороны встрѣчались на той силѣ P, которая въ многоугольникѣ силъ съ параллельными имъ лучами образуетъ треугольникъ. Равнодѣйствующая R проходитъ черезъ точку, въ которой пересѣкается первая и послѣдняя сторона полученнаго веревочнаго многоугольника.* Эта равнодѣйствующая, взятая въ противоположномъ направленіи, уравновѣшиваетъ данныя силы.

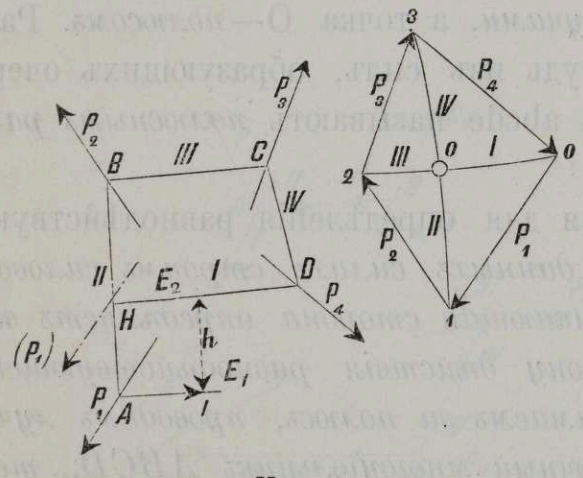
Первую и послѣднюю сторону веревочнаго многоугольника будемъ называть *крайними сторонами* данной группы силъ. Такъ напр. стороны III и V суть крайними сторонами для группы силъ P_3 и P_4.



Чер. 5.

5. **Сложеніе параллельныхъ силъ.** Когда силы P_1, P_2, P_3, P_4 параллельны, то многоугольникъ силъ превращается въ прямую $\overline{04}$ (чер. 5). Равнодѣйствующая этихъ силъ по величинѣ и направленію равна $\overline{04}$, а чтобы получить ея положеніе беремъ произвольныйполюсъ O, проводимъ лучи $\overline{Oo}$, $\overline{O1}$, $\overline{O2}$... и помощію ихъ строимъ веревочный многоугольникъ E_1ABCDE_2 (чер. 5). Если продолжимъ крайнія стороны E_1A и E_2D до пересѣченія въ E, то черезъ E проходитъ равнодѣйствующая R.

6. **Условія равновѣсія силъ въ плоскости.** Когда силы P_1, P_2, P_3, P_4, составляютъ замкнутый многоугольникъ, то равнодѣйствующая ихъ равна нулю. Если для этихъ силъ построимъ веревочный многоугольникъ, то онъ вообще не будетъ замкнутъ, и его крайнія стороны I и I (чер. 6) встрѣтятся въ безконечности. Предполагая что силы P_1, P_2... дѣйствуютъ на веревку E_1ABCDE_2 видимъ, что натяженія въ частяхъ II, III, и IV взаимно уничтожаются, и для равновѣсія нужно къ A и D приложить силы, равныя и противоположныя дѣйствующимъ на эти точки натяженіямъ I и I. Матеріальная система, на которую дѣйствуютъ силы P_1, P_2, P_3, P_4 не будетъ, поэтому, находиться въ равновѣсіи, несмотря на то, что равнодѣйствующая ихъ равна нулю. Такія силы приводятся къ парѣ силъ, которыхъ взаимное разстоя-



Чер. 6.

ніе h называется *плечомъ*, а произведеніе I. h изъ силы на плечо—*моментомъ пары силъ*.

Если передвинемъ силу P_1 параллельно самой себѣ такъ, чтобы она проходила черезъ точку H, въ которой пересѣкаются стороны I и II веревочнаго многоугольника, то этотъ многоугольникъ замыкается. Обѣ силы I и I, сдѣлавшись прямо противоположными, уничтожаются, и данныя силы P_1, P_2, P_3, P_4, находятся въ равновѣсіи; вслѣдствіе перемѣщенія силы P_1 въ H моментъ I h сдѣлался равнымъ нулю.

Разложеніе силъ.

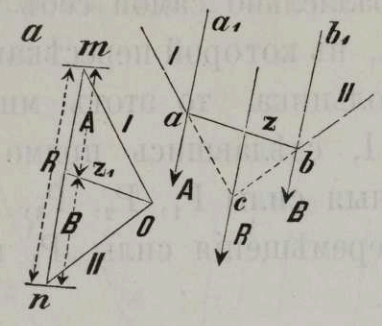
7. **Разложить силу R на двѣ слагающія, параллельныя прямымъ l и m** (чер. 7). Строимъ треугольникъ Abc такъ, чтобы одна его сторона была сила R, а двѣ другія проводимъ параллельно прямымъ l и m. Искомыя слагающія вполнѣ опредѣлены прямыми Ac и bc; направленія ихъ дѣйствія даны стрѣлками, поставленными на сторонахъ такимъ образомъ, чтобы онѣ давали треугольникъ прерваннаго движенія.

Еслибы требовалось найти двѣ силы, параллельныя двумъ даннымъ прямымъ, уравновѣшивающія силу R, то было бы нужно построить треугольникъ непрерывнаго движенія (чер. 7а).

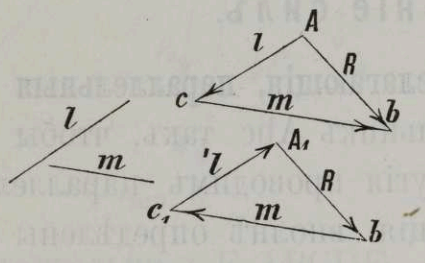
Задача дѣлается неопредѣленною и допускаетъ безконечно большое число рѣшеній, когда число слагающихъ, на которыя должна быть разложена данная сила, больше двухъ.

8. **Силу R разложить на двѣ параллельныя ей слагающія, проходящія черезъ данныя точки a_1 и b_1** (Чер. 8). Для рѣшенія этой задачи нужно построить многоугольникъ силъ и веревочный многоугольникъ. Положеніе искомыхъ силъ опредѣлено прямыми aa_1 и bb_1, проведенными черезъ a_1 и b_1 параллельно R. Чтобы получить ихъ величины проводимъ прямую mn параллельно R (чер. 8 а) и откладываемъ на ней mn = R. Беремъ произвольный полюсъ O, проводимъ лучи I и II. Черезъ произвольную точку c, взятую на данной силѣ R, проводимъ прямыя I и II, параллельныя лучамъ I и II, пересѣкающія aa_1 и bb_1 въ a и b, и соединяемъ a съ b. Черезъ полюсъ O проводимъ Oz || ab до пересѣченія съ mn въ z, получаемъ mz = A и nz = B. Чтобы убѣдиться въ вѣрности этого

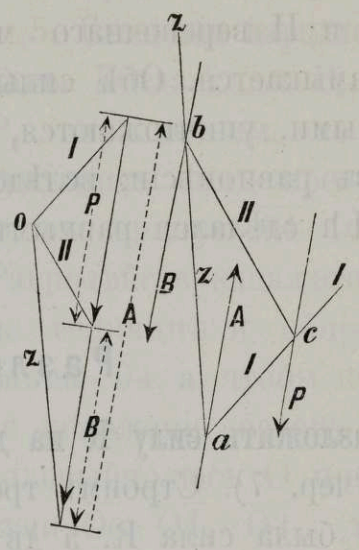
построенія сложимъ силы A и B въ равнодѣйствующую A + B = P и помощію полюса O построимъ соотвѣтствующій имъ веревочный



Чер. 8.



Чер. 7.

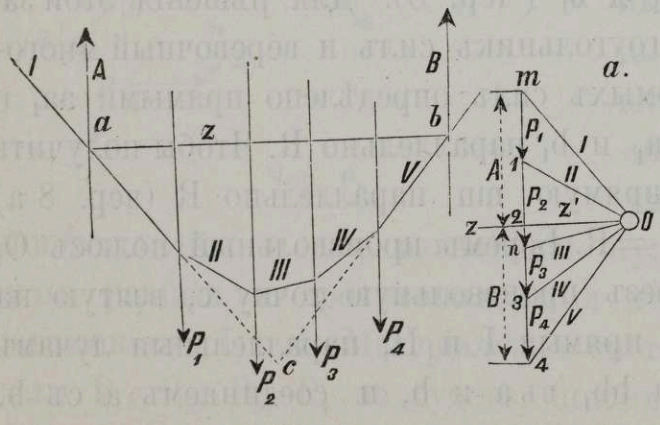


Чер. 9.

многоугольникъ, пересѣченіе крайнихъ сторонъ котораго опредѣлитъ положеніе равнодѣйствующей.

На чертежѣ 9 рѣшена та же задача для случая, когда обѣ слагающія находятся по одну сторону равнодѣйствующей P. Какъ изъ чертежа видно, слагающія A и B дѣйствуютъ по противоположнымъ направленіямъ.

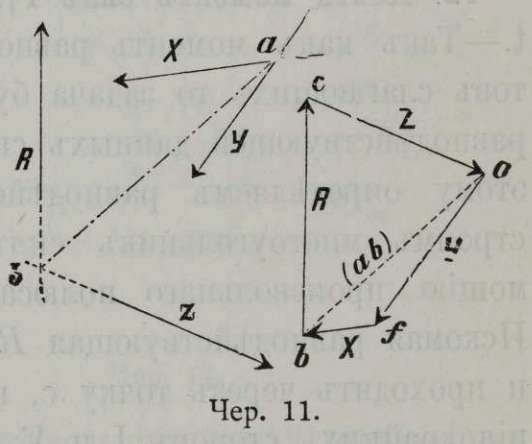
9. **Даны направленія двухъ параллельныхъ силъ A и B; опредѣлить напряженія этихъ силъ такимъ образомъ, чтобы онѣ уравновѣшивали силы P_1, P_2, P_3, P_4.** (Чер. 10). — На данныхъ силахъ P_1, P_2, P_3, P_4, строимъ многоульникъ силъ (чер. 10a). Беремъ произвольный полюсъ O и строимъ веревочный многоугольникъ, котораго крайнія стороны I и V пересѣкаютъ направленія силъ A и B въ точкахъ a и b. Равнодѣйствующая R данныхъ силъ про-



Чер. 10.

ходитъ черезъ точку c въ которой встрѣчаются крайнія стороны I и V веревочнаго многоугольника. Эту равнодѣйствующую разлагаемъ на двѣ слагающія по направленіямъ прямыхъ A и B. Для этого соединяемъ a съ b, а черезъ O проводимъ Oz параллельно ab до пересѣченія съ силовымъ многоугольникомъ m1234 въ z. Прямая Oz дѣлитъ равнодѣйствующую m4 на двѣ части и получаемъ замкнутый многоугольникъ m1234zm котораго углы при m и 4 равны нулю, а каждый изъ остальныхъ=180°. Сила mz составляетъ треугольникъ съ лучами I и Oz, а такъ какъ параллельные имъ веревочныя стороны встрѣчаются на линіи A, то слѣдуетъ что A = mz и B = z4.

10. **Дана сила R и положеніе трехъ другихъ силъ x, y, z, не пересѣкающихся въ одной точкѣ; опредѣлить величины послѣднихъ такимъ образомъ, чтобы онѣ уравновѣшивали силу R.** — Когда силы находятся въ равновѣсіи то сила, уравновѣшивающая двѣ изъ нихъ, равна и противоположна силѣ, уравновѣшивающей двѣ остальныя. Если, поэтому, (чер. 11) продолжимъ R и Z до пересѣченія въ b, а X и Y—до пересѣченія въ a, то эта уравновѣшивающая сила проходитъ черезъ b и a, т. е она совпадаетъ съ прямой ab. На силѣ R и на прямыхъ z и ba строимъ треугольникъ bca (чер. 11a), и разлагаемъ ba по направленіямъ силъ X и Y; получаемъ: bf = X, af = Y. Стороны въ которыя направлены силы X, Y и Z, получаются по правилу непрерывнаго движенія вдоль периметра силового четыреугольника bcaf, начиная движеніе отъ точки b по направленію къ c, данному стрѣлкой силы R.



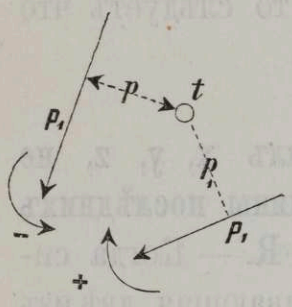
Чер. 11.

Статическіе моменты силъ.

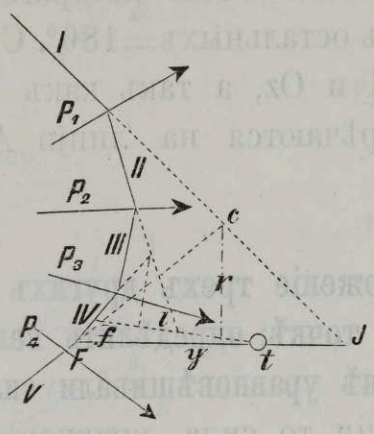
11. **Статическимъ моментомъ** силы P по отношенію къ точкѣ t (чер. 12) называютъ произведеніе силы на ея разстояніе ротъ этой точки. Если, поэтому, статическій моментъ означимъ черезъ M, то

$$M = P.p.$$

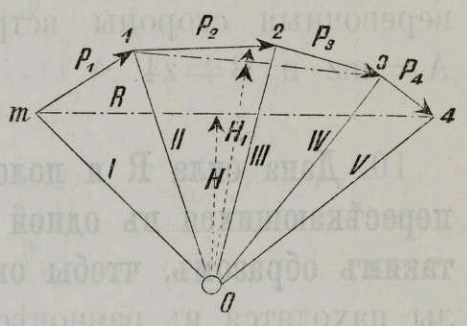
Перпендикуляръ p называется *плечо* силы P. Если себѣ представимъ что p—твердый рычагъ имѣющій въ t шарниръ, то сила P стремится вращать этотъ рычагъ около t. Мы будемъ считать *моментъ положительнымъ*, когда соотвѣтствующее ему вращеніе направлено слѣва вправо (направленіе часовой стрѣлки), и *отрицательнымъ*—при обратномъ направленіи вращенія.



Чер. 12.



Чер. 13.



Чер. 13а.

12. **Найти моментъ силъ P_1, P_2, P_3, и P_4 по отношенію къ точкѣ t.**—Такъ какъ моментъ равнодѣйствующей равенъ суммѣ моментовъ слагающихъ то задача будетъ рѣшена, если найдемъ моментъ равнодѣйствующей данныхъ силъ по отношенію къ точкѣ t. Поэтому опредѣляемъ равнодѣйствующую данныхъ силъ, для чего строимъ многоугольникъ силъ m1234 (чер. 13а), и затѣмъ помощію произвольнаго полюса O—веревочный многоугольникъ. Искомая равнодѣйствующая *R* равна и параллельна прямой $\overline{m4}$ и проходитъ черезъ точку c, въ которой пересѣкаются продолженія крайнихъ сторонъ I и V веревочнаго многоугольника.

Проведемъ черезъ t прямую FJ, параллельную R, до пересѣченія съ крайними сторонами веревочнаго многоугольника въ F и J, и опустимъ изъ O перпендикуляръ H на $\overline{m4}$. Изъ подобія треугольниковъ FCJ и mO4 получаемъ:

$$\frac{\overline{FJ}}{\overline{m4}} = \frac{r}{H}$$

откуда, такъ какъ $\overline{m4} = R$

$$\overline{FJ} = \frac{Rr}{H}$$

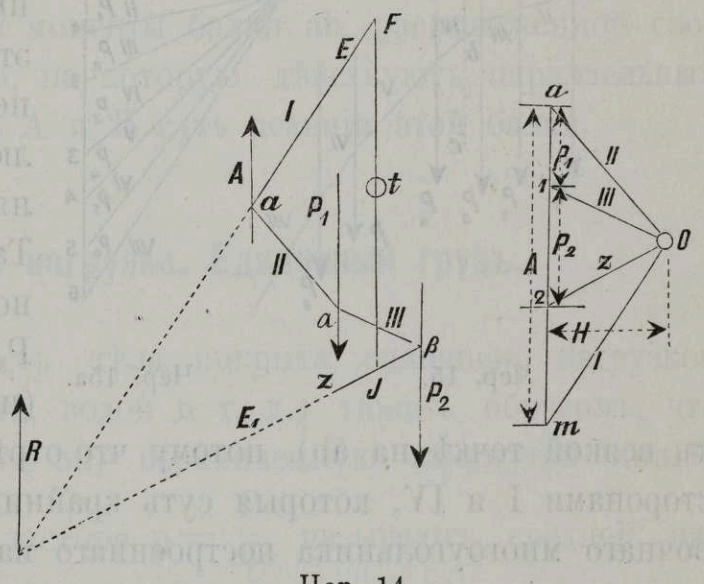
или, означивъ моментъ Rr черезъ M, и отрѣзокъ FJ черезъ y,

$$H.y = M$$

Послѣднее уравненіе даетъ слѣдующее правило: *Если черезъ точку вращенія проведемъ параллель равнодѣйствующей данныхъ силъ, то отрѣзокъ у этой параллели, отсѣченный крайними сторонами веревочнаго многоугольника, умноженный на полюсное разстояніе H, равенъ статическому моменту этихъ силъ.* Знакъ момента опредѣляется направленіемъ его вращенія.

Въ произведеніи R.r нужно R выражать въ силовыхъ, а r—въ линейныхъ единицахъ (напр. R въ килограммахъ, а r—въ метрахъ). При опредѣленіи произведенія H.y всего удобнѣе измѣрять y по масштабу силъ, а H—по масштабу разстояній.

Чтобы получить моментъ силъ P_2 и P_3 по отношенію къ точкѣ t нужно, согласно предыдущему правилу, провести равнодѣйствующую $\overline{13}$ этихъ силъ, опустить изъ O на $\overline{13}$ перпендикуляръ H_1, провести черезъ t прямую $fi \parallel \overline{13}$, и опредѣлить ея пересѣченія f и i съ крайними сторонами IV и II веревочнаго многоугольника, построеннаго на силахъ P_2 и P_3. Искомый моментъ $M_1 = H_1 fi$.



Чер. 14.

13. **Найти моментъ параллельныхъ силъ A P_1 и P_2 по отношенію къ точкѣ t** (чер. 14). На данныхъ силахъ строимъ силовой многоугольникъ ma12, откладывая силы A, P_1 и P_2 по правилу непрерывнаго движенія; беремъ произвольный полюсъ O, проводимъ лучи I, II, III, z, и строимъ веревочный многоугольникъ $Ea\alpha\beta E_1$. Если черезъ t проведемъ прямую, параллельную даннымъ силамъ, и означимъ ея точки пересѣченія съ крайними веревочными сторонами Ea и βE_1 черезъ F и J, а полюсное разстояніе—черезъ H, то

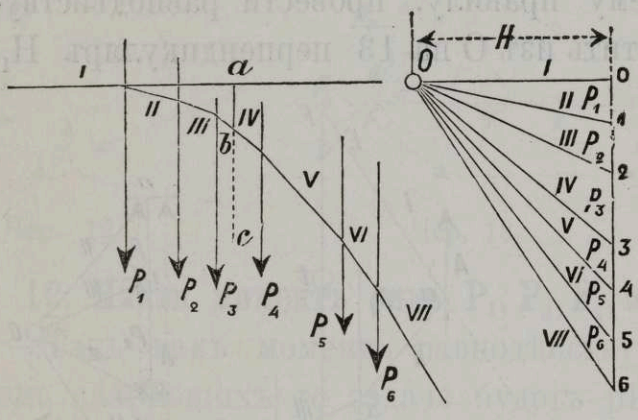
$$M = H.\,\overline{FJ}$$

Этотъ моментъ положительный, потому что равнодѣйствующая R силъ A, P_1 и P_2 проходитъ черезъ точку пересѣченія крайнихъ веревочныхъ сторонъ z и I, которая получается слѣва t, а какъ

$A > P_1 + P_2$, то равнодѣйствующая направлена вверхъ, она вращаетъ, поэтому, около t вправо.

14. Даны параллельныя силы P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6; опредѣлить по отношенію къ какой бы то ни было точкѣ на плоскости моментъ силъ находящихся слѣва точки вращенія *) (Чер. 15).

Строимъ многоугольникъ силъ, для чего откладываемъ силы P_1, P_2 . . . P_6 въ непрерывномъ порядкѣ. Полюсъ O принимаемъ на прямой $\overline{Oo}$ возставленной въ o перпендикулярно къ $\overline{o6}$ и строимъ веревочный многоугольникъ (чер. 15). Если продолжимъ крайнюю сторону I этого многоугольника, то отрѣзокъ всякой прямой параллельной $\overline{16}$, заключенный между веревочнымъ многоугольникомъ и этой продолженной стороной I, умноженный на полюсное разстояніе H, равняется искомому моменту. Такъ произведеніе $\overline{ab}$. H равно моменту силъ P_1, P_2 и P_3 по отношенію къ точкѣ C (и вообще, по отношенію къ всякой точкѣ на ab), потому что отрѣзокъ ab заключенъ между сторонами I и IV, которыя суть крайними сторонами для веревочнаго многоугольника построеннаго на силахъ P_1, P_2, и P_3.



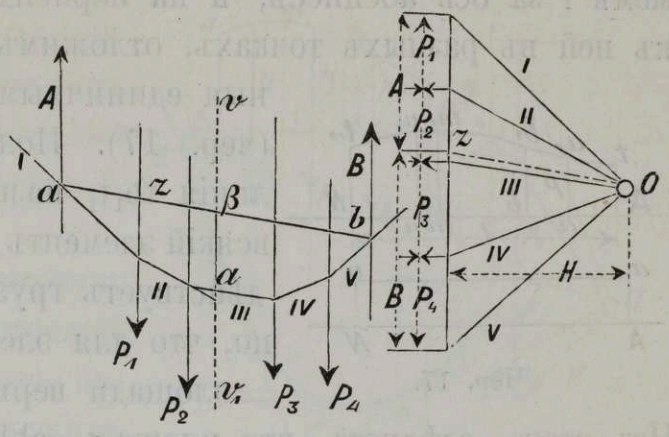
Чер. 15.

Чер. 15a.

15. Даны параллельныя силы P_1, P_2, P_3, P_4. Найти силы A и B уравновѣшивающія данныя, и опредѣлить для какой-нибудь точки моментъ силъ, находящихся по одну сторону ея. (Чер. 16). Силы A и B получаются по способу, уясненному въ (8). Если въ полученномъ по этому способу многоугольникѣ проведемъ параллель vv_1, и означимъ точки пересѣченія ея съ веревочными сторонами черезъ α и β, то произведеніе $\overline{\alpha\beta}$.H = статическому моменту лѣвыхъ силъ A, P_1 и P_2, взятому по отношенію ко всякой

*) Эта задача можетъ быть выражена также слѣдующимъ образомъ: на балку, защемленную однимъ концомъ и свободную на другомъ, дѣйствуютъ вертикальныя силы P_1, P_2 . . P_6; опредѣлить произведенныя ими въ сѣченіяхъ балки сгибающіе моменты.

точкѣ на vv_1, потому что точки α и β находятся на крайнихъ сторонахъ z и III веревочнаго многоугольника, построеннаго на силахъ A, P_1 и P_2. Но $\alpha\beta.H =$ также моменту правыхъ силъ P_3, P_4 и B, взятому по отношенію къ той же точкѣ, потому что z и III можно разсматривать какъ крайнія стороны веревочнаго многоугольника, построеннаго на силахъ P_3, P_4 и B.



Чер. 16. Чер. 16а.

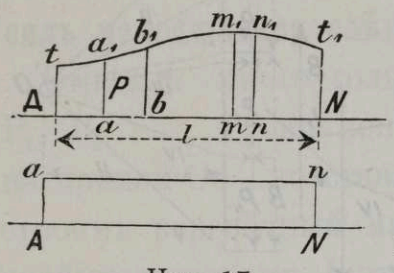
Помощію этого построенія получаются сгибающіе моменты балки ab, расположенной свободно на опорахъ a и b, на которую дѣйствуютъ параллельныя силы P_1, P_2 . . . Силы A и B суть реакціи этой балки.

Непрерывная нагрузка. Единичный грузъ.

16. Когда поверхность тѣла покрыта сплошной нагрузкой (землей, пескомъ, зерномъ, водой и т. д.) такимъ образомъ, что на очень малую часть ея $\Delta\Omega$, ограниченную замкнутой линіей дѣйствуетъ грузъ P, то частное $p = \frac{P}{\Delta\Omega}$ называютъ средней нагрузкой на единицу поверхности элемента $\Delta\Omega$. При безконечно маломъ $\Delta\Omega$ эта частица поверхности превращается въ точку $\Delta\Omega$, и тогда $p = \frac{P}{\Delta\Omega}$ выражаетъ нагрузку этой точки, отнесенную къ единицѣ площади. Величина p не означаетъ поэтому силу, но *отношеніе силы къ площади.*

Если нагрузка распредѣлена непрерывно вдоль линіи l, и элементу dl этой линіи соотвѣтствуетъ грузъ P, то частное $p = \frac{P}{dl}$ будетъ средняя нагрузка этого элемента на единицу длины, или *единичная нагрузка* точки, соотвѣтствующей элементу dl. Единичная нагрузка не означаетъ силу, но отношеніе силы къ длинѣ.

Въ дальнѣйшемъ будемъ принимать, что линія l прямая, и нагрузка p во всякой точкѣ перпендикулярна къ этой линіи. Примемъ l за ось абсциссъ, и на перпендикулярахъ, возставленныхъ къ ней въ разныхъ точкахъ, отложимъ ординаты aa_1, bb_1..., равныя единичнымъ грузамъ p этихъ точекъ (чер. 17). Полученная такимъ образомъ линія tb_1t_1 называется *линія нагрузки*. На всякій элементъ dx линіи AN (т. е. линіи l) дѣйствуетъ грузъ pdx и изъ чертежа видно, что для элемента mn pdx = mn. mm_1 = =площади вертикальной полосы mnn_1m_1. Изъ этого слѣдуетъ что площадь abb_1a_1, соотвѣтствующая отрѣзку ab прямой AN, представляетъ дѣйствующую на ab нагрузку; эту площадь будемъ вслѣдствіе того называть *площадью нагрузки* отрѣзка ab.



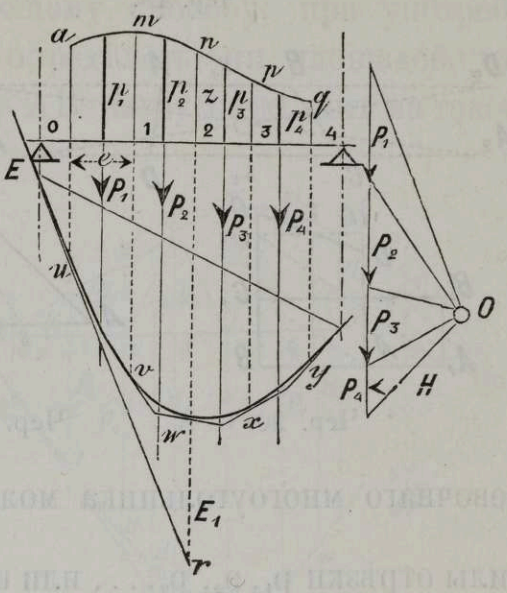
Чер. 17.

Если прямая AN нагружена равномѣрно, то p будетъ величина постоянная, а линія tb_1t_1 превращается въ прямую параллельную AN (чер. 17a); площадь нагрузки имѣетъ въ этомъ, для практики наиболѣе важномъ случаѣ, видъ прямоугольника AanN.

Когда нагрузка перемѣнна то она можетъ быть положительной и отрицательной, и тогда притивоположные по знаку единичные грузы p нужно откладывать отъ оси абсциссъ MN въ противопожныя стороны.

17. **Веревочный многоугольникъ непрерывной нагрузки** (чер. 18). Площадь oanq4 нагрузки дѣлимъ вертикальными прямыми m1, n2... на части oam1, 1mn2, 2np3..., и каждую часть замѣняемъ равнодѣйствующей P_1, P_2, P_3..., равной площади ея, которой точка приложенія находится въ центрѣ тяжести соотвѣтственной площади. Такъ напр. сила P_3=площади четыреугольника 2np3, и проходитъ черезъ центръ тяжести z этого четыреугольника. Строимъ веревочный многоугольникъ для нагрузки, образованной силами P_1, P_2, P_3... Точки u, v, w... этой линіи, находящіяся на продолженіи дѣлящихъ прямыхъ ao, m1, n2... суть точки искомой веревочной линіи, потому что если возьмемъ вертикальныя ординаты этой линіи по отношенію къ сторонѣ ея EE_1 то по (12) эти ординаты, умноженныя на полюсное разстояніе H, равны моментамъ силъ, находящихся слѣва соотвѣтственныхъ ординатъ. Поэтому,

напр., произведеніе $\overline{wr}.H$ равно суммѣ моментовъ силъ P_1 и P_2, взятыхъ по отношенію къ точкѣ 2, а какъ сумма моментовъ слагающихъ равна моменту равнодѣйствующей то слѣдуетъ, что сумма моментовъ безконечно малыхъ силъ pdx, изображенныхъ площадью oamn2, взятыхъ по отношенію къ 2, равна тоже $\overline{wr}.H$.



Чер. 18.

Всякую непрерывную нагрузку можно представить себѣ состоящей изъ сосредоточенныхъ грузовъ, находящихся на безконечно близкихъ между собою разстояніяхъ; вершины соотвѣтствующаго ей веревочнаго многоугольника лежатъ на линіяхъ дѣйствія этихъ грузовъ, изъ чего слѣдуетъ что стороны веревочнаго многоугольника непрерывной нагрузки безконечно малы, т. е. *этотъ многоугольникъ имѣетъ видъ кривой линіи.*

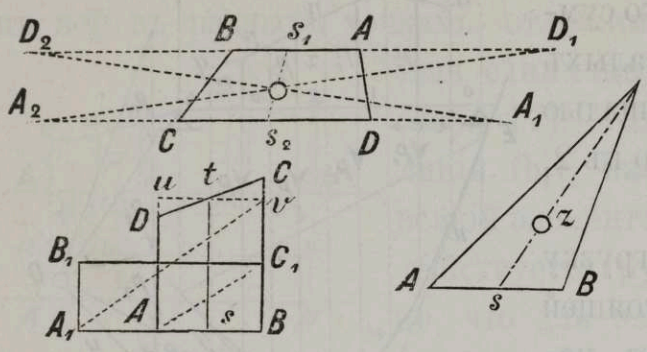
Изъ предыдущаго заключаемъ: *Стороны веревочнаго многоугольника, построеннаго на равнодѣйствующихъ* P_1, P_2, P_3... (чер. 18) *касательны къ дѣйствительной веревочной кривой, и точки касанія находятся на продолженіи дѣлящихъ прямыхъ oa, 1m, 2n...* Разстояніе этихъ прямыхъ между собою нужно брать столь малымъ, чтобы заключенныя между ними отрѣзки am, mn... линіи mnq можно было принимать за прямыя, такъ какъ тогда отсѣченныя этими прямыми фигуры будутъ трапеціи и треугольники, которыхъ площади и центры тяжести легко опредѣлить. Если, какъ это часто бываетъ, трапеція приближается къ прямоугольнику, то безъ замѣтной ошибки можно принять, что соотвѣтствующая сила P проходитъ черезъ середину ширины трапеціи; такъ напр. сила P_3 дѣлитъ почти точно ширину 2 3 пополамъ *).

*) Точно центръ тяжести трапеціи получается слѣдующимъ образомъ (чер. 19): Если BA и CD параллельныя стороны, то на продолженіи BA откладываемъ $AD_1 = BD_2 = CD$ и на продолженіи $CD — DA_1 = CA_2 = AB$; центръ тяжести находится въ пересѣченіи прямыхъ D_1A_2 и D_2A_1 (а также на прямой s_1s_2, соединяющей середины параллельныхъ сторонъ).

Центръ тяжести z треугольника находится на прямой Cs, соединяющей середину основанія AB (чер. 19a) съ противоположной вершиной, въ разстояніи $= {}^1/_3$ Cs отъ AB (т. е. $sz = {}^1/_3$ Cs).

Для удобства построенія слѣдуетъ дѣлить площадь нагрузки на части равной ширины. Если длины среднихъ линій полученныхъ

Чер. 19.



Чер. 20.

Чер. 19а.

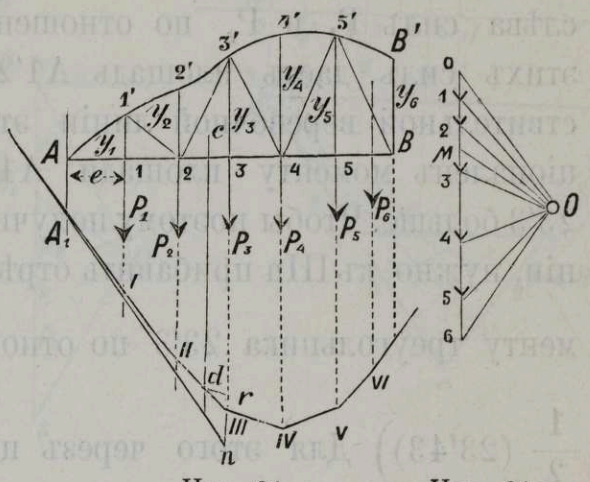
такимъ образомъ трапецій 01 ma, 12mn... обозначимъ черезъ p_1, p_2.... а ихъ общую ширину ($\overline{01} = \overline{12} = \ldots$) черезъ e, то, $P_1 = ep_1$ $P_2 = ep_2$ $P_3 = ep_3 \ldots$, т. е. силы P_1, P_2, $P_3 \ldots$ будутъ пропорціональны длинамъ p_1, p_2, $p_3 \ldots$ При построеніи веревочнаго многоугольника можно въ такомъ случаѣ принимать за силы отрѣзки p_1, p_2, $p_3 \ldots$, или ихъ m-я части $\frac{p_1}{m}, \frac{p_2}{m}, \frac{p_3}{m} \ldots$, (т. е. величины $\frac{P_1}{em}, \frac{P_2}{em}, \frac{P_3}{em} \ldots$). Такое дѣйствіе имѣетъ вліяніе только на масштабъ, которымъ должны быть измѣрены результаты построенія (моменты, реакціи и т. д.), т. е. послѣдніе должны быть умножены на em. Для полученія длинъ p_1, $p_2 \ldots$ слѣдуетъ при дѣленіи нагрузки на n частей раздѣлить длину ея на 2n равныхъ частей.

Иногда бываетъ невозможно дѣлить длину нагрузки на равныя части; тогда для избѣжанія вычисленія площадей, превращаютъ части, полученныя дѣлящими прямыми, въ прямоугольники съ общимъ основаніемъ e.

Чтобы превратить трапецію ABCD (чер. 20) *въ прямоугольникъ съ основаніемъ* $e = A_1B$ беремъ прямоугольникъ AuvB котораго высота Bv = средней линіи st трапеціи; соединяемъ A_1 съ v, и черезъ A проводимъ $AC_1 = A_1v$, то BC_1—искомая высота равновеликаго прямоугольника. Потому что по построенію $\frac{C_1B}{vB} = \frac{AB}{A_1B}$, откуда $C_1B.A_1B = AB.vB. = AB.st$.

Задача: *Превратить треугольникъ въ прямоугольникъ съ основаніемъ c* рѣшается просто на томъ основаніи, что треугольникъ равенъ прямоугольнику одинаковаго съ первымъ основанія, и вдвое меньшей высоты.

18. **Второй способъ построенія веревочнаго многоугольника непрерывной нагрузки.**—Въ большинствѣ случаевъ веревочный многоугольникъ получается проще по слѣдующему способу, при употребленіи котораго не бываетъ нужно опредѣлять ни площадей, ни центровъ тяжести. (Чер. 21). Длину AB нагрузки дѣлимъ на такое число равныхъ частей, чтобы отрѣзки A1′, 1′2′,... опредѣляющей ее кривой A3′B′, заключенные между двумя смежными вертикалями проведенными черезъ точки дѣленія, можно было разсматривать за прямыя. Представимъ себѣ что въ образованныхъ этими вертикалями полосахъ проведенъ непрерывный рядъ діагоналей (которыя въ дѣйствительности проводить не нужно), образующій зигзагообразную линію 1′ 2 3′ 4... Площадь нагрузки можно теперь разсматривать разбитой на четыреугольники A121′, 1′23′2′, 23′43... изъ которыхъ каждый состоитъ изъ двухъ треугольниковъ, имѣющихъ общее вертикальное основаніе $y_1 = 11'$, $y_2 = \overline{22'}$... и равныя высоты $e = \overline{A1} = \overline{12} = \overline{23} = \ldots$ Площади этихъ четыреугольниковъ равны (соотвѣтственно) ey_1, ey_2, ey_3..., т. е. онѣ пропорціональны величинамъ y_1, y_2, y_3—изъ чего слѣдуетъ что эти величины (или ихъ m-я части) могутъ быть приняты за силы. Легко узнать что центры тяжести четыреугольниковъ A1′21, 1′23′2′... находятся на вертикаляхъ y_1, y_2...



Чер. 21. Чер. 21а.

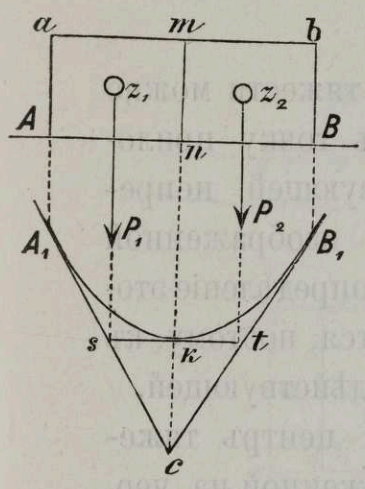
Для построенія силового многоугольника приняты на чер. 21а за силы половины этихъ вертикалей, т. е. отложено $\overline{01} = \frac{y_1}{2}$, $\overline{12} = \frac{y_2}{2}$..., и помощію произвольнаго полюса O построенъ по общему правилу веревочный многоугольникъ A_1 I II III... (чер. 21b). Сила, представленная послѣднимъ треугольникомъ 5′BB′ прибавлена отдѣльно; она $= \frac{1}{2}\left(\frac{y_6}{2}\right) = \frac{y_6}{4}$, и проходитъ въ разстояніи $\frac{1}{3}$e отъ BB′.

Примѣчаніе. Стороны полученнаго такимъ образомъ веревочнаго многоугольника не касательны къ веревочной линіи, но онѣ отклоняются отъ касательныхъ очень мало. Такъ, если продолжимъ вертикаль y_3 до пересѣченія съ крайней стороной въ n, то отрѣзокъ ея IIIn, заключенный между этой стороной и веревочнымъ многоугольникомъ, пропорціоналенъ суммѣ моментовъ находящихся слѣва силъ P_1 и P_2 по отношенію къ вертикалѣ y_3. Но сумма этихъ силъ даетъ площадь A1′2′3′2, между тѣмъ какъ въ дѣйствительной веревочной линіи этотъ отрѣзокъ былъ бы пропорціоналенъ моменту площади A1′2′3′3, которая на треугольникъ 23′3 больше. Чтобы поэтому получить на 3n точку r веревочной линіи, нужно къ IIIn прибавить отрѣзокъ IIIr, пропорціональный моменту треугольника 23′3 по отношенію къ y_3 $\left(\text{гдѣ } \Delta(23'3) = \frac{1}{2}(23'43)\right)$ Для этого черезъ центръ тяжести треугольника 23′3 проводимъ вертикаль cd до пересѣченія съ II Ш въ d; силу $P_3 = \overline{23}$ (на чер. 21a) дѣлимъ въ μ пополамъ и черезъ d проводимъ dr $\| O\mu$ до пересѣченія съ 3n въ r. Дѣйствительная веревочная линія проходитъ черезъ точку r, и изъ чертежа легко узнать что при достаточно маломъ e разность rm всегда будетъ столь незначительна, что безъ замѣтной неточности можно точку r замѣнить точкой III.

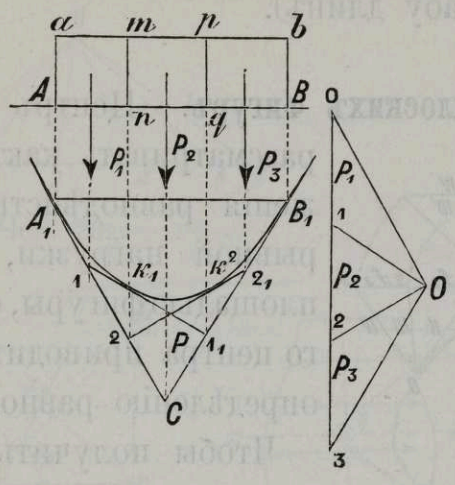
19. **Веревочная линія равномѣрной непрерывной нагрузки** (чер. 22).—Площадь нагрузки AabB раздѣлимъ прямой nn пополамъ и замѣнимъ площади Aamn и mnbB соотвѣтственными силами P_1 и P_2, проходящими черезъ ихъ центры тяжести z_1 и z_2. Очевидно что силы P_1 и P_2 раздѣлятъ An и nB пополамъ. Построимъ для P_1 и P_2 веревочный многоугольникъ A_1stB_1; его стороны A_1s, st и tB_1, по доказанному выше, суть касательныя къ искомой веревочной кривой, и ихъ точки касанія находятся на продолженіи вертикалей Aa, mn и Bb въ A_1, k и B_1. Такъ какъ mn проходитъ черезъ середину разстоянія z_1z_2, то k дѣлитъ отрѣзокъ st пополамъ, и изъ построенія имѣемъ: $A_1s = sc$ и $ct = tB_1$.

На (чер. 23) нагрузка ABba раздѣлена вертикалями mn и pq на 3 равныя части, для которыхъ построенъ веревочный многоугольникъ $A_11p2_1B_1$. Легко узнать что продолженія сторонъ 1p

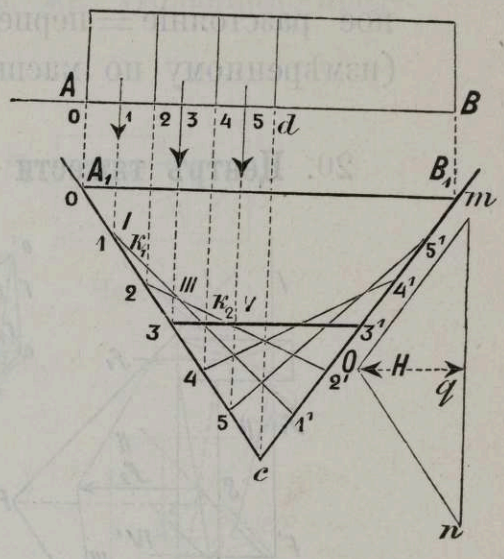
и $p2_1$ дѣлятъ A_1c и cB_1 на 3 равныя части, и что точки 2 и 1 находятся, точно также какъ и точки k_1 и k_2 искомой веревочной кривой, на продолженіи дѣлящихъ вертикалей mn и pq.



Чер. 22.



Чер. 23.



Чер. 24.

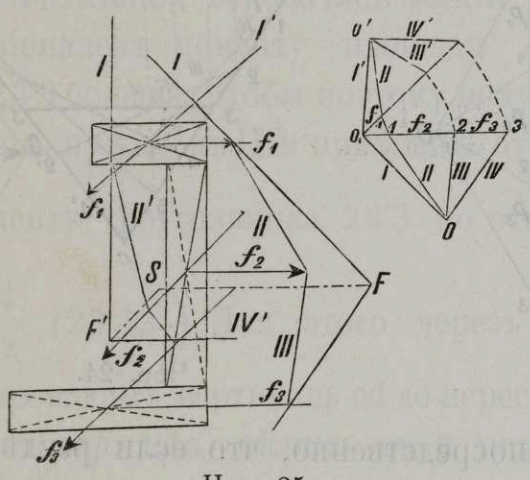
Изъ предыдущаго слѣдуетъ непосредственно, что если раздѣлимъ A_1c и cB_1 на произвольное число n равныхъ частей, и обозначимъ точки дѣленія на A_1c отъ A_1 къ c, и на cB_1—отъ c къ B_1, цифрами 1, 2, 3 . . . то соединивъ одноименныя точки дѣленій (т. е. 1 съ 1_1, 2 съ 2_1 . . .) прямыми линіями, получимъ веревочный многоугольникъ, соотвѣтствующій раздѣленію нагрузки на n равныхъ частей.

На чер. 24 нагрузка раздѣлена на 6 равныхъ частей. Вершины I, Ш, V . . . веревочнаго многоугольника находятся на вертикаляхъ точекъ дѣленія 1, 3, 5 . . . , а точки касанія A_1, k_1, k_2 . . . на вертикаляхъ остальныхъ точекъ дѣленія A, 2, 4 . . .

Веревочная линія для равномѣрной нагрузки можетъ быть построена, поэтому, слѣдующимъ образомъ (чер. 24а). Строимъ произвольный уголъ A_1cB_1 такъ, чтобы его вершина c находилась на вертикалѣ dc, дѣлящей длину нагрузки пополамъ, и проектируемъ концы нагрузки на стороны этого угла, получаемъ точки A_1 и B_1. Отрѣзки A_1c и cB_1 дѣлимъ на одинаковое число равныхъ частей и точки дѣленія соединяемъ въ порядкѣ, указанномъ на чертежѣ. Искомая веревочная линія есть огибающая полученнаго многоугольника, и изъ построенія слѣдуетъ непосредственно, что эта линія есть *парабола*. Чтобы получить полюсное разстояніе H

откладываемъ на произвольной вертикалѣ длину mn = всей нагрузкѣ (чер. 24b) и черезъ концы ея m и n проводимъ прямыя mO и nO, параллельныя крайнимъ сторонамъ A_1c и cB_1 веревочнаго многоугольника, до взаимнаго пересѣченія ихъ въ O. Полюсное разстояніе = перпендикуляру Oq, опущенному изъ O на mn (измѣренному по масштабу длинъ).

20. **Центръ тяжести плоскихъ фигуръ.**—Центръ тяжести можно разсматривать какъ точку приложенія равнодѣйствующей непрерывной нагрузки, изображенной площадью фигуры, опредѣленіе этого центра приводится, поэтому, къ опредѣленію равнодѣйствующей.



Чер. 25.

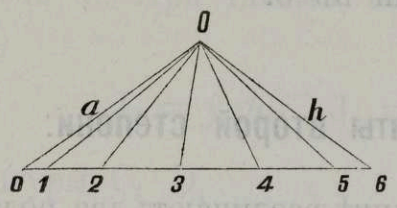
Чтобы получить центръ тяжести фигуры, изображенной на чер. 25, разбиваемъ ее на 3 прямоугольника, которыхъ площади f_1, f_2 и f_3 разсматриваемъ какъ параллельныя силы, приложенныя въ ихъ центрахъ тяжести. Принявъ направленіе этихъ силъ горизонтально, и построивъ для нихъ веревочный многоугольникъ I II III получаемъ, что центръ тяжести долженъ находиться на прямой FS; при наклонномъ положеніи тѣхъ же силъ новый веревочный многоугольникъ I′II′III′ даетъ другую прямую F′S, на которой тоже лежитъ искомый центръ, онъ находится поэтому въ точкѣ пересѣченія S прямыхъ FS и F′S.

Когда фигура имѣетъ ось симметріи, то центръ тяжести ея находится на этой оси и тогда достаточно построить только одинъ веревочный многоугольникъ при предположеніи, что направленіе силъ составляетъ съ осью симметріи нѣкоторый (всего лучше прямой) уголъ. Такъ для фигуры, чер. 26, которой ось вертикальна, принято что силы имѣютъ горизонтальное направленіе, и помощію построеннаго для нихъ веревочнаго многоугольника получена прямая центра тяжести xx.

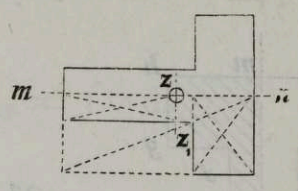
Для слѣдующихъ, на практикѣ весьма часто встрѣчающихся фигуръ, центръ тяжести можетъ быть опредѣленъ безъ помощи веревочнаго многоугольника.

а) *Угольникъ* (чер. 27). Угольникъ можно разсматривать какъ

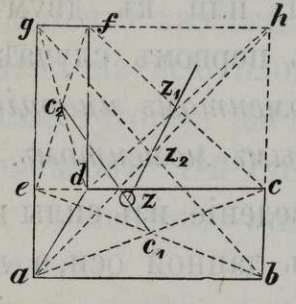
сумму прямоугольниковъ abce и edfg, которыхъ центры тяжести находятся въ c_1 и c_2, а такъ какъ точка приложенія равнодѣйствующей двухъ параллельныхъ силъ находится на прямой, соединяющей точки приложенія слагающихъ, то центръ тяжести угольника лежитъ на прямой c_1c_2. Но тотъ же угольникъ пред-



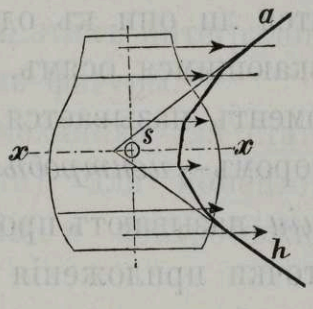
Чер. 26a.



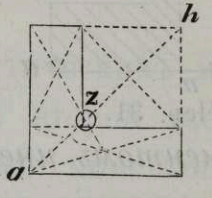
Чер. 29.



Чер. 27.



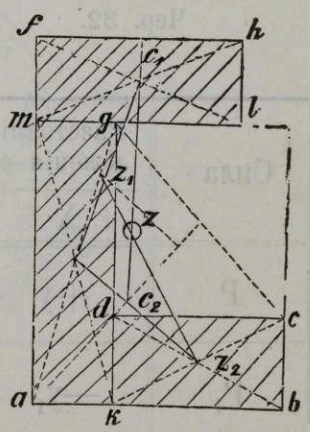
Чер. 26.



Чер. 28.

ставляетъ разность прямоугольниковъ abhg и dchf, имѣющихъ центры тяжести въ z_2 и z_1, центръ тяжести угольника находится поэтому также на прямой z_1 z_2, и получается въ точкѣ пересѣченія z прямыхъ c_1c_2 и z_1z_2.

Если соединимъ d съ a, то da || z_1z_2, потому что точки z_1 и z_2 дѣлятъ dh и ah пополамъ; когда, слѣдовательно, прямая c_1c_2 построена, то для полученія центра z достаточно изъ середины z_1 прямой fc провести z_1z || ad. Въ равнобедренномъ угольникѣ съ одинаковой толщиной полокъ треугольникъ adh превращается въ прямую ah. (Чер. 28).



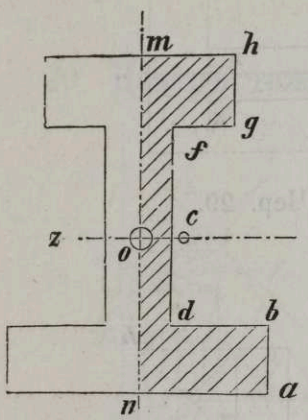
Чер. 30.

b) *Простой тавръ* (чер. 29). Ось mn дѣлитъ тавръ на два одинаковые угольника. Искомый центръ тяжести z находится въ пересѣченіи съ mn прямой, проведенной черезъ центръ тяжести z_1 одного изъ этихъ угольниковъ, перпендикулярно къ mn.

e) *II—образное желѣзо* (чер. 30). Разбиваемъ фигуру на прямоугольникъ fhlm и угольникъ mabcdg, и опредѣляемъ ихъ центры тя-

жести c_1 и c_2; затѣмъ повторяемъ тоже дѣйствіе для прямоугольника bcdk и угольника kglhfa, получаемъ точки z_1 и z_2. Центръ тяжести находится въ пересѣченіи прямыхъ c_1c_2 и z_1z_2.

d) *Несимметричная двутавровая* фигура (чер. 31). Опредѣляемъ центръ тяжести с П-образной половины nabdfghm, и черезъ с приводимъ cz ⊥ mn до пересѣченія съ mn въ o.

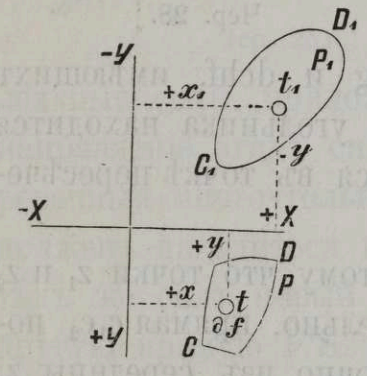


Чер. 31.

Моменты второй степени.

21.—Въ механикѣ различаютъ два рода моментовъ второй степени, смотря по тому, относятся ли они къ одной, или къ двумъ пересѣкающимся осямъ. Въ первомъ случаѣ такой моментъ называется *моментомъ инерціи*, а во второмъ—*центробѣжнымъ моментомъ*.

Моментомъ инерціи называютъ произведеніе изъ силы на квадратъ разстоянія ея точки приложенія отъ данной оси, а *центробѣжнымъ моментомъ*—произведеніе, которое получится если умножимъ силу на разстояніе ея точки приложенія отъ одной и отъ другой оси, причемъ разстоянія нужно брать со знаками. Такъ если въ точкѣ t (чер. 32) дѣйствуетъ сила P а въ точкѣ t_1 сила P_1, то при указанныхъ на чертежѣ знакахъ осей XX и YY моменты 2-й степени будутъ имѣть значенія, приведенныя въ слѣдующей таблицѣ:



Чер. 32.

Сила	Разстояніе точки приложенія силы отъ оси		Моментъ инерціи по отношенію къ оси		Центробѣжный моментъ по отношенію къ осямъ X и Y
	X	Y	X	Y	
P	+y	+x	Py^2	Px^2	Pxy
P_1	$-y_1$	$+x_1$	$P_1y_1^2$	$P_1x_1^2$	$-P_1x_1y_1$

Моментъ инерціи по отношенію къ какой-нибудь оси u будемъ обозначать черезъ J_u, а центробѣжный моментъ по отношенію къ осямъ u и v—черезъ Z_{uv}.

Теорія моментовъ второй степени имѣетъ въ строительной механикѣ приложеніе при опредѣленіи сопротивленія изгибаемыхъ брусьевъ, и ограничивается непрерывной нагрузкой, изображаемой площадью какой-нибудь фигуры. Въ выраженіи этихъ моментовъ силой P есть всегда элементъ площади, который будемъ обозначать черезъ df. При такомъ обозначеніи будетъ для фигуры CD (чер. 32)

$$J_x = \int y^2 df \quad J_y = \int x^2 df \quad Z_{xy} = \int xy df$$

а для фигуры C_1 D_1

$$J_x = \int y_1^2 df \quad J_y = \int x_1^2 df \quad Z_{xy} = -\int x_1 y_1 df$$

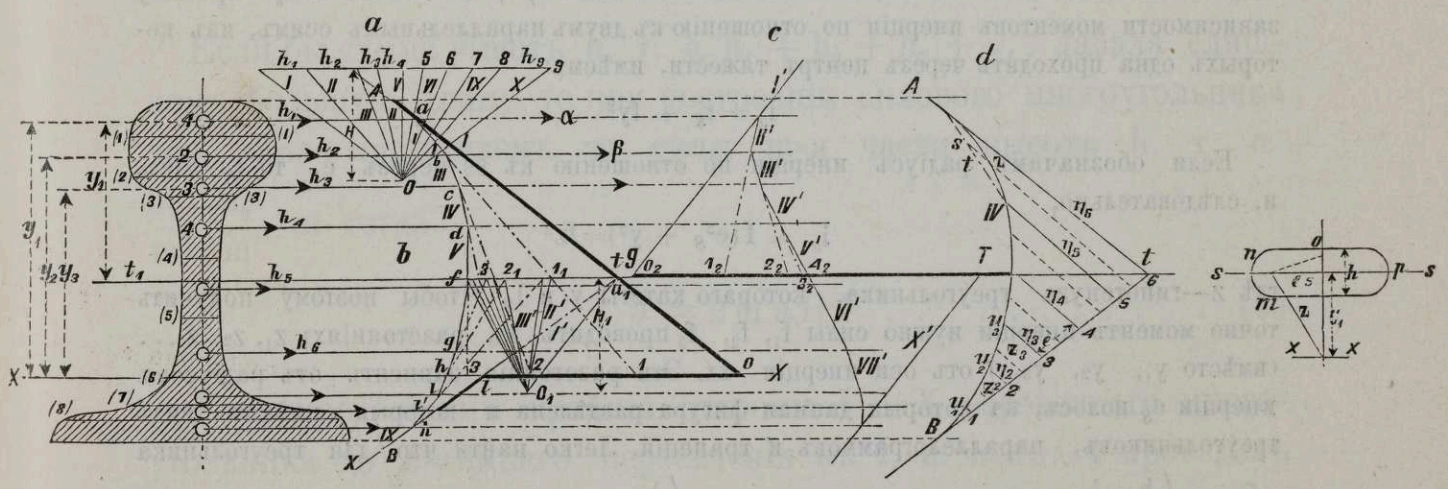
Очевидно что каждый изъ этихъ интеграловъ долженъ быть распространенъ на всю площадь фигуры.

Правила, которыя даетъ механика для статистическихъ моментовъ (моментовъ 1-й степени), для моментовъ второй степени, т. е. для моментовъ инерціи и центробѣжныхъ моментовъ, не дѣйствительны.

22. **Опредѣленіе момента инерціи.** 1) *Способъ Мора* (чер. 33).— Изъ выраженія

$$J_x = \int y^2 df$$

слѣдуетъ, что моментъ инерціи по отношенію къ оси xx не зависитъ отъ абциссъ x, поэтому за df можно принимать площадь



Чер. 33. Чер. 34.

безконечно узкой полосы, параллельной оси инерціи; y означаетъ разстояніе полосы отъ этой оси. При графическомъ опредѣленіи момента инерціи замѣняютъ безконечно узкія полосы полосами

конечной ширины и подъ у понимаютъ разстоянія центровъ тяжести этихъ полосъ отъ оси инерціи *). Дѣлящія прямыя (1) (1), (2) (2)..., которыя параллельны оси инерціи xx слѣдуетъ проводить на такихъ между собою разстояніяхъ, чтобы легко было опредѣлить площадь каждой полосы и ея центръ тяжести; во всѣхъ случаяхъ слѣдуетъ это разстояніе брать достаточно малымъ такъ какъ въ противномъ случаѣ можетъ получиться неточная веревочная кривая, или неточныя крайнія стороны ея, отъ которыхъ величина момента инерціи зависитъ.

Если обозначимъ черезъ f_1, f_2, f_3... площади полосъ и черезъ y_1, y_2, y_3...—разстоянія ихъ центровъ тяжести отъ оси инерціи, то съ достаточной для практики точностью

$$J = f_1 y^2_1 + f_2 y^2_2 + f_3 y^2_3 \ldots = \Sigma f y^2$$

Каждую изъ этихъ полосъ превратимъ въ прямоугольникъ съ общимъ основаніемъ, а высоты этихъ прямоугольниковъ обозначимъ черезъ h_1, h_2, h_3... то $f_1 = ah_1$ $f_2 = ah_2$ $f_3 = ah_3$ ... слѣдовательно

$$J = ah_1 y^2_1 + ah_2 y^2_2 + ah_3 y^2_3 \ldots = a\Sigma h y^2. \ldots\ldots (1)$$

Принимаемъ h_1, h_2, h_3... за силы (чер. 33а) дѣйствующія въ центрахъ тяжести площадей f_1, f_2, f_3... по направленію, параллель-

---

*) Пусть ss (чер. 34) ось центра тяжести полосы mnop, параллельная оси инерціи xx, y—разстояніе обѣихъ осей, f—площадь полосы, i_s —моментъ инерціи ея по отношенію къ ss, и i_x — тоже, по отношенію къ оси xx, то по извѣстному правилу зависимости моментовъ инерціи по отношенію къ двумъ параллельнымъ осямъ, изъ которыхъ одна проходитъ черезъ центръ тяжести, имѣемъ:

$$i_x = i_s + fy^2$$

Если обозначимъ радіусъ инерціи по отношенію къ ss черезъ e_s, то $i_s = fe^2_s$ и, слѣдовательно,

$$i_x = f(e^2_s + y^2) = fz^2$$

гдѣ z—гипотенуза треугольника, котораго катеты y и l_s. Чтобы поэтому получить точно моментъ инерціи нужно силы f_1, f_2, f_3 проводить въ разстояніяхъ z_1, z_2, z_3... (вмѣсто y_1, y_2, y_3...) отъ оси инерціи xx. Эти разстоянія зависятъ отъ радіусовъ инерціи e_s полосъ, на которыя данная фигура раздѣлена и которыя имѣютъ видъ треугольниковъ, параллелограммовъ и трапецій. Легко найти что для треугольника $e_s = \sqrt{\frac{h}{18}}$ а для параллелограмма $e_s = \sqrt{\frac{h}{12}}$ гдѣ h—высота. Для трапеціи можно брать $e_s = \sqrt{\frac{h}{12}}$. Такъ какъ при построеніи момента инерціи слѣдуетъ дѣлить фигуру всегда на узкія полосы то величины e_s бываютъ столь малы, что ими всегда почти пренебрегаютъ.

ному оси инерціи xx, строимъ для нихъ силовой многоугольникъ черт. 33a, и помощію произвольнаго полюса O—веревочный многоугольникъ чер. 33b. По (12) стороны этого многоугольника отсѣкаютъ на прямой параллельной силамъ отрѣзки, пропорціональныя моментамъ по отношенію къ этой прямой; если, поэтому, полюсное разстояніе обозначимъ черезъ H, то взявъ отрѣзки на xx имѣемъ

$$\overline{10} = \frac{h_1 y_1}{H} \quad \overline{12} = \frac{h_2 y_2}{H} \quad \overline{23} = \frac{h_3 y_3}{H} \ldots$$

Площадь треугольника

$$\overline{0a1} = \overline{01} \cdot \frac{y_1}{2} = \left(\frac{h_1 y_1}{H}\right) \frac{y_1}{2} = \frac{1}{2H} h_1 y_1^2$$

$$\triangle \overline{1b2} = \overline{12} \cdot \frac{y_2}{2} = \left(\frac{h_2 y_2}{H}\right) \frac{y_2}{2} = \frac{1}{2H} h_2 y_2^2 \ldots$$

слѣдовательно площадь, заключенная между веревочной линіей, ея крайними сторонами I и X, и осью инерціи xx т. е. площадь AolBkhfdcbA

$$F = \frac{1}{2H} (h_1 y^2{}_1 + h_2 y^2{}_2 + \ldots) = \frac{1}{2H} \Sigma h y^2$$

поэтому $$J = a \Sigma h y^2 = 2 a H F \ldots\ldots\ldots (2)$$

Если бы сумма высотъ h, т. е. $h_1 + h_2 + h_3 + \ldots$ давала слишкомъ большую длину, то при построеніи силового многоугольника чер. 33a принимаемъ за силы m-я части высотъ h, т. е. $\frac{h_1}{m}, \frac{h_2}{m} \ldots$ и тогда

$$J = 2 m a H F \ldots\ldots\ldots (3)$$

Если продолжимъ крайнія стороны I и X веревочнаго многоугольника до взаимнаго пересѣченія въ t, и черезъ t проведемъ $tt_1 \parallel xx$, то tt_1 проходитъ черезъ центръ тяжести фигуры. Отрѣзокъ крайнихъ сторонъ I и X (который для оси xx равнялся длинѣ $\overline{01}$) для оси tt_1 = нулю и потому моментъ инерціи по отношенію къ tt_1 будетъ зависѣть отъ площади AtBkgfdcbA.

Если эту площадь обозначимъ черезъ F_1, то моментъ инерціи по отношенію къ оси проходящей черезъ центръ тяжести фигуры

$$J_1 = 2\,a\,H\,F_1 \text{ или } J_1 = 2\,m\,a\,H\,F_1$$

смотря по тому, были ли при построеніи веревочнаго многоугольника приняты за силы высоты h, или ихъ m-я части $\frac{h}{m}$.

Подъ F_1 нужно понимать площадь ограниченную вписанной въ веревочный многоугольникъ непрерывной кривой A IV B (чер. 33b) и ея крайними касательными At и Bt. Всего точнѣе получается эта площадь по способу Симпсона, для чего одну изъ этихъ касательныхъ, напр. Bt (чер. 33d) дѣлимъ на четное число n равныхъ частей, и черезъ точки дѣленія проводимъ прямыя η_1, η_2, η_3, . . . параллельныя другой касательной At, до пересѣченія съ кривой A IV B. Если длины этихъ прямыхъ, которыми вся площадь раздѣлится на n полосъ, обозначимъ черезъ η_1, $\eta_2 \ldots \eta_n$ а ихъ разстоянія между собою измѣренныя по направленію *къ нимъ перпендикулярному* — черезъ e, то (такъ какъ $\eta_0 = 0$)

$$F_1 = \frac{e}{3}(\eta_n + 4\eta_1 + 2\eta_2 + 4\eta_3 + \ldots 4\eta_{n-1}) \text{ *)} \ldots (4)$$

Площадь F, соотвѣтствующая моменту инерціи J, взятому по отношенію къ оси xx параллельной tt, получится если къ F_1 прибавимъ площадь треугольника lto (чер. 33d) т. е.

$$F = F_1 + \triangle \overline{lto}$$

---

*) Графически площадь F_1 опредѣлилась бы слѣдующимъ образомъ (чер. 33d). Точки u_1 u_2..., въ которыхъ прямыя η_1, η_2... встрѣчаютъ кривую A IV B, соединяемъ прямыми Bu_1, u_1u_2... Въ каждой полосѣ, на которыя раздѣлена вся площадь прямыми η_1 η_2. . . проводимъ среднюю линію, пересѣкающую кривую въ точкѣ r, а хорду — въ s. Возьмемъ на rs точку t такъ, чтобы ея разстояніе отъ кривой $tr = \frac{1}{3}$ ts, означимъ длину средней линіи считая отъ t, черезъ z. Вслѣдствіе незначительности длины rs точку t достаточно опредѣлять глазомѣрно. Если длины полученныхъ такимъ образомъ среднихъ линій обозначимъ черезъ z_1, z_2.—, то

$$F_1 = e\,(z_1 + z_2 + z_3 + \ldots + z_n) = e \sum_1^n z$$

Это построеніе основано на томъ же предположеніи что и формула Симпсона, т. е. что часть кривой между двумя послѣдовательными η можно принимать за отрѣзокъ параболы. Когда кривая столь пологая, что хорда совпадаетъ съ дугой, то точка r находится на самой кривой.

23. **Способъ Кульмана**—Отрѣзки $\overline{t1_1}$, $\overline{1_1 2_1}$, $\overline{2_1 3_1}$ . . . отсѣченные продолженіемъ сторонъ веревочнаго многоугольника I II III . . . . (чер. 33b) на оси инерціи $t_1 t$, принимаемъ за новыя силы, дѣйствующія вдоль тѣхъ же прямыхъ $a\alpha$, $b\beta$. . . что и силы h_1, h_2. . . , и помощію второго полюса O_1 строимъ второй веревочный многоугольникъ I′II′III′IV′ . . . (чер. 33c). Если стороны послѣдняго продолжимъ до пересѣченія съ осью инерціи $t_1 t$ въ 0_2, 1_2, 2_2, 3_2... и означимъ новое полюсное разстояніе черезъ H_1, то

$$\overline{0_2 1_2} = \frac{\overline{0_1 1_1} \cdot y_1}{H_1} \quad \overline{1_2 2_2} = \frac{\overline{1_1 2_1} \cdot y_2}{H_1} \quad \overline{2_2 3_2} = \frac{\overline{2_1 3_1}\, y_3}{H_1}$$

и т. д.; и подставивъ для $0_1 1_1$, $1_1 2_1$ . . . ихъ значенія,

$$\overline{0_2 1_2} = \left(\frac{h_1 y_1}{H}\right)\frac{y_1}{H_1} = \frac{h_1 y_1^2}{H H_1} \quad \overline{1_2 2_2} = \frac{h_2 y_2^2}{H H_1} \quad \overline{2_2 3_2} = \frac{h_3 y_3^2}{H H_1} \ldots$$

слѣдовательно, отрѣзокъ на $t_1 t$ между крайними сторонами I′ и X′.

$$\overline{GT} = \frac{1}{H H_1}(h_1 y^2_1 + h_2 y^2_2 + h_3 y^2_3 + \ldots) = \frac{1}{H H_1}\Sigma h y^2$$

откуда $\Sigma h y^2 = H H_1 \overline{GT}$

и обозначивъ длину GT черезъ u, получимъ по (1)

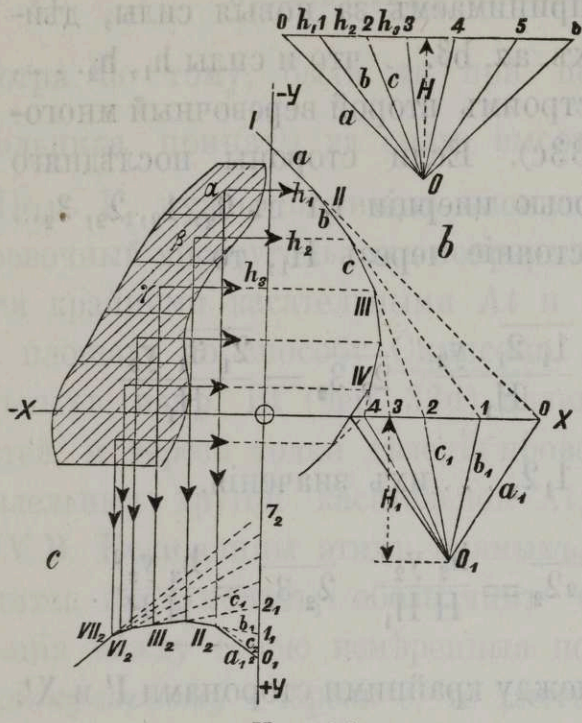
$$J = a H H_1 u \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Если при построеніи перваго веревочнаго многоугольника были приняты за силы не величины h, но ихъ m-я части $\frac{h}{m}$

то $$J = ma H H_1 u \ldots\ldots\ldots (6)$$

24. **Опредѣленіе центробѣжнаго момента.** — Центробѣжный моментъ Z_{xy} по отношенію къ двумъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ xx и yy (чер. 35) получается по способу Кульмана помощію подобнаго построенія какъ и моментъ инерціи. Такъ, чтобы получить центробѣжный моментъ фигуры чер. 35a разбиваемъ ее прямыми, параллельными одной изъ данныхъ осей, напр. xx, на полосы опредѣляемъ центры тяжести α, β, γ. . . каждой полосы, и высоты h_1, h_2, h_3 . . . равновеликихъ имъ прямоугольниковъ, имѣющихъ общее основаніе a.

Принимаемъ $\frac{h_1}{m}$, $\frac{h_2}{m}$... за силы, дѣйствующія въ α, β... по направленію параллельному xx, и строимъ для этихъ силъ, помощію полюснаго разстоянія H, веревочный многоугольникъ I II III... (чер. 35b). Отрѣзки $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$... сторонъ этого веревочнаго многоугольника на оси xx принимаемъ за новыя силы, дѣйствующія въ тѣхъ же точкахъ α, β, γ... по направленію *параллельному оси yy* и строимъ для нихъ второй веревочный многоугольникъ I_2 II_2 III_2... (чер. 35c); стороны этого послѣдняго будутъ перпендикулярны къ лучамъ второго силового многоугольника (чер. 35d), т. е.



Чер. 35.

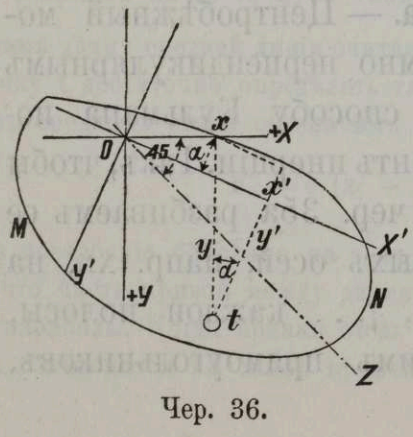
$$I_2 \perp O_1 0 \qquad II_2 \perp O_1 1 \qquad III_2 \perp O_1 2 \ldots$$

Отрѣзокъ $O_1 7_2$ отсѣченный на yy крайними сторонами I_2 и VII_2 умноженный на $m \,.\, a \,.\, H \,.\, H_1$ будетъ искомый центробѣжный моментъ, т. е.

$$Z_{xy} = m \,.\, a \,.\, H \,.\, H_1 \,\overline{O_1 7_2}$$

Доказательство получается легко подобнымъ образомъ какъ для момента инерціи.

Упрощеніе построенія центробѣжнаго момента для нѣкоторыхъ практическихъ случаевъ будетъ указано ниже.



Чер. 36.

25. **Преобразованіе моментовъ инерціи и центробѣжнаго момента.**—Пусть J_x, J_y и Z_{xy} — моменты инерціи и центробѣжный моментъ по отношенію къ прямоугольнымъ осямъ Ox и Oy, для которыхъ положительныя абсциссы считаемъ отъ yy вправо, а положительныя ординаты—отъ xx внизъ. (Чер. 36). Пусть t—произволь-

ная точка фигуры MN, и x, y—ея координаты по отношенію къ осямъ Ox и Oy. Если повернемъ эти оси на уголъ α въ положеніе Ox′, Oy′, то новыя координаты точки t будутъ:

$$x' = y \sin \alpha + x \cos \alpha$$
$$y' = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

и слѣдовательно

$$J_{x'} = \int y'^2 df \qquad J_{y'} = \int x'^2 df \qquad Z_{x'y'} = \int x'y' df$$

Подставимъ для x′ и y′ значенія получимъ

$$J_{x'} = \cos^2\alpha \int y^2 df + \sin^2 \alpha \int x^2 df - 2\sin \alpha \cos \alpha \int xy df$$
$$J_{y'} = \sin^2 \alpha \int y^2 df + \cos^2 \alpha \int x^2 df + 2\sin \alpha \cos \alpha \int xy df$$
$$Z_{x'y'} = \sin\alpha\cos\alpha \left(\int y^2 df - \int x^2 df\right) + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) \int xy df$$

Такъ какъ

$$\int y^2 dt = J_x \qquad \int x^2 df = J_y \qquad \int xy df = Z_{xy}$$
$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha \text{ и } \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

то

$$J_{x'} = J_x \cos^2\alpha + J_y \sin^2\alpha - Z_{xy} \sin 2\alpha. \quad \ldots\ldots \quad (7a)$$
$$J_{y'} = J_x \sin^2\alpha + J_y \cos^2\alpha + Z_{xy} \sin 2\alpha. \quad \ldots\ldots \quad (7b)$$
$$Z_{x'y'} = \frac{1}{2}(J_x - J_y) \sin 2\alpha + Z_{xy} \cos 2\alpha \quad \ldots\ldots \quad (7c)$$

Сумма первыхъ двухъ уравненій даетъ

$$J_{x'} + J_{y'} = J_x + J_y$$

т. е. сумма моментовъ инерціи, взятыхъ по отношенію къ произвольнымъ двумъ прямоугольнымъ осямъ, проходящимъ черезъ одну и ту же точку, есть величина постоянная.

Для $\alpha = 45^0$ (ось OZ на чер. 36) получаемъ изъ (7a)

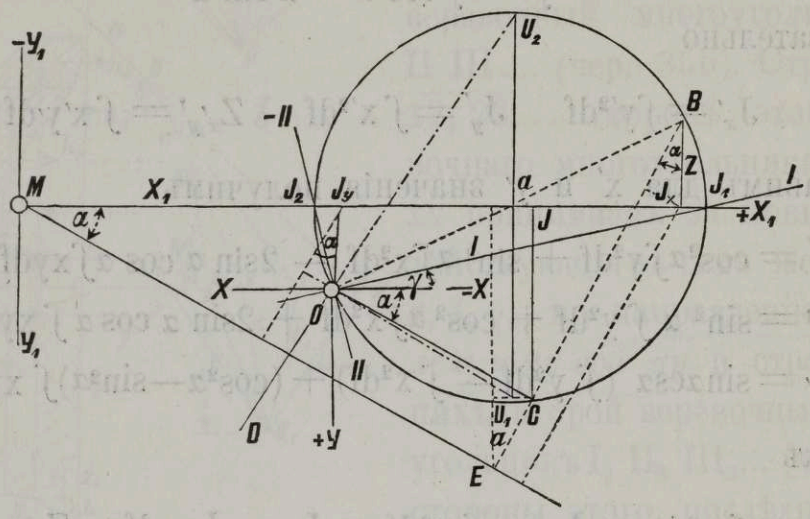
$$J_{x'} = J_z = \frac{1}{2}(J_x + J_y) - Z_{xy}$$

откуда

$$Z_{xy} = \frac{1}{2}(J_x + J_y) - J_z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Послѣднее уравненіе даетъ возможность *опредѣлить центробѣжный моментъ помощію моментовъ инерціи.*

Довольно неудобныя для вычисленій выраженія (7) получаются весьма просто помощію слѣдующаго построенія, для котораго *за ось x-овъ принимаемъ ту изъ обѣихъ перпендикулярныхъ осей по отношенію къ которой моментъ инерціи больше*, такъ что всегда $J_x > J_y$:



Чер. 37.

Откладываемъ на УУ (чер. 37) отъ начала координатъ О въ сторону отрицательныхъ у (когда Z_{xy} положительно) $\overline{OJ_y} = Z_{xy}$ *), проводимъ черезъ J_y $X_1X_1 \parallel XX$, откладываемъ на X_1X_1 отъ J_y въ сторону отрицательныхъ x-овъ $J_y M = J_y$, а отъ М въ противоположную сторону — $MJ_x = J_x$, возставляемъ въ J_x перпендикуляръ къ MX_1, дѣлаемъ $\overline{J_x B} = Z_{xy} = \overline{OJ_y}$, и на ОВ какъ діаметрѣ описываемъ окружность. Если отнесемъ эту окружность къ осямъ X_1X_1 и $У_1У_1$, то абсцисса $\overline{MJ}$ произвольной точки ея С представляетъ моментъ инерціи J по отношенію къ оси ОС, соединяющей эту точку съ началомъ О первоначальныхъ координатъ XX и УУ, а ордината CJ равняется центробѣжному моменту, взятому по отношенію къ той же и перпендикулярной къ ней оси OD, т. е.

$$J = \overline{JM} \qquad Z = \overline{CJ}$$

Чтобы это доказать проведемъ черезъ О діаметръ ОВ и черезъ М $ME \parallel OC$; соединимъ С съ В и продолжимъ СВ до пересѣченія съ ME въ Е. Обозначивъ уголъ, образуемый прямой ОС съ

*) При отрицательномъ Z_{xy} было бы нужно отложить Z_{xy} въ сторону положительной оси ординатъ, т.-е. отъ О внизъ.

XX черезъ α, получимъ изъ чертежа легко:

$$\overline{MJ} = \overline{ME}\cos\alpha + \overline{CE}\sin\alpha$$
$$\overline{CJ} = \overline{ME}\sin\alpha - \overline{CE}\cos\alpha$$

но $\overline{ME} = J_x\cos\alpha - Z_{xy}\sin\alpha$ и $CE = J_y\sin\alpha - Z_{xy}\cos\alpha$.

Подставивъ эти значенія, будетъ

$$\overline{MJ} = (J_x\cos\alpha - Z_{xy}\sin\alpha)\cos\alpha + (J_y\sin\alpha - Z_{xy}\cos\alpha)\sin\alpha = J_x\cos^2\alpha + J_y\sin^2\alpha - Z_{xy}\sin 2\alpha$$

$$\overline{CJ} = (J_x\cos\alpha - Z_{xy}\sin\alpha)\sin\alpha - (J_y\sin\alpha - Z_{xy}\cos\alpha)\cos\alpha = \frac{1}{2}(J_x - J_y)\sin 2\alpha - Z_{xy}\cos 2\alpha$$

Сравнивъ полученныя для MJ и CJ выраженія съ уравненіями (7) видимъ, что

$$\overline{MJ} = J_x, \text{ и } \overline{CJ} = Z_{xy},$$

гдѣ Z_{xy} — центробѣжный моментъ а J_x — моментъ инерціи по отношенію къ оси OC, составляющей съ осью XX уголъ α.

Когда ось OC вращается около точки O, то точка C перемѣщается по окружности, а точка J—вдоль діаметра J_1J_2, и изъ чертежа заключаемъ непосредственно слѣдующее:

1) Моментъ инерціи J имѣетъ наибольшее значеніе для точки J_1, а наименьшее—для точки J_2, т. е.

$$\max J = MJ_1 \qquad \min J = MJ_2.$$

Максимальный моментъ инерціи соотвѣтствуетъ оси OJ_1, а минимальный—оси OJ_2. Моменты MJ_1 и MJ_2, которые въ дальнѣйшемъ будемъ называть J_1 и J_2, называются *главными моментами инерціи*, а соотвѣтствующія имъ оси OJ_1 и OJ_2—*главными осями*. Изъ построенія слѣдуетъ, что главныя оси взаимно перпендикулярны.

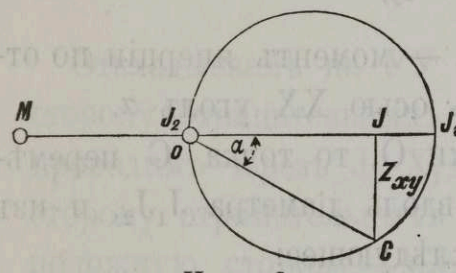
2) Ординаты точекъ J_1 и J_2 равны нулю, т. е. по отношенію къ главнымъ осямъ центробѣжный моментъ = 0. Когда фигура имѣетъ ось симметріи, то всякій элементъ ея dF, находящійся по одну сторону оси симметріи, имѣетъ симметричный ему элементъ на другой сторонѣ; для такихъ двухъ элементовъ произведенія dFxy равны и прямопротивоположны, такъ что сумма ихъ = 0,

изъ чего слѣдуетъ, что относящаяся ко всей площади симметричной фигуры сумма $\int dFxy = 0$, или что все равно, $Z_{xy} = 0$. Изъ этого заключаемъ что *ось симметріи есть всегда главная ось.*

3) Черезъ всякую точку O на плоскости можно провести двѣ взаимно перпендикулярныя оси такимъ образомъ, что центробѣжный моментъ по отношенію къ нимъ будетъ $= 0$.

4) Максимальный центробѣжный моментъ $= U_1 a = U_2 a$; ему соотвѣтствуютъ оси OU_1, OU_2. Легко узнать что $\max Z_{xy} = \frac{1}{2}(J_1 - J_2)$ и что моментъ инерціи по отношенію какъ къ оси OU_1 такъ и къ оси $OU_2 = \overline{Ma} = \frac{1}{2}(J_1 + J_2)$.

Когда фигура имѣетъ ось симметріи, то оказывается всегда удобнымъ принять эту ось за одну изъ осей XX и УУ. Такъ какъ въ этомъ случаѣ $Z_{xy} = 0$, то точка O совпадаетъ съ точкой J_2 (чер. 38) и кругъ нужно строить на діаметрѣ $J_1 J_2$. Моментъ инерціи для какой-нибудь оси OC будетъ, по прежнему, равенъ $\overline{MJ}$, а центробѣжный моментъ$=\overline{CJ}$.



Чер. 38.

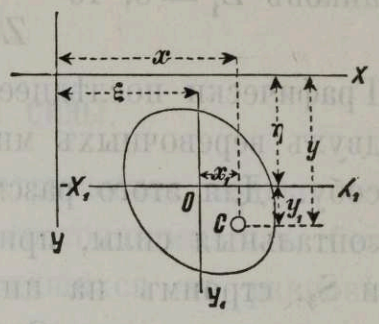
Примѣчаніе. Уголъ γ, для котораго моментъ инерціи достигаетъ предѣльныхъ значеній, получается изъ условія $\frac{dJ}{d\alpha} = 0$ или $Z_{xy} = 0$. Въ обоихъ случаяхъ получаемъ

$$\operatorname{tg} 2\gamma = -\frac{Z_{xy}}{\left(\frac{J_x - J_y}{2}\right)}$$

Это выраженіе можетъ быть получено также непосредственно изъ чертежа. Когда уголъ α измѣняется отъ 0 до 180^0, то онъ два раза получаетъ значеніе, удовлетворяющее предыдущему выраженію; одному изъ этихъ значеній соотвѣтствуетъ максимумъ, а другому—минимумъ момента инерціи.

26. **Зависимость между центробѣжными моментами, отнесенными къ двумъ параллельнымъ системамъ координатъ.**—Положимъ, что данъ центробѣжный моментъ Z_1 плоской фигуры по отношенію къ осямъ X_1 и $У_1$, проходящимъ черезъ ея центръ тяжести O

(чер. 39) и требуется найти центробѣжный моментъ Z той же фигуры по отношенію къ осямъ X и У, параллельнымъ X_1 и $У_1$. Если координаты центра O обозначимъ черезъ ξ и η_1, то для какого нибудь элемента df (напр. для точки c)



Чер. 39.

$$dZ = df\ (x_1 + \xi)\ (y_1 + \eta_1)$$

а потому

$$Z = J\ (x_1 + \xi)\ (y_1 + \eta_1)\ df = x_1\ y_1 \int df + \\ + \xi \int y_1 df + \eta_1 \int x_1 df + \eta_1 \xi \int df.$$

Но $\int y_1 df = \int x_1 df = 0$ (какъ статическіе моменты фигуры отнесенные къ осямъ ея центра тяжести), слѣдовательно

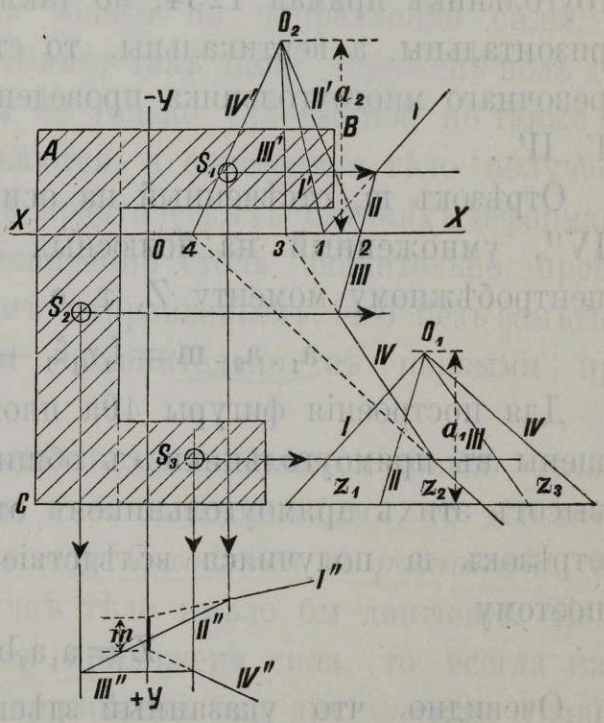
$$Z = Z_1 + F\ \eta_1\ \xi\ *)$$

гдѣ $F = \int df$ — площадь всей фигуры.

Если X и У — главныя оси, то $Z_1 = 0$ и тогда

$$Z = F\ \eta_1\ \xi.$$

27. **Упрощенный способъ построенія центробѣжнаго момента.**— Свойство, что для главныхъ осей $Z_1 = 0$, даетъ возможность въ многихъ практическихъ случаяхъ упростить опредѣленіе центробѣжнаго момента. Такъ чтобы получить этотъ моментъ для изображенной на чер. 40 фигуры по отношенію къ осямъ X и У, параллельнымъ ея сторонамъ AB и AC, разбиваемъ ее на 3 прямоугольника, которыхъ площади обозначимъ черезъ f_1, f_2 и f_3, а координаты ихъ центровъ тяжести черезъ $\eta_{1_1}\xi_1$, $\eta_{1_2}\xi_2$, и $\eta_{1_3}\xi_3$, (при чемъ, какъ изъ чертежа видно, η_{1_1} и



Чер. 40.

*) Легко узнать аналогію этого выраженія съ выраженіемъ моментовъ инерціи, отнесенныхъ къ двумъ параллельнымъ осямъ, изъ которыхъ одна проходитъ черезъ центръ тяжести фигуры, по которому, какъ извѣстно,

$$J = J_1 + F\ \eta_1^2.$$

ξ_2 отрицательны). Такъ какъ для каждаго изъ этихъ прямоугольниковъ $Z_1 = 0$, то

$$Z = f_1\eta_1\xi_1 - f_2\eta_2\xi_2 + f_3\eta_3\xi_3$$

Графически послѣднее выраженіе можетъ быть получено помощію двухъ веревочныхъ многоугольниковъ, по указанному въ (23) способу. Для этого разсматриваемъ площади f_1, f_2 и f_3 какъ горизонтальныя силы, приложенныя къ ихъ центрамъ тяжести S_1, S_2 и S_3; строимъ на нихъ силовой многоугольникъ, и для произвольнаго полюса O_1 — соотвѣтствующій ему веревочный многоугольникъ I II III IV. Стороны послѣдняго отсѣкаютъ на оси X отрѣзки $\overline{12}$, $\overline{23}$..., и изъ свойствъ веревочнаго многоугольника слѣдуетъ, обозначивъ полюсное разстояніе черезъ a_1,

$$a_1 \cdot \overline{12} = f_1\eta_1 \qquad a_1\,\overline{23} = f_2\eta_2 \qquad a_1\,\overline{34} = f_3\eta_3.$$

Отрѣзки $\overline{12}$, $\overline{23}$ и $\overline{34}$ принимаемъ за новыя силы, параллельныя оси У, дѣйствующія въ тѣхъ же точкахъ S_1, S_2 и S_3, и строимъ для нихъ, помощію полюса O_2, второй веревочный многоугольникъ I″ II″ III″ IV″. На чертежѣ принята за силовой многоугольникъ прямая $\overline{1234}$; но такъ какъ силы $\overline{12}$, $\overline{23}$ и $\overline{34}$ не горизонтальны, а вертикальны, то стороны I″, II″... второго веревочнаго многоугольника проведены *перпендикулярно* къ лучамъ I′, II′...

Отрѣзокъ m, отсѣченный на оси У крайними сторонами I″ и IV″, умноженный на полюсныя разстоянія a_1 и a_2, равняется центробѣжному моменту Z, т. е.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot m = f_1\eta_1\xi_1 + f_2\eta_2\xi_2 - f_3\eta_3\xi_3.$$

Для построенія фигуры 40a площади f_1, f_2 и f_3 были превращены въ прямоугольники съ общимъ основаніемъ b, и n-я части высотъ этихъ прямоугольниковъ отложены какъ силы z_1, z_2 и z_3: отрѣзокъ m получился вслѣдствіе того въ b.n разъ меньшимъ, поэтому

$$Z = a_1 a_2 b\, n\, m\,.$$

Очевидно, что указанный здѣсь графическій способъ опредѣленія центробѣжнаго момента можетъ быть употребленъ для всякой фигуры. Въ случаѣ неправильной формы фигуры нужно дѣлить ее прямыми, параллельными одной изъ осей координатъ, на столь узкія полосы, чтобы каждую изъ нихъ можно было разсматривать за прямоугольникъ или трапецію.

ГЛАВА II.

Внѣшнія и внутреннія силы.

28. Въ строительной механикѣ разсматриваются только твердыя тѣла, которыя представляютъ себѣ состоящими изъ безконечно малыхъ частицъ (молекулъ), находящихся въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ внутреннихъ или частичныхъ, и внѣшнихъ силъ. Источникъ внутреннихъ силъ заключается въ самомъ веществѣ частицъ; величина проявляемаго ими дѣйствія зависитъ отъ ихъ взаимныхъ разстояній, и обратно пропорціональна этимъ разстояніямъ. Всякая приложенная къ тѣлу новая сила нарушаетъ первоначальное состояніе равновѣсія, и разстоянія между частицами, а слѣдовательно величины частичныхъ силъ, измѣняются до тѣхъ поръ, пока не установится новое состояніе равновѣсія. Такимъ образомъ всякая сила, приложенная къ твердому тѣлу, измѣняетъ его форму, т. е. производитъ деформацію.

Частицы перемѣщаются не только по направленію силы, но по всѣмъ, вообще, направленіямъ; такъ напр. стержень подъ дѣйствіемъ растягивающей силы не только удлиняется, но также его поперечные размѣры уменьшаются, а сжимаемое тѣло получаетъ по бокамъ утолщенія. Но въ практическихъ случаяхъ деформація по одному направленію обыкновенно столь значительно превышаетъ деформаціи по другимъ направленіямъ, что безъ замѣтной ошибки можно послѣдними сравнительно съ первыми пренебрегать.

Такъ какъ строительная механика занимается только тѣлами находящимися въ равновѣсіи, т. е. неподвижными, то дѣйствующія на него *внѣшнія силы всегда находятся въ равновѣсіи*, потому что въ противномъ случаѣ тѣло имѣло бы движеніе. Если, поэтому, говорятъ что къ тѣлу приложена сила, то всегда надо подразумѣвать, что къ нему приложена еще другая сила, уравновѣшивающая первую. Этой второй силой можетъ быть сопротивленіе опоръ или какое-нибудь другое препятствіе, уничтожающее движеніе, которое приложенная сила стремится произвести.

Задача строительной механики состоитъ главнымъ образомъ въ опредѣленіи частичныхъ силъ, или, такъ какъ послѣднія измѣня-

ются вмѣстѣ съ измѣненіемъ формы тѣла—въ опредѣленіи деформаціи. Силы равныя и противоположныя уничтожаются взаимно только въ смыслѣ отвлеченной механики; въ строительной механикѣ онѣ уничтожаются только тогда, когда дѣйствуютъ на одну и туже точку; въ противномъ случаѣ онѣ производятъ деформацію, и могутъ произвести даже разрушеніе тѣла. По такой же причинѣ нельзя вообще перемѣщать точку приложенія силы по какому бы то ни было направленію, или замѣнять отдѣльныя силы ихъ равподѣйствующей, потому что такія перемѣщенія и замѣны могутъ значительно измѣнить внутреннее равновѣсіе.

29. **Упругость.** Выше было сказано что тѣло состоитъ изъ частицъ находящихся между собою въ равновѣсіи. Это равновѣсіе можетъ быть устойчивое, безразличное и неустойчивое.

Равновѣсіе называется устойчивымъ, когда тѣло, получившее вслѣдствіе дѣйствія внѣшнихъ силъ деформацію, воспринимаетъ по удаленіи этихъ силъ свой первоначальный видъ. Это свойство тѣлъ называется *упругостью*.

Когда амплитуда видоизмѣненія перейдетъ нѣкоторый предѣлъ, называемый *предѣломъ упругости*, то тѣло получаетъ новую форму равновѣсія: частицы не возвращаются точно въ первоначальное положеніе, и образуется новая группировка частицъ. Въ этомъ новомъ состояніи равновѣсія тѣло имѣетъ тоже нѣкоторую устойчивость, но опыты показываютъ, что чѣмъ болѣе дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ будетъ измѣнена группировка частицъ, тѣмъ менѣе устойчивымъ дѣлается соотвѣтственное равновѣсіе, тѣмъ болѣе постоянная деформація превышаетъ упругую. При дальнѣйшемъ увеличеніи силы наступаетъ наконецъ моментъ, когда равновѣсіе дѣлается навозможнымъ и сцѣпленіе частицъ въ наиболѣе слабомъ мѣстѣ разрушается.

Когда равновѣсіе безразличное, то тѣло, получившее деформацію, сохраняетъ ее и по удаленіи силъ, т. е. частицы при всякой группировкѣ ихъ находятся въ равновѣсіи. Это свойство характеризуетъ тѣла мягкія и пластичныя. Опыты показываютъ что совершенно пластичныхъ тѣлъ въ природѣ нѣтъ, такъ какъ при очень малой деформаціи и мягкія или пластичныя тѣла проявляютъ устойчивое равновѣсіе, свидѣтельствующее объ ихъ упругости.

Равновѣсіе называется неустойчивымъ, когда малѣйшая сила производитъ столь значительное перемѣщеніе частицъ, что тѣло разрушается, или по крайней мѣрѣ его состояніе измѣняется. Такое свойство имѣютъ нѣкоторыя стекла, гремучія вещества и т. д.

30. **Изотропія.** Тѣло называется однороднымъ, когда его сложеніе во всѣхъ точкахъ одинаково, и его называютъ *изотропнымъ*, когда оно во всѣхъ точкахъ и по всѣмъ направленіямъ имѣетъ одинаковую упругость. Такъ напр. стекло почти совершенно изотропно; тѣла волокнистыя какъ дерево, прокатное желѣзо и др. изотропны только по направленію волоконъ: частицы расположены въ нихъ симметрично въ нѣкоторомъ родѣ вокругъ оси: ихъ симметрія несовершенная. Въ природѣ весьма рѣдко встрѣчается тѣло, которое было бы совершенно изотропно хотя бы по одному направленію, но отклоненія отъ изотропности обыкновенно столь малы, что практически можно ими пренебрегать. Это пренебреженіе допустимо уже потому, что на практикѣ обыкновенно требуется знать деформацію только по одному направленію.

31. **Сопротивленіе. Напряженіе.** Внутреннее состояніе равновѣсія тѣла можетъ быть измѣнено только посредствомъ приложенія къ нему новой внѣшней силы, изъ чего слѣдуетъ что тѣло сопротивляется деформаціи. *Сопротивленіе* есть мѣрило усилія, которое нужно произвести для того, чтобы получить извѣстную деформацію.

Сопротивленіе, отнесенное къ единицѣ площади, называется *напряженіе*. Очевидно, что сопротивленіе (абсолютная величина усилія) не опредѣляетъ статическаго состоянія тѣла, если неизвѣстна величина площади, къ которой оно относится. Такъ напр. грузъ въ 1000 килограммовъ не произведетъ на желѣзную колонну, которой поперечное сѣченіе = 1 квадр. мтр., почти никакого дѣйствія, но онъ разрушитъ ее, если это сѣченіе будетъ = 1 квадр. миллимтр.; особенно важное значеніе имѣетъ, поэтому, отношеніе силы къ площади ея дѣйствія, т. е. *напряженіе*. Когда усиліе распредѣлено по площади равномѣрно, то напряженіе равно частному отъ раздѣленія усилія на площадь; въ этомъ случаѣ напряженіе во всѣхъ точкахъ площади одинаково; при неравномѣрномъ распредѣленіи усилія напряженіе измѣняется отъ точки до точки.

Такихъ силъ, какія разсматриваются въ механикѣ, въ дѣйствительности нѣтъ въ природѣ: это суть только идеальныя равнодѣйствующія безконечно большого числа безконечно малыхъ силъ, приложенныхъ къ отдѣльнымъ частицамъ и къ поверхности тѣла. Такъ вѣсъ не есть сила, приложенная къ центру тяжести, но совокупность вѣсовъ всѣхъ частицъ, составляющихъ тѣло. Кромѣ того, сила никогда не бываетъ сосредоточена въ одной точкѣ, какъ это предполагаетъ механика, но она передается тѣлу всегда посредствомъ болѣе или менѣе значительной поверхности; отношеніе силы къ площади этой поверхности приближается тѣмъ болѣе къ дѣйствительному напряженію разсматриваемой точки, чѣмъ меньше эта поверхность, такъ что напряженіе есть предѣлъ этого отношенія.

32. **Дѣйствіе и противодѣйствіе (акція и реакція).** При всякомъ приложеніи внѣшнихъ силъ измѣняется состояніе тѣла, и внутреннія силы, образовавшіяся отъ измѣненія положенія частицъ, уравновѣшиваютъ точно внѣшнія силы; это явленіе опредѣляютъ словами: *противодѣйствіе равно дѣйствію.* Но выраженное ими правило имѣетъ исключеніе. Если внѣшняя сила приложена не сразу полной своей величиной, но возрастаетъ постепенно отъ нуля до ея конечнаго значенія, то и перемѣщеніе частицъ увеличивается соотвѣтственно увеличенію силы до тѣхъ поръ, пока не образуется новое состояніе равновѣсія. Въ этомъ случаѣ во всякій моментъ противодѣйствіе равнялось дѣйствію.

Но когда сила приложена сразу полной своей величиной, то такъ какъ соотвѣтствующая ей деформація не можетъ образоваться моментально, частицы пріобрѣтаютъ нѣкоторую скорость и приходятъ въ движеніе; вслѣдствіе этой скорости онѣ переходятъ состояніе равновѣсія и останавливаются тогда, когда *работа* внутреннихъ силъ сдѣлается равной работѣ внѣшнихъ. Затѣмъ частицы возвращаются обратно, и образуется рядъ качаній, но амплитуда качаній, вслѣдствіе внутреннихъ сопротивленій, постепенно уменьшается, и тѣло послѣ нѣкотораго, какъ практика показываетъ, весьма короткаго времени, приходитъ въ состояніе покоя, соотвѣтствующее новому равновѣсію. Во время этихъ качаній существуетъ равновѣсіе только между работами внѣшнихъ и внутреннихъ силъ, но нѣтъ равновѣсія между самыми силами.

На практикѣ почти всегда можно безъ замѣтной ошибки допустить, что приложенныя къ тѣлу силы увеличиваются постепенно отъ нуля до ихъ конечной величины, или что, въ случаѣ, когда это условіе неисполнено, произведенныя внезапнымъ приложеніемъ силъ качанія прекратились, и наступило окончательное равновѣсіе, а тогда противодѣйствіе равно точно дѣйствію.

33. Незначительность деформацій, допускаемыхъ въ сооруженіяхъ. Деформаціи, превышающія предѣлъ упругости, вредны для прочности сооруженія, поэтому не могутъ быть допускаемы; кромѣ того и другія причины заставляютъ избѣгать замѣтныхъ деформацій, такъ какъ онѣ могли бы быть причиной разрушенія соединеній отдѣльныхъ частей (напр. шипъ снялся бы съ гнѣзда, повредилась бы штукатурка и т. д.). Поэтому въ большинствѣ случаевъ можно допустить, не отклоняясь почти отъ дѣйствительности, что произведенныя силами деформаціи очень малы, а такое допущеніе даетъ возможность упрощать формулы.

Въ нѣкоторыхъ тѣлахъ одно измѣреніе значительно превышаетъ остальныя; такимъ измѣреніемъ напр. въ рессорахъ есть длина. Хотя при изгибѣ рессоры каждое сѣченіе измѣняетъ свое положеніе по отношенію къ смежному съ нимъ сѣченію чрезвычайно мало, такъ что перемѣщеніе не выходитъ изъ предѣловъ упругости, полное перемѣщеніе одного изъ крайнихъ сѣченій по отношенію къ другому можетъ быть весьма значительно. Условіе незначительности деформаціи для сохраненія упругости должно быть исполнено всегда по отношенію къ двумъ смежнымъ сѣченіямъ; формулы, выведенныя на основаніи этого условія, могутъ быть употребляемы въ нѣкоторыхъ случаяхъ и для опредѣленія значительныхъ полныхъ деформацій.

34. Независимость дѣйствія силъ.—Когда деформаціи незначительны, то каждая изъ приложенныхъ къ тѣлу внѣшнихъ силъ производитъ свое дѣйствіе точно такъ, какъ если бы другихъ не существовало, и деформаціи, произведенныя отдѣльными силами, слагаются, не измѣняя другъ друга. Вслѣдствіе того достаточно изучить дѣйствіе одной силы для того, чтобы можно было опредѣлить совмѣстное дѣйствіе большого числа силъ, которое равняется алгебраической суммѣ дѣйствій отдѣльныхъ силъ.

35. **Методъ сѣченій.** Величину сопротивленія тѣла въ данномъ мѣстѣ опредѣляютъ такимъ образомъ, что представляютъ себѣ его разрѣзаннымъ черезъ это мѣсто, и одну изъ отсѣченныхъ частей устраненной вмѣстѣ съ дѣйствующими на нее силами, а къ сѣченію оставшейся части мысленно прикладываютъ внѣшнія силы, замѣняющія дѣйствіе его частичныхъ силъ, равныя, поэтому, сопротивленію сѣченія. Это сопротивленіе уравновѣшиваетъ дѣйствіе внѣшнихъ силъ, къ которымъ принадлежатъ: грузы, сопротивленія опоръ и вѣсъ, дѣйствующія на оставшуюся часть; всѣ эти силы вмѣстѣ, т. е. *внѣшняя нагрузка, сопротивленія опоръ и частичныя силы сѣченія* должны удовлетворять условіямъ равновѣсія. Изъ уравненій, составленныхъ на основаніи этихъ условій, можно опредѣлить частичныя силы сѣченія или напряженія въ разныхъ точкахъ его.

Этотъ способъ опредѣленія напряженій называется *методомъ сѣченій*; онъ имѣетъ весьма обширное приложеніе въ строительной механикѣ. По отношенію къ нему слѣдуетъ замѣтить, что въ дѣйствительности на оставшуюся часть дѣйствовали всѣ частицы устраненной части, такъ что собственно въ каждой частицѣ первой слѣдовало бы приложить равнодѣйствующую усилій производимыхъ на нее всѣми частицами послѣдней, и недостаточно ограничиваться только силами поверхности раздѣла. Но опыты показываютъ, что частицы проявляютъ замѣтное дѣйствіе только на чрезвычайно малыя разстоянія, такъ что конечная площадь, которая находится подъ вліяніемъ частичныхъ силъ устраненной части, столь близка къ самому сѣченію, что безъ замѣтной неточности можно считать ее совпадающей съ сѣченіемъ.

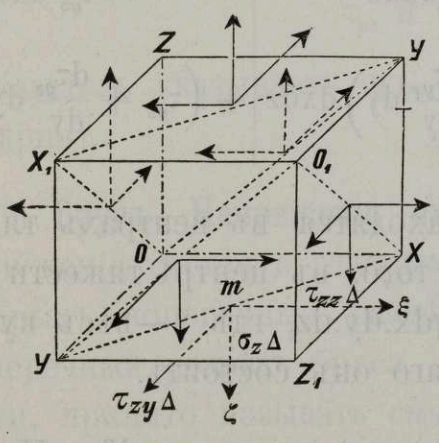
36. **Разные роды дѣйствія силъ.** Различаютъ пять разныхъ родовъ дѣйствія силъ на тѣла: растяженіе, давленіе, срѣзываніе, выгибаніе и крученіе. Напряженіе крученія могутъ производить только силы, не встрѣчающія ось тѣла (а, слѣдовательно, и непараллельныя ей); въ правильно построенныхъ сооруженіяхъ силы (или равнодѣйствующія ихъ) всегда пересѣкаютъ эту ось, или проходятъ такъ близко мимо ея, что напряженіе крученія точно, или почти точно равно нулю; крученіе имѣетъ важное значеніе для машиностроенія, а строительная механика занимается только сопротивленіями при растяженіи, давленіи, срѣзываніи и выгибаніи.

Законы изотропныхъ твердыхъ тѣлъ.

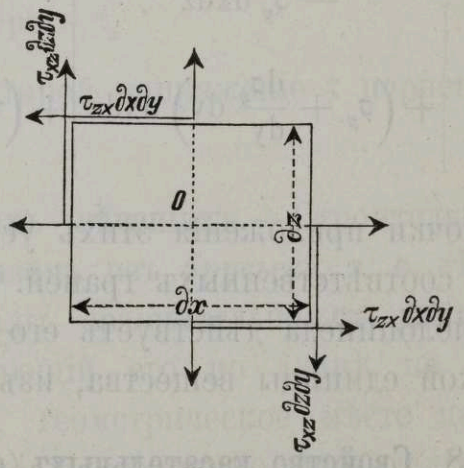
37. **Нормальныя и касательныя напряженія.**—Внутри изотропнаго твердаго тѣла, нагруженнаго внѣшними силами и находящагося въ состояніи равновѣсія, выдѣлимъ безконечно малый параллелопипедъ (чер. 41) и отнесемъ его къ прямоугольнымъ осямъ координатъ OX, OУ и OZ, которыя принимаемъ параллельно измѣреніямъ его. Первоначальныя длины этихъ измѣреній обозначимъ черезъ dx, dy и dz.

Дѣйствіе силъ сцѣпленія на каждую грань замѣнимъ ихъ равнодѣйствующей, которую разлагаемъ на 3 слагающія параллельныя осямъ координатъ; эти слагающія будемъ считать положительными, когда онѣ направлены въ сторону положительныхъ осей координатъ.

Если разсмотримъ какую нибудь грань, напр. Z_1O, то видимъ что одна изъ слагающихъ ея нормальна къ ней, а двѣ другія лежатъ въ плоскости грани. Нормальная слагающая называется нормальной силой, а силы лежащія въ плоскости грани—скалывающими силами. Эти силы, отнесенныя къ единицѣ площади называютъ *нормальными и скалывающими (или касательными) напряженіями.* Нормальныя напряженія будемъ обозначать греческой буквой σ, а скалывающія—буквой τ, тѣ и другія съ двумя показателями, изъ которыхъ первый указываетъ ось, къ которой



Чер. 41.



Чер. 42.

плоскость напряженія перпендикулярна, а второй—ось, къ которой напряженіе параллельно. Такъ напр. напряженіе силы $m\xi$ будетъ обозначено черезъ τ_{xz}, а напряженіе $m\zeta$ — черезъ σ_{zz}. Такъ

какъ для всѣхъ нормальныхъ напряженій оба показателя одинаковы, то для простоты будемъ отмѣчать ихъ однимъ только показателемъ; такъ напр. вмѣсто σ_{zz} будемъ писать σ_z.

Когда площадь, по которой распредѣляется усиліе, безконечно мала, то всегда можно принять, что оно распредѣлено по этой площади равномѣрно, что слѣдовательно усиліе равно напряженію умноженному на площадь. Для разсматриваемаго нами безконечно малаго параллелопипеда на основаніи послѣдняго свойства получимъ, что на его грани дѣйствуютъ слѣдующія силы сцѣпленія (пренебрегая безконечно малыми величинами высшей степени, происходящими отъ измѣненія его измѣреній вслѣдствіе деформаціи): (буква Δ на чертежѣ означаетъ площадь dx.dy):

Въ грани	Нормальныя усилія	Касательныя усилія.	
YOX	$+\sigma_z\,dxdy$	$+\tau_{zx}\,dxdy$	$+\tau_{zy}\,dxdy$
$Y_1O_1Z_1$	$-\left(\sigma_z+\frac{d\sigma_z}{dz}dz\right)dxdy$	$-\left(\tau_{zx}+\frac{d\tau_{zx}}{dz}dz\right)dxdy$	$-\left(\tau_{zy}+\frac{d\tau_{zy}}{dz}dz\right)dxdy$
YOZ	$-\sigma_x\,dydz$	$-\tau_{xy}\,dydz$	$-\tau_{xz}\,dydz$
$Y_1O_1Z_1$	$+\left(\sigma_x+\frac{d\sigma_x}{dx}dx\right)dydz$	$+\left(\tau_{xy}+\frac{d\tau_{xy}}{dx}dx\right)dydz$	$+\left(\tau_{xz}+\frac{d\tau_{xz}}{dx}dx\right)dydz$
XOZ	$-\sigma_y\,dxdz$	$-\tau_{yx}dxdz$	$-\tau_{yz}\,dxdz$
$X_1O_1Z_1$	$+\left(\sigma_y+\frac{d\sigma_y}{dy}dy\right)dxdz$	$+\left(\tau_{yx}+\frac{d\tau_{yx}}{dy}dy\right)dxdz$	$+\left(\tau_{yz}+\frac{d\tau_{yz}}{dy}dy\right)dxdz$

Точки приложенія этихъ усилій находятся въ центрахъ тяжести соотвѣтственныхъ граней. Кромѣ того, въ центрѣ тяжести параллелопипеда дѣйствуетъ его вѣсъ $\gamma dx.dy.dz$, гдѣ γ—вѣсъ кубической единицы вещества, изъ котораго онъ состоитъ.

38. **Свойство касательныхъ (скалывающихъ) напряженій.**—Послѣ деформаціи тѣло во всѣхъ его элементахъ находится въ равновѣсіи, дѣйствующія на элементарный параллелопипедъ силы удовлетворяютъ, поэтому, условіямъ равновѣсія. Если за ось моментовъ примемъ прямую, параллельную оси OУ, проходящую черезъ

центръ тяжести параллелопипеда, то моменты силъ, пересѣкающихъ эту ось, и параллельныхъ ей, будутъ равны нулю, уравненіе моментовъ по отношенію къ этой оси слѣдовательно будетъ (чер. 42)

$$\left[\tau_{xz}\,dz\,dy+\left(\tau_{xz}+\frac{d\tau_{xz}}{dx}dx\right)dy.dz\right]\frac{dx}{2}-\left[\tau_{zx}\,dydx+\right.$$

$$\left.+\left(\tau_{zx}+\frac{d\tau_{zx}}{dz}dz\right)dx.dy\right]\frac{dz}{2}=0.$$

откуда, пренебрегая безконечно малыми величинами высшей чѣмъ 3-й степени, и сокративъ на общій множитель dx.dy.dz:

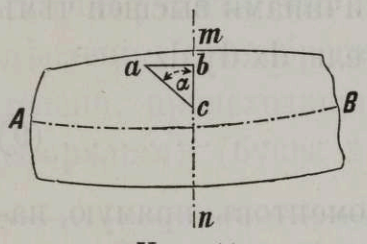
$$\tau_{xz}=\tau_{zx}\ldots\ldots\ldots

Мы будемъ разсматривать брусья при слѣдующихъ предположеніяхъ:

1) Ось бруса прямая, или плоская кривая;

2) Всѣ, на брусъ дѣйствующія силы (или равнодѣйствующія этихъ силъ) находятся въ плоскости, проходящей черезъ его ось.

Изъ условій равновѣсія слѣдуетъ, что внутреннія силы (или равнодѣйствующія внутреннихъ силъ) находятся въ той же плоскости, что и внѣшнія силы.



Чер. 43.

Пусть AB—брусъ, находящійся въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ. Вырѣжемъ безконечно узкую трехгранную призму плоскостями, проходящими черезъ ab, bc и ac (чер. 43); плоскость bc проведемъ перпендикулярно къ оси AB, а плоскость ab—перпендикулярно къ bc и при томъ такъ, чтобы грани призмы abc были перпендикулярны къ плоскости силъ; пусть abc—пересѣченіе этой призмы съ послѣдней плоскостью. Означимъ, уголъ, образуемый наклонной плоскостью ac съ нормальнымъ сѣченіемъ bc, черезъ α, и длину ac примемъ=1, то будетъ:

$$bc = \cos\alpha \qquad ab = \sin\alpha$$

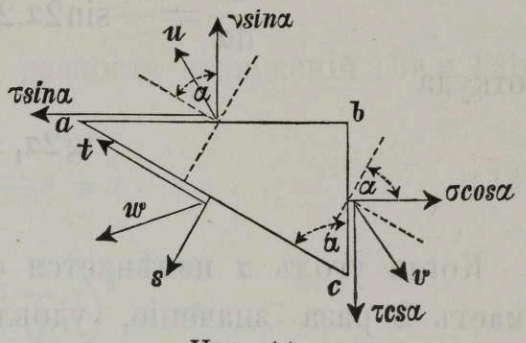
Длину элементарной призмы abc примемъ для простоты тоже=1 при чемъ эту единицу будемъ представлять себѣ столь малой, чтобы внутреннія силы, дѣйствующія, въ граняхъ ab, bc и ac, можно было разсматривать распредѣленными вдоль граней равномѣрно. Призма abc, при пренебреженіи ея вѣса, дѣйствіе котораго можетъ быть изслѣдовано отдѣльно, находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ силъ u, v w, замѣняющихъ силы сцѣпленія ея граней ab, bc и ac съ примыкающими къ нимъ плоскостями бруса.

Такъ какъ силы u, v и w находятся въ равновѣсіи, то онѣ образуютъ треугольникъ непрерывнаго движенія. Разложимъ каждую изъ этихъ силъ на двѣ слагающія, нормальную и касательную, и означимъ нормальныя и скалывающія напряженія, отнесенныя къ 1-цѣ площади:

для грани bc : черезъ σ и τ
для грани ab : черезъ ν и τ
и для грани ac — черезъ s и t.

Если каждое изъ этихъ напряженій умножимъ на площадь его дѣйствія (которая для bc = cosα, для ab = sinα, и для ac = 1), получимъ приведенныя на чер. 44 силы граней призмы.

По закону равновѣсія сумма проекцій этихъ силъ, взятыхъ по двумъ разнымъ направленіямъ должна быть равной нулю для каждаго направленія порознь. Возьмемъ сумму этихъ проекцій сначала на направленіе s, и затѣмъ на направленіе t, получимъ слѣдующія два уравненія.



Чер. 44.

$$s - \nu\sin^2\alpha + \tau\sin\alpha\cos\alpha - \sigma\cos^2\alpha + \tau\cos\alpha\sin\alpha = 0$$
$$t + \nu\sin\alpha\,cs\alpha + \tau\sin^2\alpha - \tau cos^2\alpha - \sigma\cos\alpha\sin\alpha = 0$$

откуда

$$s = \sigma cs^2\alpha + \nu\sin^2\alpha - \tau\sin 2\alpha \ldots\ldots\ldots \text{(10a)}$$

$$t = \tau\,(cs^2\alpha - \sin^2\alpha) + \frac{\sigma - \nu}{2}\sin 2\alpha \ldots\ldots\ldots \text{(10b)}$$

потому что $2\sin\alpha cs\alpha = \sin 2\alpha$

Принимая во вниманіе что

$$cs^2\alpha = \frac{1 + cs2\alpha}{2} \qquad \sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

получимъ, подставивъ эти значенія въ (10a и b)

$$s = \frac{\sigma + \nu}{2} + \frac{\sigma - \nu}{2}\cos 2\alpha - \tau\sin 2\alpha. \ldots\ldots \text{(11a)}$$

$$t = \tau\cos 2\alpha + \frac{\sigma - \nu}{2}\sin 2\alpha. \ldots\ldots\ldots \text{(11b)}$$

Изъ этихъ уравненій видно, что величины напряженій s и t въ косомъ сѣченіи зависятъ отъ направленія этого сѣченія, т. е. отъ угла α. Когда этотъ уголъ измѣняется отъ 0 до 180°, то s и t принимаютъ въ данной точкѣ всѣ возможныя значенія, потому что въ это время уголъ 2α измѣняется отъ 0 до 360°.

40. **Предѣльныя нормальныя напряженія.**—Уголъ α_1, для котораго нормальное напряженіе достигаетъ максимума, получается изъ условія:

$$\frac{ds}{d\alpha} = -\sin 2\alpha . 2 \frac{\sigma - \nu}{2} - \tau \cos 2\alpha . 2 = 0$$

откуда

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{\tau}{\frac{\sigma - \nu}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Когда уголъ α измѣняется отъ 0 до 180^0, то уголъ 2α принимаетъ 2 раза значеніе, удовлетворяющее условію (12); одному изъ этихъ значеній соотвѣтствуетъ максимумъ, а другому—минимумъ напряженія s. Оба эти значенія отличаются другъ отъ друга на 180^0, и слѣдовательно соотвѣтственныя значенія угла α_1— на 90^0, изъ чего слѣдуетъ что элементы, въ которыхъ дѣйствуютъ предѣльныя нормальныя напряженія, перпендикулярны другъ къ другу.

Изъ (11) имѣемъ

$$s = \frac{\sigma + \nu}{2} + \cos 2\alpha \left(\frac{\sigma - \nu}{2} - \tau \operatorname{tg} 2\alpha \right) =$$

$$= \frac{\sigma + \nu}{2} + \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \left(\frac{\sigma - \nu}{2} - \tau \operatorname{tg} 2\alpha \right) \quad \ldots \quad (11c)$$

Если въ этомъ уравненіи поставимъ

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma - \nu}$$

то получимъ предѣльное нормальное напряженіе

$$S = \frac{\sigma + \nu}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\tau}{\sigma - \nu} \right)^2}} \left(\frac{\sigma - \nu}{2} + \frac{2\tau^2}{\sigma - \nu} \right)$$

$$S = \frac{\sigma + \nu}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma - \nu}{2} \right)^2 + \tau^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

или, обозначивъ предѣльныя значенія черезъ S_1 и S_2,

$$S_1 = \frac{\sigma + \nu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma - \nu}{2} \right)^2 + \tau^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13a)$$

$$S_2 = \frac{\sigma + \nu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma - \nu}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13b)$$

Которое изъ этихъ двухъ значеній максимумъ, и которое минимумъ, рѣшаетъ знакъ суммы $\sigma + \nu$.

Взявъ сначала сумму, и затѣмъ разность выраженій 13a и 13b, будемъ имѣть:

$$S_1 + S_2 = \sigma + \nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

$$S_1 - S_2 = 2\sqrt{\left(\frac{\sigma - \nu}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

По (11b) $$t = \cos 2\alpha \left(\tau + \frac{\sigma - \nu}{2} \operatorname{tg} 2\alpha\right)$$

Если въ это уравненіе подставимъ для $\operatorname{tg} 2\alpha$ значеніе (12) то получимъ

$$t = 0$$

т. е. *въ плоскостяхъ, въ которыхъ дѣйствуютъ предѣльныя нормальныя напряженія, скалывающія напряженія равны нулю.*

Напряженія S_1 и S_2 называются *главными нормальными напряженіями.*

41. **Предѣльныя скалывающія напряженія.**—Уголъ α_2, для котораго скалывающія напряженія достигаютъ предѣльныхъ величинъ, получается изъ условія

$$\frac{dt}{d\alpha} = \frac{\sigma - \nu}{2} \cos 2\alpha . 2 - \tau \sin 2\alpha . 2 = 0.$$

откуда

$$\operatorname{tg} 2\alpha_2 = \frac{\sigma - \nu}{2\tau} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Когда уголъ α измѣняется отъ 0 до 180^0, и слѣдовательно, уголъ 2α—отъ 0 до 360^0, то онъ два раза принимаетъ значеніе удовлетворяющее условію (16), и оба эти значенія разнятся между собою на 180^0, т. е. *плоскости, въ которыхъ дѣйствуютъ максимальныя скалывающія напряженія, взаимно перпендикулярны.*

По (11b)

$$t = \cos 2\alpha \left(\tau + \frac{\sigma - \nu}{2} \operatorname{tg} 2\alpha \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \left(\tau + \frac{\sigma - \nu}{2} \operatorname{tg} 2\alpha \right)$$

Если для $\operatorname{tg} 2\alpha$ поставимъ значеніе (16) то получимъ предѣльное скалывающее напряженіе

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma - \nu}{2\tau} \right)^2}} \left(\tau + \frac{\sigma - \nu}{2} \cdot \frac{\sigma - \nu}{2\tau} \right)$$

$$T = \pm \sqrt{\tau^2 + \left(\frac{\sigma - \nu}{2} \right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Изъ этого уравненія слѣдуетъ: *предѣльныя скалывающія напряженія равны, но прямо противоположны.*

Изъ (12) и 16) имѣемъ:

$$\operatorname{tg}^2 2\alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_2}$$

т. е. $$2\alpha_1 = 90 + 2\alpha_2$$

или $$\alpha_1 = 45 + \alpha_2$$

Плоскости предѣльныхъ нормальныхъ напряжаній образуютъ съ плоскостями предѣльныхъ скалывающихъ напряженій углы 45°.

Если въ (11c) подставимъ $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sigma - \nu}{2\tau}$ то получимъ

$$s = \frac{\sigma + \nu}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

Нормальныя напряженія тѣхъ плоскостей, въ которыхъ дѣйствуютъ предѣльныя скалывающія напряженія, равны полусуммѣ нормальныхъ напряженій двухъ взаимно перпендикулярнохъ плоскостей.

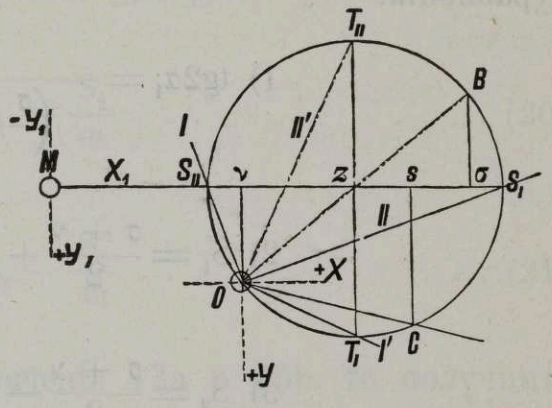
По (15) $$\frac{S_1 - S_2}{2} = T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

Предѣльное скалывающее напряженіе равно полуразности предѣльныхъ нормальныхъ напряженій.

42. Графическое опредѣленіе нормальныхъ и скалывающихъ напряженій.

Если въ уравненіяхъ (7a) и (7c) буквы σ, ν и τ замѣнимъ (соотвѣтственно) буквами J_x, J_y и Z_{xy}, то получимъ уравненія (10a) и (11b), изъ чего слѣдуетъ что величины s и t, при данныхъ σ, ν и τ могутъ быть опредѣлены посредствомъ такого же построенія, какое было указано для опредѣленія $J_{x'}$ и $Z_{x'y'}$ при данныхъ J_x, J_y и Z_{xy} (чер. 37). Буквой σ будемъ обозначать всегда то изъ обоихъ нормальныхъ напряженій σ и ν, которое больше.

На чер. 45 напряженія σ и ν приняты положительными. Откладываемъ на УУ отъ начала координатъ О въ сторону отрицательныхъ τ (когда τ положительно) $O\nu = \tau$, проводимъ черезъ ν $X_1X_1 \parallel XX$ (т. е. параллельно σ), откладываемъ на X_1X_1 въ сторону отрицательныхъ х-въ $\overline{\nu M} = \nu$, а отъ М въ противоположную сторону $\overline{M\sigma} = \sigma$, возставляемъ въ σ перпендикуляръ къ σM, дѣлаемъ $\sigma B = \tau = \overline{O\nu}$, и на ОВ какъ діаметрѣ описываемъ окружность. Если отнесемъ эту окружность къ осямъ X_1X_1 и $У_1У_1$, которыхъ начало въ М, то абсцисса Ms произвольной точки ея С представляетъ напряженіе s дѣйствующее по направленію прямой ОС, соединяющей эту точку съ началомъ О, въ плоскости, перпендикулярной къ ОС, а ордината CS равняется скалывающему напряженію t той же плоскости.



Чер. 45.

Когда плоскость ОС вращается около точки О, то точка С описываетъ окружность, а точка S—діаметръ S_2S_1, и при всякомъ положеніи точки С ея ордината = скалывающему, а абсцисса—нормальному напряженію элемента, перпендикулярнаго къ ОС, принадлежащаго точкѣ, которой нормальныя напряженія равны σ и ν, а скалывающія—τ.

Максимальное главное напряженіе $S_1 = MS_1$, оно параллельно OS_1 и происходитъ въ плоскости, перпендикулярной къ OS_1 т. е. въ плоскости OS_2. Минимальное главное напряженіе $S_2 = MS_2$, оно параллельно OS_2, и дѣйствуетъ въ плоскости OS_1, перпендикулярной къ OS_2. Ординаты точекъ S_1 и S_2, равны нулю, изъ чего слѣ-

дуетъ, что въ плоскостяхъ I и II, въ которыхъ дѣйствуютъ максимальныя нормальныя напряженія, скалывающія напряженія равны нулю.

Если черезъ центръ z окружности проведемъ діаметръ T_1T_2, перпендикулярный къ SI SII, то такъ какъ въ точкахъ T_1 и T_2, ординаты окружности достигаютъ максимума, радіусы T_1z и T_2z представляютъ максимальныя скалывающія напряженія, происходящія въ плоскостяхъ OT_1 и OT_2; нормальныя напряженія этихъ плоскостей равны Mz. Изъ чертежа получаются легко прочія свойства косыхъ напряженій, выведенныя аналитически въ (38), (39) и (40).

Задача. Доказать помощію чертежа 45 правильность слѣдующихъ уравненій:

$$1)\ \operatorname{tg}2\alpha_1 = -\frac{\tau}{\left(\frac{\sigma-\nu}{2}\right)}$$

$$2)\ S_1 = \frac{\sigma+\nu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma-\nu}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$3)\ S_2 = \frac{\sigma+\nu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma-\nu}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$4)\ S_1 + S_2 = \sigma + \nu$$

$$5)\ S_1 - S_2 = 2T$$

$$6)\ \alpha_1 = 90 + \alpha_2$$

7) Плоскости предѣльныхъ нормальныхъ напряженій образуютъ съ плоскостями предѣльныхъ скалывающихъ напряженій уголъ 45^0.

43. **Идеальныя напряженія.**—Выдѣлимъ изъ тѣла, подверженнаго дѣйствію внѣшнихъ силъ, безконечно малый параллелопипедъ такимъ образомъ, чтобы его грани ab и ac (чер. 46) были параллельны главнымъ напряженіемъ S_1 и S_2; скалывающія напряженія въ этихъ граняхъ будутъ равны 0.

Обозначимъ черезъ

E—модуль упругости матеріала;

m—коэфиціентъ поперечной упругости,

u и v—длины граней ab и ac

Δu и Δv—удлиненія ихъ, произведенныя напряженіями S_1 и S_2, то по закону Гука будемъ имѣть:

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{S_1}{E} - \frac{S_2}{mE}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{S_2}{E} - \frac{S_1}{mE}$$

Обозначимъ черезъ B_1 такое нормальное напряженіе, которое, дѣйствуя одно по направленію S_1, произвело бы такое же удлиненіе Δu какое производятъ напряженія S_1 и S_2 вмѣстѣ, то должно

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{B_1}{E} = \left(S_1 - \frac{S_2}{m}\right)\frac{1}{E}$$

откуда

$$B_1 = S_1 - \frac{S_2}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

и точно также

$$B_2 = S_2 - \frac{S_1}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

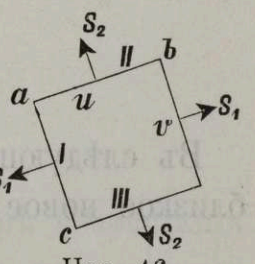
Если для S_1 и S_2 подставимъ значенія 13a и 13b, то получимъ:

$$B_1 = \left[\frac{\sigma+\nu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma-\nu}{2}\right)^2 + \tau^2}\right] - \frac{1}{m}\left[\frac{\sigma+\nu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma-\nu}{2}\right)^2 + \tau^2}\right]$$

$$B_1 = \frac{m-1}{2m}(\sigma+\nu) + \frac{m+1}{2m}\sqrt{(\sigma-\nu)^2 + 4\tau^2} \quad \ldots\ldots \quad (20a)$$

$$B_2 = S_2 - \frac{S_1}{m} = \frac{m-1}{2m}(\sigma+\nu) - \frac{m+1}{2m}\sqrt{(\sigma-\nu)^2 + 4\tau^2} \quad \ldots\ldots \quad (21a)$$

Для изотропныхъ тѣлъ, по теоріи упругости, $m = 4$; опыты показываютъ, что коэфиціентъ m для различныхъ матеріаловъ различенъ, и что для желѣза и стали его значеніе колеблется между 3 и 4.

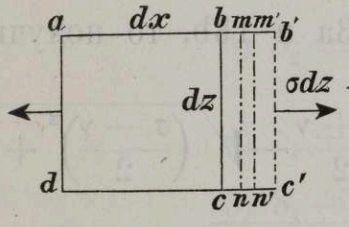


Чер. 46.

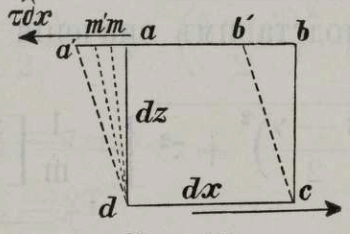
44. **Деформація. Работа деформаціи (работа внутреннихъ силъ) элементарной призмы.**—Выдѣлимъ мысленно внутри тѣла безконечно узкую призму, перпендикулярную къ плоскости силъ; размѣры ab

и ad ея сѣченія этой плоскостью обозначимъ черезъ dx и dz, а длину (измѣреніе, перпендикулярное къ плоскости силъ) примемъ = 1. (Чер. 47). Положимъ что къ брусу, которому эта призма принадлежитъ, прикладываютъ нагрузку, увеличивающуюся постепенно отъ нуля до ея полнаго значенія въ теченіи хотя чрезвычайно малаго, но конечнаго времени. Эта нагрузка произведетъ деформацію, увеличивающуюся одновременно съ увеличеніемъ нагрузки, и напряженія σ, ν и τ исполнятъ работу, которая называется *работой деформаціи, или работой силъ упругости.* Работа нормальныхъ напряженій σ и ν будетъ зависѣть отъ измѣненія параллельныхъ имъ измѣреній dx и dz, а работа скалывающихъ напряженій—отъ измѣненія угловъ a, b, c и d, произведеннаго передвиженіями граней по направленіямъ дѣйствующихъ на нихъ напряженій τ.

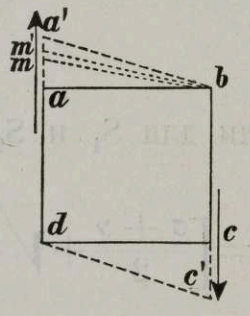
Нормальное напряженіе σ граней ad и bc (чер. 47), начиная съ момента приложенія нагрузки, будетъ постепенно увеличиваться, и въ каждый моментъ оно пропорціонально соотвѣтственному



Чер. 47.



Чер. 48.



Чер. 49.

удлиненію. Такъ въ моментъ, когда длина грани ab измѣнилась на bm и грань bc заняла положеніе mn, величина этого напряженія получится изъ уравненія

$$\sigma = E\,\frac{\overline{bm}}{\overline{ab}}$$

Въ слѣдующій затѣмъ моментъ эта грань займетъ безконечно близкое новое положеніе m′n′, и напряженіе теперь будетъ

$$\sigma' = E\,\frac{bm'}{ab} = E\,\frac{bm + mm'}{ab}$$

Такъ какъ mm′ сравнительно съ bm безконечно мало, то можно поставить $bm' = bm$, и, слѣдовательно, $\sigma' = \sigma$, т. е. во время

перехода грани изъ положенія mn въ безконечно близкое положеніе m′n′ можно напряженіе σ считать постояннымъ, такъ что дѣйствующія въ граняхъ bc и ad силы σdz исполнятъ въ это время работу $\sigma dz \,.\, \overline{mm'}$. Если полное удлиненіе bb′ измѣренія $\overline{ab} = dx$ означимъ черезъ Δdx, то $mm' = d\Delta dx$, поэтому

$$\sigma dz \,.\, mm' = \sigma dz d\Delta dx = \sigma dz dx \frac{d\Delta dx}{dx} = \sigma dz dx de_x$$

Здѣсь

$$e_x = \frac{\Delta dx}{dx}$$

означаетъ относительное удлиненіе измѣренія dx, а dz . dx—объемъ элементарной призмы; если послѣдній означимъ черезъ dV, то

$$\sigma \,.\, dz \,.\, \overline{mm'} = \sigma \,.\, de_x \; dV$$

Такимъ же образомъ получимъ, что элементарная работа силъ νdx, дѣйствующихъ въ граняхъ ab и cd равняется

$$\nu \,.\, de_z \,.\, dV$$

Работа нормальныхъ напряженій σ и ν во время деформаціи элементарной призмы, слѣдовательно, опредѣлится выраженіемъ

$$(22)\ldots\ldots \int \sigma de_x dV + \int \nu de_z dV = dV \left[\int \sigma de_x + \int \nu de_z \right]$$

45. **Работа скалывающихъ напряженій** τ опредѣлится слѣдующимъ образомъ: Вслѣдствіе дѣйствія скалывающихъ силъ уголъ adc измѣнится на очень малую величину a′da = g, и грань ab займетъ по отношенію къ dc положеніе a′b′ (чер. 48). Такъ какъ уголъ g очень малъ, то

$$\mathrm{tg}g = g = \frac{aa'}{ad} = \frac{\overline{aa'}}{dz}$$

Это сдвиженіе образовалось не сразу, но по мѣрѣ возрастанія нагрузки бруса увеличивалось постепенно отъ нуля до конечнаго значенія aa′, и одновременно съ нимъ увеличивалась скалывающая сила τdx, такъ что въ каждый моментъ напряженіе ея τ было пропорціонально соотвѣтствующему этому моменту сдвиженію. Такъ въ моментъ, когда грань ab передвинулась по отношенію къ dc

на величину am и грань ad заняла положеніе dm, скалывающее напряженіе ея

$$\tau = G\frac{\overline{am}}{ad}$$

гдѣ G—модуль упругости при скалываніи.

При дальнѣйшемъ передвиженіи на безконечно малую величину mm′ можно (аналогически какъ въ предыдущемъ случаѣ) принимать, что во время этого передвиженія напряженіе τ оставалось постояннымъ, и силы τdx совершили работу

$$\tau dx\overline{mm'} = \tau dxdz\frac{\overline{mm'}}{dz} = \tau dxdz\frac{\overline{daa'}}{dz} = \tau dxdz\,.\,dg = \tau dg\,.\,dV$$

Если бы измѣненіе угла bad на величину g произошло вслѣдствіе сдвиженія грани ad по отношенію къ bc (чер. 48a) на aa′ то было бы

$$g = \frac{\overline{aa'}}{ab} = \frac{\overline{aa'}}{dx}$$

Скалывающія силы τdz при переходѣ грани ab изъ положенія bm въ положеніе bm′ исполняютъ работу

$$\tau dz\overline{mm'} = \tau dz\,.\,dx\frac{\overline{mm'}}{dx} = \tau dz\,.\,dx\,\frac{d\,\overline{aa'}}{dx} = \tau\,.\,dV\,.\,dg$$

Полному сдвиженію aa′ будетъ поэтому соотвѣтствовать работа

$$\int_0^g \tau\,dg\,.\,dV = dV\int \tau\,dg \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Въ обоихъ случаяхъ (представленныхъ чертежами 48 и 48a) скалывающія напряженія совершаютъ, слѣдовательно, одинаковую работу, изъ чего слѣдуетъ, что выраженіе (23) даетъ элементарную работу и въ томъ случаѣ, когда деформація происходитъ отъ одновременнаго сдвиженія грани ab по отношенію къ cd, и грани ad по отношенію къ bc.

46. **Работа деформаціи сооруженія.**—Изъ предыдущаго слѣдуетъ что соотвѣтствующая одной элементарной призмѣ работа деформаціи

$$d\mathfrak{S} = dV \int [\sigma de_x + \nu de_z + \tau dg]$$

поэтому, полная работа, которую во время деформаціи бруса совершаютъ его внутреннія силы

$$\mathfrak{S} = \int dV \int (\sigma de_x + \nu de_z + \tau dg) \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

Очевидно, что интегралъ долженъ быть распространенъ на все сооруженіе.

Относительное удлиненіе e_x измѣренія dx состоитъ изъ относительнаго удлиненія $\frac{\sigma}{E}$, произведеннаго напряженіемъ σ, и относительнаго удлиненія $\frac{-\nu}{mE}$, произведеннаго перпендикулярнымъ къ dx напряженіемъ ν, т. е.

$$e_x = \frac{\sigma}{E} - \frac{\nu}{mE}$$

и точно также

$$e_z = \frac{\nu}{E} - \frac{\sigma}{mE} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

Относительное сдвиженіе

$$g = \frac{\tau}{G}$$

Помощію дифференцированія получаемъ, такъ какъ для даннаго матеріала E, G и m постоянныя величины.

$$de_x = \frac{d\sigma}{E} - \frac{d\nu}{mE}$$

$$de_z = \frac{d\nu}{E} - \frac{d\sigma}{mE}$$

$$dg = \frac{d\tau}{G}$$

Если эти значенія подставимъ въ уравненіе 24, то оно получитъ видъ.

$$\mathfrak{S} = \int dV \int \left[\sigma\left(\frac{d\sigma}{E} - \frac{d\nu}{mE}\right) + \nu\left(\frac{d\nu}{E} - \frac{d\sigma}{mE}\right) + \frac{\tau d\tau}{G}\right]$$

$$= \int dV \int \left[\frac{\sigma d\sigma + \nu d\nu}{E} - \frac{\sigma d\nu + \nu d\sigma}{mE} + \frac{\tau d\tau}{G}\right] \ldots\ldots (26)$$

и проинтегрировавъ заключенное въ скобкахъ выраженіе

$$\mathfrak{S} = \int \frac{1}{2E}\left(\sigma^2 + \nu^2 - \frac{2\sigma\nu}{m}\right) dV + \int \frac{\tau^2}{2G} . dV \ldots\ldots (27)$$

Въ строительныхъ сооруженіяхъ напряженіе ν обыкновенно такъ мало, что имъ въ сравненіи съ напряженіемъ σ можно пренебречь; если поставимъ

$$\nu = 0$$

то будетъ

$$\mathfrak{S} = \int \frac{\sigma^2 dV}{2E} + \int \frac{\tau^2}{2G} dV \ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

ГЛАВА III.

Правило производной работы деформаціи.

47. **Плоскія неизмѣняемыя фермы. Нужные и добавочные стержни.** Когда брусъ соединенъ съ сооруженіемъ помощію шарнировъ, устроенныхъ въ его конечныхъ сѣченіяхъ, такимъ образомъ, что онъ могъ бы свободно вращаться около одного конца, еслибы другой конецъ былъ освобожденъ отъ шарнира, то онъ называется *стержнемъ*. Сооруженіе, составленное изъ шарнирныхъ стержней, принято называть *фермой* или *сочлененной системой*, а точки, въ которыхъ устроены шарниры — *узлами*.

Мы будемъ разсматривать только плоскія фермы, т. е. такія, которыхъ узлы, а слѣдовательно, и оси всѣхъ составляющихъ ихъ стержней находятся въ одной плоскости, и будемъ принимать, что *силы дѣйствуютъ только въ узлахъ и находятся въ плоскости фермы*. Въ этомъ случаѣ стержни испытываютъ только осевыя напряженія, т. е. растяженія и сжатія, потому что сгибающіе моменты равны нулю.

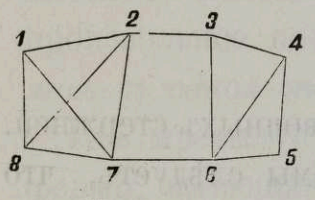
Ферма называется *неизмѣняемой*, если она не допускаетъ никакихъ другихъ измѣненій формы кромѣ тѣхъ, которыя обусловлены упругостью матеріала. Очевидно, что ферма всегда будетъ неизмѣняема, если оси ея стержней образуютъ неизмѣняемую геометри-

ческую фигуру, какъ треугольникъ, четыреугольникъ съ діагональю, пятиугольникъ съ не менѣе какъ двумя діагоналями, и вообще— n-угольникъ съ n — 3 діагоналями. Неизмѣняемая n-угольная ферма, т. е. имѣющая n узловъ, имѣетъ, слѣдовательно минимумъ

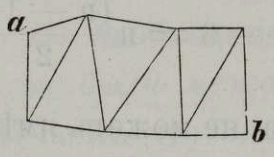
$$s = n + (n - 3) = 2n - 3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

стержня.

Но для неизмѣняемости фермы этого одного условія недостаточно. Такъ изображенная на чер. 49 восьмиузловая ферма имѣетъ $2.8 - 3 = 13$ стержней, между тѣмъ она не имѣетъ свойства неизмѣняемости, такъ какъ неимѣющій діагонали четырехугольникъ 2367 представляетъ измѣняемую фигуру. Подробное разсмотрѣніе условій неизмѣняемости фермы будетъ изложено впослѣдствіи, теперь только замѣтимъ, что многоугольникъ, имѣющій при n сторонахъ n — 3 діагонали, можно считать неизмѣняемымъ, если 1) діагонали проходятъ черезъ всѣ вершины его, или 2) одна вершина или двѣ несмежныя вершины не имѣютъ діагоналей, и при томъ, въ обоихъ случаяхъ, въ ней нѣтъ четыреугольника безъ діагонали. Такъ ферма чер. 50 неизмѣняема, хотя діагоналей не имѣютъ вершины a и b.



Чер. 49.



Чер. 50.

Наибольшее число стержней, какое можетъ имѣть n-узловая ферма, опредѣляется слѣдующимъ разсужденіемъ: Три узла могутъ быть соединены между собою только тремя стержнями; четвертый узелъ можетъ быть прикрѣпленъ къ предыдущимъ тремъ не болѣе какъ 3-мя стержнями, 5-й узелъ — 4-мя стержнями, вообще n-й узелъ — n — 1 стержнемъ. Максимальное число стержней при n узлахъ, поэтому, будетъ:

$$S_m = (1 + 2) + 3 + 4 + 5 + \ldots + \overline{n - 1} = n\frac{(n-1)}{2} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

Изъ этихъ S_m стержней только $2n - 3$ необходимы для составленія неизмѣняемой системы; они называются *нужными или главными стержнями*, а прочіе стержни будемъ называть *добавочными или второстепенными*. Максимальное число добавочныхъ

стержней n-узловой фермы получается посредствомъ уравненій 30 и 29

$$d_m = \frac{n(n-1)}{2} - (2n-3) = \frac{n(n-5)}{2} + 3 \ldots . \quad (31)$$

Въ системѣ, имѣющей добавочные стержни, можно различнымъ способомъ образовать неизмѣняемую систему, т. е. нужными стержнями можно считать безразлично которые $2n-3$ стержня, если только образованная ими ферма будетъ неизмѣняема. Для $n=3$

$$2n-3 = n\frac{(n-1)}{2} = 3$$

т. е. трехузловая система не можетъ имѣть добавочныхъ стержней.

Изъ способа образованія неизмѣняемой системы слѣдуетъ, что длины $2n-3$ нужныхъ стержней въ извѣстныхъ предѣлахъ произвольны; система, имѣющая только нужные стержни, не испытываетъ поэтому въ ненагруженномъ состояніи никакихъ напряженій и тогда, когда температура ея измѣняется. Но если въ такую ферму вставимъ добавочный стержень, то въ ней при отсутствіи нагрузки не будетъ никакого напряженія только тогда, когда длина послѣдняго точно равна разстоянію соединяемыхъ имъ узловъ. Въ противномъ случаѣ ферма будетъ напряжена; если вводимый въ ферму добавочный стержень напр. короче разстоянія соединяемыхъ имъ узловъ, то нужно будетъ искусственно его удлинить или соотвѣтственные узлы сблизить; когда затѣмъ послѣ соединенія стержня съ узлами ферма будетъ предоставлена самой себѣ, то по свойству упругости узлы будутъ стремиться занять первоначальное положеніе, а такъ какъ этому препятствуетъ добавочный стержень, то они лишь отчасти достигнутъ этого положенія, вслѣдствіе чего стержни будутъ испытывать напряженія и при отсутствіи нагрузки. Подобное явленіе произойдетъ при измѣненіи температуры, когда термическое удлиненіе добавочнаго стержня не будетъ равняться термическому измѣненію разстоянія его узловъ.

48. **Опоры; опорные стержни.** Сооруженіе только тогда будетъ устроено правильно, если оно при неизмѣняемой формѣ будетъ имѣть неизмѣняемое положеніе въ пространствѣ при всякомъ дѣйствіи на него внѣшнихъ силъ. Условія неизмѣняемости положенія

плоскаго сооруженія опредѣляются слѣдующимъ разсужденіемъ: Одну точку A сооруженіе соединяемъ съ неподвижнымъ тѣломъ CC (чер. 51) помощію двухъ стержней a_1 и a_2; ферма можетъ теперь вращаться около шарнира A въ плоскости a_1a_2, въ которой, по предположенію, она сама находится; третій стержень b, соединяющій другую точку ея B съ тѣломъ C, дѣлаетъ ферму неподвижной. Стержни a_1, a_2, b называются *опорными стержнями*; для неподвижности фермы въ плоскости необходимы, слѣдовательно, 3 опорные стержни, соединяющіе двѣ или три точки ея съ неподвижнымъ тѣломъ. Опорные стержни могутъ имѣть произвольное положеніе, но необходимо чтобы они *не пересѣкались въ одной точкѣ, и не были между собой параллельны.*

Изъ предыдущаго получаемъ что *неподвижная неизмѣняемая ферма*, имѣющая только нужные стержни, имѣетъ $2n-3$ стержня составляющихъ ферму, и 3 опорныхъ стержня, слѣдовательно минимальное число ея стержней равняется $(2n-3)+3=2n$.

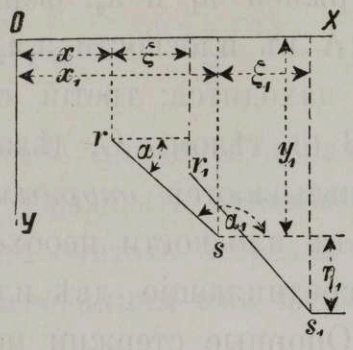
Число опорныхъ стержней вообще можетъ быть неограничено, но изъ нихъ нужными будутъ только 3 такихъ стержня, которые не пересѣкаются въ одной точкѣ.

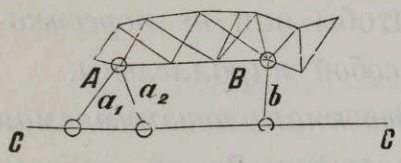
Если длина опорныхъ стержней сдѣлается $=0$, то сооруженіе будетъ соединено съ тѣломъ непосредственно; точка A будетъ теперь представлять шарниръ, и называться, такъ же какъ и точка B—*опорной точкой*. Ближайшія къ опорнымъ точкамъ части неподвижнаго тѣла называютъ *опорами*. Точка B называется подвижной опорной точкой; она располагается на неподвижной опорѣ такимъ образомъ, чтобы при измѣненіи температуры не препятствовала фермѣ измѣнять свою длину. Такъ какъ шарниръ замѣняетъ 2 стержня, то онъ имѣетъ 2 неизвѣстныхъ: величину и направленіе сопротивленія; подвижная опорная точка представляетъ одну неизвѣстную: величину сопротивленія; направленіе послѣдняго, при пренебреженіи тренія, перпендикулярно къ плоскости соприкасанія.

49. Уравненіе деформаціи. Отнесемъ узлы сочлененной системы (фермы) къ прямоугольнымъ осямъ координатъ OX и OY (чер. 52), соединеннымъ неизмѣняемо съ самой системой. При такомъ соединеніи координаты узловъ, взятыя по отношенію къ этимъ осямъ, могутъ измѣняться только при измѣненіи относительныхъ разстояній

узловъ, а всякое перемѣщеніе системы въ пространствѣ, при которомъ относительныя положенія узловъ неизмѣняются, не будетъ имѣть на эти координаты никакого вліянія.

Чер. 52.





Чер. 51.

Пусть

r и s—два произвольные узла ненагруженной фермы,

x, y и x_1, y_1—ихъ координаты,

rs—соединяющій ихъ призматическій стержень

l—длина rs этого стержня

F—площадь его поперечнаго сѣченія,

E—модуль упругости его матеріала,

α и β—его углы съ осями OX и OУ.

Приложимъ къ фермѣ внѣшнія силы, и означимъ произведенныя ими перемѣщенія по направленіямъ осей координатъ: для узла r—черезъ ξ и η, и для узла s—черезъ ξ_1 и η_1. Стержень rs займетъ положеніе r_1s_1, причемъ длина его rs измѣнится на нѣкоторую величину λ, такъ что

$$\overline{r_1s_1} = l + \lambda$$

По чертежу 52 имѣемъ:

$$l = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$$

$$(l + \lambda) = \sqrt{[(x_1 + \xi_1) - (x + \xi)]^2 + [(y_1 + \eta_1) - (y + \eta)]^2}$$

$$= \sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(\xi_1-\xi)^2+(\eta_1-\eta)^2+2(x_1-x)(\xi_1-\xi)+2(y_1-y)(\eta_1-\eta)}$$

Мы разсматриваемъ только упругія, слѣдовательно чрезвычайно малыя измѣненія ξ и η, поэтому безъ ущерба для точности результата можно высшими степенями разностей $\xi_1-\xi$ и $\eta_1-\eta$ пренебречь, и написать

$$(l + \lambda) = \sqrt{l^2 + 2(x_1 - x)(\xi_1 - \xi) + 2(y_1 - y)(\eta_1 - \eta)}$$

$$= l\sqrt{1 + \frac{2(x_1 - x)(\xi_1 - \xi)}{l^2} + \frac{2(y_1 - y)(\eta_1 - \eta)}{l^2}}$$

и такъ какъ

$$\frac{x_1 - x}{l} = \cos\alpha \qquad \frac{y_1 - y}{l} = \sin\alpha$$

$$1+\lambda = l\sqrt{1 + \frac{2(\xi_1-\xi)}{l}\cos\alpha + \frac{2(\eta_1-\eta)}{l}\sin\alpha} \quad \ldots \quad (32)$$

и по правилу бинома, пренебрегая очень малыми величинами высшихъ степеней

$$1 + \lambda = l\left[1 + \frac{\xi_1 - \xi}{l}\cos\alpha + \frac{\eta_1 - \eta}{l}\sin\alpha\right]$$

откуда

$$\lambda = (\xi_1 - \xi)\cos\alpha + (\eta_1 - \eta)\sin\alpha \quad \ldots \quad (33)$$

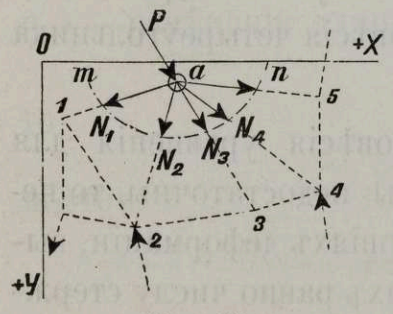
Если N—напряженіе стержня rs, то по закону Гука

$$N = \frac{EF\lambda}{l} = c\lambda = c\,[(\xi_1 - \xi)\,cs\alpha + (\eta_1 - \eta)\sin\alpha] \quad \ldots \quad (34)$$

гдѣ $c = \frac{EF}{l}$ — независящій отъ нагрузки коефиціентъ.

Для всякаго стержня можно составить одно уравненіе вида (34); если число стержней s, то слѣдовательно число этихъ уравненій будетъ = s.

50. **Условія равновѣсія сочлененныхъ системъ.** Когда система, подверженная дѣйствію внѣшнихъ силъ, измѣнила свою форму и пришла въ состояніе покоя, то совокупность силъ, дѣйствующихъ на всякую точку ея, находится въ состояніи равновѣсія. Къ этимъ силамъ принадлежатъ приложенныя къ узлу внѣшнія силы и сопротивленія выходящихъ изъ него стержней. Такъ сила P дѣйствующая на узелъ a (чер. 53) уравновѣшивается сопротивленіями стержней a1, a2, a3, a4 и a5, выходящихъ изъ узла a. Если вырѣжемъ этотъ узелъ произвольнымъ сѣченіемъ mn, и къ мѣстамъ разрѣзовъ приложимъ такія внѣшнія силы N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, которыя замѣнятъ дѣйствовавшія въ нихъ до разрѣза силы сцѣпленія, то въ состояніи равновѣсія узла ничего не измѣнится, и дѣйствующія на него силы P, N_1, N_2, N_3, N_4 и N_5 удовлетворяютъ условіямъ равновѣсія. Если обозначимъ черезъ



Чер. 53.

X и У—слагающія силы P взятыя по направленіямъ осей OX и OУ, α_1, α_2 ... углы, образуемые напряженіями N_1, N_2 ... съ осью OX, и положимъ $N_1 \cos\alpha_1 + N_2 \cos\alpha_2 + N_3 \cos\alpha_3 + N_4 \cos\alpha_4 + + N_5 \cos\alpha_5 = \Sigma N \cos\alpha$ то по условіямъ равновѣсія:

$$X + \Sigma N \cos\alpha = 0$$
$$У + \Sigma N \sin\alpha = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Такія 2 уравненія можно составить для каждаго узла, если слѣдовательно число узловъ n, то число уравненій (35) будетъ=2n.

Когда неизмѣняемая n узловая система не имѣетъ добавочныхъ стержней, то число ея стержней (включая и опорные) по № 46, равняется 2n. Каждый стержень представляетъ одну неизвѣстную, которой есть его напряженіе, она имѣетъ поэтому 2n неизвѣстныхъ, для опредѣленія которыхъ условія равновѣсія даютъ 2n уравненій; эти условія для расчета системы, слѣдовательно, вполнѣ достаточны. Такая система называется *статически опредѣленной.*

Когда неизмѣняемая n—узловая система имѣетъ добавочные стержни, и число послѣднихъ = d, то число ея стержней = 2n + d. Такъ какъ условія равновѣсія даютъ для рѣшенія ея только 2n уравненій, то послѣднія недостаточны для опредѣленія 2n + d напряженій, и система вслѣдствіе того называется *статически неопредѣленной.*

Система будетъ статически неопредѣленной и тогда, когда при n узлахъ число ея стержней = 2n, если она не имѣетъ свойства неизмѣняемости. Такъ напр. для фермы чер. 49 n = 8, число ея стержней, включая 3 опорные стержня, равно 16, т. е. = 2n, но число ея неизвѣстныхъ = 17, т. е. > 2n, потому что кромѣ напряженій стержней неизвѣстна форма равновѣсія четыреугольника

2367.

Такъ какъ получаемыя изъ условій равновѣсія уравненія для рѣшенія статически неопредѣленной системы недостаточны, то недостающія уравненія нужно искать въ условіяхъ деформаціи, выраженныхъ уравненіемъ (34), число которыхъ равно числу стержней т. е. = 2n + d. Неизвѣстными въ этихъ уравненіяхъ суть 2n + d напряженій N, и 2n узловыхъ перемѣщеній ξ и η, слѣдовательно число неизвѣстныхъ = (2n + d) + 2n = 4n + d. Уравне-

нія (34) въ соединеніи съ 2n уравненіями (35), слѣдовательно, достаточны для рѣшенія всякой статически неопредѣленной истемы. Но расчетъ такой системы помощію уравненій (34) и (35) представляетъ то неудобство что для опредѣленія $2n+d$ неизвѣстныхъ напряженій нужно рѣшать $4n+d$ уравненій, такъ какъ при рѣшеніи статическихъ задачъ обыкновенно не бываетъ надобности знать величины ξ и η. Поэтому желательно имѣть такія формулы, которыя давали бы возможность опредѣлять $2n+d$ неизвѣстныхъ изъ $2n+d$ уравненій. Эти формулы получаются помощію выраженія работы, исполняемой внутренними силами во время измѣненія формы системы, т. е. помощію работы деформаціи.

51. **Выраженіе работы деформаціи въ функціи внѣшнихъ силъ.**— Въ сочлененныхъ системахъ скалывающія напряженія $\tau=0$, поэтому работа деформаціи для этихъ системъ опредѣляется по (28) уравненіемъ

$$\mathfrak{T}=\int\frac{\sigma^2}{2E}\,dV$$

Для призматическаго растягиваемаго или сжимаемаго стержня σ величина постоянная, поэтому соотвѣтствующая одному стержню работа

$$t=\frac{\sigma^2}{2E}\int dV=\frac{\sigma^2}{2E}\cdot V$$

гдѣ V—объемъ стержня. Если

N—сопротивленіе стержня

F—площадь его поперечнаго сѣченія

l—длина

и λ—измѣненіе длины, произведенное силой N

то $$\sigma=\frac{N}{F} \qquad \text{и } V=F.l$$

поэтому

$$t=\frac{1}{2}\left(\frac{N}{F}\right)^2 F.L=\frac{1}{2}N.\frac{Nl}{EF}$$

или, такъ какъ

$$\frac{Nl}{EF}=\lambda \qquad t=\frac{1}{2}N\lambda$$

слѣдовательно работа деформаціи всей системы

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{2}\Sigma N\lambda. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Сумма $\Sigma N\lambda$ содержитъ столько слагающихъ, сколько система содержитъ стержней; при n узлахъ число этихъ членовъ для статически опредѣленной системы $= 2n$, а для статически неопредѣленной $— 2n + d$.

По (33), поставивъ $\sin\alpha = \cos\beta$, гдѣ $\beta = 90 — \alpha$

$$\lambda = (\xi_1 — \xi)\cos\alpha + (\eta_1 — \eta)\cos\beta.$$

Какъ изъ чер. 52 видно

$$\alpha_1 = 180 — \alpha$$

поэтому $\cos\alpha_1 = — \cos\alpha$.
Можно слѣдовательно написать

$$\lambda = — \xi_1\cos\alpha_1 — \xi\cos\alpha — \eta_1\cos\beta_1 — \eta\cos\beta$$

Размножимъ это уравненіе на $\frac{N}{2}$,

$$\frac{N\lambda}{2} = — \frac{N}{2}\xi_1\cos\alpha_1 — \frac{N}{2}\xi\cos\alpha — \frac{N}{2}\eta_1\cos\beta_1 — \frac{N}{2}\eta\cos\beta$$

Напишемъ такое уравненіе для каждаго стержня и сложимъ ихъ въ одну сумму такимъ образомъ, что сначала составляемъ сумму для каждаго узла отдѣльно, а затѣмъ складываемъ эти узловыя суммы. Такъ какъ перемѣщенія ξ и η для одного и того же узла величины постоянныя, то соотвѣтствующая одному узлу сумма будетъ имѣть видъ

$$— \xi\Sigma'\frac{N}{2}\cos\alpha — \eta\frac{\Sigma' N}{2}\cos\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Каждое изъ выраженій $\Sigma' N\cos\alpha$ и $\Sigma' N\cos\beta$ имѣетъ столько членовъ сколько отъ узла выходятъ стержней.

Если для каждаго узла напишемъ выраженіе (37) и затѣмъ всѣ эти выраженія сложимъ, то получимъ

$$\Sigma\frac{N\lambda}{2} = — \Sigma\left(\xi\Sigma'\frac{N}{2}\cos\alpha\right) — \Sigma\left(\eta\Sigma'\frac{N}{2}\cos\beta\right)$$

По (35)

$$\Sigma' N\cos\alpha = -X \qquad \Sigma' N\cos\beta = \Sigma' N\sin\alpha = -У$$

и по (36) $\Sigma \frac{N\lambda}{2} =$

поэтому

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\left[\Sigma\xi X + \Sigma\eta У\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

Если означимъ черезъ
P_m — силу дѣйствующую на узелъ m
u и v — углы этой силы съ осями OX и OУ
p_m — перемѣщеніе mm′ точки приложенія силы P_m
ξ_m и η_m — проекціи этого перемѣщенія на оси OX и OУ
δ и ε — углы, образуемые перемѣщеніемъ mm′ съ тѣми же осями OX и OУ,
X_m и $У_m$ — проекціи силы P_m на OX и OУ

то

$$X_m = P_m\cos u \qquad У_m = P_m\cos v = P_m\sin u$$
$$\xi_m = p_m\cos\delta \qquad \eta_m = p_m\sin\delta$$

$X_m\xi_m + У_m\eta_m = P_m p_m(\cos u\cos\delta + \sin u\sin\delta) = P_m p_m\cos(u - \delta)$ Такъ какъ $(u - \delta)$ — уголъ, образуемый силой P_m съ перемѣщеніемъ p_m, то $p_m\cos(u - \delta)$ означаетъ проекцію этого перемѣщенія на направленіе силы; обозначивъ эту проекцію черезъ y_m, получимъ по (38)

$$(39) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathfrak{S} = \frac{1}{2}\Sigma N\lambda = \frac{1}{2}\Sigma P.y$$

Это уравненіе выражаетъ правило: *Работа деформаціи упругой сочлененной системы равняется полусуммѣ произведеній, которыя получатся, если каждую изъ дѣйствующихъ на систему внѣшнихъ силъ умножимъ на проекцію перемѣщенія ея точки приложенія на направленіе силы.* Эту проекцію будемъ для краткости называть *относительнымъ перемѣщеніемъ.*

Если уголъ $(u - \delta) > 90^0$, то $\cos(u - \delta)$ отрицателенъ; такъ какъ въ этомъ случаѣ относительное перемѣщеніе получается на продолженіи силы то слѣдуетъ, что y въ уравненіи (39) нужно брать съ положительнымъ знакомъ, если проекція перемѣщенія

получается на направленіи силы, и съ отрицательнымъ—если на продолженіи ея въ сторону, противоположную ея направленію.

52. **Теорема Кастиліано (правило производной работы деформаціи).** Работа деформаціи, выраженная въ функціи внѣшнихъ силъ P, по (39)

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2}P_1y_1 + P_2y_2 + P_3y_3 + \ldots + P_qy_q + \ldots + P_ny_n = \frac{1}{2}\Sigma(Py) \quad (39a)$$

Если одна изъ внѣшнихъ силъ P_1 напр. сила P_q, получитъ безконечно малое приращеніе dP_q, то система получитъ безконечно малое измѣненіе деформаціи, и точки приложенія всѣхъ вообще силъ P перемѣстятся на безконечно малыя величины, проекціи которыхъ на направленія соотвѣтственныхъ силъ можно означить dy; работа, исполненная силой P_m во время этого измѣненія будетъ $P_m\,dy_m$, и слѣдовательно полное приращеніе $d\mathfrak{S}$ работы вслѣдствіе безконечно малаго приращенія dP_q силы P_q опредѣлится уравненіемъ:

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dP_q}dP_q = \Sigma P dy$$

или

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dP_q} = \frac{\Sigma P.dy}{dP_q}$$

$$\text{Но } \frac{d\mathfrak{S}}{dP_q} = \frac{d\left(\frac{1}{2}\Sigma Py\right)}{dP_q} = \frac{1}{2}\left[\Sigma P\frac{dy}{dP_q} + \Sigma y\frac{dP}{dP_q}\right]$$

Такъ какъ внѣшнія силы P независимыя величины, то по (39a)

$$\frac{dP_1}{dP_q} = \frac{dP_2}{dP_q} = \ldots = 0 \text{ и } \frac{dP_q}{dP_q} = 1$$

поэтому

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dP_q} = \frac{\Sigma P dy}{dP_q} = \frac{1}{2}\Sigma\frac{Pdy}{dP_q} + \frac{1}{2}y_q$$

откуда

$$\Sigma\frac{Pdy}{dP_q} = y_q$$

или

$$(40) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d\mathfrak{S}}{dP_q} = y_q$$

Это уравненіе даетъ правило: *Если выразимъ работу деформаціи въ функціи внѣшнихъ силъ, то производная этой работы, взятая по отношенію къ одной изъ внѣшнихъ силъ, равняется относительному перемѣщенію точки приложенія этой силы.* Это правило было впервые доказано инженеромъ Кастиліано, мы его будемъ поэтому называть «*правиломъ Кастиліано*». При употребленіи этого правила внѣшнія силы должны быть разсматриваемы за независимыя величины.

53. **Значеніе производной работы деформаціи въ случаѣ двухъ равныхъ и прямо противоположныхъ силъ.**—Мы предполагаемъ что на тѣло BA (чер. 54), кромѣ нагрузки Q_1, Q_2 . . . дѣйствуютъ равныя и параллельныя силы P и—P, приложенныя къ точкамъ A и B по прямопротивоположнымъ направленіямъ. Чтобы получить производную работы деформаціи по отношенію къ этимъ обѣимъ силамъ P и —P, обозначимъ ихъ сначала буквами P и P_1 и положимъ на моментъ что P_1 есть функція силы P, тогда будетъ

$$\left(\frac{d\mathfrak{S}}{dP}\right)=\frac{d\mathfrak{S}}{dP}+\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}\cdot\frac{dP_1}{dP}$$

и такъ какъ $P_1=P$, слѣдовательно $\frac{dP_1}{dP}=1$

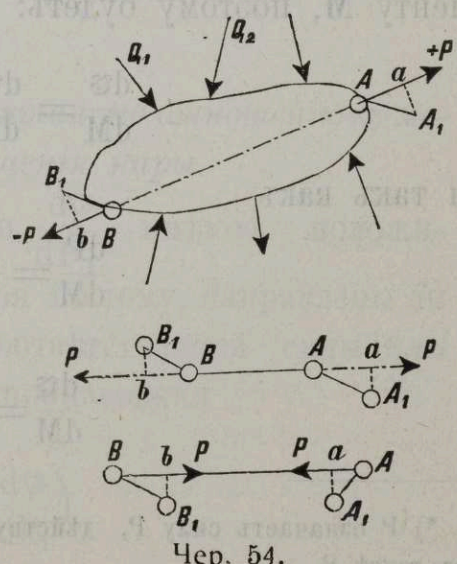
то

$$\left(\frac{d\mathfrak{S}}{dP}\right)=\frac{d\mathfrak{S}}{dP}+\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}$$

Величина въ скобкахъ означаетъ производную, взятую по отношенію къ обѣимъ силамъ P.

Если вслѣдствіе деформаціи, произведенной нагрузкой, точка приложенія A силы P перемѣстилась въ A_1, а точка B силы P_1—въ B_1, и проекціи точекъ A_1 и B_1 на направленіе силъ P означимъ черезъ a и b, то

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dP}=\overline{Aa}\qquad\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}=\overline{Bb}$$



Чер. 54.

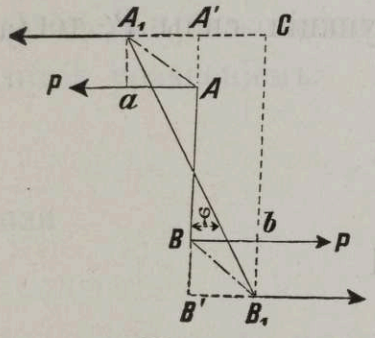
поэтому

$$\left(\frac{d\mathfrak{S}}{dP}\right)=\frac{d\mathfrak{S}}{dP}+\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}=\overline{Aa}+\overline{Bb} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (41)$$

Сумма $Aa+Bb$ равняется длинѣ, на которую измѣнилось разстояніе точекъ приложенія A и B. Если эта сумма положительна, то она означаетъ увеличеніе (чер. 54a), а если отрицательна—то уменьшеніе разстоянія AB (чер. 54b).

Если слѣдовательно, *P означаетъ двѣ равныя и прямо противоположныя силы, то производная работы деформаціи, взятая по отношенію къ P, даетъ величину, на которую вслѣдствіе деформаціи измѣнилось разстояніе точекъ приложенія силъ P и —P.*

Положимъ теперь что силы P и —P перпендикулярны къ прямой AB (чер. 55) соединяющей ихъ точки приложенія A и B, образуютъ поэтому *пару силъ*. Если, какъ и прежде, означимъ сначала эти силы буквами P и P_1 *), а ихъ моментъ—буквой M, то имѣемъ,



Чер. 55.

$$M=P.\overline{AB} \text{ и } M=P_1.\overline{AB}$$

слѣдовательно

$$P=\frac{M}{\overline{AB}} \qquad P_1=\frac{M}{\overline{AB}}$$

т. е. P и P_1 суть функціи момента M.

Производная работы деформаціи, взятая по отношенію къ моменту M, поэтому будетъ:

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dM}=\frac{d\mathfrak{S}}{dP}\cdot\frac{dP}{dM}+\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}\cdot\frac{dP_1}{dM}$$

и такъ какъ

$$\frac{dP}{dM}=\frac{1}{\overline{AB}} \text{ и } \frac{dP_1}{dM}=\frac{1}{\overline{AB}}$$

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dM}=\frac{1}{\overline{AB}}\left(\frac{d\mathfrak{S}}{dP}+\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}\right)$$

*) P означаетъ силу P, дѣйствующую въ точкѣ A, а P_1—силу P, дѣйствующую въ точкѣ B.

Если вслѣдствіе деформаціи, работа которой $= \mathfrak{S}$, точка A перемѣстилась въ A′ а точка B въ B′, и проекціи этихъ перемѣщеній на направленіе силъ P будутъ Aa и Bb, то

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dP} = \overline{Aa} \qquad \frac{d\mathfrak{S}}{dP_1} = \overline{Bb}$$

поэтому

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dM} = \frac{\overline{Aa} + \overline{Bb}}{\overline{AB}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Обозначимъ черезъ φ — уголъ, на который повернулась прямая AB занявъ положеніе A_1B_1, и проведемъ изъ точки B_1 $B_1C \parallel AB$, и изъ A_1 $A_1C \parallel P$, т. е. перпендикулярно къ AB, то

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1C}{CB_1} = \frac{A_1A' + A'C}{CB_1} = \frac{Aa + Bb}{CB_1}$$

Такъ какъ мы разсматриваемъ только упругія, слѣдовательно, очень малыя деформаціи, то можно поставить

$$\operatorname{tg}\varphi = \varphi \qquad \overline{CB_1} = \overline{AB}$$

и получимъ съ достаточной для практики точностью

$$\varphi = \frac{Aa + Bb}{AB}$$

и по (42)

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dM} = \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Это уравненіе даетъ теорему:

Производная работы деформаціи, взятая по отношенію къ моменту пары силъ равняется углу вращенія пары.

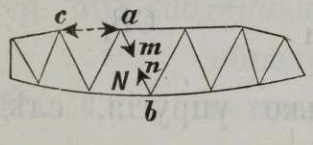
Такъ какъ частные производныя $\frac{d\mathfrak{S}}{dP}$ и $\frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}$ имѣютъ положительный или отрицательный знакъ смотря по тому, направлены ли перемѣщенія AA_1 и BB_1 въ сторону соотвѣтственной силы или въ противоположную, то слѣдуетъ что производная

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dM} = \frac{1}{AB}\left(\frac{d\mathfrak{S}}{dP} + \frac{d\mathfrak{S}}{dP_1}\right)$$

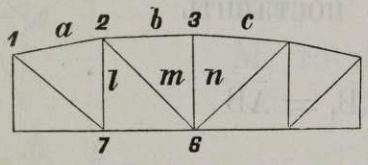
будетъ положительна, если пара повернулась въ сторону ея вращенія, а въ противномъ случаѣ она отрицательна.

54. **Приложеніе принципа производной работы къ расчету статически неопредѣленныхъ системъ.**—Когда система, послѣ приложенія къ ней внѣшнихъ силъ, пришла въ состояніе равновѣсія, то это равновѣсіе не будетъ нарушено, если какой нибудь стержень изъ системы устранимъ и на мѣсто его поставимъ силы, равныя его напряженіямъ. Такъ состояніе равновѣсія представленной на чер. 56 сочлененной системы не измѣнится, если напр. стержень ab, котораго напряженіе = N, замѣнимъ силами N и — N, приложенными къ узламъ a и b по направленію оси ab этого стержня. Если стержень ab растянутъ то стрѣлки, опредѣляющія стороны дѣйствія замѣняющихъ его силъ N и —N, должны быть направлены въ стороны, противоположныя ихъ точкамъ приложенія, потому что напр. часть am останется и послѣ разрѣза стержня ab натянутой, если приложенная къ ней сила будетъ направлена отъ a къ b, а на часть nb она должна дѣйствовать отъ b къ a. Сжатіе опредѣляется стрѣлками, направленными къ точкамъ приложенія соотвѣтственныхъ напряженій, какъ это указано для стержня ac (чер. 56).

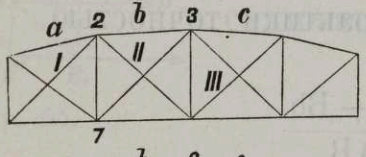
Чер. 56.



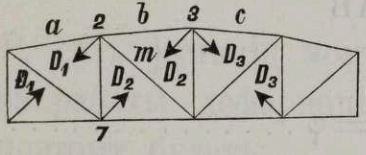
Чер. 57.



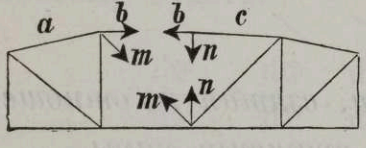
Чер. 57a.



Чер. 57b.



Чер. 57c.



Положимъ что въ статически опредѣленную ферму чер. 57 вставлены добавочные стержни I, II и III (чер. 57a) въ которыхъ при извѣстной нагрузкѣ возбуждаются напряженія D_1, D_2, D_3, а въ прочихъ стержняхъ—напряженія a, b, c. . . Очевидно что если вмѣсто добавочныхъ стержней приложимъ къ соотвѣтственнымъ узламъ фермы чер. 57 силы D_1, D_2 и D_3, то для фермы чер. 57b получится такая же діаграмма напряженій, какая получается для фермы чер. 57a съ добавочными стержнями.

Если въ фермѣ чер. 57b одну или нѣсколько силъ D замѣнимъ другими силами, то получится новая діаграмма напряженій и (при пренебреженіи упругой деформаціи) ферма сохранитъ свой видъ. Изъ этого слѣдуетъ что *напряженія D добавочныхъ стержней имѣютъ такое же свойство какъ и внѣшнія силы т. е. по отношенію къ работѣ деформаціи могутъ быть разсматриваемы какъ независимыя величины.*

Этимъ свойствомъ не обладаютъ нужные стержни. Такъ если дѣйствующая на ферму чер. 57 нагрузка производитъ въ стержняхъ b, m и n напряженія N_b, N_m и N_n, то равновѣсіе не будетъ нарушено, если эти стержни устранимъ, и на ихъ мѣсто поставимъ силы N_b, N_m и N_n такъ, какъ это указано на чер. 57c. Но если величину хотя бы одной изъ этихъ силъ измѣнимъ, то какъ бы ни мало было это измѣненіе, равновѣсіе фермы будетъ уничтожено и ея форма разрушена.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ что статически неопредѣленную систему чер. 57a, нагруженную силами P_1, P_2 . . . можно разсматривать какъ статически опредѣленную систему чер. 57b, на которую кромѣ тѣхъ же силъ P_1 P_2 . . . дѣйствуютъ еще силы D_1, $-D_1$, D_2, $-D_2$, D_3 и $-D_3$, и всѣ эти силы — независимыя величины. Если выразимъ работу деформаціи этой фермы въ функціи внѣшнихъ силъ, то это будетъ функція силъ P и D, и производная этой работы, взятая по отношенію къ одной изъ силъ D, представляющей двѣ равныя и прямо противоположныя силы, будетъ (по № 51) равняться величинѣ, на которую вслѣдствіе деформаціи измѣнилось разстояніе точекъ приложенія этихъ силъ. Но для добавочнаго стержня эта величина равняется его удлиненію, соотвѣтствующему сопротивленію D, такъ что будетъ:

$$(44). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots - \frac{d\mathfrak{V}}{dD_m} = \frac{D_m l_m}{E_m F_m}$$

гдѣ l_m—длина, F_m — площадь поперечнаго сѣченія и E_m—модуль упругости матеріала добавочнаго стержня D_m. Знакъ minus происходитъ отъ того что внутреннія силы исполняютъ во время деформаціи отрицательную работу, потому что при растяженіи напр. точки приложенія 3 и 7 силъ D_2 и $-D_2$ удаляются т. е. перемѣщаются въ стороны, противоположныя направленіямъ этихъ силъ. Такое же явленіе имѣетъ мѣсто и при сжатіи стержня.

Изъ уравненія (44) имѣемъ

$$(44) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d\mathfrak{S}}{dD_m} + \frac{D_m l_m}{E_m F_m} = 0$$

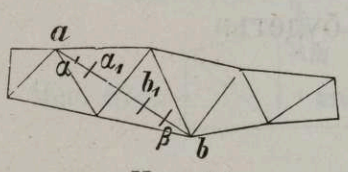
Для каждаго добавочнаго стержня можно составить одно уравненіе вида (44), если поэтому число добавочныхъ стержней d, то и число уравненій (44), будетъ $= d$. Статически опредѣленная n узловая система имѣетъ $2n + d$ стержней (т. е. $2n-3$ нужныхъ стержней фермы, 3 нужныхъ опорныхъ и d—добавочныхъ стержней); для рѣшенія ея условія равновѣсія даютъ $2n$, а условіе (44)—d уравненій. Число независимыхъ уравненій будетъ, поэтому $= 2n + d$, т. е. равно числу неизвѣстныхъ, изъ чего слѣдуетъ что *уравненія (44) въ соединеніи съ уравненіями равновѣсія достаточны для рѣшенія всякой статически неопредѣленной системы.*

Когда E_m или F_m безконечно велико, то по (44)

$$\frac{d\mathfrak{S}}{dD_m} = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (45)$$

55. **Системы, въ которыхъ дѣйствуютъ напряженія и при отсутствіи нагрузки.**—Выраженное уравненіемъ (44) правило вѣрно точно только тогда, когда въ ненагруженномъ состояніи длина добавочнаго стержня точно равна разстоянію соединяемыхъ имъ узловъ.

Разсмотримъ тотъ случай, когда вводимый въ неизмѣняемую систему стержень немного длиннѣе или короче разстоянія соединяемыхъ имъ узловъ. Положимъ для примѣра что узлы a и b (чер. 58) должны быть соединены стержнемъ ab_1, который на величину $\overline{bb_1} = \lambda$ короче разстоянія ab. Для этого нужно будетъ узлы a и b немного сблизить, и стержень ab_1 немного растянуть, чтобы можно было, соединивъ одинъ конецъ его съ узломъ a, соединить другой конецъ b_1 съ узломъ b. Когда затѣмъ ферма будетъ предоставлена самой себѣ, то узлы a и b займутъ такія положенія α и β, что стержень ab останется немного удлиненнымъ, а разстояніе ab—немного уменьшеннымъ. Если дѣйствующее теперь въ стержнѣ $\alpha\beta$ напряженіе означимъ черезъ D_m, то его удлиненіе



Чер. 58.

$$\overline{\alpha\beta} - \overline{ab_1} = \frac{D_m l_m}{E_m F_m}$$

а измѣненіе разстоянія узловъ по 41 (№ 51)

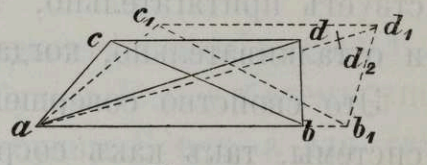
$$ab - \alpha\beta = \frac{d\mathfrak{S}}{dD_m}$$

Сложивъ эти оба уравненія получаемъ

(46) . . . . . $ab - ab_1 = \lambda = \frac{d\mathfrak{S}}{dD_m} + \frac{D_m}{E_m}\frac{l_m}{F_m}$

Это уравненіе замѣняетъ уравненіе (44) для всякаго такого добавочнаго стержня, котораго длина не равна точно разстоянію соединяемыхъ имъ узловъ.

56. **Вліяніе измѣненія температуры.**—Въ статически опредѣленной системѣ перемѣны температуры не имѣютъ никакого вліянія на напряженія стержней, потому что она можетъ свободно измѣнять свою форму соотвѣтственно измѣненіямъ длинъ ея стержней. Но если система имѣетъ добавочные стержни, то при измѣненіи температуры получается случай, разсмотрѣнный въ № 53. Если напр. въ 4-угольной фермѣ abcd (чер. 59) имѣющей діагональ bc, длины стержней, вслѣдствіе измѣненія ихъ температуры, измѣнятся, то образуется четыреугольникъ $ac_1d_1b_1$, въ которомъ при отстутствіи нагрузки не будутъ дѣйствовать никакія напряженія.



Чер. 59.

Но когда кромѣ діагонали bc четыреугольникъ имѣетъ еще діагональ ad, то при томъ же измѣненіи температуры длина послѣдней будетъ $= ad_2$, причемъ ad_2 будетъ больше или меньше разстояніи ad_1. Дѣйствіе на ферму будетъ точно такое, какъ если бы длина добавочнаго стержня ad была на величину

$$\lambda = ad_1 - ad_2$$

больше или меньше разстоянія ad_1 узловъ a и d_1. Для этого случая будетъ, слѣдовательно, дѣйствительно уравненіе 46).

57. **Крѣпкія и сплошныя системы.** — Всѣ предыдущія правила, выведенныя для сочлененныхъ системъ, вполнѣ дѣйствительны и для такихъ, въ которыхъ стержни соединены между собою на крѣпко, или которыя представляютъ одно сплошное тѣло. Это

заключеніе получается на основаніи слѣдующаго разсужденія. Какъ выше было сказано, въ строительной механикѣ разсматриваются тѣла, которыя представляютъ себѣ состоящими изъ безконечно малыхъ частицъ, находящихся на чрезвычайно малыхъ разстояніяхъ, между которыми дѣйствуютъ частичныя силы. Если приложенныя къ тѣлу внѣшнія силы (или ихъ равнодѣйствующія) находятся въ одной плоскости, то въ той же плоскости находятся и равнодѣйствующія частичныхъ силъ; тѣло въ этомъ случаѣ можетъ быть разсматриваемо какъ матеріальная плоскость, въ которой сосредоточена вся его масса такимъ образомъ, что въ каждой частицѣ этой плоскости сосредоточены всѣ частицы тѣла находящіяся на перпендикулярной къ ней прямой, проведенной черезъ соотвѣтственную частицу, и что на нее дѣйствуетъ сила, равная равнодѣйствующей находящихся на этой прямой частичныхъ силъ. Эти силы такого рода, что если разстояніе двухъ частицъ увеличивается или уменьшается на величину, которая сравнительно съ разстояніемъ центровъ этихъ частицъ очень мала, то въ направленіи соединяющей оба центра прямой развивается упругая сила, пропорціональная величинѣ сближенія или удаленія, которая дѣйствуетъ притягательно, когда разстояніе частицъ увеличивается, и отталкивательно, когда оно уменьшается.

Это свойство совершенно однородно со свойствами сочлененной системы, такъ какъ сосредоточенныя въ плоскости частицы можно разсматривать какъ узлы, а дѣйствующія между ними сопротивленія частицъ—какъ сопротивленія упругихъ стерженій. Изъ этого слѣдуетъ, что всякое тѣло, и вообще всякая система какимъ бы то ни было образомъ соединенныхъ между собою неизмѣняемо тѣлъ можетъ быть разсматриваема какъ сочлененная система, что поэтому правила, выведенныя для сочлененныхъ системъ дѣйствительны для всѣхъ упругихъ системъ безъ исключенія.

58. **Слаганіе дѣйствій.**—Когда напряженія не превышаютъ предѣла упругости, то деформаціи бываютъ столь незначительны что при опредѣленіи дѣйствій силъ можетъ быть примѣняемъ принципъ слаганія дѣйствій, который выражается слѣдующимъ образомъ: «*Когда на матеріальную систему дѣйствуетъ большое число силъ, то каждая изъ нихъ производитъ свое дѣйствіе точно такъ, какъ если бы другихъ не существовало, т. е. дѣй-*

ствія, производимыя каждой силой отдѣльно, слагаются, не измѣняя другъ друга».

Изъ этого правила слѣдуетъ, что когда сила = 1, приложенная къ точкѣ a, производитъ въ точкѣ m дѣйствіе e_a, то при увеличеніи этой силы въ P_a разъ, такъ что она будетъ замѣнять P_a силовыхъ единицъ, производимое ею въ m дѣйствіе увеличится то же въ P_a разъ и будетъ $= P_a e_a$. Если кромѣ силы P_a дѣйствуетъ на другую точку b системы сила P_b, содержащая P_b силовыхъ единицъ, то ея дѣйствіе въ той же точкѣ m будетъ $= e_b P_b$, гдѣ e_b — дѣйствіе, которое произвела бы сила P_b приложенная къ точкѣ b, если бы она была = 1. Полное дѣйствіе въ точкѣ m, при одновременномъ дѣйствіи силы P_a на точку a, и силы P_b на точку b, по принципу слаганія дѣйствій, будетъ

$$E_m = e_a P_a + e_b P_b$$

Когда, слѣдовательно, на систему дѣйствуютъ одновременно силы P_1, P_2, $P_3 \ldots P_n$, то произведенное ими въ данной точкѣ дѣйствіе можетъ быть выражено такъ:

$$E = e_1 P_1 + e_2 P_2 + e_3 P_3 + \ldots + e_n P_n \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

Дѣйствіе E можетъ быть напряженіе, моментъ, перемѣщеніе и т. д. Если оно — *напряженіе* то вмѣсто буквы E и e будемъ употреблять для нормальныхъ напряженій буквы S и s, а для скалывающихъ — буквы T и t. Поэтому можно выразить нормальное напряженіе, произведенное грузами P_1, P_2.. уравненіемъ

$$S = s_1 P_1 + s_2 P_2 + s_3 P_3 + \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

а скалывающее — уравненіемъ

$$T = t_1 P_1 + t_2 P_2 + t_3 P_3 + \ldots$$

Если въ статически неопредѣленной системѣ будемъ разсматривать напряженія D_1, D_2... добавочныхъ стержней какъ внѣшнія силы, то къ напряженіямъ, производимымъ грузами $P_1, P_2 \ldots$ прибавятся напряженія отъ добавочныхъ силъ D_1, $D_2 \ldots$ и тогда будетъ

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= s_1 P_1 + s_2 P_2 + \ldots + \sigma_1 D_1 + \sigma_2 D_2 + \ldots \\ \tau &= t_1 P_1 + t_2 P_2 + \ldots + \tau_1 D_1 + \tau_2 D_2 + \ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

Здѣсь σ_1, σ_2... означаютъ нормальныя, а τ_1, τ_2... — скалывающія напряженія, произведенныя (соотвѣтственно) силой $D_1=1$, силой $D_2=1$ и т. д.

Означимъ напряженіе, происходящее въ данной точкѣ системы тогда, когда всѣ добавочныя силы $=0$, (т. е. когда всѣ добавочные стержни устранены и система превратилась въ статически опредѣленную), черезъ σ_0 и τ_0, то изъ уравненій (49) получимъ

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 D_1 + \sigma_2 D_2 + \ldots \\ \tau &= \tau_0 + \tau_1 D_1 + \tau_2 D_2 + \ldots\end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (50)$$

58. **Выраженіе производной работы деформаціи $\mathfrak{S}$ въ функціи напряженій.**—

По (28) № 46

$$\mathfrak{S} = \int \frac{\sigma^2}{2E} dV + \int \frac{\tau^2}{2G} dV$$

Производная этой работы, взятая по отношенію къ силѣ (или парѣ) P_m будетъ

$$(51a) \ldots\ldots \frac{d\mathfrak{S}}{dP_m} = \int \frac{\sigma}{E} \frac{d\sigma}{dP_m} dV + \int \frac{\tau}{G} \frac{d\tau}{dP_m} dV = y_m$$

Если P_m—сила, то y_m означаетъ перемѣщеніе точки приложенія этой силы по направленію ея линіи дѣйствія, а если P_m—моментъ, то y_m есть уголъ вращенія пары этого момента.

Такимъ же образомъ получимъ для добавочной силы D_m, по (46)

$$(51b) \ldots\ldots \frac{d\mathfrak{S}}{dD_m} = \int \frac{\sigma}{E} \frac{d\sigma}{dD_m} dV + \int \frac{\tau}{G} \frac{d\tau}{dD_m} dV + \frac{D_m l_m}{E_m F_m} = \lambda$$

Такъ какъ силы P и D—независимыя величины, то по (49)

$$\frac{d\sigma}{dP_m} = s_m \qquad \frac{d\tau}{dP_m} = t_m$$

$$\frac{d\sigma}{dD_m} = \sigma_m \qquad \frac{d\tau}{dD_m} = \tau_m$$

поэтому

$$(52) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y_m = \int \frac{\sigma s_m dV}{E} + \int \frac{\tau t_m dV}{G}$$

$$(53) \ldots\ldots\ldots\ldots \lambda = \int \frac{\sigma \sigma_m dV}{E} + \int \frac{\tau \tau_m dV}{G} + \frac{D_m l_m}{E_m F_m}$$

Въ этихъ уравненіяхъ означаетъ: σ—нормальныя и τ—скалывающія напряженія, произведенныя въ точкахъ системы данной нагрузкой; s_m—нормальныя, и t_m—скалывающія напряженія, произведенныя въ тѣхъ же точкахъ грузомъ P_m, приложеннымъ къ точкѣ m, если этотъ грузъ $= 1$;

σ_m—нормальныя и τ_m—скалывающія напряженія произведенныя добавочной силой D_m (замѣняющей напряженіе D_m добавочнаго стержня), тогда, когда $D_m = 1$.

s_m, t_m, σ_m и τ_m—величины статически опредѣленныя; это видно изъ уравненій (49); если въ нихъ поставимъ
$P_1 = P_2 \ldots = P_{m-1} = P_{m+1} = \ldots = 0$ $D_1 = D_2 = D_3 = \ldots = 0$
и $P_m = 1$, то получимъ

$$\sigma = s_m \qquad \tau = t_m$$

а если поставимъ

$$P_1 = P_2 = P_3 = \ldots = 0 \quad D_1 = D_2 = \ldots = D_{m-1} = D_{m+1} = \ldots = 0$$
$$\text{и } D_m = 1$$

то получимъ

$$\sigma = \sigma_m \qquad \tau = \tau_m$$

Въ обоихъ случаяхъ нужно слѣдовательно всѣ добавочные стержни изъ системы устранить, т. е. превратить ее въ статически опредѣленную, и для полученія s_m и t_m нагрузить ее силой $P_m = 1$, а для полученія σ_m и τ_m— силой $D_m = 1$.

59. **Взаимность перемѣщеній.**—Положимъ что къ точкѣ p системы приложена сила P по направленію pp_1, и требуется найти произведенное ею перемѣщеніе точки r по направленію rr_1. Это перемѣщеніе обозначимъ черезъ y_{rp}, при чемъ первой буквой показателя отмѣчаемъ перемѣщающуюся точку, а второй—точку приложенія силы, производящей это перемѣщеніе.

Обозначимъ нормальныя и скалывающія напряженія, произведенныя силой $= 1$, дѣйствующей въ точкѣ p по направленію pp_1 черезъ σ_p и τ_p, а произведенныя силой $= 1$, приложенной къ точкѣ r по направленію rr_1—черезъ σ_r и τ_r. Если сила $= 1$ дѣйствуетъ въ точкѣ p по направленію pp_1 (чер. 60), то произведенное ею перемѣщеніе точки r по направленію rr_1 получится по формулѣ 52, если въ ней поставимъ

$$\sigma = \sigma_p \quad \sigma_m = \sigma_r \quad \tau = \tau_p \text{ и } \tau_m = \tau_r$$

т. е.

$$(54). \ldots\ldots\ldots\ldots y_{rp} = \int \frac{\sigma_p \sigma_r dV}{E} + \int \frac{\tau_p \tau_r dV}{G}$$

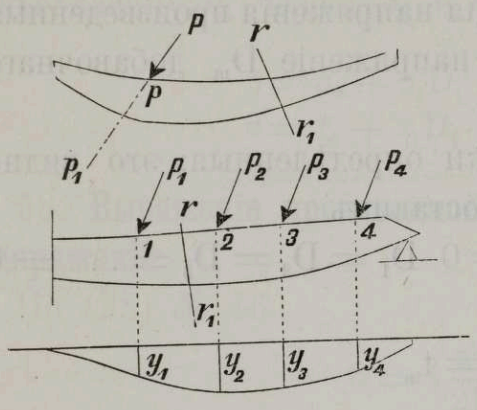
Перемѣнимъ взаимно значенія точекъ p и r, и опредѣлимъ перемѣщеніе точки p по направленію pp_1, произведенное силой $= 1$ дѣйствующей въ точкѣ r по направленію rr_1. Для этого нужно въ уравненіи 52 поставить

$$\sigma = \sigma_r \quad \tau = \tau_r \quad \sigma_m = \sigma_p \quad \tau_m = \tau_p$$

такъ что будетъ

$$(54a \ldots\ldots y_{pr} = \int \frac{\sigma_r \sigma_p dV}{E} + \int \frac{\tau_r \tau_p dV}{G}$$

Чер. 60.



Чер. 61.

Изъ (54) и (54a) получаемъ

$$(55) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y_{rp} = y_{pr}$$

изъ чего слѣдуетъ правило: *Сила P, приложенная къ точкѣ p по направленію pp_1 перемѣщаетъ точку r по направленію rr_1 на точно такую величину, на какую она перемѣстила бы точку p по направленію pp_1 если бы была приложена къ точкѣ r по направленію rr_1.*

На основаніи этого правила задача: опредѣлить перемѣщеніе точки r по направленію rr_1, произведенное параллельными силами P_1, P_2, P_3 и P_4, приложенными къ точкамъ 1, 2, 3 и 4 (чер. 61) можетъ быть рѣшена слѣдующимъ образомъ: прикладываемъ къ точкѣ r по направленію rr_1 силу $= 1$, и опредѣляемъ произведенныя ею по направленію силъ P перемѣщенія y_1, y_2, y_3 и y_4 точекъ 1, 2, 3 и 4. Такъ какъ y_1 есть перемѣщеніе точки r по направленію rr_1 произведенное силой $P_1 = 1$, то перемѣщеніе, произведенное силой, содержащей P_1 единицъ, будетъ $P_1 y_1$, и разсуждая такимъ же образомъ для другихъ силъ, получимъ что искомое перемѣщеніе

$$y_r = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + P_4 y_4$$

Такъ какъ правило производной работы имѣетъ для пары силъ (т. е. для момента) такое же значеніе какъ для отдѣльной силы, то легко убѣдиться въ вѣрности слѣдующихъ положеній:

1) Сила 1, приложенная къ точкѣ p по направленію pp_1 измѣняетъ взаимное разстояніе ab двухъ точекъ a и b на точно такую величину, на какую прямо противоположныя силы 1 и —1, дѣйствующія въ точкахъ a и b по направленіямъ ab и ba, перемѣщаютъ точку p по направленію pp_1.

2) Прямо противоположныя силы 1 и —1, приложенныя къ точкамъ a и b по направленію соединяющей ихъ прямой ab измѣняютъ взаимное растояніе точекъ c и d на точно такую величину, на какую прямо противоположныя силы 1 и —1, приложенныя къ точкамъ c и d по направленію прямой cd, измѣнили бы разстояніе точекъ a b.

3) Пара $m_p = 1$, дѣйствующая въ точкѣ p по направленію pp_1 поворачиваетъ прямую r по направленію rr_1 на точно такую величину, на какую пара = 1 приложенная къ r по направленію rr_1 повернула бы прямую p по направленію pp_1.

4) Пара = 1 дѣйствующая на точку p по направленію pp_1 перемѣщаетъ точку r по направленію rr_1 на точно такую величину, на какую сила = 1 приложенная къ точкѣ r по направленію rr повернула бы плечо пары p по напрaвленію pp_1.

ГЛАВА IV.

Опредѣленіе нормальныхъ и скалывающихъ напряженій прямого бруса.

а) Нормальныя напряженія σ.

60.—Мы разсматриваемъ брусъ съ прямолинейной осью, подверженный дѣйствію внѣшнихъ силъ P_1, P_2, P_3 ... (чер. 62); послѣднія находятся въ плоскости, проходящей черезъ ось бруса, но вообще не параллельны ей. Отъ дѣйствія силъ брусъ получитъ деформацію, которая будетъ увеличиваться до тѣхъ поръ, пока соотвѣтствующія ей внутреннія силы, увеличивающіяся вмѣстѣ съ деформаціей, не достигнутъ такой величины, при которой онѣ будутъ уравновѣшивать внѣшнія силы. Прямолинейная ось ab бруса получитъ видъ кривой acb, (чер. 62a), которую назы-

ваютъ *упругой линіей*. Два поперечныя сѣченія mn и pq, перпендикулярныя къ оси ab, которыхъ плоскости, слѣдовательно, параллельны между собою, будутъ имѣть послѣ изгиба наклонныя положенія m_1n_1 и q_1p_1, и опыты показываютъ, что съ достаточной для практики точностью можно принять, что плоскія сѣченія перпендикулярныя къ оси бруса, остаются и послѣ изгиба плоскими и перпендикулярными къ упругой линіи.

Мы будемъ разсматривать только такіе случаи, при которыхъ деформація бруса, соотвѣтствующая его состоянію равновѣсія, ни въ какомъ мѣстѣ не превышаетъ предѣльной упругой деформаціи, а тогда она столь незначительна, что при изслѣдованіи состоянія равновѣсія можно ею пренебрегать, и разсматривать какъ брусъ, такъ и дѣйствующія на него силы, въ тѣхъ положеніяхъ, какія они имѣли первоначально.

Замѣнимъ опоры, препятствующія брусу измѣнять свое положеніе въ пространствѣ, равнодѣйствующими имъ внѣшними силами A, B. . .; эти силы принято называть *реакціями*. Реакціи опредѣляются условіемъ, что онѣ должны уравновѣшивать дѣйствующія на брусъ внѣшнія силы P_1 P_2. . . , *равнодѣйствующая ихъ поэтому равна и прямопротивоположна равнодѣйствующей приложенныхъ къ брусу внѣшнихъ силъ.*

Сѣченіемъ ik, перпендикулярнымъ къ оси ab, разрѣжемъ брусъ на 2 части, отбросимъ одну часть, напр. правую kB, и для возстановленія равновѣсія лѣвой части Ai приложимъ къ точкамъ сѣченія ik (т. е. къ элементамъ плоскости этого сѣченія) силы, замѣняющія силы сцѣпленія этихъ точекъ съ соотвѣтственными точками того же сѣченія правой части kB, дѣйствовавшія въ нихъ до разрѣза. Такъ какъ эти внутреннія силы уравновѣшиваютъ дѣйствующія на часть Ak внѣшнія, то ихъ равнодѣйствующая (R) должна быть равна и прямо противоположна равнодѣйствующей силъ A, P_1, P_2, P_3. По сдѣланному выше предположенію всѣ эти силы находятся въ плоскости, проходящей черезъ ось ab, слѣдовательно и равнодѣйствующая силъ сцѣпленія, дѣйствующихъ въ сѣченіи ik (и во всякомъ другомъ сѣченіи) находится въ той же плоскости, и по условію равновѣсія она совпадаетъ съ R. Очевидно, что равнодѣйствующая R встрѣчаетъ плоскость сѣченія ik въ точкѣ t, находящейся на линіи пересѣченія rr_1 этой плоскости съ плоскостью силъ; прямую rr_1 будемъ называть *си-*

ловой линіей, а точку t—*силовой точкой*. Такъ какъ силовая линія есть слѣдъ силовой плоскости на плоскости сѣченія, то проекціи всѣхъ силъ бруса на плоскость ik совпадаютъ съ rr_1.

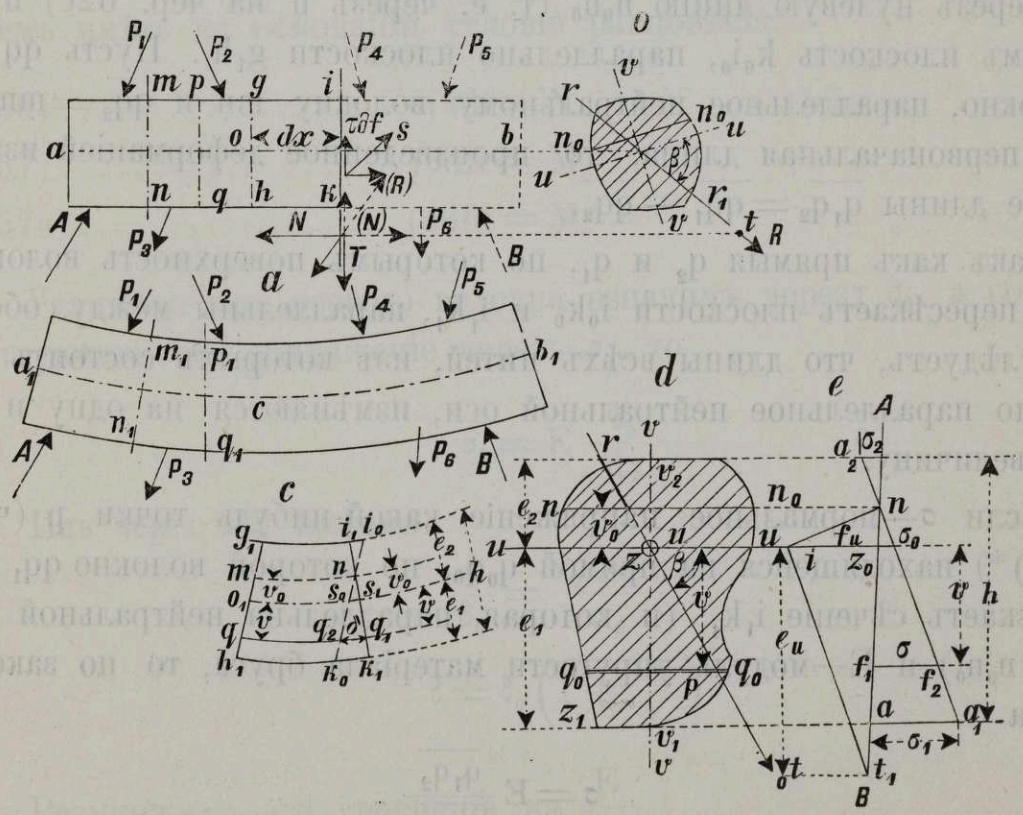
Разложимъ R въ точкѣ t на нормальную слагающую N, перпендикулярную къ плоскости сѣченія, и на касательную T находящуюся въ этой плоскости; на черт. 62b, представляющемъ сѣченіе ik, проекція силы N изобразится точкой t, а проекція силы T—прямой rr_1.

Пусть s—сила сцѣпленія, дѣйствующая на безконечно малую плоскость df; разложимъ ее на нормальную слагающую σdf и касательную τdf—гдѣ σ и τ означаютъ, какъ и прежде, нормальное и скалывающее напряженія, отнесенныя къ единицѣ площади. Изъ условій равновѣсія слѣдуетъ:

$$(56)\ldots\ldots\ldots\ldots \int \sigma df = N \qquad \int \tau df = T$$

Каждый изъ этихъ интеграловъ относится ко всему сѣченію.

61. **Опредѣленіе нормальныхъ напряженій** σ.—Отрѣзокъ ghki



Чер. 62.

бруса (чер. 62) заключенный между поперечными сѣченіями gh

и ki, перпендикулярными къ его оси, получитъ вслѣдствіе деформаціи видъ $g_1h_1i_1k_1$ (чер. 62c) при чемъ сѣченія g_1h_1 и k_1i_1, какъ выше было уяснено, будутъ въ o_1 и s_1 перпендикулярны къ упругой линіи. Длина dx волоконъ измѣнится; при изображенномъ на черт. 62c родѣ изгиба длина нижнихъ волоконъ увеличится, а верхнихъ—уменьшится; между g_1h_1 и k_1i_1 будетъ, поэтому, волокно mn, котораго длина останется неизмѣнной. Это волокно называютъ *нейтральнымъ волокномъ*, а его пересѣченіе n_0n_0 съ плоскостью сѣченія—*нейтральной или нулевой линіей.*

Отнесемъ сѣченіе ki къ прямоугольнымъ осямъ координатъ, проведеннымъ *черезъ центръ тяжести z сѣченія такимъ образомъ, чтобы одна изъ нихъ, которую будемъ обозначать буквой* u, *была параллельна нейтральной линіи;* другую, перпендикулярную къ ней будемъ обозначать буквой v. Ось u будемъ считать положительной вправо, а ось v—положительной внизъ. На чер. (62d) принято для простоты, что ось uu горизонтальна, но обыкновенно направленіе ея неизвѣстно, и способъ опредѣленія его будетъ уясненъ ниже.

Черезъ нулевую линію n_0n_0 (т. е. черезъ n на чер. 62c) проведемъ плоскость k_0i_0, параллельно плоскости g_1h_1. Пусть qq_1—волокно, параллельное нейтральному волокну mn и $\overline{qq_2} = mn$ — его первоначальная длина, то произведенное деформаціей измѣненіе длины $\overline{q_1q_2} = \overline{qq_1} - \overline{qq_2}$.

Такъ какъ прямыя q_2 и q_1, по которымъ поверхность волокна qq_1 пересѣкаетъ плоскости i_0k_0 и i_1k_1, параллельны между собою, то слѣдуетъ, что длины всѣхъ нитей, изъ которыхъ состоитъ волокно параллельное нейтральной оси, измѣняются на одну и ту же величину.

Если σ—нормальное напряженіе какой-нибудь точки p (чер. 62d)*) находящейся на прямой q_0q_0, по которой волокно qq_1 пересѣкаетъ сѣченіе i_1k_1 (и которая параллельна нейтральной линіи n_0n_0) и E—модуль упругости матеріала бруса, то по закону Гука

$$\sigma = E\frac{\overline{q_1q_2}}{\overline{qq_2}}$$

*) Чер. 62d представляетъ i_1k_1 въ увеличенномъ масштабѣ.

и обозначивъ qq_2 черезъ dx, и q_1q_2 черезъ δ,

$$\sigma = E\frac{\delta}{dx}$$

Координаты точки p означимъ черезъ u и v, а безконечно малую площадь, ограниченную кривой, описанной около этой точки — черезъ df, то нормальное сопротивленіе этой площади

$$\sigma df = Edf\frac{\delta}{dx}$$

а его моментъ по отношенію къ оси $uu = \sigma dfv$, и по отношенію къ оси $vv - \sigma dfu$. Сопротивленіе сѣченія $i_1k_1 = \int \sigma df$, а его моменты по отношенію къ осямъ uu и vv (соотвѣтственно) $= \int \sigma dfv$ и $\int \sigma dfu$, гдѣ каждый изъ интегралов долженъ быть распространенъ на всю площадь сѣченія. Если означимъ сумму моментовъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на оставленную часть Ak (или моментъ ихъ равнодѣйствующей R) взятыхъ по отношенію къ оси uu, черезъ M_u, и по отношенію къ оси vv — черезъ M_v то такъ какъ эти силы уравновѣшиваются силами сѣченія ik, будемъ имѣть на основаніи условій равновѣсія:

(56) ..... $\int \sigma df = N$

(57) ..... $\int \sigma dfv = M_u$

(57a) ..... $\int \sigma dfu = M_v$

Удлиненіе s_0s_1 осевого волокна означимъ черезд δ_0. а соотвѣтствующее ему напряженіе черезъ σ_0, то

$$\sigma_0 = E\frac{\delta_0}{dx}$$

Изъ черт. 62c имѣемъ

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{v_0 + v}{v_0}$$

$$\delta = \delta_0\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$

Размножимъ это уравненіе на $\frac{E}{dx}$

$$E\frac{\delta}{dx} = \frac{E\delta_0}{dx}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)$$

т. е.

$$(58)\ldots\ldots\ldots \sigma = \sigma_0\left(1 + \frac{v}{v_0}\right) = \sigma_0 + \frac{\sigma_0}{v_0} v$$

Подставимъ это значеніе въ (56):

$$\int\left(\sigma_0 + \frac{\sigma_0}{v_0} v\right) df = N = \sigma_0 \int df + \frac{\sigma_0}{v_0}\int dfv$$

$\int dfv$ означаетъ статистическій моментъ площади сѣченія по отношенію къ оси uu, а такъ какъ эта ось проходитъ черезъ центръ тяжести, то онъ $= 0$; если, поэтому обозначимъ площадь сѣченія черезъ F, то будемъ имѣть:

$$N = \int \sigma_0 df = \sigma_0 \int df = \sigma_0 F$$

$$\sigma_0 = \frac{N}{F} \ldots\ldots\ldots\ldots (59)$$

Подставимъ значеніе 58 въ (57) получимъ:

$$M_u = \int\left(\sigma_0 + \frac{\sigma_0}{v_0} v\right) v df = \sigma_0 \int v df + \frac{\sigma_0}{v_0}\int v^2 df$$

и обозначивъ моментъ инерціи сѣченія по отношенію къ оси uu черезъ J_u,

$$M_u = \frac{\sigma_0}{v_0} J_u$$

откуда

$$\frac{\sigma_0}{v_0} = \frac{M_u}{J_u}$$

Помощію этого уравненія и уравненія (59) выраженіе (58) получаетъ видъ

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_u v}{J_u} \ldots\ldots\ldots\ldots (60)$$

Подставивъ въ (57a) для σ это значеніе, будетъ

$$M_v = \int\left(\frac{N}{F} + \frac{M_u v}{J_u}\right) u df = \frac{N}{F}\int u df + \frac{M_u}{J_u}\int uv df$$

Такъ какъ

$$\int u df = 0 \qquad \int uv df = Z_{uv}$$

гдѣ Z_{uv}—центробѣжный моментъ площади сѣченія по отношенію къ осямъ u и v, то

$$M_v = \frac{M_u}{J_u} Z_{uv} \qquad \frac{M_v}{M_u} = \frac{Z_{uv}}{J_u}$$

Если означимъ разстояніе силовой точки t отъ центра тяжести, т. е. длину tz, черезъ r, и уголъ, образуемый силовой линіей zt съ осью uu (которая параллельна нулевой линіи), черезъ β, то

$$M_v = Nr\cos\beta \qquad M_u = Nr\sin\beta$$

Поэтому

$$(61) \quad \frac{M_v}{M_u} = \operatorname{cotg}\beta = \frac{Z_{uv}}{J_u}$$

Разстояніе v_0 нулевой линіи отъ центра тяжести получается изъ условія что напряженіе σ для всѣхъ точекъ этой линіи $= 0$, т. е.

$$\frac{N}{F} + \frac{M_u \, v_0}{J_u} = 0$$

откуда

$$(62) \quad v_0 = -\frac{N}{F} \cdot \frac{J_u}{M_u}$$

Означимъ черезъ i_u—радіусъ инерціи сѣченія для оси uu, то

$$J_u = Fi^2_u$$

и такъ какъ $M_u = Ne_u$, гдѣ e_u—разстояніе силовой точки t отъ оси uu, то

$$v_0 = -\frac{N}{F} \cdot \frac{Fi^2_u}{Ne_u} = -\frac{i^2_u}{e_u}$$

или

$$(63) \quad v_0 \, e_u = -i^2_u$$

т. е. радіусъ инерціи есть средняя геометрическая пропорціональная между разстояніями нулевой линіи и силовой точки отъ оси uu, проведенной черезъ центръ тяжести параллельно нулевой линіи. Знакъ minus показываетъ, что v_0 и e_0 имѣютъ противоположные знаки, т. е. *что нулевая линія и силовая точка находятся на разныхъ сторонахъ оси uu.*

Графически получается v_0 по (63), слѣдующимъ образомъ (чер. 62e): откладываемъ на оси uu $z_0\overline{i}$=радіусу инерціи i_u, соеди-

няемъ i съ t_1, гдѣ t_1—проекція силовой точки t на ось vv, возставляемъ въ i къ it_1 перпендикуляръ до пересѣченія съ vv въ n, то $nz_0 = v_0$; нулевая линія проходитъ черезъ n, и параллельна uu.

62.—Изъ уравненія (63) слѣдуетъ *что положеніе нулевой линіи зависитъ только отъ положенія силовой точки t, но не зависитъ отъ величины силы N.* Разстояніе v_0 нулевой линіи отъ центра тяжести (т. е. отъ оси uu) обратно пропорціонально разстоянію e_u силовой точки отъ той же оси, такъ *что при приближеніи силовой точки къ центру тяжести нулевая линія удаляется отъ него, и на оборотъ.* Когда t совпадаетъ съ центромъ тяжести ($e_u = 0$) то нулевая линія находится въ безконечности, а *если силовая точка находится въ безконечности* ($e_u = \infty$, *сила R параллельна сѣченію*), *то нулевая линія проходитъ черезъ центръ тяжести сѣченія.*

Когда точка t перемѣщается по силовой линіи, то нулевая линія перемѣщается параллельно самой себѣ, потому что по (61) уголъ β не зависитъ отъ e_u.

Для $Z_{uv} = 0$ получаемъ изъ (61) $\cot g\beta = 0$, слѣдовательно $\beta = 90^0$ т. е. *если силовой линіей есть одна изъ главныхъ осей, то нулевая линія перпендикулярна къ силовой*, т. е. она параллельна другой главной оси. *Если* поэтому *сѣченіе имѣетъ ось симметріи, и силовая линія совпадаетъ съ этой осью, то ось uu перпендикулярна къ оси симметріи.* Этотъ случай всего чаще встрѣчается на практикѣ.

Напряженіе σ произвольной точки сѣченія по (60)

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_u v}{J_u} \qquad (64)$$

гдѣ

$$M_u = Ne_u = Nr\sin\beta$$

Если моментъ по *отношенію къ центру тяжести сѣченія* т. е. Nr означимъ черезъ M, то будетъ

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv.\sin\beta}{J_u}$$

и, поставивъ

$$\frac{J_u}{\sin\beta} = J$$

$$(64a) \quad \sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{J}$$

Когда *дѣйствующія на балку силы перпендикулярны къ ея оси* (случай простого изгиба) то N=o и тогда

$$(64b) \quad \sigma = \frac{Mv}{J}$$

Для одного и того же сѣченія N,F, M и J—величины постоянныя, изъ чего слѣдуетъ что σ измѣняется только съ измѣненіемъ разстоянія v, поэтому всѣ точки прямой, параллельной нейтральной линіи, испытываютъ одинаковыя напряженія.

Нормальное напряженіе σ увеличивается съ увеличеніемъ разстоянія v, и достигаетъ максимума, въ волокнахъ v_1 и v_2 (чер. 62d) для которыхъ v достигаетъ максимума. Для полученія v_1 и v_2 въ случаѣ неправильной фигуры нужно къ очертанію ея провести касательныя, параллельныя нейтральной линіи. Если разстояніе волоконъ v_1 и v_2 отъ uu обозначимъ черезъ e_1 и e_2 а ихъ напряженія черезъ σ_1 и σ_2, то по (64)

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{Me_1}{J}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{F} - \frac{Me_2}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

и въ случаѣ простого изгиба

$$\sigma_1 = \frac{Me_1}{J} \quad \sigma_2 = -\frac{Me_2}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

Діаграмма нормальныхъ напряженій.—Изъ уравненія (64) слѣдуетъ что между σ и v существуетъ зависимость первой степени, что поэтому законъ измѣняемости нормальныхъ напряженій въ одномъ и томъ же сѣченіи выражается прямой линіей.

Эта прямая представлена на чер. 62e. Для ея построенія проводимъ AB || vv; нулевую линію nn_0 продолжаемъ до пересѣченія съ AB въ точкѣ n; на продолженіи оси uu откладываемъ отъ точки z_0, въ которой uu встрѣчаетъ AB

$$z_0\sigma_0 = \frac{N}{F}$$

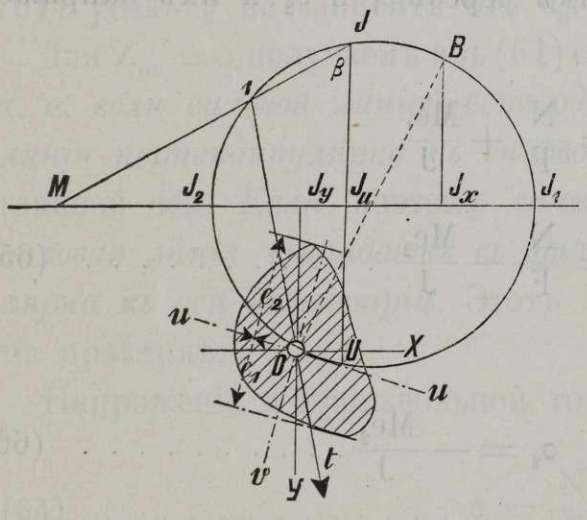
и соединяемъ σ_0 съ n. Если точка z_0 получается вблизи n, то беремъ точку a, въ которой параллельная къ uu касательная $z_1 a$ встрѣчаетъ AB, и откладываемъ на $z_1 a$

$$\overline{aa_1} = \sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{Me_1}{J}$$

Напряженіе произвольнаго волокна $q_0 q_0$ параллельнаго uu, равняется отрѣзку $f_1 f_2$, отсѣченному прямыми AB и $a_1 a_2$ на продолженіи этого волокна.

Напряженія волоконъ, находящихся ниже nn, положительны, а расположенныхъ выше nn—отрицательны.

63. **Нейтральная линія.**—Чтобы можно было пользоваться предыдущими уравненіями, необходимо знать направленіе оси uu, или нейтральной линіи. Когда силовая линія есть одна главная ось или ось симметріи, то ось uu къ ней перпендикулярна, слѣдовательно извѣстна; въ противномъ случаѣ нужно это направленіе предварительно опредѣлить. Весьма просто оно получается помощію слѣдующаго построенія (чер. 63). Отнесемъ сѣченіе къ такимъ взаимно перпендикулярнымъ осямъ OX и OУ, проведеннымъ черезъ его центръ тяжести, по отношенію къ которымъ моменты инерціи J_x и J_y, и центробѣжный моментъ Z_{xy} легко опредѣлить. За ось OX считаемъ ту, по отношенію къ которой моментъ инерціи больше, такъ что всегда $J_x > J_y$.



Чер. 63.

Опредѣливъ J_x, J_y и Z_{xy} (аналитически или графически) строимъ уясненную въ № 24 окружность, т. е. откладываемъ на OУ

$$\overline{OJ_y} = Z_{xy}$$

(при положительномъ Z_{xy}—отъ O вверхъ, а при отрицательномъ—внизъ), возставляемъ къ J_y къ OУ перпендикуляръ, откладываемъ на немъ въ сторону отрицательныхъ x-овъ (т. е. влѣво $\overline{J_y M} = J_y$,

и отъ M вправо—$\overline{MJ_x} = J_x$; въ J_x строимъ перпендикуляръ $\overline{J_xB} = Z_{xy}$, и на діаметрѣ OB описываемъ окружность.

Продолжимъ силовую линію Ot до пересѣченія съ окружностью въ 1, соединимъ 1 съ M, продолжимъ $\overline{M1}$ до пересѣченія съ окружностью въ J, и черезъ J проведемъ хорду $\overline{JU}$ перпендикулярно къ OX. Если соединимъ U съ O, то прямая UO параллельна нулевой линіи т. е. она есть ось uu.

Чтобы это доказать означимъ точку, въ которой хорда $\overline{JU}$ пересѣкаетъ ось MX_1 черезъ J_u, то по (24) $UJ_u = Z_{uv}$ = центробѣжному моменту по отношенію къ оси OU и перпендикулярной къ ней оси OV, и $\overline{MJ_u}$ — моменту инерціи J_u по отношенію къ оси OU. Изъ чертежа имѣемъ:

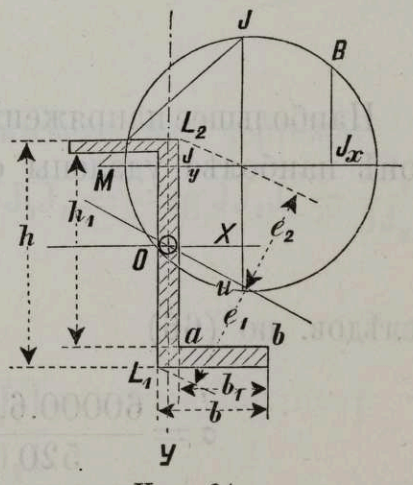
$$\operatorname{cotg} \overline{MJJ_u} = \frac{\overline{JJ_2}}{\overline{MJ_u}}$$

и такъ какъ $\overline{JJ_u} = \overline{UJ_u}$, то

$$\operatorname{cotg} \overline{MJJ_u} = \frac{Z_{uv}}{J_u}$$

слѣдовательно, по уравненію (61) $\overline{MJJ_u}$ = углу β, образуемому нейтральной осью съ силовой линіей. По свойству вписаннаго въ окружность четыреугольника $O1JU \sphericalangle \overline{UO1} = 180 - \overline{1JU} = 180 - \beta$, и такъ какъ $\sphericalangle \overline{tOU} = 180 - \overline{1OU} = 180 - (180 - \beta) = \beta$, то OU есть дѣйствительно параллельная нейтральной линіи ось UU.

Примѣръ.—Прогонъ расположенный на стропильныхъ фермахъ, отстоящихъ другъ отъ друга на разстояніе = 4 мтр., имѣетъ въ сѣченіи видъ буквы Z (чер. 64). Силовая линія, проходящая черезъ центръ тяжести сѣченія, образуетъ съ его стѣнкой уголъ 17°. Опредѣлить максимальное напряженіе прогона, если производимый дѣйствующей на него нагрузкой наибольшій моментъ = = 60000 килогр. сантим.



Чер. 64.

Такъ какъ нагрузка перпендикулярна къ прогону, то по (66)

$$\sigma_1 = \frac{Me_1}{J} \quad \sigma_2 = -\frac{Me_2}{J}$$

Для опредѣленія J задаемся осями OX и OУ, проходящими черезъ центръ тяжести O сѣченія, при чемъ ось OУ принимаемъ параллельно стѣнкѣ его. Такъ какъ моментъ инерціи по отношенію къ оси параллельной ab больше, чѣмъ по отношенію къ той, которая параллельна aL_2, то за ось X принимаемъ ту, которая параллельна ab.

Для опредѣленія момента инерціи J_x передвинемъ верхній фланецъ параллельно оси OX на столько, чтобы получилось сѣченіе ⊏; имѣемъ:

$$J_x = \frac{1}{12}(bh^3 - b_1h_1^3) = \frac{1}{12}(6{,}5.14^3 - 5{,}7.12^3) = 666{,}4 \text{ ст.}^4$$

Чтобы получить J_y перемѣстимъ верхній фланецъ по направленію OУ, такъ что форма Z получитъ тавровый видъ T, будетъ:

$$J_y = \frac{1}{12}[\delta_1(b+b_1)^3 + h_1\delta^3] = \frac{1}{12}[1{,}0(6{,}5+5{,}7)^3 + 1{,}3.0{,}8^3] = 152 \text{ ст}^4$$

Центробѣжный моментъ, по № 25

$$Z_{xy} = (5{,}7.1{,}0)\ 6{,}5.3{,}25.2 = 241 \text{ ст.}^4$$

Помощію этихъ величинъ построена окружность чер. 64 въ масштабѣ 10 ст.^{4} = $^1/_3$mm. Посредствомъ измѣренія длины MJ получаемъ:

$$J = 520 \text{ ст.}^4$$

Наибольшее напряженіе испытываютъ точки L_1 и L_2, такъ какъ онѣ наиболѣе удалены отъ оси UU. Изъ чер. 64 имѣемъ

$$e_1 = e_2 = 6{,}49 \text{ ст.}$$

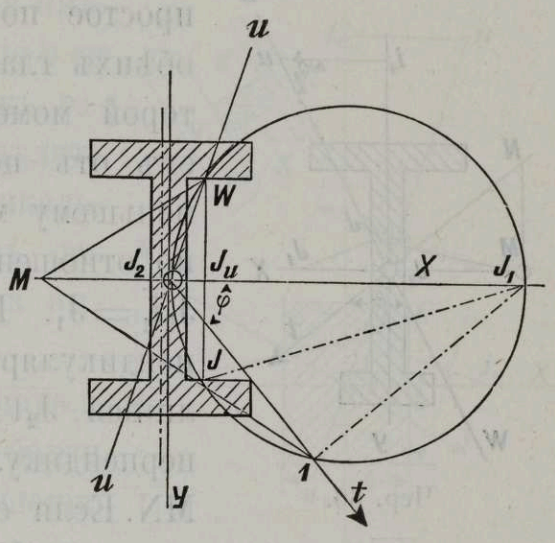
слѣдов. по (66)

$$\sigma = \frac{60000.6{,}49}{520} = 749 \text{ кил. на 1 квд. см.}$$

Моментъ сопротивленія этой балки

$$\frac{J}{e} = \frac{520}{6{,}49} = 80 \text{ ст.}^3$$

64. **Сѣченіе имѣетъ ось симметріи.**—Построеніе оси UU упрощается когда сѣченіе отнесено къ главнымъ осямъ, или когда оно имѣетъ ось симметріи. Тогда за одну изъ осей OX и OУ принимаемъ главную ось (ось симметріи), а вторую, перпендикулярную къ ней ось проводимъ черезъ центръ тяжести. Такъ какъ Z_{xy} въ этомъ случаѣ $= 0$, то точка O совпадаетъ съ точкой J_2, и для построенія окружности нужно отложить (чер. 65) $\overline{J_2M} = J_2$ и $\overline{MJ_1} = J_1$, гдѣ J_1—моментъ инерціи по отношенію къ оси J_2X, и MJ_2—по отношенію къ оси $J_2У$. Окружность описываемъ на діаметрѣ J_1J_2. Если продолжимъ силовую линію J_2t до пересѣченія съ окружностью въ 1, соединимъ 1 съ M, и черезъ точку J, въ которой $\overline{1M}$ встрѣчаетъ окружность, проведемъ хорду JW, то прямая J_2W есть искомой осью UU, и отрѣзокъ $\overline{MJ} = J$.



Чер. 65.

Обозначимъ уголъ, образуемый главной осью MJ_1 съ силовой линіей—черезъ φ, и съ нейтральной линіей (т. е. съ осью uu)—черезъ δ, то можно доказать что между этими углами и главными моментами инерціи J_1 и J_2 существуетъ зависимость:

$$-\operatorname{tg}\varphi.\ \operatorname{tg}\delta = \frac{J_1}{J_2}$$

Проведемъ прямыя J_11, J_1J и J_2J; имѣемъ изъ чертежа:

$$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}UJ_2J_1 = \operatorname{tg}(180 - WJ_2J_1) = -\operatorname{tg}WJ_2J_1 = -\operatorname{tg}JJ_2J_1 = \frac{JJ_1}{JJ_2}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\overline{J_11}}{\overline{J_21}}$$

$$-\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta = \frac{\overline{JJ_1}\ .\ \overline{J_11}}{\overline{JJ_2}\ .\ \overline{J_21}}$$

Такъ какъ $\sphericalangle JJ_21 = \sphericalangle JJ_11$, то

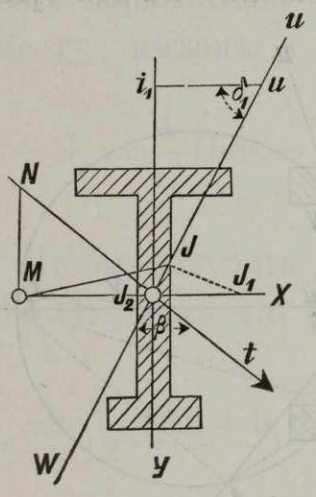
$$\frac{\overline{JJ_1}\ .\ \overline{J_11}}{\overline{J_2J}\ .\ \overline{J_21}} = \frac{\Delta J1J_1}{\Delta J1J_2} = -\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta$$

Но $\frac{\Delta J1J_1}{\Delta JMJ_1} = \frac{\overline{J1}}{\overline{JM}} = \frac{\Delta J1J_2}{\Delta JMJ_2}$ поэтому $\frac{J1J_1}{J1J_2} = \frac{JMJ_1}{JMJ_2} = \frac{MJ_1}{MJ_2} = \frac{J_1}{J_2}$

изъ чего слѣдуетъ

$$-\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta = \frac{J_1}{J_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (67)$$

На основаніи выраженнаго этимъ уравненіемъ закона, получается для опредѣленія оси uu слѣдующее простое построеніе (чер. 66). На той изъ обѣихъ главныхъ осей, по отношенію къ которой моментъ инерціи больше, откладываемъ отъ центра тяжести J_2 влѣво $\overline{J_2M}$ = меньшему моменту инерціи J_2 (т. е. взятому по отношенію къ оси $J_2У$), и на оси $J_2У$ — $\overline{J_2i_1} = J_1$. Возставляемъ въ M къ MJ_2 перпендикуляръ MN до пересѣченія съ силовой линіей $\overline{J_2t}$ въ N, и на возставленномъ въ i_1 перпендикулярѣ къ $i_1\overline{J_2}$, откладываемъ $\overline{i_1u} = \overline{MN}$. Если соединимъ u съ центромъ тяжести J_2, то $\overline{uJ_2}$ есть искомая ось UU. Потому что изъ построенія слѣдуетъ



Чер. 66.

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg} NJ_2M = \frac{MN}{MJ_2}$$

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \operatorname{tg} uJ_2J_1 = \operatorname{tg}\ (180 - wJ_2J_1) = \operatorname{tg}(180 - \delta) = -\operatorname{tg}\delta = \frac{\overline{J_2i_1}}{\overline{i_1u}}$$

$$-\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta = \frac{\overline{MN}}{\overline{MJ_2}} \cdot \frac{\overline{J_2i_1}}{\overline{i_1u}}$$

и такъ какъ по построенію $\overline{i_1u} = \overline{MN}$ $\overline{J_2i_1} = J_1$ $\overline{MJ_2} = J_2$, то

$$-\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta = \frac{J_1}{J_2}$$

Если отложимъ на MX

$$\overline{MJ_1} = J_1$$

опустимъ изъ J_1 на ось OU перпендикуляръ J_1J, и соединимъ J съ M то

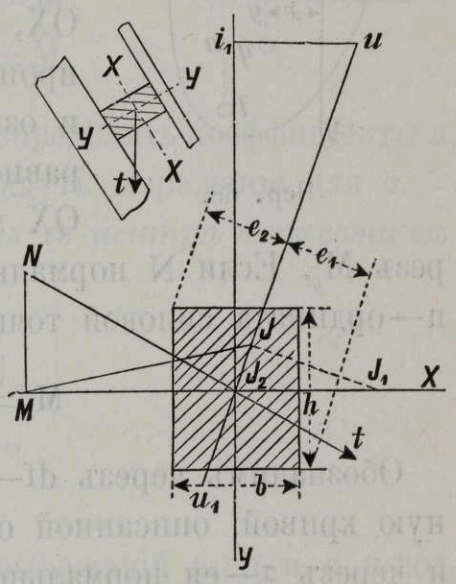
$$\overline{MJ} = J = \frac{J_u}{\sin\beta}$$

Это слѣдуетъ непосредственно изъ того, что на чер. 65

$$J = \overline{MJ} = \overline{MW} \text{ и } \overline{J_1 W} \perp \overline{J_2 W}$$

Указанное здѣсь построеніе оси UU полезно употреблять и въ случаѣ несимметричнаго сѣченія, для контроля правильности этой оси, полученной по способу № 61; нужныя для этого главныя оси даны точками O, J_1 и J_2.

Примѣръ. Расположенная на стропильныхъ фермахъ деревянная балка прямоугольнаго сѣченія имѣетъ такое положеніе, что основаніе b ея поперечнаго сѣченія наклонено къ горизонту подъ угломъ 60°; опредѣлить моментъ сопротивленія для вертикальной нагрузки, проходящей черезъ ось балки, если ширина $b = 25$ ст., а высота $h = 32$ ст.



Чер. 67.

Оси OX и OУ принимаемъ параллельно измѣреніямъ b и h сѣченія балки (Чер. 67), и такъ какъ по отношенію къ оси параллельной b моментъ инерціи больше чѣмъ по отношенію къ оси параллельной h, то первую принимаемъ за ось X. Такъ какъ эти оси главныя, то $Z_{xy} = 0$.

Имѣемъ:

$$J_x = \frac{1}{12} bh^3 = \frac{25.32^3}{12} = 68266 \text{ ст.}^4 = J_1$$

$$J_y = \frac{1}{12} hb^3 = \frac{32.25^3}{12} = 41666 \text{ ст.}^4 = J_2$$

На чер. 67 отложено, согласно предыдущему:

$$\overline{MJ_2} = J_2 = 41666 \quad \overline{MJ_1} = \overline{J_2 i_1} = J_1 = 68266 \quad \overline{i_1 u} = \overline{MN} \quad \overline{J_1 J} \perp \overline{uu_1}$$

Измѣреніемъ длины $\overline{MJ}$ получено

$$\overline{MJ} = J = 46200 \text{ ст.}^4$$

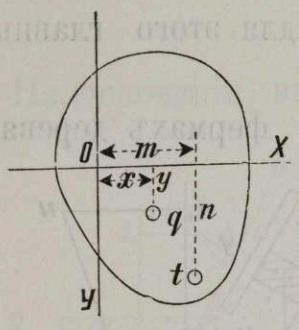
Кромѣ того имѣемъ изъ чертежа:

$$e_1 = e_2 = 17 \text{ ст.}$$

Слѣдовательно

$$\frac{M}{\sigma} = \frac{J}{e} = \frac{46200}{17} = 27180 \text{ ст.}^3$$

65. **Аналитическія формулы.** — Чтобы получить аналитическое выраженіе для опредѣленія нормальнаго напряженія σ въ случаѣ, когда силовая линія не совпадаетъ съ главной осью, отнесемъ сѣченіе къ прямоугольнымъ осямъ координатъ OX, OУ (чертежъ 68), проведеннымъ черезъ произвольную точку O. Пусть t—силовая точка, и означимъ моментъ проходящей черезъ нее равнодѣйствующей R по отношенію къ оси OX черезъ M_x, и по отношенію къ OУ—черезъ M_y. Если N нормальная слагающая силы R, m—абсцисса и n—ордината силовой точки t, то



Чер. 68.

$$M_x = N \cdot n \quad M_y = N \cdot m$$

Обозначимъ черезъ df—безконечно малую плоскость ограниченную кривой, описанной около точки q, которой координаты x и y, и черезъ σ—ея нормальное напряженіе, то

(68)..... $\int \sigma df = N \quad \int \sigma df.y = M_x \quad \int \sigma dfx = M_y$

Если въ каждой точкѣ df отложимъ на возставленномъ въ ней перпендикулярѣ къ сѣченію, ея напряженіе, то при предположеніи что плоскія сѣченія перпендикулярныя къ оси бруса остаются и послѣ изгиба плоскими и перпендикулярными къ упругой линіи, всѣ такимъ образомъ полученныя точки будутъ находиться на одной плоскости (такъ какъ соотвѣтственныя удлиненія даютъ одну плоскость); нормальная ордината σ этой плоскости опредѣлится, поэтому, уравненіемъ:

(69)..... $\sigma = a + bx + cy$

Означимъ черезъ F—площадь сѣченія, и черезъ S_x и S_y—ея статическіе моменты по отношенію къ OX и OУ, то

$$S_x = \int ydf \qquad S_y = \int xdf$$

Кромѣ того положимъ

$$\int df.x^2 = J_y \qquad \int df.y^2 = J_x \qquad \int dfx.y = Z_{xy}$$

Первое изъ уравненій (68) даетъ, если для σ подставимъ значеніе (69),

$$\int(a + bx + cy)df = a\int dF + b\int dFx + c\int dFy = N$$

или

$$aF + bS_y + cS_x = N$$

и такимъ же образомъ получимъ изъ двухъ слѣдующихъ уравненій (68)

$$aS_x + bZ_{xy} + cJ_x = M_x$$
$$aS_y + bJ_y + cZ_{xy} = M_y$$

Изъ этихъ трехъ уравненій можно опредѣлить коэффиціенты a, b и c, которые, подставивъ въ (69), дадутъ выраженіе для σ.

Если начало координатъ O примемъ въ центръ тяжести сѣченія, то будетъ $S_x = S_y = 0$ и тогда

$$M_x = bZ_{xy} + cJ_x$$
$$M_y = bJ_y + cZ_{xy}$$
$$N = aF$$

Опредѣливъ изъ послѣднихъ трехъ выраженій a, b и c, и подставивъ ихъ въ (69) получимъ

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{x\,(M_yJ_x - M_xZ_{xy}) + y\,(M_xJ_y - M_yZ_{xy})}{J_xJ_y - Z^2_{xy}} \quad \ldots (70)$$

Когда сѣченіе имѣетъ ось симметріи, или вообще, отнесено къ главнымъ осямъ, то $Z_{xy} = 0$ и предыдущее уравненіе получаетъ видъ:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{xM_y}{J_y} + \frac{yM_x}{J_x} \quad \ldots\ldots\ldots (71)$$

Положеніе нейтральной линіи опредѣляется условіемъ

$$0 = \frac{N}{F} + \frac{M_yx}{J_y} + \frac{M_xy}{J_x}$$

Если r — разстояніе силовой точки отъ центра тяжести, то

$$M_y = N.r\cos\alpha \qquad M_x = N.r\sin\alpha$$

слѣдовательно

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Nr.x}{\left(\frac{J_y}{\cos\alpha}\right)} + \frac{Nr.y}{\left(\frac{J_x}{\mathrm{J}in\alpha}\right)}$$

и поставивъ

$$\frac{J_y}{\cos\alpha} = J_y^c \quad \frac{J_x}{\sin\alpha} = J_x^s \quad Nr = M$$

гдѣ M—моментъ внѣшнихъ силъ по отношенію къ центру тяжести сѣченія,

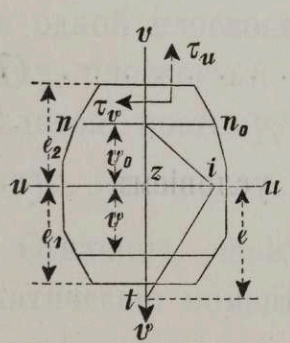
$$(72). \ldots\ldots\ldots\ldots \sigma = \frac{N}{F} + M\left(\frac{x}{J_y^c} + \frac{y}{J_x}\right)$$

Нейтральная ось.—Если J_1 и J_2—главныя моменты инерціи, $J_1 > J_2$, и φ—уголъ, образуемый силовой линіей съ осью момента инерціи J_1, то по (67) уголъ той же оси съ нулевой линіей опредѣляется уравненіемъ

$$\mathrm{tg}\delta = -\frac{J_1}{J_2 \mathrm{tg}\varphi}$$

Выраженія для опредѣленія главныхъ моментовъ инерціи и соотвѣтствующихъ имъ главныхъ осей въ случаѣ несимметричнаго сѣченія могутъ быть выведены изъ уравненій (7) такимъ же образомъ, какимъ были получены въ № 40 уравненія для главныхъ напряженій и ихъ направленій изъ выраженій (10).

Такъ какъ указанными въ № 25 графическими способами эти величины опредѣляются съ точностью, вполнѣ достаточною для практики гораздо скорѣе и проще, то считаемъ излишнимъ приводить здѣсь ихъ аналитическія выраженія.



Чер. 69.

67. **Силовая линія совпадаетъ съ осью симметріи сѣченія.** — Въ большинствѣ практическихъ случаевъ сѣченіе имѣетъ ось симметріи и силовая линія совпадаетъ съ этой осью, такъ что по № 63, ось uu, проходящая черезъ центръ тяжести перпендикулярна къ оси симметріи. Для этого случая, имѣемъ (чер. 69);

Уголъ β, образуемый осью uu съ силовой линіей $= 90^0$, т. е. $\sin\beta = 1$

$$J = \frac{J_u}{\sin\beta} = J_u$$

$M_u = Nr\sin\beta = Nr = M$, и по 64a

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{Mv}{J}$$

Въ этой формулѣ означаетъ: J — моментъ инерціи по отношенію къ оси, проходящей черезъ центръ тяжести сѣченія, перпендикулярной къ оси симметріи,
v — разстояніе волокна, котораго напряженіе J, отъ оси uu,
M — статическій моментъ внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на часть бруса отсѣченную разсматриваемымъ сѣченіемъ, взятый по отношенію къ его центру тяжести,
F — площадь сѣченія и
N — его нормальная сила.

Максимальныя нормальныя напряженія, проявляющіяся въ крайнихъ волокнахъ, опредѣляются уравненіями:

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{Me_1}{J}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{F} - \frac{Me_2}{J}$$

Разстояніе нулевой линіи отъ центра тяжести, по (63)

$$v_0 = \frac{i^2}{e}$$

гдѣ $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ — радіусъ инерціи по отношенію къ оси uu, и e — разстояніе силовой точки отъ центра тяжести. Графически v_0 получается по способу, указанному въ № 62.

Когда силы перпендикулярны къ оси балки, то

$$N = 0 \quad e = \infty$$

слѣдовательно $v_0 = 0$, т. е. нулевая линія проходитъ черезъ центръ тяжести (совпадаетъ съ осью uu). Напряженія въ этомъ случаѣ опредѣляются уравненіями:

$$\sigma = \frac{Mv}{J} \quad \sigma_1 = \frac{Me_1}{J} \quad \sigma_2 = -\frac{Me_2}{J}$$

Отношеніе момента инерціи J къ разстоянію e крайняго волокна отъ центра тяжести называется *моментомъ сопротивленія*; его обозначаютъ обыкновенно буквой W. Если поставимъ

$$\frac{J}{e_1} = W_1 \quad \frac{J}{e_2} = W_2$$

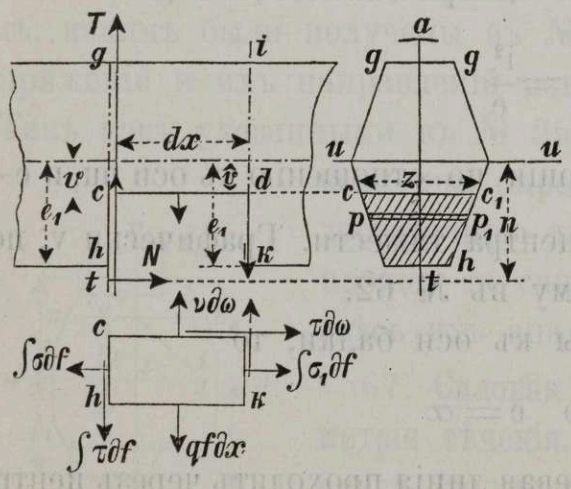
то

$$\sigma_1 = \frac{M}{W_1} \quad \sigma_2 = -\frac{M}{W_2} \ldots\ldots\ldots (73)$$

б. Скалывающія напряженія.

67. Скалывающія напряженія имѣютъ для строительной практики меньшее значеніе, чѣмъ нормальныя, мы разсмотримъ ихъ, поэтому, только для того частнаго случая, когда *сѣченіе имѣетъ ось симметріи, и силовая линія совпадаетъ съ этой осью.* Скалывающія напряженія τ_v (чер. 69) перпендикулярныя къ оси vv, сравнительно съ напряженіями τ_u, перпендикулярными къ оси uu, въ этомъ случаѣ для употребляемыхъ на практикѣ формъ поперечныхъ сѣченій, столь незначительны, что ими можно пренебрегать. Напряженія τ_u будемъ для простоты обозначать буквой τ безъ показателя.

Изъ изогнутаго бруса, находящагося въ состояніи равновѣсія, вырѣжемъ безконечно малую призму hcdk (черт. 70) тремя сѣченіями, изъ которыхъ hc и dk перпендикулярны къ оси бруса, а cd — параллельно нейтральному волокну, (т. е. параллельно плоскости опредѣленной осью uu сѣченія gh и осью бруса).



Чер. 70.

Мы предполагаемъ, что скалывающія напряженія τ (точно такъ же какъ и нормальныя σ) дѣйствующія вдоль безконечно узкой полосы, параллельной оси uu (какъ напр. pp_1) постоянны. Это предположеніе соотвѣтствуетъ тѣмъ болѣе дѣйствительности, чѣмъ меньше ширина сѣченія сравнительно съ его высотой (т. е. сравнительно

съ измѣреніемъ, параллельнымъ силовой линіи). Площадь безконечно узкой полосы, параллельной оси uu, (какъ напр. pp_1) будемъ обозначать черезъ df.

На вырѣзанный изъ бруса кусокъ hcdk дѣйствуютъ слѣдующія силы (черт. 70).

а) Нормальныя напряженія σ плоскости hc, которыхъ равнодѣйствующая $\int_v^{e_1} \sigma df$;

б) равнодѣйствующая $\int_v^{e_1} \sigma_1 df$ нормальныхъ силъ $\sigma_1 df$ плоскости dk;

в) скалывающія силы плоскостей hc и dk, которыя равны

$$\int_v^{e_1} \tau df \quad \text{и} \quad \int_v^{e_1} \tau_1 df$$

г) въ плоскости cd: нормальная сила $\nu d\omega$, которой по ея незначительности пренебрегаемъ, и скалывающая сила $\tau d\omega$, гдѣ $d\omega$— площадь сѣченія cd. Такъ какъ длина cd безконечно мала, то можно принять, что τ распредѣлено по плоскости cd равномѣрно, а по (10)(№ 38)скалывающія напряженія плоскостей hc и dc, дѣйствующія вдоль безконечно узкихъ полосъ cc_1 и d_1d, равны между собою;

d) вѣсъ q.f.dx куска hcdk, гдѣ q—вѣсъ единицы объема матеріала бруса и f—площадь hc (заштрихованная на черт. 70a).

Вслѣдствіе равновѣсія бруса эти силы такого рода, что удовлетворяютъ условіямъ равновѣсія. Сумма ихъ горизонтальныхъ слагающихъ даетъ уравненіе.

$$-\int_v^{e_1} \sigma df + \tau d\omega + \int_v^{e_1} \sigma_1 df = 0$$

откуда

$$\tau = \frac{\int_v^{e_1} \sigma df - \int_v^{e_1} \sigma_1 df}{d\omega} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

Если статическій моментъ дѣйствующихъ на брусъ внѣшнихъ силъ означимъ для сѣченія gh чересъ M, а для сѣченія ik—черезъ M_1, и моментъ инерціи сѣченія gh (или ik) по отношенію къ его оси uu черезъ J_u, то для волокна, отстоящаго отъ uu на разстояніи v, по (64).

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{J_u} \qquad \sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{M_1 v}{J_u}$$

Изъ чертежа имѣемъ:

$$M = N \cdot n \quad M_1 = Nn - Tdx - q \cdot fdx\frac{dx}{2}$$

и пренебрегая безконечно малой величиной высшей степени,

$$M_1 = Nn - Tdx$$

слѣдовательно будетъ:

$$\int_v^{e_1} \sigma df = \int_v^{e_1} \left(\frac{N}{F} + \frac{Nn \cdot v}{J}\right) df = \frac{N}{F}\int_v^{e_1} df + \frac{Nn}{J}\int_v^{e_1} df \cdot v$$

Такъ какъ

$$\int_v^{e_1} df = f \text{ и } \int_v^{e_1} df \cdot v = S_u$$

гдѣ S_u—статическій моментъ заштрихованной площади ch, взятый по отношенію къ оси uu, то

$$\int_v^{e_1} \sigma df = \frac{N}{F} f + \frac{Nn}{J} S_u$$

Затѣмъ

$$\int_v^{e_1} \sigma_1 df = \frac{N}{F}\int_v^{e_1} df + \frac{Nn - T \cdot dx}{J_u}\int_v^{e_1} dfv = \frac{Nf}{F} + \left(\frac{Nn - Tdx}{J_u}\right) S_u$$

Подставивъ эти значенія въ (74) получимъ, обозначивъ ширину cc_1 полосы cd черезъ z, а длину—черезъ dx:

$$z \cdot dx \cdot \tau = \left(\frac{Nf}{F} + \frac{NnS_u}{J_u}\right) - \left[\frac{Nf}{F} + \left(\frac{Nn - Tdx}{J_u}\right) S_u\right] = \frac{T \cdot dx \cdot S_u}{J_u}$$

откуда

$$(75). \quad \ldots \ldots \ldots \tau = \frac{TS_u}{zJ_u}$$

Это выраженіе опредѣляетъ скалывающее напряженіе волокна cc_1, дѣйствующее перпендикулярно къ cc_1, какъ въ плоскости cd, такъ и въ перпендикулярной къ ней плоскости ch (соотвѣтственно правилу (10) № 38).

τ означаетъ напряженіе, отнесенное къ единицѣ площади, а потому на полосу cc_1, которой площадь df, дѣйствуетъ въ плоскости сѣченія скалывающая сила τdf. Скалывающая сила всего сѣченія

опредѣлится выраженіемъ $\int \tau df$, отнесеннымъ ко всей площади сѣченія, и по (56)

(56) . . . . . $\int \tau df = T$

т. е. *сумма всѣхъ скалывающихъ силъ сѣченія равна касательной слагающей T*; послѣднюю называютъ также *срѣзывающей, скалывающей или поперечной силой.*

69. Діаграмма скалывающихъ напряженій.

По (75)

$$\tau z = \frac{T}{J_u} S_u$$

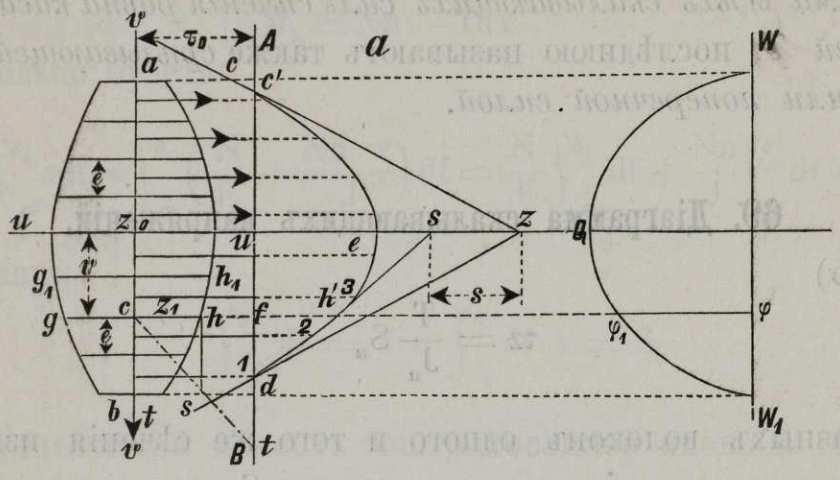
Для разныхъ волоконъ одного и того же сѣченія измѣняется справа знака уравненія только величина S_u, т. е. статическій моментъ площади, заключенной между разсматриваемымъ и крайнимъ волокномъ. Этотъ моментъ достигаетъ максимума для волокна проходящаго черезъ центръ тяжести, а для крайнихъ волоконъ онъ равенъ нулю, изъ чего слѣдуетъ, что *скалывающая сила* τz *(отнесенная къ единицѣ длины) тѣмъ больше, чѣмъ ближе волокно къ центру тяжести*, и въ центрѣ тяжести она достигаетъ максимума.

Скалывающее напряженіе τ по (75) зависитъ не только отъ статическаго момента S_n, но также отъ ширины z волокна, его максимумъ можетъ поэтому получиться и не въ центрѣ тяжести. Для употребляемыхъ на практикѣ формъ поперечныхъ сѣченій скалывающее напряженіе достигаетъ максимума почти всегда въ центрѣ тяжести (исключеніе см. ниже).

Пусть ab (черт. 71) сѣченіе, для котораго должна быть построена діаграмма скалывающихъ напряженій, T — его поперечная сила $z_0 t$ — силовая линія, uu — ось, параллельная нулевой линіи. Разобьемъ сѣченіе прямыми, параллельными оси uu, на узкія полосы равной для всѣхъ ширины e; площади этихъ полосъ примемъ за силы, дѣйствующія въ ихъ центрахъ тяжести по направленію, параллельному нулевой линіи; если длину средней линіи означимъ черезъ z, то площадь соотвѣтствующей полосы = e.z.

На черт. 71 приняты за силы величины $\frac{z}{m}$, которыя въ те

разъ меньшія ихъ дѣйствительныхъ величинъ e.z, а потому получаемые помощію ихъ результаты должны быть увеличены въ m e разъ Соотвѣтствующій этимъ силамъ веревочный многоугольникъ представленъ на черт. 71a. Если означимъ площадь cedzc заключенную



Чер. 71.

между вписанной въ этотъ многоугольникъ кривой ced и его крайними сторонами cz и dz, черезъ E, а полюсное разстояніе черезъ h, то по (3) стр. 32,

$$J_u = 2hE\,(m.e).$$

Чтобы получить статическій моментъ S_u площади gbh, соотвѣтствующей волокну gh, продолжаемъ gh до пересѣченія съ веревочной линіей въ h′ проводимъ въ h′ къ этой линіи касательную h′s до пересѣченія съ uz въ s (когда ширина e полосъ достаточно мала, то за касательную h′s можно принять продолженіе стороны $\overline{23}$ веревочнаго многоугольника, на которой получается точка h′). Изъ свойствъ веревочнаго многоугольника слѣдуетъ, означивъ длину sz черезъ s,

$$h\,.\,s\,(m.e) = \Sigma_v^{e_1}\,(e\,.\,z)\;v$$

и такъ какъ e.z = Δf, то

$$m\,.\,e\,.\,h\,s = \Sigma_v^{e_1}\,\Delta f\,.\,v$$

а при безконечно малыхъ $\Delta f = df$, $m\,.\,e\,.\,h\,.\,s = \int_v^{e_1} df\,.\,v = S_u$

По (74) будетъ

$$\tau = \frac{T}{z} \cdot \frac{S_u}{J_u} = \frac{T}{z} \cdot \frac{mehs}{me2hE} = \frac{T}{2E} \cdot \frac{s}{z}$$

или, если поставимъ $z_1 = \frac{z}{2}$

$$\tau = \frac{T}{4E} \cdot \frac{s}{z_1}$$

и обозначивъ $\frac{T}{4E}$ черезъ τ_0 $\tau = \tau_0 \frac{s}{z_1}$

Когда величина τ_0 вычислена, то ее можно представить длиной, и тогда діаграмма напряжаній τ получается слѣдующимъ образомъ: Въ разстояніи $= \tau_0$ отъ силовой линіи проводимъ прямую AB || vv. Продолжимъ волокно gh до пересѣченія съ AB въ f; возставимъ въ h къ gh перпендикуляръ hs, отложимъ на немъ $\overline{hs} = \overline{sz} = s$, соединимъ s съ c (гдѣ c — середина волокна gh, такъ что $\overline{gc} = \overline{hc} = \frac{z}{2} = z_1$) и продолжимъ cs до пересѣченія съ AB въ t, то для волокна gh

$$\tau = \overline{ft}$$

Потому что изъ построенія слѣдуетъ:

$$\frac{ft}{hs} = \frac{cf}{ch} \text{ или } \frac{\overline{ft}}{s} = \frac{\tau_0}{z_1}$$

откуда

$$\overline{ft} = \tau_0 \frac{s}{z_1}$$

Отложимъ отъ вертикали WW_1 на продолженіи gh

$$\overline{\varphi\varphi_1} = \overline{ft}$$

Помощью повторенія этого построенія для другихъ волоконъ g_1h_1, g_2h_2... получена кривая WQW_1 которой ординаты отнесенныя къ абсциссѣ WW_1 равны скалывающимъ напряженіямъ волоконъ, отсѣкаемыхъ продолженіемъ этихъ ординатъ на сѣченіи ab.

69. **Идеальныя главныя напряженія.**—Помощію уравненій (64) и (75) можно для всякой точки сѣченія вычислить нормальное напряженіе σ и перпендикулярное къ нему скалывающее напряженіе τ. Но эти величины не выражаютъ максимальнаго напряженія матеріала въ этой точкѣ, между тѣмъ сооруженіе можетъ только тогда считаться безусловно прочнымъ, когда произведенное нагрузкой *максимальное* напряженіе ни въ какой точкѣ не превышаетъ того, которое матеріалъ можетъ выдержать безопасно. Максимальныя напряженія всякой точки опредѣляются ея идеальными главными нормальными и главными скалывающими напряженіями, для вычисленія которыхъ служатъ формулы (20a) и (21a) если въ нихъ поставимъ $\nu=0$.

Въ изотропныхъ тѣлахъ идеальныя главныя напряженія дѣйствуютъ въ двухъ взаимно перпендикулярныхъ плоскостяхъ, образующихъ съ плоскостью поперечнаго сѣченія уголъ α_s, опредѣляемый уравненіемъ:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_s = -\frac{\tau}{\left(\frac{\sigma}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

и они равны, по (20a) и (21a)

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{m-1}{2m}\sigma + \frac{m+1}{2m}\sqrt{\sigma^2+4\tau^2} \\ k_2 &= \frac{m-1}{2m}\sigma - \frac{m+1}{2m}\sqrt{\sigma^2+4\tau^2} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

или также

$$\begin{aligned} k_1 &= s_1 - \frac{s_2}{m} \\ k_2 &= s_2 - \frac{s_1}{m} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

гдѣ s_1 и s_2—главныя нормальныя напряженія, опредѣляемыя по 13a и 13b уравненіями:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\right) \\ s_2 &= \frac{1}{2}\left(\sigma - \sqrt{\sigma^2+4\tau^2}\right) \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

Если для желѣза и стали примемъ $m = 4$, то по (77) будетъ:

$$k_1 = \frac{1}{8}\left(3\sigma + 5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$
$$k_2 = \frac{1}{8}\left(3\sigma - 5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right) \quad \ldots\ldots \quad (80)$$

или

$$k_1 = s_1 - \frac{s_2}{4} \quad k_2 = s_2 - \frac{s_1}{4}$$

Очевидно что

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} > \sigma$$

поэтому s_1 и s_2 имѣютъ всегда противоположные знаки, выражаютъ слѣдовательно, противоположныя напряженія. Если примемъ s_1 за положительную величину, то s_2 будетъ величина отрицательная, и тогда можно написать:

$$k_1 = s_1 - \left(-\frac{s_2}{4}\right) = s_1 + \frac{s_2}{4}$$
$$k_2 = s_2 - \frac{s_1}{4} = -\left(s_2 + \frac{s_1}{4}\right) \quad \ldots\ldots \quad (81)$$

Такимъ образомъ видимъ, что абсолютно всегда

$$k_1 > s_1 \text{ и } k_2 > s_2$$

Скалывающія напряженія плоскостей, въ которыхъ дѣйствуютъ максимальныя нормальныя напряженія, равны нулю.

Максимальныя скалывающія напряженія t происходятъ въ двухъ взаимно перпендикулярныхъ плоскостяхъ, образующихъ съ плоскостью сѣченія уголъ, опредѣляемый выраженіемъ, по (16)

$$\operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{\sigma}{2\tau} \quad \ldots\ldots \quad (82)$$

и они равняются

$$t = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad \ldots\ldots \quad (83)$$

Нормальныя напряженія этихъ плоскостей $= {}^1/_2\sigma$.

Всего проще получаются какъ величины, такъ и направленія напряженій s_1, s_2 и t помощію уясненнаго въ № 42 построенія (чер. 45); такъ какъ $\nu = 0$, то точка ν совпадаетъ съ точкой M.

Примѣръ. Опредѣлить максимальныя напряженія k_1, k_2 и t сѣченія, для котораго получено предварительнымъ вычисленіемъ, въ сантиметрахъ:

Площадь $F = 18{,}8$ ст^2

моментъ инерціи полнаго сѣченія $J = 209371$ ст^4

моментъ инерціи за вычетомъ отверстій для заклепокъ

$$J_1 = 220159 \text{ ст}^4$$

Поперечная сила $T = 12600$ кил.

сгибающій моментъ $M = 2770000$ кил. см.

Для волокна, отстоящаго отъ центра тяжести на разстояніи $v = 35{,}5$ ст., получено

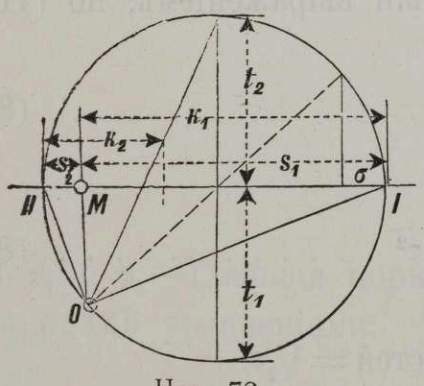
$$z = 2{,}9 \qquad S_u = 2285$$

При опредѣленіи нормальнаго напряженія σ пользуемся ментомъ инерціи J_1 (за вычетомъ отверстій), а для срѣзывающаго напряженія беремъ моментъ инерціи J полнаго сѣченія.

$$\sigma = \frac{Mv}{J_1} = \frac{2770000.35{,}5}{209371} = 469 \text{ кил.}$$

$$\tau = \frac{T.S_u}{Jz} = \frac{12600.2285}{2{,}9.220159} = 45 \text{ кил.}$$

Помощію построенія чер. 72 исполненнаго по указанному въ № 42 способу, и потому не требующаго поясненія, получено въ килограммахъ на 1 квадр. сантиметръ·



Чер. 72.

$$k_1 = 475 \quad k_2 = -122 \quad t = 239$$

Примѣчаніе. Идеальныя главныя напряженія соотвѣтствуютъ тѣмъ элементамъ бруса, которыхъ относительное удлиненіе (или укороченіе) достигаетъ въ данной точкѣ максимума. Въ изотропныхъ тѣлахъ эти элементы совпадаютъ съ тѣми, въ которыхъ происходятъ главныя нормальныя напряженія.

70. **Предѣльныя напряженія бруса.**—Для вычисленія предѣльныхъ напряженій въ данномъ сѣченіи прямого бруса имѣются слѣдующія формулы;

1) Нормальныя напряженія:

$$\sigma = \frac{N}{F.} \pm \frac{Mv}{J}$$

2) Скалывающія напряженія:

$$\tau = \frac{TS_u}{zJ_u}$$

3) Главныя нормальныя напряженія:

$$s_1 = \frac{1}{2}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$

$$s_2 = \frac{1}{2}\left(\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_s = -\frac{2\tau}{\sigma}$$

4) Главныя скалывающія напряженія:

$$t = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad \operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{\sigma}{2\tau}$$

5) Идеальныя главныя напряженія:

$$k_1 = \frac{m-1}{2m}\sigma + \frac{m+1}{2m}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$k_2 = \frac{m-1}{2m}\sigma - \frac{m+1}{2m}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

или

$$k_1 = s_1 - \frac{1}{m}s_2 \qquad k_2 = s_2 - \frac{1}{m}s_1$$

s_1 и s_2 въ эти формулы нужно вводить съ ихъ знаками.

Для $m = 4$

$$k_1 = \frac{1}{8}\left(3\sigma + 5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$

$$k_2 = \frac{1}{8}\left(3\sigma - 5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$

или

$$k_1 = s_1 - \frac{1}{4}s_2 \qquad k_2 = s_2 - \frac{1}{4}s_1$$

По этимъ формуламъ получаемъ:

а) *Крайнія волокна.* Для этихъ волоконъ $\tau = 0$, поэтому

$$k_1 = \sigma \quad k_2 = -\frac{\sigma}{m} \qquad t = \pm\frac{\sigma}{2}$$

и подставивъ для σ и τ значенія (при $m = 4$) имѣемъ:
для крайняго нижняго волокна идеальныя нормальныя напряженія:

$$k_1 = \frac{N}{F} + \frac{Me_1}{J} \qquad k_2 = -\frac{1}{4}\left(\frac{N}{F} + \frac{Me_1}{J}\right)$$

Эти напряженія происходятъ въ элементахъ, составляющихъ съ сѣченіемъ уголъ α_s опредѣляемый уравненіемъ

$tg2\alpha = -\frac{0}{\sigma} = 0$, которому соотвѣтствуютъ углы

$$\alpha_1 = 0 \qquad \alpha_2 = 90^0$$

По направленію волокна дѣйствуетъ, поэтому, напряженіе $k_1 = \sigma_1$, а по перпендикулярному къ нему направленію—напряженіе $k_2 = -\frac{1}{4}\sigma_1$. Если первое растяженіе, то второе сжатіе (и наоборотъ), а такъ какъ матеріалъ долженъ имѣть достаточную крѣпость по всѣмъ направленіямъ, то въ случаѣ когда разница между его прочнымъ сопротивленіемъ растяженію и сжатію очень большая, составленное изъ него сооруженіе должно быть провѣрено на k_1 и k_2. Къ такимъ матеріаламъ принадлежатъ каменные матеріалы, которыхъ сопротивленіе растяженію среднимъ числомъ въ 10 разъ меньше сопротивленія сжатію. Для желѣза и стали эта разница почти равна нулю, а сопротивленіе дерева сжатію вдвое меньше его сопротивленія растяженію.

Такъ какъ $t = \pm \frac{\sigma}{2}$ и $k_2 = -\frac{1}{4}\sigma$ то слѣдуетъ, что *скалывающее напряженіе крайнихъ волоконъ вдвое меньше нормальнаго, а напряженіе k_2—вдвое меньше скалывающаго.* По № 40 плоскости главныхъ скалывающихъ напряженій дѣлятъ уголъ главныхъ нормальныхъ напряженій пополамъ, изъ чего заключаемъ, что главныя скалывающія напряженія направлены къ крайнимъ волокнамъ подъ угломъ $\pm 45^0$. Это видно также изъ выраженія

$$\operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{\sigma}{2\tau} = \frac{\sigma}{0} = \infty$$

Предѣльныя напряженія въ крайнихъ верхнихъ волокнахъ опредѣляются уравненіями:

$$k_1 = \frac{N}{F} - \frac{Me_2}{J}$$

$$k_2 = -\frac{1}{m}\left(\frac{N}{F} - \frac{Me_2}{J}\right) \qquad \operatorname{tg} 2\alpha_s = 0$$

$$t = \pm \frac{1}{2}\left(\frac{N}{F} - \frac{Me_2}{J}\right) \qquad \operatorname{tg} 2\alpha_t = \infty$$

б) *Нейтральное волокно.*

Для этого волокна $\sigma = 0$, поэтому

$$k_1 = \frac{m+1}{m}\tau = \frac{5}{4}\tau \qquad k_2 = -\frac{m+1}{m}\tau = -\frac{5}{4}\tau$$

слѣдовательно

$$k_1 = -k_2 = \frac{5\,TS}{4\,zJ}$$

$$t = \tau = \frac{TS}{zJ}$$

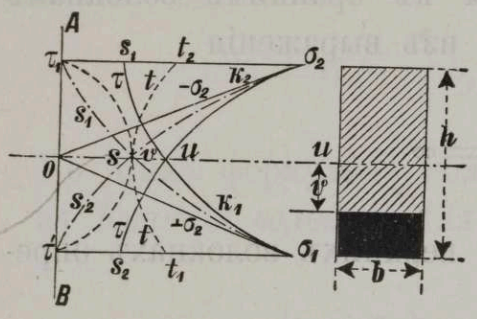
$$\operatorname{tg} 2\alpha_s = -\frac{\tau}{0} = \infty \qquad \alpha_s = \pm 45^0$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_t = \frac{0}{2\tau} = 0 \qquad \alpha_t = 0 \text{ и } 90^0.$$

т. е. максимальныя нормальныя напряженія нейтральнаго волокна дѣйствуютъ подъ углами $= \pm 45^0$ къ волокну; они равны $\frac{5}{4}$ скалы-

вающаго напряженія, и одно изъ нихъ растяженіе, а другое—сжатіе. Одно изъ главныхъ скалывающихъ напряженій дѣйствуетъ по направленію нейтральнаго волокна, а другое—по перпендикулярному къ нему направленію.

71. **Діаграммы напряженій.**—На чер. 73 представлены діаграммы напряженій σ, τ, s, t, k_1 и k_2 для одного изъ среднихъ сѣченій прямоугольной балки, подверженной простому изгибу; всѣ напряженія отложены отъ оси AB.



Чер. 73.

1) *Діаграмма нормальныхъ напряженій* σ. Для волокна, отстоящаго отъ оси uu на разстояніи $= \pm v$

$$\sigma = \pm \frac{Mv}{J}$$

Для $v = 0$ $\sigma = 0$ (точка O);

Для $v = e_1$ $\sigma = \sigma_1 = \frac{Me_1}{J}$

и такъ какъ

$$e_1 = \frac{h}{2} \quad J = \frac{bh^3}{12}$$

$$\sigma_1 = + \frac{6M}{bh^2} \text{ (точка } \sigma_1) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (84)$$

Для $v = -e_2 = -\frac{h}{2}$

$$\sigma = \sigma_2 = -\frac{6M}{bh^2} \text{ (точка } \sigma_2)$$

Діаграмма нормальныхъ напряженій σ состоитъ изъ двухъ, по отношенію къ оси uu, симметричныхъ прямыхъ: положительной $O\sigma_1$ и отрицательной $O\sigma_2$.

2) *Діаграмма скалывающихъ напряженій.* τ.—Для волокна, отстоящаго отъ оси uu на разстояніи v статическій моментъ площади между этимъ волокномъ и крайнимъ

$$S_u = b\left(\frac{h}{2} - v\right)\left[v + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - v\right)\right] = \frac{b}{2}\left(\frac{h}{2} - v\right)\left(\frac{h}{2} + v\right) = \frac{b}{8}\left(h^2 - 4v^2\right)$$

$$\tau = \frac{TS_u}{ZJ} = \frac{T\frac{b}{8}\left(h_2 - 4v^2\right)}{b \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{3}{2}\frac{T(h^2 - 4v^2)}{bh^3} \quad \ldots\ldots (85)$$

По этой формулѣ получаемъ: для крайнихъ волоконъ $v = \pm\frac{h}{2}$, $\tau = 0$ (точки τ_1 и τ'); для нейтральнаго волокна $v = 0$ $\tau = \frac{3}{2}\frac{T}{bh}$ (ордината $O\delta$)

Діаграмма скалывающихъ напряженій τ представлена кривой $\tau_1\delta\tau'$

3) *Діаграммы главныхъ нормальныхъ напряженій.* S_1 и S_2.

По формулѣ (79)

$$s_1 = \frac{1}{2}\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right)$$

имѣемъ:

для нижняго крайняго волокна ($\tau = 0$)

$$s_1 = \sigma_1 = \frac{6M}{bh^2} \text{ (ордината } \tau'\sigma_1)$$

для нейтральнаго волокна ($\sigma = 0$)

$$s_1 = \tau = \frac{3}{2}\frac{T}{bh} \text{ (точка } \delta)$$

для верхняго крайняго волокна ($\tau = 0$)

$$s_1 = \frac{1}{2}\left(-\sigma_2 + \sqrt{\sigma_2 + 0}\right) = 0 \text{ (точка } \tau_1)$$

Діаграмма главныхъ напряженій s_1 имѣетъ видъ кривой $\sigma_1 \delta \tau_1$, которой ордината (отнесенная къ оси AB) для нижняго волокна $= \sigma_1$, для нейтральнаго $= \tau$, и для верхняго $= 0$.

Діаграмма главныхъ напряженій s_2 представлена кривой $\tau' \delta \sigma_2$, которая по отношенію къ оси Ou симметрична линіи $\sigma_1 \delta \tau_1$.

4) *Идеальныя главныя напряженія.* По (81)

$$k_1 = s_1 + \frac{s_2}{4} \qquad k_2 = -\left(s_2 + \frac{s_1}{4}\right)$$

Линія идеальныхъ напряженій k_1 получается изъ линіи главныхъ напряженій s_1, посредствомъ увеличенія ординатъ послѣдней на $\frac{s_2}{4}$, а для построенія линіи напряженій k_2 нужно ординаты линіи s_2 увеличить на $\frac{s_1}{4}$.

На чер. 73 линія главныхъ идеальныхъ напряженій k_1 изображена кривой s_1 и σ_1; ея ординаты для крайнихъ волоконъ

$$\overline{\tau' \sigma_1} = \sigma_1 \qquad \overline{\tau_1 s_1} = \frac{\sigma_2}{4} = \frac{\overline{\tau_1 \sigma_2}}{4}$$

а ордината нейтральнаго волокна

$$\overline{Ou} = \frac{5}{4} \overline{O\delta}$$

Линія $s_2 u \sigma_2$ напряженій k_2 симметрична линіи $s_1 u \sigma_1$.

5) *Главныя скалывающія напряженія.* По (83)

$$t = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Для крайняго нижняго волокна

$$\tau = 0 \qquad \sigma = \sigma_1 = \frac{6M}{bh^2}$$

поэтому

$$t = \frac{1}{2} \sigma_1 = \pm \frac{3M}{bh^2}$$

Такимъ же образомъ получаемъ для крайняго верхняго волокна

$$t = \overline{+} \frac{3M}{bh^2}$$

Для нейтральнаго волокна $\sigma = 0$

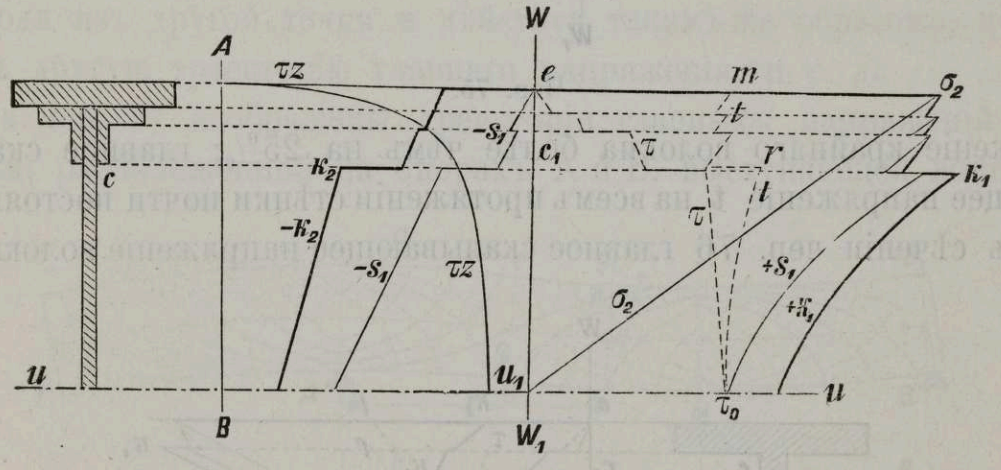
$$t = \overline{+} \tau \text{ и по (85) } t = \overline{+} \frac{3}{2} \frac{T}{bh}$$

Линія главныхъ скалывающихъ напряженій представлена на чер. 73 кривой $t_1 \delta t_2$; ея ординаты

$$\overline{\tau' t_1} = \frac{1}{2} \overline{\tau' \sigma_1} \quad \overline{\tau_1 t_2} = \frac{1}{2} \overline{\tau_1 \sigma_2} \quad \overline{0\delta} = \frac{3}{2} \frac{T}{bh}$$

Изъ этихъ діаграммъ видно, что *въ прямоугольномъ сѣченіи косыя нормальныя напряженія достигаютъ абсолютнаго максимума въ крайнихъ волокнахъ. Въ тѣхъ же крайнихъ волокнахъ проявляются и максимальныя скалывающія напряженія, которыя равны половинѣ нормальныхъ. Въ нейтральномъ волокнѣ максимальныя нормальныя напряженія* $= 5/4$ *скалывающихъ.*

На чер. 74 даны діаграммы напряженій для верхней половины



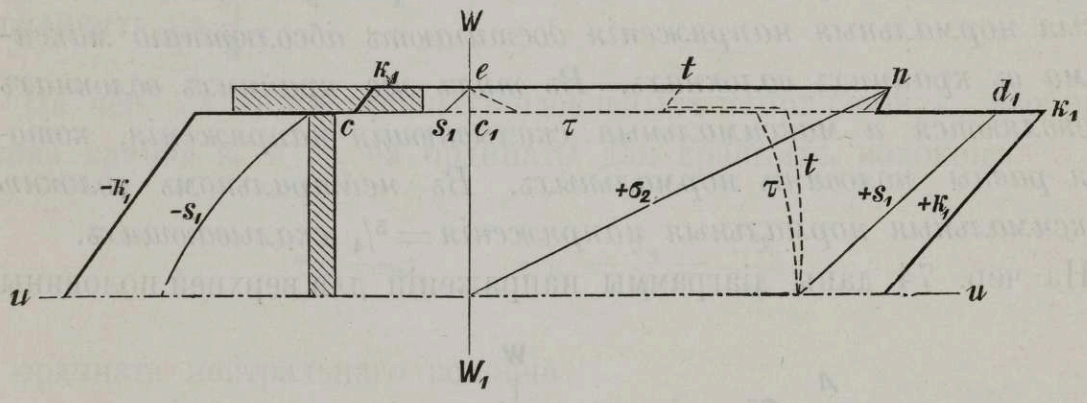
Чер. 74.

двутавровой клепанной, а на чер. 75 и 76—прокатныхъ балокъ; онѣ построены при предположеніи, что дѣйствующія на балку силы перпендикулярны къ ея оси, которая въ разсматриваемомъ мѣстѣ обращена выпуклой стороной вверхъ, такъ что верхнія волокна растянуты. На чертежахъ представлены только верхнія половины сѣченій; ихъ нижнія половины, а также соотвѣтству-

ющія имъ діаграммы напряженій симметричны верхнимъ по отношенію къ оси uu, проходящей черезъ центръ тяжести сѣченія.

Изъ этихъ діаграммъ видно, что въ тѣхъ мѣстахъ тавровыхъ сѣченій, въ которыхъ внезапно измѣняется ширина сѣченія, измѣняются внезапно и напряженія. Идеальное главное напряженіе k_1 двутавровой клепанной балки (чер. 74) достигаетъ максимума въ крайнихъ волокнахъ и въ волокнѣ c—для послѣдняго оно даже немного больше чѣмъ для перваго; въ томъ же волокнѣ c достигаетъ максимума и главное скалывающее напряженіе t, которое, какъ изъ чертежа видно, немного превышаетъ скалывающее напряженіе нейтральнаго волокна.

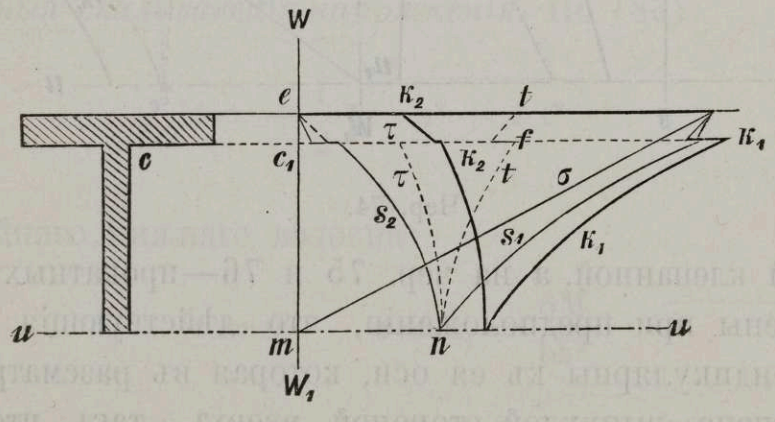
Въ двутавровомъ сѣченіи прокатной балки косое нормальное напряженіе k_1 волокна c (чер. 75), образующаго переходъ отъ широкаго фланца къ тонкой стѣнкѣ, превышаетъ нормальное на-



Чер. 75.

пряженіе крайняго волокна болѣе чѣмъ на 25%; главное скалывающее напряженіе t на всемъ протяженіи стѣнки почти постоянно.

Въ сѣченіи чер. 76 главное скалывающее напряженіе волокна c



Чер. 76.

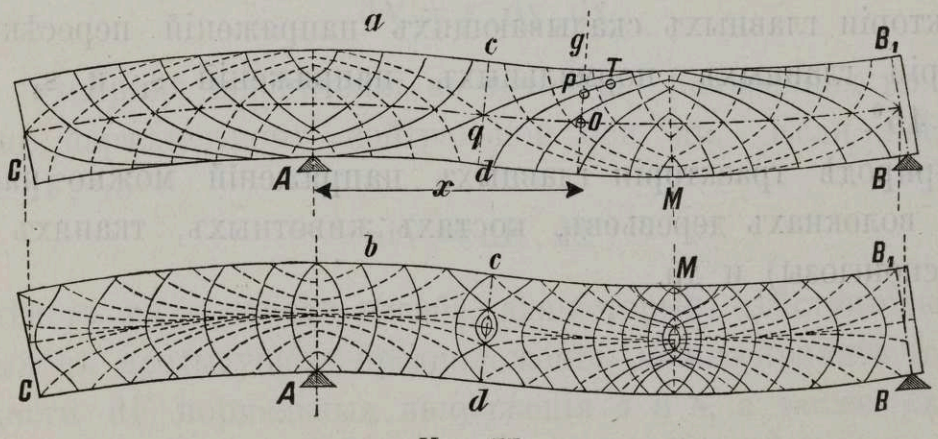
превышаетъ скалывающее напряженіе нейтральнаго волокна почти

на 20%; въ этомъ же волокнѣ достигаютъ абсолютнаго максимума и идеальныя главныя нормальныя напряженія k_1.

Изъ этихъ примѣровъ видно что двутавровыя балки, и главнымъ образомъ прокатныя, въ которыхъ широкій сравнительно фланецъ внезапно переходитъ въ тонкую стѣнку, должны быть провѣряемы на идеальныя главныя напряженія k и на главныя скалывающія напряженія t тѣхъ волоконъ, которыя образуютъ переходы отъ фланцевъ къ стѣнкѣ. Эта провѣрка нужна главнымъ образомъ для тѣхъ сѣченій, въ которыхъ одновременно проявляются максимальные моменты M и максимальныя срѣзывающія силы T, какъ это имѣетъ мѣсто въ сѣченіи защемленія задѣланной балки и на опорахъ непрерывныхъ многоопорныхъ балокъ.

73. **Траекторіи напряженій.** Разобьемъ балку нормальными сѣченіями на части очень малой длины. На одномъ изъ этихъ сѣченій возьмемъ произвольную точку P, опредѣлимъ для нея направленіе главнаго напряженія (аналитически по формулѣ № 71, графически по № 42) продолжимъ его до встрѣчи со слѣдующимъ сѣченіемъ въ точкѣ P_1, сдѣлаемъ для послѣдней тоже построеніе что для точки P и т. д., то получимъ линію, огибающая которой называется *траекторіей главнаго напряженія.* Исходя изъ другой точки и дѣйствуя такимъ же образомъ, получимъ другую траекторію главнаго напряженія, и т. д.

На чер. 77 изображены траекторіи главныхъ напряженій для балки, расположенной на опорахъ A и B, выступающей концомъ



Чер. 77.

AC за опору A, нагруженной по всей длинѣ равномѣрно.

Чер. 77a представляетъ траекторіи главныхъ нормальныхъ напряженій; сплошными линіями проведены траекторіи главныхъ

напряженій сжатія s_2, а пунктирными—траекторіи растяженій s_1. Линіи s_2 подходятъ ассимптотой къ крайнимъ сжатымъ волокнамъ, пересѣкаютъ нейтральное волокно подъ угломъ 45^0 и встрѣчаютъ перпендикулярно крайнія растянутыя волокна. Траекторіи растяженій s_1 подходятъ ассимптотой къ крайнимъ растянутымъ волокнамъ, пересѣкаютъ нейтральное волокно подъ угломъ 45^0, и встрѣчаютъ крайнія сжатыя волокна подъ прямымъ угломъ. Траекторіи s_1 пересѣкаются съ траекторіями s_2 подъ угломъ 90^0; въ поверхностяхъ, перпендикулярныхъ къ плоскости силъ, проходящихъ черезъ эти траекторіи, не дѣйствуютъ никакія скалывающія напряженія.

На чер. 77b изображены траекторіи главныхъ скалывающихъ напряженій t_s той же балки. Онѣ пересѣкаютъ крайнія волокна подъ угломъ 45^0, а къ нейтральному волокну подходятъ ассимптотой, и (соотвѣтственно) подъ прямымъ угломъ. Центръ тяжести сѣченія M, для котораго $T=0$, образуетъ узелъ; вслѣдствіе $\tau=0$, всѣ волокна работаютъ въ этомъ сѣченіи только растяженіемъ или только сжатіемъ. Въ сѣченіяхъ C, cd и B $M=0$; такъ какъ въ этихъ мѣстахъ $\sigma=0$, то для нихъ

$$k_1=\frac{m+1}{m}\tau \qquad k_2=-\frac{m+1}{m}\tau \qquad t_s=\pm\tau$$

т. е. (для $m=4$) $k_1=-k_2=\frac{5}{4}\tau$

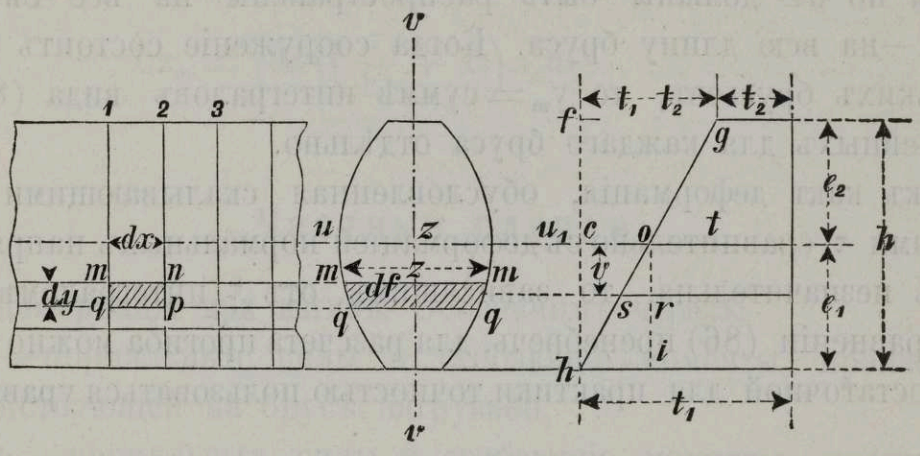
Траекторіи главныхъ скалывающихъ напряженій пересѣкаютъ траекторіи главныхъ нормальныхъ напряженій s_1 и s_2 подъ угломъ 45^0.

Въ природѣ траекторіи главныхъ напряженій можно наблюдать въ волокнахъ деревьевъ, костяхъ животныхъ, тканяхъ губчатки (спонгіозы) и др.

ГЛАВА V.

Деформація. Статически неопредѣленныя величины.

73. Разобьемъ брусъ двумъ рядами параллельныхъ плоскостей, а именно (чер. 78)



Чер. 78.

плоскостями 1, 2..., перпендикулярными къ его оси проведенными въ разстояніяхъ dx другъ отъ друга, и
плоскостями, параллельными нейтральному волокну, которыхъ разстоянія между собою = dy — на безконечно узкія элементарныя призмы. Объемъ такой призмы (какъ напр. m n p q) опредѣляется выраженіемъ

$$dV = z \,.\, dy \,.\, dx$$

гдѣ z — ширина mn сѣченія въ точкѣ m, измѣренная по направленію, параллельному нейтральной оси uu. Если поставимъ $zdy = dF$, то

$$dV = dF \,.\, dx$$

Имѣя въ виду случаи изгиба, для которыхъ дѣйствительны сдѣланныя въ предыдущемъ предположенія, можно принять что вдоль плоскости dF нормальныя напряженія σ и s, а также скалывающія — τ и t, распредѣлены равномѣрно. Перемѣщеніе точки m (или вращеніе сѣченія m) по направленію mm_1, по уравненію (52)

$$y_m = \int \frac{\sigma s_m dV}{E} + \int \frac{\tau t_m dV}{G}$$

или

$$y_m = \int \frac{dx}{E} \int \sigma s_m dF + \int \frac{dx}{G} \int \tau t_m dF$$

Въ этихъ уравненіяхъ σ и τ означаютъ напряженія отъ дѣйствующей на брусъ нагрузки, производящей перемѣщеніе (прогибъ или вращеніе) y_m, а s_m и t_m—напряженія отъ силы $= s$ (или пары $= 1$), приложенной къ точкѣ m по направленію y_m. Интегралы по dF должны быть распространены на все сѣченіе, а по dx—на всю длину бруса. Когда сооруженіе состоитъ изъ нѣсколькихъ брусьевъ, то $y_m =$ суммѣ интеграловъ вида (86), составленныхъ для каждаго бруса отдѣльно.

Такъ какъ деформація, обусловленная скалывающими напряженіями τ сравнительно съ деформаціей нормальныхъ напряженій σ очень незначительна, то зависящимъ отъ τ интегралъ можно въ уравненіи (86) пренебречь, для разсчета прогиба можно поэтому съ достаточной для практики точностью пользоваться уравненіемъ:

$$y_m = \int dx \int \frac{\sigma}{E} s_m dF \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (87)$$

Означимъ черезъ Δdx — измѣненіе длины dx, соотвѣтствующее деформаціи y_m, то

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta dx}{dx}$$

поэтому также

$$y_m = \int dx \int \frac{\Delta dx}{dx} s_m dF. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88)$$

Помощію послѣдняго уравненія можно опредѣлять перемѣщенія и вращенія, соотвѣтствующія измѣненіямъ температуры, а также произведенныя какой-нибудь другой причиной, измѣняющей форму сооруженія весьма незначительно.

74. **Перемѣщенія отъ измѣненій температуры.** Если температура бруса измѣнится на t градусовъ, то длина dx получитъ приращеніе $\Delta dx = \alpha t dx$, гдѣ α—коэфиціентъ линейнаго расширенія матеріала. Такъ какъ для этого случая

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \alpha t$$

то по (88)

$$\eta_m = \int dx \int \alpha t s_m dF \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (89)$$

Когда деформація произведена нагрузкой и перемѣной температуры одновременно, то перемѣщеніе точки m (или вращеніе сѣченія m)

$$z_m = dx \int \frac{\sigma}{E} s_m dF + \int dx \int \alpha t s_m dF$$

или

$$z_m = \int dx \int \left(\frac{\sigma}{E} + \alpha t\right) s_m dF \ldots\ldots\ldots\ldots (90)$$

Частные случаи.

75. **Деформація при изгибѣ.** Обозначимъ черезъ:
N и M—нормальныя силы и сгибающіе моменты, произведенные дѣйствующей на брусъ нагрузкой,
n_m и m_m—нормальныя силы и сгибающіе моменты, произведенные силой = 1 (или парой = 1) приложенной къ точкѣ m по направленію y_m,
то по (64a)

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{J}$$

$$s_m = \frac{n_m}{F} + \frac{m_m v}{J}$$

поэтому

$$\int \sigma s_m dF = \int \left(\frac{N}{F} + \frac{Mv}{J}\right)\left(\frac{n_m}{F} + \frac{m_m v}{J}\right) dF = \frac{Nn_m}{F^2}\int dF + \frac{Mn_m}{FJ}\int v dF +$$

$$+ \frac{Nm_m}{FJ}\int v dF + \frac{Mm_m}{J^2}\int v^2 dF$$

и такъ какъ

$$\int dF = F \quad \int v dF = 0 \quad \int v^2 dF = J$$

то

$$\int \sigma s_m dF = \frac{Nn_m}{F} + \frac{Mm_m}{J}$$

и по (87)

$$y_m = \int dx \left(\frac{Nn_m}{EF} + \frac{Mm_m}{EJ}\right) \ldots\ldots\ldots (91)$$

Законъ, по которому внутри бруса распредѣляется *измѣненіе температуры*, неизвѣстенъ, и вообще онъ не можетъ быть выраженъ математической формулой, такъ какъ это распредѣленіе зависитъ отъ разныхъ причинъ неопредѣленнаго характера. Для обыкновенныхъ случаевъ можно принять, что распредѣленіе температуры въ сѣченіи происходитъ по тому же правилу, по которому распредѣляются нормальныя напряженія, т. е. что плоскія сѣченія и послѣ измѣненія температуры остаются плоскими, а это означаетъ, что по направленію, параллельному нейтральной оси uu температура постоянна, а по направленію оси vv (чер. 78) она измѣняется по закону прямой линіи. Если означимъ число градусовъ, на которое измѣнилась температура волокна uu ($v=o$) черезъ t_0; температура волокна, отстоящаго отъ uu на разстояніи=v, черезъ t, и—температура крайнихъ волоконъ—черезъ t_1 и t_2, то (чер. 78a)

$$t=t_0+\bar{sr}$$

или, такъ какъ $\Delta sro \sim \Delta fSh$, то

$$t=t_0+\frac{t_1-t_2}{h}v$$

и, обозначивъ разность t_1-t_2 черезъ Δt

$$t=t_0+\Delta t\frac{v}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (92)$$

Поставивъ это значеніе въ (89) будемъ имѣть

$$\eta_m=\int dx\int \alpha t s_m dF=\int dx\int \alpha\left(t_0+\frac{\Delta t}{h}v\right)s_m dF=\int dx\int \alpha\left(t_0+\frac{\Delta t}{h}v\right)$$

$$\left(\frac{n_m}{F}+\frac{m_m v}{J}\right)dF=\int dx\,.\,\alpha\left[t_0\frac{n_m}{F}\int dF+\frac{\Delta t}{h}\frac{n_m}{F}\int v dF+\frac{t_0 m_m}{J}\int v dF+\right.$$

$$\left.+\frac{\Delta t}{h}\frac{m_m}{J}\int v^2 dF\right.$$

и такъ какъ

$$\int dF=F \quad \int v dF=o \quad \int v^2 dF=J$$

$$\eta_m=\int dx\left(\alpha t_0 n_m+\alpha\frac{\Delta t}{h}m_m\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (93($$

и по (90)

$$z_m = \int \frac{dx}{E}\left(\frac{Nn_m}{F} + \frac{Mm_m}{J}\right) + \int dx\alpha\left(t_0 n_m + \frac{\Delta t}{h} m_m\right)^{1}) \ldots (94)$$

Изъ чер. 72а имѣемъ

$$t_0 = t_1 - \overline{hi} = t_1 - \frac{(t_1 - t_2)e_1}{h} = \frac{t_1(h - e_1) + t_2 e_1}{h}$$

$$t_0 = \frac{t_1 e_2 + t_2 e_1}{h} \ldots\ldots\ldots\ldots (95)$$

Когда t_1 и t_2 извѣстны. то помощію послѣдняго уравненія можно вычислить t_0.

Всѣ предыдущія формулы деформаціи дѣйствительны для всякой системы, какъ статически опредѣленной, такъ и статически неопредѣленной.

76. **Преобразованіе формулъ деформаціи въ примѣненіи ихъ къ разсчету статически неопредѣленныхъ системъ.**—Если означимъ черезъ:

D_1, D_2.... сопротивленія добавочныхъ стержней,

N_0 и M_0—нормальныя силы и моменты, произведенныя дѣйствующей нагрузкой въ случаѣ, когда всѣ добавочныя величины $= 0$ ($D_1 = D_2 = \ldots = 0$)

n_m и m_m—нормальныя силы и моменты, произведенные добавочной величиной D_m въ статически опредѣленной системѣ, когда $D_m = 1$ ($D_1 = D_2 = \ldots = D_{m-1} = D_{m+1} = \ldots = 0$),

---

[1]) Въ приведенныхъ ниже уравненіяхъ (96) и (96а) всѣ D, N и M—независимыя величины. Если, поэтому, означимъ черезъ P_m -силу (или пару), приложенную къ точкѣ m по напрявленію y_m, то (замѣнивъ буквы s и t буквами n и m)

$$\frac{dN}{dP_m} = n_m \quad \frac{dM}{dP_m} = m_m$$

Помощію этихъ значеній уравненіе (94) получаетъ видъ:

$$z_m = \int \frac{dx}{E}\left(\frac{N}{F}\frac{dN}{dP_m} + \frac{M}{J}\frac{dM}{dP_m}\right) + \int dx\alpha\left(t_0 \frac{dN}{dP_m} + \frac{\Delta t}{h}\frac{dM}{dP_m}\right) \ldots (94а)$$

то по закону независимости дѣйствій силъ (№ 56)

$$\begin{aligned} N &= N_0 + n_1 D_1 + n_2 D_2 + .., + n_m D_m + \ldots \\ M &= M_0 + m_1 D_1 + m_2 D_2 + \ldots + m_m D_m + \ldots \end{aligned} \quad \ldots\ldots (96)$$

[1])

Подставивъ эти значенія въ формулу (94) будемъ имѣть:

$$z_m = \int dx \left[\frac{n_m}{EF} \left(N_0 + n_1 D_1 + n_2 D_2 + \ldots \right) + \frac{m_m}{EJ} \left(M_0 + m_1 D_1 + m_2 D_2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \ldots \right) \right] + \int dx \alpha \left(t_0 n_m + \frac{\Delta t}{h} m_m \right)$$

и послѣ соотвѣтственнаго приведенія

$$z_m = \left[\int \frac{N_0 n_m dx}{EF} + \int \frac{M_0 m_m dx}{EJ} \right] + D_1 \left[\int \frac{n_1 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_m dx}{EJ} \right] +$$

$$+ D_2 \left[\int \frac{n_2 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_2 m_m dx}{EJ} \right] + \ldots + \int \alpha t_0 n_m dx + \int \alpha \frac{\Delta t}{h} m_m dx \quad \ldots \quad (97)$$

Перемѣщеніе (или вращеніе), произведенное одной только нагрузкой

$$z_m = \int \frac{N_0 n_m dx}{EF} + \int \frac{M_0 m_m dx}{EJ} + D_1 \left[\int \frac{n_1 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_m dx}{EJ} \right] + D_2 \left[\int \frac{n_2 n_m dx}{EF} + \right.$$

$$\left. + \int \frac{m_2 m_m dx}{EJ} \right] + \ldots \quad \ldots\ldots\ldots \quad (98)$$

Деформація, произведенная однимъ только измѣненіемъ температуры

$$r_{1m} = \int \alpha t_0 n_m dx + \int \alpha m_m \frac{\Delta t}{h} dx + D_1 \left[\int \frac{n_1 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_m dx}{EJ} \right] +$$

$$+ D_2 \left[\int \frac{n_2 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_2 m_m dx}{EJ} \right] + \ldots \quad \ldots\ldots \quad (99)$$

---

[1]) Аналогически какъ въ уравненіяхъ (49) можно написать

$$\begin{aligned} N &= s_1 P_1 + s_2 P_2 + \ldots + s_m P_m + \ldots + n_1 D_1 + n_2 D_2 + \ldots + n_m D_m + \ldots \\ M &= t_1 P_1 + t_2 P_2 + \ldots + t_m P_m + \ldots + m_1 D_1 + m_2 D_2 + \ldots + m_m D_m + \ldots \end{aligned} \quad \ldots\ldots (96a)$$

такъ что

$$\begin{aligned} N_0 &= s_1 P_1 + s_2 P_2 + \ldots + s_m P_m + \ldots \\ M_0 &= t_1 P_1 + t_2 P_2 + \ldots + t_m P_m \cdots + \end{aligned}$$

Статически неопредѣленными величинами въ этихъ уравненіяхъ суть только величины D. Когда перемѣщенія (или вращенія) y, η, z извѣстны, то помощію ихъ можно опредѣлить эти величины D.

77. **Сочлененныя системы.** Когда на призматическій стержень дѣйствуетъ только осевая сила, производящая въ немъ простое растяженіе или простое сжатіе, то моменты M и m равны нулю, а силы N и n на всемъ протяженіи стержня постоянны. Для этого случая слѣдовательно будетъ, обозначивъ длину стержня черезъ l

$$\int \frac{Nn_m dx}{EF} = \frac{Nn_m}{EF}\int dx = \frac{Nl}{EF} n_m$$

$$\int \frac{nn_m dx}{EF} = \frac{nn_m}{EF}\int dx = \frac{nl}{EF} n_m$$

Означимъ удлиненіе стержня, произведенное силой N, черезъ Δl, а силой n—черезъ δl, то

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \text{ и } \delta l = \frac{nl}{EF}$$

поэтому

$$\int \frac{Nn_m dx}{EF} = \Delta l . n_m \quad \int \frac{nn_m dx}{EF} = \delta l . n_m . \ldots\ldots \quad (100)$$

Каждый стержень сочлененной системы даетъ члены этого послѣдняго вида, поэтому соотвѣтствующія ей уравненія деформаціи будутъ имѣть видъ слѣдующихъ выраженій:

Деформація произведенная одной только нагрузкой

$$y_m = \Sigma \frac{Nl}{EF} n_m \quad \text{или} \quad y_m = \Sigma \Delta l . n_m . \ldots\ldots \quad (101)$$

Деформація произведенная перемѣной температуры

$$\eta_m = \Sigma \alpha t l n_m \quad \text{или} \quad \eta_m = \Sigma \Delta' l . n_m . \ldots\ldots \quad (102)$$

гдѣ $\Delta' l$ означаетъ удлиненіе (положительное или отрицательное) произведенное измѣненіемъ температуры на t градусовъ.

Нагрузка и перемѣна температуры производятъ деформацію

$$(103) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z_m = \Sigma \frac{Nl}{EF} n_m + \Sigma \alpha t l \,.\, n_m$$

или

$$(104) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z_m = \Sigma \Delta l \,.\, n_m + \Sigma \Delta' l \,.\, n_m \; ^1)$$

Каждая изъ суммъ Σ содержитъ столько членовъ, сколько система имѣетъ стержней.

Для *статически неопредѣленныхъ системъ* имѣемъ по (98)

$$y_m = \Sigma \frac{N_0 l}{EF} n_m + D_1 \Sigma \frac{n_1 l}{EF} n_m + D_2 \Sigma \frac{n_2 l}{EF} n_m + \ldots\ldots \quad (105)$$

$$\eta_m = \Sigma \alpha t l n_m + D_1 \Sigma \frac{n_1 l}{EF} n_m + D_2 \Sigma \frac{n_2 l}{EF} n_m + \ldots\ldots \quad (106)$$

$$z_m = \Sigma \frac{N_0 l}{EF} n_m + \Sigma \alpha t l . n_m + D_1 \Sigma \frac{n_1 l}{EF} n_m + D_2 \Sigma \frac{n_2 l}{EF} n_m + \ldots\ldots \quad (107)$$

или также

$$y_m = \Sigma \Delta_0 l . n_m + D_1 \Sigma \delta_1 l . n_m + D_2 \Sigma \delta_2 l . n_m + \ldots\ldots \quad (108)$$

$$\eta_m = \Sigma \Delta' l . n_m + D_1 \Sigma \delta_1 l . n_m + D_2 \Sigma \delta_2 l . n_m + \ldots\ldots \quad (109)$$

$$z_m = \Sigma \Delta_0 l . n_m + \Sigma \Delta' l . n_m + D_1 \Sigma \delta_1 l . n_m + D_2 \Sigma \delta_2 l . n_m + \ldots\ldots \quad (110)$$

$\Delta_0 l$ означаетъ удлиненіе стержня произведенное нагрузкой тогда, когда всѣ добавочные стержни устранены, и система сдѣлана статически опредѣленной (т. е. когда $D_1 = D_2 = \ldots = 0$).

78. **Смѣшанныя системы.** Когда сооруженіе состоитъ частью изъ стержней, частью изъ брусьевъ, то къ каждому брусу нужно примѣнять уравненія № 76 или 77, а къ каждому стержню—

---

[1]) Аналогически съ (94а) можно написать

$$z_m = \Sigma \frac{Nl}{EF} \cdot \frac{dN}{dP_m} + \Sigma \alpha t l \frac{dN}{dP_m} \ldots\ldots\ldots \quad (103a)$$

или

$$z_m = \Sigma \Delta l . \frac{dN}{dP_m} + \Sigma \Delta' l \frac{dN}{dP_m} \ldots\ldots\ldots \quad (104a)$$

уравненія № 78; перемѣщеніе (или вращеніе) точки m по направленію mm_1 въ этомъ случаѣ получится по уравненію

$$z_m = \Sigma \int \frac{N n_m dx}{EF} + \Sigma \int \frac{M m_m dx}{EJ} + \Sigma \int \alpha t_0 n_m dx + \Sigma \int \alpha \frac{\Delta t}{h} m_m dx +$$

$$+ \Sigma \frac{N n_m l}{EF} + \Sigma \alpha t l n_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (111)$$

Для статически неопредѣленныхъ сооруженій это уравненіе можетъ быть представлено въ слѣдующемъ видѣ:

$$z_m = \Sigma \int \frac{N_0 n_m dx}{EF} + \Sigma \int \frac{M_0 m_m dx}{EJ} + \Sigma \int \alpha t_0 n_m dx + \Sigma \int \alpha \frac{\Delta t}{h} m_m dx +$$

$$+ \Sigma \frac{N_0 n_m l}{EF} + \Sigma \alpha t_0 n_m l + D_1 \left\{ \Sigma \left[\int \frac{n_1 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_m dx}{EJ} \right] + \Sigma \frac{n_1 l}{EF} n_m \right\} +$$

$$+ D_2 \left\{ \Sigma \left[\int \frac{n_2 n_m dx}{EF} + \int \frac{m_2 m_m dx}{EJ} + \Sigma \frac{n_2 n_m l}{EF} \right\} + \ldots + \Sigma \left[\int \alpha t_0 n_m dx + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \int \alpha \frac{\Delta t}{h} m_m dx \right] + \Sigma \alpha t n_m l \quad \ldots\ldots\ldots \quad (112)$$

79. Уравненія деформаціи могутъ быть представлены еще въ другомъ видѣ. Для этой цѣли означимъ перемѣщеніе точки m (или вращеніе плеча m), произведенное нормальными силами

N — черезъ u_m
моментами M — черезъ v_m
измѣненіями t_0 температуры — черезъ u_{mt}
разностью Δt температуры, черезъ v_{mt}
нормальными силами N_0 — черезъ u_{m0}
сгибающими моментами M_0 — черезъ v_{m0}
нормальными силами n_p — черезъ u_{mp}
сгибающими моментами m_p — черезъ v_{mp}.

Эти обозначенія дѣйствительны для сплошныхъ системъ; для сочлененныхъ вмѣсто буквы u будемъ употреблять букву U.

Величины u и v для разныхъ частныхъ случаевъ получаются изъ уравненій (111) и (112), поставивъ соотвѣтственные члены ихъ = 0. Такъ напр. для случая 1) (см. таблицу) нужно въ (111) поставить равными нулю члены, зависящіе отъ температуры, а

для случая (3) оставляемъ въ (112) только членъ, содержащій D_p, и ставимъ $D_p = 1$, такъ что для этого случая получаемъ

$$z_m = 1 \cdot \left[\int \frac{n_p \, n_m dx}{EF} + \int \frac{m_p m_m dx}{EI} \right] + \Sigma \frac{n_p n_m l}{EF}$$

т. е.

$$z_m = v_{mp} + u_{mp} + U_{mp}$$

Первый знакъ показателя отмѣчаетъ перемѣщающуюся точку (или сѣченіе) а второй — величину, производящую это перемѣщеніе.

Для большей наглядности величины деформацій u и v для частныхъ случаевъ приведены въ слѣдующей таблицѣ:

№	РОДЪ СИСТЕМЫ.	ДЕФОРМАЦІЮ ПРОИЗВОДЯТЪ:	Перемѣщенія или вращенія соотвѣтствующія		
			Сгибающимъ моментамъ.	Нормальнымъ силамъ	
				Бруса.	Стержня.
1	Система произвольная: статически опредѣленная или статически неопредѣленная.	Всѣ дѣйствующія на систему внѣшнія силы, исключая перемѣны температуры.	$v_m = \int \frac{M m_m dx}{EI}$	$u_m = \int \frac{N n_m dx}{EF}$	$U_m = \Sigma \frac{N n_m l}{EF}$
2	Система статически опредѣленная.	Всѣ на систему дѣйствующія внѣшнія силы или нагрузка.	$v_{m0} = \int \frac{M_0 m_m dx}{EI}$	$u_{m0} = \int \frac{N_0 n_m dx}{EF}$	$U_{m0} = \Sigma \frac{N_0 n_m l}{EF}$
3	Тоже.	Одна только величина $D_p = 1$	$v_{mp} = \int \frac{m_p m_m dx}{EI}$	$u_{mp} = \int \frac{n_p n_m dx}{EF}$	$U_{mp} = \Sigma \frac{n_p n_m l}{EF}$
4	Тоже.	Одна только перемѣна температуры.	$v_{mt} = \int \frac{\alpha \Delta t}{h} m_m dx$	$u_{mt} = \int \alpha t_0 n_m dx$	$U_{mt} = \Sigma \alpha t_0 l n_m$

Подставивъ значенія этой таблицы въ уравненіе (111) получимъ:

$$z_m = \Sigma [(u_m + v_m) + (u_{mt} + v_{mt})] + U_m + U_{mt} \quad \ldots \quad (113)$$

Это уравненіе дѣйствительно для смѣшанной системы, состоящей изъ брусьевъ и стержней, и ими, равно какъ и слѣдующими, бу-

демъ пользоваться при опредѣленіи деформаціи графическимъ путемъ.

Когда вся система состоитъ *изъ одного только бруса*, то

$$z_m = u_m + v_m + u_{mt} + v_{mt} \ldots\ldots\ldots (114)$$

Для сочлененной системы

$$z_m = U_m + U_{mt} \ldots\ldots\ldots\ldots (115)$$

Добавочныя величины статически неопредѣленныхъ системъ получаются изъ уравненія (105) которое помощію приведенныхъ въ таблицѣ значеній получаетъ видъ.

$$z_m = \Sigma(u_{m0} + v_{m0}) + (u_{mt} + v_{mt}) + D_1(u_{m1} + v_{m1}) + D_2(u_{m2} + v_{m2}) + \\ + \ldots + U_{m0} + U_{mt} + D_1 U_{m1} + D_2 U_{m2} + \ldots\ldots (116)$$

Для одного только бруса

$$z_m = (u_{m0} + v_{m0}) + (u_{mt} + v_{mt}) + D_1(u_{m1} + v_{m1}) + D_2(u_{m2} + v_{m2}) + \ldots (117)$$

При пренебреженіи вліянія температуры

$$y_m = u_{m0} + v_{m0} + D_1(u_{m1} + v_{m1}) + D_2(u_{m2} = v_{m2}) + \ldots (118)$$

Одна перемѣна температуры производитъ деформацію:

$$r_{1m} = u_{mt} + v_{mt} + D_1(u_{m1} + v_{m1}) + D_2(u_{m2} + v_{m2}) + \ldots (119)$$

Для сочлененной системы

$$z_m = U_{m0} + U_{mt} + D_1 U_{m1} + D_2 U_{m2} + D_3 U_{m3} + \ldots (120)$$

При пренебреженіи вліянія температуры

$$y_m = U_{m0} + D_1 U_{m1} + D_2 U_{m2} + \ldots\ldots\ldots (121)$$

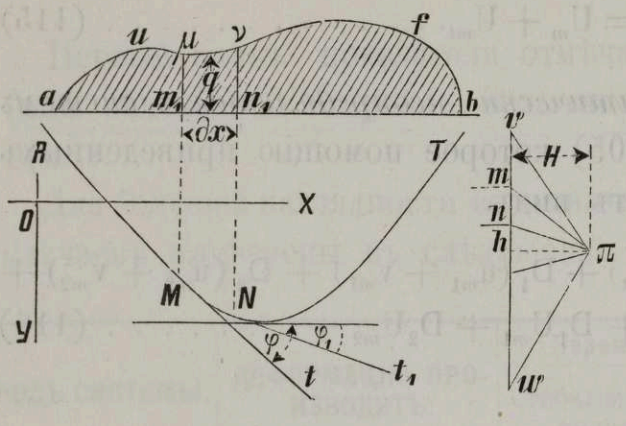
Одна перемѣна температуры производитъ деформацію

$$r_{1m} = U_{mt} + D_1 U_{m1} + D_2 U_{m2} + D_3 U_{m3} + \ldots (122)$$

Примѣчаніе.—Чтобы можно было данныя въ предыдущемъ формулы напряженій и деформацій употреблять для расчета сооруженій, нужно умѣть опредѣлять зависящія отъ внѣшнихъ силъ нормальныя и скалывающія силы, и сгибающіе моменты. Поясненіе этихъ величинъ составитъ содержаніе слѣдующихъ главъ.

Упругая линія.

80. *Уравненіе веревочной линіи.*—Пусть RNT (чер. 79) веревочная линія, построенная помощію силового многоугольника vwπ для нагрузки auμfb. Отнесемъ эту линію къ прямоугольнымъ осямъ координатъ OX и OУ; возьмемъ на ней двѣ безконечно близкія точки M и N, и озна. чимъ углы, образуемые въ этихъ точкахъ касательными Mt и Nt_1 съ осью OX, черезъ φ и φ_1. Проведемъ черезъ полюсъ π лучи πm и πn, параллельные этимъ касательнымъ; изъ способа построенія веревочной линіи слѣдуетъ, что отрѣзокъ mn, отсѣченный ими на силовой линіи v w, равняется нагрузкѣ $\mu m_1 n_1 \nu$, заключенной между вертикалями точекъ M и N. Если q—единичный грузъ этой нагрузки, то $\overline{mn} = q.dx$. Изъ чертежа имѣемъ, обозначивъ полюсное разстояніе черезъ H,



Чер. 79.

$$tg\varphi = \frac{\overline{mh}}{\overline{\pi h}} = \frac{mn + nh}{H} \qquad tg\varphi_1 = \frac{\overline{nh}}{H}$$

$$tg\varphi - tg\varphi_1 = dtg\varphi = \frac{\overline{mn}}{H} = \frac{qdx}{H}$$

и такъ какъ $tg\varphi = \frac{dy}{dx}$

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{qdx}{H}$$

откуда

$$\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (123)$$

и для $H = 1$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (123a).$$

Это есть дифференціальное уравненіе веревочной линіи.

81. **Уравненіе упругой линіи и построеніе ея.**—Упругой линіей, какъ выше было сказано, называется кривая, образуемая осью бруса послѣ изгиба, произведеннаго дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ.

Означимъ черезъ δ_1 величину, на которую вслѣдствіе изгиба измѣнилась длина элемента qq_2 (чер. 62с), котораго напряженіе $= \sigma$ и разстояніе отъ оси $uu = v$, то по закону Гука (поставивъ $\overline{qq_2} = dx$)

$$\delta_1 = \frac{\sigma}{E} dx$$

или, такъ какъ

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{J}$$

$$\delta_1 = \left(\frac{N}{EF} + \frac{Mv}{EJ}\right)dx$$

При измѣненіи температуры на t^0, длина qq_2 измѣнится на

$$\delta_2 = \alpha t dx$$

Поэтому полное измѣненіе длины qq_2, произведенное изгибомъ и измѣненіемъ температуры вмѣстѣ

$$\delta_1 + \delta_2 = \Delta\, dx = \left(\frac{N}{EF} + \frac{Mv}{EJ} + \alpha\, t\right)dx$$

Для нижняго крайняго волокна hk $v = e_1$, слѣдовательно его измѣненіе длины при измѣненіи температуры на $t_1{}^0$

$$\Delta_1 dx = \left(\frac{N}{EF} + \frac{Me_1}{EJ} + \alpha t_1\right)dx \quad \ldots\ldots\ldots (124)$$

Для верхняго крайняго волокна $v = -e_2$, и если для него означимъ t черезъ t_2, то

$$\Delta_2\, dx = \left(\frac{N}{EF} - \frac{Me_2}{EJ} + \alpha t_2\right)dx \quad \ldots\ldots\ldots (124a).$$

Если z—точка, въ которой встрѣчаются прямыя h_1g_1 и k_1i_1, и означимъ уголъ h_1zk_1, образуемый сѣченіями hg и ki послѣ изгиба, черезъ $d\varphi$, и радіусъ кривизны элемента o_1s_1 упругой линіи, т.-е. $zo_1 = zs_1$, черезъ ρ, то

$$\overline{h_1k_1} = dx + \Delta_1 dx = (\rho + e_1)\ d\varphi$$
$$\overline{g_1i_1} = dx + \Delta_2 dx = (\rho - e_2)\ d\varphi$$

Разность этихъ уравненій даетъ

$$\Delta_1 dx - \Delta_2 dx = (e_1 + e_2)\ d\varphi$$

откуда

$$d\varphi = \frac{\Delta_1 dx - \Delta_2 dx}{e_1 + e_2}$$

и подставивъ для $\Delta_1 dx$ и $\Delta_2 dx$ значенія (124)

$$d\varphi = \left[\frac{M}{EJ} + \frac{\alpha(t_1 - t_2)}{e_1 + e_2}\right] dx$$

или

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{EJ} + \frac{\alpha \Delta t}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (125)$$

гдѣ $\Delta t = t_1 - t_2$ и $h = e_1 + e_2 =$ высотѣ ik сѣченія.

Отнесемъ упругую линію къ прямоугольнымъ осямъ координатъ OX и OУ, изъ которыхъ ось OX параллельна первоначальной оси бруса; обозначимъ углы, образуемые касательными упругой линіи въ точкахъ o_1 и s_1 (чер. 62с) черезъ φ и φ_1, то имѣемъ:

$$\varphi - \varphi_1 = d\varphi$$

Такъ какъ упругая линія, вслѣдствіе незначительности допускаемыхъ деформацій, имѣетъ всегда видъ очень пологой кривой, то можно поставить

$$\varphi = tg\varphi = \frac{dy}{dx}$$

слѣдовательно

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

и по (125)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EJ} + \frac{\alpha\Delta t}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (126)$$

Изъ сравненія уравненій (126) и (123) слѣдуетъ что *упругая линія есть веревочная линія, построенная при полюсномъ разстояніи = 1 для нагрузки, которой единичные грузы* $q = \frac{M}{EJ} + \frac{\alpha\Delta t}{h}$

Когда $\Delta t = 0$, то $q = \frac{M}{EJ}$, т. е. ординаты линіи нагрузки для этого случая получатся такимъ образомъ, что построивъ для дѣйствующей на брусъ нагрузки линію моментовъ M, измѣняемъ ординаты ея въ отношеніи $\frac{1}{EJ}$, строимъ другую линію нагрузки, которой ординаты равны $\frac{M}{EJ}$, и затѣмъ опредѣляемъ соотвѣтствующую этой послѣдней линіи веревочную линію при полюсномъ разстояніи = 1.

Когда брусъ однороденъ, то при $\Delta t = 0$ принимаемъ за ординаты линіи нагрузки величины $\frac{M}{J}$, а полюсное разстояніе беремъ = E. Если при этомъ и сѣченіе бруса постоянно, то веревочную линію строимъ для нагрузки, данной линіей моментовъ бруса, принявъ полюсное разстояніе = EJ. Въ противномъ случаѣ, если напр., полюсное разстояніе будетъ взято = H то всѣ ординаты веревочной линіи будутъ въ $\frac{EJ}{H}$ разъ больше соотвѣтственныхъ ординатъ упругой линіи.

ГЛАВА VI.

Прямые брусья.

82. **Статически опредѣленные плоскіе брусья.**—Брусъ называется плоскимъ, когда его ось и дѣйствующія на него внѣшнія силы находятся въ одной плоскости. Къ внѣшнимъ силамъ принадлежатъ кромѣ приложенныхъ къ нему силъ, также вызывае-

мыя послѣдними сопротивленія опоръ или реакціи. Когда приложенныя силы вертикальны, то ихъ называютъ *грузами*, а совокупность дѣйствующихъ на брусъ грузовъ—*нагрузкой*.

Нагрузка бываетъ *постоянная* и *перемѣнная;* первая дѣйствуетъ на сооруженіе непрерывно, а вторая—съ болѣе или менѣе значительными промежутками; обыкновенно она подвижная, т.-е. занимаетъ на брусѣ разныя положенія. Такъ напр., для мостового бруса постоянной нагрузкой есть его вѣсъ и вѣсъ поддерживаемыхъ имъ поперечныхъ конструкцій, полотна и проч., а движущіеся по мосту люди, повозки, поѣзда и т. д. составляютъ подвижную нагрузку. Подвижная нагрузка, состоящая изъ ряда сосредоточенныхъ грузовъ, постоянныхъ по величинамъ и разстояніямъ, называется *системой грузовъ*.

Нагрузка можетъ дѣйствовать на брусъ непосредственно или она передается ему только въ нѣкоторыхъ постоянныхъ точкахъ; въ послѣднемъ случаѣ она называется передаточной *нагрузкой*, а передающія ее постоянныя точки—*связками*. Если напр. мостовой настилъ лежитъ прямо на брусьяхъ, или рельсы желѣзной дороги расположены на поясахъ фермъ, то имѣется прямая или непосредственная нагрузка; но если на брусьяхъ лежатъ поперечины, расположенныя на болѣе или менѣе значительныхъ разстояніяхъ другъ отъ друга, и настилъ, по которому движется нагрузка, лежитъ на этихъ поперечинахъ, то при всякомъ положеніи послѣдней на мостѣ ея дѣйствіе будетъ передаваться брусу только въ связкахъ, т. е. въ точкахъ, въ которыхъ съ нимъ связаны поперечины. Въ этомъ случаѣ дѣйствіе нагрузки будетъ передаточное.

При разсчетѣ бруса нужно прежде всего опредѣлить сопротивленія его опоръ или реакціи, вызванныя дѣйствующей на него нагрузкой. Брусъ будетъ *статически опредѣленный* если эти сопротивленія могутъ быть найдены помощью однихъ условій равновѣсія, а такъ какъ силы, дѣйствующія на различныя точки твердаго тѣла въ плоскости, даютъ три уравненія равновѣсія, то брусъ будетъ статически опредѣленный, если сопротивленія опоръ, обезпечивающихъ его устойчивость въ плоскости, имѣютъ не болѣе трехъ неизвѣстныхъ.

Брусъ можетъ быть соединенъ съ опорой однимъ изъ слѣдующихъ способовъ.

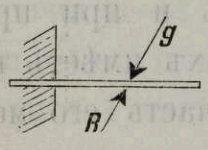
1) Брусъ соединенъ съ опорой на крѣпко (защемленъ); опорное сопротивленіе имѣетъ 3 неизвѣстныхъ: величину, направленіе, и точку приложенія.

2) Брусъ соединенъ съ опорой шарнирнымъ образомъ, т. е. такъ, что при отсутствіи другого соединенія онъ можетъ около оси шарнира вращаться въ плоскости силъ. Такъ какъ реакція проходитъ черезъ центръ шарнира, то она имѣетъ двѣ неизвѣстныхъ: величину и направленіе.

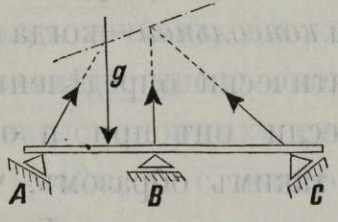
3) Опорная точка можетъ перемѣщаться въ плоскости силъ вдоль данной линіи; такую опору будемъ называть подвижной. Направленіе реакціи, при отсутствіи тренія, перпендикулярно къ линіи перемѣщенія и проходитъ черезъ центръ шарнира; подвижная опора имѣетъ, поэтому, только одну неизвѣстную величину: напряженіе реакціи.

Брусъ только тогда будетъ имѣть неизмѣняемое положеніе, когда онъ соединенъ съ опорами такимъ образомъ, что послѣднія могутъ уравновѣшивать дѣйствующую на него нагрузку, т. е. когда равнодѣйствующая опорныхъ сопротивленій равна и прямо противоположна равнодѣйствующей приложенныхъ къ брусу силъ. Этому условію можно удовлетворить различнымъ образомъ.

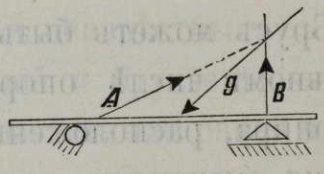
1) *посредствомъ одной крѣпкой (защемленной) опоры* (чер. 80). Такъ какъ въ этомъ случаѣ имѣется только одна реакція, то она равна и прямо противоположна равнодѣйствующей приложенныхъ къ брусу силъ.



Чер. 80.



Чер. 82.



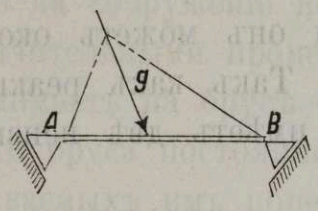
Чер. 81.

2) *Помощію двухъ шарнирныхъ опоръ, изъ которыхъ одна подвижная* (чер. 81). Обѣ реакціи проходятъ черезъ центры шарнировъ, и реакція подвижной опоры (при пренебреженіи тренія) перпендикулярна къ опорной плоскости.

3) *Помощію трехъ шарнирныхъ подвижныхъ опоръ* (чер. 82). Каждая изъ трехъ реакцій проходитъ черезъ центръ ея шарнира, и перпендикулярна къ соотвѣтственной опорной линіи. Положе-

ніе бруса будетъ устойчивое, если эти реакціи не пересѣкаются въ одной точкѣ (а, слѣдовательно, и не параллельны).

4) *Помощію одной скользящей и одной шарнирной подвижной опоры* (чер. 83). На подвижной опорѣ реакція проходитъ черезъ центръ шарнира и перпендикулярна къ опорной плоскости, а на скользящей — перпендикулярна къ опорной плоскости и проходитъ черезъ точку пересѣченія первой (шарнирной) реакціи съ равнодѣйствующей нагрузки.



Чер. 83.

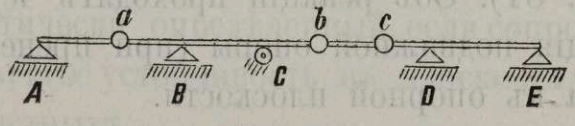
Въ случаѣ (3) реакціи опредѣляются тѣмъ условіемъ, что четыре силы, т. е. три реакціи и равнодѣйствующая нагрузки, находятся въ равновѣсіи, а потому равнодѣйствующая двухъ изъ нихъ равна и прямо противоположна равнодѣйствующей двухъ остальныхъ. Наиболѣе важное практическое значеніе имѣетъ случай 2.

При всѣхъ въ предыдущемъ приведенныхъ устройствахъ опорныя сопротивленія имѣютъ 3 неизвѣстныхъ, для опредѣленія которыхъ условія равновѣсія даютъ 3 уравненія; такъ какъ число неизвѣстныхъ равно числу статическихъ уравненій, то брусъ статически опредѣленный. Всякая добавочная опорная величина сверхъ выше указанныхъ дѣлаетъ брусъ статически неопредѣленнымъ.

Когда ось бруса горизонтальна и дѣйствующія на него силы вертикальны, то его называютъ *балкой*. Балка имѣющая 2 опоры, соединенная съ одной изъ нихъ неподвижнымъ, а съ другой — подвижнымъ шарниромъ, называется *простой балкой*, если она оканчивается на опорахъ, и *консольной*—когда выступаетъ за опоры.

Брусъ можетъ быть статически опредѣленнымъ и при произвольномъ числѣ опоръ, если онъ при n опорахъ имѣетъ n—2 шарнира, расположенные такимъ образомъ, что часть его между двумя смежными опорами содержитъ не болѣе двухъ шарнировъ. Наиболѣе цѣлесообразны слѣдующія устройства.

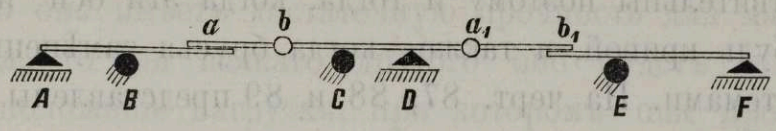
а) Всѣ части бруса соединены между собою шарнирами; всѣ



Чер. 84.

опорныя точки шарнирныя и подвижныя за исключеніемъ одной, которая должна быть неподвижна (чер. 84).

б) На каждой парѣ опоръ расположена консольная балка, соединенная съ одной опорой неподвижнымъ, а съ другой—подвижнымъ шарниромъ; между консолями устроены простыя балки, изъ



Чер. 85.

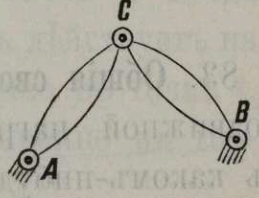
которыхъ каждая соединена съ одной консолей неподвижнымъ, а съ другой—подвижнымъ шарниромъ (чер. 85). Послѣдній полезно располагать на той консолѣ, которой соотвѣтствуетъ неподвижный шарниръ.

Оба эти устройства въ статическомъ отношеніи совершенно однородны. Всякую систему брусьевъ, соединенныхъ между собою такимъ образомъ, что для тѣхъ силъ, которымъ она подвергается, она остается неизмѣняемой, можно разсматривать какъ неизмѣняемую сочлененную систему, такъ что для опредѣленія ея статическаго свойства дѣйствительно полученное для сочлененныхъ системъ условіе

$$s = 2u$$

гдѣ s—число стержней или брусьевъ, а u—число узловъ или шарнировъ. Шарнирная опорная точка, какъ было ранѣе уяснено, равномѣрна двумъ стержнямъ, а подвижная—одному; если шарнирный брусъ состоитъ изъ u—1 частей, то онъ имѣетъ u—2 среднихъ и 2 крайнихъ шарнира, всего (u—2)+2=u шарнировъ. При u опорныхъ точкахъ, изъ которыхъ одна неподвижная, а прочія u—1 подвижныя, число опорныхъ неизвѣстныхъ $=2+$ $+(u-1)=u+1$, число опорныхъ стержней и брусьевъ вмѣстѣ $s=(u+1)+(u-1)=2u$, т. е. число неизвѣстныхъ равно числу статическихъ уравненій.

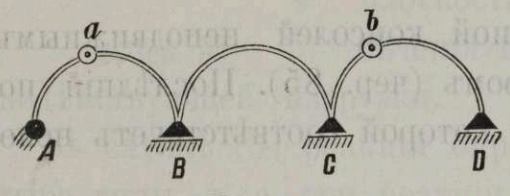
Изображенная на чер. 86 система двухъ брусьевъ, соединенныхъ между собою шарниромъ C, а съ опорами—шарнирами A и B, тоже статически опредѣленная. Такъ какъ каждый изъ опорныхъ шарнировъ A и B равномѣренъ двумъ стержнямъ, то число ея стержней (къ которымъ принадлежатъ и брусья AC и BC) $s=4+2=6$, а число узловъ $u=3$, слѣдовательно $s=2u$, и



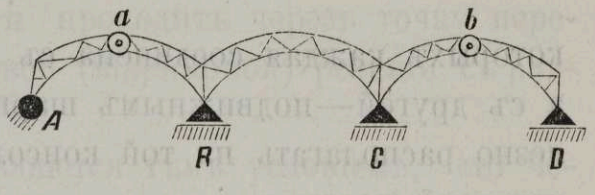
Чер. 86.

изъ устройства видно, что при неподвижности точекъ A и B, эта система неизмѣняема.

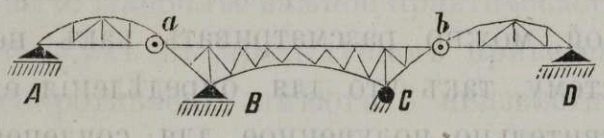
Всѣ предыдущія заключенія независимы отъ формы осей брусьевъ, они дѣйствительны поэтому и тогда, когда эти оси изогнуты по какой-нибудь кривой, а также—когда брусья замѣнены сочлененными системами. На черт. 87, 88 и 89 представлены статически



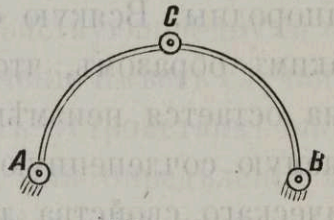
Чер. 87.



Чер. 88.



Чер. 89.



Чер. 90.

опредѣленные брусья о 4-хъ опорахъ каждый, образованные по системѣ шарнирнаго бруса черт. 85. Чертежи 88 и 89 суть повторенія чертежа 87, только сплошные арочные брусья замѣнены сочлененными.

Арка чер. 90, имѣющая шарниры A, B и C статически однородна съ системой чер. 86.

При разсмотрѣніи равновѣсія брусьевъ будемъ принимать, что дѣйствующія на нихъ силы параллельны. Этими силами являются въ натурѣ силы тяжести, вѣтра, давленія жидкостей, рыхлыхъ массъ и т. д., изъ которыхъ первыя всегда, а другія—въ большинствѣ случаевъ параллельны между собою.

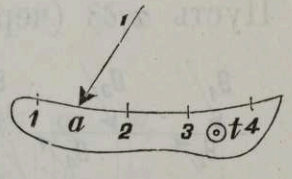
Инфлюентныя линіи.

83. **Общія свойства.**—Когда сооруженіе подвергается дѣйствію подвижной нагрузки, и будемъ разсматривать производимое ею въ какомъ-нибудь элементѣ (или точкѣ) дѣйствіе (которымъ можетъ быть напряженіе, моментъ, поперечная сила, прогибъ и т. д.), то оно будетъ измѣняться вмѣстѣ съ положеніемъ нагрузки.

Изъ безконечно большого числа положеній для практики имѣютъ значеніе только тѣ, при которыхъ дѣйствіе въ элементѣ достигаетъ максимума, потому что если сооруженіе построено такимъ образомъ, что оно имѣетъ достаточную прочность для максимальнаго дѣйствія, то для всякаго другого оно будетъ и подавно прочно. То положеніе нагрузки, при которомъ она производитъ въ данномъ элементѣ максимальное дѣйствіе, называется *опаснымъ или наиболѣе невыгоднымъ положеніемъ* этого элемента.

Опасное положеніе и соотвѣтствующее ему максимальное дѣйствіе получаются всего проще помощію такъ называемыхъ *инфлюентныхъ линій или линій вліянія*. Эти линіи имѣютъ, слѣдовательно, очень важное значеніе для такихъ сооруженій, на которыя дѣйствуетъ подвижная нагрузка—между которыми главное мѣсто занимаютъ мосты—но онѣ могутъ быть употребляемы и при разсчетѣ всѣхъ другихъ сооруженій. Употребленіе инфлюентныхъ линій основывается на томъ свойствѣ, что для сооруженій, въ которыхъ допускаются только упругія, слѣдовательно очень малыя деформаціи, дѣйствителенъ принципъ слаганія дѣйствія силъ, по которому при дѣйствіи большого числа силъ каждая изъ нихъ производитъ свое дѣйствіе точно такъ, какъ еслибы другихъ не существовало, т. е. дѣйствія силъ слагаются, не измѣняя другъ друга (№ 58).

Положимъ, что сила = 1, приложенная къ точкѣ a сооруженія (чер. 91) производитъ въ точкѣ t дѣйствіе η; изъ закона независимости дѣйствія силъ слѣдуетъ, что если эта сила будетъ содержать G единицъ, ея дѣйствіе въ t буетъ = $= G\eta$.



Чер. 91.

Возьмемъ для примѣра что на каждую изъ четырехъ точекъ 1, 2, 3, 4 сооруженія дѣйствуетъ одновременно грузъ = 1. Обозначимъ дѣйствіе, произведенное этимъ грузомъ въ точкѣ t, когда онъ приложенъ къ точкѣ 1, черезъ η_1, а когда онъ дѣйствуетъ на точку 2, 3 и 4—черезъ η_2, η_3 и η_4. Полное дѣйствіе въ точкѣ t, произведенное грузами = 1, дѣйствующими одновременно въ точкахъ 1, 2, 3 и 4 будетъ $= \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4$.

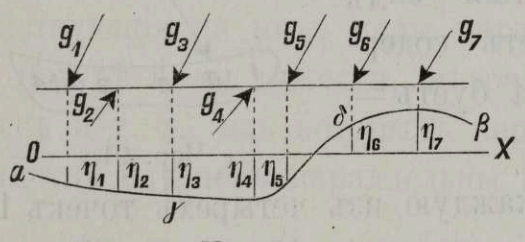
Изъ предыдущаго слѣдуетъ непосредственно что если бы въ точкѣ 1 дѣйствовала сила G_1, содержащая G_1 единицъ, то она

произвела бы въ t дѣйствіе $G_1\eta_1$, а сила G_2 приложенная къ точкѣ 2 произведетъ въ t дѣйствіе $G_2\eta_2$ и т. д. Если поэтому въ точкахъ 1, 2, 3 и 4 дѣйствуютъ грузы G_1, G_2, G_3 и G_4, то ихъ совмѣстное дѣйствіе въ точкѣ t будетъ $= G_1\eta_1 + G_2\eta_2 + G_3\eta_3 + G_4\eta_4$.

Представимъ себѣ что грузъ $= 1$ перемѣщается вдоль сооруженія напр. справа влѣво; опредѣлимъ для всякаго положенія, которое онъ во время этого движенія занимаетъ, произведенное имъ въ одной и той же точкѣ t дѣйствіе η, и отложимъ это дѣйствіе отъ прямой OX, принятой за ось абсциссъ, вертикально подъ соотвѣтственной точкой приложенія, какъ ординату. Совокупность точекъ, полученныхъ этими ординатами, опредѣлитъ линію, которая называется *инфлюентной линіей или линіей вліянія разсматриваемаго дѣйствія для точки* t. Эта линія опредѣляетъ вліяніе силы $= 1$ на дѣйствіе въ точкѣ t при разныхъ положеніяхъ ея на сооруженіи, и изъ построенія слѣдуетъ, что ордината ея η_m равняется дѣйствію, произведенному грузомъ $= 1$ въ точкѣ t тогда, когда его точка приложенія находится на продолженіи этой ординаты. Такъ какъ дѣйствіе въ точкѣ можетъ быть положительно и отрицательно, то соотвѣтственныя ординаты должны быть откладываемы выше и ниже оси абсциссъ.

Помощію инфлюентныхъ линій получаются легко и просто дѣйствія, произведенныя въ точкахъ, для которыхъ онѣ построены, какой бы то ни было нагрузкой.

84. **Дѣйствіе произведенное системой сосредоточенныхъ грузовъ.** Пусть $\alpha\gamma\delta\beta$ (чер. 92) инфлюентная линія требуемаго дѣйствія для точки t. Когда нагрузка, состоящая изъ параллельныхъ силъ G_1, G_2, G_3... занимаетъ, представленное на чертежѣ положеніе то проводимъ соотвѣтствующія ихъ точкамъ приложенія ординаты, η_1, η_2, η_3..., умножаемъ каждую ординату η_m на соотвѣтствующій ей грузъ G_m, и слагаемъ алгебраически произведенія $G_m\eta_m$; искомое дѣйствіе будетъ:



Чер. 92.

$$X = -G_1\eta_1 + G_2\eta_2 - G_3\eta_3 + G_4\eta_4 - G_5\eta_5 + G_6\eta_6 + G_7\eta_7 = \sum_1^7 G.\eta^*) \ldots (127)$$

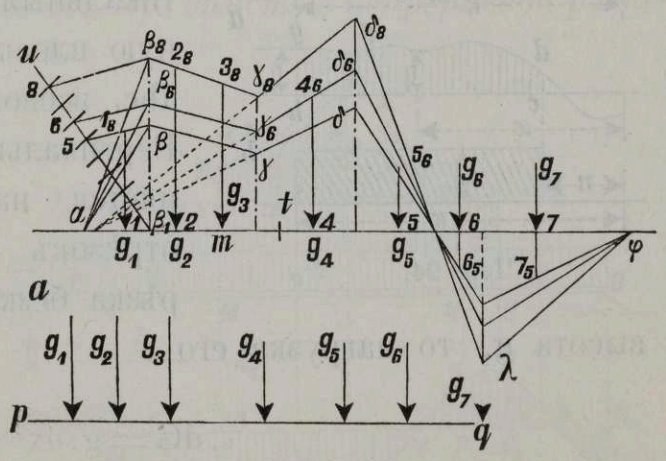
*) Произведенія $G_2\eta_2$ и $G_4\eta_4$ положительны, потому что отрицательнымъ грузамъ G_2 и G_4 соотвѣтствуютъ отрицательныя ординаты η_2 и η_4.

85. **Упрощеніе слаганія дѣйствій грузовъ.**—Когда дѣйствующая на сооруженіе нагрузка перемѣнна, то его нужно разсчитывать на максимальныя значенія составляющихъ ее грузовъ. Такъ для разсчета желѣзнодорожнаго моста необходимо брать наиболѣе тяжелый поѣздъ, движеніе котораго по этому мосту будетъ допускаться.

Движущіяся по мостамъ нагрузки всегда могутъ быть раздѣлены на группы, состоящія изъ грузовъ одинаковой величины, и число этихъ группъ обыкновенно не бываетъ болѣе 3 или 4. Такъ напр. для поѣзда, на который по распоряженію Министерства Путей сообщенія должны быть расчитываемы мосты главныхъ желѣзныхъ дорогъ, приняты 3 группы съ давленіями осей по 15, 12,5 и 10 тоннъ, а для мостовъ проѣзжихъ дорогъ могутъ быть приняты тоже 3 группы съ давленіями въ 0,8, 3 и 6 тоннъ, къ которымъ въ исключительныхъ случаяхъ прибавляютъ группу въ 12 тоннъ.

Пусть G_1, G_2, G_3... величины грузовъ отдѣльныхъ группъ, и построимъ столько инфлюентныхъ линій, сколько имѣется группъ, такимъ образомъ чтобы отношеніе ординатъ ихъ равнялось G_1: G_2: G_3...; тогда опредѣленіе дѣйствія нагрузки будетъ состоять въ простомъ сложеніи соотвѣтственныхъ ординатъ.

Примѣръ. Опредѣлить дѣйствіе, произведенное въ точкѣ t представленной на чер. 93а нагрузкой при такомъ положеніи ея, при которомъ грузъ G_3 проходитъ черезъ точку m. Инфлюентная линія этого дѣйствія для точки t, построенная на основаніи груза $= 1$, имѣетъ видъ многоугольника $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi$ (чер. 93).



Чер. 93.

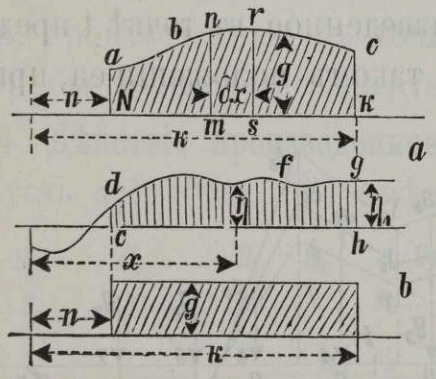
Этотъ многоугольникъ принимаемъ за инфлюентную линію груза равнаго 5 тон., вслѣдствіе чего силовой единицѣ, помощію которой она построена, придаемъ значеніе 5 силовыхъ единицъ.

Черезъ основаніе β_1 ординаты $\beta\beta_1$ проводимъ произвольно прямую $\beta_1 u$, откладываемъ на ней отъ β_1 восемь какихъ-нибудь, но

равныхъ частей, соединяемъ пятую точку съ β, а черезъ 6-ю и 8-ю проводимъ прямыя $6\beta_6$ и $8\beta_8$, параллельныя 5β, получаемъ точки инфлюентной линіи для грузовъ равныхъ 6 и 8 тон. Такимъ же образомъ опредѣляемъ прочія вершины этихъ линій, и легко узнать что соотвѣтственныя стороны (какъ напр. $\delta\gamma$, $\delta_6\gamma_6$ и $\delta_8\gamma_8$) полученныхъ многоугольниковъ, должны встрѣчаться на оси абсциссъ, чѣмъ можно пользоваться для провѣрки правильности построенія.

Грузъ G_3 ставимъ на точку m, и опредѣляемъ положенія прочихъ грузовъ всего проще помощію полоски бумаги pq, на которой нанесены ихъ взаимныя разстоянія въ томъ же масштабѣ, въ какомъ отложена длина $a\varphi$. Проводимъ соотвѣтствующія грузамъ ординаты $\overline{11_8}$, $\overline{22_8}$, $\overline{33_8}$, $\overline{44_6}$, $\overline{55_6}$, $\overline{66_5}$ и $\overline{77_5}$, и слагаемъ эти ординаты помощію другой полоски бумаги, длина которой должна быть не меньше суммы длинъ всѣхъ ординатъ. Затѣмъ измѣряемъ длину, выражающую сумму ординатъ, помощію масштаба ординатъ.

86. **Опредѣленіе дѣйствія непрерывной нагрузки.**—Непрерывную нагрузку можно разсматривать какъ непрерывный рядъ безконечно малыхъ грузовъ, находящихся на столь близкихъ между собою разстояніяхъ, что изображающія ихъ вертикальныя линіи даютъ сплошную плоскость, ограниченную линіей abc всевозможнаго вида (чер. 94). Вертикальная полоса mnrs равняется нагрузкѣ, дѣйствующей на отрѣзокъ ms; если длина этого отрѣзка безконечно мала и равна dx, а высота g, то нагрузка его



Чер. 94.

$$dG = g.dx$$

изъ чего слѣдуетъ, что непрерывная нагрузка представляетъ систему сосредоточенныхъ грузовъ g.dx, находящихся на безконечно близкихъ между собою разстояніяхъ dx, причемъ g—величина вообще перемѣнная.

Изъ (2) получаемъ

$$g = \frac{dG}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (127)$$

Такъ какъ dG—нагрузка длины dx, то $\frac{dG}{dx}$ выражаетъ нагрузку единицы длины при равномѣрномъ распредѣленіи ея.

Если η (чер. 94a) ордината инфлюентной линіи, соотвѣтствующая элементу ms сооруженія, то дѣйствіе, произведенное нагрузкой этого элемента будетъ $(g.dx).\eta$ слѣдовательно дѣйствіе, произведенное нагрузкой лежащей на части NK по (127)

$$N = \sum_n^k g dx \,.\, \eta = \sum_n^k g \,.\, \eta dx$$

или, такъ какъ слагаемыя $g\eta dx$ безконечно малы

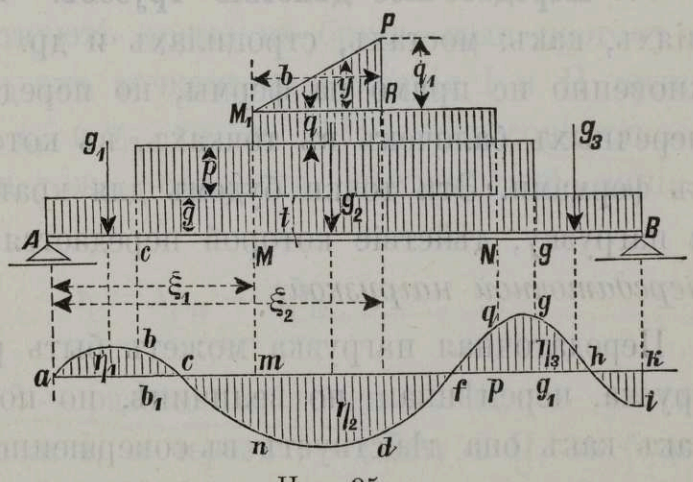
$$N = \int_n^k g\eta dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (128)$$

Когда нагрузка равномѣрна (чер. 94b), то g величина постоянная, и тогда (чер. 94a)

$$N = g\int_n^k \eta dx = g\Omega \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (129)$$

гдѣ Ω—площадь cdfgh инфлюентной линіи, ограниченная ординатами, которымъ соотвѣтствуютъ абсциссы n и k.

Изъ выраженія (129) слѣдуетъ, что *дѣйствіе непрерывной равномѣрной нагрузки равняется площади инфлюентной линіи, заключенной между ординатами, соотвѣтствующими концамъ нагрузки, умноженной на нагрузку* g *единицы длины*. Такъ какъ ординаты η могутъ быть положительны и отрицательны, то при слаганіи площадей Ω нужно принимать во вниманіе ихъ знакъ.



Чер. 95.

Примѣръ. На балкѣ AB (чер. 95) лежатъ слѣдующіе грузы:

а) равномѣрная нагрузка g на всей длинѣ AB,
б) равномѣрная нагрузка p на длинѣ CG,
в) равномѣрная нагрузка q между вертикалями точекъ M и N,
г) нагрузка изображенная треугольникомъ M_1PR, котораго высота $PR = q_1$, а длина $M_1R = b$,
д) сосредоточенные грузы G_1, G_2 и G_3.

Опредѣлить дѣйствіе, произведенное всей этой нагрузкой въ точкѣ t.

Строимъ для точки t инфлюентную линію abdgik требуемаго дѣйствія N, получаемъ на основаніи предыдущаго, дѣйствіе, произведенное нагрузкой $g : N_g = g \,.\, (abc - cdf + fgh - hik)$

$$p : N_p = p(bb_1c - cdf + fgg_1)$$

$$q : N_q = q(- mnf + fqp)$$

сосредоточенными грузами $N_1 = G_1\eta_1 - G_2\eta_2 + G_3\eta_3$
неравномѣрной нагрузкой PMR

$$N_u = \int_{\xi_1}^{\xi_2} y\eta dx \text{ и такъ какъ } y = \frac{q_1}{b}(x - \xi_1) \quad N_u = \frac{q_1}{b}\int_{\xi_1}^{\xi_2}(x - \xi_1)\eta dx$$

Полное дѣйствіе въ t

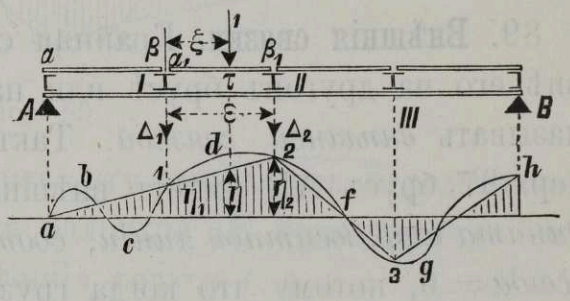
$$N = N_g + N_p + N_q + N_1 + N_u$$

87. **Передаточное дѣйствіе грузовъ.**—Въ балочныхъ сооруженіяхъ, какъ: мостахъ, стропилахъ и др. нагрузка дѣйствуетъ обыкновенно не прямо на фермы, но передается имъ помощію поперечныхъ балочекъ въ точкахъ, въ которыхъ послѣднія связаны съ фермами. Эти точки будемъ для краткости называть *связками*, а нагрузку, дѣйствіе которой передается сооруженію связками— *передаточной нагрузкой.*

Передаточная нагрузка можетъ быть разсматриваема какъ нагрузка, перемѣнная по величинѣ, но постоянная по положенію, такъ какъ она дѣйствуетъ въ совершенно опредѣленныхъ точкахъ, т. е. въ связкахъ. При перемѣнѣ положенія и рода нагрузки на сооруженіи измѣняются величины дѣйствующихъ въ связкахъ силъ, но ихъ точки приложенія остаются постоянными.

Мы будемъ называть нагрузку *простой передаточной*, если законъ передачи опредѣленъ правиломъ простой двухопорной балки, т. е. когда поперечныя балочки, передающія нагрузку брусу, могутъ быть разсматриваемы какъ лежащія свободно на двухъ опорахъ. Это предположеніе на практикѣ бываетъ исполнено обыкновенно только приблизительно, потому что въ мостахъ и подобныхъ имъ сооруженіяхъ соединяютъ балочки съ фермами большей частью крѣпкимъ образомъ, но оно можетъ быть допускаемо тѣмъ болѣе что происходящая вслѣдствіе того небольшая неточность является для крѣпости вообще выгодной.

88. **При простой передаточной нагрузкѣ инфлюентная линія между связками есть всегда прямая линія.**—Пусть кривая abcdfgh (чер. 96)—инфлюентная линія въ случаѣ, когда грузъ = 1 движется, прямо по поверхности AB бруса.



Чер. 96.

Если грузъ = 1 движется по продольнымъ балочкамъ $\alpha\beta$ $\alpha_1\beta_1$..., опирающимся на поперечины A, I, II, III, B, то при положеніи его въ τ онъ произведетъ въ I и II давленія Δ_1 и Δ_2 «дѣйствіе η, произведенное грузомъ при этомъ положеніи будетъ слѣдовательно равно дѣйствію, произведенному силами Δ_1 и Δ_2», которому и должна равняться ордината инфлюентной линіи для точки τ.

Силы Δ_1 и Δ_2 дѣйствуютъ прямо на брусъ, если поэтому означимъ соотвѣтствующія ихъ точкамъ приложенія I и II ординаты линіи abcdfgh черезъ η_1 и η_2, то, по (116), ихъ совмѣстное дѣйствіе, или что одно и тоже, ордината инфлюентной линіи для точки τ

$$\eta = \Delta_1\eta_1 + \Delta_2\eta_2$$

Означимъ черезъ ξ — разстояніе точки τ (т. е. разстояніе груза) отъ лѣвой связки I, и черезъ λ—длину I II, то будетъ

$$\Delta_1 = \frac{\lambda - \xi}{\lambda} \quad \Delta_2 = \frac{\xi}{\lambda} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (125)$$

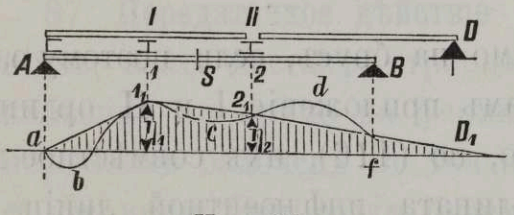
слѣдовательно, уравненіе инфлюентной линіи между связками

$$\eta = \frac{\lambda - \xi}{\lambda}\eta_1 + \frac{\xi}{\lambda}\eta_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (126)$$

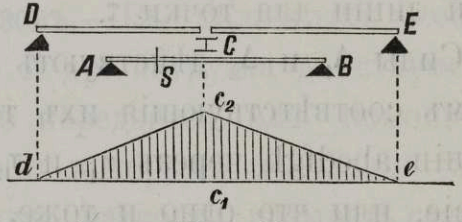
Перемѣнными въ этомъ уравненіи суть η и ξ, оно выражаетъ, поэтому, прямую линію. Для $\xi = 0$ $\eta = \eta_1$, и для $\xi = \lambda$ $\eta = \eta_2$, изъ чего слѣдуетъ, что эта прямая проходитъ черезъ точки 1 и 2, соотвѣтствующія связкамъ I и II. *Для полученія инфлюентной линіи при простомъ передаточномъ дѣйствіи нужно на инфлюентную линію, построенную для прямого дѣйствія, спроектировать связки, и полученныя точки соединить прямыми линіями.*

На чер. 96а инфлюентная линія прямого дѣйствія имѣетъ видъ кривой abcdfgh, а для передаточнаго она превращается въ прямолинейный многоугольникъ a123h.

89. **Внѣшнія связки.** Крайняя связка бруса можетъ находиться внѣ его на другомъ брусѣ или на опорѣ; такую связку будемъ называть *внѣшней связкой*. Такъ напримѣръ изображенный на чер. 97 брусъ AB имѣетъ внѣшнюю связку D. Очевидно что *ордината инфлюентной линіи, соотвѣтствующая внѣшней связкѣ, всегда* $= 0$, потому что когда грузъ лежитъ на ней (какъ напримѣръ на D) то его дѣйствіе передается всецѣло тому тѣлу, которому эта связка принадлежитъ, слѣдовательно на брусъ AB онъ не производитъ въ этомъ положеніи никакого дѣйствія. Если напримѣръ инфлюентная линія для сѣченія S балки AB имѣетъ при прямомъ дѣйствіи видъ кривой abcdf, то для передаточнаго,



Чер. 97.



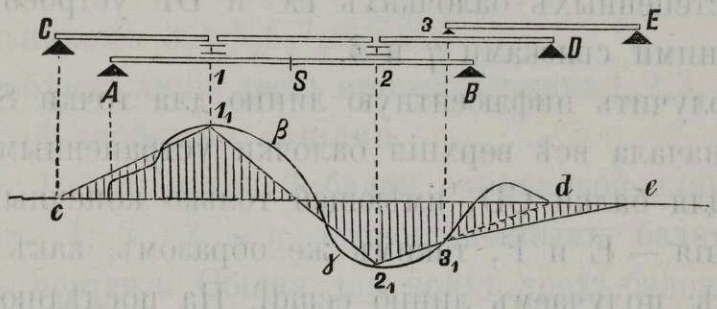
Чер. 98.

опредѣленнаго связками A, 1, 2 и D, она превратится въ прямолинейный четыреугольникъ $a_1 1_1 2_1 D_1$. Очевидно что для построенія послѣдняго нѣтъ надобности строить всю кривую abcdf, а достаточно опредѣлить ея ординаты η_1 и η_2, соотвѣтствующія связкамъ 1 и 2.

90. На чер. 98 брусъ AB имѣетъ одну связку C и двѣ внѣшнія связки D и E. Для построенія инфлюентной линіи какого-

нибудь сѣченія s достаточно въ этомъ случаѣ опредѣлить соотвѣтствующую этому сѣченію ординату c_1c_2 для точки c, которая = дѣйствію произведенному въ s грузомъ = 1 при положеніи его на связкѣ C. Инфлюентныя линіи всѣхъ сѣченій балки AB при этомъ устройствѣ будутъ треугольники съ общими вершинами d и e, которыхъ третьи вершины находятся на вертикалѣ c_1c_2.

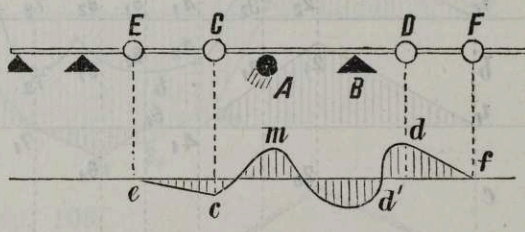
91. При устройствѣ, представленномъ на чер. 99 принято, что инфлюентная линія точки S балки AB имѣетъ для прямого дѣй-



Чер. 99.

ствія видъ αβγd. Чтобы получить эту линію для передаточнаго дѣйствія, пренебрегаемъ сначала балочкой $\overline{3E}$, проектируемъ связки 1 и 2 на линію αβγ, а внѣшнія связки c и d — на ось абсциссъ, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Вслѣдствіе передаточнаго дѣйствія на балочку 2D проектируемъ связку 3 на 2_1d, а внѣшнюю связку e — на ось абсциссъ; инфлюентная линія будетъ многоугольникъ $c1_12_13_1e$.

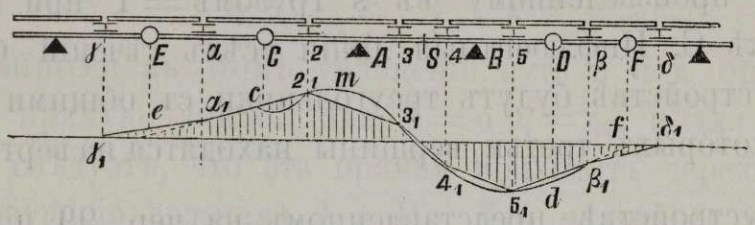
92. Балка CD (чер. 100) выступаетъ за опоры A и B, имѣетъ связки только въ конечныхъ сѣченіяхъ C и D, и кромѣ того внѣшнія связки E и F. Дѣйствіе на балку CD и на второстепенныя балки EC и DF прямое.



Чер. 100.

Строимъ инфлюентную линію cmd'd при предположеніи прямого дѣйствія ни балку CD, проектируемъ связки C и D послѣдней на эту линію cmd, а внѣшнія связки E и F — на ось абсциссъ, и проводимъ прямыя ec и df. Такъ какъ на CD нагрузка дѣйствуетъ прямо, то для CD остается дѣйствительной инфлюентная линія cmd, а на концахъ она переходитъ въ прямыя ec и df.

На чер. 101 принято, что лежащая на опорахъ A и B балка CD имѣетъ связки C, 2, 3, 4, 5, D, и внѣшнія связки E и F,

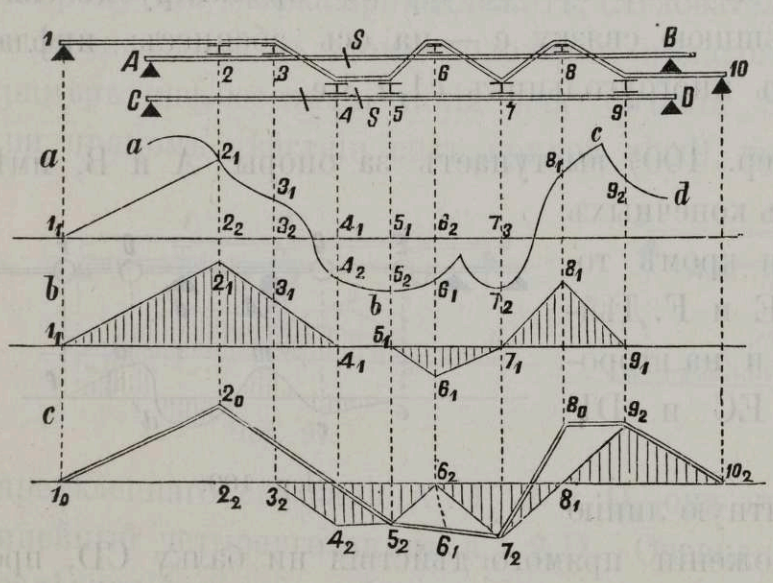


Чер. 101.

а на второстепенныхъ балочкахъ EC и DF устроены связки α и β, со внѣшними связками γ и δ.

Чтобы получить инфлюентную линію для точки S, представляемъ себѣ сначала всѣ верхнія балочки устраненными, и строимъ эту линію для балки CD, имѣющей только конечныя связки C и D, и внѣшнія — E и F, такимъ же образомъ, какъ въ предыдущемъ случаѣ; получаемъ линію ecmdf. На послѣднюю проектируемъ связки α, 2, 3, 4, 5, β и F, а внѣшнія связки γ и δ — на ось абсциссъ, и полученныя точки соединяемъ прямой линіей.

93. Балка можетъ имѣть внѣшнія связки не только на концахъ, но и въ промежуткахъ. Примѣръ такого устройства представленъ на чер. 102. Здѣсь приняты двѣ балки AB и CD одинаковой длины, изъ которыхъ первая имѣетъ связки 2, 3, 6, 8, а послѣдняя — связки 4, 5, 7, 9; связки 1 и 10 внѣшнія *). Расположеніе второстепенныхъ балочекъ $\overline{12}$, $\overline{23}$ ... видно изъ чертежа.



Чер. 102.

Чтобы получить инфлюентную линію для сѣченія S балки AB строимъ эту линію при предполо-

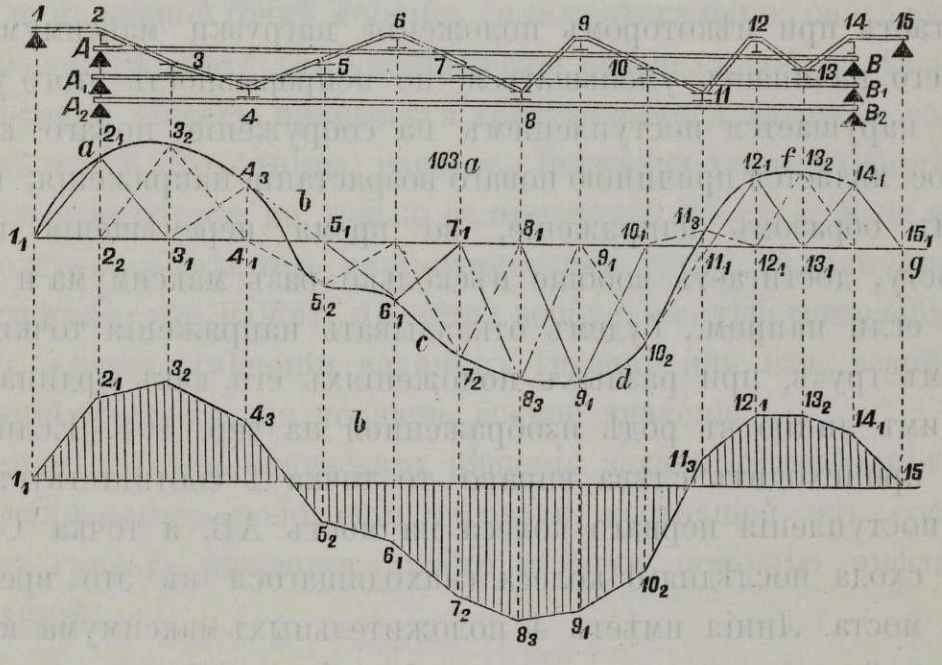
*) Балки AB и CD на чер. 102, точно также какъ и балки AB, A_1B_1 и A_2B_2 на чер. 103, нужно себѣ представить находящимися въ одной и той же горизонтальной плоскости.

женіи прямого дѣйствія; положимъ что она имѣетъ видъ кривой abcd. Эта линія дѣйствительна какъ для балки AB, такъ и для балки CD; проектируемъ на нее связки 2, 3, 6, 8, а остальныя связки — на ось абсциссъ, и соединяемъ полученныя точки прямыми линіями. Инфлюентная линія сѣченія S балки AB получилась такимъ образомъ какъ многоугольникъ $1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1 8_1 9_1 10_1$.

Для построенія инфлюентной линіи того же сѣченія S балки CD спроектированы связки 4, 5, 7 и 9 на линію abcdf, а остальныя связки на ось абсциссъ, и полученныя точки соединены многоугольникомъ $3_2 4_2 5_2 6_2 7_2 8_2 9_2 10_2$.

Сумма обѣихъ линій даетъ многоугольникъ $1_0 2_0 3_2 4_2 5_2 6_0 7_2 8_0 9_2 10_2$, проведенный двойными линіями.

На чер. 103 приняты 3 балки одинаковой длины; расположеніе связокъ 1, 2, 3..., и второстепенныхъ балочекъ $\overline{1\,2}$, $\overline{2\,3}$... видно изъ чертежа. Общая для всѣхъ трехъ балокъ инфлюентная



Чер. 103.

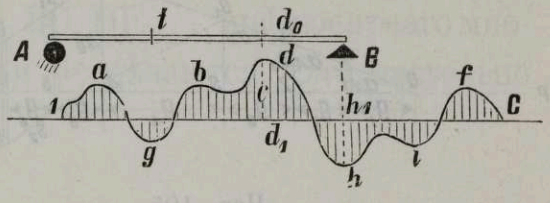
линія прямого дѣйствія для сѣченія S имѣетъ видъ кривой abcdfg. Для построенія инфлюентной линіи соотвѣтствующей балкѣ AB проектируемъ связки ея 2, 6, 9, 12 и 14 на линію abcdfg, а прочія связки—на ось абсциссъ, и получаемъ, что инфлюентная линія $1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1 8_1 9_1 10_1$ этой балки состоитъ изъ треугольниковъ $1_1 2_1 3_1$; $5_1 6_1 7_1$; $8_1 9_1 10_1$; $11_1 12_1 13_1$ и $13_1 14_1 15_1$. Помощію аналогическихъ дѣйствій, повторенныхъ при помощи кривой abcdfg

для балокъ A_1B_1 и A_2B_2, получаемъ соотвѣтствующія имъ инфлюентныя линіи, отмѣченныя показателями 2 и 3. Легко узнать по чертежу, что сумма площадей этихъ трехъ инфлюентныхъ линій даетъ площадь многоугольника $1_1 2_1 3_2 4_3 5_2 6_1 7_2 8_3 9_1 \ldots$, изображающаго инфлюентную линію сѣченія S въ случаѣ, когда всѣ связки находятся на одной и той же балкѣ AB.

94.—Когда по мосту движется нагрузка, то она возбуждаетъ въ отдѣльныхъ точкахъ его балокъ сопротивленія, величины которыхъ измѣняются вмѣстѣ въ измѣненіемъ положенія нагрузки. Если будемъ разсматривать опредѣленную точку балки, то имѣя въ виду только тѣ напряженія ея, которыя происходятъ отъ подвижного груза, узнаемъ легко, что до начала поступленія перваго колеса на сооруженіе напряженіе точки было = 0, а затѣмъ, начиная съ момента перваго прикосновенія колеса къ сооруженію, во время движенія его по послѣднему, напряженіе увеличивается, достигаетъ при нѣкоторомъ положеніи нагрузки максимума, послѣ чего начинаетъ уменьшаться, но непрерывность этого уменьшенія нарушается поступленіемъ на сооруженіе новаго колеса, которое является причиною новаго возрастанія напряженія, и т. д. Такимъ образомъ напряженіе, во время перемѣщеиія поѣзда по мосту, достигаетъ вообще нѣсколько разъ максимума и минимума; если наприм., будемъ откладывать напряженія точки t на первомъ грузѣ, при разныхъ положеніяхъ его, какъ ординаты, то получимъ линію въ родѣ изображенной на чер. 104. Если движеніе происходитъ слѣва вправо то точка 1 соотвѣтствуетъ началу поступленія перваго колеса на мостъ AB, а точка C—моменту схода послѣдняго колеса (находящагося въ это время въ B) съ моста. Линія имѣетъ 4 положительныхъ максимума въ a, b, d и f, и 3 отрицательныхъ—въ g, h и i; кромѣ того она имѣетъ положительныя и отрицательныя минимума. Наибольшее положительное максимумъ даетъ точка d, а наибольшее отрицательное—точка h; первое происходитъ тогда, когда поѣздъ занимаетъ такое положеніе, что первое колесо лежитъ на d_0, а второе—когда оно лежитъ на B. Для практики важно знать только эти абсолютныя максимума dd_1 и hh_1; соотвѣтствующія имъ положенія нагрузки суть для точки t *наиболѣе невыгодныя*. Если сооруженіе имѣетъ въ точкѣ t достаточную прочность для сопро-

тивленія напряженіямъ dd_1 и hh_1 то для всѣхъ прочихъ напряженій его прочность въ этой точкѣ будетъ подавно достаточна.

Напряженія dd_1 и hh_1 легко опредѣлить когда извѣстны соотвѣтствующія имъ положенія нагрузки. Опредѣленіе этихъ положеній представляетъ наиболѣе трудную задачу главнымъ образомъ потому, что законъ образованія линіи abcd... (чер. 104) измѣняется при всякомъ поступленіи колеса на мостъ или сходѣ его съ моста. Рѣшеніе этой задачи аналитическимъ путемъ вообще очень сложно и это есть причиной почему расчетъ мостовъ производятъ обыкновенно на основаніи равномѣрной нагрузки, занимающей на мостѣ наиболѣе невыгодное положеніе [1]). Эту нагрузку опредѣляютъ такимъ образомъ, чтобы она производила въ данной точкѣ моментъ (или вертикальную силу) равный наибольшему моменту (или наибольшей вертикальной силѣ) какой въ этой точкѣ можетъ произвести дѣйствительная нагрузка, состоящая изъ сосредоточенныхъ грузовъ. Величина такой равномѣрной нагрузки измѣняется не только съ пролетомъ, но для одного и того же пролета—съ мѣстомъ разсматриваемой точки; [2]) величины ея, опредѣленныя для одного пролета, вообще не дѣйствительны для другого, а при измѣненіи величинъ грузовъ или ихъ взаимныхъ разстояній эти нагрузки теряютъ всякое значеніе.



Чер. 104.

Трудная для аналитическато рѣшенія задача опредѣленія наиболѣе невыгоднаго положенія нагрузки, состоящей изъ сосредоточенныхъ грузовъ рѣшается просто и легко помощію инфлюентныхъ линій.

95. Опредѣленіе максимальнаго дѣйствія нагрузки.

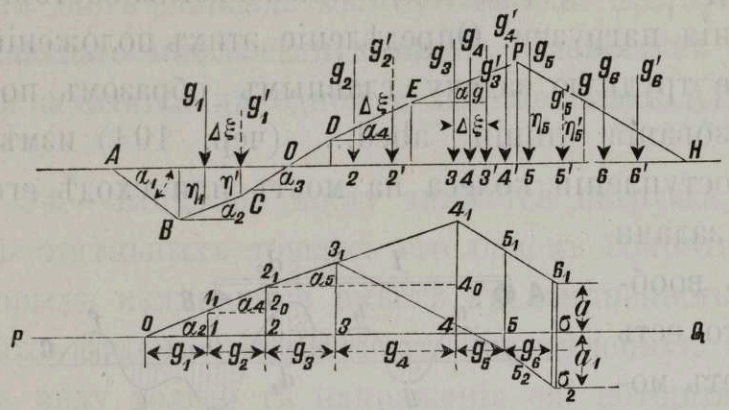
а) *Нагрузка состоитъ изъ сосредоточенныхъ грузовъ.*—По балкѣ движется система сосредоточенныхъ грузовъ G_1, G_2, G_3, G_4 и

---

[1]) Въ этомъ отношеніи исключеніе составляетъ только Америка, гдѣ мосты разсчитываютъ не на равномѣрную, но на дѣйствительную по мосту движущуюся нагрузку. Въ настоящее время и въ Европѣ лучшіе строители исполняютъ разсчеты мостовъ на основаніи сосредоточенныхъ грузовъ, пользуясь при этомъ инфлюентными линіями.

[2]) Собственно съ пролетомъ измѣняется только нагрузка моментовъ, а нагрузка вертикальныхъ силъ отъ пролета не зависитъ (см. ниже).

G_5; требуется опредѣлить максимальную величину дѣйствія, инфлюентная линія котораго имѣетъ видъ многоугольника ABCD EF*G*H (чер. 105).



Чер. 105.

Такъ какъ ординаты этой линіи положительны и отрицательны, то она даетъ два максимума: положительное и отрицательное.

Чтобы получить положительное максимумъ устанавливаемъ нагрузку такимъ образомъ, чтобы на положительной части OH находилось по возможности большое число тяжелыхъ грузовъ, а на отрицательной части AO—какъ можно меньше. При положеніи представленномъ на чер. 105 произведенное нагрузкой дѣйствіе будетъ, если ординаты инфлюентной линіи, соотвѣтствующія грузамъ G_1, G_2.., обозначимъ черезъ η_1, η_2...

$$N = -G_1\eta_1 + G_2\eta_2 + G_3\eta_3 + G_4\eta_4 + G_5\eta_5 + G_6\eta_6.$$

Передвинемъ всю нагрузку на такую величину $\Delta\xi$, чтобы грузы оставались между тѣми же вершинами инфлюентнаго многоугольника, между которыми они находились при прежнемъ положеніи; для второго положенія грузы означены буквами G'_1, G'_2... Грузу G_1 будетъ теперь соотвѣтствовать ордината

$$\eta_1' = \eta_{l1} - \Delta\eta_{l1} = \eta_{l1} - \Delta\xi \cdot \frac{\Delta\eta_{l1}}{\Delta\xi} = \eta_{l1} - \Delta\xi \cdot \operatorname{tg}\alpha_2$$

грузу G_2 — ордината

$$\eta_1'' = \eta_{l2} + \Delta\eta_{l2} = \eta_{l2} + \Delta\xi\frac{\Delta\eta_{l1}}{\Delta\xi} = \eta_{l2} + \Delta\xi\operatorname{tg}\alpha_4$$

гдѣ α_2, α_4... углы наклона тѣхъ сторонъ BC, DE... инфлюентнаго многоугольника, которыя встрѣчаются грузами G_1, G_2... Дѣйствіе нагрузки, при второмъ положеніи ея, будетъ

$$N + \Delta N = -G_1(\eta_{l1} - \Delta\xi\operatorname{tg}\alpha_2) + G_2(\eta_{l2} + \Delta\xi\operatorname{tg}\alpha_4) + G_3(\eta_{l3} + \Delta\xi\operatorname{tg}\alpha_5) + G_4(\eta_{l4} + \Delta\xi\operatorname{tg}\alpha_5) + \ldots$$

Если изъ этого выраженія вычтемъ уравненіе (8) то получимъ:

$$\Delta N = [G_1\operatorname{tg}\alpha_2 + G_2\operatorname{tg}\alpha_4 + (G_3 + G_4)\operatorname{tg}\alpha_5 + \ldots]\Delta\xi = \Delta\xi\,\Sigma G\operatorname{tg}\alpha = \Delta\xi \cdot a$$

гдѣ $a = \Sigma G\operatorname{tg}\alpha$

Величину a, т. е. заключенную въ скобкахъ сумму, легко построить. На произвольной горизонталѣ pQ (чер. 103a) откладываемъ по порядку грузы G_1, G_2... такъ что

$$\overline{01} = G_1 \quad \overline{12} = G_2 \quad \overline{23} = G_3 \ldots$$

и строимъ многоугольникъ $01_1 2_1 3_1 \ldots$ такимъ образомъ, чтобы его стороны, находящіяся вертикально надъ грузами G_1, G_2... были параллельны тѣмъ сторонамъ BC, DE... инфлюентнаго многоугольника, которыя этими грузами встрѣчаются. Слѣдовательно проводимъ:

надъ грузомъ G_1: $\overline{01_1} \parallel \overline{BC}$
надъ грузомъ G_2: $\overline{1_1 2_1} \parallel \overline{DE}$
надъ грузами G_3 и G_4: $\overline{2_1 4_1} \parallel EF$ и т. д.

Легко узнать что

$$\overline{11_1} = G_1 \operatorname{tg}\alpha_2 \quad \overline{22_1} = \overline{22_0} + \overline{2_0 2_1} = \overline{11_1} + \overline{2_0 2_1} = G_1 \operatorname{tg}\alpha_2 + G_2 \operatorname{tg}\alpha_4$$

$$\overline{44_1} = \overline{44_0} + \overline{4_0 4_1} = \overline{22_1} + \overline{4_0 4_1} = G_1 \operatorname{tg}\alpha_2 + G_2 \operatorname{tg}\alpha_4 + (G_3 + G_4)\operatorname{tg}\alpha_5 \ldots$$

слѣдовательно, послѣдній отрѣзокъ

$$\overline{66_1} = \Sigma G \operatorname{tg}\alpha = a$$

и $\overline{\Delta N} = \overline{66_1} \cdot \Delta\xi$

Если передвинемъ нагрузку дальше вправо на туже величину, $\Delta\xi$, и при томъ опять ни одинъ грузъ не перейдетъ черезъ вершину инфлюентнаго многоугольника, то построеніе новой величины a дастъ тотъ же многоугольникъ $01_1 2_1 3_1 \ldots$ т. е. опять будетъ $\Sigma G \operatorname{tg}\alpha = \overline{66_1}$. Приращеніе дѣйствія N теперь будетъ $2\Delta N$, и оно будетъ увеличиваться до тѣхъ поръ, пока одинъ изъ грузовъ не перейдетъ черезъ вершину.

Установимъ нагрузку такимъ образомъ, чтобы грузъ G_4 находился безконечно близко слѣва вершины F; соотвѣтствующая этому положенію величина $a = \overline{66_1}$. Передвинемъ (мысленно) нагрузку на безконечно малую величину вправо такъ, чтобы грузъ G_4 находился вплоть справа F, и построимъ величину a для этого новаго положенія. Такъ какъ грузы G_1, G_2 и G_3, предшествующіе грузу G_4, остались между тѣми же вершинами, между которыми были прежде, то соотвѣтствующая имъ часть $01_1 2_1 3_1$ многоугольника чер. 103a не измѣнилась, но грузъ G_4 на чер. 103b встрѣчаетъ теперь сторону FG, поэтому черезъ 3_1 нужно провести $\overline{3_1 4_2}$ параллельно FG, и эту прямую надо продолжить

до 5_2, (такъ какъ сторона FG соотвѣтствуетъ тоже грузу G_5); черезъ 5_2 проводимъ $\overline{5_2 6_2}$ параллельно GH. Получаемъ $\Sigma G \operatorname{tg}\alpha = = -\overline{66_2}$, т. е. во время перехода груза G_4 черезъ вершину F приращеніе измѣнило знакъ, оно было поэтому = о въ моментъ, когда этотъ грузъ проходилъ черезъ F. Изъ этого слѣдуетъ, что *дѣйствіе N можетъ достигнуть максимума только при такомъ положеніи нагрузки, при которомъ одинъ изъ грузовъ проходитъ черезъ вершину инфлюентной линіи, т. е. когда онъ находится на точкѣ связки.*

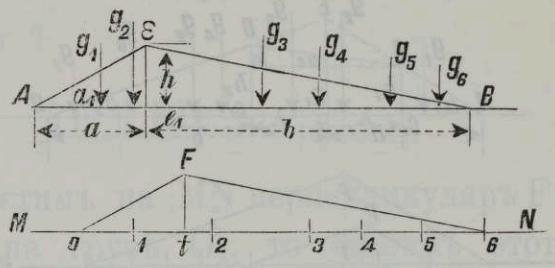
Очевидно что выраженіе

$$N = G_1\eta_1 + G_2\eta_2 + \ldots$$

будетъ представлять тѣмъ большую величину, чѣмъ больше будутъ множители G и η; поэтому для полученія максимума нужно устанавливать нагрузку такимъ образомъ, *чтобы одинъ изъ тяжелыхъ грузовъ, который обозначимъ черезъ G_c, совпадалъ съ наибольшей ординатой инфлюентной линіи, и чтобы прочимъ тяжелымъ грузамъ соотвѣтствовали большія ординаты; при томъ противоположная по знаку часть инфлюентой линіи не должна быть нагружена*, такъ какъ всякій грузъ, находящійся на этой части, уменьшаетъ дѣйствіе N. Затѣмъ представляемъ себѣ грузъ G_c лежащимъ безконечно близко слѣва его ординаты и строимъ для этого положенія величину a; послѣ полагаемъ его находящимся безконечно близко справа той же ординаты, и строимъ величину a_1. Если a и a_1 получаются по разнымъ сторонамъ оси pQ (чер. 103a) то принятое положеніе нагрузки будетъ одно изъ наиболѣе невыгодныхъ, въ противномъ случаѣ нужно тоже дѣйствіе повторить со слѣдующимъ тяжелымъ грузомъ. При передвиженіи нагрузки полезно пользоваться полоской бумаги, на которой намѣчены взаимныя разстоянія грузовъ (полоска pQ на чер. 103a).

Указанный здѣсь способъ опредѣленія опаснаго положенія бываетъ выгоденъ тогда, когда число сторонъ инфлюентнаго многоугольника небольшое, въ противномъ случаѣ максимальное дѣйствіе получается обыкновенно проще ощупью посредствомъ опредѣленія по уясненному въ № 86 способу помощію полоски бумаги дѣйствія N для нѣсколькихъ положеній, кажущихся наиболѣе невыгодными.

96.—Опредѣленіе наиболѣе невыгоднаго положенія системы грузовъ упрощается когда инфлюентная линія, какъ это часто бываетъ, имѣетъ видъ треугольника.



Чер. 106.

а) *Инфлюентная линія—треугольникъ AEB.* (чер. 106) Если представленное на чертежѣ положеніе нагрузки наиболѣе невыгодно, то, по выше полученному, должно

$$\frac{\Delta N}{\Delta \xi} = (G_1 + G_2)\,\mathrm{tg}\alpha_1 - (G_3 + G_4 + G_5 + G_6)\,\mathrm{tg}\alpha_2 = 0$$

Означимъ высоту EE_1 треугольника AEB черезъ h, и горизонтальное разстояніе его вершины E отъ AB—черезъ a и b, то

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{h}{a} \qquad \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{h}{b}$$

Подставивъ эти значенія въ предыдущее уравненіе получимъ для максимума условіе:

$$\frac{G_1 + G_2}{a} = \frac{G_3 + G_4 + G_5 + G_6}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (127).$$

Отложимъ на горизонталѣ MN грузы G_1 до G_6, помѣщающіеся на BA, т. е. сдѣлаемъ

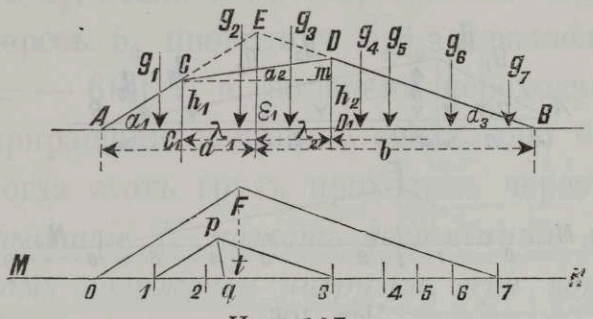
$$\overline{01} = G_1,\ \overline{12} = G_2,\ \overline{23} = G_3\ \overline{34} = G_4\ \overline{45} = G_5\ \overline{56} = G_6,$$

проведемъ $\overline{0F} \parallel \overline{AE}$, $\overline{6F} \parallel \overline{BE}$, и изъ точки пересѣченія F опустимъ на MN перпендикуляръ, встрѣчающій MN въ t, то имѣемъ $\frac{\overline{0t}}{a} = \frac{\overline{t6}}{b}$

т. е. условіе (127) будетъ удовлетворено, если на части AE_1 будетъ лежать нагрузка 0t, и на части E_1B—нагрузка t6, когда слѣдовательно черезъ вершину E будетъ проходить тотъ грузъ G_2, на которомъ получается точка t.

б) *Инфлюентная линія—четыреугольникъ ABCD* (чер. 107).

Означимъ равнодѣйствующую грузовъ находящихся: между A и C—черезъ R_1, между C и D— черезъ R_2, и между D и B— черезъ R_3. Если ихъ положеніе наиболѣе невыгодное то



Чер. 107.

$$R_1 \operatorname{tg}\alpha_1 + R_2 \operatorname{tg}\alpha_2 - R_3 \operatorname{tg}\alpha_3 = 0$$

и такъ какъ (поставивъ $EE_1 = h$ и $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda$)

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h}{a} \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h}{\lambda}\left(\frac{\lambda_1}{a} - \frac{\lambda_2}{b}\right) \text{ *)} \qquad \operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{h}{b}$$

то имѣемъ

$$R_1 \frac{h}{a} + R_2 \frac{h}{\lambda}\left(\frac{\lambda_1}{a} - \frac{\lambda_2}{b}\right) - R_3 \frac{h}{b} = 0$$

или

$$\frac{R_1 + R_2 \frac{\lambda_1}{\lambda}}{a} = \frac{R_2 \frac{\lambda_2}{\lambda} + R_3}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (128)$$

Это уравненіе показываетъ что лежащую на C_1D_1 нагрузку нужно раздѣлить въ отношеніи $\frac{\lambda_1}{\lambda}$ и $\frac{\lambda_2}{\lambda}$ на 2 части, и считать часть $R_2 \frac{\lambda_1}{\lambda}$ принадлежащей къ грузамъ, лежащимъ слѣва EE_1, а часть $R_2 \frac{\lambda_2}{\lambda}$ къ грузамъ, находящимся справа EE_1.

---

*) Изъ чертежа имѣемъ.

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{Dm}{Cm} = \frac{h_2 - h_1}{\lambda}$$

$$\text{но } h_2 = \frac{h}{b}\left(b - \lambda_2\right) = h - \frac{h\lambda_2}{b} \quad \text{и} \quad h_1 = h - \frac{h\lambda_1}{a}$$

поэтому

$$h_2 - h_1 = h\left(\frac{\lambda_1}{a} - \frac{\lambda_1}{b}\right)$$

и слѣдовательно

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h}{\lambda}\left(\frac{\lambda_1}{a} - \frac{\lambda_2}{b}\right)$$

Возьмемъ на горизонталѣ MN, на которой отложены всѣ грузы подвижной системы, лежащіе на AB, (грузы G_1 до G_7), т. е. длину $\overline{07}$; проведемъ черезъ 0 и 7

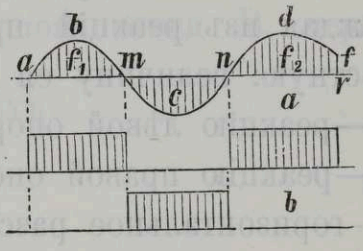
$$0F \parallel AC \qquad 7F \parallel BD$$

и изъ точки пересѣченія F опустимъ на MN перпендикуляръ Ft. Такъ какъ точка t получилась на грузѣ G_3, то ставимъ этотъ грузъ на E_1 и видимъ что при этомъ положеніи нагрузки на средней части C_1D_1 помѣщаются грузы G_2 и G_3, т. е. что $R_2 = G_2 + G_3$. Беремъ на MN соотвѣтствующій этимъ грузамъ отрѣзокъ $\overline{13}$, проводимъ $\overline{1p} \parallel OF$, $\overline{3p} \parallel 7F$ и черезъ точку пересѣченія p

$$\overline{pq} \perp \overline{CD}$$

то точка q дѣлитъ нагрузку R_2 въ требуемомъ отношеніи. Если точка q получается слѣва точки t, то систему нужно передвинуть вправо, а если справа—то влѣво.

в) *Непрерывная равномѣрная нагрузка.*—Наибольшее положительное дѣйствіе произойдетъ тогда, когда нагрузка расположена только на положительной части инфлюентной линіи, а для полученія отрицательнаго максимума нужно занять нагрузкой всю отрицательную часть этой линіи. Если поэтому (чер. 108) abcdf—инфлюентная линія, то максимальное положительное дѣйствіе произойдетъ при нагрузкѣ чер. 108a, а максимальное отрицательное—при нагрузкѣ чер. 108b. Если обозначимъ площади abm, mcn и ndr (соотвѣтственно) черезъ f_1, f_2 и f_3, а единичную нагрузку — черезъ g, то



Чер. 108.

$$\max(+N) = g\,(f_1 + f_3) \qquad \max(-N) = -gf_2.$$

ГЛАВА VII.

Моменты и поперечныя силы простой балки.

а) Постоянная нагрузка.

97.—**Реакціи опоръ.**—На горизонтальный брусъ, расположенный концами на опорахъ, изъ которыхъ одна шарнирная, а другая подвижная, дѣйствуетъ вертикальная нагрузка. Такой брусъ называютъ *простой балкой*, потому что онъ подвергается *простому* изгибу, такъ какъ для всѣхъ сѣченій его нормальная сила $N = 0$. Реакція подвижной опорной точки, при пренебреженіи тренія, перпендикулярна къ ея опорной плоскости, т. е. вертикальна, слѣдовательно параллельна равнодѣйствующей R приложенныхъ къ балкѣ внѣшнихъ силъ; изъ этого слѣдуетъ что и вторая реакція вертикальна, потому что 3 силы: равнодѣйствующая R и обѣ реакціи, только тогда могутъ находиться въ равновѣсіи, когда онѣ пересѣкаются въ одной точкѣ (которая можетъ находиться и въ безконечности). Изъ этого видимъ, что каждая изъ реакцій простой балки имѣетъ только одну неизвѣстную: величину ея напряженія. Мы будемъ обозначать черезъ-

A—реакцію лѣвой опоры,

B—реакцію правой опоры,

l—горизонтальное разстояніе этихъ реакцій (или, что все равно—опорныхъ точекъ).

G_1, G_2, G_3 . . . дѣйствующія на балку грузы,

a_1, a_2, a_3 . . . ихъ разстоянія отъ лѣвой, и

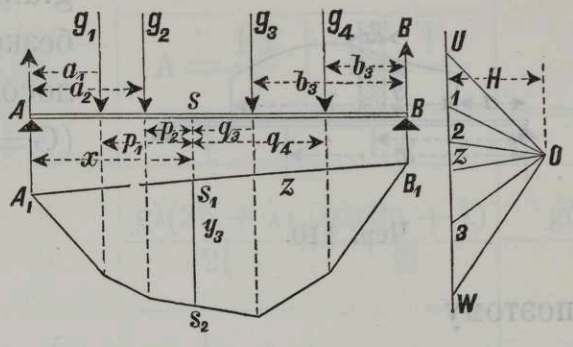
b_1, b_2, b_3 . . . — отъ правой опорной точки.

Очевидно что $b_m = l - a_m$.

Для опредѣленія реакцій приведемъ балку въ свободное состояніе, т. е. устранимъ опоры, и дѣйствіе ихъ замѣнимъ силами A и B, равными реакціямъ.

Изъ условій равновѣсія слѣдуетъ, что сумма моментовъ всѣхъ на балку дѣйствующихъ силъ, т. е. реакцій и грузовъ, взятыхъ по отношенію къ произвольной точкѣ на плоскости силъ, должна равняться нулю. Если возьмемъ эту точку на силѣ B, то полу-

чимъ уравненіе съ одной только неизвѣстной A; предполагая неизвѣстной сторону, въ которую реакція A дѣйствуетъ, примемъ ее напр., направленной внизъ, получимъ (чер. 109) считая вращеніе въ сторону, противоположную часовой стрѣлкѣ, отрицательнымъ,



Чер. 109.

$$-Al-G_1b_1-G_2b_2-G_3b_3-G_4b_4=0.$$

откуда

$$A=-\frac{G_1b_1+G_2b_2+G_3b_3+G_4b_4}{l}$$

Знакъ minus показываетъ, что реакція A направлена въ сторону, противоположную той, какая была принята при составленіи ея уравненія, т. е. что она направлена не внизъ, но вверхъ.

Означимъ сумму произведеній, которыя получатся, если каждый изъ дѣйствующихъ на балку длиной l грузовъ умножимъ на его разстояніе b отъ правой опорной точки B, черезъ $\sum_0^l Gb$, то, принявъ A направленнымъ вверхъ

$$(129)\quad \ldots\ldots\ldots A=\frac{1}{l}\sum_0^l Gb$$

Аналогически получаемъ для точки моментовъ A,

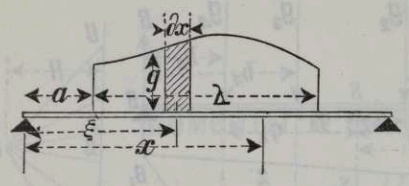
$$B=\frac{1}{l}\sum_0^l Ga$$

Такъ какъ грузы G уравновѣшиваются реакціями A и B, то должно

$$(130)\quad \ldots\ldots\ldots\ldots A+B=\sum_0^l G$$

гдѣ $\sum_0^l G$ означаетъ алгебраическую сумму всѣхъ грузовъ G, лежащихъ на балкѣ.

Когда *нагрузка непрерывная* (чер. 110) то элементарный грузъ g.dx, представленный заштрихованной безконечно узкой вертикальной полосой, производитъ въ B реакцію ($G = g.dx \quad a = x$)



Чер. 110.

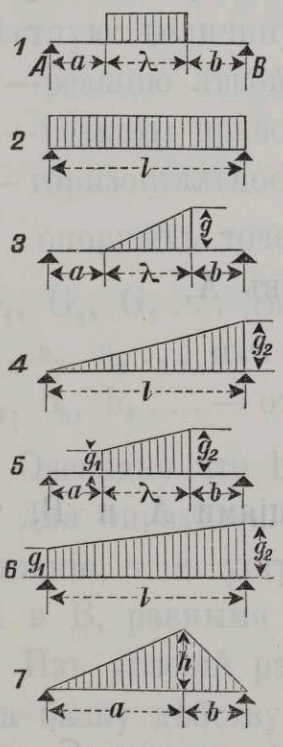
$$dB = (g.dx)\frac{x}{l}$$

поэтому

$$B = \int_a^{a+\lambda}(gdx)\frac{x}{l} = \frac{1}{l}\int_a^{a+\lambda}(gdx)\,x$$

Легко узнать, что интегралъ этого уравненія означаетъ статическій моментъ площади нагрузки, взятый по отношенію къ точкѣ A, который, по правилу статическихъ моментовъ, равняется этой площади, умноженной на разстояніе ея центра тяжести отъ опорной точки A. Изъ этого слѣдуетъ, что *реакція одной опоры равняется раздѣленному на l статическому моменту нагрузки, взятому по отношенію къ другой опорной точкѣ.*

На основаніи послѣдняго правила составлена слѣдующая таблица реакцій A и B для нагрузокъ, изображенныхъ на чер. 111 (отъ 1 до 7).



Чер. 111.

Значеніе графы 6 будетъ уяснено впослѣдствіи.

Для сложной нагрузки реакціи опредѣляются всего проще графически по изложенному въ № 8 способу, т. е. строимъ для данной нагрузки веревочный многоугольникъ (чер. 109) проводимъ его замыкающую линію A_1B_1, и черезъ полюсъ O—лучъ Oz, параллельный A_1B_1, который раздѣлитъ нагрузку uw на части uz и zw, равныя (соотвѣтственно) реакціямъ A и B.

98. **Сгибающіе моменты.** — Сгибающій моментъ будемъ считать положительнымъ, когда онъ стремится изогнуть балку такимъ образомъ, чтобы выпуклостью она была обращена внизъ. Это пред-

№	Площадь нагрузки F	Разстояніе центра тяжести отъ опорной точки		РЕАКЦІЯ		Моменты m_0
		$A = \alpha$	$B = \beta$	$A = \frac{F\beta}{l}$	$B = \frac{F\alpha}{l}$	
	1	2	3	4	5	6
1	$g\lambda$	$a + \frac{\lambda}{2}$	$b + \frac{\lambda}{2}$	$\frac{g\lambda(2b+\lambda)}{2l}$	$\frac{g\lambda(2a+\lambda)}{2l}$	$-\frac{g(x-a)^2}{2}$
2	gl	$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{gl.\frac{l}{2}}{l} = \frac{gl}{2}$	$\frac{gl}{2}$	$-\frac{gx^2}{2}$
3	$\frac{g\lambda}{2}$	$a + \frac{2}{3}\lambda$	$b + \frac{1}{3}\lambda$	$\frac{g\lambda}{6l}(3b+\lambda)$	$\frac{g\lambda}{6l}(3a+2\lambda)$	$-\frac{g}{\lambda}\frac{(x-a)^3}{6}$
4	$\frac{gl}{2}$	$\frac{2}{3}l$	$\frac{1}{3}l$	$\frac{gl}{6}$	$\frac{gl}{3}$	$-\frac{g}{l}\frac{x^3}{6}$
5	$(g+g_1)\frac{\lambda}{2}$	$\frac{\lambda}{3}\left(\frac{g_1+2g}{g_1+g}\right)+a$	$\frac{\lambda}{3}\frac{g+2g_1}{g+g_1}+b$	$\frac{\lambda^2}{6l}[(g+g_1)(b+1)+g_1]$	$\frac{\lambda^2}{6l}[(g+g_1)(a+1)+g]$	
6	$(g+g_1)\frac{l}{2}$	$\frac{l}{3}\frac{(g_1+2g)}{(g_1+g)}$	$\frac{l}{3}\left(\frac{g+2g_1}{g+g_1}\right)$	$\frac{l}{6}(g+2g_1)$	$\frac{l}{6}(g_1+2g)$	
7	$\frac{lh}{2}$	$\frac{l+a}{3}$	$\frac{2l-a}{3}$	$\frac{h}{6}(2l-a)$	$\frac{h}{6}(l+a)$	$-\frac{hx^3}{a6}$ и $-\frac{h}{b}\frac{(l-x)^3}{6}$

положеніе можно выразить такъ: *Сила производитъ въ сѣченіи положительный моментъ, если находясь слѣва сѣченія она вращаетъ около взятой на немъ точки по направленію часовой стрѣлки (слѣва вправо), а находясь справа сѣченія—въ сторону противоположную направленію часовой стрѣлки.*

Чтобы получить моментъ въ сѣченіи s, отстоящемъ отъ лѣвой опорной точки A на разстояніи = x (чер. 109), *представляемъ себѣ балку разрѣзанной черезъ s, одну изъ отсѣченныхъ частей, напр. sB, отбрасываемъ, а для силъ, дѣйствующихъ на оставленную часть As составляемъ сумму моментовъ по отношенію къ центру тяжести сѣченія s.*

Если условимся отбрасывать правую часть sB, то сумма эта будетъ состоять изъ момента Ax реакціи A, и изъ суммы m_0 моментовъ всѣхъ на этой части лежащихъ грузовъ, т. е.

(131). . . . . $M_x = Ax + m_0$

Мы будемъ обозначать черезъ p_m—разстояніе груза G_m находящагося слѣва разсматриваемаго сѣченія s, отъ этого сѣченія, и черезъ q_m—растояніе отъ s груза G_m, находящагося справа s.

Такъ какъ m_0 означаетъ сумму моментовъ всѣхъ грузовъ G находящихся слѣва s, взятыхъ по отношенію къ центру тяжести сѣченія s, то очевидно, что для сосредоточенныхъ грузовъ G_1, G_2... дѣйствующихъ внизъ,

$$m_0 = -\sum_0^x Gp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

и для непрерывной нагрузки (чер. 110).

$$m_0 = -\int_0^x g d\xi (x - \xi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132a)$$

Этотъ интегралъ выражаетъ статическій моментъ находящейся слѣва s площади нагрузки, взятый по отношенію къ s, который равенъ этой площади умноженной на разстояніе ея центра тяжести отъ центра тяжести сѣченія s.

Для нагрузокъ, изображенныхъ на чер. 111 реакціи A и статическіе моменты m_0 даны въ графахъ (4) и (6); помощію ихъ получаемъ по (131)

для случая 1 : $M = \frac{g\lambda(2b + \lambda)}{2l} x - \frac{g(x-a)^2}{2}$ . . . . (133)

Для полной равномѣрной нагрузки (случай 2).

$$M = \frac{gl}{2} x - \frac{gx^2}{2} = \frac{gx(l-x)}{2} \text{ *)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

---

*) Максимальный моментъ для полной равномѣрной нагрузки получается изъ условія $\frac{dM}{dx} = 0$, и, помощію уравненія (131).

$\frac{gl}{2} - gx = 0$, откуда $x = \frac{1}{2}$ и $M_{mx} = g\frac{1}{2}\left(l - \frac{1}{2}\right) = g\frac{l^2}{8}$. Если полную нагрузку gl означимъ черезъ Q, то $M_{шх} = \frac{Ql}{8}$.

3) нагрузка представляетъ прямоугольный треугольнихъ длиной λ:

(135) . . . . . $M = \frac{g\lambda}{6l}(3b + \lambda)x - \frac{g}{\lambda}\frac{(x-a)^3}{6}$

4) нагрузка какъ въ 3), но длина ея $= l$ (случай 4)

(136) . . . . . $M = \frac{gl}{6}x - \frac{g}{l}\frac{x^3}{6} = \frac{gx}{6l}(l^2 - x^2)$

7) Для $x \leqq a$ $M = \frac{h}{6}(2l - a)x - \frac{h}{a}\frac{x^3}{6} = \frac{hx}{6a}[a(2l - a) - x^2]$

(137) . . . . . для $x \geqq a$ $M = \frac{h(l-x)}{6b}[b(2l - b) - (l - x)^2]$

или $M = \frac{h(l-x)}{6(l-a)}[(l^2 - a^2) - (l - x)^2]$

Для случаевъ 5) и 6), вслѣдствіе сложности выраженій m_0, получаются моменты M проще графическимъ способомъ.

Для *сосредоточенныхъ грузовъ* по (129) и (132)

(138) . . . . . $M = \frac{x}{l}\sum_0^l Gb - \sum_0^x Gp$

Такъ для нагрузки чер. 109 (сѣченіе s):

$$\sum_0^l Gb = G_1b_1 + G_2b_2 + G_3b_3 + G_4b_4$$

$$\sum_0^x Gp = G_1p_1 + G_2p_2$$

по этому

(138a) . . $M = Ax + m_0 = \frac{x}{l}(G_1b_1 + G_2b_2 + G_3b_3 + G_4b_4) - G_1p_1 - G_2p_2$

Еслибъ мы отбросили лѣвую часть As балки, то нагрузка правой части Bs дала бы для s моментъ.

$$M = B(l - x) - \sum_l^{l-x} Gq, \text{ гдѣ}$$

$$B = \sum_0^0 \frac{Ga}{l}$$

Такъ для нагрузки чер. 109.

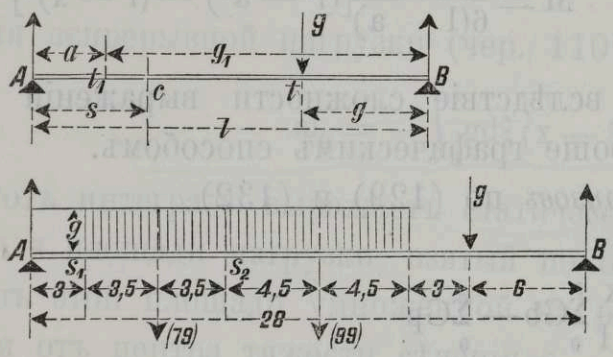
$$(138b) \ldots M = \frac{l - x}{l}[G_1a_1 + G_2a_2 + G_3a_3 + G_4a_4] - (G_3q_3 - G_4q_4)$$

Если въ уравненіи 138a подставимъ $p_m = x - (l - b_m)$, и въ уравненіи 138b:

$$q_m = (l - b_m) - x \qquad a_m = l - b_m$$

то увидимъ, что выраженія 138a и 138b совершенно одинаковы.

98a.—Пусть t—точка приложенія груза G, и c—сѣченіе, для котораго требуется опредѣлить моментъ M, произведенный въ немъ этимъ грузомъ. Означимъ черезъ g и s *тѣ разстоянія груза и сѣченія отъ опоръ, внутри которыхъ не находится ни точка приложенія t, ни сѣченіе c* (какъ это имѣло бы мѣсто напр. на протяженіяхъ At или cB), то (чер. 109a)



Чер. 109a и 109b.

$$M = A \,.\, s$$

и такъ какъ $A = \frac{Gg}{l}$,

$$M = \frac{G}{l} g \,.\, s \ldots\ldots\ldots\ldots (139)$$

Если себѣ представимъ среднюю часть ct устраненной и назовемъ оставшіеся части Ac и tB—боковыми, то можно сказать:

Моментъ равняется раздѣленному на l грузу, умноженному на произведеніе обѣихъ боковыхъ частей.

Если бы грузъ G былъ приложенъ къ точкѣ c, то моментъ въ t по этому правилу былъ бы

$$M = \frac{G}{l} g \,.\, s$$

т. е. такой-же, какъ въ предыдущемъ случаѣ. Въ простой двухопорной балкѣ можно поэтому замѣнять взаимно положеніе груза и сѣченія, изъ чего слѣдуетъ непосредственно, что *линія моментовъ груза = 1, дѣйствующаго на сѣченіе s, есть инфлюентная линія моментовъ этого сѣченія.*

Когда нагрузка непрерывная и перекрываетъ сѣченіе то всего удобнѣе раздѣлить ее черезъ это сѣченіе на двѣ части, замѣнить каждую часть равнодѣйствующей и взять сумму моментовъ, составленныхъ по предыдущему правилу, для той и другой равнодѣйствующей.

Примѣръ. Пролетъ балки AB $l = 28$ mtr; на ней лежитъ равномѣрная нагрузка g, длиной 16 mtr., начинающаяся въ разстояніи $= 3$ mtr отъ A, и кромѣ того—грузъ G въ разстояніи 6 mtr отъ B. (Чер. 109b).

Моментъ въ сѣченіи s_1, отстоящемъ отъ A на растояніе $= 2$ (по 139)

$$M = \frac{16g}{28} . 2 . 17 + \frac{G}{28} . 2 . 6 = 19{,}4g + \frac{3}{7} G$$

Моментъ въ s_2. $As_2 = 10$

$$M = \frac{7\,g}{28}\left(3 + \frac{7}{2}\right) 18 + \frac{9\,g}{28}\left(9 + \frac{9}{2}\right) 10 + \frac{G}{28} 6 . 10 = 72{,}6g + 2{,}15\,G$$

Графически моменты во всѣхъ сѣченіяхъ получаются помощію веревочнаго многоугольника. Если означимъ вертикальныя ординаты этой линіи, измѣренныя отъ замыкающей стороны A_1B_1 (чер. 109) черезъ y, и полюсное разстояніе—черезъ H, то по № 15

$$M = Hy$$

Такъ моментъ въ сѣченіи s, которому соотвѣтствуетъ ордината $\overline{s_1 s_2} = y_s$: $M_s = Hy_s$.

Такъ какъ всѣ ординаты y веревочной линіи находятся ниже A_1B_1 то заключаемъ что вертикальная нагрузка производитъ во всѣхъ сѣченіяхъ простой балки только положительные моменты.

Изъ способа построенія веревочнаго многоугольника слѣдуетъ непосредственно:

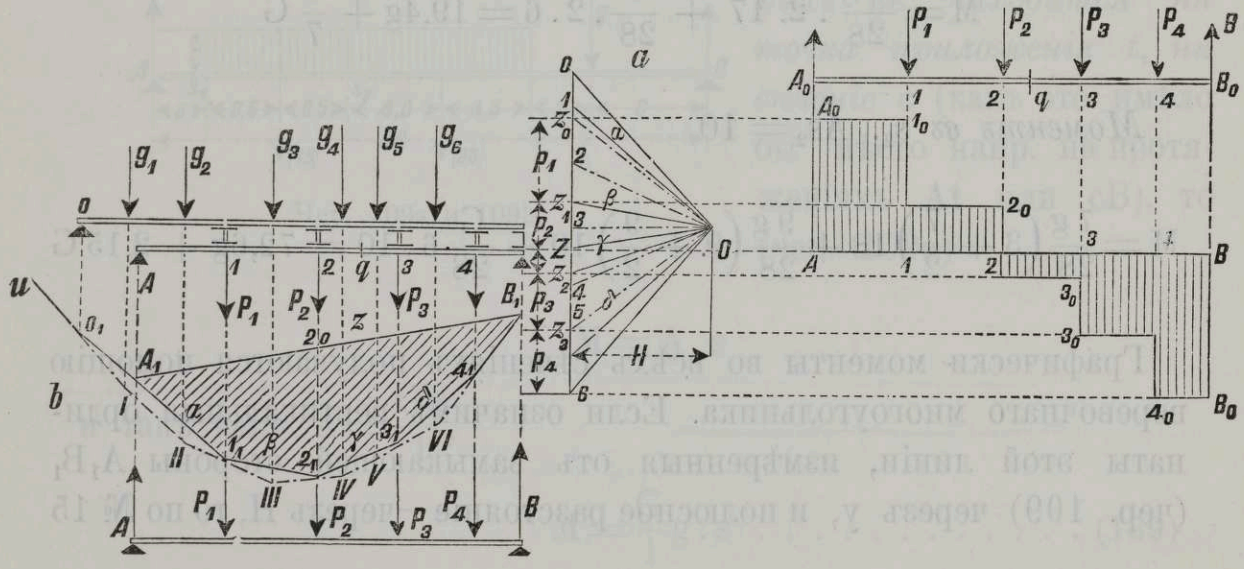
1) Вершины веревочнаго многоугольника находятся на линіяхъ силъ.

2) Между линіями силъ веревочная линія имѣетъ всегда прямолинейный видъ.

3) Максимальный моментъ происходитъ въ сѣченіи, опредѣленномъ точкой приложенія того груза, который въ силовомъ многоугольникѣ встрѣчается лучемъ oz, параллельнымъ замыкающей сторонѣ A_1B_1.

Когда нагрузка непрерывная то веревочный многоугольникъ превращается въ кривую линію, по отношенію къ которой дѣйствительно все то, что было сказано о веревочномъ многоугольникѣ. Построеніе веревочной кривой для неравномѣрной и равномѣрной нагрузки уяснено на стр. 21—26.

99. **Передаточная нагрузка.**—Когда дѣйствіе нагрузки передается балкѣ связками 1, 2, 3.... (чер. 112) то силы дѣйствуютъ только



Чер. 112.

въ этихъ связкахъ, изъ чего слѣдуетъ, что *веревочный многоугольникъ передаточной нагрузки имѣетъ вершины всегда только на проведенныхъ черезъ связки вертикаляхъ.*

Если возьмемъ произвольную связку напр. 2, то дѣйствующая въ ней сила P_2 равна суммѣ давленій, произведенныхъ въ ней нагрузками смежныхъ панелей $\overline{12}$ и $\overline{23}$. Эти давленія получаются по правилу опорныхъ реакцій простыхъ балокъ имѣю-

щихъ длины $\overline{12}$ и $\overline{23}$: они равны, но прямопротивоположны реакціямъ (точно такъ же какъ и давленія на опоры).

Построимъ для дѣйствующей на балку нагрузки G_1, G_2, G_3... веревочный многоугольникъ U I II III..., спроектируемъ на него связки 0, 1, 2... (изъ которыхъ первая внѣшняя, т. е. находящаяся внѣ балки) и полученныя точки 0_1, 1_1, 2_1,... соединимъ прямыми линіями. Если возьмемъ балочку $\overline{23}$, нагрузка которой состоитъ изъ грузовъ G_4 и G_5, представленныхъ въ силовомъ многоугольникѣ отрѣзками $\overline{34}$ и $\overline{45}$. то видимъ, что соотвѣтствующій ей веревочный многоугольникъ данъ ломанной линіей 2_1IVV3_1, и что прямая $\overline{2_13_1}$ есть его замыкающая сторона. Если поэтому проведемъ черезъ полюсъ о $0z_2 \parallel 2_13_1$ то точка z_2 раздѣлитъ нагрузку $\overline{35}$ такъ, что $\overline{3z_2}$ = давленію балочки $\overline{23}$ на связку 2. Такимъ же образомъ получимъ разсматривая балочку $\overline{12}$ и ея нагрузку G_3, представленную на силовомъ многоугольникѣ отрѣзкомъ $\overline{23}$, что 1_1III2_1 есть соотвѣтствующій ей веревочный многоугольникъ, и $\overline{1_12_1}$—его замыкающая линія, что поэтому прямая $0z_1$, параллельная $\overline{1_12_1}$, дѣлитъ нагрузку $\overline{23}$ этой балочки такъ, что $\overline{z_13}$ = производимому ею давленію на связку 2. Дѣйствующая въ этой связкѣ сила P_2 равна, поэтому, отрѣзку z_1z_2, отсѣченному на силовомъ многоугольникѣ лучами $0z_1$ и $0z_2$, параллельными выходящимъ изъ 2_1 хордамъ 2_11_1 и 2_13_1 веревочнаго многоугольника UI II III...

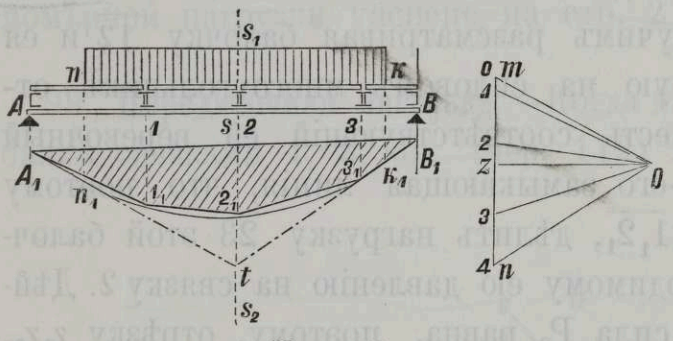
Изъ предыдущаго слѣдуетъ непосредственно, что веревочный многоугольникъ передаточной нагрузки и дѣйствующія въ связкахъ силы получаются слѣдующимъ образомъ: Строимъ для данной нагрузки веревочный многоугольникъ обыкновеннымъ образомъ, проектируемъ на него связки, и полученныя точки 0_1, 1_1, 2_1... соединяемъ прямыми линіями. Эти линіи представляютъ стороны веревочнаго многоугольника $Uo_11_12_13_1$... передаточной нагрузки; чтобы получить его замыкающую сторону A_1B_1 проектируемъ на него опорныя точки A и B. Если черезъ полюсъ O проведемъ лучи, параллельныя его сторонамъ $\overline{o_11_1}$, 1_12_1, $\overline{2_13_1}$... и—замыкающей сторонѣ A_1B_1, то получимъ на силовой линіи отрѣзки, представляющіе дѣйствующія въ связкахъ и опорныхъ точкахъ силы. На чертежѣ 112a проведено:

$$Oz \parallel A_1B_1 \quad Oz_0 \parallel 0_11_1 \quad Oz_1 \parallel 1_12_1 \quad Oz_2 \parallel 2_13_1 \quad Oz_3 \parallel 3_14_1$$

и получено:
реакція A = отрѣзку z_0z, отсѣченному лучами, параллельными сторонамъ, 0_1A_1 и A_1B_1, пересѣкающимися въ A_1; по такой же причинѣ:
реакція опоры B = $\overline{z6}$; сила P_0, дѣйствующая въ связкѣ 0 = отрѣзку $\overline{oz_0}$, сила $P_1 = \overline{z_0z_1}$ $P_2 = \overline{z_1z_2}$...

Веревочный многоугольникъ передаточной нагрузки будемъ для краткости называть *приведеннымъ веревочнымъ многоугольникомъ.*

Такъ какъ лучъ Oz, параллельный замыкающей сторонѣ A_1B_1, встрѣчаетъ силу $\overline{z_1z_2} = P_2$, то въ соотвѣтствующей этой силѣ связкѣ 2 происходитъ максимальный моментъ, который равняется H. $\overline{2_02_1}$.



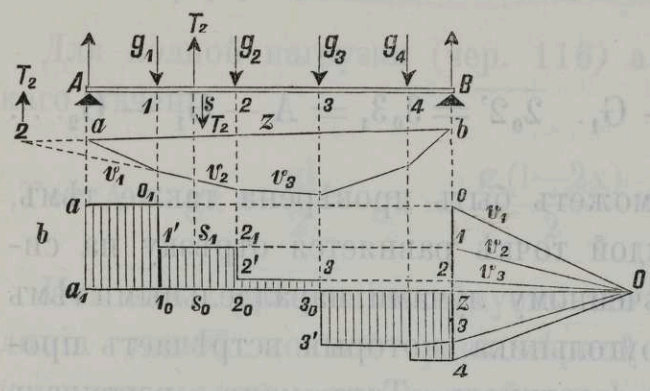
Чер. 113.

Когда брусъ не имѣетъ внѣшнихъ связокъ, то какъ изъ чер. 113 видно, замыкающая линія приведеннаго веревочнаго многоугольника совпадаетъ съ той же линіей для прямой нагрузки *); устройство связокъ измѣняетъ въ этомъ случаѣ моменты только между связками, а на связкахъ они имѣютъ такія же величины, какъ и при прямомъ дѣйствіи. Очевидно, что и опорныя реакціи при отсутствіи внѣшнихъ связокъ для прямой и передаточной нагрузки одинаковы.

100.—**Поперечныя (срѣзывающія) силы T.**—Когда приложенныя къ балкѣ внѣшнія силы и ея опорныя реакціи вертикальны, то

*) На чертежѣ 113 принято, что на балку дѣйствуетъ непрерывная равномѣрная нагрузка $g\lambda$. Для построенія соотвѣтствующаго ей веревочнаго многоугольника откладываемъ на вертикальной прямой mn, = $\overline{04}$ = нагрузкѣ $g\lambda$; беремъ произвольный полюсъ 0, и проводимъ лучи Om и On. Нагрузку дѣлимъ вертикалью ss_1 пополамъ, и черезъ произвольную точку t послѣдней проводимъ $tA_1 \parallel Om$ и $tB_1 \parallel On$. Проектируемъ на tA_1 и tB_1 конечныя точки n и k нагрузки въ n_1 и k_1; дѣлимъ n_1t и k_1t на одинаковое число равныхъ частей, и точки дѣленія соединяемъ въ непрерывномъ порядкѣ (какъ на чер. 24а). Если черезъ O проведемъ $Oz \parallel A_1B$, то $mz = A$ $nz = B$.

поперечная сила какого нибудь сѣченія равняется алгебраической суммѣ всѣхъ силъ, находящихся по одну сторону этого сѣченія. Для краткости будемъ называть поперечныя силы *усиліями*, и будемъ считать *усиліе положительнымъ, когда оно направлено слѣва сѣченія вверхъ и справа его—внизъ* (какъ напр. усиліе T_2 на чер. 114).



Чер. 114.

а) Сосредоточенные грузы.

Изъ дефиниціи усилія слѣдуетъ непосредственно что усиліе между точками приложенія двухъ послѣдовательныхъ грузовъ—величина постоянная. Такъ между A и 1 (чер. 114) $T_1 = A$
между 1 и 2 : $T_2 = A - G_1$ или $T_2 = G_2 + G_3 + G_4 - B$
между 2 и 3 : $T_3 = A - G_1 - G_2$ или $T_3 = G_3 + G_4 - B$
или также

$$T_1 = A \quad T_2 = T_1 - G_1 \quad T_3 = T_2 - G_2 \quad T_4 = T_3 - G_3 \ldots\ldots$$

Такъ какъ при вертикальной нагрузкѣ простой балки усиліе равно равнодѣйствующей всѣхъ силъ находящихся на балкѣ по одну сторону сѣченія то слѣдуетъ, что усиліе T_2 *проходитъ черезъ точку пересѣченія 2 тѣхъ сторонъ* z и v_2 *веревочнаго многоугольника, которыя встрѣчаетъ проведенная черезъ сѣченіе вертикаль, и оно опредѣляется на силовомъ многоугольникѣ отрѣзкомъ, отсѣкаемымъ лучами, параллельными этимъ сторонамъ* z и v_2.

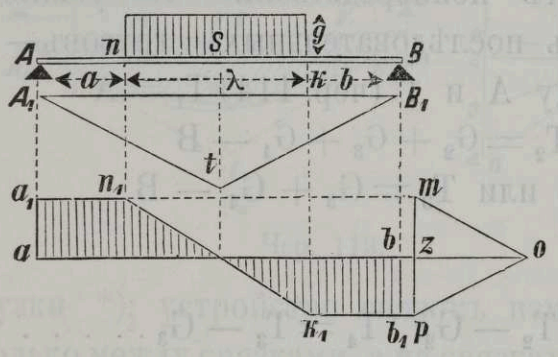
Діаграмма усилій T происходящихъ отъ сосредоточенныхъ грузовъ, имѣетъ ступенчатый видъ; она получается слѣдующимъ образомъ (чер. 114): Опредѣляемъ реакціи A и B, для чего строимъ силовой и веревочный многоугольники, проводимъ замыкающую сторону ab, и параллельный ей лучъ Oz. Черезъ z и черезъ точки 0, 1, 2, 3 ... силового многоугольника проводимъ горизонтальныя прямыя $za_1, 00_1$, 11', 22', 33'...; принимаемъ

za_1 за ось абсциссъ, и вычерчиваемъ отъ прямой 00_1 — отрѣзокъ o_1a, заключенный между A и G_1, и т. д. Изъ этого построенія легко узнать, что

$$\overline{a_1a} = A \quad \overline{1_0 1'} = \overline{2_0 2_1} = A - G_1. \quad \overline{2_0 2'} = \overline{3_0 3_1} = A - G_1 - G_2 \ldots$$

Правильность построенія можетъ быть провѣрена также тѣмъ, что высота ступенки въ каждой точкѣ равняется отрѣзку на силовомъ многоугольникѣ, отсѣченному лучами, параллельными тѣмъ сторонамъ веревочнаго многоугольника, которыя встрѣчаетъ проведенная черезъ эту точку вертикаль. Такъ напр., вертикаль точки s встрѣчаетъ стороны z и v_2 веревочнаго многоугольника, и высота s_0s_1 = отрѣзку 1z, отсѣченному лучами Oz и 10, параллельными z и v_2.

б) *Непрерывная равномѣрная нагрузка.* Для всякаго сѣченія между A и n (черт. 115) т. е. отъ x = o до x = a



Чер. 115.

$$T = A = \frac{g\lambda(\lambda + 2b)}{2l}$$

между n и k (x = a до x = a + λ)

$$T = A - g(x - a) = \frac{g\lambda(\lambda + 2b)}{2l} - g(x - a)$$

и между k и B (отъ x = a + λ до x = l)

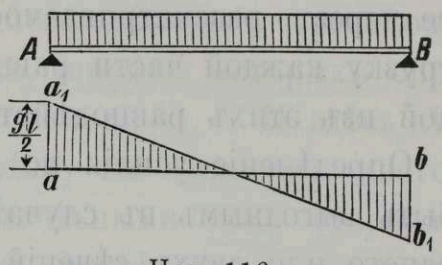
$$T = -B = -\frac{g\lambda(\lambda + 2a)}{2l}$$

Отложимъ $\overline{mp} = g\lambda$ (гдѣ $g\lambda$ — вся нагрузка), возьмемъ произвольный полюсъ O, и проведемъ лучи Om и Op. Длину $\overline{nk} = \lambda$ раздѣлимъ въ s пополамъ, и черезъ точку t, взятую на вертикалѣ точки s, проведемъ прямыя tA_1 и tB_1, параллельно лучамъ Om и Op, до пересѣченія съ опорными вертикалями A и B въ A_1 и B_1; если черезъ полюсъ O проведемъ $Oz \parallel A_1B_1$, то $\overline{mz} = A$ и $zp = B$. Черезъ m, z и p проведемъ горизонтали mn_1a_1, zba и

pb_1k_1, и соединимъ n_1 съ k_1, получимъ какъ діаграмму усилій линію $a_1n_1k_1b_1$ при оси абсциссъ ab.

Для полной нагрузки (чер. 116) $a = b = o$, поэтому для всякаго сѣченія

$$T = A - gx = \frac{gl}{2} - gx = \frac{g(l-2x)}{2}$$



Чер. 116.

Изъ этого уравненія слѣдуетъ что линія усилій полной равномѣрной нагрузки имѣетъ видъ прямой, отсѣкающей на опорныхъ вертикаляхъ отрѣзки $\overline{aa_1} = \overline{bb_1} = \frac{gl}{2}$. Для средняго сѣченія $\left(x = \frac{l}{2}\right)$ получаемъ $T = o$.

100а.— *Опредѣлимъ усиліе въ сѣченіи с при положеніи груза справа и слѣва этого сѣченія.*

Когда грузъ находится справа с (чер. 109а) напр., въ точкѣ t, то усиліе въ с

$$T = A = \frac{Gg}{l}$$

а при положеніи его слѣва с въ точкѣ t_1

$$T = A - G = \frac{Gg_1}{l} - G = -\frac{G(l-g_1)}{l}$$

и такъ какъ $l - g_1 = a$, то

$$T = -\frac{Ga}{l}$$

Изъ этого слѣдуетъ:

1) *Усиліе равняется раздѣленному на l грузу, умноженному на его боковое разстояніе*, понимая подъ выраженіемъ «боковое разстояніе» то разстояніе груза отъ опоры, внутри котораго не находится разсматриваемое сѣченіе (такъ напр., при положеніи груза въ t_1 имъ не можетъ быть разстояніе t_1 B).

2) *Грузъ находящійся справа сѣченія, производитъ въ немъ положительное, а находящійся слѣва его—отрицательное усиліе.*

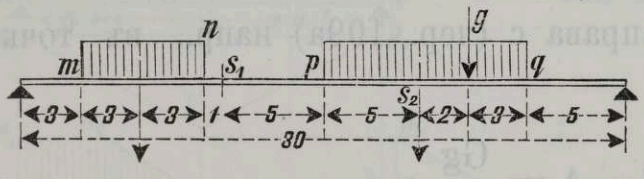
Когда на балку дѣйствуетъ непрерывная нагрузка, то дѣлимъ ее черезъ разсматриваемое сѣченіе на 2 части, замѣняемъ нагрузку каждой части равнодѣйствующей, и примѣняемъ къ каждой изъ этихъ равнодѣйствующихъ предыдущее правило.

Опредѣленіе усилія по данному въ этомъ № правилу можетъ быть выгоднымъ въ случаѣ, когда требуется найти усиліе для одного или двухъ сѣченій, но когда число этихъ сѣченій больше, то вычисленіе исполняется скорѣе по формуламъ предыдущаго №.

Примѣръ. Теоретическая длина балки $l = 30$ mtr; на нее дѣйствуетъ нагрузка, состоящая изъ двухъ непрерывныхъ нагрузокъ $6g$ и $10g$ и изъ сосредоточеннаго груза G (чер. 114a).

Усиліе въ s_1:

Равномѣрныя нагрузки замѣняемъ ихъ равнодѣйствующими $6g$ и $10\,g$, проходящими черезъ середины длинъ mn и pq; по правилу (1) получаемъ: Усиліе въ s_1



Чер. 114a.

$$T = \frac{[-6g\,(3+3) + 10\,g\,(5+5) + G\,.\,8]}{30} = \frac{64\,g + 8\,G}{30}$$

Усиліе въ s_2: Нагрузку pq разбиваемъ черезъ s_2 на 2 части, имѣемъ

$$T_1 = \frac{-6\,g\,.\,6 - 4\,g\,.\,17 + 6\,g\,.\,8 + 8\,G}{30} = \frac{56g + 8G}{30}$$

101. — **Передаточная нагрузка.** — *a) Сосредоточенные грузы.* Когда дѣйствующія въ связкахъ силы P_1, P_2, P_3... опредѣлены (чер. 112c), то данную балку замѣняемъ балкой A_0B_0, на которую кромѣ реакцій A и B дѣйствуютъ въ точкахъ, опредѣленныхъ связками, силы P_1, P_2, P_3... Поперечныя силы опредѣлятся теперь такимъ же образомъ, какъ при прямомъ дѣйствіи; такъ напр., для сѣченія q будетъ

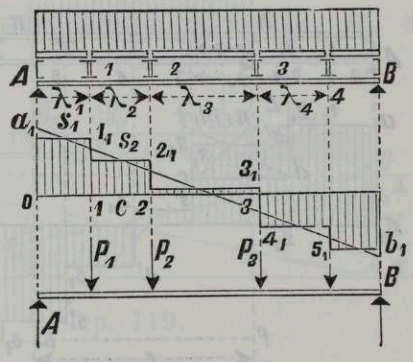
$$T = A - P_1 - P_2$$

Между двумя смежными связками усиліе постоянно, потому что между ними не дѣйствуетъ никакая сила.

Діаграмма усилій для передаточной нагрузки построена на чер. 112c помощію силового многоугольника $z_0z_1z_2\ldots$ (чер. 112a), даннаго силами $A, P_1, P_2, P_3\ldots$; ось абсциссъ проходитъ черезъ точку z, а горизонтальныя стороны ступенекъ, ширины которыхъ опредѣлены связками, проходятъ черезъ точки z_1, $z_2\ldots$ И здѣсь дѣйствительно правило что усиліе = отрѣзку на силовомъ многоугольникѣ, отсѣченному лучами, параллельными тѣмъ сторонамъ веревочнаго многоугольника, которыя встрѣчаетъ проведенная черезъ данную точку вертикаль. Такъ проходящая черезъ q вертикаль встрѣчаетъ стороны z и γ приведеннаго веревочнаго многоугольника, и изъ чертежа видно, что высота ступеньки, опредѣляющей усиліе между связками 2 и 3, равна отрѣзку zz_2, отсѣченному лучами Oz и Oz_2, параллельными сторонамъ z и γ.

б) Непрерывная равномѣрная нагрузка.

1) *Нагрузка покрываетъ всю балку.*—Пусть a_1b_1 (чер. 117)—линія усилій полной равномѣрной нагрузки балки AB для прямого дѣйствія. Если въ точкахъ 0,1,2... этой балки будутъ устроены связки, и означимъ длины панелей $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}\ldots$ черезъ λ_1, λ_2, $\lambda_3\ldots$, то дѣйствующія въ связкахъ силы будутъ имѣть значенія:



Чер. 117.

$$\left(\frac{gl}{2}-\frac{g\lambda_1}{2}\right)\quad\frac{g(\lambda_1+\lambda_2)}{2}\quad\frac{g(\lambda_2+\lambda_3)}{2}\ldots$$

поэтому, означивъ производимыя ими въ панеляхъ $\overline{01}$, $\overline{12}$, $\overline{23}\ldots$ усилія, черезъ T_1, T_2, $T_3\ldots$, имѣемъ

$$T_1=\frac{gl}{2}-\frac{g\lambda_1}{2}$$

$$T_2=T_1-\frac{g(\lambda_1+\lambda_2)}{2}=\frac{gl}{2}-g\lambda_1-\frac{g\lambda_2}{2}$$

$$T_3=T_2-\frac{g(\lambda_2+\lambda_3)}{2}=g\,\frac{l}{2}-g(\lambda_1+\lambda_2)-\frac{g\lambda_3}{2}$$

. . . . . .

Если s_1, s_2... середины панелей $\overline{01}$, $\overline{12}$..., то соотвѣтствующія этимъ серединамъ усилія *при прямомъ дѣйствіи* были бы:

$$t_1 = \frac{gl}{2} - \frac{g\lambda_1}{2} \quad t_2 = \frac{gl}{2} - g\left(\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{2}\right) \quad t_3 = g\,\frac{1}{2} - g\left(\lambda_1 + \lambda_2 + \frac{\lambda_3}{2}\right) \ldots$$

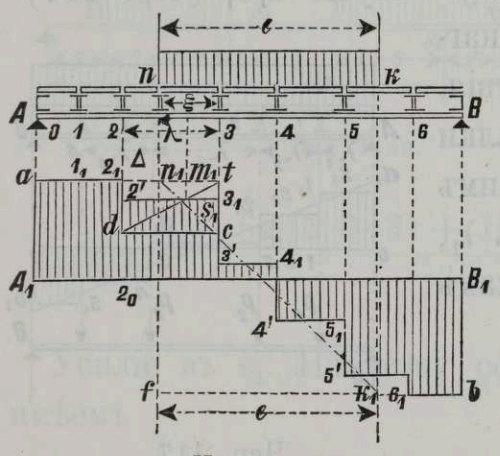
Сравнивъ выраженія T и t видимъ что

$$T_1 = t_1 \quad T_2 = t_2 \quad T_3 = t_3 \ldots$$

изъ чего слѣдуетъ правило: *при передаточномъ дѣйствіи усиліе въ панели равняется усилію при прямомъ дѣйствіи, соотвѣтствующему серединѣ этой панели.*

Такъ напр., усиліе въ панели $\overline{12}$ = соотвѣтствующей этой панели средней ординатѣ s_2c линіи усилій a_1b_1 прямого дѣйствія.

2) *Непрерывная нагрузка покрываетъ только часть балки*, (чер. 118).



Чер. 118.

Въ связкахъ 0 и 1 не дѣйствуютъ никакіе грузы, поэтому въ панеляхъ $\overline{01}$ и $\overline{12}$ $T = A$.

Въ связкѣ 2 дѣйствуетъ давленіе $\Delta = \frac{g\xi^2}{2\lambda}$ произведенное лежащей на $\overline{23}$ нагрузкой $g\xi$, поэтому въ панели $\overline{23}$

$$T = A - \frac{g\xi^2}{2\lambda}$$

Построимъ линію усилій an_1k_1b (№ 100б) для прямого дѣйствія, спроектируемъ на нее середины панелей, и черезъ полученныя точки проведемъ горизонтали $a1_12_1$, $3'4_1$, $4'5_1$... (какъ въ предыдущемъ случаѣ 1). Полученныя такимъ образомъ усилія будутъ точны для ненагруженныхъ и сполна нагруженныхъ панелей; для панелей только отчасти нагруженныхъ, какъ 23, усиліе получается точно слѣдующимъ образомъ: Проектируемъ связку 3 на n_1k_1, черезъ полученную точку c проводимъ горизонталь cd до пересѣченія съ вертикалью 2 въ d, соединяемъ d съ точкой t въ которой вертикаль связки 3 пересѣкаетъ продолженіе

горизонтали an_1, и проектируемъ на dt середину разстоянія ξ въ s, то черезъ s проходитъ прямая $2^1 3_1$ линіи усилій. [1])

Инфлюентныя линіи.

102. **Инфлюентныя линіи опорныхъ реакцій.**—Грузъ $= 1$, дѣйствующій на балку въ разстояніи ξ отъ лѣвой опорной точки A, производитъ въ A реакцію

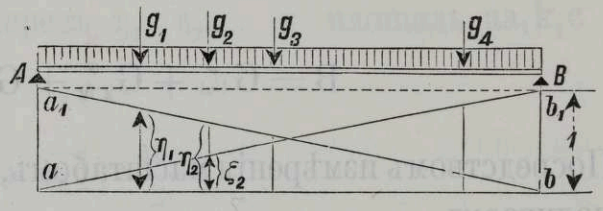
$$\eta = \frac{l - \xi}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (131)$$

Изъ этого уравненія получаемъ

для $\xi = 0$ $\quad \eta = 1$

и для $\xi = l$ $\quad \eta = 0$

Инфлюентная линія реакціи A есть, слѣдовательно, прямая линія, которой ордината на направленіи этой реакціи, т. е. а $a_1 = 1$ (Чер. 119) а на линіи правой реакціи — равна нулю.



Чер. 119.

Такимъ же образомъ получаемъ, такъ какъ реакція правой опоры $= \frac{\xi}{l}$, что *инфлюентная линія реакціи правой опоры есть прямая ab_1. отсѣ-*

---

[1]) Проведемъ черезъ k_1 горизонталь $k_1 f$ до пересѣченія съ вертикалью точки n_1 въ f. то $\overline{n_1 f} = g.e$

$\Delta\, n_1 tc \sim \Delta n_1 f k_1 \qquad \frac{tc}{n_1 t} = \frac{n_1 f}{f k_1}$ или $\frac{\overline{tc}}{\xi} = \frac{g.e}{e} \qquad \overline{tc} = \overline{g\xi}$

Если m—точка, въ которой вертикаль точки s встрѣчаетъ $n_1 t$, то

$\frac{ms}{2_1 d} = \frac{mt}{2_1 t}$ и такъ какъ $\overline{2_1 d} = \overline{tc} = g.\xi \qquad \frac{\overline{ms}}{g.\xi} = \frac{^1/_2 \xi}{\lambda} \qquad \overline{ms} = \frac{g\xi^2}{2\lambda}$

$\overline{2_1 2^1} = \overline{2_1 2_0} - \overline{2_1 2^1} = \overline{A_1 a} - \overline{ms} = A - \frac{g\xi^2}{2\lambda}$

кающая на вертикаль этой опоры отрѣзокъ $bb_1 = 1$, и встрѣчающая ось абсциссъ на вертикаль лѣвой опоры.

Примѣръ.—На балку AB (чер. 119) которой длина $l = 10$ mtr, дѣйствуютъ сосредоточенные грузы

$$G_1 = G_3 = 12t \qquad G_2 = 13t \qquad G_4 = 9t$$

и нагрузка $g = 0.12t$, распредѣленная равномѣрно по всей длинѣ. Опредѣлить помощію инфлюентныхъ линій реакціи опоръ A и B.

Строимъ инфлюентныя линіи реакцій A и B, для чего откладываемъ на принятой за ось абсциссъ горизонталѣ: $\overline{ab} = l = 10$ mtr, въ a и b возставляемъ къ ab перпендикуляры, дѣлаемъ $aa_1 = bb_1 = 1$, и соединаемъ a_1 съ b и b съ a_1; a_1b есть инфлюентная линія реакціи A и ab_1 — реакціи B.

Означимъ ординаты, соотвѣтствующія грузамъ G_1, G_2, G_3 и G_4 для линіи a_1b—черезъ η_1, η_2, η_3 и η_4, а для линіи b_1a—черезъ ζ_1, ζ_2, ζ_3 и ζ_4, и примемъ во вниманіе, что площадь $aa_1b = ab_1b = \frac{l}{2}$, получимъ по (85) и (87)

$$A = G_1\eta_1 + G_2\eta_2 + G_3\eta_3 + G_4\eta_4 + \frac{gl}{2}$$

$$B = G_1\zeta_1 + G_2\zeta_2 + G_3\zeta_3 + G_4\zeta_4 + \frac{gl}{2}$$

Посредствомъ измѣренія масштабомъ, котораго единица $= aa_1 = bb_1$ получаемъ

$$\eta_1 = 0{,}81 \qquad \eta_2 = 0{,}68 \qquad \eta_3 = 0{,}55 \qquad \eta_4 = 0{,}15$$
$$\zeta_1 = 0{,}19 \qquad \zeta_2 = 0{,}32 \qquad \zeta_3 = 0{,}45 \qquad \zeta_4 = 0{,}85$$

поэтому

$$A = 12.0{,}81 + 13.0{,}68 + 12.0{,}55 + 9.0{,}15 + 0{,}12.\frac{10}{2} = 27{,}11t$$

$$B = 12.0{,}19 + 13.0{,}32 + 12.0{,}45 + 9.0{,}85 + 0{,}12.\frac{10}{2} = 20{,}09t.$$

Примѣчаніе. Когда одна изъ реакцій, напр. A, опредѣлена то вторая B можетъ быть вычислена по уравненію

$$A + B = \Sigma G$$

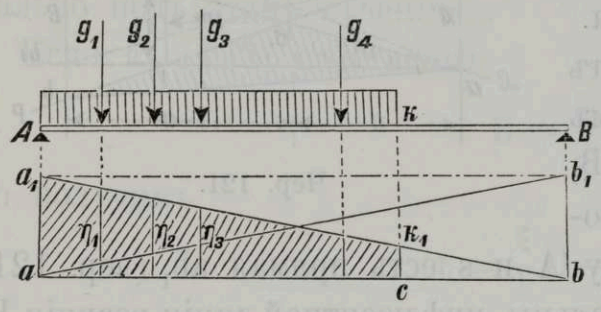
Для предыдущаго примѣра

$$\Sigma G = 12 + 13 + 12 + 9 + 0{,}12.10 = 47{,}2$$

и такъ какъ $A = 27{,}11$ то

$$B = 47{,}2 - 27{,}11 = 20{,}09$$

Примѣръ. (Чер. 120). На балку AB, которой длина $l = 15$, мтр. дѣйствуютъ сосредоточенные грузы $G_1 = G_3 = 12$ $G_2 = 13$ $G_4 = 9$, и равномѣрная нагрузка $g = 0{,}15$, распредѣленная равномѣрно на длинѣ $Ak = 10$ мтр.



Чер. 120.

Строимъ прямоугольникъ abb_1a_1, котораго основаніе $ab = l = 15$ м., а высота $aa_1 = bb_1 = 1$, и проводимъ въ немъ діагонали a_1b и b_1a, которыя представляютъ инфлюентныя линіи реакцій A и B.

Если означимъ ординаты прямой a_1b, соотвѣтствующія точкамъ приложенія грузовъ G_1, G_2... черезъ η_1, η_2...., и площадь aa_1k_1c черезъ f, гдѣ

$$f = (\overline{aa_1} + \overline{k_1c})\frac{\overline{ac}}{2}$$

то

$$A = G_1\eta_1 + G_2\eta_2 + G_3\eta_3 + G_4\eta_4 + g.f$$

Единица масштаба ординатъ, (которая вообще не равна единицѣ масштаба абсциссъ) $= aa_1$; измѣривъ этимъ масштабомъ ординаты η, получаемъ

$$A = 12.0{,}87 + 13.0{,}78 + 12.0{,}7 + 9.0{,}44 + 0{,}15\,(1 + 0{,}33)\,\frac{10}{2} = 33{,}94$$

Такъ какъ $\Sigma G = 12 + 13 + 12 + 9 + 0{,}15.10 = 48{,}25$

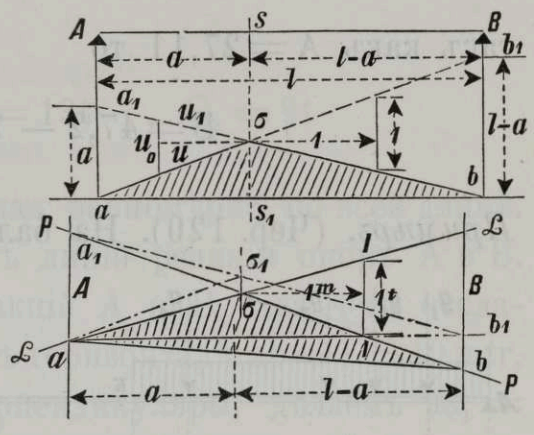
то

$$B = \Sigma G - A = 48{,}25 - 33{,}94 = 14{,}31$$

103. **Инфлюентная линія моментовъ.**—Когда грузъ = 1 находится слѣва сѣченія s, отстоящаго отъ лѣвой опорной точки A на разстояніи = a, то произведенный имъ въ s моментъ, т. е. ордината инфлюентной линіи для точки s (чер. 121)

$$\eta = B\,(l-a) \quad . \quad (132)$$

гдѣ B—реакція правой опоры.



Чер. 121.

При перемѣщеніи груза отъ A до s измѣняется въ этомъ уравненіи только величина B, изъ чего заключаемъ, что инфлюентная линія моментовъ между A и s есть прямая ab_1 (чер. 121) которой ординаты пропорціональны инфлюентной линіи реакціи B: Значеніе инфлюентной линіи имѣетъ только отрѣзокъ $a\sigma$ этой прямой, котораго конечнымъ точкамъ соотвѣтствуютъ абсциссы. x = o и x = a.

Когда грузъ находится справа сѣченія s, то моментъ въ s

$$\eta = A.a. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

т. е. инфлюентная линія моментовъ между s и B есть прямая a_1b, ординаты которой пропорціональны инфлюентной линіи реакціи A лѣвой опоры; значеніе инфлюентной линіи имѣетъ a_1b только въ предѣлахъ отъ x = a до x = l

Такимъ образомъ получаемъ что инфлюентная линія моментовъ состоитъ изъ двухъ прямыхъ, проходящихъ черезъ точки a и b, соотвѣтствующія опорнымъ точкамъ A и B; точка пересѣченія этихъ прямыхъ опредѣляется условіемъ равенства выраженій (132) и (133) т. е. для нея должно

$$A.a = B\,(l-a). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

Если абсциссу точки пересѣченія σ означимъ черезъ ξ_1, то такъ какъ въ случаѣ, когда грузъ = 1 проходитъ черезъ σ

$$A = \frac{l-\xi_1}{l} \text{ и } B = \frac{\xi_1}{l}$$

по (134) будетъ:

$$\frac{l-\xi_1}{l}\,a=\frac{\xi_1}{l}\,(l-a)$$

откуда

$$\xi_1=a \qquad \text{и } \overline{s_1\sigma}=\frac{a\,(l-a)}{l} \quad \ldots\ldots\ldots (135)$$

т. е. точка пересѣченія σ прямыхъ ab_1 и a_1b, опредѣляющихъ инфлюентную линію моментовъ для сѣченія s, находится вертикально подъ этимъ сѣченіемъ.

Если въ (132) подставимъ

$$B=\frac{\xi}{l}$$

то получимъ

$$\eta_1=\frac{\xi}{l}\,(l-a)$$

Изъ послѣдняго уравненія имѣемъ:

$$\text{для } \xi=0 \qquad \eta_1=0$$
$$\text{и для } \xi=l \qquad \eta_1=l-a$$

изъ чего слѣдуетъ, что численно

$$\overline{bb_1}=\overline{s_1b}=(l-a)$$

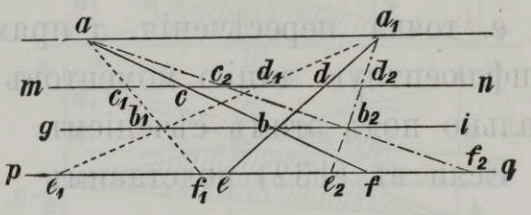
т. е. *высота треугольника $bb_1\sigma$ = его основанію bb_1*, а потому всякій вертикальный отрѣзокъ uu_1 между прямыми ab_1 и a_1b = его разстоянію σu_0 отъ вершины σ. *Инфлюентныя линіи моментовъ опредѣляются, поэтому, двумя пересѣкающимися прямыми, проведенными такимъ образомъ, что всякій отсѣченный ими вертикальный отрѣзокъ равняется разстоянію этого отрѣзка отъ ихъ точки пересѣченія.*

На основаніи этого правила можно произвольныя двѣ пересѣкающіяся прямыя LL и PP (чер. 121b) разсматривать какъ инфлюентную линію моментовъ, но для измѣренія ординатъ нужно построить масштабъ, котораго *единица=отрѣзку 1I вертикали, проведенной въ разстояніи = 1 отъ точки пересѣченія σ прямыхъ LL и PP.*

Чтобы получить инфлюентную линію для сѣченія s балки AB нужно на этихъ прямыхъ LL и PP опредѣлить точки a и b

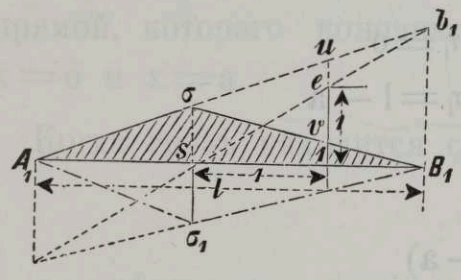
такъ, чтобы ихъ горизонтальныя разстоянія отъ σ были (соотвѣтственно) равны As и sB, и—соединить a съ b. Для этого положимъ ось AB балки точкой s на точку σ и спроектируемъ ея точку A на LL, и точку B на PP (или на оборотъ).

Если желательно чтобы ось абсциссъ была горизонтальна, то проводимъ черезъ точку a горизонталь ab_1, проектируемъ на нее точку b въ b_1, и соединяемъ b_1 съ точкой a_1, въ которой продолженіе прямой bσ встрѣчаетъ вертикаль точки a, прямой ba_1, пересѣкающей вертикаль точки σ въ σ_1; затѣмъ соединяемъ σ_1 съ a и получаемъ инфлюентную линію $a\sigma_1 b_1$. *)



Чер. 122.

Построеніе въ этомъ случаѣ можетъ быть исполнено также слѣдующимъ образомъ (чер. 123). Если $A_1B_1 = l$ и $A_1s = a$, гдѣ a — разстояніе точки, для которой инфлюентная линія должна быть построена, отъ лѣвой опорной точки A, то откладываемъ отъ s



Чер. 123.

$$\overline{s_1} = 1 \text{ (единицѣ длины)}$$

(безразлично въ какую сторону, напр. вправо), и на возставленномъ въ 1 перпендикулярѣ

$$\overline{1e} = \text{единицѣ груза.}$$

Соединяемъ e съ s, продолжаемъ es до пересѣченія съ опорной вертикалью (которой-нибудь, напр. съ B_1b_1) въ b_1, проводимъ b_1A_1, и точку σ, въ которой b_1A_1 встрѣчаетъ возставленный въ s перпендикуляръ, соединяемъ съ B_1. $A_1\sigma B_1$ есть инфлюентная линія точки s, и изъ построенія слѣдуетъ непосредственно $\overline{uv} = \overline{1e} = 1$.

*) Это построеніе основано на слѣдующемъ свойствѣ: Если двѣ прямыя a_1b и ab (чер. 122) движутся такимъ образомъ, что вращаются около постоянныхъ точекъ a и a_1, а ихъ точка пересѣченія b скользитъ по прямой gi, параллельной aa_1, то онѣ отсѣкаютъ на всякой прямой параллельной aa_1 одинаковые отрѣзки. Такъ если $mn \parallel aa_1 \parallel pq$ то $cd = c_1d_1 = c_2d_2$, $ef = e_1f_1 = e_2f_2$.

Такъ какъ инфлюентная линія моментовъ для всякаго сѣченія представляетъ треугольникъ, котораго основаніе ab (или его горизонтальная проекція) = длинѣ l балки, а вершина σ находится на вертикалѣ соотвѣтственной точки s, то для построенія ея нужно опредѣлять только вертикальную высоту $\overline{s\sigma}$ этого треугольника. При рѣшеніи практическихъ задачъ, когда бываетъ нужно строить инфлюентныя линіи для большого числа сѣченій, оказывается удобнымъ слѣдующее построеніе: Если высоту σs инфлюентной линіи означимъ черезъ h, то по (135)

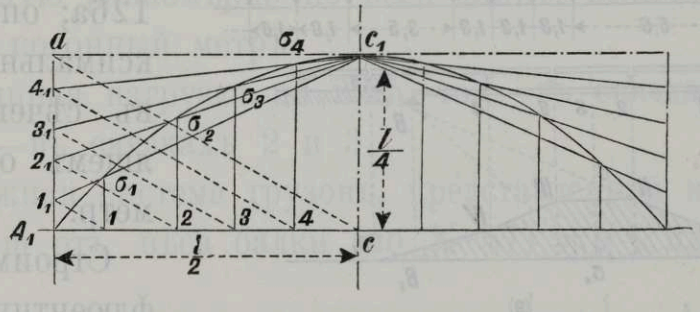
$$h = \frac{a(l-a)}{l}$$

Это уравненіе показываетъ, что при перемѣнномъ a, h представляетъ ординаты параболы, для полученія которыхъ откладываемъ (чер. 124)

$A_1c = \frac{l}{2}$ и $\overline{cc_1} = \frac{l}{4}$ (потому что для $a = \frac{l}{2}$ $h = \frac{l}{4}$). Величину cc_1 нужно взять по масштабу грузовъ; такъ напр. если $l = 16$ mtr и примемъ для ординатъ 2,5 cm = 1 тонн., то

$$\overline{cc_1} = \frac{16}{4} \cdot 2{,}5 = 10 \text{ cm}.$$

На A_1c и cc_1 строимъ прямоугольникъ A_1cc_1a, дѣлимъ A_1a въ



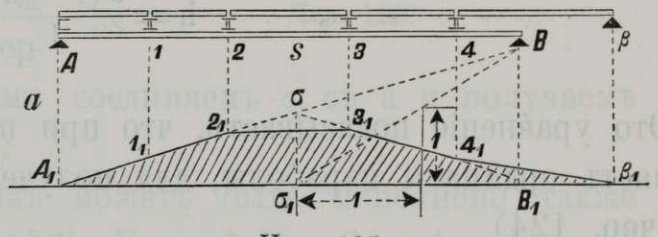
Че. 124.

томъ же отношеніи, въ какомъ раздѣлена длина A_1c точками 1, 2, 3..., *) для которыхъ требуется построить инфлюентныя

*) Если длина A_1c этими точками раздѣлена на m равныхъ частей, то дѣлимъ и A_1a на m равныхъ частей.

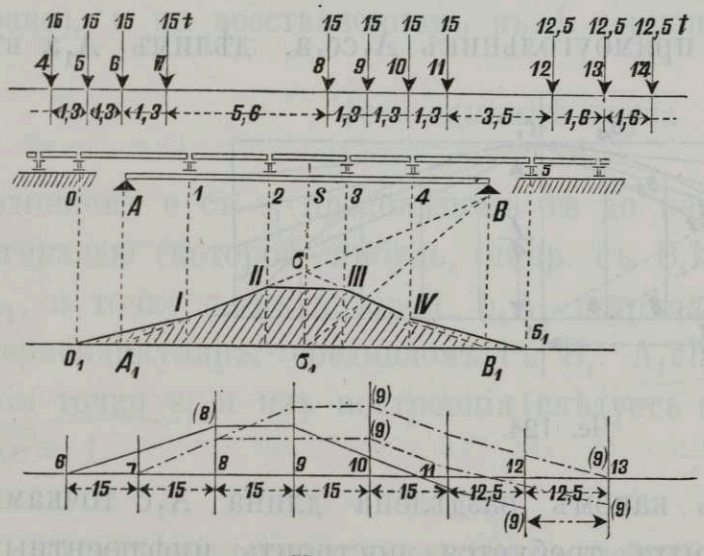
линіи, для чего соединяемъ a съ c, и черезъ 1, 2, 3... проводимъ параллели ac до пересѣченія съ A_1a въ точкахъ 1_1, 2_1, 3_1... которыя соединяемъ съ c_1, получаемъ въ пересѣченіи 1_1c_1, 2_1c_1, 3_1c_1... съ перпендикулярами $1\sigma_1$, $2\sigma_2$, $3\sigma_3$... лежащія на параболѣ точки σ_1, σ_2, σ_3... Инфлюентная линія какой-нибудь точки напр. точки 3 получится, если соединимъ σ_3 съ A_1 и B_1.

104. **При передаточной нагрузкѣ** нужно на построенную по предыдущему инфлюентную линію спроектировать связки, и соединить полученныя точки прямыми линіями. Чтобы, поэтому получить инфлюентную линію сѣченія s балки AB (чер. 125), которой дѣйствіе нагрузки можетъ передаваться только связками A, 1, 2, 3..., строимъ сначала для s инфлюентную линію $A_1\sigma B_1$ безъ вниманія на связки, затѣмъ (по № 90) проектируемъ на нее связки, и полученныя точки A_1, 1_1, 2_1, 3_1... соединяемъ по очереди прямыми линіями; инфлюентная линія будетъ имѣть видъ многоугольника $A_12_13_14_13_1$.



Чер. 125.

Примѣръ. По балкѣ AB (чер. 126) которой расчетная длина (разстояніе между опорными точками) = 12 mtr., движется система грузовъ, представленная на чер. 126a; опредѣлить максимальный моментъ въ сѣченіи s, отстоящемъ отъ A на 6 метр.



Чер. 126.

Строимъ для s инфлюентную линію $A_1\sigma B_1$; устанавливаемъ нагрузку такимъ образомъ, чтобы грузъ 8 проходилъ черезъ вершину σ, потому что при этомъ положеніи тяжелымъ грузамъ соотвѣтствуютъ большія ординаты инфлюентной линіи. Но чтобы

узнать будетъ-ли это положеніе наиболѣе невыгоднымъ, представляемъ себѣ грузъ 8 сначала безконечно близко слѣва вершины σ, и строимъ (по № 95) величину ΔN, а затѣмъ опредѣляемъ туже величину при предположеніи, что тотъ же грузъ 8 находится безконечно близко справа σ. Такъ какъ для обоихъ этихъ положеній получился отрицательный отрѣзокъ, то передвигаемъ систему грузовъ влѣво до тѣхъ поръ, пока слѣдующій тяжелый грузъ 9 не ляжетъ на ординатѣ вершины σ. Повторивъ для этого послѣдняго тоже дѣйствіе, что для груза 8, получаемъ при положеніи груза 9 слѣва σ — положительный, а при положеніи его справа σ — отрицательный отрѣзокъ, максимальный моментъ въ s произойдетъ, поэтому, тогда, когда нагрузка имѣетъ такое положеніе, что черезъ вершину σ проходитъ грузъ 9. Для этого послѣдняго положенія получаемъ помощію чертежа (по № 85)

$$\max M = 15\,(0{,}15 + 2{,}4 + 2{,}9 + 2{,}15 + 1{,}4) = 135 \text{ тонн. мтр.}$$

Примѣръ. Опредѣлить максимальный моментъ въ томъ же сѣченіи s балки AB, если въ точкахъ 1, 2, 3 и 4 устроены поперечины, на которыхъ лежатъ продольныя балочки; крайнія балочки $\overline{01}$ и $\overline{45}$ расположены однимъ концомъ на крайнихъ поперечныхъ балочкахъ, а другимъ на опорахъ 0 и 5, находящихся внѣ балки AB.

На балку дѣйствуютъ:

1) ея собственный вѣсъ, представляющій непрерывную нагрузку распредѣленную равномѣрно по всей длинѣ, величиной $g = 0{,}18$ тоннъ на 1 погонный метръ.

2) Постоянная нагрузка по 2,25 тон. въ связкахъ 1 и 4, и по 1,5 тон.—въ связкахъ 2 и 3.

3) Подвижная система грузовъ, представленная на чер. 126а.

Моментъ m отъ вѣса балки (по № 87) $= g \times$ площадь $A_1\sigma B_1$. Такъ какъ

$$A_1B_1 = 12^{mtr} \qquad \overline{\sigma\sigma_1} = 2{,}9 \text{ тон., то}$$

$$m_1 = 0{,}18 . \frac{12 . 2{,}29}{2} = 3{,}132 \text{ тон. мтр.}$$

Для полученія инфлюентной линіи, соотвѣтствующей передаточной нагрузкѣ, проектируемъ связки 0 и 5 на A_1B_1, а связки

1, 2, 3, 4—на линію $A_1 B_1$, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Помощію инфлюентной линіи 0_1 I II III IV 5_1 получаемъ:

моментъ отъ дѣйствующихъ въ связкахъ грузовъ

$m_2 = 2{,}25 . 1{,}7 + 1{,}5(2{,}5 + 2{,}33) + 2{,}25 . 1{,}2 = 13{,}89$ тон. мтр.

Система грузовъ чер. 126а движется по верхнимъ балочкамъ, поэтому передается балкѣ AB тоже только въ связкахъ, ея дѣйствіе получается, слѣдовательно, помощію инфлюентной линіи 0_1 I II III IV 5_1. Такимъ же образомъ какъ въ предыдущемъ примѣрѣ получено, что максимальный моментъ произойдетъ въ s при томъ положеніи нагрузки, при которомъ грузъ 9 проходитъ черезъ вершину II. Для этого положенія инфлюентная линія даетъ:

$$m_3 = 15\,(0{,}13 + 1{,}99 + 2{,}5 + 2{,}4 + 2{,}0) = 135 \text{ тон. мтр.}$$

Максимальный моментъ $= m_1 + m_2 + m_3$, т. е.

$$\max M = 3{,}132 + 13{,}89 + 135{,}0 = 152 \text{ тон. мтр.}$$

Минимальный моментъ

$$\min M = m_1 + m_2 = 17 \text{ тон. мтр.}$$

105. **Задача.**— *Опредѣлить единичный грузъ q такой равномѣрной нагрузки, которая для даннаго сѣченія* s *даетъ той же величины максимальный моментъ, что и система сосредоточенныхъ грузовъ.*

Если означимъ черезъ

G_1, G_2 . . . грузы, находящіеся слѣва сѣченія s.

c_1, c_2. . . ихъ разстоянія отъ лѣвой опорной точки A,

G_1', G_2' . грузы, дѣйствующіе справа s,

p_1, p_2. . . ихъ разстоянія отъ правой опорной точки B,

a—разстояніе сѣченія s отъ A,

то всякій лѣвый грузъ производитъ въ s моментъ

$$\frac{G . c(l - a)}{l}$$

а всякій, правый грузъ, моментъ

$$\frac{G' p a}{}$$

поэтому моментъ въ s отъ всѣхъ на балкѣ лежащихъ грузовъ будетъ

$$M_s = \sum_0^a \frac{Gc(l-a)}{l} + \sum_a^l \frac{G'pa}{l} = \frac{l-a}{l}\sum_0^l Gc + \frac{a}{l}\sum_a G'p$$

Полная нагрузка q даетъ въ s моментъ

$$M_q = \frac{qa(l-a)}{2}$$

Если M_s—максимальный моментъ то по условію должно

$$\frac{qa(l-a)}{2} = \frac{l-a}{l}\sum_0^a Gc + \frac{a}{l}\sum_a^l G'p$$

откуда, поставивъ $l-a=b$

$$q = \frac{2}{t}\left[\frac{1}{a}\sum_0^a Gc + \frac{1}{b}\sum_a^l G'p\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

Здѣсь ΣGc означаетъ сумму моментовъ лѣвыхъ силъ по отношенію къ лѣвой опорной точкѣ A, и ΣGp—сумму моментовъ правыхъ силъ взятыхъ по отношенію къ правой опорной точкѣ B.

Когда наиболѣе невыгодное положеніе нагрузки опредѣлено, и означимъ при этомъ положеній соотвѣтствующія грузамъ ординаты инфлюентной линіи черезъ y, то максимальный моментъ

$$M_s = \Sigma Gy$$

Если площадь этой линіи означимъ черезъ F, то величина q можетъ быть получена также изъ уравненія

$$q.F = \Sigma Gy$$

т. е.

$$q = \frac{\Sigma Gy}{F} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136a)$$

Равномѣрная нагрузка q, производящая такое жъ максимальное дѣйствіе какъ и система сосредоточенныхъ грузовъ G, называется *равнозначущей или эквивалентной нагрузкой*. Изъ уравненія 136 видно, что *для моментовъ равнозначащая нагрузка зависитъ не только отъ разстоянія a, но также отъ длины балки*, т. е. отъ пролета l, которому она обратно пропорціональ-

на; *чѣмъ больше пролетъ, тѣмъ меньше для одной и той же системы грузовъ будетъ равнозначущая нагрузка.*

По № 95 максимальный моментъ въ данномъ сѣченіи s можетъ произойти только тогда, когда одинъ изъ грузовъ находится на самомъ сѣченіи. Означимъ черезъ α—разстоянія лѣвыхъ грузовъ, и черезъ β—разстоянія правыхъ, отъ лежащаго на s груза, то

$$c = a - \alpha \quad \text{и} \quad p = b - \beta$$

Подставивъ эти значенія въ (136) будемъ имѣть

$$q = \frac{2}{l}\left[\frac{1}{a}\sum_{o}^{a} G(a-\alpha) + \frac{1}{b}\sum_{a}^{l} G'(b-\beta)\right]$$

$$q = \frac{2}{l}\left[\sum_{o}^{l} G - \frac{\sum_{o}^{a} G\alpha}{a} - \frac{\sum_{a}^{l} G'\beta}{b}\right]$$

$\sum_{0}^{l} G$ означаетъ сумму всѣхъ на балкѣ лежащихъ грузовъ.

Для практическаго употребленія послѣдняя формула немного удобнѣе формулы (136), такъ какъ величины α и β, зависящія только отъ разстояній грузовъ между собою, могутъ быть вычислены независимо отъ разстоянія a.

При расчетѣ помощію инфлюентныхъ линій опредѣленіе максимальныхъ моментовъ для разныхъ сѣченій не представляетъ никакихъ затрудненій, но при употребленіи аналитическихъ формулъ равнозначущая нагрузка значительно упрощаетъ вычисленія. Слѣдуетъ однако замѣтить, что замѣна сосредоточенныхъ грузовъ приблизительной равнозначущей равномѣрной можетъ быть допускаема безъ особой неточности лишь при большихъ пролетахъ, когда мертвый грузъ, представляющій болѣе или менѣе точно равномѣрную нагрузку, имѣетъ на напряженія преобладающее вліяніе, балки же малыхъ пролетовъ, и особенно въ случаѣ, когда подвижная нагрузка сравнительно съ постоянной значительна, должны быть расчитываемы на дѣйствительно по нимъ движущіеся сосредоточенные грузы.

106. Инфлюентныя линіи поперечныхъ силъ или усилій.

Когда грузъ = 1 находится слѣва сѣченія s, (чер. 127) то на лѣвую часть As балки дѣйствуютъ силы A и 1, поэтому усиліе въ s, т. е. ордината инфлюентной линіи, соотвѣтствующая точкѣ приложенія груза 1

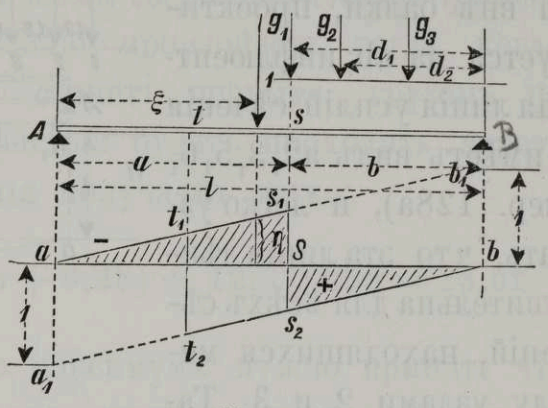
$$\eta = A - 1$$

и такъ какъ

$$A + B = 1$$

то

$$\eta = -B$$



Чер. 127.

Это уравненіе дѣйствительно только въ предѣлахъ отъ $\xi = 0$ до $\xi = a$, т. е. инфлюентная линія усилій T для лѣвой части As балки есть отрицательно взятая инфлюентная линія реакціи B.

Когда грузъ находится справа s, то слѣва s дѣйствуетъ только одна сила A, поэтому усиліе

$$\eta = A$$

т. е. инфлюентная линія реакціи A есть вмѣстѣ инфлюентной линіей усилій для правой части sB балки.

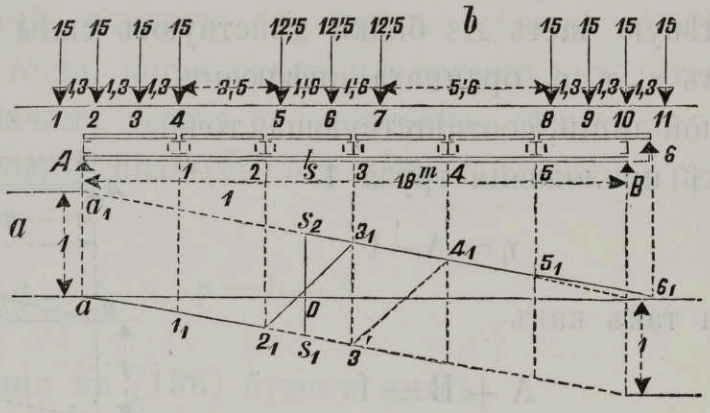
Чтобы, поэтому, построить линію вліянія усилій T, проводимъ черезъ опорныя точки a и b (чер. 127) параллельныя между собою прямыя ab_1 и a_1b такъ, чтобы онѣ отсѣкали на опорныхъ вертикаляхъ ординаты $aa_1 = bb_1 = 1$. Если требуется инфлюентная линія для сѣченія s, то проводимъ черезъ s вертикаль, встрѣчающую эти прямыя въ точкахъ s_1 и s_2; многоугольникъ as_1s_2b будетъ искомая линія при оси абсциссъ ab.

Если бы требовалась линія вліянія для другого сѣченія t, то было бы нужно только провести черезъ t вертикаль до пересѣченія съ тѣми же прямыми ab_1 и a_1b въ t_1 и t_2.

При передаточномъ дѣйствіи нагрузки строимъ сначала для даннаго сѣченія инфлюентную линію безъ вниманія на связки затѣмъ проектируемъ на нее связки, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Если напр. балка BA имѣетъ связки 1, 2, 3... (чер. 128), то для построенія инфлюентной линіи усилій сѣченія s, строимъ по предыдущему линію as_1s_2b, проек-

тируемъ на нее связки 1, 2, 3... и точки 1_1, 2_1, 3_1... соединяемъ прямыми линіями.

Связка 6, находящаяся внѣ балки, проектируется на ab; инфлюентная линія усилій сѣченія s имѣетъ видъ $a2_1 3_1 5_1 6_1$ (чер. 128a), и легко узнать, что эта линія дѣйствительна для всѣхъ сѣченій, находящихся между узлами 2 и 3. Такимъ же образомъ получимъ что инфлюентная линія усилій всякаго сѣченія, находящагося между связками 3 и 4, будетъ многоугольникъ $a3'4_1 5_1 6_1$.



Чер. 128.

Въ слѣдующемъ будемъ обозначать равномѣрную нагрузку, отнесенную къ единицѣ длины: *постоянную* — черезъ g, а *перемѣнную* (подвижную)--черезъ p.

Примѣръ. На балку AB (чер. 128) которой длина $l = 18$ m, дѣйствуетъ постоянная нагрузка $g = 1{,}2$t и перемѣнная $p = 4{,}8$; кромѣ того по ней перемѣщается система грузовъ (желѣзнодорожный поѣздъ) изображеннаго на чер. 128b состава.

Дѣйствіе нагрузки передается балкѣ въ связкахъ A, 1, 2, 3, 4, 5, 6, причемъ связка 6 находится внѣ балки AB. Опредѣлить максимальныя усилія для сѣченій между связками 2 и 3.

Инфлюентная линія усилій для этихъ сѣченій имѣетъ видъ $a 2_1 3_1 5_1 6_1$ (чер. 128a).

1) *Усиліе T_0 отъ постоянной нагрузки.* Если означимъ площадь $a2_1 0$ черезъ Δ_1, и площадь $03_1 5_1 6_1$ — черезъ Δ_2, то

$$T_0 = g(-\Delta_1 + \Delta_2)$$

Размѣры фигуръ Δ_1 и Δ_2 измѣрены на чер. 128a по масштабу, и получено:

$$\Delta_1 = 1{,}188 \qquad \Delta_2 = 2{,}714, \text{ поэтому}$$
$$T_0 = 1{,}2\,(-1{,}188 + 2{,}714) = +\,1{,}83\text{t}.$$

2) *Предѣльныя усилія отъ равномѣрной нагрузки p.*

$$mx\,(+T) = 4{,}8.2{,}714 = 13{,}027t.$$
$$mx\,(-T) = 4{,}8.1{,}188 = -5{,}70t.$$

3) *Предѣльныя усилія отъ системы сосредоточенныхъ грузовъ.* Максимальное положительное усиліе произойдетъ тогда, когда поѣздъ, двигаясь справа влѣво, станетъ первымъ грузомъ на связкѣ 3 (такъ что его линія дѣйствія будетъ проходить черезъ вершину 3_1), Для этого положенія получаемъ легко:

$$mx\,T_1 = 15\,(0{,}50 + 0{,}42 + 0{,}35 + 0{,}28) + 12{,}5.0{,}025 = 23{,}5t.$$

Для полученія отрицательнаго максимума нужно принять что поѣздъ при движеніи слѣва вправо сталъ первымъ грузомъ на связку 2, и тогда

$$mx\,(-T_1) = -15\,(0{,}33 + 0{,}27 + 0{,}195 + 0{,}12) = -13{,}73t.$$

4) *Абсолютные максимумъ и минимумъ.* Абсолютно максимальное усиліе между связками 2 и 3

$$T_{mx} = T_0 + {}_{mx}T + {}_{mx}T_1 = 1{,}83 + 13{,}027 + 23{,}56 = 38{,}42t.$$

Минимальное усиліе (отрицательное максимумъ)

$$T_{min} = 1{,}83 - 5{,}70 - 13{,}73 = -17{,}62t.$$

Отношеніе

$$\omega = \frac{T_{min}}{T_{mx}} = -\frac{17{,}62}{38{,}42} = -0{,}46,$$

107. **Задача.**— *Опредѣлить равномѣрную нагрузку, производящую въ сѣченіи s простой балки такое же максимальное усиліе T, какое производитъ въ немъ желѣзнодорожный поѣздъ, или вообще, система сосредоточенныхъ грузовъ.*

Максимальное положительное усиліе произойдетъ въ s тогда, когда система грузовъ, перемѣщаясь справа влѣво, остановится первымъ грузомъ G_1 безконечно близко справа s (чер. 127). Такъ какъ при этомъ положеніи реакція

$$A = \frac{1}{l}\Sigma Gd$$

то

$$\max T = \frac{1}{l} \Sigma G d$$

Равномѣрная нагрузка q, занимающая часть sB балки (которой величина слѣдовательно, равна q.b) производитъ въ s усиліе

$$T = \frac{qb^2}{2l}$$

По условію задачи должно

$$\frac{1}{l} \Sigma G d = \frac{qb^2}{2l}$$

откуда

$$q = \frac{2}{b^2} \Sigma G d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138)$$

Въ этомъ уравненіи $d \leqq b$; ΣGd зависитъ только отъ b, и не зависитъ отъ l, изъ чего слѣдуетъ что *равномѣрная нагрузка, эквивалентная по величинѣ максимальныхъ усилій системѣ сосредоточенныхъ грузовъ, не зависитъ отъ пролета l балки, а только отъ разстоянія сѣченія отъ опоры; для одной и той же величины этого разстоянія она одинакова для всѣхъ пролетовъ.*

Это правило значительно упрощаетъ опредѣленіе равнозначущихъ нагрузокъ для усилій. Для этого достаточно взять балку довольно значительной длины (около 140 мтр.), расположить на ней данную систему грузовъ, и для разныхъ значеній величины b вычислить соотвѣтствующія имъ суммы ΣGd, которыя посредствомъ умноженія на $\frac{2}{b^2}$ дадутъ величины q. Полученныя такимъ образомъ *равнозначущія нагрузки q дѣйствительны для всѣхъ пролетовъ.*

Максимальное отрицательное усиліе въ s получится при нагруженіи лѣвой части As, и соотвѣтствующая ему равнозначущая нагрузка

$$q_1 = \frac{2}{a^2} \Sigma G d_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (139)$$

гдѣ d_1—разстоянія грузовъ G отъ лѣвой опорной точки.

109.—**Примѣръ.**—Опредѣлить максимальныя усилія и максимальные моменты мостовой балки, раздѣленной связками, въ которыхъ устроены поперечины, на 4 равныя части. По полотну, поддерживаемому поперечинами, движется изображенная на чер. 129 система сосредоточенныхъ грузовъ. Пролетъ балки $l = 8$ мтр.; вѣсъ 1-го пог. мтр. ея $= 0{,}2$ t. Давленіе отъ постоянной нагрузки, передаваемое поперечинами въ каждой связкѣ (за исключеніемъ крайнихъ A и B) $= 0{,}8$ тонн.

Усилія отъ собственнаго вѣса балки. Опорныя реакціи $A = B = \frac{gl}{2} = \frac{0{,}2 \times 8}{2} = 0{,}8$ m. Вѣсъ одной панели $= 0{,}2 \times 2 = 0{,}4$ m.

Если отложимъ (чер. 129b) $A^1A_1 = B'B_1 = 0{,}8$ и проведемъ прямую A_1B_1, то получимъ усилія T_0

въ точкахъ:	A	1	2	3	B
$T_0 =$	0,8	0,4	0	—0,4	—0,8

Усилія отъ постоянной нагрузки поперечинъ: Давленія, производимыя поперечинами въ связкахъ A и B, уничтожаются сопротивленіями опоръ, они, поэтому, не имѣютъ никакого вліянія на усилія балки. Давленія, дѣйствующія въ связкахъ 1, 2 и 3 производятъ реакціи $A = B = \frac{3.0{,}8}{2} = 1{,}2$ m.

слѣдовательно

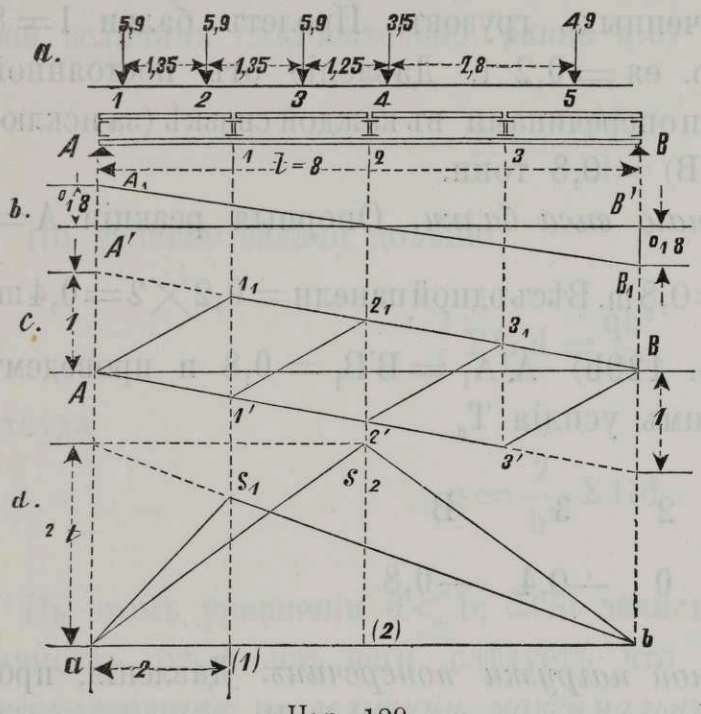
для панелей:	$\overline{A1}$	$\overline{12}$	$\overline{23}$	$\overline{3B}$
усиліе $T_1 =$	1,2	0,4	—0,4	—1,2 m.

Максимальныя усилія отъ подвижной нагрузки.—Для всѣхъ точекъ между двумя смежными связками инфлюентная линія усилій постоянна. Для панели A1 эта линія имѣетъ видъ треугольника $A1_1B$ (чер. 129c).

Если положимъ грузъ G_1 безконечно близко слѣва связки 1, то на балкѣ будутъ находиться грузы G_1, G_2, G_3 и G_4. Помощію построенія, уясненнаго въ № 96 узнаемъ, что для наиболѣе невыгоднаго положенія нужно на связку 1 положить грузъ G_1; опредѣливъ положенія другихъ грузовъ и измѣривъ соотвѣтствующія имъ ординаты получимъ для панели $\overline{A1}$

$$T = 5{,}9\,(0{,}75 + 0{,}58 + 0{,}40) + 3{,}5.0{,}25 = 11{,}2\ \overline{t}.$$

Если на 1 положимъ грузъ G_2 то на балкѣ будутъ находиться всѣ 5 грузовъ; для этой нагрузки находимъ по (№ 95) что на 1 долженъ лежать грузъ G_2; и помощію инфлюентной линіи для этого случая получаемъ



Чер. 129.

$$T = 11{,}21\ \overline{t}.$$

т. е. немного больше чѣмъ въ первомъ случаѣ.

Для другихъ панелей $\overline{12}$, $\overline{23}$ и $\overline{3B}$ наиболѣе невыгодное положеніе будетъ то, при которомъ первый грузъ G_1 лежитъ (соотвѣтственно) на связкѣ 2, 3, B.

Моменты.—Моменты отъ непрерывной равномѣрной нагрузки и отъ грузовъ дѣйствующихъ въ связкахъ, получаются по формулѣ:

$$M_0 = \frac{gx(l - x)}{2}$$

Для $g = 0{,}2$ и

$x = 2$	4	6	мтр.
$M_0 = 1{,}2$	1,6	1,2	т. м.
$M_1 = 4{,}8$	6,4	4,8	т. м.

(M_1 —моменты отъ силъ связокъ).

Для опредѣленія максимальныхъ моментовъ отъ подвижной нагрузки строимъ для связокъ 1 и 2 инфлюентныя линіи as_1b и as_2b (чер. 129d).

Чтобы получить эти линіи съ бо́льшей точностью, опредѣляемъ ихъ высоты $(1)s_1$ и $(2)s_2$ по формулѣ:

$$\frac{a(l - a)}{l}$$

такъ какъ эта высота = моменту произведенному въ соотвѣтственной связкѣ лежащимъ на ней грузомъ = 1). Для связки 1 (a = 2) высота $\overline{(1)s_1} = 1{,}5$, а для связки 2 $(2)s_2 = 2{,}0$.

Максимальный моментъ въ связкѣ 1: Такимъ же образомъ какъ прежде узнаемъ, что для наиболѣе невыгоднаго положенія долженъ на 1 лежать грузъ G_1 или G_2. Въ первомъ случаѣ получаемъ, измѣривъ соотвѣтственныя ординаты инфлюентной линіи,

$$M_1 = 5{,}9\ (1{,}5 + 1{,}18 + 0{,}83) + 3{,}5\ .\ 0{,}5 = 22{,}459 \text{ тон. мтр.}$$

а во второмъ

$$M_1 = 5{,}9\ (0{,}49 + 1{,}15 + 1{,}18) + 3{,}5.0{,}86 + 4{,}9.0{,}16 = 22{,}497 \text{ т. м.}$$

Въ обоихъ случаяхъ моменты почти одинаковы.

Въ связкѣ 2 максимумъ даетъ грузъ G_2 или G_3. При положеніи на связкѣ 2 груза G_2 моментъ въ 2

$$M_2 = 29{,}83$$

а при положеніи на ней груза G_2:

$$M_2 = 28{,}33$$

максимумъ получается, поэтому, при первомъ положеніи.

Результаты этихъ вычисленій, а также полные максимальные усилія и моменты, произведенные всей нагрузкой, приведены въ слѣдующей таблицѣ:

Панель.	УСИЛІЕ			Полное максимальное усиліе $T = T_0 + T_1 + T_m$		Связка.	МОМЕНТЪ			Максимальный моментъ. $M_0 + M_1 + M_m$.
	Отъ вѣса балки. T_0.	Отъ поперечинъ T_1	Отъ подвижн. нагрузки T_m	положит.	отрицат.		Отъ вѣса балки M_0	Отъ поперечинъ M_1	Отъ подвижн. нагрузки M_m	
A1	0,8	1,2	11,2	13,2	+1,6	1	1,2	4,8	22,49	28,49
$\overline{12}$	0,4	0,4	6,09	6,89	—1,48	2	1,6	6,4	29,83	37,83
$\overline{23}$	0,0	—0,4	1,88	1,48	—6,89	3	1,2	4,8	22,49	28,49
3B	—0,4	—1,2	0	—1,6	—13,2	Тонны-метры.				
	Тонны.									

Прогибъ простой балки. Упругая линія.

110. Величина прогиба въ данной точкѣ m балки, произведеннаго какой-бы то ни было нагрузкой, можетъ быть опредѣлена однимъ изъ слѣдующихъ способовъ:

1) Представляемъ себѣ балку нагруженной непрерывной нагрузкой, выраженной линіей, которой ординаты $= \frac{M}{E.J} + \frac{\alpha \Delta t}{h}$, и находимъ моментъ, произведенный этой нагрузкой въ точкѣ m (№ 82).

2) Опредѣляемъ y_m по уравн. (94) (замѣнивъ букву z_m на y_m) въ которомъ ставимъ $N = n = o$, такъ что

$$y_m = \int \frac{M m_m}{EJ} dx + \int \frac{\alpha \Delta t}{h} m_m dx$$

M означаетъ моменты, произведенные въ сѣченіяхъ балки данной нагрузкой, а m_m — силой $= 1$, приложенной къ точкѣ m по направленію искомаго перемѣщенія; для прогиба это направленіе вертикально.

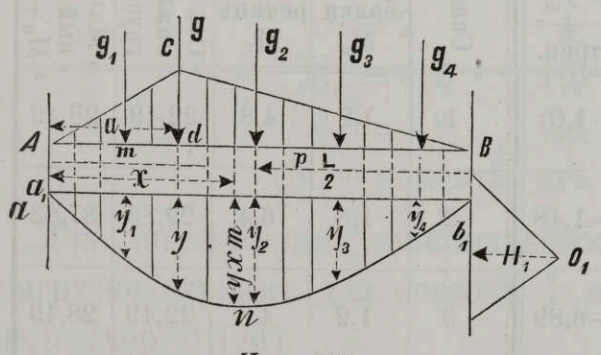
1) *Сѣченіе балки постоянно, и измѣненіе* Δt *температуры* $= o$.

а) На балку дѣйствуетъ одинъ только грузъ G *въ разстояніи* $=$ $= a$ *отъ лѣвой опорной точки* A.

Такъ какъ EJ въ этомъ случаѣ величина постоянная, то при употребленіи перваго способа можно принять за линію нагрузки линію моментовъ M, произведенныхъ грузомъ G.

Эта линія имѣетъ видъ треугольника ACB (чер. 130) котораго основаніе $=$ AB, а вершина C находится на направленіи груза; его высота Cd $=$ моменту въ точкѣ d, т. е.

$$cd = \frac{Ga(l-a)}{l}$$



Чер. 130.

Нагрузка ACB производитъ въ точкѣ m, находящейся слѣва груза G въ разстояніи $=$ x отъ A, моментъ, опредѣляемый выраженіемъ:

$$M = Ax + m_0$$

Величины A и m_0 опредѣляются легко по правилу моментовъ, и ихъ значенія приведены въ таблицѣ, данной въ № 97 (случай 7). Подставивъ эти значенія, получимъ

$$M = \frac{h}{6}(2l - a)x - \frac{h}{a}\frac{x^3}{6} = \frac{hx}{6a}\left[a(2l - a) - x^2\right] = EJy_m$$

или, такъ какъ

$$h = \frac{Ga(l - a)}{l} = \frac{Gab}{l}$$

$$y_m = \frac{G(l - a)x}{6EJl}\left[a(2l - a) - x^2\right] = \frac{Gbx}{6EJl}(l^2 - b^2 - x^2) \ldots (140)$$

Для точки p, находящейся справа точки приложенія d груза, нужно въ этомъ уравненіи замѣнить a на $l - a$ и x — на $l - x$, такъ что будетъ:

$$y_p = \frac{Ga(l - x)}{6EJl}\left[(l - a)(l + a) - (l - x)^2\right] = \frac{Ga(l - x)}{6EJl}\left[l^2 - a^2 - (l - x)^2\right]$$

$$y_p = \frac{Gax_1}{6EJl}(l^2 - a^2 - x_1^2) \ldots \ldots \ldots (141)$$

гдѣ $x_1 = l - x$.

Выраженія (140) и (141) суть уравненія упругой линіи, изъ которыхъ первое дѣйствительно на протяженіи Ad (отъ $x = 0$ до $x = a$), а второе на протяженіи dB (отъ $x = a$ до $x = l$).

$$\text{Для } x = a \quad y_p = y_m = \frac{Ga^2(l - a)^2}{3EJl} \ldots \ldots \ldots (142)$$

Касательныя къ упругой линіи опредѣляются уравненіемъ:

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{dy_m}{dx} = \frac{G(l - a)}{6EJl}[a(2l - a) - 3x^2] \ldots \ldots (143)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_p = \frac{dy_p}{dx} = \frac{Ga}{6EJl}[-(l^2 - a^2) + 3(l - x)^2] \ldots (143a)$$

Для $x = a$

$$\operatorname{tg}\alpha_p = \operatorname{tg}\alpha_m = \frac{Ga(l - a)(l - 2a)}{3EJl} \ldots \ldots \ldots (144)$$

Изъ этихъ уравненій слѣдуетъ что *упругая линія состоитъ изъ двухъ линій, имѣющихъ на линіи груза не только общую ординату, но и общую касательную.*

Прогибъ y_m достигаетъ максимума въ точкѣ, которой абсцисса x_1 получается изъ условія:

$$\frac{dy_m}{dx} = 0$$

и по (143)

$$x_1 = \sqrt{\frac{a(2l-a)}{3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (145)$$

Подставивъ это значеніе въ (140) получимъ

$$y_{mx} = \frac{G(l-a)}{6EJl}\sqrt{\frac{a(2l-a)}{3}}\left[a(2l-a) - \frac{a(2l-a)}{3}\right] =$$

$$= \frac{G(l-a)}{6EJl} \cdot \frac{2}{3} a(2l-a)\sqrt{\frac{a(2l-a)}{3}}$$

Для $a = \frac{l}{2}$ по (145) $x_1 = \frac{l}{2}$, и послѣднее уравненіе даетъ

$$y_{mx} = \frac{Gl^3}{48EJ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (146)$$

Когда грузъ удаляется отъ середины балки по направленію къ правой опорѣ, такъ что $a > \frac{l}{2}$, то вмѣстѣ съ a увеличивается, по (145), и x_1, но въ значительно меньшей степени. Такъ когда грузъ достигнетъ правой опоры ($a = l$), то $x_1 = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}5771$ т. е. мѣсто наибольшаго прогиба отстоитъ отъ середины балки на $0{,}077\,l = \frac{1}{13}l$. Максимальный прогибъ происходитъ, поэтому, при всякомъ положеніи груза на балкѣ, въ сѣченіи, весьма близкомъ къ среднему сѣченію, и разница между нимъ и прогибомъ въ серединѣ всегда столь незначительна, что при всякой нагрузкѣ *прогибъ въ серединѣ можно считать за максимальный.*

Изъ уравненій (140) и (141) имѣемъ для $x = \frac{l}{2}$

когда $a > \frac{l}{2}$

$$y_m = \frac{G(l-a)}{48}[4a(2l-a) - l^2]$$

а если $a < \frac{l}{2}$ . . . . . (147)

$$y_m = \frac{Ga}{48}(3l^2 - 4a^2) . . . . . .$$

Помощію этихъ формулъ получаемъ для прогиба въ срединѣ балки AB, произведеннаго изображенной на чер. 131 нагрузкой при положеніи груза G_3 на среднемъ сѣченіи, выраженіе

$$y_m = \frac{1}{EJ}\left[\frac{G_1 a_1}{48}(3l^2 - 4a_1^2) + \frac{G_2 a_2}{48}(3l^2 - 4a_2^2) + \frac{G_3 l^3}{48} + \right.$$

$$\left. \frac{G_4(l-a_4)}{48}[4a_4(2l-a_4) - l^2] + \frac{G_5(l-a_5)}{48}[4a_5(2l-a_5) - l^2]\right]$$

б) Равномѣрная нагрузка.

По формулѣ 91 прогибъ (при $N_0 = 0$)

$$y_m = \frac{1}{EJ}\int M m_m dx . . . . . \quad (91a)$$

Мы разсмотримъ только случай полной равномѣрной нагрузки, имѣющій наиболѣе важное значеніе для практики.

Грузъ = 1, приложенный къ точкѣ m (которой прогибъ требуется опредѣлить), производитъ въ A и B реакціи $\frac{l-x}{l}$ и $\frac{x}{l}$, поэтому моментъ въ точкѣ s, находящейся слѣва m въ разстояніи = a отъ A,

$$m_m = \frac{l-x}{l}\, a$$

Это выраженіе дѣйствительно отъ a = 0 до a = x; для сѣченій справа m (отъ a = x до a = l)

$$m_m = \frac{x}{l}(l-a)$$

Моментъ отъ полной равномѣрной нагрузки для всякаго сѣченія балки

$$M = \frac{g\,a\,(l-a)}{2}$$

Подставивъ эти значенія въ 91а получимъ, принимая во вниманіе что перемѣнная величина означена здѣсь буквой а,

$$y_m = \frac{1}{EI}\left[\int_0^x \frac{ga\,(l-a)}{2}\cdot\frac{l-x}{l}\,a.\,da + \int_x^l \frac{ga\,(l-a)}{2}\cdot\frac{x}{l}\,(l-a)\,da\right]$$

$$= \frac{g}{2EJ}\left[\frac{l-x}{l}\int_0^x (la^2-a^3)\,da + x\int_x^l a\,(l-a)^2\,da\right]$$

и послѣ соотвѣтственнаго приведенія

$$y_m = \frac{g\,x}{24EJ}\,(l^2 - 2lx^2 + x^3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (148)$$

$$\text{Для } x = \frac{l}{2} \quad y_m = \frac{5\,gl^4}{384EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (149)$$

или, означивъ полную нагрузку gl черезъ G

$$y_m = \frac{5}{384}\,\frac{Gl^3}{EI} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (149а)$$

Для сосредоточеннаго груза G, расположеннаго въ серединѣ балки, прогибъ въ серединѣ по (146)

$$y_s = \frac{Gl^3}{48EJ}$$

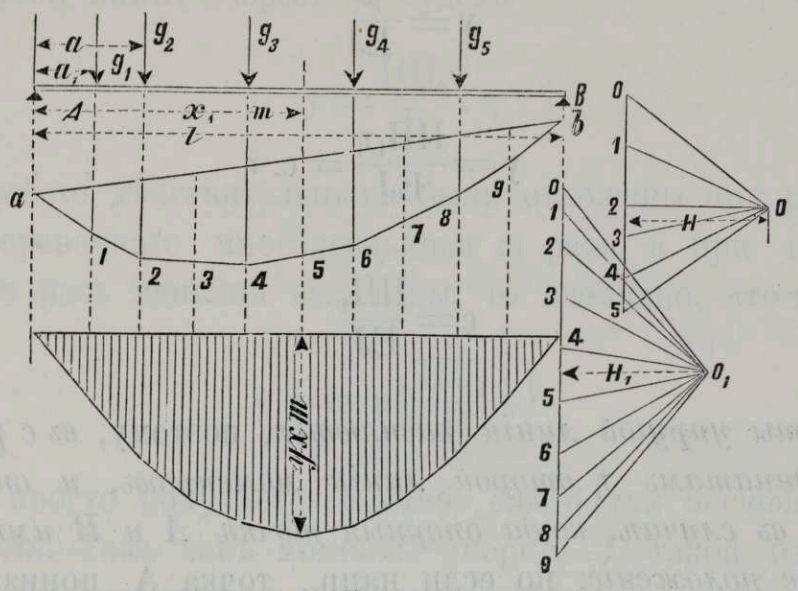
изъ чего слѣдуетъ

$$y_s = \frac{8}{5}\,y_m = 1{,}6\,y_m$$

т. е. грузъ G, сосредоточенный въ серединѣ балки, производитъ въ 1,6 разъ большій максимальный прогибъ, чѣмъ когда онъ распредѣленъ по всей длинѣ балки равномѣрно.

111. **Графическое опредѣленіе упругой линіи.** – Чтобы получить упругую линію, соотвѣтствующую произвольной нагрузкѣ *балки постояннаго сѣченія*, нужно построить для этой нагрузки линію

моментовъ M, принять эту линію за линію новой нагрузки той же балки, и построить для нея вторую линію моментовъ.



Чер. 131.

На чер. 131 построенъ для нагрузки чер. 131a веревочный многоугольникъ a 1 2 3 4 b помощію полюснаго разстоянія H.

Если его вертикальныя ординаты, отнесенныя къ замыкающей сторонѣ ab, означимъ черезъ e, то

$$M = H.e$$

Для второго веревочнаго многоугольника нагрузка дана линіей, которой ординаты $= H e$. Замѣняя эту линію веревочнымъ многоугольникомъ a 1 2 3 4 b, котораго ординаты $= e$, мы беремъ въ H разъ меньшую нагрузку, поэтому во столько же разъ меньшими получаются ординаты второй веревочной линіи. Если послѣднія означимъ черезъ η, а второе полюсное разстояніе—черезъ H_1, то моментъ, произведенный нагрузкой, которой ординаты $= e$, будетъ $H_1\eta$, а потому въ H разъ большая нагрузка произведетъ моменты

$$\mu = H.H_1\eta$$

По № 82 упругая линія имѣетъ видъ веревочной линіи, построенной для нагрузки, которой единичный грузъ $= \frac{M}{EJ}$, а полюсное разстояніе $= 1$; увеличивъ этотъ грузъ въ EJ разъ, т. е.

принявъ его = M, мы получили въ EJ разъ бо́льшія ординаты т. е. $\mu = EJy$, откуда

$$y = \frac{\mu}{EJ}$$

$$y = \frac{HH_1\eta}{EJ} = c.\eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

гдѣ

$$c = \frac{HH_1}{EJ}$$

Ординаты упругой линіи равняются, поэтому, *въ с разъ взятымъ ординатамъ* η *второй линіи моментовъ, и онѣ равны прогибамъ въ случаѣ, когда опорныя точки A и B имѣютъ неизмѣняемое положеніе*; но если напр., точка A понизилась на y_a, а точка B—на y_b, то ординаты нужно измѣрять не отъ замыкающей линіи $\alpha\beta$, но отъ прямой $\alpha_1\beta_1$ проведенной такимъ образомъ, что

$$\overline{\alpha\alpha_1} = \frac{y_a}{c} \quad \text{и} \quad \overline{\beta\beta_1} = \frac{y_b}{c}$$

$$\text{гдѣ } c = \frac{HH_1}{EJ}$$

Сѣченіе балки перемѣнно.—Въ этомъ случаѣ ординаты второй линіи нагрузки $= \frac{M}{J}$ т. е. построивъ для данной нагрузки линію моментовъ M, нужно высоты ея измѣнить въ отношеніи $\frac{1}{J}$

Для графическаго опредѣленія упругой линіи нужно исполнить слѣдующія построенія:

1) Строимъ для данной нагрузки первую веревочную линію; означимъ ея полюсное разстояніе черезъ H, а вертикальныя ординаты, отнесенныя къ замыкающей сторонѣ, черезъ e.

2) Всѣ ординаты e уменьшаемъ въ отношеніи 1 : J, т. е. строимъ линію, которой ординаты $= \frac{e}{J}$.

3) Эту послѣднюю линію принимаемъ за линію нагрузки данной балки, и строимъ соотвѣтствующую ей веревочную линію

помощію полюснаго разстоянія H_1. Означивъ ординаты послѣдней, отнесенныя къ ея замыкающей сторонѣ, черезъ η_1, а ординаты упругой линіи—черезъ y, будетъ

$$y = \frac{HH_1}{E} \cdot \eta_1$$

Если вмѣсто дѣйствительныхъ были отложены при построеніи перваго веревочнаго многоугольника m разъ, а при построеніи втораго—n разъ меньшія величины, то очевидно, что тогда

$$y = m.n\left(\frac{HH_1}{E}\eta_1\right)$$

Весьма просто получается *прогибъ для балки постояннаго сопротивленія.* Такъ какъ моменты инерціи J такой балки пропорціональны сгибающимъ моментамъ M, то означивъ черезъ J_0 и M_0—моментъ инерціи и сгибающій моментъ средняго, и черезъ J и M—какого-нибудь другого сѣченія, имѣемъ:

$$\frac{M}{J} = \frac{M_0}{J_0}$$

Для *полной равномѣрной нагрузки*

$$M_0 = \frac{gl^2}{8}$$

слѣдовательно

$$\frac{M}{J} = \frac{gl^2}{8J_0}$$

т. е. нагрузка для второй линіи моментовъ представляетъ прямоугольникъ, котораго высота $\frac{gl^2}{8J_0}$, а основаніе $= l$. Поэтому:

полная нагрузка $= \frac{gl^2}{8EJ_0}.l$

ея реакціи $A = B = \frac{gl^3}{16\,EJ_0}$

ея моментъ въ серединѣ балки

$$\frac{gl^3}{16EJ_0}\cdot\frac{l}{2} - \left(\frac{gl^2}{8E\,J_0}\cdot\frac{1}{2}\right)\frac{l}{4} = \frac{gl^4}{64EJ_0}$$

т. е.

$$y_m = \frac{gl^4}{64EJ_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151)$$

Для балки постояннаго сѣченія

$$y = \frac{5}{384}\,\frac{gl^4}{EJ} = \frac{gl^4}{76{,}8EJ}$$

Клепанныя желѣзныя балки занимаютъ середину между этими двумя предѣлами, такъ что для нихъ съ достаточной точностью

$$y = \frac{gl^4}{70EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

112. **Инфлюентная линія прогибовъ.** — Изъ закона взаимности перемѣщеній (№ 59) слѣдуетъ непосредственно, что инфлюентная линія прогибовъ точки d равняется упругой линіи, построенной при положеніи на d груза = 1. Поэтому вторая веревочная линія a_1ub_1, построенная на чер. 130a для груза = 1 дѣйствующаго на точку d, можетъ быть разсматриваема какъ инфлюентная линія прогибовъ этой точки. Эта линія получена слѣдующимъ образомъ: Для груза = 1, приложеннаго къ точкѣ d, построена линія моментовъ (веревочная линія при полюсномъ разстояніи H = 1) ACB; затѣмъ была проведена вторая линія, которой ординаты въ 4 раза меньше ординатъ линіи ACB; эта вторая линія принята за линію нагрузки для второго веревочнаго многоугольника, построеннаго на чер. 130a помощію полюснаго разстоянія H_1. Коефиціентъ c въ этомъ случаѣ, равняется

$$\frac{4.H\,H_1}{EJ}$$

или, такъ какъ H = 1

$$c = \frac{4H_1}{EJ}\ ^{1})$$

Примѣръ. На балкѣ AB (чер. 130) лежитъ непрерывная нагрузка g, равномѣрно распредѣленная по всей длинѣ, и сосредо-

---

[1]) Множитель 4 происходитъ отъ того, что для построенія второй веревочной линіи ординаты первой линіи моментовъ были уменьшены въ 4 раза.

точенные грузы G_1, G, G_2, G_3 и G_4; опредѣлить произведенный всей этой нагрузкой прогибъ въ точкѣ d.

Если означимъ площадь, ограниченную линіей a_1ub_1 и прямой a_1b_1, черезъ f, а ординаты линіи a_1ub_1, соотвѣтствующія точкамъ приложенія грузовъ G_1, G, G_2... черезъ y_1, y, y_2..., то искомый прогибъ

$$u = g.f + G_1y_1 + Gy + G_2y_2 + G_3y_3 + G_4y_4.$$

ГЛАВА VIII.

Моменты и поперечныя силы консоли.

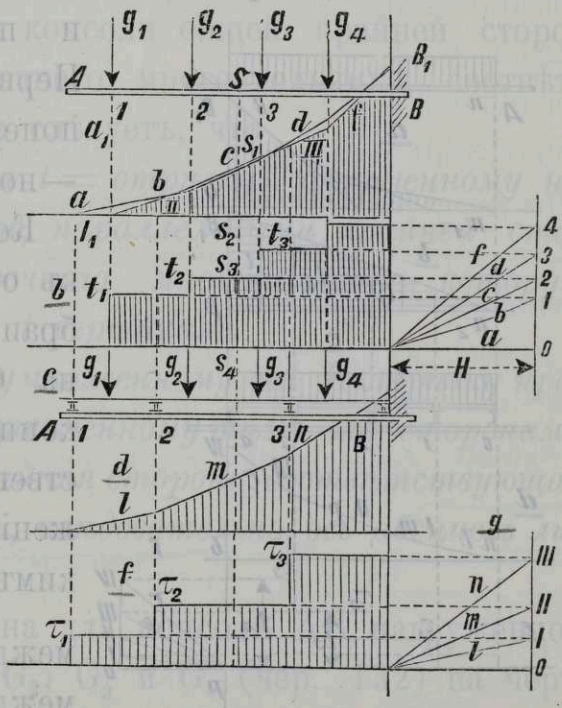
113. Консолью называется балка, которой одинъ конецъ защемленъ неподвижно, а другой свободенъ.

Моменты.—Всякій грузъ, лежащій на консолѣ, понижаетъ ея свободный конецъ, изгибаетъ ее, слѣдовательно, выпуклой стороной вверхъ, т. е. производитъ въ сѣченіяхъ отрицательные моменты.

Чтобы опредѣлить величину момента въ сѣченіи s (чер. 132) представляемъ себѣ балку черезъ s разрѣзанной, часть sB отбрасываемъ, и беремъ сумму моментовъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на sA, по отношенію къ точкѣ s. Такимъ образомъ получаемъ для консоли, подверженной дѣйствію *сосредоточенныхъ грузовъ* G_1, G_2, G_3... (чер. 132)

моментъ въ s_1 : $M_1 = -G_1a_1$

моментъ въ сѣченіи s_2 : $M_2 = -G_1g_1 - G_2g_2$ и т. д.



Чер. 132.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ:

1) Всякій грузъ производитъ въ сѣченіяхъ консоли отрицательные моменты.

2) Для всѣхъ сѣченій между свободнымъ концомъ и первымъ грузомъ моментъ = 0.

3) Моментъ въ сѣченіи, находящемся между первымъ грузомъ G_1 и защемленнымъ концомъ B тѣмъ больше, чѣмъ ближе сѣченіе къ B.

4) Для всякой нагрузки моментъ достигаетъ максимума въ сѣченіи защемленія, въ этомъ сѣченіи происходитъ поэтому всегда абсолютное максимумъ моментовъ.

Моменты отъ непрерывной равномѣрной нагрузки. (чер. 133) Для сѣченій между A и n: M = o. Въ сѣченіи s, отстоящемъ отъ начала n нагрузки въ разстояніи $= \xi$

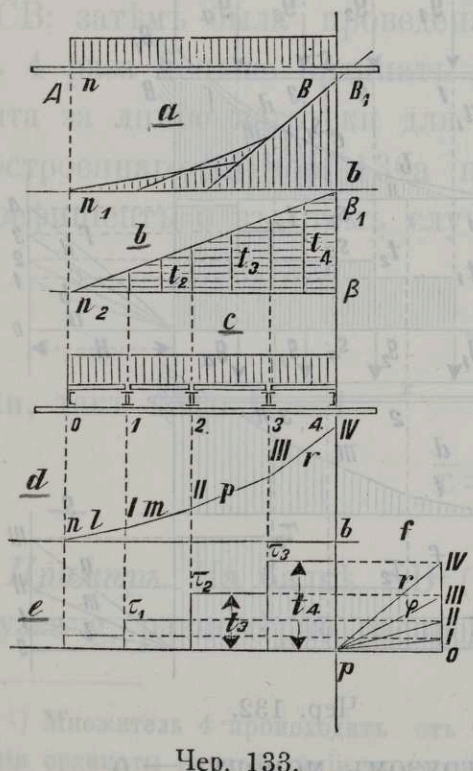
$$M = -g\xi . \frac{\xi}{2} = -\frac{g\xi^2}{2}$$

Изъ этого уравненія видимъ что линія моментовъ непрерывной нагрузки имѣетъ видъ параболы. Уголъ α, образуемый касательной къ линіи моментовъ съ осью AB, получается изъ условія:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dM}{d\xi} = -g\xi$$

Для $\xi = o$ $\operatorname{tg}\alpha = o$: парабола въ n касательна къ AB.

Усилія (*поперечныя или срѣзывающія силы*).—Чтобы получить усиліе T для даннаго сѣченія s опредѣляемъ равнодѣйствующую R силъ, лежащихъ на балкѣ между этимъ сѣченіемъ и свободнымъ концомъ, и разлагаемъ ее по направленію параллельному и перпендикулярному къ сѣченію. Первая изъ этихъ слагающихъ будетъ поперечная сила (усиліе) T, а вторая —нормальная сила N.



Чер. 133.

Когда всѣ силы перпендикулярны къ оси балки, то усиліе въ s = алгебраической суммѣ силъ, лежащихъ на балкѣ между s и свободнымъ концомъ, изъ чего слѣдуетъ непосредственно что между точками приложенія грузовъ усиліе постоянно. Такимъ образомъ получаемъ (чер. 132):

между A и 1 : $T = o$

между 1 и 2 : $T = G_1$

между 2 и 3 : $T = G_1 + G_2$

. . . . . .

Когда на балку дѣйствуетъ *непрерывная равномѣрная нагрузка* g (чер. 133) то въ сѣченіи s, отстоящемъ отъ начала нагрузки въ разстояніи $= \xi$, $T = g\xi$; діаграмма усилій равномѣрной нагрузки имѣетъ, поэтому, въ нагруженной части видъ прямой $n_2\beta_1$ (чер. 133b), которой ордината въ точкѣ n_2, ближайшей къ свободному концу, равна нулю, а въ точкѣ $\beta =$ всей нагрузкѣ $g\lambda$, гдѣ $\lambda = nB$.

114.—**Опредѣленіе моментовъ и усилій графически.**—Графически усилія и моменты получаются помощію силового и веревочнаго многоугольниковъ подобнымъ образомъ какъ для простой балки, замѣнивъ замыкающую сторону—крайней стороной веревочнаго многоугольника, соотвѣтствующей свободному концу ея. Это слѣдуетъ непосредственно изъ свойства веревочнаго многоугольника, по которому:

Равнодѣйствующая параллельныхъ силъ = отрѣзку на силовомъ многоугольникѣ, отсѣченному лучами, параллельными крайнимъ сторонамъ веревочнаго многоугольника, построеннаго на этихъ силахъ, а моментъ по отношенію къ данной точкѣ t равенъ на полюсное разстояніе H умноженному отрѣзку, отсѣченному тѣми же крайними сторонами на проведенной черезъ t вертикаль.

Такъ какъ для всѣхъ сѣченій консоли общей крайней стороной есть первая сторона веревочнаго многоугольника, соотвѣтствующая свободному концу, то слѣдуетъ, что

1) *Усиліе въ данномъ сѣченіи t = отрѣзку, отсѣченному на силовомъ многоугольникѣ лучами, параллельными крайней сторонѣ, и—той сторонѣ веревочнаго многоугольника, которую встрѣчаетъ проведенная черезъ t вертикаль.*

2) *Моментъ въ сѣченіи s = умноженному на H отрѣзку проведенной черезъ s вертикали, отсѣченному тѣми же сторонами веревочнаго многоугольника. Крайняя сторона, соотвѣтствующая свободному концу консоли, есть, слѣдовательно, ось абсциссъ линіи моментовъ* (№ 14).

По этимъ правиламъ построена для консоли AB, нагруженной сосредоточенными грузами G_1, G_2, G_3 и G_4 (чер. 132) на черт. 132b: діаграмма усилій T, и на чер. 132a: линія сгибающихъ моментовъ M, раздѣленныхъ на полюсное разстояніе H.

Эти діаграммы показываютъ что напр. для сѣченія s

$$M = H \cdot \overline{s_1 s_2} \qquad T = \overline{s_3 s_4}$$

На чер. 133a и 133b представлены тѣже діаграммы для непрерывной равномѣрной нагрузки (чер. 133a—линія моментовъ M, чер. 133b—линія усилій T).

Когда дѣйствіе нагрузки передается балкѣ связками то, по общему правилу, строимъ веревочный многоугольникъ безъ вниманія на связки (при предположеніи прямого дѣйствія), проектируемъ на него связки (не исключая и внѣшнихъ связокъ) и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Образованный послѣдними многоугольникъ есть веревочный многоугольникъ для передаточной нагрузки; дѣйствующія въ его вершинахъ силы получатся если черезъ полюсъ проведемъ лучи (чер. g) параллельныя его сторонамъ l, m, n. Посредствомъ полученнаго такимъ образомъ силового многоугольника для передаточнаго дѣйствія, опредѣляется линія усилій (чер. 132f) по общему правилу.

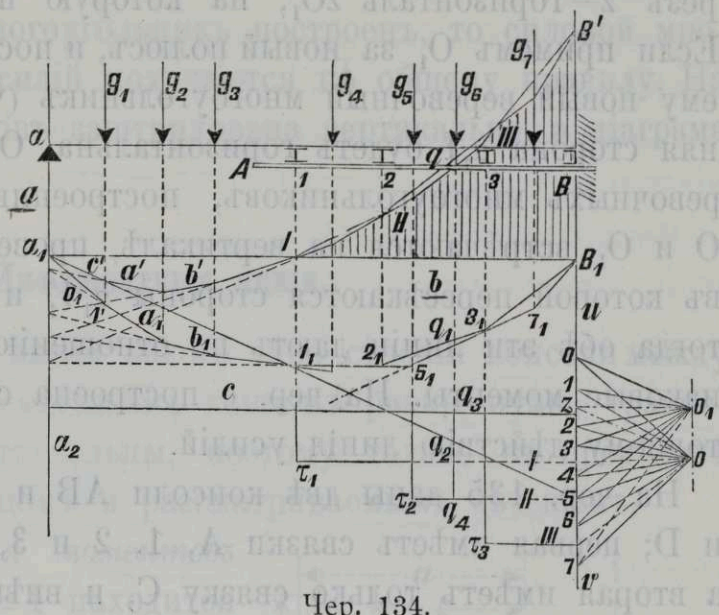
Точно такимъ образомъ исполняется построеніе для непрерывной нагрузки. Такъ для балки чер. 133c построена сначала обыкновенная линія моментовъ чер. 133a; на нее спроектированы связки 0, 1, 2, 3 и 4, и полученныя точки O, I, II, III, IV соединены прямыми линіями, чѣмъ получилась, изображенная на чер. 133d отдѣльно, линія моментовъ передаточной нагрузки. На чер. f отложено по принятому масштабу $\overline{0IV}$ = всей нагрузкѣ gλ, а черезъ IV и o проведены прямыя $\overline{IVp}$ и $\overline{op}$, параллельныя крайнимъ сторонамъ r и ob веревочнаго многоугольника (чер. d), и черезъ ихъ точку пересѣченія p—лучи pI, pII и pIII, параллельныя сторонамъ l, m и p. Эти лучи отсѣкаютъ на $\overline{0IV}$ дѣйствующія въ связкахъ 0, 1, 2, 3 силы P_0, P_1, P_2, P_3, такъ, что

$$P_0 = \overline{0I} \quad P_1 = \overline{I\,II} \quad P_2 = \overline{II\,III} \quad P_3 = \overline{III\,IV}$$

На чер. 133_e представлена соотвѣтствующая этимъ силамъ P линія усилій.

Данная на чер. 134 балка AB имѣетъ связки 1, 2, 3, B, и

внѣшнюю связку α; между α и B находятся грузы G_1 до G_7. Строимъ для этой нагрузки веревочный многоугольникъ($\alpha_1 a_1 b_1 5_1 7_1 6_1$) (чер. b), проектируемъ на него связки, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Ординаты построеннаго такимъ образомъ веревочнаго многоугольника $\alpha_1 1_1 2_1 3_1 B_1$ нужно измѣрять считая отъ продолженной крайней стороны $\alpha_1 1_1$.



Чер. 134.

Чтобы получить силы P_1, P_2 и P_3, дѣйствующія въ связкахъ 1, 2 и 3, проводимъ черезъ O лучи

$$Oz \parallel \alpha_1 1_1 \quad OI \parallel 1_1 2_1 \quad OII \parallel 2_1 3_1 \quad OIII \parallel 3_1 B_1$$

получаемъ

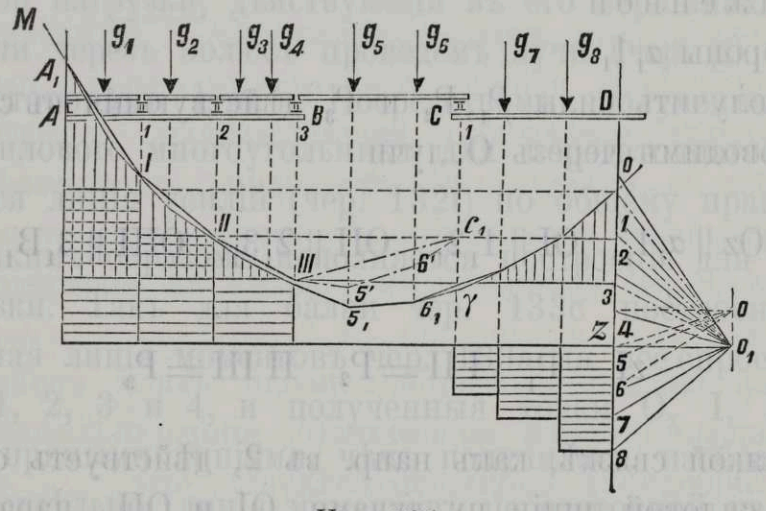
$$zI = P_1 \quad I\,II = P_2 \quad II\,III = P_3$$

т. е. во всякой связкѣ, какъ напр. въ 2, дѣйствуетъ сила, отсѣченная на силовой линіи uv лучами OI и OII, параллельными тѣмъ сторонамъ $1_1 2_1$ и $2_1 3_1$ веревочнаго многоугольника $\alpha_1 1_1 2_1 3_1 B_1$ которыя встрѣчаются на вертикалѣ связки 2. Если черезъ произвольную точку q балки проведемъ вертикаль qq_3q_4, то моментъ въ q $M_q = -H.\overline{q_1q_2}$, а усиліе $T_q = \overline{q_3q_4}$; послѣднее равно, отрѣзку, отсѣченному на силовой линіи uv лучами Oz и OII, параллельными сторонѣ $2_1 3_1$, встрѣчаемой вертикалью точки q и—крайней сторонѣ $a_1 1_1$.

115.—**Часто бываетъ желательно, чтобы соотвѣтствующая свободному концу балки крайняя сторона веревочнаго многоугольника была горизонтальна.** Тогда строимъ сначала веревочный многоугольникъ для второстепенной балки $\alpha 1$ (чер. 134) которой принадлежитъ внѣшняя связка α, и опредѣляемъ ея замыкающую

сторону $\overline{\alpha_1 1_1}$; черезъ полюсъ O проводимъ лучъ $Oz \parallel \alpha_1 1_1$, а черезъ z—горизонталь zO_1, на которую проектируемъ полюсъ O. Если примемъ O_1 за новый полюсъ, и построимъ соотвѣтствующій ему новый веревочный многоугольникъ (чер. 134a) то его крайняя сторона $\alpha_1 I$ будетъ горизонтальна. Одноименныя стороны веревочныхъ многоугольниковъ, построенныхъ помощію полюсовъ O и O_1 встрѣчаются на вертикалѣ, проведенной черезъ точку α_1, въ которой пересѣкаются стороны $\alpha_1 1_1$ и $\alpha_1 I$, потому что только тогда обѣ эти линіи даютъ по отношенію къ этой вертикалѣ одинаковые моменты. На чер. с построена соотвѣтствующая передаточному дѣйствію линія усилій.

На чер. 135 даны двѣ консоли AB и CD, закрѣпленныя въ A и D; первая имѣетъ связки A, 1, 2 и 3, и внѣшнюю связку C, а вторая имѣетъ только связку C, и внѣшнюю связку B.



Чер. 135.

На вертикалѣ $\overline{08}$ откладываемъ данные грузы G_1 до G_8. Опредѣляемъ полюсъ O_1 такъ, чтобы крайняя сторона была горизонтальна; для этого беремъ лежащіе на второстепенной балкѣ BC грузы G_5 и G_6, строимъ помощію произвольнаго полюса O соотвѣтствующій имъ веревочный многоугольникъ $III5'6'C_1$, и черезъ $O—Oz \parallel IIIC_1$. Черезъ z проводимъ горизонталь zO_1, проектируемъ на нее полюсъ O, и помощію полученной точки O_1, принятой за новый полюсъ, строимъ веревочный многоугольникъ $M...5_1 6_1..$ На послѣдній проектируемъ связки A, 1, 2, 3, и внѣшнюю связку C, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Изъ чертежа видно непосредственно, что $III\gamma$ будетъ первой крайней стороной какъ для консоли AB, такъ и для консоли CD, $III\gamma$

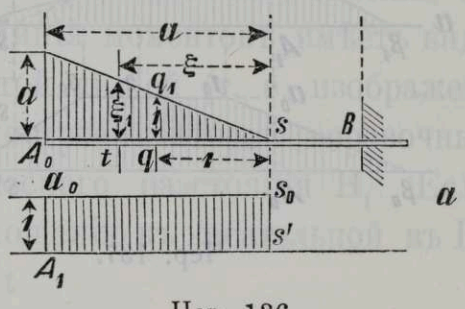
есть, слѣдовательно, общая ось абсциссъ для линій моментовъ (веревочныхъ многоугольниковъ) обѣихъ консолей.

Когда веревочный многоугольникъ построенъ, то силовой многоугольникъ и линія усилій получаются по общему правилу. На чер. 135 линія моментовъ заштрихована вертикально, а діаграма усилій—горизонтально.

Инфлюентныя линіи.

116.—Инфлюентныя линіи какого-либо сѣченія консоли между этимъ сѣченіемъ и защемленнымъ концомъ равны нулю, уравненія этихъ линій дѣйствительны, поэтому только въ предѣлахъ между свободнымъ концомъ и разсматриваемымъ сѣченіемъ.

Инфлюентная линія моментовъ сѣченія s. Когда грузъ = 1 находится между A и s (чер. 136) въ разстояніи = ξ отъ s, то моментъ въ s (ордината инфлюентной линіи моментовъ въ точкѣ приложенія груза)



Чер. 136.

$$\eta = -\xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153)$$

Это уравненіе показываетъ, что *инфлюентная линія моментовъ сѣченія s опредѣлена двумя прямыми, пересѣкающимися на вертикали точки s, проведенными такимъ образомъ, что всякій отсѣченный ими вертикальный отрѣзокъ численно равенъ его разстоянію отъ точки пересѣченія s* (сравн. № 103). Еслибы единица масштаба была для абсциссъ и ординатъ общая, то инфлюентная линія образовала бы съ осью абсциссъ уголъ 45°; но обыкновенно бываетъ неудобно выражать обѣ эти единицы одной и той же длиной, вслѣдствіе чего численно равныя величины имѣютъ на чертежѣ разныя длины. Если напр. для масштаба абсциссъ возьмемъ

1 см. = 1 мтр.

а для масштаба ординатъ

1 см. = 400 килогр. мтр.

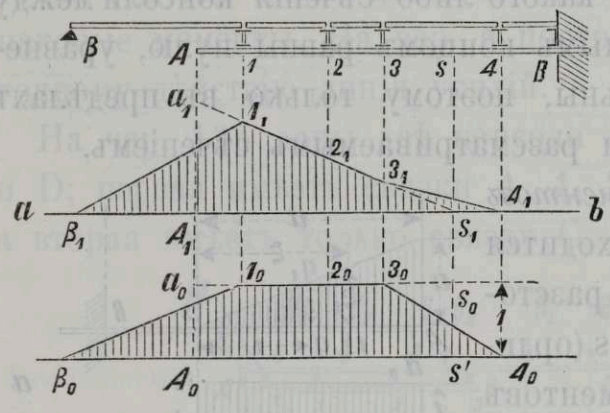
и будемъ считать за единицу моментовъ 1 тонн. мтр., то длина

qq_1 (чер. 136) будетъ въ $2^1/_2$ разъ больше разстоянія sq, потому что въ этомъ случаѣ

1 тон. мтр. = 2,5 см.

Какъ выше было сказано, инфлюентная линіи на протяженіи sB = o.

Когда *дѣйствіе груза передаточное*, то строимъ по предыдущему инфлюентную линію для прямого дѣйствія, проэктируемъ на нее связки балки, а внѣшнія связки—на ось ab, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями. Такъ инфлюентная линія сѣченія s (чер. 137) имѣетъ для прямого дѣйствія видъ прямой a_1s_1, а при устройствѣ связокъ β, 1, 2, 3, 4, B она превращается въ многоугольникъ $\beta_1\ 1_1\ 3_1\ 4_1$.



Чер. 137.

Инфлюентныя линіи усилій.—Грузъ = 1, дѣйствующій въ любой точкѣ между свободнымъ концомъ A и разсматриваемымъ сѣченіемъ s, производитъ въ s усиліе (чер. 136a)

T = 1

а когда онъ находится между s и защемленнымъ концомъ B, то T = o. Инфлюентная линія усилій есть, слѣдовательно, прямая a_0s_0, отстоящая отъ оси абсциссъ на разстояніи = 1, которой конечныя точки a_0 и s_0 находятся на вертикаляхъ свободнаго конца A и разсматриваемаго сѣченія s.

Когда инфлюентная линія для прямого дѣйствія построена, то для передаточнаго она получается по общему правилу посредствомъ проектированія связокъ.

На чер. 137_b инфлюентная линія для передаточнаго дѣйствія (которая для прямого имѣла видъ прямой a_0s_0), представлена ломанной линіей $\beta_0 1_0 3_0 4_0$.

117. **Упругая линія консоли.**—Графически упругая линія получается по правилу, данному въ № 81, по которому нужно по-

строить двѣ линіи моментовъ: одну для данной нагрузки, а другую — для нагрузки, изображенной линіей, которая получится, если (при $\Delta t = 0$) ординаты M первой линіи моментовъ измѣнимъ въотношеніи 1:EJ.

Ось абсциссъ, отъ которой нужно измѣрять ординаты упругой линіи, дана условіемъ, что въ сѣченіи защемленія ордината ея $= 0$, а касательная — совпадаетъ съ осью балки. Ординаты упругой линіи нужно поэтому считать отъ касательной защемленнаго конца B, т. е. при построеніи второй линіи моментовъ принимаемъ что балка закрѣплена на свободномъ концѣ A; такая замѣна мѣста закрѣпленія не имѣетъ никакого вліянія на форму веревочной линіи, потому что эта форма зависитъ единственно отъ величинъ грузовъ и ихъ взаимныхъ разстояній. На чер. 138a представлена упругая линія консоли AB постояннаго сѣченія, на которую въ t дѣйствуетъ грузъ G. Линія моментовъ имѣетъ видъ прямой tb_1. Для нагрузки, данной этой линіей (т. е. изображенной площадью треугольника tBb_1) построенъ второй веревочный многоугольникъ A^1B^1 помощію полюснаго разстоянія H_1. Если ординату этой линіи, взятую по отношенію къ касательной въ B', означимъ черезъ η_1, то прогибъ въ t

$$y_1 = \frac{HH_1}{EJ}\eta_1$$

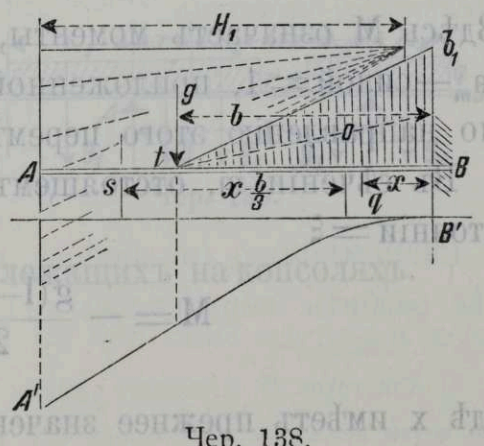
и, такъ какъ здѣсь $H = 1$

$$y_1 = \frac{H_1}{EJ}\eta_1$$

Помощію аналогичнаго дѣйствія получается прогибъ также аналитическимъ путемъ.

118. Аналитическое опредѣленіе прогиба при постоянномъ сѣченіи.

a) *Сосредоточенный грузъ G.* Линія моментовъ груза G представлена на чер. 138; принимаемъ эту линію за линію нагрузки балки защемленной въ A и опредѣляемъ произведенный ею моментъ въ точкѣ s, *находящейся между свободнымъ концомъ A и точкой приложенія груза, въ разстояніи $= x$ отъ B.*



Чер. 138.

$$\mu = (Gb)\frac{b}{2}\left(x - \frac{b}{3}\right) = \frac{Gb^2}{6}(3x - b)$$

Поэтому, прогибъ въ s

$$y_s = \frac{Gb^2}{6EJ}(3x-b) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (154)$$

Для *точки q, находящейся между закрѣпленнымъ концомъ и грузомъ* прогибъ получается всего проще слѣдующимъ образомъ: По правилу взаимности перемѣщеній (№ 59) прогибъ въ точкѣ q произведенный грузомъ G лежащимъ на точкѣ t, равняется прогибу, который произошелъ бы въ t, еслибы грузъ находился въ q. Выраженіе для прогиба q поэтому получится, если въ уравненіи 154 замѣнимъ x на b, и b на x, т. е.

$$y_q = \frac{Gx^2}{6EJ}(3b-x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155)$$

Когда грузъ приложенъ къ свободному концу A, то $b = l$, и тогда прогибъ въ A ($x = l$)

$$y_a = \frac{Gl^3}{3EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (156)$$

и въ промежуточной точкѣ

$$y = \frac{Gx^2}{6EJ}(3l-x)$$

б) *Полная равномѣрная нагрузка.*

По уравненію (91), при $N = o$,

$$y_m = \frac{1}{EJ}\int M m_m dx$$

Здѣсь M означаетъ моменты, произведенные данной нагрузкой, а m_m — силой $= 1$, приложенной къ точкѣ, которой перемѣщеніе y_m, по направленію этого перемѣщенія.

Въ сѣченіи m, отстоящемъ отъ закрѣпленнаго конца B въ разстояніи $= \xi$

$$M = -\frac{g(l-\xi)^2}{2} \text{ и } m_m = -(x-\xi)$$

гдѣ x имѣетъ прежнее значеніе.

Отъ $\xi = x$ до $\xi = l : m_m = o$

поэтому

$$y_m = \int_0^x \frac{g}{2} (l - \xi)^2 (x - \xi)\, d\xi$$

откуда

$$y_m = \frac{gx^2}{24EJ} (6l^2 - 4lx + x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

Прогибъ свободнаго конца A ($x = l$)

$$y_a = \frac{gl^4}{8EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (158)$$

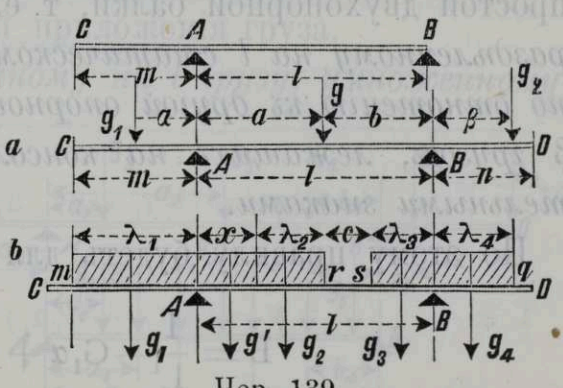
или, означивъ полную нагрузку gl черезъ G

$$y_a = \frac{Gl^3}{8EJ} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168)$$

ГЛАВА IX.

Простая консольная балка.

119.—*Двухопорная простая балка называется простой консольной*, если она однимъ или обоими концами выступаетъ за опоры. Выступающія части CA и BD (чер. 139) представляютъ обыкновенныя консоли, разсмотрѣнныя въ предыдущей главѣ, а для средней части AB дѣйствительны правила простой двухопорной балки, отъ которой она отличается только тѣмъ, что кромѣ грузовъ находящихся на AB подвергается еще дѣйствію грузовъ, лежащихъ на консоляхъ.



Чер. 139.

Означимъ черезъ

l—длину AB

m и n—длины консолей CA и BD

α—разстояніе груза G, лежащаго на консоли CA, отъ опорной точки A

β—разстояніе груза, лежащаго на консоли BD, отъ B,

a и b—разстоянія отъ A и B груза, находящагося на AB

x—разстояніе сѣченія отъ A,

A и B—реакція опоръ A и B.

Условіе равновѣсія моментовъ, взятыхъ по отношенію къ опорной точкѣ B даетъ (чер. 139a):

$$-G_1(\alpha + l) + Al - Gb + G_2\beta = 0$$

откуда

$$A = \frac{G_1(\alpha+l)}{l} + \frac{Gb}{l} - \frac{G_2\beta}{l}$$

Изъ этого уравненія видимъ что отъ груза, лежащаго

на консоли CA : $A = \frac{G(l+\alpha)}{l} = \frac{G[l-(-\alpha)]}{l}$ *)

на части AB : $A = \frac{G(l-a)}{l} = \frac{Gb}{l}$

на консоли BD : $A = -\frac{G\beta}{l} = \frac{G(-\beta)}{l}$

Если подъ α и β будемъ понимать разстоянія грузовъ, лежащихъ на консоляхъ CA и BD, отъ ближайшихъ имъ опорныхъ точекъ, то можно сказать: Реакціи A и B консольной балки опредѣляются по тому же правилу какое въ № 97 было дано для простой двухопорной балки, т. е. *реакція одной опоры равняется раздѣленному на l статическому моменту нагрузки, взятому по отнотенію къ другой опорной точкѣ, только разстоянія α и β грузовъ, лежащихъ на консоляхъ, нужно брать съ отрицательными знаками.*

По этому правилу будетъ для нагрузки чер. 139.

$$B = \frac{1}{l}[-G_1\alpha + Ga + G_2(l+\beta)]$$

Равномѣрную (и вообще, непрерывную) нагрузку всего удобнѣе разбить вертикальными сѣченіями, проведенными черезъ A

*) Для груза G, лежащаго между A и B $A = \frac{G(l-a)}{l}$. Таже формула даетъ A для груза лежащаго на консоли CA, только вмѣсто a нужно подставить—a.

и B на части, замѣнить каждую часть равнодѣйствующей, и разсматривая послѣднюю какъ сосредоточенную силу, дѣйствовать по предыдущему. Такъ вмѣсто представленной на чер. 139b нагрузки беремъ грузы G_1, G, G_3 и G_4, замѣняющіе нагрузки $g\lambda_1$, $g\lambda$, $g\lambda_3$ и $g\lambda_4$ [1]), покрывающіе части mA, Ar, sB и Bq, дѣйствующіе въ серединѣ каждой изъ этихъ частей. По предыдущему получимъ:

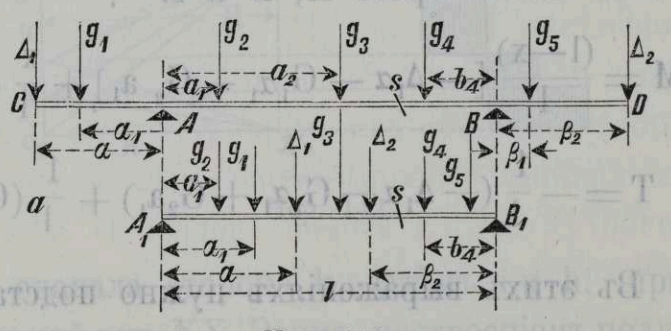
$$A = \frac{1}{l}[G_1(\alpha + l) + Gb_1 + G_3b_3 - G_4\beta] = \frac{1}{l}\left[g\lambda_1\left(\frac{\lambda_1}{2} + l\right) + g\lambda\left(\frac{\lambda}{2} + b.\right) + g\lambda_3\frac{\lambda_3}{2} - g\lambda_4\frac{\lambda_4}{2}\right]$$

Данное выше правило дѣйствительно также для моментовъ и усилій сѣченій части AB; при опредѣленіи дѣйствія внѣшнихъ силъ на эту часть *можно* поэтому *консольную балку CABD замѣнить простой балкой AB, на которую кромѣ лежащей на AB нагрузки дѣйствуютъ грузы лѣвой консоли CA въ разстояніяхъ=α отъ A, и грузы правой консоли BD въ разстояніяхъ=β отъ B; но при составленіи выраженій для реакцій, усилій и моментовъ нужно величины α и β брать съ отрицательными знаками. Для такой балки дѣйствительны безъ измѣненія всѣ правила, данныя въ Главѣ VIII для простой двухопорной балки*; изъ нихъ мы повторимъ здѣсь только приведенныя въ №№ 98a и 100a правила моментовъ и усилій:

1) *Моментъ въ данномъ сѣченіи равняется раздѣленному на l грузу, умноженному на произведеніе боковыхъ частей.*

Боковыми частями называются тѣ части балки, оканчивающіяся на опорахъ, которыя остаются послѣ удаленія ея средней части, ограниченной сѣченіемъ и точкой приложенія груза.

2) *Усиліе равняется раздѣленному на l грузу, умноженному на его боковое разстояніе* т. е. на длину того отрѣзка, заключеннаго между грузомъ и опорой, на которомъ *не* находится разсматриваемое сѣченіе.



Чер. 140.

По этимъ правиламъ получаемъ легко для представленной на чер. 140 нагрузки кон-

[1]) Гдѣ $G = G^1 + G_2$ $\lambda = x + \lambda_2$

сольной балки CABD, замѣнивъ ее простой балкой A_1B_1 (чер. 140a).

$$A = \frac{1}{l}\left[G_1[l-(-\alpha_1)] + G_2(l-a_1) + \Delta_1[l-(-\alpha)] + G_2(l-a_2) + G_4b_4 - G_5\beta_1 - \Delta_2\beta_2\right]$$

Моментъ въ s:

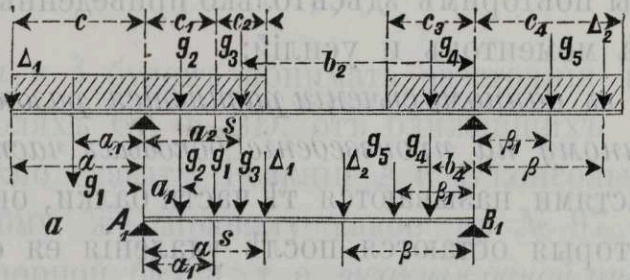
$$M = \frac{(l-x)}{l}\left[-\Delta_1\alpha - G\alpha_1 + G_2a_1 + G_3a_2\right] + \frac{Gx}{l}\left[G_4b_4 - G_5\beta_1 - \Delta_2\beta_2\right]$$

Усиліе въ s:

$$T = \frac{1}{l}\left[-\Delta_1(-\alpha) - G_1(-\alpha_1) - G_2a_1 - G_3a_2 + G_4b_3 + G_3(-\beta_1) + \Delta(-\beta_2)\right] = \frac{dM}{dx}$$

Примѣчаніе: Чтобы при употребленіи предыдущихъ правилъ не сдѣлать ошибки, необходимо грузы лѣвой консоли считать всегда находящимися слѣва, а грузы правой консоли—находящимися справа разсматриваемаго сѣченія, безъ вниманія на то, какое мѣсто по отношенію къ сѣченію они занимаютъ на балкѣ A_1B_1 (чер. 140a).

Для сѣченія s консольной балки чер. 141 имѣемъ, раздѣливъ



Чер. 141.

ее на части черезъ A, B и s:

$$M = \frac{(l-x)}{l}\left[-\Delta_1\alpha - G_1\alpha_1 + G_2\,a_1\right] + \frac{x}{l}\left(G_3b_2 + G_4b_4 - G_5\beta_1 - \Delta_2\beta\right)$$

$$T = -\frac{1}{l}\left(-\Delta_1\alpha - G_1\alpha_1 + G_2a_1\right) + \frac{1}{l}\left(G_3b_2 + G_4b_4 - G_5\beta_1 - \Delta_2\beta\right)$$

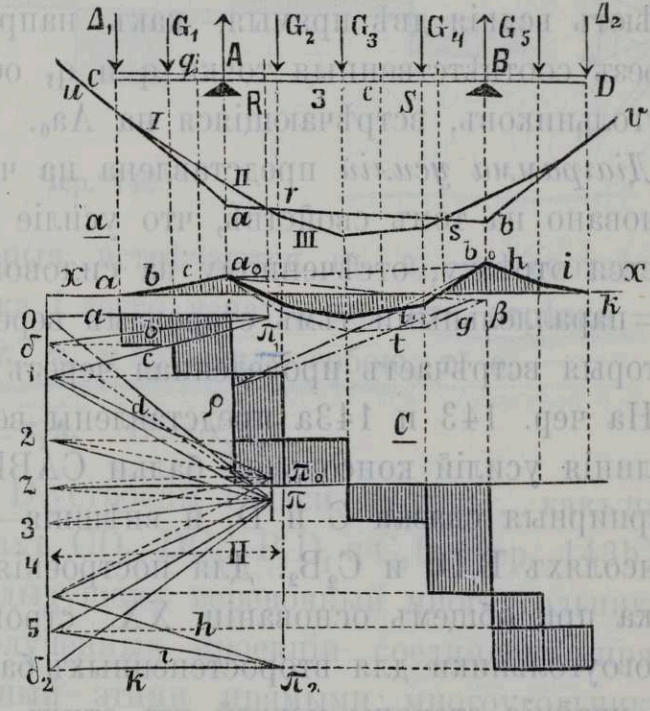
Въ этихъ выраженіяхъ нужно подставить:

$$G_1 = g\,.\,c \quad G_2 = gc_1 \quad G_3 = gc_2 \quad G_4 = gc_3 \quad G_5 = gc_4$$

$$\alpha_1 = \frac{c}{2} \quad a_1 = \frac{c_1}{2} \quad a_2 = c_1 + \frac{c_2}{2} \quad b_3 = \frac{c_3}{2} \quad \beta_1 = \frac{c_4}{2}$$

120.—**Опредѣленіе моментовъ и усилій графически.** (Чер. 142). Построимъ для данной нагрузки веревочный многоугольникъ U I II III . . . V, спроектируемъ на его крайнія стороны U и V опорныя точки A и B, и проведемъ замыкающую сторону ab. Если черезъ полюсъ π проведемъ лучъ πz || ab, то по № 15 oz = реакціи A (потому что лучи πz и πo образуютъ съ oz треугольникъ, а параллельныя этимъ лучамъ стороны Ua и ab пересѣкаются въ a) и zδ_2 = B. Изъ № 11 слѣдуетъ, что вертикальныя ординаты веревочнаго многоугольника, измѣренныя отъ прямыхъ Ua, ab и bV, пропорціональны моментамъ; въ части rs эти моменты положительны, въ сѣченіяхъ R и S, соотвѣтствующихъ точкамъ r и s, они = o, а внѣ RS—отрицательны. На опорахъ A и B отрицательные моменты достигаютъ максимума; положительное максимумъ получилось въ сѣченіи 3, на которое дѣйствуетъ грузъ G_3.

На чер. 142a построена таже линія моментовъ при горизонтальной оси абсциссъ XX. Построеніе исполнено слѣдующимъ образомъ: строимъ сначала веревочные многоугольники для консолей CA и BD, помощію полюсныхъ разстояній π_1 и π_2, принятыхъ на горизонталяхъ, проведенныхъ черезъ крайнія точки o и δ_2 силового многоугольника (чер. 142b) въ разстояніи отъ него = H. Для консоли CA проведена сначала сторона a, затѣмъ b и c, а для консоли BD—сначала сторона k, затѣмъ i и h, при чемъ a и k приняты на самой оси XX. Этимъ построеніемъ получились точки a_0 и b_0. Затѣмъ помощію третьяго полюса π построенъ веревочный многоугольникъ части AB, при чемъ первая сторона d проведена черезъ a_0; его послѣдняя сторона g встрѣ-



Чер. 142.

чаетъ вертикаль опоры B въ β; такъ какъ она должна проходить черезъ b_0, то по № 115 соединяемъ a_0 съ β, проводимъ черезъ полюсъ $\pi\,\pi z \parallel a_0\beta$, черезъ $z - z\pi_0 \parallel a_0b_0$, и черезъ $\pi - \pi\pi_0 \parallel \overline{o\delta_2}$ до пересѣченія съ $z\pi_0$ въ π_0.

Если примемъ π_0 за новый полюсъ, и построимъ помощію его, для силъ лежащихъ на AB, новый веревочный многоугольникъ такъ, чтобы его первая сторона d_1 проходила черезъ a_0, то его послѣдняя сторона пройдетъ черезъ b_0. Одноименныя стороны обоихъ веревочныхъ многоугольниковъ (какъ было уяснено въ № 115) встрѣчаются на прямой, проведенной черезъ a_0 параллельно силамъ, что даетъ возможность построить второй веревочный многоугольникъ и безъ помощи полюснаго разстоянія π_0.

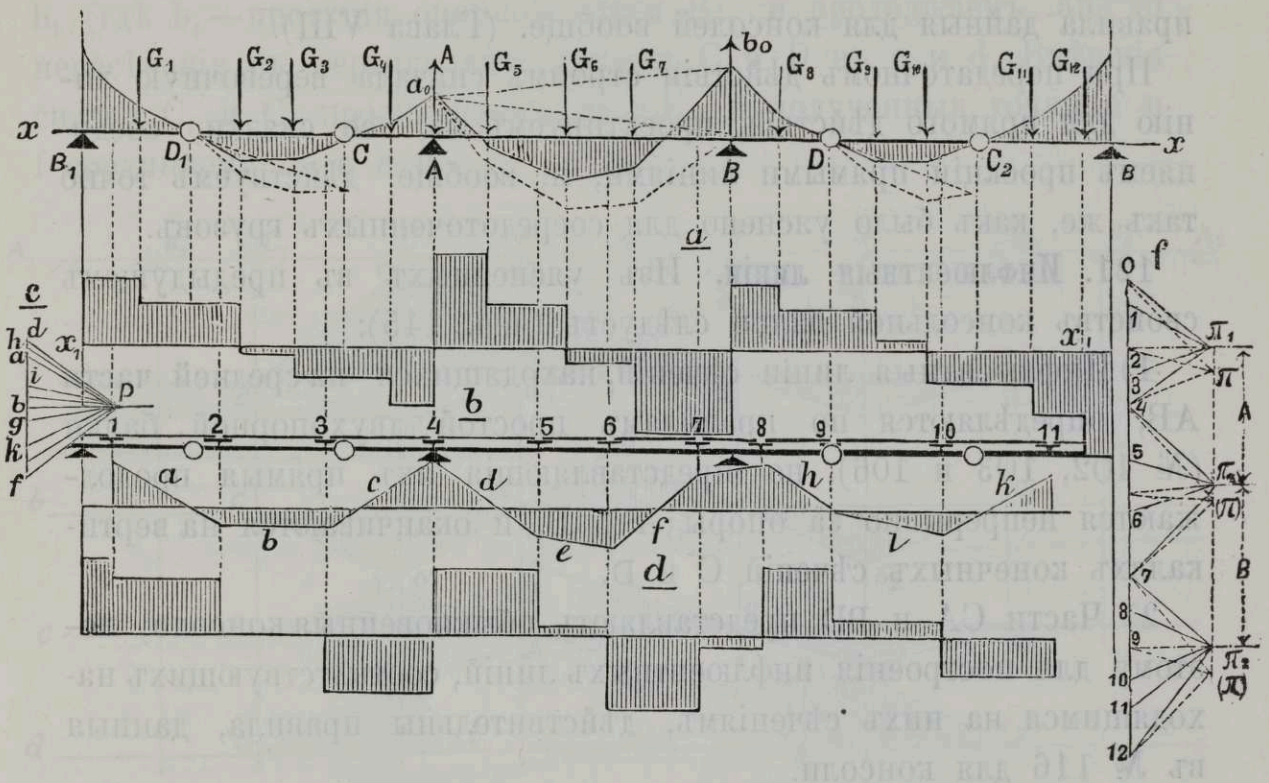
Легко узнать что если проведемъ черезъ β прямую βt, пересѣкающую первый веревочный многоугольникъ въ t, а вертикаль a_0A въ ρ, и соединимъ ρ съ b_0, то ρb_0 пересѣкаетъ второй веревочный многоугольникъ въ точкѣ t_1, находящейся съ точкой t на прямой tt_1 параллельной силамъ. Очевидно что тоже свойство имѣютъ всякія двѣ прямыя, какъ напр. qp и q_1p_1, проходящія черезъ соотвѣтственныя точки q и q_1 обоихъ веревочныхъ многоугольниковъ, встрѣчающіяся на Aa_0.

Діаграмма усилій представлена на чер. 142c. Ея построеніе основано на томъ свойствѣ, что усиліе въ данной точкѣ q равняется отрѣзку, отсѣченному на силовой линіи $\overline{o\delta_2}$ лучами $\overline{\pi 1}$ и $\overline{\pi o}$, параллельными тѣмъ сторонамъ веревочнаго многоугольника, которыя встрѣчаетъ проведенная черезъ q вертикаль.

На чер. 143 и 143a представлены веревочный многоугольникъ и линія усилій консольной балки CABD, имѣющей на концахъ шарнирныя связки C и D, и внѣшнія—D_1, и C_2, устроенныя на консоляхъ B_1D_1 и C_2B_2. Для построенія веревочнаго многоугольника при общемъ основаніи XX строимъ сначала веревочныя многоугольники для второстепенныхъ балокъ CD_1 и DC_2 такъ, чтобы крайнія стороны первой изъ этихъ линій проходили черезъ точки D_1 и C, а второй—черезъ D и C_2, и продолжаемъ построеніе вправо и влѣво для всей нагрузки, находящейся на $B_1CA_uBDB_2$. Этимъ построеніемъ опредѣлились на вертикаляхъ опорныхъ точекъ A и B точки a_0 и b_0, черезъ которыя проводимъ веревочный многоугольникъ для нагрузки, лежащей на AB.

Линія усилій (чер. a) получается изъ силового многоугольника

обыкновеннымъ образомъ. Реакціи A и B равны отрѣзкамъ на силовой линіи (чер. 143f), отсѣченнымъ лучами (проведенными изъ одной и той же точки), параллельными тѣмъ сторонамъ веревоч-



Чер. 143.

наго многоугольника, которыя встрѣчаются въ a_0, и (соотвѣтственно) въ b_0. Изъ чертежа f легко узнать, что эти отрѣзки = = разстояніямъ полюсовъ π_1, π_3, и π_2 между собою, т. е.

$$A = \overline{\pi_1\pi_3} \quad B = \overline{\pi_3\pi_2}$$

Если кромѣ связокъ C и D устроены связки, 1, 2, 3... какъ на балкѣ CD, такъ и на балкахъ CD_1, DC_2, B_1D_1 и C_2B_2 (чер. 143b), то на построенный по предыдущему веревочный многоугольникъ проектируемъ связки, и полученныя проекціи соединяемъ прямыми a,b,c, ... Образованный этими прямыми многоугольникъ есть веревочный многоугольникъ данной нагрузки при передаточномъ дѣйствіи; чтобы получить соотвѣтствующій ему силовой многоугольникъ (чер. c) беремъ въ разстояніи = H отъ силовой линіи df полюсъ P, проводимъ черезъ него лучи, параллельныя сторонамъ a, b, c..., и горизонтальный лучъ $\overline{Pb}$. Помощію силового многоугольника получается линія усилій для передаточнаго дѣйствія (чер. d) обыкновеннымъ образомъ.

Точно такимъ образомъ опредѣляется веревочная линія для непрерывной нагрузки [1]). Линія усилій для части AB, и для балокъ D_1C и DC_2 строится совершенно такъ же, какъ для простыхъ двухопорныхъ балокъ, а для смежныхъ консолей дѣйствительны правила данныя для консолей вообще. (Глава VIII).

При передаточномъ дѣйствіи строимъ сначала веревочную линію для прямого дѣйствія, проектируемъ на нее связки, соединяемъ проекціи прямыми линіями, и, вообще, дѣйствуемъ точно такъ же, какъ было уяснено для сосредоточенныхъ грузовъ.

121. **Инфлюентныя линіи.** Изъ уясненныхъ въ предыдущемъ свойствъ консольной балки слѣдуетъ (чер. 145):

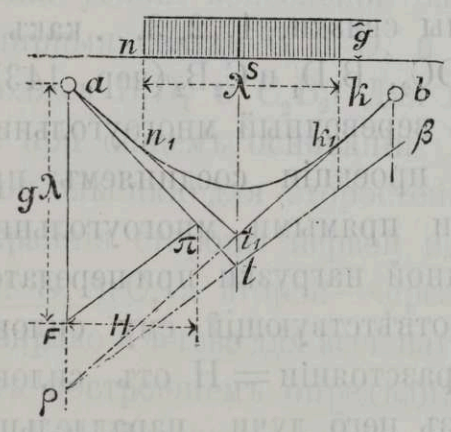
1) Инфлюентныя линіи сѣченій, находящихся на средней части AB, опредѣляются по правиламъ простой двухопорной балки (№ 102, 103 и 106), но представляющія ихъ прямыя продолжаются непрерывно за опоры A и B, и оканчиваются на вертикаляхъ конечныхъ сѣченій C и D.

2) Части CA и BD представляютъ обыкновенныя консоли, поэтому для построенія инфлюентныхъ линій, соотвѣтствующихъ находящимся на нихъ сѣченіямъ, дѣйствительны правила, данныя въ № 116 для консоли.

При передаточномъ дѣйствіи инфлюентныя линіи получаются изъ линій прямого дѣйствія по общему правилу (№ 87).

---

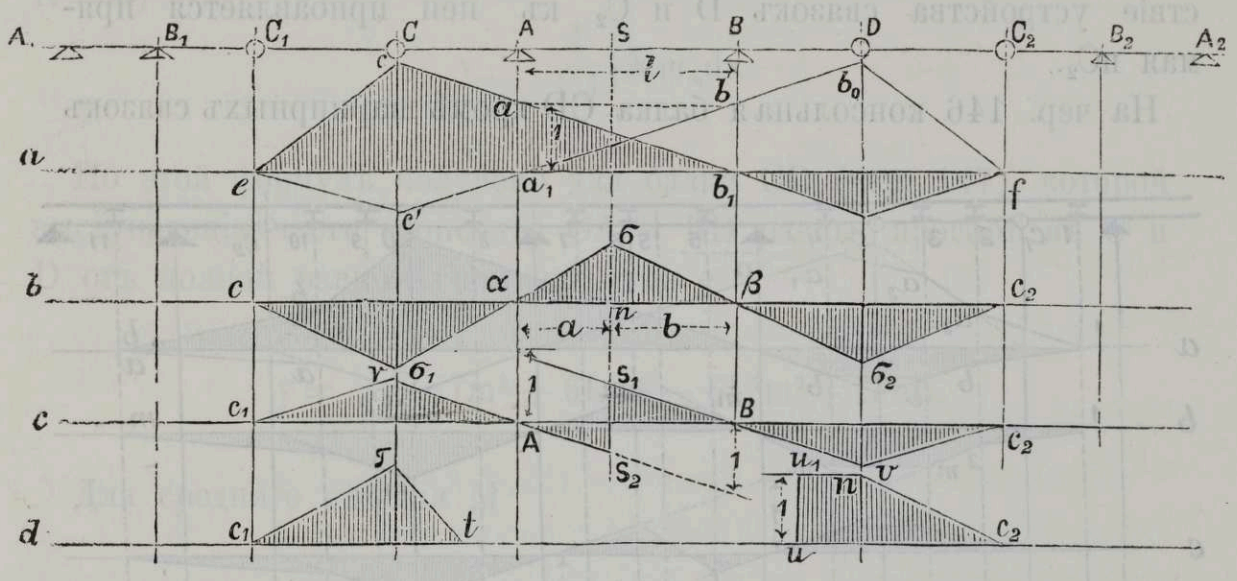
[1]) Веревочная линія равномѣрной нагрузки, проходящая черезъ 2 данныя точки a и b получается, при данномъ полюсномъ разстояніи H, всего проще слѣдующимъ образомъ (чер. 144). Черезъ середину s нагрузки проводимъ вертикаль st; на вертикалѣ точки a откладываемъ—af = $=g\lambda$ (гдѣ $g\lambda$ —вся нагрузка), беремъ въ разстояніи—H отъ af точку π, проводимъ лучи πa и πf, продолжаемъ πa до пересѣченія съ st въ t, черезъ t проводимъ $t\beta \parallel \pi f$, до пересѣченія съ вертикалью точки b въ β, продолжаемъ $t\beta$ до пересѣченія съ af въ ρ, соединяемъ ρ съ b прямой ρb пересѣкающей st въ t_1, и затѣмъ—t_1 съ a; at_1 и t_1b суть крайнія стороны (касательныя) искомой веревочной линіи; на нихъ проектируемъ концы n и k нагрузки, дѣлимъ nt_1 и kt_1 на одинаковое число равныхъ частей, и точки дѣленія соединяемъ по правилу параболы.



Чер. 144.

На чер. 145 представлены инфлюентныя линіи консольной балки CABD, имѣющей связки въ C и D, и внѣшнія связки C_1 и D_1.

Инфлюентная линія реакціи A (чер. a): По № 102 откладываемъ на вертикалѣ опорной точки A : $a_1a = 1$, соединяемъ a съ b_1 (гдѣ b_1 — проекція опорной точки B), и продолжаемъ ab_1 до пересѣченія съ вертикалями связокъ C и D въ c и d. Внѣшнія связки C_1 и C_2 проектируемъ на a_1b_1, и полученныя точки e и f соединяемъ съ c и d.



Чер. 145.

Инфлюентная линія реакціи B (чер. a) построена такимъ же образомъ; для консольной балки она изображена прямой $c'b_0$, а при усгройствѣ связокъ C и D, и внѣшнихъ связокъ C_1 и C_2 прибавляются прямыя c_1e и b_0f.

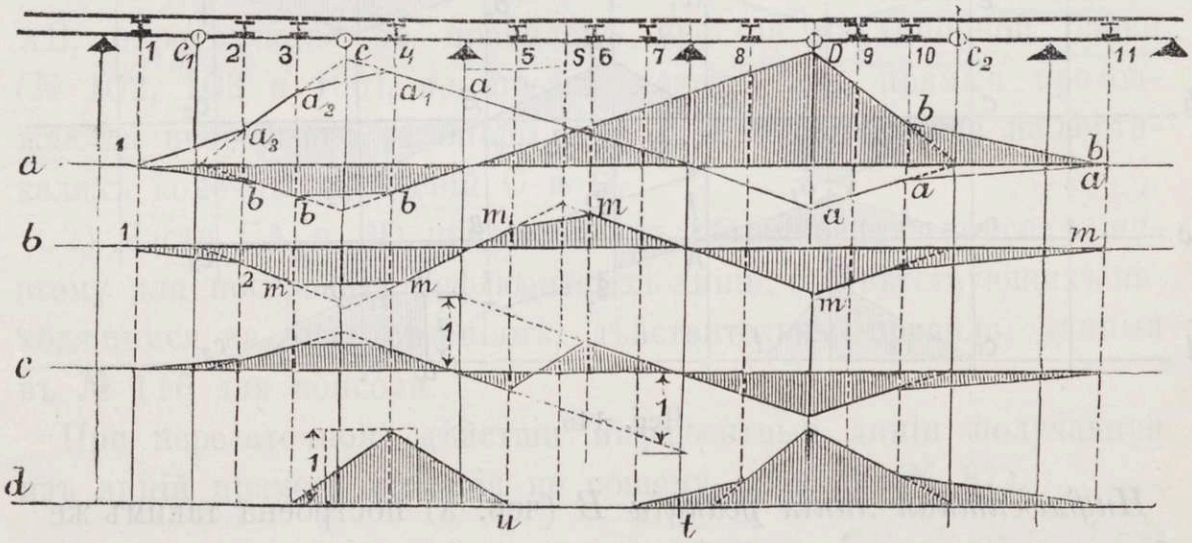
Инфлюентная линія моментовъ сѣченія s (чер. b): По (103) откладываемъ на вертикалѣ точки s $n\sigma = \frac{ab}{l}$, соединяемъ σ съ α β, и продолжаемъ $\sigma\alpha$ и $\sigma\beta$ до пересѣченія съ вертикалями точекъ C и D; $\sigma'\sigma\sigma_2$ есть инфлюентная линія консольной балки CD; на нее проектируемъ связки C и D, а внѣшнія связки C_1 и C_2 на продолженіе $\alpha\beta$, и соединяемъ σ' съ C и σ_2 съ C_2.

Инфлюентная линія усилій сѣченія s (чер. c). Сначала построена по № 106 инфлюентная линія As_2s_1B, которая продолжена влѣво и вправо до вертикалей сѣченій C и D. На эту линію спроектированы связки C и D, а внѣшнія связки C_1 и C_2, — на ось AB, и полученныя точки соединены прямыми $c_1\nu$ и $c_2\nu$.

Инфлюентная линія моментовъ сѣченія t консоли CA (чер. d). По (116) построена линія tτ, на нее спроектирована связка C, а внѣшняя связка C_1—на ось абсциссъ. Если бы не было связокъ C_1 и C, то инфлюентная линія была бы представлена прямой tτ, вслѣдствіе устройства этихъ связокъ она получаетъ видъ треугольника $c_1\tau t$.

Инфлюентная линія усилій въ сѣченіи u (чер. d): По № 116 эта линія изображается горизонтальнымъ отрѣзкомъ u_1n; вслѣдствіе устройства связокъ D и C_2 къ ней прибавляется прямая nC_2.

На чер. 146 консольная балка CD кромѣ шарнирныхъ связокъ



Чер. 146.

C и D и внѣшнихъ связокъ C_1 и C_2 имѣетъ еще связки 1, 2, 3, 4, 5... Соотвѣтствующія ей инфлюентныя линіи построены сначала точно такимъ образомъ, какъ для балки чер. 145; затѣмъ на каждую изъ этихъ линій спроектированы связки 1, 2, 3, 4..., и полученныя точки соединены прямыми линіями. Такимъ образомъ получена инфлюентная линія:

реакціи A (чер. a): линія $1a_3a_2a_1aaa$

реакціи B (чер. a): заштрихована и обозначена буквами b;

моментовъ въ сѣченіи s: чер. b;

усилій въ сѣченіи s: чер. c;

моментовъ въ сѣченіи t и усиліи въ сѣченіи u: чер d.

122. **Прогибъ и упругая линія консольной балки.**— По № 81 упругая линія получается посредствомъ построенія двухъ вере-

вочныхъ линій (линій моментовъ); замыкающая сторона второй веревочной линіи опредѣляется условіемъ, что ординаты ея, соотвѣтствующія опорнымъ точкамъ A и B, равны нулю.

Аналитически прогибъ получается помощію довольно утомительныхъ вычисленій, и точность числовыхъ результатовъ практически не превышаетъ точности графическихъ. Нужныя для вычисленій формулы даны уравненіями № 75.

Для балки постояннаго сѣченія по уравненію (91) (при $N = o$)

$$y_m = \frac{1}{EJ}\int Mm_m dx$$

По этой формулѣ получено для балки CD (чер. 147), которой выступающія части (консоли) CA и BD равны, прогибъ въ C и D отъ полной равномѣрной нагрузки g

$$y = \frac{g}{24EJ}(m^4 + 6Lm^3 - 6L^2m^2 + L^3m).$$

Для средняго сѣченія M

$$y = -\frac{g}{384EJ}(5L^4 - 40L^3m + 96L^2m^2 - 64Lm^3 - 16m^4)$$

Если балка имѣетъ только одну консоль длиной m (чер. 147a), то прогибъ ея свободнаго конца D

$$y = \frac{gl}{24EJ}(l^3 - 4lm^2 - 3m^3),$$

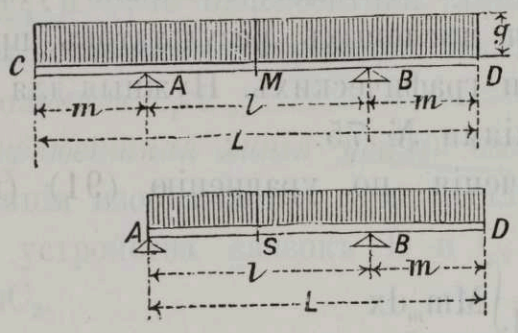
а для средняго сѣченія s

$$y = \frac{g}{384EJl^4}(3m^8 - 12m^6l^2 + 2m^4l^4 + 12m^2l^6 - 5l^8).$$

Помощію простыхъ алгебраическихъ выкладокъ, которыя было бы безполезно здѣсь выписывать, получаемъ:

a) для балки чер. 147: Моменты на опорахъ равны моменту въ среднемъ сѣченіи M для $m = 0{,}354l = 0{,}207L$. Въ этомъ случаѣ максимальный моментъ въ $8^1/_2$ разъ меньше, чѣмъ онъ былъ

бы, еслибы опоры были устроены на концахъ C и D, а прогибъ свободнаго конца $= -\frac{gl^4}{EJ}\,0{,}000203$; для средняго сѣченія



Чер. 147.

$M{:}y = +\frac{gl^4}{EJ}\,0{,}000613$, т. е. концы C и D поднимаются, а середина M опускается.

б) для балки чер. 147a: наивыгоднѣйшее отношеніе $l:L$ (при которомъ максимальные моменты въ A, B и s равны), $= 0{,}707$. Въ этомъ случаѣ прогибъ свободнаго конца $= -\frac{gl^4}{EJ}\,0{,}00175$, а для средняго сѣченія $s:y = \frac{gl^4}{EJ}\,0{,}00768$.

Устройство третьей опоры на свободномъ концѣ не представляетъ выгоды, когда $m < \frac{1}{3}l$,

Инфлюентная линія прогибовъ какой-нибудь точки d равняется упругой линіи, построенной при положеніи на d груза $= 1$, и получается помощію такихъ же построеній, какія были указаны въ № 112 для простой балки, т. е. ставимъ на d грузъ $= 1$, строимъ соотвѣтствующую ему линію моментовъ (веревочный многоугольникъ), принимаемъ (при постоянномъ сѣченіи) эту линію за линію нагрузки, и строимъ соотвѣтствующую ей вторую линію моментовъ, замыкающую сторону которой проводимъ черезъ точки a и b, въ которыхъ вертикали опорныхъ точекъ A и B встрѣчаютъ ее. Прогибъ помощію второй линіи моментовъ получается изъ выраженія (см. № 111):

$$y = \frac{HH_1}{EJ}\eta.$$

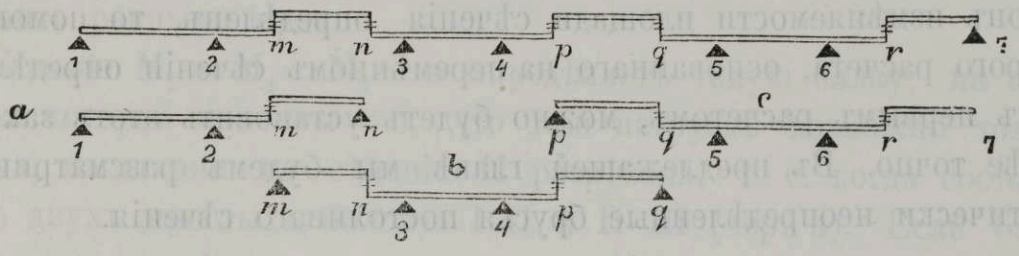
Многоопорныя консольныя балки.

123. — Когда дано большое число опоръ одинаковой высоты, то при устройствѣ статически опредѣленной многоопорной балки располагаютъ на каждой парѣ опоръ консольную балку, но такъ, чтобы между концами ихъ оставались промежутки, которыя заполняютъ простыми балками опирающимися на эти концы

(чер. 148). Въ крайнемъ пролетѣ можетъ быть устроена консольная балка 12m, или—простая r7.

Представленная на чер. 148 семи-опорная балка состоитъ изъ:

1) Консольной балки 1m, имѣющей связку m, и внѣшнюю связку n (чер. a).



Чер. 148.

2) Консольной балки np, имѣющей связки n и p, и внѣшнія связки m и q (чер. b).

3) Консольной балки qr, имѣющей связки q и r, и внѣшнія связки p и 7 (чер. c).

4) Изъ второстепенныхъ простыхъ балокъ mn, pq и r7, имѣющихъ опоры на соотвѣтственныхъ концахъ консольныхъ балокъ.

Приступая къ разсчету многоопорной консольной балки нужно прежде всего исполнить расчетъ простыхъ балокъ mn, pq, rs, имѣющихъ опоры на вѣсу, по правиламъ простой двухопорной балки (глава VII), а затѣмъ перейти къ расчету консольныхъ балокъ, данныхъ на чер. a, b и c. Расчетъ каждой изъ послѣднихъ исполняется независимо отъ прочихъ частей данной многоопорной балки, потому что напр. для консоли np, грузы, находящіеся внѣ ея внѣшнихъ связокъ m и q, т. е. лежащіе на балкѣ слѣва m и справа q, не имѣютъ никакого значенія.

ГЛАВА X.

Статически неопредѣленныя балки.

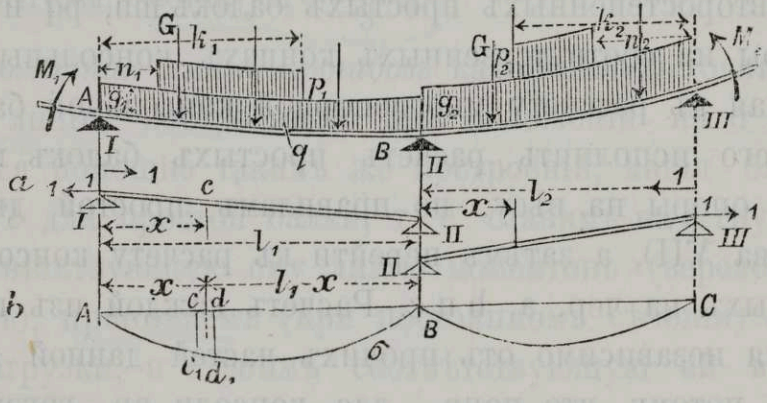
124.—Статически неопредѣленныя балки не могутъ быть рѣшаемы помощію однихъ условій равновѣсія; недостающія уравненія получаются всего проще изъ правила производной работы деформаціи. Расчетъ статически неопредѣленныхъ сооруженій

усложняется еще болѣе тѣмъ, что распредѣленіе въ нихъ напряженій зависитъ отъ закона, по которому измѣняются площади поперечныхъ сѣченій, такъ какъ опредѣленіе этого закона и составляетъ цѣль расчета. Вслѣдствіе того часто бываетъ нужно дѣйствовать по способу приближенія, задавшись въ началѣ постояннымъ сѣченіемъ. Когда на основаніи этого предположенія законъ измѣняемости площади сѣченія опредѣленъ, то помощію второго расчета, основаннаго на перемѣнномъ сѣченіи опредѣленномъ первымъ расчетомъ, можно будетъ установить этотъ законъ болѣе точно. Въ предлежащей главѣ мы будемъ разсматривать статически неопредѣленные брусья постояннаго сѣченія.

125. Непрерывныя балки постояннаго поперечнаго сѣченія.

Балка называется *непрерывной*, когда число ея опоръ больше 2.

Разсмотримъ балку, расположенную на трехъ опорахъ I, II и III (чер. 149), на которую дѣйствуетъ вертикальная нагрузка и,



Чер- 149.

кромѣ того, моменты M_1 и M_3, приложенные къ ея конечнымъ сѣченіямъ I и III; моментъ на опорѣ II означимъ черезъ M_2. Моменты, какъ и прежде, будемъ считать положительными, когда они стремятся изогнуть балку выпуклой стороной внизъ; положительный моментъ M_1 вращенія, поэтому, по направленію часовой стрѣлки, а положительный моментъ M_3—по прямопротивоположному направленію.

Мы предполагаемъ, что моменты M_1, M_2 и M_3 произведены нагрузкой, лежащей на балкѣ и на продолженіяхъ ея за опоры I и III, при чемъ продолженія могутъ имѣть любое устройство (напр. они могутъ образовать консоли, имѣющія или неимѣющія

добавочныхъ опоръ, которыя въ свою очередь могутъ быть подвижныя, шарнирныя или крѣпкія).

Эти моменты суть, слѣдовательно, функціи нагрузки, и могутъ быть разсматриваемы какъ добавочныя величины.

Чтобы отъ данной статически неопредѣленной балки перейти къ статически опредѣленной, нужно добавочныя величины поставить равными нулю.

Условіе $M_1 = M_2 = M_3 = 0$ опредѣляетъ такую балку, на опорахъ которой моменты $= 0$, что при нагрузкѣ возможно только тогда, когда она по сѣченію II разрѣзана, т. е. когда состоитъ изъ двухъ простыхъ балокъ I II и II III (чер. а). Если означимъ для послѣднихъ черезъ

M_0 — моменты, A_0 и B_0 — реакціи, T_0 — усилія, производимыя данной нагрузкой,

m_1 — моменты, a_1 и b_1 — реакціи и t_1 — усилія, которыя даетъ нагрузка $M_1 = 1$, т. е. пара $= 1$, приложенная къ сѣченію I,

m_2 — моменты, a_2 и b_2 — реакціи и t_2 — усилія, отъ нагрузки $M_2 = 1$, т. е. пары $= 1$, приложенной къ сѣченію II,

m_3 — моменты отъ нагрузки $M_3 = 1$, т. е. пары $= 1$, приложенный къ сѣченію III.

Означимъ уголъ, на который повернулось сѣченіе II непрерывной балки I II III черезъ z_2, то по формулѣ 97 (такъ какъ $N = 0$)

$$z_2 = \int \frac{M_0 m_2 dx}{EJ} + M_1 \int \frac{m_1 m_2 dx}{EJ} + M_2 \int \frac{m_2^2 dx}{EJ} + M_3 \int \frac{m_3 m_2 dx}{EJ} \int + \int \frac{\alpha \Delta t}{h} m_2 dx$$

Когда балка однородна и сѣченіе ея постоянно, то E, J, α и h — величины постоянныя; если кромѣ того и разность Δt температуръ верхняго и нижняго волоконъ постоянна, то предыдущее уравненіе получаетъ видъ:

$$EJz_2 = \int M_0 m_2 dx + M_1 \int m_1 m_2 dx + M_2 \int m^2{}_2 dx + M_3 \int m_3 m_2 dx + \frac{\alpha EJ \Delta t}{h} \int m_2 dx$$

. . . . . (159).

Каждый изъ этихъ интеграловъ относится ко всей балкѣ I II III, т. е. долженъ быть распространенъ на обѣ балки I II и II III.

Моменты m_1. Для опредѣленія величинъ m_1 нужно, по выше сказанному, приложить къ сѣченію I пару $= 1$ (чер. 149а). Если реакцію, произведенную этой парой на опорѣ I означимъ черезъ a_1, то изъ условія равновѣсія моментовъ по отношенію къ точкѣ II имѣемъ

$$a_1 l_1 + 1 = 0 \quad a_1 = -\frac{1}{l_1}$$

Моментъ въ произвольномъ сѣченіи C балки I II

$$m_1 = a_1 x + 1 = -\frac{x}{l_1} + 1 = \frac{l_1 - x}{l_1} \qquad t_1 = a_1 = -\frac{1}{l_1}$$

Для балки II III $m_1 = 0$.

Моменты m_2. Пара $= 1$ приложенная къ сѣченію II балки I II производитъ въ II реакцію a_2, получаемую изъ условія равновѣсія моментовъ для точки II:

$$a_2 l_1 - 1 = 0 \quad a_2 = +\frac{1}{l_1}$$

$$m_2 = a_2 x = \frac{x}{l_1} \qquad t_2 = \frac{1}{l_1}$$

Пара $= 1$, приложенная къ сѣченію II балки II III даетъ, если реакцію опоры II этой балки означимъ черезъ α_2

$$\alpha_2 l_2 + 1 = 0 \quad \alpha_2 = -\frac{1}{l_2} \quad m_2 = \alpha_2 x + 1 = -\frac{x}{l_2} + 1$$

$$m_2 = \frac{l_2 - x}{l_2} \qquad t_2 = -\frac{1}{l_2}$$

Моменты m_3. Такимъ же образомъ получаемъ, что пара $= 1$ приложенная къ сѣченію III даетъ

для балки II III $m_2 = \frac{x}{l_2} \qquad t_2 = \frac{1}{l_2}$

а для балки I II: $m_3 = 0$.

Для большей ясности величины m и t приведены въ слѣдующей таблицѣ:

Балка.	m_1	m_2	m_3	t_1	t_2	t_3
I II	$\frac{l_1 - x}{l_1}$	$\frac{x}{l_1}$	0	$-\frac{1}{l_1}$	$+\frac{1}{l_1}$	—
II III	0	$\frac{l_2 - x}{l_2}$	$\frac{x}{l_2}$	—	$-\frac{1}{l_2}$	$+\frac{1}{l_2}$

Помощію этихъ значеній получаемъ:

$$\int m_1 m_2 dx = \int_0^{l_1} \frac{(l_1 - x)}{l_1} \cdot \frac{x}{l_1} dx = \frac{l_1}{6}$$

$$\int m^2_2 dx = \int_0^{l_1} \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 dx + \int_0^{l_2} \left(\frac{l_2 - x}{l_2}\right)^2 dx = \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{3}$$

$$\int m_2 m_3 dx = \int_0^{l_2} \frac{l_2 - x}{l_2} \cdot \frac{x}{l_2} dx = \frac{l_2}{6}$$

$$\int m_2 dx = \int_0^{l_1} \frac{x}{l_1} dx + \int_0^{l_2} \frac{l_2 - x}{l_2} dx = \frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{2}$$

Уравненіе (159) можно теперь написать такъ:

$$EJz_2 = \int M_0 m_2 dx + \frac{M_1 l_1}{6} + \frac{M_2(l_1 + l_2)}{3} + \frac{M_3 l_2}{6} + \frac{EJ\alpha\Delta t}{h}\left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right)$$

$$6EJz_2 = 6\int M_0 m_2 dx + M_1 l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 + 3EJ\alpha\frac{\Delta t}{h}(l_1 + l_2). \quad (160)$$

гдѣ

$$\int M_0 m_2 dx = \frac{1}{l_1}\int_0^{l_1} M_0 x dx + \frac{1}{l_2}\int_0^{l_2} M_0 (l_2 - x) dx$$

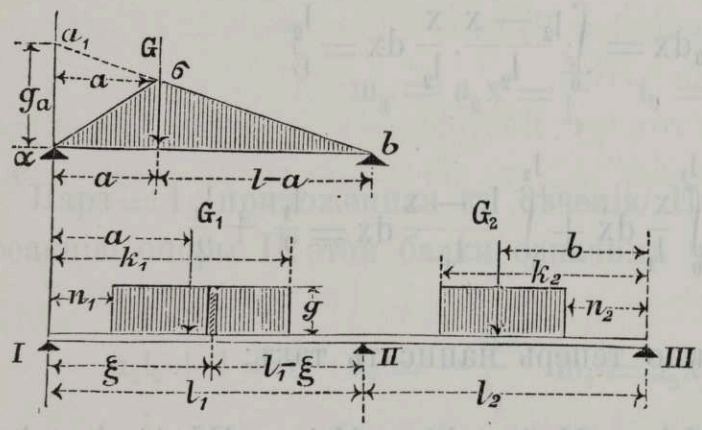
Буквой M_0 означены моменты, производимыя въ сѣченіяхъ простыхъ двухопорныхъ балокъ I II и II III лежащими на нихъ

нагрузками. Пусть $A\sigma B$—линія моментовъ M_0 (чер. b); площадь ея вертикальной полосы cc_1d_1d, которой ширина dx, равна M_0dx; моментъ этой площади по отношенію къ точкѣ $A = M_0dxx$, а по отношенію къ $B - M_0dx(l-x)$, поэтому $\int_0^{l_1} M_0xdx$ означаетъ статич. моментъ площади линіи моментовъ M_0 балки I II, отнесенный къ точкѣ I, а $\int_0^{l_2} M_9(l_2-x)dx$ есть статическій моментъ площади линіи моментовъ балки II III, взятый по отношенію къ опорной точкѣ III. Если означимъ эти статическіе моменты черезъ S_1 и S_2, то

$$\int M_0m_2dx = \frac{S_1}{l_1} + \frac{S_2}{l_2}$$

гдѣ $S_1 = \int_0^{l_1} M_0dx \qquad S_2 = \int_0^{l_2} M_0(l_2-x)dx.$

Опредѣлимъ интегралы $\int M_0m_2dx$ для главныхъ основныхъ случаевъ вертикальной нагрузки.



Чер. 150 и 151.

1. *Сосредоточенный грузъ* G. Линія моментовъ имѣетъ видъ треугольника $a\sigma b$ чер. 150, котораго стороны $a\sigma$ и $b\sigma$ отсѣкаютъ на опорныхъ вертикаляхъ отрѣзки

$$bb_1 = G(l-a) \qquad \overline{aa_1} = Ga.$$

Такъ какъ

$$\Delta a\sigma b = \Delta aa_1b - \Delta aa_1\sigma,$$

то статистическій моментъ его по отношенію къ a

$$S_1 = \frac{l.(Ga)}{2} \cdot \frac{1}{3}l - \frac{a(Ga)}{2} \cdot \frac{1}{3}a = \frac{Ga}{6}(l^2-a^2)$$

и по отношенію къ b

$$S_2 = \frac{Gb}{6}(l^2 - b^2), \text{ гдѣ } b = l - a.$$

Поэтому, если на I II лежитъ грузъ G_1, а на II III—грузъ G_2, то

$$\int M_0 m_2 dx = \frac{S_1}{l_1} + \frac{S_2}{l_2} = \frac{G_1 a(l_1^2 - a^2)}{6l_1} + \frac{G_2 b(l_2^2 - b^2)}{6l_2}$$

и

$$6\int M_0 m_2 dx = \frac{G_1 a(l_1^2 - a^2)}{l_1} + \frac{G_2 b(l_2^2 - b^2)}{l_2} \quad \ldots\ldots (161)$$

2. *Равномѣрная нагрузка g начинается въ разстояніи* $= n_1$ *и кончается въ разстояніи* $= k_1$ *отъ лѣвой опоры* (чер. 151).

Элементарный грузъ $gd\xi$ даетъ по (161)

$$dS_1 = \frac{gd\xi}{6}\xi(l_1^2 - \xi^2)$$

поэтому

$$S_1 = \int_{n_1}^{k_1} g\xi \frac{(l_1^2 - \xi^2)}{6} d\xi = \frac{g}{24}\left[2l_1^2(k_1^2 - n_1^2) - (k_1^4 - n_1^4)\right]$$

$$S_1 = \frac{g}{24}(k_1^2 - n_1^2)(2l_1^2 - k_1^2 - n_1^2).$$

Такимъ же образомъ получимъ для нагрузки пролета II III, при данныхъ на чертежѣ обозначеніяхъ

$$S_2 = \frac{g_2}{24}(k_2^2 - n_2^2)(2l_2^2 - k_2^2 - n_2^2).$$

Для нагрузки чертежъ 151, слѣдовательно, будетъ (при $G_1 = G_2 = 0$)

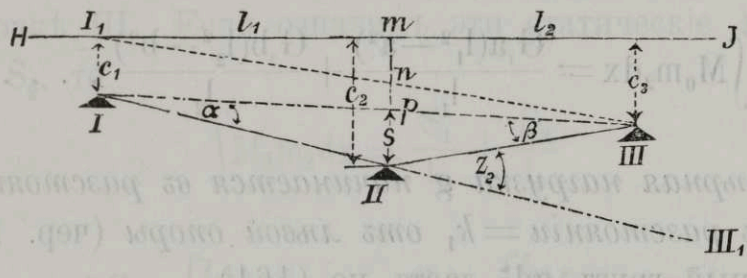
$$6\int M_0 m_2 dx = 6\left(\frac{S_1}{l_1} + \frac{S_2}{l_2}\right) = \frac{g_1}{4l_1}(k_1^2 - n_1^2)(2l_1^2 - k_1^2 - n_1^2) +$$

$$+ \frac{g_2}{4l_2}(k_2^2 - n_2^2)(2l_2^2 - k_2^2 - n_2^2) \quad \ldots\ldots (162)$$

3. *Полная нагрузка.* Для этого случая n = o k = l: если, поэтому, единичную нагрузку пролета I II означимъ черезъ p_1, а пролета II III—черезъ p_2, то

$$6\int M_0 m_2 dx = \frac{p_1 l_1}{4} + \frac{p_2 l_2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (163)$$

Геометрическое опредѣленіе угла z_2. Прямая балка I II III_1, лежащая на опорахъ I и II, получитъ видъ I II III, если ея часть



Чер. 152.

II III_1 повернемъ на уголъ $z_2 = III_1$ II III (чер. 152); на столько же повернется при этомъ и сѣченіе II, такъ что можно поставить

$$z_2 = \sphericalangle\, III_1\ II\ III.$$

Это уравненіе представляетъ лишь довольно грубое приближеніе, которое можетъ практически быть допущено только при условіи чрезвычайно малыхъ разницъ въ высотахъ опорныхъ точекъ, и при столь незначительной деформаціи балки, что соотвѣтствующія пролетамъ I II и II III части упругой линіи могутъ быть разсматриваемы за прямыя, а эти условія для непрерывныхъ балокъ всегда исполнены на практикѣ.

Изъ черт. 152 имѣемъ

$$z_2 = \alpha + \beta$$

Вслѣдствіе незначительности угловъ можно поставить

$$\alpha = \frac{s}{l_1} \qquad \beta = \frac{s}{l_2}$$

гдѣ s—*вертикальное разстояніе опорной точки III отъ прямой I II, соединяющей обѣ другія опорныя точки.* Такимъ образомъ имѣемъ съ достаточной для практики точностью

$$z_2 = \frac{s}{l_1} + \frac{s}{l_2} = \frac{s(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (164)$$

Часто бываетъ удобнѣе выразить уголъ z_2 вертикальными разстояніями опорныхъ точекъ отъ нѣкоторой горизонтали HJ. Изъ чертежа получаемъ легко, проведя діагональ I_1 III:

$$s = \overline{IIm} - \overline{mn} - \overline{np}$$

такъ какъ

$$mn = \frac{c_3 \cdot l_1}{l_1 + l_2} \qquad np = \frac{c_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2} \qquad \overline{IIm} = c_2$$

то

$$s = c_2 - \frac{c_1 l_2}{l_1 + l_2} - \frac{c_3 l_1}{l_1 + l_2}$$

$$z_2 = s\frac{(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} = \frac{1}{l_1 l_2}\left[c_2(l_1 + l_2) - c_1 l_2 - c_3 l_1\right]$$

$$z_2 = \frac{c_2 - c_1}{l_1} + \frac{c_2 - c_3}{l_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (165)$$

126. **Правило трехъ моментовъ.** Если въ уравненіе (160) подставимъ выведенныя въ предыдущемъ значенія, то получимъ для непрерывной балки, на которую одновременно дѣйствуютъ сосредоточенные грузы G и равномѣрныя нагрузки g_1, g_2, p_1 и p_2 слѣдующее основное уравненіе (чер. 149)

$$M_1 l_1 + 2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 + \sum_1 \frac{Ga(l_1^2 - a^2)}{l_1} + \sum_2 \frac{Gb(l_2^2 - b^2)}{l_2} + \frac{g_1 l_1^3}{4} +$$

$$+ \frac{g_2 l_2^3}{4} + p_1 \frac{(k_1^2 - n^2_1)(2l_1^2 - k_1^2 - n_1^2)}{4l_1} + \frac{p_2(k_2^2 - n_2^2)(2l_2^2 - k_2^2 - n_2^2)}{4l_2} +$$

$$+ 3EJ\frac{\alpha \Delta t}{h}(l_1 + l_2) = 6EJ\left(\frac{c_2 - c_1}{l_1} + \frac{c_2 - c_3}{l_2}\right) = 6EJz_2 = 6EJ\,\frac{s(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} \quad (166)$$

Это уравненіе называютъ *правиломъ трехъ моментовъ*; оно даетъ возможность опредѣлять опорные моменты непрерывной балки, имѣющей произвольное число опоръ, находящихся на разныхъ высотахъ.

127. **Моменты, усилія, реакціи.**—Если вырѣжемъ изъ непрерывной балки сѣченіями, проведенными черезъ опорныя точки A и B (чер. 149) часть AB, то для возстановленія ея равновѣсія, существовавшаго до разрѣза, нужно къ сѣченіямъ A и B приложить дѣйствовавшія на нихъ реакціи A и B и моменты M_1 и M_2; еслибы послѣдніе были = 0, то балка AB была бы статически опредѣленная, т. е. она превратилась бы въ простую двухопорную балку.

Означимъ происходящія въ какомъ нибудь сѣченіи q непрерывной балки: моментъ—черезъ M, и усиліе—черезъ T, то по правилу независимости дѣйствія силъ (№ 57).

$$M = M_0 + m_1 M_1 + m_2 M_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (167).$$

$$T = T_0 + t_1 M_1 + t_2 M_2$$

и, подставивъ для m и t найденныя выше значенія (см. табличку стр. 235).

$$M = M_0 + \frac{l-x}{l} M_1 + \frac{x}{l} M_2$$

или

$$M = M_0 + M_1 + (M_2 - M_1) \frac{x}{l}$$

$$T = T_0 + \frac{M_2 - M_1}{l}$$

M_1 и M_2 означаютъ лѣвый и правый опорный моментъ разсматриваемаго пролета; для большей ясности формулъ будемъ обозначать лѣвый опорный моментъ черезъ M_l, а правый — черезъ M_p, такъ что будетъ

$$M = M_0 + M_l + (M_p - M_l) \frac{x}{l} \quad \ldots\ldots \quad (168).$$

$$T = T_0 + \frac{M_p - M_l}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (169).$$

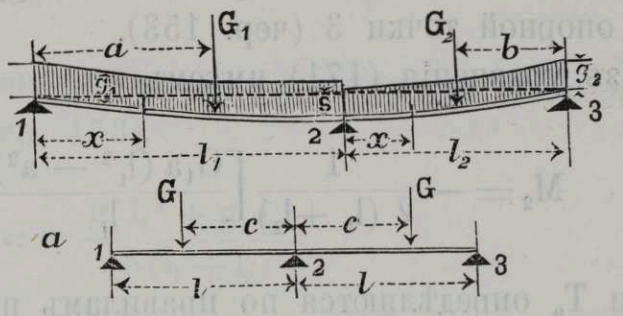
Пусть D_r — реакція опоры r, T_r и T_ρ — усилія сѣченій, находящихся вплоть слѣва и справа r, то

$$T_\rho = T_r + D_r$$

откуда

$$D_r = T_r - T_\rho \quad \ldots\ldots\ldots \quad (170).$$

128.—**Балка на 3-хъ опорахъ** (чер. 153). Крайнія опоры 1 и 3 приняты на одинаковой высотѣ, а опора 2 на s ниже первыхъ. На пролетѣ $\overline{1\ 2}$ находится грузъ G_1 въ разстояніи $= a$ отъ 1, а на пролетѣ $\overline{2\ 3}$ — грузъ G_2 въ разстояніи b отъ 3; кромѣ того, балка нагружена равномѣрно нагрузкой g_1 въ пролетѣ $\overline{1\ 2}$, и g_2 — въ пролетѣ $\overline{2\ 3}$. Такъ какъ здѣсь



Чер. 153.

$$M_1 = M_3 = 0 \quad c_1 = c_3 = o \quad c_2 = s$$

то по (166)

$$2M_2 (l_1 + l_2) + \frac{G_1 a (l_1^2 - a^2)}{l_1} + \frac{G_2 b (l_2^2 - b^2)}{l_2} + \frac{g_1 l_1^3}{4} + \frac{g_2 l_2^3}{4} + \\ + \frac{3EJ\alpha\Delta t}{h} (l_1 + l_2) = 6EJ \left(\frac{s}{l_1} + \frac{s}{l_2} \right)$$

откуда

$$M_2 = - \frac{1}{2 (l_1 + l_2)} \left[\frac{G_1 a (l_1^2 - a^2)}{l_1} + \frac{G_2 b (l_2^2 - b^2)}{l_2} + \frac{1}{4} (g_1 l_1^3 + \right. \\ \left. + g_2 l_2^3) \right] - 3EJ \left(\frac{\alpha\Delta t}{2h} - \frac{s}{l_1 l_2} \right) \quad \ldots\ldots \quad (171).$$

Когда опорные моменты опредѣлены, то моменты и усилія въ сѣченіяхъ получаются по уравненіямъ 168 и 169, а реакціи — по уравненію 170.

Для пролета $\overline{1\ 2}$ $M_l = 0$, поэтому

$$M = M_0 + M_p \frac{x}{l_1} \quad T = T_0 + \frac{M_p}{l_1}$$

Для пролета $\overline{2\ 3}$ $M_p = 0$, слѣдовательно

$$M = M_0 - \frac{M_l (l_2 - x)}{l_2} \quad T = T_0 - \frac{M_l}{l_2} \quad \ldots \quad (172).$$

Частные случаи:

1) На пролетѣ $\overline{1\,2}$ лежитъ грузъ G_1 въ разстояніи $= a$ отъ опорной точки 1, а на пролетѣ $\overline{2\,3}$ грузъ G_2, въ разстояніи $= b$ отъ опорной точки 3 (чер. 153).

Изъ уравненія (171) имѣемъ

$$M_2 = -\frac{1}{2(l_1+l_2)}\left[\frac{G_1 a (l_1^2 - a^2)}{l_1} + \frac{G_2 b (l_2^2 - b^2)}{l_2}\right]$$

M_0 и T_0 опредѣляются по правиламъ простой балки.

Реакція A. Между 1 и c: $T_0 = \frac{G_1 (l_1 - a)}{l_1}$ $M_0 = \frac{G_1 (l_1 - a)}{l_1} x$

между c и 2: $T_0 = -\frac{G_1 a}{l_1}$ $M_0 = \frac{G_1 a}{l_1}(l_1 - x)$

а между 2 и d: $T_0 = \frac{G_2 b}{l_2}$ $M_0 = G_2 \frac{b}{l_2} x$

Поэтому

$$A = T_0 + \frac{M_2}{l_1} = \frac{G_1 (l_1 - a)}{l_1} + \frac{M_2}{l_1}$$

$$C = \frac{G_2 (l_2 - b)}{l_2} + \frac{M_2}{l_2}$$

$$B = -\left(-\frac{G_1 a}{l_1} + \frac{M_2}{l_1}\right) + \left(\frac{G_2 b}{l_2} - \frac{M_2}{l_2}\right)$$

Моментъ въ точкѣ c $\left(M_0 = \frac{G_1 a (l_1 - a)}{l_1}\right)$:

$$M_c = \frac{G_1 a (l_1 - a)}{l_1} + \frac{M_2 x}{l_1}$$

2) Если $G_1 = G_2 = G$ $l_1 = l_2 = l$ $a = b$ и $l - a = l - b = c$ (чер. 153а), то предыдущія формулы даютъ:

$$M_2 = -\frac{1}{2l^2} Ga\ (l^2 - a^2)$$

$$M_c = \frac{Gac^2(3l-c)}{2l^3}$$

$$A = C = \frac{Gc^2(3l-c)}{2l^3} \qquad B = \frac{Ga(3l^2-a^2)}{l^3}$$

3) *Пролетъ* $\overline{12}$ *покрытъ равномѣрной нагрузкой* g_1, *а пролетъ* $\overline{23}$*—нагрузкой* g_2 (чер. 153).

$$M_2 = -\frac{g_1 l_1^3 + g_2 l_2^3}{8(l_1 + l_2)}$$

$$B = \frac{g_1 l_1}{2} + \frac{g_2 l_2}{2} - \left(\frac{M_2}{l_1} + \frac{M_2}{l_2}\right)$$

$$A = \frac{g_1 l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} \qquad C = \frac{g_2 l_2}{2} + \frac{M_2}{l_2}$$

Если для M_2 подставимъ значеніе, то получимъ послѣ весьма простого приведенія:

$$B = \frac{g_1 l_1^2(l_1 + 4l_2) + g_2 l_2^2(l_2 + 4l_1)}{8 l_1 l_2}$$

$$A = \frac{g_1 l_1^2(3l_1 + 4l_2) - g_2 l_2^3}{8 l_1 (l_1 + l_2)}$$

$$C = \frac{g_2 l_2^2(3l_2 + 4l_1) - g_1 l_1^3}{8 l_2 (l_1 + l_2)}$$

Максимальный положительный моментъ:
въ лѣвомъ пролетѣ $\overline{12}$:

$$M_{mx} = + \frac{[g_1 l_1^2(3l_1 + 4l_2) - g_2 l_2^3]^2}{128\, g_1 l_1^2 (l_1 + l_2)^2}$$

въ правомъ пролетѣ $\overline{23}$:

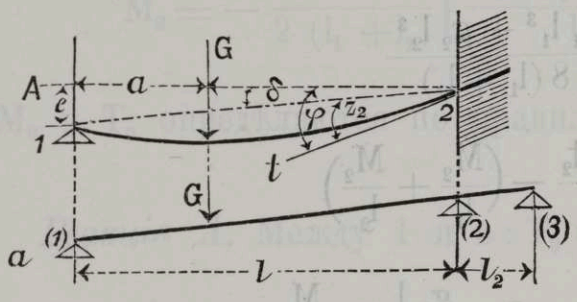
$$M_{mx} = + \frac{[g_2 l_2^2(3l_2 + 4l_1) - g_1 l_1^3]^2}{128\, g_2 l_2^2 (l_1 + l_2)^2}$$

4) *Оба пролета равны и одинаково нагружены* ($l_1 = l_2 = l$ $g_1 = g_2 = g$).

$$M_2 = -\frac{gl^2}{8} \qquad A = C = \frac{3gl}{8} \qquad B = \frac{10gl}{8}$$

$$M_{max} = \frac{9gl^2}{128}$$

129. **Балка, защемленная на одномъ концѣ, а другимъ расположенная свободно на опорѣ.**—Представленную на чер. 154 балку $\overline{12}$ можно разсматривать какъ брусъ, расположенный свободно на 3-хъ опорахъ (чер. а), котораго правый пролетъ, замѣняющій защемленіе, можно представить себѣ произвольно малымъ, т. е. равнымъ нулю. Для такой балки дѣйствительны поэтому всѣ, въ предыдущемъ номерѣ выведенныя уравненія, если въ нихъ поставимъ длину l_2 и лежащую на ней нагрузку G_2 и $g_2 = 0$ Правило 3-хъ моментовъ получитъ видъ (по 166)



Чер. 154.

$$2M_2 l + \frac{Ga(l^2 - a^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + \frac{3\alpha EJ\,\Delta t}{h} l = 6EJ z_2 \quad . \quad . \quad (173)$$

$$M_2 = -\frac{Ga(l^2 - a^2)}{2l^2} - \frac{gl^2}{8} - 3EJ\left(\frac{\alpha \Delta t}{2h} - \frac{z_2}{l}\right)$$

$$M = M_0 + M_2 \frac{x}{l} \qquad T = T_0 + \frac{M_2}{l}$$

Для балки чер. 154 защемленной подъ угломъ φ къ горизонталѣ, которой опора 1 на e ниже оноры 2

$$z_2 = \varphi - \delta$$

гдѣ δ—уголъ, образуемый прямой $\overline{12}$, соединяющей опорныя точки съ горизонталью $\overline{A2}$, будетъ при $\Delta t = 0$,

$$M_2 = -\frac{Ga(l^2 - a^2)}{2l^2} - \frac{gl^2}{8} + \frac{3EJ(\varphi - \delta)}{l}$$

Такъ какъ уголъ δ очень малъ то $tg\delta = \delta = \frac{e}{l}$

Когда брусъ защемленъ горизонтально, то онъ находится въ точно такомъ состояніи, какъ пролетъ $\overline{12}$ разсмотрѣнной въ № 128, симметричной, и симметрично нагруженной балки. Поэтому всѣ формулы, выведенныя въ этомъ № для пролета $\overline{12}$ вполнѣ дѣйствительны для балки чер. 154.

Для *сосредоточеннаго груза G* слѣдовательно, будетъ:

$$M_2 = -\frac{1}{2l^2} Ga(l^2 - a^2)$$

Моментъ въ точкѣ приложенія c

$$M_c = \frac{Gac^2(3l - c)}{2l^3}$$

Реакція опорной точки 1:

$$A = \frac{Gc^2(3l - c)}{2l^3} \text{ а точки 2: } B = \frac{Ga(3l^2 - a^2)}{2l^3}$$

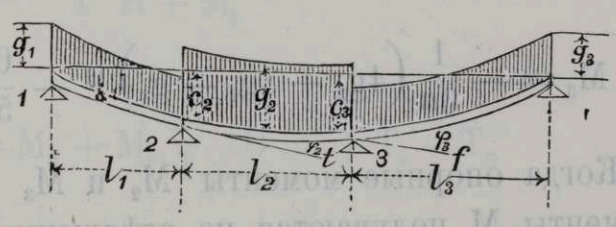
Для *полной равномѣрной нагрузки* g

$$M_2 = -\frac{gl^2}{8} \quad A = {}^3/_8\, gl \quad B = {}^5/_8\, gl \quad M_{max} = \frac{9}{128} gl^2$$

Разность температуръ Δt даетъ

$$M_2 = -\frac{3EJ\alpha\Delta t}{2h}$$

130. *Брусъ на 4 опорахъ.* (Чер. 155). Такъ какъ балка не выступаетъ за опоры и не защемлена на концахъ, то $M_1 = M_4 = 0$. Примѣняя правило трехъ моментовъ къ опорамъ 1, 2 и 3, а затѣмъ—къ опорамъ 2, 3 и 4 получимъ:



Чер. 155.

$$2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 + \frac{G_1 a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} + \frac{G_2 b_2 (l_2^2 - b_2^2)}{l_2} + \frac{g_1 l_1^3}{4} +$$

$$+ \frac{g_2 l_2^3}{4} + 6EJ\left[\alpha \frac{\Delta t}{h2}(l_1 + l_2) - z_2\right] = 0$$

$$M_2 l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) + \frac{G_2 a_2 (l_2^2 - a_2^2)}{l_2} + \frac{G_3 b_3 (l_3^2 - b^2{}_3)}{l_3} + \frac{g_2 l_2^3}{4} +$$

$$+ \frac{g_3 l_3^3}{4} + 6EJ\left[\alpha \frac{\Delta t}{h} \frac{(l_2 + l_3)}{2} - z_3\right]$$

Здѣсь z_2 и z_3 — углы, образуемые касательной къ упругой линіи (оси балки) въ точкахъ 2 и 3 съ прямой $\overline{12}$, и—(соотвѣтственно)—прямой 23, т. е. $z_2 = \sphericalangle \overline{32t}$ $z_3 = \sphericalangle \overline{43f}$.

По (165).

$$z_2 = \frac{c_2 - c_1}{l_1} + \frac{c_2 - c_3}{l_2} \qquad z_3 = \frac{c_3 - c_2}{l_2} + \frac{c_3 - c_4}{l_3}$$

а).— *Опоры 2 и 3 непрерывной балки $\overline{14}$ устроены на c_2 и c_3 ниже прямой $\overline{14}$, соединяющей крайнія опорныя точки; нагрузка ея представлена на чер. 155.*

Здѣсь $c_1 = c_4 = 0$, всѣ G равны 0;

$$z_2 = \frac{c_2}{l_1} + \frac{c_2 - c_3}{l_2} \qquad z_3 = \frac{c_3 - c_2}{l_2} + \frac{c_3}{l_3}$$

$$2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 = -\frac{g_1 l_1^3}{4} - \frac{g_2 l_2^3}{4} + 6EJ\left[\frac{c_2}{l_1} + \frac{c_2 - c_3}{l_2} - \frac{\alpha \Delta t}{h}\left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right)\right]$$

$$M_2 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) = -\frac{g_2 l_2^3}{4} - \frac{g_3 l_3^3}{4} + 6EJ\left[\frac{c_3 - c_2}{l_2} + \frac{c_3}{l_3} - \frac{\alpha \Delta t}{h}\left(\frac{l_2 + l_3}{2}\right)\right] \quad . \quad (17^1).$$

Если всѣ пролеты равны, то рѣшеніемъ этихъ уравненій получаемъ:

$$M_2 = -\frac{1}{60}\left(4g_1 + 3g_2 - g_3\right) l^2 - \frac{6}{5} EJ\left[\frac{\alpha \Delta t}{h} - \frac{3c_2 - 2c_3}{l^2}\right]$$

$$M_3 = -\frac{1}{60}\left(4g_3 + 3g_2 - g_1\right) l^2 - \frac{6}{5} EJ\left[\frac{\alpha \Delta t}{h} - \frac{3c_3 - 2c_2}{l^2}\right]$$

Когда опорные моменты M_2 и M_3 вычислены, то усилія T и моменты M получаются по слѣдующимъ формуламъ:

По (168) и (169).

$$M = M_0 + M_l + (M_p - M_l)\frac{x}{l} \qquad T = T_0 + \frac{M_p - M_l}{l}$$

Пролетъ $\overline{12}$: Здѣсь $M_p = M_2$ $M_l = 0$

поэтому

$$T = T_0 + \frac{M}{l} \quad M = M_0 + M_2 \frac{x}{l}$$

Въ пролетъ 23: $M_l = M_2 \quad M_p = M_3$
слѣдовательно

$$T = T_0 + \frac{M_3 - M_2}{l} \quad M = M_0 + M_2 + (M_3 - M_2)\frac{x}{l}$$

Пролетъ 34: ($M_l = M_3 \quad M_p = 0$)

$$T = T_0 - \frac{M_3}{l} \quad M = M_0 + M_3 \frac{(l-x)}{l}$$

T_0 и M_0 означаютъ усилія и моменты простыхъ двухопорныхъ балокъ 12, 23 и 34, опредѣляемые по правиламъ главы VII.

Чтобы получить реакцію нпр. опоры 2, нужно опредѣлить усиліе T_r для сѣченія, находящагося вплоть слѣва 2, и усиліе T_ρ—для сѣченія вплоть справа 2; реакція точки 2, по (172)

$$D_r = + T_r - T_\rho$$

б).—*Всѣ 4 опоры непрерывной балки устроены на одинаковой высотѣ; вся балка нагружена равномѣрной нагрузкой g; $\Delta t = 0$; крайніе пролеты равны.*

Для этого случая будемъ имѣть по (174).

$$2M_2 (l + l_1) + M_2 l_1 = - \frac{g (l^3 + l_1^3)}{4}$$

$$M_2 = - \frac{g}{4} \frac{l^3 + l_1^3}{2l + 3l_1}$$

Пролетъ 12:

$$T = T_0 + \frac{M_2}{l} \quad M = M_0 + M_2 \frac{x}{l} \quad D = + T_r - T_\rho$$

$$T_1' = \frac{gl}{2} - \frac{g}{4l} \frac{l^3 + l^3_1}{2l + 3l_1} \quad T_2 = T_1' - \frac{gl}{2} = - \frac{gl}{2} - \frac{g}{4l} \frac{l^3 + l_1^3}{2l + 3l_1}$$

Для опорной точки 1 : $T_r = 0 \quad T_\rho = T_1'$ поэтому

$$D_1 = T_1' = - g \frac{3l^3 + 6l^2 l_1 - l_1^3}{4l (2l + 3l_1)}$$

Моментъ

$$M = \frac{gx(l-x)}{2} - \frac{g}{4}\,\frac{l^3 + l_1^3}{2l + 3l_1}\,\frac{x}{l}$$

Изъ условія

$$\frac{dM}{dx} = 0 \text{ получаемъ } x = \frac{l}{2} + \frac{M_2}{gl}$$

Подставивъ это значеніе въ выраженіе для M, имѣемъ

$$\max M = \frac{g}{32}\,\frac{3l^3 + 6l^2 l_1 - l_1^3}{l(2l + 3l_1)}$$

Для пролета $\overline{23}$: $M_p = M_l$; поэтому

$$T = T_0 \quad M = M_0 + M_2$$

Получаемъ:

$$D_2 = g\,\frac{5l^3 + 10l_2 l_1 + 6ll_1^2 + l_1^3}{4l(2l + 3l_1)}$$

$$\max M = \frac{g}{32}\,\frac{-2l^3 + 2ll_1^2 + l_1^3}{l(2l + 3l_1)}$$

в.—Когда *всѣ три пролета равны* ($l = l_1$), то предыдущія формулы даютъ:

$$A = \frac{4}{10}\,gl \qquad B = \frac{11}{10}\,gl \qquad D = A$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{gl^2}{10}$$

Въ пролетахъ $\overline{12}$ и $\overline{34}$

$$\max M = +\frac{gl^2}{200}$$

а въ пролетѣ $\overline{23}$: $\max M = \frac{gl^2}{640}$

Если *максимальный прогибъ* означимъ черезъ f, а его разстояніе отъ ближайшей лѣвой опорной точки—черезъ x_1, то по формулѣ (91) получаемъ безъ затрудненія ($N = 0$)
для пролета $\overline{12}$:

$$x_1 = 0{,}4461 \qquad f = +0{,}00688\,\frac{gl^4}{EJ}$$

въ пролетѣ 23:

$$x_1 = 0{,}1131 \quad f_1 = -0{,}000417\,\frac{gl^4}{EJ}$$ (прогибъ вверхъ)

и $f_2 = +0{,}00052\,\frac{gl^4}{EJ}$ (прогибъ средняго сѣченія, внизъ).

Эти выраженія показываютъ что прогибъ въ крайнихъ пролетахъ болѣе чѣмъ въ 13 разъ больше прогиба средняго пролета.

Если опоры 2 и 3 понизятся на c, то

$$D_1 = \frac{3gl^3(2l_1 + l) - gl_1{}^3 l + 24cEJ}{4l^2(3l_1 + 2l)}$$

$$M_2 = M_3 = -\frac{gl(l^3 + l_1{}^3) - 24cEJ}{4l(3l_1 + 2l)}$$

Въ пролетѣ $\overline{12}$

$$\max M = M_a = \frac{D_1{}^2}{2g}$$

Максимальный моментъ пролета $\overline{23}$

$$M_b = \frac{g(l_1{}^3 l + 2l_1{}^2 l^2 - 2l^4) + 48cEJ}{8l(3l_1 + 2l)}$$

Если поставимъ $M_b = M_2$, то будетъ

$$M_b = -M_2 = \frac{gl_1{}^2}{16} \quad D_1 = \frac{g}{16}\,\frac{8l^2 - l_1{}^2}{l}$$

$$c = \frac{gl}{96EJ}(4l^3 - 2l_1{}^2 l + l_1{}^3)$$

Устройство будетъ *наиболѣе выгоднымъ*, когда $M_b = M_2$ и также $M_b = M_a$ (т. е. $M_2 = M_a = M_b$); для этого случая получаемъ:

$$l = 0{,}8535 l_1 \quad M_2 = -0{,}00853 gL^2$$

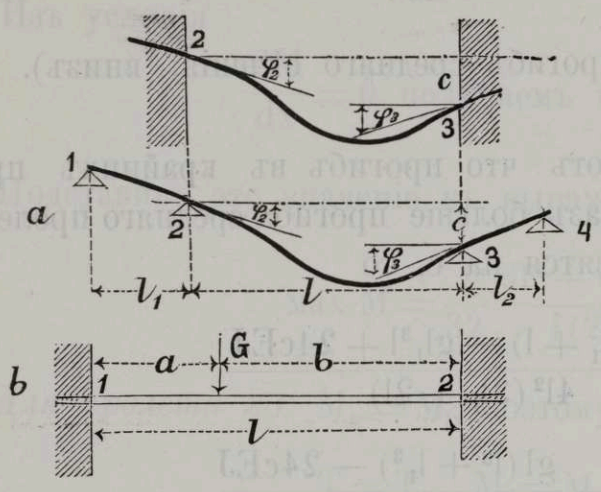
$$M_a = M_b = +0{,}00853 gL^2$$

$$D_1 = 0{,}1306 gL \quad D_2 = 0{,}3694 gL$$

$$c = 0{,}0002947\,\frac{gL^4}{EJ}$$

гдѣ $L = 2l + l_1$

131. Брусъ $\overline{23}$ задѣланъ обоими концами подъ углами φ_2 и φ_3 къ горизонту, при чемъ опора 3 устроена на c ниже опоры 2. (Чер. 156).



Чер. 156.

Этотъ брусъ можно разсматривать какъ балку, расположенную на опорахъ 1, 2, 3 и 4 (чер. а) такимъ образомъ, что ея прямолинейныя части $\overline{12}$ и $\overline{34}$ наклонены къ горизонту подъ углами φ_2 и φ_3. Если означимъ углы, образуемые этими частями съ прямой $\overline{23}$, соединяющей опорныя точки 2 и 3, черезъ z_2 и z_3, то принимая во вниманіе, что первый и третій пролеты равны нулю, будемъ имѣть по правилу 3-хъ моментовъ:

$$2M_2l + M_3l + \frac{Gb(l^2-b^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + 6EJ\alpha\frac{\Delta tl}{h2} = 6EJz_2$$

$$M_2l + 2M_3l + \frac{Ga(l^2-a^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + 6EJ\alpha\frac{\Delta t}{h}\cdot\frac{l}{2} = 6EJz_3$$

гдѣ

$$z_2 = \varphi_2 - \beta = \varphi_2 - \frac{c}{l} \qquad z_3 = \varphi_3 + \beta = \varphi_3 + \frac{c}{l}$$

Если поставимъ

$$\frac{Gb(l^2-b^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + 6EJ\left(\frac{\alpha\Delta tl}{2h} - z_2\right) = B$$

$$\frac{Ga(l^2-a^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + 6EJ\left(\frac{\alpha\Delta tl}{2h} - z_3\right) = A$$

то будетъ:

$$M_2 = -\frac{2B-A}{3l} \qquad M_3 = \frac{2A-B}{3l}$$

$$T = T_0 + \frac{M_3 - M_2}{l} \qquad M = M_0 + M_2 + (M_3 - M_2)\frac{x}{l}$$

Балка задѣлана горизонтально обоими концами. (Чер. 156b) ($z_2 = z_3 = \Delta t = g = 0$).

a) *Сосредоточенный грузъ* G.

Въ этомъ случаѣ

$$B = \frac{Gb(l^2 - b^2)}{l} \qquad A = \frac{Ga(l^2 - a^2)}{l}$$

слѣдовательно

$$M_2 = -\frac{2Gb(l^2 - b^2) - Ga(l^2 - a^2)}{3l^2}$$

$$M_3 = -\frac{2Ga(l^2 - a^2) - Gb(l^2 - b^2)}{3l^2}$$

Если въ первое изъ этихъ выраженій подставимъ $b = l - a$, и во второе: $a = l - b$, то получимъ

$$M_2 = -\frac{Ga(l-a)^2}{l^2} \qquad M_3 = -\frac{Gb(l-b)^2}{l^2}$$

или также

$$M_2 = -\frac{Gab^2}{l^2} \qquad M_3 = -\frac{Gba^2}{l^2}$$

Усиліе $\left(T_0 = \frac{Gb}{l}\right)$

$$T_2 = \frac{Gb}{l} + \frac{M_3 - M_2}{l} = \frac{G(l-a)^2(l+2a)}{l^3}$$

Между 2 и c : $T = T_2$

а между c и 3 : $T = T_2 - G$

Моментъ въ сѣченіи, отстоящемъ отъ 2 на разстояніе $= x$

$$M = M_0 + M_2 + (M_3 - M_2)\frac{x}{l}$$

Для $a = \frac{l}{2}$ (грузъ въ серединѣ балки)

$$M_2 = M_3 = -\frac{Gl}{8} \qquad T_2 = \frac{G}{2}$$

Реакціи $D_2 = D_3 = \frac{G}{2}$

Моментъ $M = \frac{G}{2} x - \frac{Gl}{8}$

Для $x = \frac{l}{2}$ $\quad M = \frac{Gl}{8}$

т. е. моментъ въ серединѣ равняется опорнымъ моментамъ. Когда простая балка нагружена въ серединѣ грузомъ G, то ея максимальный моментъ $= \frac{Gl}{4}$, задѣлка уменьшаетъ, слѣдовательно, опасный моментъ на половину.

б) Равномѣрная нагрузка. Для полной равномѣрной нагрузки

$$(G = z_2 = z_3 = \Delta t = o)$$

$$A = B = \frac{gl^3}{4}$$

$$M_2 = M_3 = \frac{gl^3}{12}$$

$$M = M_0 + M_2 = \frac{gx(l - x)}{2} - \frac{gl^3}{12}$$

Для $x = \frac{l}{2}$

$$M = \frac{gl^2}{8} - \frac{gl^2}{12} = \frac{gl^2}{24}$$

Стрѣлка въ серединѣ балки

$$f = \frac{gl^4}{384EJ}$$

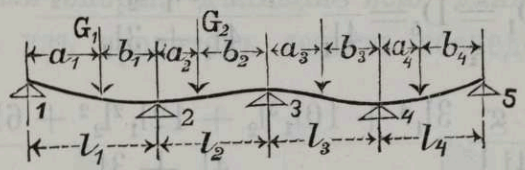
Разность Δt температуръ верхняго и нижняго волокна даетъ

$$A = B = \frac{6EJ\alpha\Delta tl}{2h}$$

слѣдовательно

$$M_2 = M_3 = -\frac{A}{3l} = -\frac{EJ\alpha\Delta tl}{h}$$

132. *Балка на 5 опорахъ (чер. 157).*



Чер. 157

Правило трехъ моментовъ даетъ для этого случая слѣдующія уравненія:

$$2M_2(l_1 + l_2) + M_3 l_2 = -P$$

$$M_2 l_2 + 2M_3(l_2 + l_3) + M_4 l_3 = -Q$$

$$M_3 l_3 + 2M_4(l_3 + l_4) = -R$$

гдѣ

$$P = \frac{G_1(l_1^2 - a_1^2)a_1}{l_1} + \frac{G_2 b_2(l_2^2 - b_2^2)}{l_2} + \frac{g_1 l_1^3}{4} + \frac{g_2 l_2^3}{4} +$$

$$+ 6EJ\left[\frac{\alpha\Delta t}{h}\frac{(l_1 + l_2)}{2} - z_2\right]$$

$$Q = \frac{G_2(l_2^2 - a_2^2)a_2}{l_2} + \frac{G_3 b_3(l_3^2 - b_3^2)}{l_3} + \frac{g_2 l_2^3}{4} + \frac{g_3 l_3^3}{4} +$$

$$+ 6EJ\left[\frac{\alpha\Delta t}{h}\frac{(l_2 + l_3)}{2} - z_3\right]$$

$$R = \frac{G_3(l_3^2 - a^2_3)a_3}{l_3} + \frac{G_4(l_4^2 - b_4^2)b_4}{l_4} + \frac{g_3 l_3^3}{4} + \frac{g_4 l_4^3}{4} +$$

$$6EJ\left[\frac{\alpha\Delta t}{h}\frac{(l_3 + l_4)}{2} - z_4\right]$$

Когда крайніе пролеты между собою, и средніе между собою, равны ($l_1 = l_4$ $l_2 = l_3$), Δt и z равны нулю, и вся балка нагружена равномѣрно нагрузкой g, то

$$P = R = \frac{g}{4}(l_1^3 + l_2^3) \quad Q = \frac{2gl_2^3}{4}$$

и тогда

$$M_2 = M_4 = -\frac{g}{4}\frac{l_2^3 + 2l_1^3}{4l_1 + 3l_2} \quad M_3 = -\frac{g}{4}\frac{l_2^3 + 2l_1 l_2^2 - l_1^3}{4l_1 + 3l_2}$$

Реакціи

$$D_1 = D_5 = \frac{g}{4l_1} \frac{6l_1^3 + 6l_1^2 l_2 - l_2^3}{4l_1 + 3l_2}$$

$$D_2 = D_4 = \frac{g}{4l_1 l_2} \frac{3l_1^4 + 10l_1^3 l_2 + 12l_1^2 l_2^2 + 6l_1 l_2^3 + l_2^4}{4l_1 + 3l_2}$$

$$D_3 = \frac{g}{2l_2} \frac{6l_2^3 + 10l_2^2 l_1 - 3l_1^3}{4l_1 + 3l_2}$$

Если всѣ пролеты равны, то эти уравненія даютъ

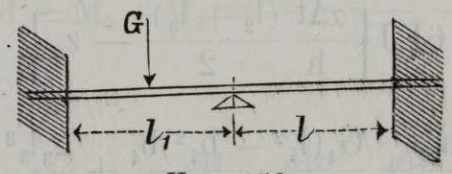
$$M_2 = M_4 = \frac{3}{28} gl^2 \quad M_3 = -\frac{2}{28} gl^2$$

$$D_0 = D_5 = \frac{11}{28} gl \quad D_2 = D_4 = \frac{32}{28} gl \quad D_3 = \frac{26}{28} gl$$

133. **Балка задѣлана горизонтально обоими концами, подперта въ серединѣ, и нагружена сосредоточеннымъ грузомъ G въ серединѣ одного пролета.**

Для этой балки дѣйствительны тѣ же уравненія что и для 5 опорной, если крайніе пролеты l_1 и l_4 поставимъ = 0.

Для случая чер. 158 получаемъ легко:



Чер. 158.

Опорные моменты:

$$M_2 = -\frac{5}{32} Gl \quad M_3 = -\frac{2}{32} Gl \quad M_4 = \frac{1}{32} Gl$$

Моментъ въ точкѣ приложенія с

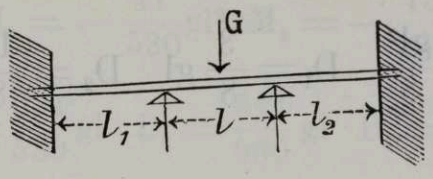
$$M_c = \frac{9}{64} Gl$$

Опорныя реакіи

$$D_2 = \frac{19}{32} G \quad D_3 = \frac{16}{32} G \quad D_3 = -\frac{3}{32} G.$$

Реакція D_3 направлена, слѣдовательно, сверху внизъ.

134. **Балка, задѣланная горизонтально обоими концами, имѣетъ двѣ промежуточныя опоры, дѣлящія всю длину ея на 3 равныя части; на одномъ изъ пролетовъ лежитъ сосредоточенный грузъ G** (чер. 159).



Чер. 159.

Уравненія моментовъ составляются для этой балки такимъ же образомъ какъ для 6-опорной, при предположеніи, что оба крайніе пролеты = 0.

а) Грузъ G въ серединѣ перваго пролета.

Помощію правила трехъ моментовъ получаемъ легко:

Опорные моменты

$$M_2 = -\frac{19}{120}Gl \quad M_3 = -\frac{7}{120}Gl \quad M_4 = -\frac{2}{120}Gl \quad M_5 = -\frac{1}{120}Gl$$

Моментъ въ точкѣ приложенія груза:

$$M_c = \frac{17}{120}Gl$$

Реакціи опоръ:

$$D_2 = \frac{3}{5}G \quad D_3 = \frac{43}{120}G \quad D_4 = \frac{1}{15}G \quad D_5 = -\frac{1}{40}G.$$

б) Грузъ G въ серединѣ средняго пролета $\overline{34}$:

Опорные моменты:

$$M_2 = M_5 = \frac{Gl}{24} \quad M_3 = M_4 = -\frac{Gl}{12} \quad M_c = \frac{Gl}{6}.$$

Реакціи:

$$D_2 = D_5 = -\frac{G}{8} \quad D_3 = D_4 = \frac{5}{8}G.$$

135. **Балка на большомъ числѣ равноотстоящихъ опоръ, нагруженная равномѣрно.** Въ слѣдующемъ приведены опорные моменты M и реакціи D многоопорныхъ балокъ, нагруженныхъ сполна равномѣрной нагрузкой g, при предположеніи, что всѣ опорныя точки находятся

на одинаковой высотѣ, и на равныхъ между собою разстояніяхъ l. M и D даны только для лѣвой половины балки, такъ какъ другая половина симметрична.

1) Три опоры:

$$M_2 = -\frac{gl^2}{8} \quad D_1 = \frac{3}{8}gl \quad D_2 = \frac{10}{8}gl.$$

2) Четыре опоры:

$$M_2 = -\frac{gl^2}{10} \quad D_1 = \frac{4}{10}gl \quad D_2 = \frac{11}{10}gl.$$

3) Пять опоръ:

$$M_2 = -\frac{3}{28}gl^2 \quad M_3 = -\frac{2}{28}gl^2$$

$$D_1 = \frac{11}{28}gl \quad D_2 = \frac{32}{28}gl \quad D_3 = \frac{26}{28}gl.$$

4) Шесть опоръ:

$$M_2 = -\frac{4}{38}gl^2 \quad M_3 = -\frac{3}{38}gl^2$$

$$D_1 = \frac{15}{38}gl \quad D_2 = \frac{43}{38}gl \quad D_3 = \frac{37}{38}gl.$$

5) Семь опоръ:

$$M_2 = -\frac{11}{104}gl^2 \quad M_3 = -\frac{8}{104}gl^2 \quad M_4 = -\frac{9}{104}gl^2$$

$$D_1 = \frac{41}{104}gl \quad D_2 = \frac{118}{104}gl \quad D_3 = \frac{100}{104}gl \quad D_4 = \frac{106}{104}gl.$$

6) Восемь опоръ:

$$M_2 = -\frac{15}{142}gl^2 \quad M_3 = -\frac{11}{142}gl^2 \quad M_4 = -\frac{12}{142}gl^2$$

$$D_1 = \frac{56}{142}gl \quad D_2 = \frac{161}{142}gl \quad D_3 = \frac{137}{142}gl \quad D_4 = \frac{143}{142}gl$$

7) Девять опоръ:

$$M_2 = -\frac{41}{388}gl^2 \quad M_3 = -\frac{30}{388}gl^2 \quad M_4 = -\frac{33}{388}gl^2 \quad M_5 = -\frac{32}{388}gl^2$$

$$D_1 = \frac{153}{388} gl \quad D_2 = \frac{440}{388} gl \quad D_3 = \frac{374}{388} gl \quad D_4 = \frac{392}{388} gl \quad D_5 = \frac{386}{388} gl$$

8) Десять опоръ:

$$M_2 = -\frac{56}{530} gl^2 \quad M_3 = -\frac{41}{530} gl^2 \quad M_4 = -\frac{45}{530} gl^2 \quad M_5 = -\frac{44}{530} gl^2$$

$$D_1 = \frac{209}{530} gl \quad D_2 = \frac{601}{530} gl \quad D_3 = \frac{511}{530} gl \quad D_4 = \frac{535}{530} gl \quad D_5 = \frac{529}{530} gl$$

Эти числа показываютъ, что чѣмъ болѣе приближаемся къ серединѣ, тѣмъ болѣе какъ опорные моменты такъ и реакціи приближаются къ равенству. Когда не требуется большой точности (какъ нпр. при расчетѣ деревянныхъ балокъ), то для упрощенія вычисленій можно себѣ представить балку на каждой опорѣ разрѣзанной; въ этомъ случаѣ давленія на крайнихъ опорахъ будутъ равны $\frac{gl}{2}$, а на каждой изъ промежуточныхъ—gl. Дѣлаемая при этомъ ошибка при большомъ числѣ опоръ будетъ замѣтна только для двухъ первыхъ и двухъ послѣднихъ опоръ.

Когда расположенная на n опорахъ балка на обоихъ концахъ задѣлана то всѣ опорные элементы ея $= \frac{gl^2}{12}$, всѣ среднія реакціи $= gl$, а каждая изъ крайнихъ $= \frac{gl}{2}$. Это слѣдуетъ непосредственно изъ того, что разрѣзавъ балку на каждой опорѣ непрерывность ея можетъ быть замѣнена защемленіемъ.

136.—**Опредѣленіе опорныхъ моментовъ въ случаѣ, когда нагруженъ только одинъ пролетъ.**—Такъ какъ вліяніе перемѣнъ температуры и неодинаковой высоты опоръ можетъ быть опредѣлено отдѣльно независимо отъ нагрузки, то будемъ разсматривать балку при слѣдующихъ предположеніяхъ:

1) Всѣ опорныя точки находятся на одинаковой высотѣ, т. е. ось балки въ ненагруженномъ состояніи—прямая линія (величины z и c уравненій (166) равны нулю, и разность температуръ $\Delta t = 0$).

2) Нагрузка находится только въ r-мъ пролетѣ, а всѣ остальные пролеты не нагружены.

При этихъ предположеніяхъ правило трехъ моментовъ (№ 126) даетъ слѣдующія уравненія (чер. 160):

$$2\,M_2\,(l_1 + l_2) + M_3\,l_2 = 0$$

$$M_2 l_2 + 2\,M_3\,(l_2 + l_3) + M_4 l_3 = 0$$

$$M_3 l_3 + 2\,M_4\,(l_3 + l_4) + M_5 l_4 = 0$$

. . . . . .

$$M_{r-1}\,l_{r-1} + 2\,M_r\,(l_{r-1} + l_r) + M_{r+1}\,l_r = -B$$

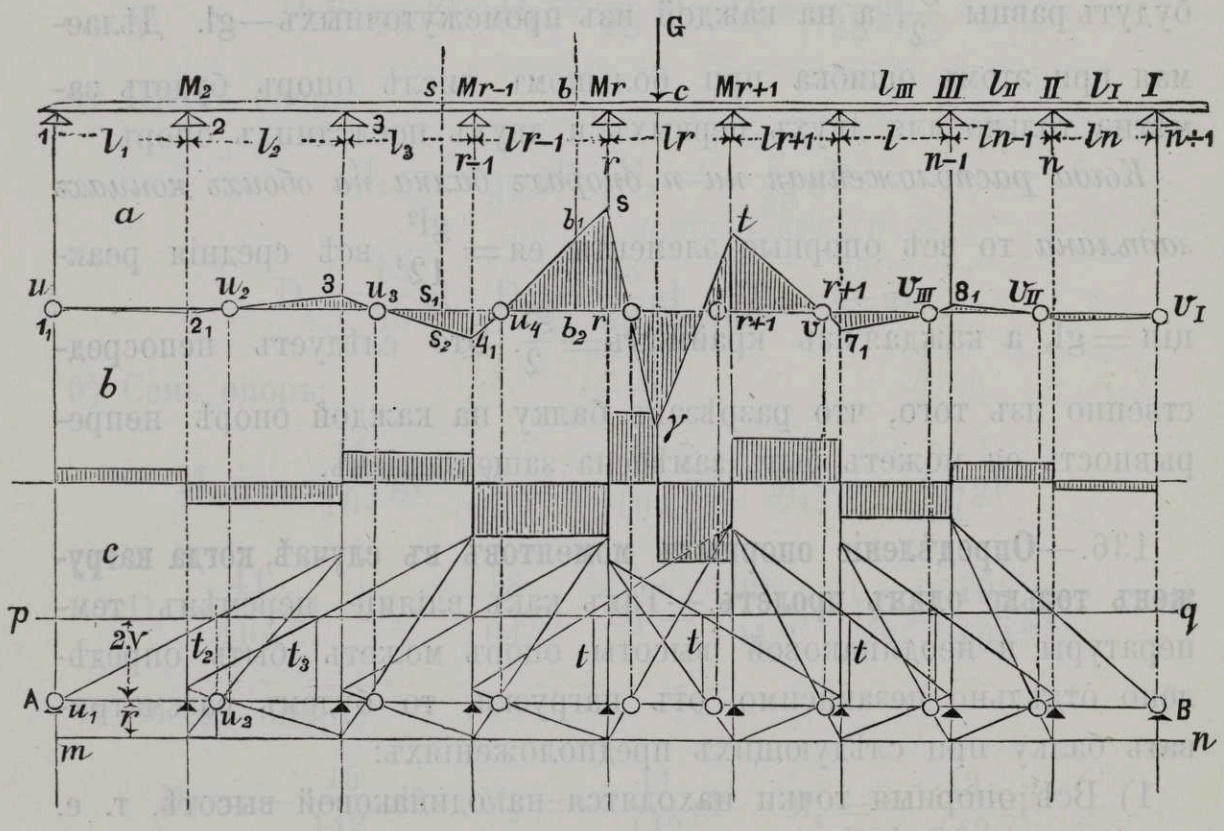
$$M_r l_r + 2\,M_{r+1}\,(l_r + l_{r+1}) + M_{r+2} l_{r+1} = -A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

$$M_{r+1}\,l_{r+1} + 2\,M_{r+2}\,(l_{r+1} + l_{r+2}) + M_{r+3}\,l_{r+2} = 0$$

. . . . . .

$$M_{n-2}\,l_{n-2} + 2\,M_{n-1}\,(l_{n-2} + l_{n-1}) + M_n l_{n-1} = 0$$

$$M_{n-1}\,l_{n-1} + 2\,M_n\,(l_{n-1} + l_n) = 0$$



Чер. 160.

Изъ этихъ уравненій имѣемъ:

а) Для ненагруженныхъ пролетовъ l_1 до l_{r-1}, находящихся *слѣва* нагруженнаго:

$$M_3 = -M_2\,\frac{2\,(l_1 + l_2)}{l_2}$$

$$M_4 = -M_3 \frac{2(l_2+l_3)}{l_3} - M_2 \frac{l_2}{l_3} = -M_3\left[\frac{2(l_2+l_3)}{l_3} + \frac{M_2}{M_3}\frac{l_2}{l_3}\right]$$

$$M_5 = -M_4\left[\frac{2(l_3+l_4)}{l_4} + \frac{M_3}{M_4}\frac{l_3}{l_4}\right]$$

и вообще

$$M_m = -M_{m-1}\left[\frac{2(l_{m-2}+l_{m-1})}{l_{m-1}} + \frac{M_{m-2}}{M_{m-1}}\frac{l_{m-2}}{l_{m-1}}\right] \quad \ldots . (177)$$

Означимъ черезъ p_m—отношеніе опорныхъ моментовъ пролета l_m, поставивъ въ числителѣ тотъ, который ближе къ нагруженному пролету, то будетъ:

$$\frac{M_3}{M_2} = -p_2 \quad \frac{M_4}{M_3} = -p_3 \quad \frac{M_5}{M_4} = -p_4 \quad \ldots\ldots$$

и по предыдущему,

$$p_2 = \frac{2(l_1+l_2)}{l_2} \quad p_3 = \frac{2(l_2+l_3)}{l_3} - \frac{1}{p_2}\frac{l_2}{l_3} = \frac{1}{l_3}\left[2(l_2+l_3) - \frac{l_2}{p_2}\right]$$

$$p_4 = \frac{1}{l_4}\left[2(l_3+l_4) - \frac{l_3}{p_3}\right]$$

. . . . . .

$$p_m = \frac{1}{l_m}\left[2(l_{m-1}+l_m) - \frac{l_{m-1}}{p_{m-1}}\right] = 2 + \frac{l_{m-1}}{l_m}\left(2 - \frac{1}{p_{m-1}}\right) \quad (178).$$

Изъ предыдущаго имѣемъ:

$M_3 = -\left(2 + 2\frac{l_1}{l_2}\right) M_2$ т. е. M_3 и M_2 имѣютъ прямопротивоположные знаки, и абсолютно $M_3 > 2M_2$. Точно также, такъ какъ

$$M_4 = -M_3\left[2 + \frac{l_2}{l_3}\left(2 + \frac{M_2}{M_3}\right)\right]$$

и отношеніе $M_2 : M_3$ отрицательно и меньше $\frac{1}{2}$, то $2 + \frac{M_2}{M_3} > 2 - \frac{1}{2}$ т. е. $> \frac{3}{2}$; изъ этого слѣдуетъ, что M_4 и M_3 по знакамъ противоположны, и абсолютно $M_4 > \left(2 + \frac{3}{2}\frac{l_2}{l_3}\right) M_3$. Продолжая это разсужденіе приходимъ къ слѣдующему заключенію: *Въ ненагруженныхъ пролетахъ опорные моменты поперемѣнно положи-*

тельны и отрицательны, и уменьшаются отъ нагруженнаго пролета къ крайнему такимъ образомъ, что каждый слѣдующій моментъ болѣе чѣмъ вдвое меньше предыдущаго.

Моментъ въ какомъ-нибудь сѣченіи ненагруженнаго пролета l, котораго лѣвый и правый опорные моменты равны M_l и M_p, по (168), (такъ какъ $M_0 = 0$)

$$M = M_l + (M_p - M_l)\frac{x}{l}$$

гдѣ x—разстояніе сѣченія отъ лѣвой опорной точки этого пролета.

Означимъ *черезъ u—разстояніе x того сѣченія, котораго моментъ* $= 0$, то u получится изъ уравненія:

$$0 = M_l + (M_p - M_l)\frac{u}{l}$$

откуда

$$u = \frac{l}{1 - \frac{M_p}{M_l}}$$

и такъ какъ $\frac{M_p}{M_l} = -p$, то

$$u = \frac{l}{1+p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (179)$$

Отношеніе p опорныхъ моментовъ зависитъ только отъ величинъ пролетовъ, и не зависитъ отъ нагрузки, изъ чего слѣдуетъ что разстояніе u есть величина постоянная; соотвѣтствующую ему точку U называютъ *постоянной точкой*, и такъ какъ она получена для пролетовъ, находящихся слѣва нагруженнаго—*лѣвой постоянной точкой.*

б) Для ненагруженныхъ пролетовъ l_{r+1} до l_n, находящихся *справа* нагруженнаго получимъ, означивъ опорныя точки, начиная отъ крайней правой опоры влѣво, черезъ I, II, III... и длины пролетовъ—l_I, l_{II}, l_{III}..., такимъ же образомъ какъ въ предыдущемъ случаѣ,

$$M_{III} = -M_{II}\frac{2(l_I + l_{II})}{l_{II}}$$

$$M_{IV} = -M_{III}\left[\frac{2(l_{II}+l_{III})}{l_{III}} + \frac{M_{II}}{M_{III}}\cdot\frac{l_{II}}{l_{III}}\right]$$

. . . . . .

или

$$M_{III} = -q_{II}\,M_{II} \qquad M_{IV} = -q_{III}\,M_{III}\ldots$$

гдѣ

$$q_{II} = \frac{2(l_I + l_{II})}{l_{II}} \qquad q_{III} = \frac{1}{l_{III}}\left[2(l_{II}+l_{III}) - \frac{l_{II}}{q_{II}}\right]$$

Если означимъ для праваго ненагруженнаго пролета l черезъ v—разстояніе той точки V отъ его правой опоры, для которой моментъ $M = 0$, то

$$v = \frac{l}{1+q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (179a)$$

гдѣ $q = -\frac{M_2}{M_p}$, понимая подъ M_l и M_p—лѣвый и правый опорный моментъ этого пролета.

Изъ (179) и (179a) имѣемъ

$$p = \frac{l-u}{u} = \frac{l}{u} - 1 \quad \text{и} \quad q = \frac{l-v}{v} \quad . \quad . \quad . \quad (180)$$

в) *Для нагруженнаго пролета* l_r по (176)

$$M_{r-1}\,l_{r-1} + 2\,M_r(l_{r-1}+l_r) + M_{r+1}\,l_r = -B \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (181)$$

$$M_r l_r + 2\,M_{r+1}(l_r + l_{r+1}) + M_{r+2}\,l_{r+1} = -A$$

Если бы этотъ пролетъ не былъ нагруженъ, то было бы $A = B = 0$ и тогда имѣли бы:

$$M_{r-1}\,l_{r-1} + 2\,M_r(l_{r-1}+l_r) + M_{r+1}\,l_r = 0$$

и такъ какъ въ этомъ случаѣ $M_{r+1} = -p_r\,M_r$

$$M_{r-1}\,l_{r-1} + 2\,M_r(l_{r-1}+l_r) - p_r\,M_r\,l_r = 0$$

откуда

$$M_{r-1}\,l_{r-1} + 2\,M_r(l_{r-1}+l_r) = p_r\,M_r\,l_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

Послѣднее уравненіе можно написать такъ:

$$\frac{M_{r-1}}{M_r}\,l_{r-1} + l_{r-1} + l_r = p_r\,l_r$$

p_r означаетъ отношеніе опорныхъ моментовъ пролета l_r въ случаѣ, когда этотъ пролетъ ненагруженъ, а частное $M_{r-1} : M_r$ есть отношеніе опорныхъ моментовъ ненагруженнаго r—1-го пролета. Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что эти отношенія зависятъ только отъ величинъ пролетовъ и не зависятъ отъ нагрузки, уравненіе (182) дѣйствительно поэтому и тогда, когда пролетъ l_r нагруженъ.

При отсутствіи нагрузки въ r-мъ пролетѣ второе изъ уравненій (181) получитъ видъ:

$$M_r l_r + 2 M_{r+1} (l_r + l_{r+1}) + M_{r+2} l_{r+1} = 0$$

и вслѣдствіе $M_r = - q_r M_{r+1}$

$$M_{r+2} l_{r+1} + 2 M_{r+1} (l_r + l_{r+1}) = q_r M_{r+1} l_r$$

Вмѣсто уравненій (181) будемъ имѣть теперь слѣдующія, замѣнивъ l_r, p_r q_r на l, p и q

$$(p . M_r + M_{r+1}) l = - B$$

$$(M_r + q M_{r+1}) l = - A$$

откуда

$$M_r = \frac{A - q B}{l (p q - 1)} \quad M_{r+1} = \frac{B - p A}{l (p q - 1)}$$

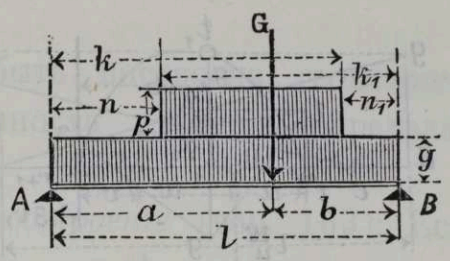
Если означимъ среднюю часть UV пролета, т. е. $l - u - v$, черезъ w и примемъ во вниманіе, что по (180) $p = \frac{l}{u} - 1$ и $q = \frac{l}{v} - 1$, то получимъ:

$$M_r = \frac{A - \left(\frac{l}{v} - 1\right) B}{l \left[\left(\frac{l}{u} - 1\right)\left(\frac{l}{v} - 1\right) - 1\right]} \quad M_{r+1} = \frac{B - \left(\frac{l}{u} - 1\right) A}{l \left[\left(\frac{l}{u} - 1\right)\left(\frac{l}{v} - 1\right) - 1\right]}$$

и послѣ весьма простого приведенія

$$M_r = \frac{u [A v - (l - v) B]}{l^2 w} \quad M_{r+1} = \frac{v [u B - (l - u) A]}{l^2 w} \quad . \quad . (183)$$

Помощію этихъ выраженій опорные моменты нагруженнаго пролета могутъ быть вычислены непосредственно. Величины A и B зависятъ отъ рода нагрузки; для представленнаго на чер. 161 случая



Чер. 161.

$$A = \frac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + \frac{p}{4l}(k^2 - n^2)\,(2l^2 - k^2 - n^2)$$

$$B = \frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l} + \frac{gl^3}{4} + \frac{p}{4l}\,(k_1^{\,2} - n_1^{\,2})\,(2l^2 - k_1^{\,2} - n_1^{\,2})$$

Изъ чертежа видно, что

$$a + b = k + n_1 = n + k_1 = l$$

Опорные моменты нагруженнаго пролета при дѣйствіи одного только груза G.—Въ этомъ случаѣ

$$A = \frac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l} \qquad B = \frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l}$$

слѣдовательно по (182)

$$M_r = \frac{u\left[-\frac{Ga\,(l^2 - v^2)}{l}\,v + (l - v)\,\frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l}\right]}{l^2 w}$$

Такъ какъ $b = l - a \qquad l + b = 2l - a \qquad l^2 - b^2 = a\,(2l - a)$

то $$M_r = -\frac{G\,abu}{l^3 w}\,[v\,(l + a) - (l - v)\,(2l - a)]$$

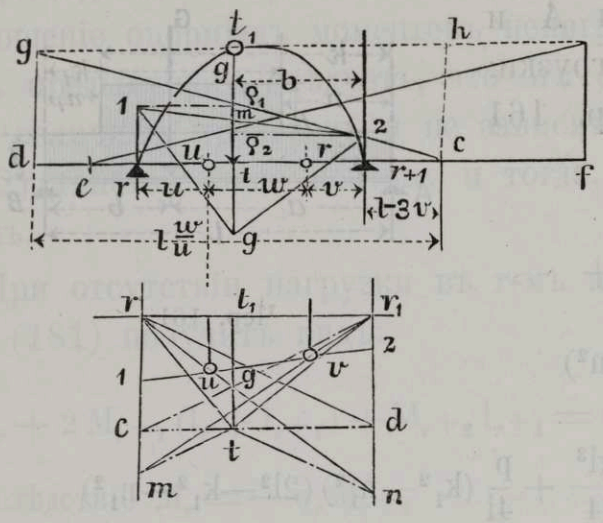
$$= -\frac{G\,abu}{l^3 w}\,(2l^2 - 3\,vl - al)$$

или

$$M_r = -\frac{G\,abu}{l^2 w}\,(2l - 3v - a) = -\frac{G\,abu}{l^2 w}\,(l - 3v + b). \quad (184)$$

и $$M_{r+1} = -\frac{G\,abv}{l^2 w}\,(2l - 3u - b) = -\frac{G\,abv}{l^2 w}\,(l - 3u + a)$$

Эти выраженія получаются графически слѣдующимъ образомъ (чер. 162): Если бы балка была на опорахъ r и r + 1 разрѣзана, то моментъ въ точкѣ приложенія t былъ бы



Чер. 162 и 613.

$$M_0 = \frac{G\,a\,b}{l}$$

Вычисливъ M_0 откладываемъ отъ r + 1 $\overline{r+1,c} = l - 3v$, и отъ c влѣво $\overline{cd} = \frac{lw}{u}$; на основаніи cd строимъ прямоугольникъ cdgh, котораго высота $dg = hc = \frac{Gab}{l}$. Если проведемъ діагональ gc, то она отсѣкаетъ на линіи груза G точку ρ_1 такъ, что $t\rho_1 = M_r$. Въ самомъ дѣлѣ

$$\overline{t\rho_1} = \frac{\overline{gd}}{\overline{cd}}\,\overline{ct} = \left(\frac{Gab}{l}\right)\frac{l - 3\,v + b}{\frac{lw}{u}} = \frac{Gabu}{l^2 w}(l - 3\,v + b)$$

Если сдѣлаемъ $\overline{re} = l - 3u$ и $\overline{ef} = \frac{lw}{v}$, то подобнымъ образомъ получаемъ на G точку ρ_2 такъ что $t\rho_2 = M_{r+1}$.

Отложимъ на опорныхъ вертикаляхъ $\overline{r1} = M_r$ $\overline{r+1,2} = M_{r+1}$, соединимъ 1 съ 2 прямой 12, пересѣкающей G въ точкѣ m, и отложимъ $\overline{mg} = M_0 = \overline{tt_1}$, то $\overline{gt}$ = моменту M въ точкѣ t. 1g2 есть, слѣдовательно, линія моментовъ и $\overline{r,r+1}$ — ея замыкающая сторона.

Когда требуется построить эту линію моментовъ для разныхъ положеній груза G на $\overline{r,r+1}$, то всего лучше построить сначала линію моментовъ M_0. Эта линія представляетъ параболу, потому что означивъ M_0 черезъ y, перемѣнное разстояніе a черезъ x, и b—черезъ l — x, ея уравненіе будетъ

$$y = \frac{Gx(l - x)}{l}$$

Для $x = \frac{l}{2}$ $y = \frac{Gl}{4}$

Эта парабола $\overline{r, t_1\, r+1}$ можетъ быть построена геометрическимъ путемъ, но для бо̀льшей точности слѣдуетъ опредѣлять ея точки вычисленіемъ.

Весьма просто также *слѣдующее построеніе* (чер. 163): Если t_1—точка приложенія груза G, и $\overline{tt_1} = G.\frac{ab}{l}$, то строимъ прямоугольникъ $rcdr_1$, котораго основаніе rr_1, а высота $= tt_1$, проводимъ діагонали cr_1 и dr, затѣмъ $tm \,//\, cr_1$ $tn \,//\, dr$, до пересѣченія съ вертикалями опорныхъ точекъ r и r_1 въ m и n, и соединяемъ m съ r_1, и n съ r. Прямыя r_1m и rn будемъ называть X—линіями. Постоянныя точки U и V проектируемъ на rn и r_1m, и полученныя точки u и v соединяемъ прямой $\overline{uv}$, которая пересѣкаетъ вертикали точекъ r и r_1 въ 1 и 2. Такимъ же образомъ какъ прежде легко доказать, что

$$\overline{1r} = M_r \quad \overline{2r_1} = M_{r+1} \quad \overline{gt} = M$$

гдѣ M—моментъ въ точкѣ t_1, произведенный лежащимъ на ней грузомъ G.

137. **Построеніе линіи моментовъ.**—Изъ способа построенія веревочнаго многоугольника слѣдуетъ, что вершины его, а слѣдовательно и вершины линіи моментовъ, находятся на направленіяхъ силъ, а между вершинами она имѣетъ видъ прямыхъ линій. Въ ненагруженныхъ пролетахъ силами суть только реакціи опоръ, поэтому въ ненагруженныхъ частяхъ балки линія моментовъ представляетъ прямолинейный многоугольникъ, котораго вершины находятся на опорныхъ вертикаляхъ, и (по уравн. 178) стороны этого многоугольника въ пролетахъ, находящихся слѣва нагруженнаго, пересѣкаютъ ось абсциссъ на вертикаляхъ лѣвыхъ постоянныхъ точекъ U, а въ пролетахъ справа нагруженнаго—на вертикаляхъ правыхъ постоянныхъ точекъ V. Когда поэтому, опорные моменты M_r и M_{r+1} нагруженнаго пролета и постоянныя точки U и V всѣхъ пролетовъ опредѣлены, то линія моментовъ получается слѣдующимъ образомъ (чер. 160a): На вертикаляхъ опорныхъ точекъ r и $r+1$ нагруженнаго пролета откладываемъ

$$\overline{rs} = M_r \qquad \overline{r+1,t} = M_{r+1}$$

Начиная отъ точки s строимъ влѣво ломанную линію $s\,4_1\,3_1\,2_1\ldots$ такъ, чтобы ея стороны $s4_1, 4_1 3_1, 3_1 2_1\ldots$ проходили черезъ постоянныя точки $U_4, U_3, U_2\ldots$, а вершины $4_1, 3_1, 2_1\ldots$ находились на вертикаляхъ опорныхъ точекъ 4,3,2,... Подобнымъ образомъ, начиная съ точки t, проводимъ ломанную $t\,7_1\,8_1\ldots$, проходящую черезъ постоянныя точки $V_7, V_8\ldots$ Затѣмъ для нагрузки, лежащей на $r, \overline{r+1}$ строимъ посредствомъ полюснаго разстоянія $= 1$, веревочный многоугольникъ такъ, чтобы его крайнія стороны проходили черезъ точки s и t. Ординаты полученнаго такимъ образомъ многоугольника, измѣренныя отъ оси $\overline{u_1 v_1}$ (заштрихованныя на чер. 160a) равняются моментамъ происходящимъ въ сѣченіяхъ, опредѣленныхъ основаніями ординатъ.

Усилія (чер. 160b) получаются помощію веревочнаго многоугольника (линіи моментовъ) обыкновеннымъ образомъ (№ 9).

138. **Опредѣленіе усилій и моментовъ непрерывной балки постояннаго сѣченія помощію построенія.**—Если въ уравненіи 166 выраженіе, не зависящее отъ опорныхъ моментовъ M, означимъ черезъ $-S_2$, то будетъ

$$M_1 l_1 + 2 M_2 (l_1 + l_2) + M_3 l_2 = S_2 \quad \ldots\ldots \quad (185)$$

Показатель 2 буквы S указываетъ, что выраженіе S зависитъ отъ величинъ, принадлежащихъ пролетамъ имѣющимъ общую опору 2.

Уравненіе (185) можно написать такъ:

$$\frac{M_1}{l_1 + l_2} l_1 + \frac{M_3}{l_1 + l_2} l_2 = -2 M_2 + \frac{S_2}{l_1 + l_2} \ldots \quad (186)$$

1) *$S_2 = 0$, т. е. пролеты l_1 и l_2 ненагружены, опоры на одинаковой высотѣ, и разность Δt температуръ $= 0$.*

По (186) для этого случая будемъ имѣть

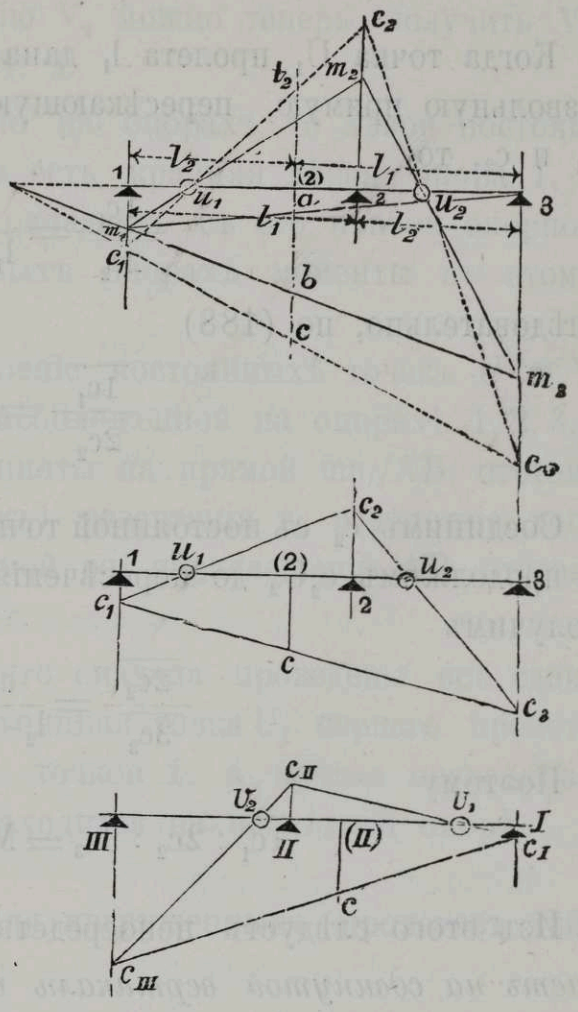
$$\frac{M_1}{l_1 + l_2} l_1 + \frac{M_3}{l_1 + l_2} l_2 = -2 M_2 \ldots\ldots\ldots \quad (187)$$

Если l_1 и l_2—пролеты, находящіеся слѣва нагруженнаго, то ихъ линія моментовъ состоитъ изъ прямыхъ $m_1 m_2$ и $m_2 m_3$

(чер. 164), пересѣкающихся на вертикалѣ опорной точки 2, проходящихъ черезъ постоянныя точки U_1 и U_2. Отложимъ отъ 1 вправо

$$\overline{1\ (2)} = l_2$$

(т. е. построимъ пролеты l_1 и l_2 въ обратномъ порядкѣ, представивъ себѣ балку повернутой около вертикали точки 2 на 180°) и проведемъ черезъ (2) вертикаль t_2; эту вертикаль будемъ называть *сдвинутой вертикалью.*



Чер. 164, 164а и 164б.

Соединимъ m_1 съ 3 и m_3, и означимъ точки пересѣченія прямыхъ $\overline{m_1 3}$ и $\overline{m_1 m_3}$ со сдвинутой вертикалью черезъ a и b, то изъ построенія слѣдуетъ:

$$\overline{(2)\ a} = \frac{\overline{1 m_1}}{\overline{13}}\ \overline{(2)\ 3} = \frac{M_1}{l_1 + l_2}\ l_1 \quad \text{и} \quad \overline{ab} = \frac{M_3}{l_1 + l_2}\ l_2$$

поэтому

$$\overline{(2)\ a} + \overline{ab} = \overline{(2)\ b} = \frac{M_1 l_1}{l_1 + l_2} + \frac{M_3 l_2}{l_1 + l_2} = -2M_2$$

Знакъ — показываетъ, *что точки m_2 и b находятся на разныхъ сторонахъ оси $\overline{1,3}$.*

Изъ послѣдняго уравненія слѣдуетъ что *прямая $\overline{m_1 m_3}$ отсѣкаетъ на сдвинутой вертикали отрѣзокъ $\overline{(2)\ b}$, равный удвоенному моменту средней опоры 2.*

Отношеніе опорныхъ моментовъ лѣвыхъ ненагруженныхъ пролетовъ мы обозначали буквой p, и по (179) (абсолютно)

$$\frac{M_2}{M_1} = p_1 = \frac{l_1 - u_1}{u_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (188)$$

Когда точка U_1 пролета l_1 дана, и проведемъ черезъ нее произвольную прямую, пересѣкающую вертикали опоръ 1 и 2 въ c_1 и c_2, то

$$\frac{\overline{1c_1}}{\overline{2c_2}} = \frac{u_1}{l_1 - u_1}$$

слѣдовательно, по (188)

$$\frac{\overline{1c_1}}{\overline{2c_2}} = \frac{M_1}{M_2}$$

Соединимъ c_2 съ постоянной точкой U_2 слѣдующаго пролета $\overline{23}$, и продолжимъ c_2U_2 до пересѣченія съ вертикалью опоры 3 въ c_3 получимъ

$$\frac{\overline{2c_2}}{\overline{3c_3}} = \frac{u_2}{l_2 - u_2} = \frac{M_2}{M_3}$$

Поэтому

$$\overline{1c_1} : \overline{2c_2} : \overline{3c_3} = M_1 : M_2 : M_3$$

Изъ этого слѣдуетъ непосредственно что *прямая $c_1 c_3$ отсѣкаетъ на сдвинутой вертикали отрѣзокъ $\overline{(2)\,c}$ равный 2. $\overline{2c_2}$*

Точка U_2, при данной точкѣ U_1, получается, поэтому, помощію слѣдующаго простого построенія (чер. 164a):

Проводимъ черезъ U_1 произвольную прямую c_1c_2, пересѣкающую опорныя вертикали 1 и 2 въ c_1 и c_2; откладываемъ на сдвинутой вертикали $\overline{(2)\,c} = 2 \times \overline{(2)\,c_2}$; соединяемъ c_1 съ c, продолжаемъ c_1c до пересѣченія съ вертикалью опоры 3 въ c_3 и соединяемъ c_3 съ c_2, получаемъ въ пересѣченіи $c_2 c_3$ съ осью $\overline{23}$ точку U_2.

Такимъ же образомъ получаемъ помощію U_2 постоянную точку U_3 слѣдующаго пролета и т. д.

Если дана правая постоянная точка V_n крайняго праваго (т. е. послѣдняго) пролета l_n, то подобнымъ образомъ (означивъ напр. точки $n+1$, n и $n-1$ цыфрами I, II и III, а длины l_n и l_{n-1}—черезъ l_I и l_{II}) получимъ правую постоянную точку V_{n-1} слѣдующаго пролета l_{n-1}, и т. д. На чер. 164b проведена черезъ V_I произвольная прямая $\overline{c_I\, c_{II}}$, на сдвинутой вертикалѣ

сдѣлано $\overline{(II)}\ c = 2 \times \overline{II\ c_{II}}$, черезъ c_I и с проведена прямая $\overline{c_I\ c_{III}}$, и затѣмъ—прямая $c_{II}\ c_{III}$, которая въ пересѣченіи съ $\overline{II\ III}$ дала постоянную точки V_2. Помощію V_2 можно теперь получить V_3 слѣдующаго лѣваго пролета и т. д.

Когда балка лежитъ свободно на опорахъ то лѣвой постоянной точкой U перваго пролета есть крайняя лѣвая опора 1, а точка V послѣдняго пролета совпадаетъ съ его правой опорной точкой—потому что на конечныхъ опорахъ моменты въ этомъ случаѣ = 0.

На чер. 160с указано построеніе постоянныхъ точекъ U и V для непрерывной балки AB, расположенной на опорахъ 1, 2, 3... Для простоты всѣ точки c_2 приняты на прямой mn//AB, отстоящей отъ AB на (произвольномъ) разстояніи r, вслѣдствіе чего всѣ точки с находятся на прямой pq, параллельной AB, отстоящей отъ AB на разстояніе = 2r.

Построеніе начато съ того, что сначала проведены всѣ сдвинутыя вертикали t_2, t_3...; постоянная точка U_1 перваго пролета совпадаетъ съ первой опорной точкой 1, а правая постоянная точка V послѣдняго пролета находится на послѣдней опорѣ.

2.—**Нагруженные пролеты.** Для нагруженныхъ пролетовъ дѣйствительно по (186) уравненіе:

$$\frac{M_1 l_1}{l_1 + l_2} + \frac{M_3 l_2}{l_1 + l_2} = \frac{S_2}{l_1 + l_2} - 2 M_2$$

и поставивъ для краткости

$$\frac{M_1 l_1}{l_1 + l_2} + \frac{M_3 l_2}{l_1 + l_2} = t_2 \quad \text{и} \quad \frac{S_2}{l_1 + l_2} = s_2$$

$$t_2 = s_2 - 2 M_2$$

откуда

$$M_2 = \frac{s_2}{2} - \frac{t_2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (189)$$

По (187) t_2 = отрѣзку на сдвинутой вертикалѣ, отсѣченному прямой $m_1 m_3$, а величина s_2 по правилу трехъ моментовъ получается изъ выраженія:

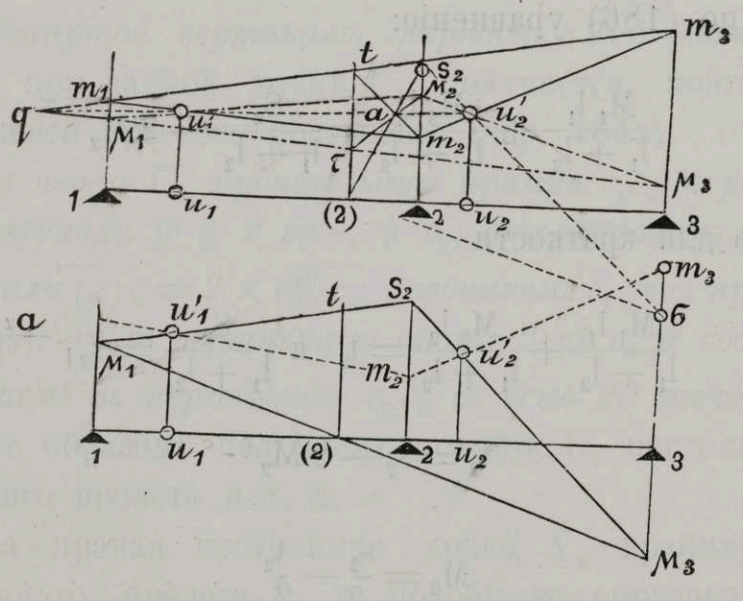
$$s_2 = -\frac{1}{l_1 + l_2}\left[\sum_1 \frac{Ga(l_1^2 - a^2)}{l_1} + \sum_2 \frac{Gb(l_2^2 - b^2)}{l_2} + \frac{g_1 l_1^3}{4} + \frac{g_2 l_2^3}{4} + \frac{p_1(k_1^2 - n_1^2)(2l_1^2 - k_1^2 - n_1^2)}{4l_1} + \frac{p_2(k_2^2 - n_2^2)(2l_2^2 - k_2^2 - n_2^2)}{4l_2}\right] - 6EJ\left(\frac{\alpha \Delta t}{2h} - \frac{\eta}{l_1 l_2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (190)$$

гдѣ

$$\eta = c_2 - \frac{c_1 l_2 + c_3 l_1}{l_1 + l_2} = \frac{(c_2 - c_1) l_2 + (c_2 - c_3) l_1}{l_1 + l_2}$$

s_2 и t_2 въ уравненіи (189) должны быть взяты со знаками, т. е. когда s_2 и t_2 имѣютъ одинаковые знаки, находятся, слѣдовательно, оба выше или оба ниже оси AB, то для опредѣленія M_2 нужно $\frac{s_2}{2}$ *уменьшить* на $\frac{t_2}{2}$, а если s_2 находится выше, а t_2 — ниже оси AB (или на оборотъ), то $\frac{s_2}{2}$ должно быть увеличено на $\frac{t_2}{2}$.

Если моменты M_1 и M_3 извѣстны, то помощію формулы (189) получается M_2 слѣдующимъ образомъ (чер. 165): Откладываемъ на опорныхъ вертикаляхъ



Чер. 165.

$\overline{1\,m_1} = M_1$ $\overline{3\,m_3} = M_3$ $\overline{2\,s_2} = \frac{1}{2}$ 3(2)=sl$_1$ l$_2$ или 1(2)=; соединяемъ m_1 съ m_3, и проводимъ черезъ (2) вертикалъ (2)t до пе-

ресѣченія съ m_1m_3 въ t; получаемъ $t_2 = t(2)$. Откладываемъ отъ s_2 внизъ $s_2m_2 = \frac{\overline{t(2)}}{2} = \frac{t_2}{2}$, имѣемъ

$$\overline{2\,m_2} = M_2$$

Пусть U_1 и U_2 (чер. 165)—лѣвыя постоянныя точки пролетовъ $\overline{12}$ и $\overline{23}$. Построимъ треугольникъ $m_1m_2m_3$ и означимъ точки, въ которыхъ вертикали, проведенныя черезъ постоянныя точки U_1 и U_2, пересѣкаютъ m_1m_2 и m_2m_3, черезъ U_1' и U_2'. Возьмемъ на вертикалѣ средней опоры 2 произвольно точку μ_2, и примемъ ее за вершину треугольника $\mu_1\mu_2\mu_3$, котораго другія вершины т. е. μ_1 и μ_3 находятся на вертикаляхъ опоръ 1 и 3, а стороны $\mu_2\mu_1$ и $\mu_2\mu_3$ проходятъ черезъ точки U'_1 и U'_2, черезъ которыя проходятъ и стороны m_2m_1 и m_2m_3. По извѣстному правилу Новой геометріи третьи стороны m_1m_3 и $\mu_1\mu_3$ встрѣчаются на прямой, соединяющей точки U_1' и U'_2. *)

Сдвинутая вертикаль пересѣкаетъ основанія m_1m_3 и $\mu_1\mu_3$ треугольниковъ $m_1m_2m_3$ и $\mu_1\mu_2\mu_3$ въ точкахъ t и τ; соединимъ эти точки съ соотвѣтственными вершинами m_2 и μ_2, т. е. проведемъ прямыя tm_2 и $t\mu_2$; также соединимъ (2) съ s_2. На основаніи того же правила Новой геометріи заключаемъ **) что прямыя tm_2, $t\mu_2$ и $(2)s_2$ пересѣкаются въ одной и той же точкѣ a, которая находится на той же прямой $U'_1U'_2$. Это свойство даетъ возможность опредѣлить точку U'_2 посредствомъ точки U'_1.

По (189) $\overline{s_2m_2} = \frac{\overline{t(2)}}{2}$, изъ чего слѣдуетъ что точка a дѣлитъ разстояніе $\overline{(2)2}$ (которое $= l_2 - l_1$) въ отношеніи 2 : 1, поэтому $\overline{2.s_2\mu_2} = \overline{(2)\tau}$. Если, слѣдовательно, $\overline{(2)\tau} = 0$, то и $\overline{s_2\mu_2} = 0$, т. е.

---

*) Если n—угольникъ измѣняетъ свою форму такимъ образомъ, что его вершины описываютъ прямыя линіи, а n—1 стороны проходятъ черезъ постоянныя точки, находящіяся на одной и той же прямой, то послѣдняя сторона проходитъ черезъ постоянную точку, находящуюся на той же прямой. Въ данномъ случаѣ вершины треугольника $m_1m_2m_3$ описываютъ прямыя $1m_1$, $2m_2$ и $3m_3$, а стороны m_2m_1 и m_2m_3 проходятъ черезъ постоянныя точки U'_1 и U'_2, поэтому и третья сторона m_1m_3 проходитъ черезъ постоянную точку q, находящуюся на прямой $U'_1U'_2$.

**) Это заключеніе получается изъ разсмотрѣнія треугольниковъ tm_2m_3, $\tau\mu_2\mu_3$, $(2)s_2\sigma$ и т. д.

если проведемъ $\mu_1\mu_3$ *черезъ точку (2), то точка* μ_2 *совпадаетъ съ точкой* s_2, *т. е. прямая* $\mu_1 U'_1$ *будетъ проходить черезъ* s_2.

Точка U_2' при данной точкѣ U'_1 получается на основаніи предыдущаго, слѣдующимъ образомъ (чер. 165а): *Отложивъ* $\overline{2s_2} = \frac{s_2}{2}$ *соединяемъ* s_2 *съ* U'_1, *и опредѣляемъ точку пересѣченія* μ_1 *прямой* $U'_1 s_2$ *съ другой опорной вертикалью пролета* l_1;

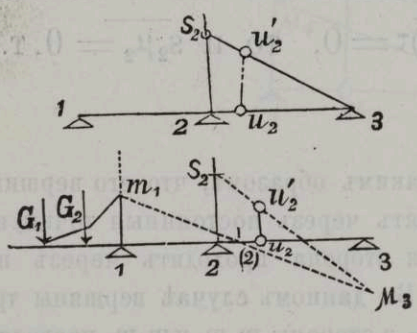
точку μ_1 *соединяемъ съ основаніемъ (2) сдвинутой вертикали, и продолжаемъ прямую* $\mu_1(2)$ *до пересѣченія съ третьей опорной вертикалью въ* μ_3;

соединяемъ μ_3 *съ* s_2, *получаемъ въ пересѣченіи* $\mu_3 s_2$ *съ вертикалью постоянной точки* U_2 *точку* U'_2

Если теперь возьмемъ пролетъ $\overline{23}$ и слѣдующій пролетъ $\overline{34}$, то такимъ же образомъ помощію точки U'_2 получимъ точку U'_3 и т. д.

Точки V' на вертикаляхъ постоянныхъ точекъ V получатся посредствомъ такого же построенія какъ и точки U', исполненнаго въ направленіи справа влѣво.

Посредствомъ соединенія точекъ U' и V' пролета получатся на опорныхъ вертикаляхъ точки m, опредѣляющія опорные моменты. Когда послѣдніе для какого-нибудъ пролета нпр. l_2 найдены, то обозначивъ соотвѣтствующія ему точки m черезъ m_2 и m_3, строимъ для нагрузки, находящейся на этомъ пролетѣ линію моментовъ (веревочную линію при полюсномъ разстояніи = 1) такъ, чтобы ея крайнія стороны проходили черезъ m_2 и m_3; ординаты этой линіи, отнесенныя къ AB какъ оси абциссъ, равняются моментамъ въ соотвѣтственныхъ сѣченіяхъ балки. Линія усилій получается изъ линіи моментовъ обыкновеннымъ образомъ (см. № 114).



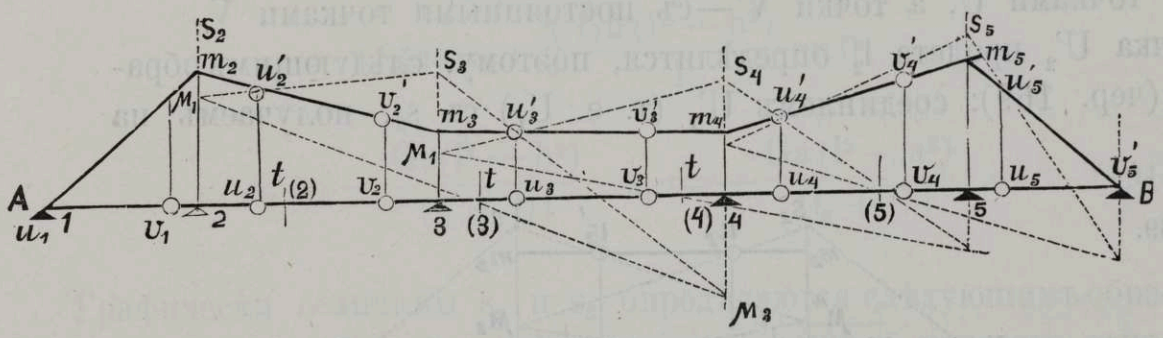
Чер. 166 и 167.

На чер. 166 указано построеніе точки U'_2 для двухъ первыхъ (или двухъ послѣднихъ) пролетовъ при свободномъ расположеніи балки на опорахъ. Такъ какъ на опорѣ 1 въ этомъ случаѣ моментъ $M_1 = 0$, то точки U_1 и U'_1, слѣдовательно и точка μ_1,

совпадаютъ съ точкой 1, а μ_3 находится въ точкѣ 3; для построенія U'_2 достаточно, поэтому, отложить на вертикалѣ опоры $2{:}\overline{2s_2} = \frac{1}{2} s_2$, и соединить s_2 съ 3; пересѣченіе прямой $\overline{s_2 3}$ съ вертикалью постоянной точки U_2 даетъ точку U'_2.

Когда балка выступаетъ за крайнюю опору въ видѣ консоли (чер. 167) то моментъ M_1 опредѣляется легко по правилу консоли (№ 113). Если отложимъ $\overline{1\,m_1} = M_1$ и $\overline{2s_2} = \frac{s_2}{2}$, то точка μ_1 совпадетъ съ m_1, поэтому соединяемъ m_1 съ (2), продолжаемъ $m_1(2)$ до пересѣченія съ вертикалью опоры 3 въ μ_3, и проводимъ прямую $\mu_3 s_2$, которая въ пересѣченіи съ вертикалью точки U_2 даетъ точку U'_2.

На чер. 168 указано построеніе опорныхъ моментовъ для 6 опорной балки AB. Построеніе исполнено въ слѣдующемъ порядкѣ: 1) для каждой опорной точки вычислены въ зависимости



Чер. 168.

отъ нагрузки, высотъ опоръ и разности температуры величины s, т. е. s_2, s_3, s_4 и s_5, и половины ихъ отложены отъ опорныхъ точекъ 2, 3, 4 и 5 на вертикаляхъ этихъ точекъ—положительныя внизъ, а отрицательныя вверхъ. На чер. 168 принято, что всѣ эти величины отрицательны, а потому всѣ онѣ отложены вверхъ, т. е. сдѣлано

$$\overline{2s_2} = \frac{1}{2} s_2 \quad \overline{3s_3} = \frac{1}{2} s_3 \quad \overline{4s_4} = \frac{1}{2} s_4 \quad \overline{5s_5} = \frac{1}{2} s_5$$

2) Построены для всѣхъ пролетовъ сдвинутыя вертикали t, и затѣмъ—постоянныя точки U и V.

3) Построены точки U' и V'. Точка U'_1 совпадаетъ съ 1, а U'_5—съ точкой B. U'_2 находится въ пересѣченіи прямой $s_2 3$ съ вертикалью точки U_2, а V'_4—въ пересѣченіи прямой $\overline{s_5 4}$ съ вертикалью точки V_4. Посредствомъ прямыхъ $s_3 U'_2 \mu_1$, $\mu_1(3)\mu_3$ и $\mu_3 s_3$ получаемъ точку U'_3, затѣмъ такимъ же образомъ—точки U'_4 и U'_5. Соединяемъ U'_4 съ V'_4 получаемъ на вертикаляхъ опоръ 4 и 5 точкя m_4 и m_5; прямая $m_4 U'_3$ даетъ точку m_3, а прямая $m_3 U'_2$—точку m_2. Этими точками всѣ опорные моменты опредѣлены, а именно:

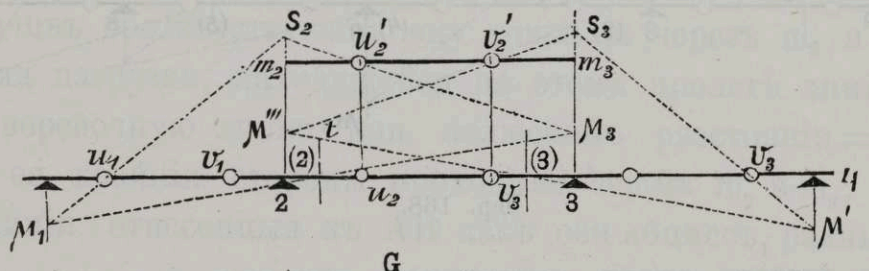
$$M_1 = 0 \quad M_2 = \overline{2m_2} \quad M_3 = \overline{3m_3} \quad M_4 = \overline{4m_4} \quad M_5 = \overline{5m_5} \quad M_6 = 0$$

Для повѣрки правильности построенія опредѣлены также точки V_1' V'_2 и V'_3, которыя должны получиться на прямыхъ $\overline{1m_2}$, $m_2 m_3$ и $m_3 m_4$. Кромѣ того помощію уравненія (189) можно провѣрить правильность отрѣзковъ $s_2 m_2$, $s_3 m_3$, $s_4 m_4$ и $s_5 m_5$.

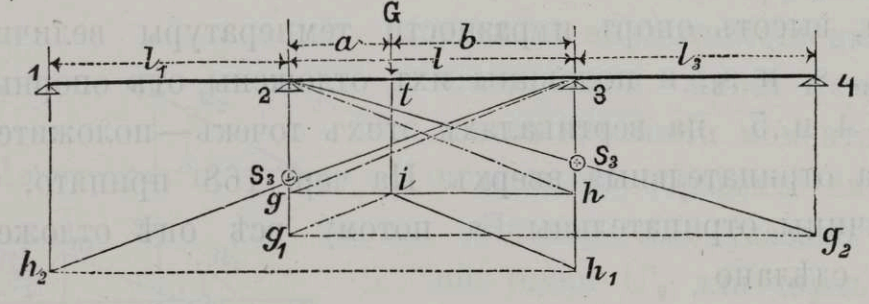
в) Къ нагруженному пролету примыкаютъ съ обѣихъ сторонъ ненагруженные.—Положимъ что нагруженъ только пролетъ $\overline{23}$, а примыкающіе къ нему пролеты $\overline{12}$ и $\overline{34}$ ненагружены. Въ ненагруженныхъ пролетахъ точки U' совпадаютъ съ постоянными точками U, а точки V'—съ постоянными точками V.

Точка U'_2 пролета l_2 опредѣлится, поэтому, слѣдующимъ образомъ (чер. 169): соединяемъ U'_1 (т. е. U_1) съ s_2, получаемъ на

Чер. 169.



Чер. 170.



опорной вертикалѣ 1 точку μ_1; черезъ μ_1 и основаніе (2) сдвинутой вертикали пролетовъ $\overline{12}$ и $\overline{23}$ проводимъ прямую $\mu_1(2)\mu_3$,

и соединяемъ μ_3 съ s_2, получаемъ въ пересѣченіи $\mu_3 s_2$ съ вертикалью постоянной точки U_2, точку U'_2.

Для полученія V'_2 соединяемъ V_3 съ s_3, получаемъ на опорной вертикалѣ 4 точку μ', которую соединяемъ съ основаніемъ (3) сдвинутой вертикали пролетевъ $\overline{23}$ и $\overline{34}$, продолжаемъ $\mu'(3)$ до пересѣченія съ опорной вертикалью 2 въ μ''', и соединяемъ μ''' съ s_3, получаемъ на вертикалѣ точки V_2 точку V'_2. Прямая $U'_2V'_2$ пересѣкаетъ вертикали опорныхъ точекъ 2 и 3 въ m_2 и m_3; имѣемъ

$$M_2 = \overline{2m_2} \quad M_3 = \overline{3m_3}$$

139.—**Опредѣленіе величинъ s для случая, когда нагрузка состоитъ изъ одного только груза G, дѣйствующаго въ пролетѣ $\overline{23}$.**

Если длину нагруженнаго пролета $\overline{23}$ означимъ черезъ l ($l_2 = l$) то по (190) имѣемъ,

$$\text{такъ какъ для } s_2 : \sum_1 \frac{Ga(l^2 - a^2)}{l} = 0$$

$$\text{а для } s_3 : \sum_2 \frac{Gb(l^2 - b^2)}{l} = 0$$

$$s_2 = -\frac{Gb(l^2 - b^2)}{(l_1 + l)\,l} \quad s_3 = -\frac{Ga(l^2 - a^2)}{(l_3 + l)\,l} \quad . \quad . \quad . \quad (191)$$

Графически величины s_2 и s_3 опредѣляются слѣдующимъ образомъ (чер. 170): Строимъ прямоугольникъ $\overline{23hg}$, котораго основаніе $\overline{23} = l$, а высота $\overline{2g} = \frac{Gab}{l}$, т. е. = моменту простой балки, произведенному грузомъ G въ его точкѣ приложенія t.

Проведемъ діагонали $\overline{g3}$ и $\overline{2h}$, и черезъ точку i, въ которой G пересѣкаетъ gh — $\overline{ig_1} \,//\, \overline{3g}$ и $\overline{ih_1} \,//\, \overline{2h}$, имѣемъ:

$$\frac{\overline{gg_1}}{\overline{gi}} = \frac{\overline{g2}}{\overline{23}} \qquad \frac{\overline{hh_1}}{\overline{hi}} = \frac{\overline{h3}}{\overline{23}}$$

и такъ какъ

$$\overline{gi} = a \quad \overline{hi} = b = l - a \quad \overline{g2} = \overline{h3} = \frac{Gab}{l}, \text{ то}$$

$$\overline{gg_1} = \left(\frac{Gab}{l}\right)\frac{a}{l} \qquad \overline{hh_1} = \left(\frac{Gab}{l}\right)\frac{b}{l}$$

$$\overline{g_1 2} = \overline{g_1 g} + \overline{g2} = \frac{Ga^2 b}{l^2} + \frac{Gab}{l} = \frac{Gab}{l}\left(1 + \frac{a}{l}\right) = \frac{Ga\,(l-a)\,(l+a)}{l^2}$$

$$\overline{g_1 2} = \frac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l^2} \qquad \overline{h_1 3} = \frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l^2}$$

Отложимъ на вертикалѣ опорной точки $4 : \overline{4g_2} = \overline{2g_1}$, и соединимъ g_2 съ 2, то прямая $\overline{g_2 2}$ пересѣкаетъ вертикаль точки 3 въ s_3; потому что

$$\overline{3s_3} = \frac{\overline{4g_2}}{\overline{24}}\,\overline{23} = \frac{\dfrac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l^2}}{l_3 + l}\,.\,l = \frac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l\,(l_3 + l)}$$

Такимъ же образомъ получимъ s_2, для чего на вертикалѣ точки 1 откладываемъ

$$\overline{1h_2} = \overline{3h_1} = \frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l^2}$$

и соединяемъ h_2 съ 3. (См. также построеніе опорныхъ моментовъ чер. 163).

Для большей точности слѣдуетъ при опредѣленіи s_2 и s_3 отдавать предпочтеніе вычисленію.

140. **Примѣръ.** Опредѣлить опорные моменты, моменты и усилія для непрерывной 4-хъопорной балки AB, которой крайніе пролеты $\overline{12}$ и $\overline{34}$ равны l, а средній $= l_1 = 1{,}2l$, — при разныхъ положеніяхъ на ней груза G.

а) Грузъ G на первомъ пролетѣ:

Въ этомъ случаѣ имѣется только s_2, и по (190)

$$s_2 = -\frac{Ga\,(l_1^2 - a^2)}{l_1\,(l + l_1)} = \frac{Ga\left(1 - \dfrac{a^2}{l_1^2}\right)}{1 + \dfrac{l}{l_1}}$$

и такъ какъ $\dfrac{l}{l_1} = \dfrac{6}{5}$

$$s_2 = \frac{5}{11} Ga\left(1 - \frac{a^2}{l_1^2}\right) = \frac{5}{11}\ \frac{a}{l_1}\left(1 - \frac{a^2}{l_1^2}\right) Gl_1$$

б) Грузъ G на второмъ пролетѣ.
Здѣсь

$$s_2 = \frac{Gb\,(l^2 - b^2)}{l\,(l + l_1)} = \frac{6}{11}\ \frac{b}{l}\left(1 - \frac{b^2}{l^2}\right) Gl = \frac{6}{11}\left(1 - \frac{a}{l}\right)\left(2 - \frac{a}{l}\right)\frac{a}{l}.Gl$$

$$s_3 = \frac{Ga\,(l^2 - a^2)}{l\,(l + l_1)} = \frac{6}{11}\ \frac{a}{l}\left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) Gl$$

По этимъ формуламъ вычислена слѣдующая таблица:

Грузъ G на первомъ пролетѣ.		Грузъ G на второмъ пролетѣ.	
a	s_2	a	s_2
0,	0	0	0
0,1	0,0450	0,1	0,0930
0,2	0,0875	0,2	0,1572
0,3	0,1250	0,3	0,1944
0,4	0,1530	0,4	0,2094
0,5	0,1705	0,5	0,2046
0,6	0,1750	0,6	0,1836
0,7	0,1625	0,7	0,1488
0,8	0,1310	0,8	0,1050
0,9	0,0775	0,9	0,0492
1	0	1	0
$. l_1$	Gl_1	. l	. Gl

Помощію этой таблицы, по изложенному выше способу, были опредѣлены графически моменты и усилія въ сѣченіяхъ пролетовъ $\overline{12}$ и $\overline{23}$, дѣлящихъ тотъ и другой пролетъ на 10 равныхъ частей. Чертежъ былъ исполненъ въ масштабѣ: 1 mtr = 4 cmtr, и 1 тон-

на = 10 ст. Для провѣрки правильности полученныхъ графическимъ путемъ результатовъ, расчетъ былъ повторенъ вычисленіемъ въ слѣдующемъ порядкѣ:

1) *Постоянныя точки.* По (178)

$$p_2 = 2\left(1 + \frac{l_1}{l}\right) = 2\left(1 + \frac{5}{6}\right) = \frac{11}{3}$$

$$u_2 = \frac{l}{1 + p_2} = \frac{3}{14} l = 0{,}2143\, l$$

$$p_3 = 2\left(1 + \frac{l}{l_1}\right) - \frac{l}{l_1}\,\frac{1}{p_2} = 2\left(1 + \frac{6}{5}\right) - \frac{6}{5}\,\frac{3}{11} = \frac{224}{55}$$

$$u_3 = \frac{l_1}{1 + p_3} = \frac{55}{279} l_1 = 0{,}1971\, l_1$$

2) *Моменты на опорѣ 2.*

а) Грузъ G на первомъ пролетѣ. Здѣсь $u_1 = o \quad v_1 = u_3 = 0{,}197\, l_1$ $w = l - u - v = 0{,}802\,9 l_1$, слѣдовательно, по (184)

$$M_{r+1} = M_2 = -\frac{Gab}{l_1^2} \cdot \frac{0{,}1971\, l_1}{0{,}8029\, l_1}(l_1 + a) = \frac{0{,}2455\, a\,(l_1 - a)}{l_1^2}(l_1 + a)\, G$$

$$M_2 = 0{,}2455\, \frac{a}{l_1}\left(1 - \frac{a^2}{l_1^2}\right) G l_1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

(б) Грузъ G на второмъ пролетѣ:

$$u = v = u_2 = 0{,}2143\, l \qquad w = l - u - v = 0{,}5714\, l$$

По (184)

$$M_r = M_2 = -\frac{Gab}{l^2} \cdot \frac{0{,}2143}{0{,}5714}\ (2l - 0{,}6429\, l - a)$$

$$M_2 = 0{,}375\, \frac{a}{l}\left(1 - \frac{a}{l}\right)\left(1{,}3571 - \frac{a}{l}\right) G l. \quad . \quad . \quad (б)$$

По формуламъ (а) и (б) вычислена слѣдующая таблица опорнаго момента M_2:

Грузъ G на первомъ пролетѣ.		Грузъ G на второиъ пролетѣ.	
a	M_2(по а)	a	M_2(по б)
0,1	0,0243	0,1	0,0424
0,2	0,0472	0,2	0,0694
0,3	0,0670	0,3	0,0832
0,4	0,0825	0,4	0,0862
0,5	0,0921	0,5	0,0804
0,6	0,0943	0,6	0,0682
0,7	0,0877	0,7	0,0517
0,8	0,0707	0,8	0,0326
0,9	0,0420	0,9	0,0157
1	0	1	0
$. l_1$	$. Gl_1$	. l	. Gl

Моментъ M_3 при нагрузкѣ второго пролета для разстоянія a вслѣдствіе симметріи равняется моменту M_2 для разстоянія l—a.

3) *Усилія T_1 и T_2 въ пролетахъ l_1 и l_2 для сѣченій, находящихся слѣва точки приложенія груза.*

По (168)

$$T_1 = \frac{M_2}{l_1} + \frac{G(l_1 - a)}{l_1} \qquad T_2 = \frac{G(l - a)}{l} + \frac{M_3 - M_2}{l}$$

Эти формулы даютъ слѣдующую таблицу:

Грузъ на первомъ пролетѣ.		Грузъ на второмъ пролетѣ.	
a	Усиліе T_1	a	Усиліе T_2
0,	1	0,	1
0,1	0,8757	0,1	0,9270
0,2	0,7543	0,2	0,8337
0,3	0,6330	0,3	0,7315
0,4	0,5175	0,4	0,6180
0,5	0,4079	0,5	0,5000
0,6	0,3057	0,6	0,3820
0,7	0,2102	0,7	0,2685
0,8	0,1322	0,8	0,1662
0,9	0,0580	0,9	0,0730
1	0	1	0
$.l_1$	.G	.l	G.

4) *Моменты M въ точкѣ приложенія груза.*

Для перваго пролета $M = T_1 a$ a для второго: $M = M_2 + T_2 a$.

По этимъ формуламъ вычислена слѣдующая таблица:

Грузъ G на первомъ пролеты.		Грузъ G на второмъ пролетѣ.	
a	M	a	M
0,	0	0	0
0,1	0,0876	0,1	0,0503
0,2	0,1509	0,2	0,0973
0,3	0,1899	0,3	0,1362
0,4	0,2070	0,4	0,1610
0,5	0,2040	0,5	0,1696
0,6	0,1834	0,6	0,1610
0,7	0,1471	0,7	0,1362
0,8	0,1058	0,8	0,0973
0,9	0,0522	0,9	0,0503
1	0	1	0
$.l_1$	$.Gl_1$	.l	.Gl

5) *Давленія на опорахъ.*

Давленіе на опорѣ 1 равняется усилію T_1.

Давленіе на опорѣ 2: Когда грузъ находится въ первомъ пролетѣ, то

$$D_2 = -T_1 + G + \frac{M_3 - M_2}{l}$$

а при положеніи его во второмъ пролетѣ

$$D_2 = T_2 - \frac{M_2}{l_1}$$

T_1, T_2 и M_2 даны въ предыдущихъ таблицахъ.

Примѣчаніе. Въ дальнѣйшемъ подъ сокращеннымъ выраженіемъ «*G на c*» будемъ понимать «*грузъ G, дѣйствующій на сѣченіе (или точку) c*», или также «грузъ G приложенный къ точкѣ c.»

141. **Линія моментовъ для G на c.**—Чтобы получить моменты во всѣхъ сѣченіяхъ непрерывной балки, произведенные сосредоточеннымъ грузомъ G приложеннымъ къ точкѣ c (чер. 160a) опредѣляемъ для пролета $\overline{r\,r+1}$, въ которомъ находится точка t, линію моментовъ $s\,\gamma\,t$ ($M_r = \overline{rs}$ $M_{r+1} = \overline{r+1,t}$ $M_c = \overline{c_1\gamma}$), и строимъ для лѣвыхъ ненагруженныхъ пролетовъ многоугольникъ $s4_1 3_1 2_1$..., котораго стороны проходятъ черезъ лѣвыя постоянныя точки U_3, U_2..., а вершины s, 4_1, 3_1, 2_1.. находятся на опорныхъ вертикаляхъ, и точно также для правыхъ ненагруженныхъ пролетовъ — многоугольникъ $t\,7_1\,8_1$..., проходящій черезъ правыя постоянныя точки V, V_{III}, V_{II} ..., имѣющій вершины 7_1, 8_1... на правыхъ опорныхъ вертикаляхъ. Ординаты этой линіи даютъ моменты, произведенные грузомъ G на c; такъ моментъ въ $s = \overline{s_1 s_2}$, въ b онъ $= b_1 b_2$ и т. д.

Линія усилій для G на c.—Для полученія усилій нужно построить силовой многоугольникъ, соотвѣтствующій линіи моментовъ для G на c, при полюсномъ разстояніи $= 1$. Для этого проводимъ вертикаль MN, беремъ въ разстояніи $= 1$ отъ MN полюсъ π и опускаемъ изъ него на MN перпендикуляръ $\pi 0$. Чтобы получить усиліе въ какой нибудь точкѣ s, нужно провести черезъ

π лучъ $\pi\sigma$ параллельно той сторонѣ $3_1 4_1$ линіи моментовъ, которую встрѣчаетъ ордината точки s. Усиліе въ s равно разстоянію σO точки σ отъ основанія O перпендикуляра $\pi 0$.

Если полюсъ π взятъ справа MN, то усиліе положительно, когда точка σ получается выше O, и отрицательно — когда ниже O.

Изъ этого построенія слѣдуетъ: 1) Въ точкѣ приложенія груза усиліе мѣняетъ знакъ (какъ и въ простой балкѣ); слѣва с оно положительно, а справа с—отрицательно.

2) Въ ненагруженныхъ пролетахъ усиліе поперемѣнно положительно и отрицательно, и въ каждомъ пролетѣ постоянно.

Реакціи опоръ.—Реакція какой нибудь опоры равняется отрѣзку на силовой линіи, отсѣченному лучами, параллельными тѣмъ сторонамъ линіи моментовъ, которыя пересѣкаются на вертикалѣ этой опоры. Такъ напр. реакція опоры 3 = отрѣзку $\sigma\tau$, отсѣченному на MN лучами $\pi\sigma$ и $\pi\tau$, параллельными сторонамъ $3_1 4_1$ и $3_1 2_1$ линіи моментовъ, пересѣкающимся на вертикалѣ этой опоры.

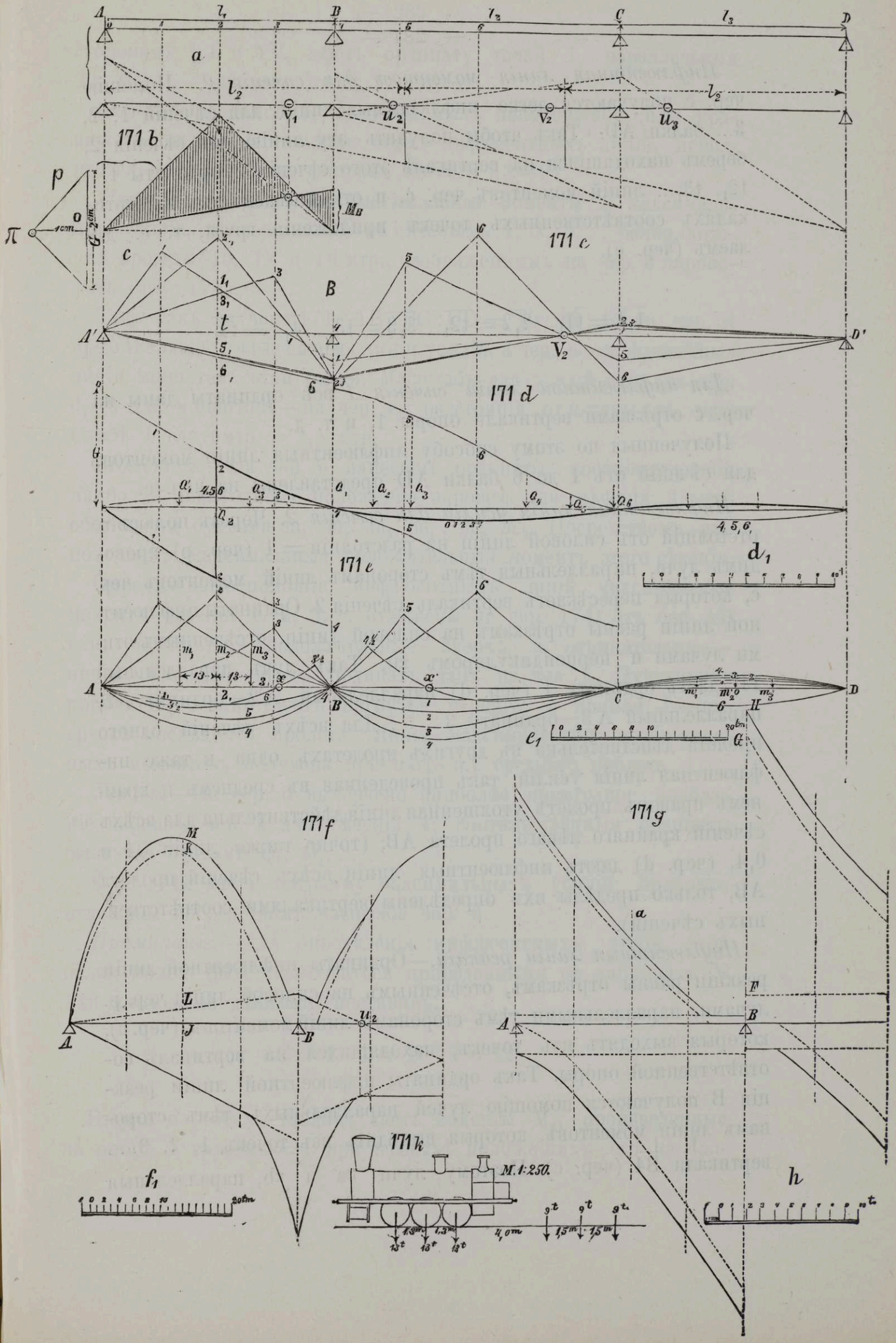
142. **Инфлюентныя линіи многоопорной балки.** — Если дѣйствіе нагрузки передается балкѣ связками, то опредѣляемъ ординату инфлюентной линіи для каждой связки, и полученныя точки соединяемъ прямыми линіями.

Когда дѣйствіе нагрузки прямое, то дѣлимъ балку на равныя достаточно малыя части, опредѣляемъ для каждой точки дѣленія ординату инфлюентной линіи, и полученныя точки соединяемъ непрерывной кривой.

Способъ построенія инфлюентныхъ линій уяснимъ примѣромъ, для чего возьмемъ непрерывную балку AD, расположенную на опорахъ A, B, C и D (чер. 171).

Построеніе начинаемъ съ опредѣленія постоянныхъ точекъ U и V (чер. a). Дѣлимъ балку въ точкахъ 1,2,3... на равныя части и строимъ для каждой изъ этихъ точекъ линію моментовъ. На чер. b указано построеніе этой линіи для G на 2, исполненное по способу, изложенному въ примѣчаніи № 136 (здѣсь $M_r = 0$ а $M_{r+1} = M_в$). Линіи моментовъ для G на 1, 2, 3... вычерчены на чер. c при общей абсциссѣ AD, и помѣчены (соотвѣтственно) цыфрами 1, 2, 3...

Чер. 171



Инфлюентная линія моментовъ для сѣченія 2. Помощію чер. c получаются легко инфлюентныя линіи для сѣченій 1, 2, 3... балки AD. Такъ чтобы получить эту линію для сѣченія 2, беремъ находящіяся на вертикалѣ этого сѣченія 2 ординаты $t1_1$, $t2_1$, $t3_1$... лній моментовъ чер. c, и откладываемъ ихъ на вертикаляхъ соотвѣтственныхъ точекъ приложенія груза, т. е. дѣлаемъ (чер. e)

$$\overline{1_1 1} = \overline{t1_1} \quad \overline{2_1 2} = \overline{t2_1} \quad \overline{3_1 3} = \overline{t3_1} \quad \overline{4_1 4} = \overline{t4_1}$$

Для инфлюентной линіи сѣченія 1 всѣ ординаты даны на чер. c отрѣзками вертикали опоры 1, и т. д.

Полученныя по этому способу инфлюентныя линіи моментовъ для сѣченій отъ 1 до 6 балки AD представлены на чер. e.

Инфлюентная линія усилій для сѣченія 2. Черезъ полюсъ π, отстоящій отъ силовой линіи на разстояніи $= 1$ (чер. p) проводимъ лучи, параллельныя тѣмъ сторонамъ линій моментовъ чер. c, которыя пересѣкаетъ вертикаль сѣченія 2. Ординаты инфлюентной линіи равны отрѣзкамъ на силовой линіи, отсѣченнымъ этими лучами и перпендикуляромъ $\pi 0$. Такъ лучъ параллельный 11_1 даетъ ординату 1 (чер. d) параллельный A'2—ординату 2, параллельный A'3—ординату 3 . . . Для всѣхъ сѣченій одного пролета дѣйствительна въ другихъ пролетахъ одна и таже инфлюентная линія усилій; такъ проведенная въ среднемъ и крайнемъ правомъ пролетѣ утолщенная линія дѣйствительна для всѣхъ сѣченій крайняго лѣваго пролета AB; (точно также линіи 04 и $0_1 4_1$ (чер. d) даютъ инфлюентныя линіи всѣхъ сѣченій пролета AB, только предѣлы ихъ опредѣлены вертикалями соотвѣтственныхъ сѣченій).

Инфлюентныя линіи реакцій.—Ординаты инфлюентной линіи реакціи равны отрѣзкамъ, отсѣченнымъ на силовой линіи чер. p. лучами, параллельными тѣмъ сторонамъ линій моментовъ (чер. c), которыя выходятъ изъ точекъ, находящихся на вертикалѣ соотвѣтственной опоры. Такъ ординаты инфлюентной линіи реакціи B получаются помощію лучей параллельныхъ тѣмъ сторонамъ линіи моментовъ, которыя выходятъ изъ точекъ 1, 2, 3. . . вертикали $\overline{B4}$ (чер. c). Поэтому лучи πa и πb, параллельныя

сторонамъ $1_1 1$ и $1V_2$ даютъ ординату точки 1, параллельныя $\overline{22_1}$ и $2V_2$—ординату точки 2, и т. д.

Опредѣленіе дѣйствій, производимыхъ неподвижной или подвижной нагрузкой, помощію этихъ инфлюентныхъ линій, исполняется по правиламъ, даннымъ въ №№ 83—97.

Примѣръ.—Опредѣлить максимальные моменты и максимальныя усилія, произведенныя въ сѣченіяхъ 1, 2, 3... балки, которой пролеты 10, 12 и 10 мтр., изображеннымъ на чер. k паровозомъ (чер. 171).

Такъ какъ на чер. 171 AB : BC : CD = 10 : 12 : 10 то чер. d представляетъ инфлюентныя линіи усилій, а чер. e—инфлюентныя линіи моментовъ этой балки. Масштабъ для усилій данъ на чер. d_1, а для моментовъ—на чер. e_1; разстоянія отложены въ масштабѣ 1 сантимтр. = 2,5 мтр.

Моменты.—На чер. e нанесены ординаты, соотвѣтствующія наиболѣе невыгодному положенію паровоза для сѣченія 2; онѣ обозначены буквами m_1, m_2, m_3, m_1', m'_2 m'_3. Посредствомъ ихъ получается максимальный положительный моментъ этого сѣченія.

Опредѣленные помощію инфлюентныхъ линій максимальные моменты сѣченій 1, 2, 3... отложены на чер. 171f отъ оси AB какъ ординаты, положительные—вверхъ, а отрицательные—виизъ. Масштабъ этихъ ординатъ данъ на чер. f_1. Пунктирная кривая K соотвѣтствуетъ нагрузкѣ перваго, а прямая L—нагрузкѣ послѣдняго пролета. Линія максимальныхъ отрицательныхъ моментовъ получена при нагрузкѣ средняго пролета.

Усилія.—На чер. d вычерчено наиболѣе невыгодное положеніе паровоза чер. k для сѣченія 4; соотвѣтственныя ординаты означены буквами Q_1, Q_2...

Чер. 171g даетъ діаграмму максимальныхъ усилій; ординаты отложены посредствомъ масштаба чер. h.

Примѣчаніе.—Для опредѣленія инфлюентныхъ линій этой балки можно было пользоваться приведенными въ таблицахъ № 140 числовыми данными, поставивъ:

$$G = 1 \quad l_1 = 10 \quad l = 12$$

Вторая изъ этихъ таблицъ даетъ моменты M_2, произведенные на опорѣ 2 грузомъ = 1 при разныхъ положеніяхъ его на бал-

кѣ; она содержитъ поэтому величины ординатъ инфлюентной линіи опорнаго момента M_2 для перваго и второго пролетовъ.

Помощію третьей таблицы получаются ординаты Q инфлюентныхъ линій отрицательныхъ усилій (соотвѣтствующихъ сѣченіямъ слѣва груза); ординаты P положительныхъ усилій опредѣляются условіемъ, что онѣ дополняютъ ординаты отрицательныхъ усилій къ величинѣ груза, т. е. $P + Q = G$
и для $G = 1$

$$P = 1 - Q.$$

143.—**Методъ реакцій.**—Непрерывная балка имѣетъ при n опорахъ n реакцій, для опредѣленія которыхъ условія равновѣсія даютъ 3 уравненія. Если 1 опора шарнирная, а прочія n—1—подвижныя, то число неизвѣстныхъ $= 2 \times 1 + (n-1) = n + 1$, поэтому число добавочныхъ опоръ $= (n + 1) - 3 = n - 2$ т. е. число ея нужныхъ опоръ $= 2$.

За нужныя опоры могутъ быть приняты двѣ произвольныя изъ n опоръ; въ слѣдующемъ мы будемъ считать нужными обѣ крайнія опоры A и B (чер. 172).

Если означимъ реакціи добавочныхъ опоръ 1, 2,... черезъ D_1, D_2..., то по (97) для нагрузки, перпендикулярной къ оси балки ($N = n = 0$).

$$z_m = \int \frac{M_0 m_m dx}{EJ} + D_1 \int \frac{m_1 m_m dx}{EJ} + D_2 \int \frac{m_2 m_m dx}{EJ} + \ldots + \int \alpha \frac{\Delta t}{h} m_m dx \quad (192)$$

или по 117: (всѣ $u = 0$)

$$z_m = v_{m0} + D_1 v_{m1} + D_2 v_{m2} + \ldots + v_m t. \quad (192)$$

Въ этихъ формулахъ означаетъ:
z_m—перемѣщеніе точки m по направленію mm_1, произведенное данной нагрузкой,
v_{m0}, v_{m1}, v_{m2}... перемѣщенія точки m произведенныя въ случаѣ, когда всѣ добавочныя величины устранены ($D_1 = D_2 = D_3 = \ldots = 0$) и балка превращена въ статически опредѣленную—данной нагрузкой, силой $D_1 = 1$, $D_2 = 1$ и т. д., такъ что вообще
v_{mr}—есть перемѣщеніе точки m простой балки AB по направ-

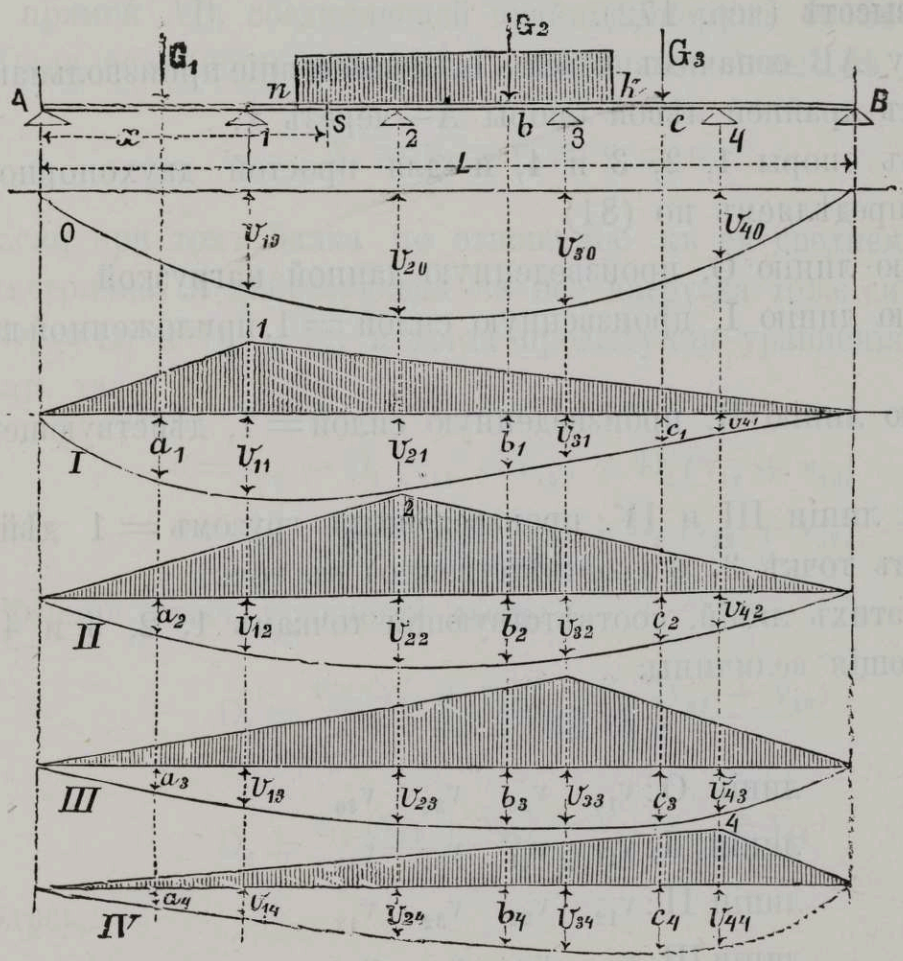
ленію mm_1, произведенное реакціей $D_r = 1$, т. е. силой $= 1$ приложенной къ опорной точкѣ r.

Величины v_{mr} опредѣлены уравненіями:

$$v_{m0} = \int \frac{M_0 m_m dx}{EJ} \quad v_{m1} = \int \frac{m_m m_1 dx}{EJ} \quad v_{m2} = \int \frac{m_m m_2 dx}{EJ} \ldots$$

$$v_{mt} = \int \frac{\alpha \Delta t}{h} m_m dx$$

Каждый изъ этихъ интегралов распространяется на все сооруженіе; такъ какъ составляющія ихъ величины M и m стати-



Чер. 172.

чески опредѣленные, то рѣшеніе ихъ не представляетъ никакого затрудненія; всего проще они получаются графическимъ путемъ посредствомъ построенія упругихъ линій.

Для однородной балки постояннаго сѣченія E и J величины постоянныя, и тогда по (192)

$$EJz_m = \int M_0 m_m dx + D_1 \int m_1 m_m dx + D_2 \int m_2 m_m dx + \ldots + EJ\alpha \frac{\Delta t}{h} \int m_m dx \quad (193)$$

$$EJz_m = w_{0m} + D_1 w_{1m} + D_2 w_{2m} + \ldots + w_{mt} + \ldots \quad (194)$$

гдѣ $w_{0m} = EJv_{m0}$ $w_{1m} = EJv_{m1}$ $w_{2m} = EJv_{m2}$ . . .

144. **Задача. — Опредѣлить реакціи D_a, D_1, D_2... непрерывной балки AB, расположенной свободно на 6 опорахъ, находящихся на одинаковой высотѣ** (чер. 172).

Всю длину AB означимъ черезъ L, а разстояніе произвольнаго сѣченія s отъ крайней лѣвой опоры A — черезъ x.

Устраняемъ опоры 1, 2, 3 и 4, и для простой двухопорной балки AB опредѣляемъ по (81)

1) упругую линію O, произведенную данной нагрузкой

2) упругую линію I, произвенную силой = 1, приложенной къ точкѣ 1;

3) упругую линію II, произведенную силой = 1, дѣйствующей на точку 2;

4) упругія линіи III и IV, произведенныя грузомъ = 1 дѣйствующимъ въ точкѣ 3, и (соотвѣтственно) въ точкѣ 4.

Ординаты этихъ линій, соотвѣтствующія точкамъ 1, 2, 3 и 4, даютъ слѣдующія величины:

Ординаты:

линіи O:	v_{10}	v_{20}	v_{30}	v_{40}
линіи I:	v_{11}	v_{21}	v_{31}	v_{41}
линіи II:	v_{12}	v_{22}	v_{32}	v_{42}
линіи III:	v_{13}	v_{23}	v_{33}	v_{43}
линіи IV:	v_{14}	v_{24}	v_{34}	v_{44}

Такъ какъ $v_{mr} = v_{rm}$

то должно получиться

$$v_{12} = v_{21} \quad v_{13} = v_{31} \quad v_{14} = v_{41} \quad v_{23} = v_{32} \quad v_{24} = v_{42} \quad v_{34} = v_{43}$$

Если y_1, y_2, y_3 и y_4 — перемѣщенія точекъ 1, 2, 3 и 4 по направленіямъ реакцій D_1, D_2, D_3 и D_4, произведенныя данной нагрузкой и силами D_1, D_2, D_3 и D_4, то при $\Delta t = 0$

$$EJy_1 = v_{10} + D_1 v_{11} + D_2 v_{12} + D_3 v_{13} + D_4 v_{14}$$
$$EJy_2 = v_{20} + D_1 v_{21} + D_2 v_{22} + D_3 v_{23} + D_4 v_{24}$$
$$EJy_3 = v_{30} + D_1 v_{31} + D_2 v_{32} + D_3 v_{33} + D_4 v_{34}$$
$$EJy_4 = v_{40} + D_1 v_{41} + D_2 v_{42} + D_3 v_{43} + D_4 v_{44}$$

Если бы опоры находились на разныхъ высотахъ, то для y_1, y_2, y_3 и y_4 было бы нужно подставить разстоянія точекъ 1, 2, 3 и 4, измѣренныя по направленіямъ реакцій D_1, D_2, D_3 и D_4, отъ прямой AB, соединяющей крайнія опорныя точки AHB.

Когда всѣ опоры находятся на одинаковой высотѣ, то

$$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 0$$

Если при томъ балка по отношенію къ ея среднему сѣченію симметрична, и дѣйствующая на нее нагрузка тоже симметрична, то $D_4 = D_1$ и $D_3 = D_2$, и тогда предыдущія уравненія можно написать такъ:

$$0 = v_{10} + D_1 (v_{11} + v_{14}) + D_2 (v_{12} + v_{13})$$
$$0 = v_{20} + D_1 (v_{12} + v_{24}) + D_2 (v_{22} + v_{23})$$

Рѣшеніе этихъ уравненій даетъ:

$$D_1 = \frac{v_{20} (v_{12} + v_{13}) - v_{10} (v_{22} + v_{23})}{N}$$

$$D_2 = \frac{v_{10} (v_{12} + v_{24}) - v_{20} (v_{11} + v_{14})}{N}$$

Здѣсь

$$N = (v_{11} + v_{14}) (v_{22} + v_{23}) - (v_{12} + v_{24}) (v_{12} + v_{13})$$

Когда добавочныя реакціи D_1, D_2, D_3 и D_4 опредѣлены то реакціи D_a и D_b опоръ A и B получаются изъ уравненій:

$$D_a = D_0 + r_1 D_1 + r_2 D_2 + r_3 D_3 + r_4 D_4$$

$$D_b = D_a - (G)$$

гдѣ (G)—вся нагрузка балки. ${}_0D$, r_1, r_2... относятся къ простой двухопорной балкѣ AB, и означаютъ реакцію опоры A послѣдней, произведенную (соотвѣтственно) нагрузкой (G), грузомъ $D_1 = 1$, $D_2 = 1$ и т. д.

Когда балка нагружена полной равномѣрной нагрузкой g, то

$$D_0 = \frac{gL}{2} \quad r_1 = \frac{L - l_1}{L} \quad r_2 = \frac{l_3 + l_4 + l_5}{L} \quad r_3 = \frac{l_4 + l_5}{L} \quad r_4 = \frac{l_5}{L}$$

Величины v_{10}, v_{20}. v_{30} и v_{40} могутъ быть получены помощію линій I, II, III и IV, такъ что построеніе линіи O дѣлается излишнимъ. По (59) упругая линія, построенная для груза $= 1$ приложеннаго къ точкѣ r, есть инфлюентная линія прогибовъ этой точки r. Если, поэтому, на балку дѣйствуютъ въ точкахъ a, b, c, грузы G_1, G_2, G_3, и равномѣрная нагрузка на длинѣ nk, то обозначивъ соотвѣтствующія точкамъ a, b, c ординаты

линіи I—черезъ a_1, b_1, c_1
линіи II—черезъ a_2, b_2, c_2
линіи III—черезъ a_3, b_3, c_3
и линіи IV—черезъ a_4, b_4, c_4

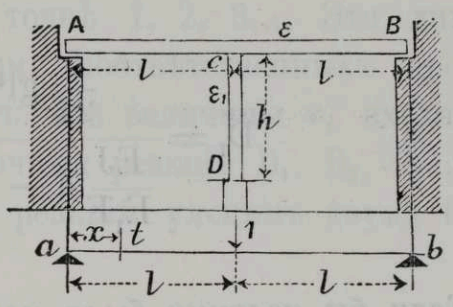
и площади этихъ линій, заключенныя между ординатами точекъ n и k (соотвѣтственно) черезъ f_1, f_2, f_3 и f_4, то по правилу инфлюентныхъ линій будетъ:

$$v_{10} = G_1a_1 + G_2b_1 + G_3c_1 + gf_1$$
$$v_{20} = G_1a_2 + G_2b_2 + G_3c_2 + gf_2$$
$$v_{30} = G_1a_3 + G_2b_3 + G_3c_3 + gf_3$$
$$v_{40} = G_1a_4 + G_2b_4 + G_3c_4 + gf_4$$

Опредѣленіе по этому послѣднему способу величинъ v_{10}, v_{20}, v_{30}.. кромѣ того что не требуетъ построенія линіи O, отличается также бо́льшей точностью получаемыхъ результатовъ

Когда опорныя реакціи опредѣлены, то разсматриваемъ ихъ какъ внѣшнія силы и опредѣляемъ моменты и усилія обыкновеннымъ образомъ.

145. **Примѣръ.** (чер. 173). Балка AB, расположенная свободно на опорахъ A и B, подперта въ серединѣ колонной CD. Сѣченіе балки постоянно; длина ея = 2l, и моментъ инерціи поперечнаго сѣченія = J. Высота колонны = h, средняя площадь ея сѣченія = F; модули упругости балки и колонны = E и E_1.



Чер. 173.

Если означимъ черезъ

D_1 — реакцію опоры C

M_0 и A_0 — моменты и реакцію A простой двухопорной балки AB, произведенныя дѣйствующей нагрузкой, и

m_1 и a_1 — моменты и реакцію опоры A той же балки отъ груза = 1, приложеннаго къ точкѣ C по направленію реакціи D_1, то по (191)

$$\frac{D_1 h}{E_1 F} = \frac{1}{EJ}\left[\int M_0 m_1 dx + D_1 \int m_1^2 dx\right]$$

Изъ чер. 173a имѣемъ:

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad m_1 = \frac{x}{2} \quad \text{слѣдовательно} \quad 2\int_0^l m_2^2 dx = 2\int_0^l \left(\frac{x}{2}\right)^2 dx = \frac{l^3}{6}$$

$$\left(\frac{EJh}{E_1 F} - \frac{l^3}{6}\right) D_1 = 2\int_0^l M_0 \frac{x}{2} dx$$

откуда

$$D_1 = \frac{\int_0^l M_0 x dx}{\frac{EJ}{E_1 F} h - \frac{l^3}{6}}$$

Если напр. вся балка нагружена равномѣрной нагрузкой g то

$$M_0 = g\frac{(2l - x)x}{2}$$

$$2\int_0^l M_0 x dx = \frac{g}{2}\int_0^l (2lx^2 - x^3)\, dx = \frac{5}{24}\, gl^4$$

$$D_1 = \frac{\frac{5}{24}\, gl^4}{\frac{EJ}{E_1 F} h - \frac{l^3}{6}} = \frac{5gl^4}{24\frac{EJ}{E_1 F} h - 4l^3}$$

Если бы *колонна была неупругая* ($E_1 = \infty$) то имѣли бъ

$$D_1 = -\frac{5}{4} gl$$

Такъ какъ $A_0 = gl$, то

$$A = gl + \frac{D_1}{2} = \frac{3}{8}\, gl$$

Моментъ въ точкѣ t

$$M = Ax - \frac{gx^2}{2} = \frac{3}{8}\, glx - \frac{gx^2}{2}$$

Моментъ достигаетъ максимума въ сѣченіи, для котораго x получается изъ условія

$$\frac{dM}{dx} = 0 = \frac{3}{8}\, gl - gx$$

т. е. для $x = \frac{3}{8} l$, и

$$\max M = \frac{g}{2}\left(\frac{3}{8} l\right)^2 = \frac{9}{128} gl^2 = \frac{1}{14} gl^2$$

На опорѣ C ($x = l$)

$$M = \left(\frac{3}{8} gl\right) l - \frac{gl^2}{2} = -\frac{gl^2}{8}$$

146. **Инфлюентныя линіи опорныхъ реакцій.** — Чтобы можно было построить инфлюентную линію реакціи D непрерывной балки

нужно опредѣлить величины v въ уравненіи 192a, которыя при употребленіи графическаго способа получаются посредствомъ упругихъ линій I, II, III..., построенныхъ для груза = 1, приложеннаго, по очереди, къ опорной точкѣ 1, 2, 3,... Эти линіи, которыя суть инфлюентными линіями соотвѣтственныхъ прогибовъ v для точекъ 1, 2, 3..., даютъ всѣ величины v, входящія въ уравненія, опредѣляющія добавочныя реакціи D_1, D_2, D_3...

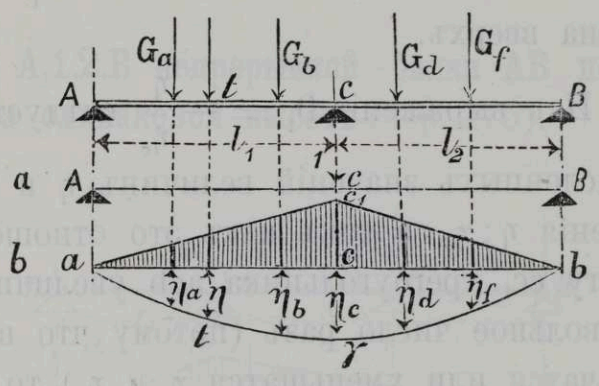
Построеніе инфлюентныхъ линій реакцій уяснимъ двумя примѣрами.

147. **Примѣръ 1. — Горизонтальная балка на 3-хъ опорахъ** (чер. 174). Реакцію добавочной опоры C означимъ черезъ D_1. По (192) для этого случая будемъ имѣть

$$z_1 = v_{10} + D_1 v_{11}$$

Для балки постояннаго сѣченія

$$z_1 = \frac{1}{EJ}(w_{10} + D_1 w_{11})$$



Чер. 174.

Устраняемъ опору C, и къ точкѣ C простой балки AB прикладываемъ силу $D_1 = 1$ (чер. a); соотвѣтствующая ей линія моментовъ имѣетъ видъ треугольника ac_1b, котораго высота cc_1 = моменту въ c, произведенному этой силой 1, дѣйствующей въ c; т. е.

$$\overline{c_1 c} = \frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}$$

Принимаемъ ac_1b за линію нагрузки простой балки AB и строимъ соотвѣтствующую ей линію моментовъ. Ординаты послѣдней представляютъ величины w, потому что онѣ равны ординатамъ v упругой линіи, умноженнымъ на EJ, а EJv = w. Изъ этого слѣдуетъ что соотвѣтствующая точкѣ c ордината $\eta_c = w_{11}$; если η — ордината произвольной точки t линіи $a\gamma b$, то при положеніи груза = 1 на t

$$EJz_1 = \eta_1 + D_1\eta_{1c}$$

откуда

$$D_1 = \frac{EJz_1 - \eta_1}{\eta_{1c}}$$

Когда всѣ опоры находятся на одинаковой высотѣ, то $z_1 = 0$, и тогда

$$D_1 = -\frac{\eta_1}{\eta_{1c}}$$

Знакъ minus показываетъ, что реакція D_1 имѣетъ направленіе, прямопротивоположное тому, какое на чер. а было принято для приложенной къ точкѣ C силы $D_1 = 1$, т. е. реакція D_1 направлена вверхъ.

Изъ выраженія $D_1 = -\frac{\eta_1}{\eta_{1c}}$ слѣдуетъ что D_1 не зависитъ отъ численныхъ значеній величинъ η_1 и η_{1c}, но только отъ ихъ отношенія $\eta_1 : \eta_{1c}$, а такъ какъ это отношеніе не измѣнится, если высоту cc_1 трегоугольника acb увеличимъ или уменьшимъ въ произвольное число разъ (потому что во столько же разъ тогда увеличатся или уменьшатся η_1 и η_{1c}) то слѣдуетъ, что *высотой cc можно задаваться произвольно.*

При измѣненіи положенія груза $= 1$ измѣняется только η_1, *линія a_1b есть*, слѣдовательно, *умноженная на* $\frac{1}{\eta_{1c}}$ *инфлюентная линія реакціи* D_1.

Когда реакція D_1 опредѣлена, то реакція D_a получается изъ уравненія

$$D_a = D_0 + a_1 D_1$$

гдѣ a_1 —реакція опоры A простой балки AB, произведенная силой $D_1 = 1$.

Такъ какъ

$$a_1 = \frac{l_2}{l_1 + l_2}$$

то $$A = A_0 + \frac{l_2}{l_1 + l_2} D_1$$

Если на балку дѣйствуютъ грузы G_a, G_b, G_d, G_f, и означимъ соотвѣтствующія имъ ординаты линіи aγb черезъ η_a, η_b, η_d и η_f, то

$$D_1 = -\frac{G_a\eta_a + G_b\eta_b + G_d\eta_d + G_f\eta_f}{\eta_c}$$

Полная равномѣрная нагрузка g даетъ въ C реакцію

$$D_1 = -\frac{gf}{\eta_c}$$

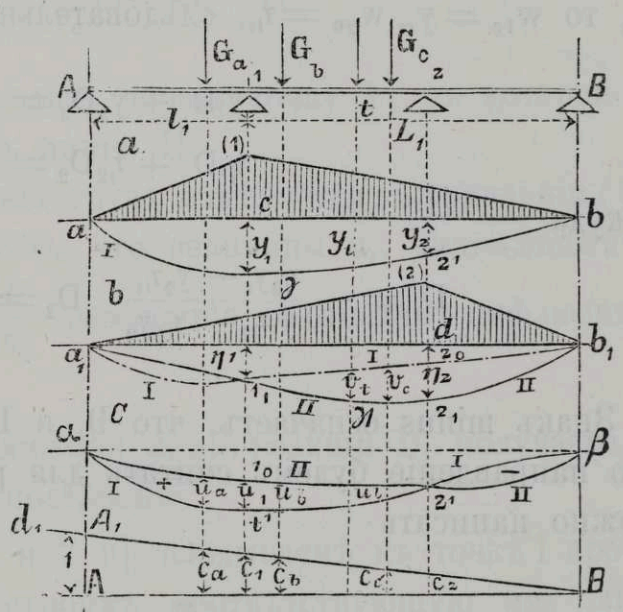
гдѣ f—площадь инфлюентной линіи aγb.

148.—**Примѣръ 2.—Опоры A,1,2,B непрерывной балки AB постояннаго сѣченія устроены на одинаковой высотѣ** (чер. 175).

Принявъ реакціи D_1 и D_2 опорныхъ точекъ 1 и 2 за статически неопредѣленныя величины, имѣемъ по (194) вслѣдствіе $z_1 = z_2 = 0$.

$$0 = w_{10} + D_1 w_{11} + D_2 w_{12} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (195)$$

$$0 = w_{20} + D_1 w_{21} + D_2 w_{22}$$



Чер. 175.

Устранимъ опоры 1 и 2; приложимъ къ точкѣ 1 простой балки AB силу $D_1 = 1$ и построимъ соотвѣтствующую ей линію моментовъ; она имѣетъ видъ треугольника a(1)b, котораго высота (моментъ въ сѣченіи 1)

$$\overline{c(1)} = \frac{l_1 L_1}{L}$$

Примемъ этотъ треугольникъ за площадь нагрузки, и постро-

имъ соотвѣтствующую ей линію моментовъ a_1b. Линію эту назовемъ «линія I», а ординаты ея означимъ буквами y.

Такимъ же образомъ построимъ линію II, для чего къ точкѣ 2 простой балки AB прикладываемъ силу $D_2 = 1$, опредѣляемъ ея линію моментовъ $a_1(2)b_1$, и для представленной послѣдней нагрузки—вторую линію моментовъ $a_1 2_1 b_1$. Ординаты этой линіи означимъ буквами η.

Если ординаты, соотвѣтствующія опорнымъ точкамъ 1 и 2, означимъ, для линіи I -черезъ y_1 и y_2, а для линіи II—черезъ η_1 и η_2, то

$$w_{11} = y_1 \quad w_{12} = y_2 \quad w_{21} = \eta_1 \quad w_{22} = \eta_2$$

Такъ какъ $w_{21} = w_{12}$, то должно $\eta_1 = y_2$.

Положимъ что грузъ $= 1$ приложенъ къ точкѣ t, и означимъ соотвѣтствующія этой точкѣ ординаты линіи I и II черезъ y_t и η_t, то $w_{10} = y_t$, $w_{20} = \eta_t$, слѣдовательно, по (195)

$$y_1 D_1 + y_2 D_2 = - y_t$$
$$\eta_1 D_1 + \eta_2 D_2 = - \eta_t$$

откуда

$$D_1 = - \frac{\eta_2 y_t - y_2 \eta_t}{y_1 \eta_2 - \eta_1 y_2} \qquad D_2 = - \frac{y_1 \eta_t - \eta_1 y_t}{y_1 \eta_2 - \eta_1 y_2}$$

Знакъ minus означаетъ, что D_1 и D_2 направлены вверхъ. Если это направленіе будемъ считать для реакцій положительнымъ, то можно написать

$$D_1 = \frac{y_t - \frac{y_2}{\eta_2} \eta_t}{y_1 - \frac{y_2}{\eta_2} \eta_1} \qquad D_2 = \frac{\eta_t - \frac{\eta_1}{y_1} y_t}{\eta_2 - \frac{\eta_1}{y_1} y_2}$$

или такъ какъ $y_2 = \eta_1$

$$D_1 = \frac{y_t - \frac{\eta_1}{\eta_2} \eta_t}{y_1 - \frac{\eta_1}{\eta_2} \eta_1} \qquad D_2 = \frac{\eta_t - \frac{y_2}{y_1} y_t}{\eta_2 - \frac{y_2}{y_1} y_2} \quad \ldots \quad (196)$$

Измѣнимъ всѣ ординаты линіи II въ отношеніи $\eta_{l1} : \eta_{l2}$, гдѣ η_{l1} и η_{l2}—ея ординаты, соотвѣтствующія опорнымъ точкамъ 1 и 2, и построимъ линію II, которой ординаты $= \frac{\eta_{l1}}{\eta_{l2}} \eta_l$ такъ, чтобы она проходила черезъ точки α и β, то заключенные между этой линіей и линіей I отрѣзки ординатъ $= y_t - \frac{\eta_{l1}}{\eta_{l2}} \eta_{lt}$. Если эти отрѣзки означимъ черезъ u, то для произвольной точки t онъ будетъ u_t, а для точекъ 1 и 2—u_1 и u_2; такъ какъ $y_1 - \frac{\eta_{l1}}{\eta_{l2}} \eta_{l1} = u_1$, то по (196)

$$D_1 = \frac{u_t}{u_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (197)$$

Для точки 2 (т. е. для $t = 2$)

$$u_2 = y_2 - \frac{\eta_{l1}}{\eta_{l2}} \eta_{l2} = \eta_{l1} - \eta_{l1} = 0$$

т. е. линія $I = \alpha\, 1'\, \beta$ проходитъ черезъ точку 2', въ которой вертикаль точки 2 встрѣчаетъ линію II.

При измѣненіи положенія груза измѣнается въ уравненіи (197) только u_t, изъ чего слѣдуетъ, что величины u_t, умноженныя на постоянный коффиціентъ $\frac{1}{u_1}$, равняются ординатамъ инфлюентной линіи реакціи D_1.

Для опредѣленія инфлюентной линіи реакціи D_1 получаемъ изъ предыдущаго слѣдующее построеніе:

1) Устранивъ опоры 1 и 2 прикладываемъ къ точкѣ 1 простой балки AB грузъ $= 1$ и строимъ соотвѣтствующую ему линію моментовъ a(1)b.

2) Разсматриваемъ эту линію моментовъ какъ линію нагрузки той же простой балки AB, и помощію произвольнаго полюснаго разстоянія H строимъ ея веревочную линію I, на которую проектируемъ опорныя точки A, 2 и B, получимъ точки α, 2' и β.

3) прикладываемъ къ точкѣ 2 простой балки AB грузъ $= 1$ и строимъ соотвѣтствующую ему линію моментовъ $a_1(2)b_1$.

4) Принимаемъ эту линію за линію нагрузки той же балки AB, и помощію прежняго полюснаго разстоянія H строимъ ея ве-

ревочную линію такъ, чтобы она проходила черезъ точки α, 2' и β.

Вертикальныя разстоянія линій I и $\alpha 2'\beta$ равны величинамъ u_t уравненія (197); эти разстоянія, раздѣленныя на разстояніе $u_1 = \overline{1_0 1'}$, даютъ ординаты инфлюентной линіи D_1.

Для полученія инфлюентной линіи реакціи D_2 нужно для нагрузки, данной линіей $a_1(2)b_1$, построить веревочную линію II, спроектировать на нее точки A, 1 и B, и черезъ проекціи a_1, 1_1 и b_1 провести веревочную линію I нагрузки a(1)b, при полюсномъ разстояніи H. Вертикальныя разстоянія v линій II и $a_1 1_1 b_1$, раздѣленныя на разстояніе $v_2 = \overline{2_0 2_1}$ равняются ординатамъ искомой инфлюентной линіи; такъ при положеніи груза $= 1$ на точкѣ t, реакція

$$D_2 = \frac{v_t}{v_2}$$

Такъ какъ D_1 и D_2 выражаются отношеніемъ ординатъ u и v, то высотами c(1) и d(2) треугольниковъ a(1)b и $a_1(2)b_1$, можно задаваться произвольно.

Если напр., на балкѣ лежатъ грузы G_a G_b и G_c, и соотвѣтствующія имъ величины u и v означимъ черезъ u_a, u_b, и u_c и $-v_a$, v_b, v_c, то будетъ

$$D_1 = \frac{1}{u_1}(G_a u_a + G_b u_b + G_c u_c)$$

$$D_2 = \frac{1}{v_2}(G_a v_a + G_b v_b + G_c v_c)$$

Реакція D_a получается изъ уравненія:

$$D_a = D_0 + D_1 r_1 + D_2 r_2$$

гдѣ D_0, r_1 и r_2 — реакціи простой балки AB, произведенныя (соотвѣтственно) нагрузкой, силой $D_1 = 1$ и силой $D_2 = 1$. Такъ какъ силы D_1 и D_2 отрицательны (направлены вверхъ), то r_1 и r_2 тоже отрицательны, т. е.

$$D_a = D_0 - D_1 r_1 - D_2 r_2$$

Построимъ для простой балки AB инфлюентную линію A_1B реакціи A (чер. d) отложивъ $AA_1 = 1$. Означимъ ординаты этой

линіи, соотвѣтствующія опорнымъ точкамъ 1 и 2—черезъ c_1 и c_2, а соотвѣтствующія грузамъ G_a, G_b и G_c—черезъ c_a, c_b и c_c, то

$$r_1 = c_1 \quad r_2 = c_2$$

и слѣдовательно

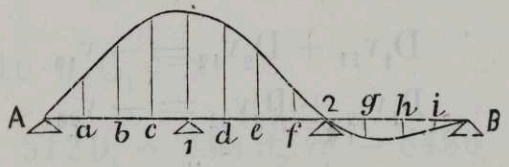
$$D_a = (G_a c_a + G_b c_b + G_c c_c) - D_1 c_1 - D_2 c_2$$

149. **Опредѣленіе инфлюентныхъ линій вычисленіемъ.** – Вычисленіе даетъ теоретически немного болѣе точные результаты чѣмъ построеніе, но практически при тщательномъ черченіи, графическіе результаты такъ же точны, какъ и аналитическіе.

Для уясненія способа опредѣленія инфлюентныхъ линій реакцій возьмемъ трехпролетную балку AB, которой всѣ 3 пролета $= l$, такъ что $AB = 3l$. Инфлюентныя линіи реакцій (или давленій) D_1 и D_2 даны уравненіями:

$$y_1 = v_{10} + D_1 v_{11} + D_2 v_{12}$$
$$y_2 = v_{20} + D_1 v_{21} + D_2 v_{22}$$

Для полученія величинъ v нужно опредѣлить двѣ упругія линіи, одну для груза $= 1$ приложеннаго къ точкѣ 1 (чер. 176)



Чер. 176.

и другую—для груза $= 1$ приложеннаго къ точкѣ 2. Вслѣдствіе симметричности балки эти линіи будутъ симметричны, и потому достаточно вычислить ординаты одной изъ нихъ.

Мы опредѣлимъ эти ординаты для груза $= 1$ дѣйствующаго на точку 1; для этого дѣлимъ балку на нѣкоторое число равныхъ частей (на чертежѣ 176 это число $= 12$), и для каждой точки дѣленія вычисляемъ ординату упругой линіи. Для точекъ a, b, c, находящихся слѣва точки приложенія 1, эти ординаты получаются изъ уравненія (140)

$$v_l = \frac{Gbx}{6EJl}(l^2 - b^2 - x^2)$$

а для точекъ справа 1, изъ уравненія (141)

$$v_p = \frac{Gax_1}{6EJl}(l^2 - a^2 - x_1^2)$$

Для точки 1 $v_p = v_2$.

Въ данномъ случаѣ $G = 1$, $a = \frac{4}{12}l$, $b = \frac{8}{12}l$, и если поставимъ $x = \frac{m}{12}l$, $x_1 = \frac{m_1}{12}l$ то будетъ:

$$v_l = \frac{1}{6EJl} \cdot \frac{8l}{12} \cdot \frac{m.l}{12}\left(l^2 - \frac{8^2}{12^2}l^2 - \frac{m^2}{12^2}l^2\right)$$

$$v_l = \frac{l^4}{6.36.12^2\,EJ} \cdot 2m\,(80 - m^2)$$

$$v_p = \frac{l^4}{6.36.12^2.EJ}\, m_1\,(128 - m_1^2)$$

Когда всѣ опоры находятся на одинаковой высотѣ, то $y_1 = y_2 = 0$, и тогда

$$D_1 v_{11} + D_2 v_{12} = -v_{10}$$
$$D_1 v_{12} + D_2 v_{22} = -v_{20}$$

Очевидно что въ этомъ случаѣ всѣ v можно сократить на ихъ общій множитель $\frac{l^4}{6.36.12^2.EJ}$, и вмѣсто v_l и v_p взять произведенія $2m\,(80 - m^2)$ и $m_1\,(128 - m_1^2)$.

Вычисленіемъ получаемъ:

для точекъ:	a	b	c	1
$m =$	1	2	3	4
$2m\,(80 - m^2) =$	158	304	426	512

и для точекъ	d	e	f	2	g	h	i
$m_1 =$	7	6	5	4	3	2	1
$m_1\,(128 - m_1^2) =$	553	552	515	448	357	248	128

На основаніи выше сказаннаго (при $y_1 = y_2 = 0$) можемъ поставить $v_{11} = 512 \quad v_{12} = 448 \quad v_{22} = v_{11} = 512$
слѣдовательно

$$512\,D_1 + 448\,D_2 = -v_{10}$$
$$48\,D_1 + 512\,D_2 = -v_{20}$$

Если въ точкахъ дѣленія a, b, c, 1... дѣйствуютъ грузы G_a, G_b, G_c, G_1..., то

$$v_{10} = 158\,G_a + 304\,G_b + 426\,G_c + 512\,G_1 + 553\,G_d + 552\,G_e + 515\,Gf + 448\,G_2 + 357\,G_g + 248\,Gh + 128\,Gi$$

$$v_{20} = 128\,G_a + 248\,G_b + 357\,G_c + 448\,G_1 + 515\,G_d + 552\,G_e + 553\,Gf + 512\,G_2 + 426\,G_g + 304\,Gh + 158\,Gi$$

Когда въ точкахъ a, b, c... устроены связки, то помощію этихъ чиселъ легко опредѣлить реакціи D_1 и D_2 для всякой нагрузки связокъ. Такъ если напр. нагружены только связки b, 1 и i, то будетъ:

$$512\,D_1 + 448\,D_2 = -(304\,G_b + 512\,G_1 + 127\,Gi)$$
$$448\,D_1 + 512\,D_2 = -(248\,G_b + 448\,G_1 + 158\,Gi)$$

Для $G_b = Gi = 10$ и $G_1 = 8$

$$512\,D_1 + 448\,D_2 = -8406$$
$$448\,D_1 + 512\,D_2 = -7644$$

Рѣшеніе этихъ уравненій даетъ:

$$D_1 = -\frac{879360}{61440} = -14{,}3 \quad D_2 = -2{,}4$$

Знакъ minus означаетъ, что D_1 и D_2 направлены вверхъ.
Реакція опоры A

$$D_a = D_0 + r_1 D_1 + r_2 D_2$$

По чертежу получаемъ легко:

$$D_0 = \frac{G_b b_b + G_1 b_1 + Gi\ bi}{31} = 16{,}2$$

$$r_1 = -\frac{2}{3} \qquad r_2 = -\frac{1}{3}$$

$$D_a = 16{,}2 - \frac{2}{3} D_1 - \frac{1}{3} D_2 = -5{,}87$$

$$D_b = \Sigma G - D_1 - D_2 = -5{,}43$$

Положимъ что нагружены всѣ точки лѣвой половины Ae балки грузами G_a, G_b, G_c, G_1, G_d и G_e; для этого случая будетъ:

$$512D_1 + 448D_2 = 158G_a + 304G_b + 426G_c + 512G_1 + 550G_d + 552G_e$$
$$448D_1 + 512D_2 = 127G_a + 248G_b + 357G_c + 448G_1 + 515G_d + 552G_e$$

Рѣшеніемъ уравненій получаемъ:

$$D_1 = 0{,}391G_a + 0{,}725G_b + 0{,}947G_c + G_1 + 0{,}828G_d + 0{,}575G_e$$
$$D_2 = -0{,}094G_a - 0{,}150G_b - 0{,}133G_c + 0.G_1 + 0{,}281G_a + 0{,}575G_e$$

Коэфиціенты этихъ выраженій даютъ ординаты инфлюентныхъ линій реакцій D_1 и D_2; для второй половины балки ординаты получаются изъ симметричности, которая слѣдуетъ изъ равенства пролетовъ. Ординаты опредѣлены поэтому слѣдующими числами:

Ординаты инфлюентной линіи.	a	b	c	1	d	e	f	2	g	h	i
Реакціи D_1	0,391	0,725	0,947	1	0,828	0,575	0,281	0	—0,133	—0,150	0,094
Реакціи D_2	—0,094	—0,150	—0,133	0	0,281	0,575	0,828	1	0,947	0,725	0,391

Помощію чиселъ этой таблицы построена на чер. 176 инфлюентная линія реакціи D_1.

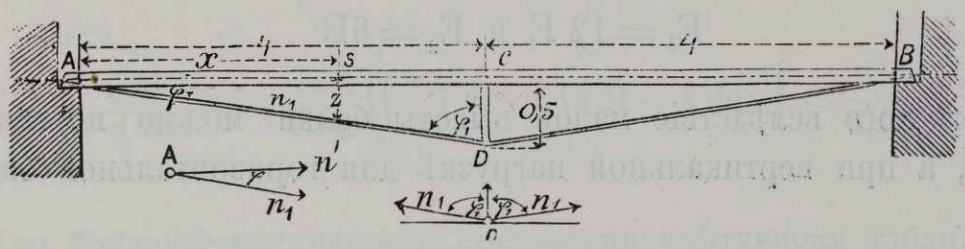
Посредствомъ инфлюентныхъ линій опредѣляются легко реакціи D_1 и D_2 для произвольной нагрузки обыкновеннымъ образомъ (№ 95).

150. **Простая балка, скрѣпленная стойкой и двумя тягами** (чер. 177). Эта балка представляетъ ферму имѣющую 3 узла A, B, D, такъ что $2u = 2.3 = 6$. Она состоитъ изъ 4-хъ стержней: AB, CD, AD и BD, представляющихъ 4 неизвѣстныя, къ которымъ

прибавляются, при одной шарнирной и одной подвижной опорѣ 3 неизвѣстныхъ опорныхъ сопротивленій, поэтому

$$s = 4 + 3 = 7 \text{ и } s - 2u = 1$$

т. е. ферма имѣетъ 1 добавочную величину. За эту величину можно принять напряженіе стержня CD, потому что устраненіе



Чер. 177.

послѣдняго не нарушаетъ неизмѣняемости ни формы, ни положенія фермы.

Для опредѣленія напряженія D_1, добавочнаго стержня имѣемъ по (97) уравненіе (см. также уравненіе 44):

$$0 = \Sigma\left[\int\frac{N_0 n_1 dx}{EF} + \int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1\left(\int\frac{n_1^2 dx}{EF} + \int\frac{m_1^2 dx}{EJ}\right) + \int\alpha t_0 n_1 dx + \int\alpha\frac{\Delta t}{h} m_1 dx\right]$$

(A) . . . .

Знакъ Σ означаетъ, что заключенное въ скобкахъ выраженіе нужно составить для каждаго стержня, и затѣмъ взять ихъ сумму.

Для каждаго стержня, сопротивляющагося простымъ растяженіемъ или простымъ сжатіемъ величины N_0 и n_1 постоянны, а M_0 и m_1 равны нулю. Для такихъ стержней

$$\int\frac{N_0 n_1 dx}{EF} = \frac{N_0 n_1 L}{EF}, \text{ гдѣ L — длина стержня,}$$

$$\int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ} = \int\frac{m_1^2 dx}{EJ} = \int\frac{\alpha\Delta t}{h} m_1 dx = 0$$

$$\int\alpha t_0 n_1 dx = \alpha t_0 n_1 L \qquad \int\frac{n_1^2 dx}{EF} = \frac{n_1^2 L}{FF}$$

Положимъ что балка AB деревянная, стержни AD и BD желѣзные, а стойка CD—чугунная, и означимъ модуль упругости, площадь поперечнаго сѣченія, длину и коэфиціентъ линейнаго расширенія

для AB—черезъ E, F, 2l и α
для AD и BD—черезъ E_1, F_1, l_1 и α_1
и для CD—черезъ E_2, F_2, l_2 и α_2
то среднимъ числомъ

$$E_1 = 12\,E \text{ и } E_2 = 6E$$

Кромѣ того вслѣдствіе малой высоты балки можно поставить $\Delta t = 0$, а при вертикальной нагрузкѣ для горизонтальной балки $N_0 = 0$.

Опредѣленіе величинъ n_1 и m_1. n_1 и m_1 означаютъ пормальныя силы и моменты стержней статически опредѣленной фермы (не имѣющей добавочнаго стержня CD), произведенныя нагрузкой $D_1 = 1$, т. е. двумя противоположными силами 1 и —1, приложенными къ узламъ C и D добавочнаго стержня по направленію его оси.

Вслѣдствіе симметричности фермы и нагрузки сопротивленія n_1 стержней AD и BD равны, и изъ равновѣсія узла D получаемъ:
$2\,n_1 \cos\varphi_1 + 1 = 0$

и такъ какъ $\varphi_1 = 90 - \varphi$

$$n_1 = -\frac{1}{2\sin\varphi}$$

Реакціи въ A и B, произведенныя силами 1 и —1, взаимно уничтожаются т. е. равны нулю, поэтому вырѣзавъ узелъ A имѣемъ:

$$n_1 \cos\varphi + n' = 0$$

и подставивъ для n_1 значеніе

$$n' = \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{2}$$

Моментъ въ произвольномъ сѣченіи s балки, отстоящемъ отъ A на разстояніе $= x$

$$m_1 = n_1 \cdot z = -\left(-\frac{1}{2\sin\varphi}\right)x\sin\varphi = +\frac{x}{2}$$

Это выраженіе дѣйствительно отъ A до C; для сѣченій между C и B

$$m_1 = \frac{x}{2} - 1(x-l) = \frac{2l-x}{2}$$

Такъ какъ сѣченіе балки AB постоянно, то

$$\int_0^{2l}\frac{m_1^2}{EJ}\,dx = \frac{1}{EJ}\left[\int_0^{l}\left(\frac{x}{2}\right)^2 dx + \int_l^{2l}(2l-x)^2 dx\right] = \frac{l^3}{6EJ}$$

Для большей наглядности составлена слѣдующая таблица:

Стержень	Длина	Площадь сѣченія	Моменты инерціи	модуль упругости	Коэфиціентъ α	n_1	m_1	$\int\frac{n_1^2dx}{EF}$	$\int\frac{m_1^2dx}{EJ}$	$\int\alpha t_0 n_1 dx$	$\int\alpha\frac{\Delta t}{h}m_1dx$
AB	$2l$	F	J	E	α	$\frac{\cot g\varphi}{2}$	$\frac{x}{2}$	$\frac{l\cot g^2\varphi}{2EF}$	$\frac{l^3}{6EJ}$	$\alpha t_0 l\cot g\varphi$	$\alpha\frac{\Delta t}{h}\frac{l^2}{2}$
AD	l_1	F_1		$12E$	α_1	$-\frac{1}{2\sin\varphi}$		$\frac{l_1}{12EF_1 4\sin^2\varphi}$		$-\frac{\alpha_1 t_0 l_1}{\sin\varphi}$	
BD	l_1	F_1		$12E$	α_1	$-\frac{1}{2\sin\varphi}$		$\frac{l_1}{12EF_1 \cdot 4\sin^2\varphi}$		$-\frac{\alpha_1 t_0 l_1}{\sin\varphi}$	
CD	l_2	F_2		$6E$	α_2	1		$\frac{l_2}{6EF_2}$		$\alpha_2 t_0 l_2$	

Изъ этой таблицы получаемъ:

$$\int\frac{n_1^2dx}{EF} = \frac{1}{12E}\left(\frac{6l\cot g^2\varphi}{F} + \frac{l_1}{2F_1\sin^2\varphi} + \frac{2l_2}{F_2}\right)$$

$$\int\frac{m_1^2dx}{EJ} = \frac{l^3}{6EJ}$$

$$\int \alpha t_0 n_1 dx = t_0 \left(\alpha l \operatorname{cotg}\varphi - \frac{2\alpha_1 l_1}{\sin\varphi} + \alpha_2 l_2\right)$$

$$\int \alpha \frac{\Delta t}{h}\ m_1 dx = \alpha \frac{\nabla t}{2} \frac{l^2}{ч}$$

Подставимъ эти значенія въ уравненіе (А), получимъ, умноживъ его на $E_1 = 12E$,

$$0 = \frac{12}{J}\int_0^{2l} M_0 m_1 dx + D_1\left(\frac{6l\operatorname{cotg}^2\varphi}{F} + \frac{l_1}{2F_1\sin^2\varphi} + \frac{2l_2}{F_2} + \frac{l^3}{2J}\right) + \left[t_0(\alpha l \operatorname{cotg}\varphi\right.$$

$$\left. - \frac{2\alpha_1 l_1}{\sin\varphi} + \alpha_2 l_2) + \frac{\alpha \Delta t l^2}{2h}\right] E \ldots . \quad (Б)$$

При пренебреженіи вліянія температуры будетъ: $(t_0 = \Delta t = 0)$

$$0 = \frac{12}{J}\int_0^{2l} M_0 m_1\, dx + D_1\left(\frac{6l\ \operatorname{cotg}^2\varphi}{F} + \frac{l_1}{2\,F_1\sin^2\varphi} + \frac{2l_2}{F_2} + \frac{2l^3}{J}\right)$$

и если для краткости поставимъ

$$\frac{6l\operatorname{cotg}^2\varphi}{F} + \frac{l_1}{2\,F_1\sin^2\varphi} + \frac{2l_2}{F_2} + \frac{2l^3}{J} = k$$

то

$$_1 = -\frac{12\int_0^{2l} M_0 m_1 dx}{kJ}$$

Опредѣленіе интеграла $\int_0^{2l} M_0 m_1 dx.$

а) Сосредоточенный грузъ G слѣва C.

Отъ $x = 0$ до $x = a$: $M_0 = \frac{G(2l-a)x}{2l}$ $\qquad m_1 = \frac{x}{2}$

отъ $x = a$ до $x = l$: $M_0 = \frac{Ga(2l-x)}{2l}$ $\qquad m_1 = \frac{x}{2}$

отъ $x = l$ до $x = 2l$: $M_0 = \frac{Ga(2l-x)}{2l}$ $\quad m_1 = \frac{(2l-x)}{2}$

Слѣдовательно

$$\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = \frac{G(2l-a)}{4l}\int_0^a x^2 dx + \frac{Ga}{4l}\int_a^l x(2l-x)dx + \frac{Ga}{4l}\int_l^{2l}(2l-x)^2 dx$$

и такъ какъ

$$\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3} \quad \int_a^l (2l-x)x dx = \frac{1}{3}(2l^3 - 3la^2 + a^3) \quad \int_l^{2l}(2l-x)^2 dx = \frac{l^3}{3}$$

то послѣ соотвѣтственнаго приведенія получаемъ

$$\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = \frac{Ga}{12}(3l^2 - a^2)$$

Когда грузъ находится справа C, то

$$\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = \frac{Gb}{12}(3l^2 - b^2) \ldots \ldots \ldots \text{(B)}$$

Если на балку дѣйствуютъ грузы G слѣва C, и грузы P справа C, то

$$\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = \frac{1}{12}\left[\sum_0^l Ga(3l^2 - a^2) + \sum_l^{2l} Pb(3l^2 - b^2)\right]$$

б) Полная равномѣрная нагрузка. Элементарный грузъ gdx, отстоящій отъ A въ разстояніи $= x$ даетъ по (B) : $\frac{gdx}{12}(3l^2 - x^2)x$, поэтому

$$\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = 2\int_0^l \frac{gdx}{12}x(3l^2 - x^2) = \frac{g}{6}\int_0^l (3l^2 x - x^3)dx = \frac{5}{24}gl^4 \ldots \text{(B}_1\text{)}$$

Вліяніе измѣненія температуры. Для этого случая $M_0 = 0$ поэтому по (Б)

$$(Б_t) \ldots 0 = \frac{kD_1}{E} + \left(\alpha l \operatorname{cotg}\varphi - \frac{2\alpha_1 l_1}{\sin\varphi} + \alpha_2 h\right) t_0 + \frac{\alpha \Delta t l^2}{2h}$$

Это уравненіе даетъ напряженіе D_1, произведенное однимъ измѣненіемъ температуры на t_0 градусовъ при разности Δt температуры верхняго и нижняго волокна балки AB.

151.—**Примѣръ.** Представленная на чер. 177 деревянная балка AB, скрѣпленная чугунной стойкой CD и желѣзными тягами AD и DB, нагружена по всей длинѣ равномѣрной нагрузкой $g = 180$ кил. на 1 пог. мтр.

Сѣченіе балки—квадратъ со стороной 0,2 мтр. поэтому $F = 0{,}04$ мтр.^{2} $J = \frac{1}{12} 0{,}2^4 = 0{,}000133$. Длина стойки $CD = 0{,}5$ м. слѣдовательно $l_2 = 0{,}5 + \frac{0{,}2}{2} = 0{,}6$ мтр.

Длина балки $2l = 8$ мтр.

Толщина тягъ $d = 0{,}026$ мтр.; ихъ длина $l_1 = \sqrt{l^2 + l_2^2} = \sqrt{4^2 + 0{,}6^2} = 4{,}045$ м. и $F_1 = \frac{\pi}{4} d^2 = 0{,}000531$ м^2.

Имѣемъ:

$$\sin\varphi = \frac{l_2}{l_1} = \frac{0{,}6}{4{,}045} = 0{,}1482 \qquad \sin^2\varphi = 0{,}02196$$

$$\cos\varphi = \frac{l}{l_1} = \frac{4{,}0}{4{,}045} = 0{,}9889$$

$$\operatorname{cotg}\varphi = \frac{l}{l_2} = \frac{4{,}045}{0{,}6} = 6{,}7425 \qquad \operatorname{cotg}^2\varphi = 44{,}5621$$

Для опредѣленія коэфиціента k пренебрегаемъ незначительной равнительно величиной $\frac{h}{2F_2}$, получимъ

$$k = \frac{6l\cot g^2\varphi}{F} + \frac{l_1}{2F_1\sin^2\varphi} + \frac{l^3}{2J} = \frac{6.4.44{,}5621}{0{,}04} + \frac{4{,}045}{2.0{,}000531.0{,}02196} +$$

$$+ \frac{2{,}4^3}{0{,}000133} = 26715 + 173452 + 962406 = 1162577$$

$$\frac{12}{J}\int_0^{2l} M_0 m_1 dx = \frac{12}{0{,}000133} \cdot \frac{5}{24}\, 180.4^4 = 866165414$$

$$D_1 = -\frac{866165414}{1162577} = -745 \text{ кил.}$$

Сопротивленіе T тягъ получается изъ равновѣсія узла D.

$$T = -\frac{D}{2\sin\alpha} = -\frac{-745}{2.0{,}1482} = 2514 \text{ кил.}$$

$$\text{Напряженіе тяги} = \frac{2514}{5{,}31} = 473 \text{ кил. на 1 кв. см.}$$

Моментъ въ сѣченіи x

$$M = M_0 + m_1 D = \frac{gx(2l-x)}{2} + \frac{x}{2} D = 347x - 90x^2$$

Максимальный моментъ:

$$\frac{dM}{dx} = 0 = 347 - 180x_1 \qquad x_1 = \frac{347}{180} = 1{,}93$$

$$\max M = 347.1{,}93 - 90.1{,}93^2 = -335 \text{ кил. мтр.}$$

Осевая сила балки

$$N = -T\cos\varphi = -2514.0{,}9889 = -2486 \text{ кил.}$$

Максимальное напряженіе балки

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{\max Me}{J} = \frac{2486}{0{,}04} + \frac{335.0{,}1}{0{,}000133} = 31{,}3 \text{ кил. на 1 см}^2$$

Вліяніе измѣненія температуры. Въ данномъ случаѣ можно величиной $\alpha l \cot g\varphi + \alpha_2 h$ сравнительно съ $\frac{2\alpha_1 l_1}{\sin\varphi}$, вслѣдствіе ея малости, пренебречь, и тогда будетъ по ($Б_t$)

$$D_1 = \frac{2\alpha_1 t_0 l_1 . E}{\sin\varphi . k}$$

Такъ какъ для желѣза среднимъ числомъ

$$\alpha_1 = 0{,}000012 \text{ и } E = 1{,}5.10^9$$

$$\text{то } D_1 = \frac{2.0{,}000012 . 4{,}045 . 1{,}5.10^9}{0{,}1482.1162577} t_0 = 5{,}2 t_0$$

$$T = \frac{D_1}{2\sin\varphi} = 3{,}374\ D_1$$

Положимъ что сборка фермы была исполнена при температурѣ $+ 10^0$, а наивысшая и наинизшая температура мѣстности $= + 35$ и $- 40^0$, то

$$\max t_0 = 40 + 10 = 50^0$$

$$D_1 = - 5{,}2.50 = - 260 \text{ кил.} \quad T = 3{,}374.260 = 877$$

$$N = T\cos\varphi = 867$$

Нагрузка и перемѣна температуры даютъ вмѣстѣ:

$$T = 2514 + 877 = 3391$$
$$D_1 = 260 + 745 = 1005$$
$$N = 2486 + 867 = 3353$$

$$M = 720x - 90x^2 - 1005\frac{x}{2} = 218x - 90x^2$$

Абсолютное максимумъ моментовъ получается въ сѣченіи C, т. е. для $x = 4$, поэтому

$$\max M = 872 - 1440 = -- 568$$

$$\sigma = \frac{3353}{0{,}04} + \frac{568.0{,}1}{0{,}000133} = 510893 = 51 \text{ кил. на 1 см.}^2$$

Напряженіе тяги $t = \frac{3391}{5{,}31} = 638$ кил. см^2.

Для температуры $+35^0$ $t_0 = 35 - 10 = 25^0$; такимъ же образомъ какъ въ предыдущемъ случаѣ получаемъ:

$$D_1 = -745 + 130 = -615$$

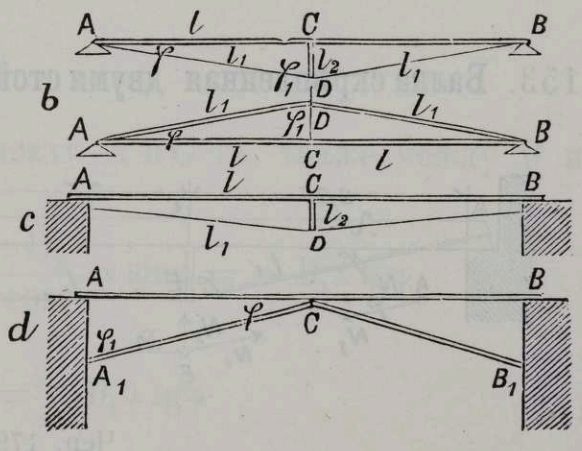
$$T_1 = 2514 - 439 = 2075$$

$$\sigma = \frac{2052}{0{,}04} + \frac{473.0{,}1}{0{,}000133} = 40{,}5 \text{ к/см}^2.$$

$$t = \frac{2075}{5{,}31} = 392 \text{ к.см}^2$$

При измѣненіи температуры въ предѣлахъ—40 и $+35^0$ максимальныя напряженія балки колеблются между 52 и 41, а тягъ—между 638 и 392 кил. на 1 квадр. сантиметръ, между тѣмъ какъ при температурѣ сборки эти напряженія равняются 32 и 473 кил. Изъ этого видно что при расчетѣ сооруженій состоящихъ изъ дерева и желѣза нельзя пренебрегать вліяніемъ температуры на напряженія.

152. Изложенный въ № 150 расчетъ вполнѣ дѣйствителенъ и для простой подвѣсной балки чер. 178b, только знаки напряженій D_1 и T_1 нужно измѣнить, такъ какъ CD растягивается, а AD и BD сжимаются. Также напряженіе σ балки достигаетъ максимума въ растягиваемъ волокнѣ, между тѣмъ какъ въ предыдущемъ случаѣ оно получилось на сжимаемой сторонѣ.



Чер. 178.

Если концы тягъ не соединены съ балкой (чер. 178c) то со-

отвѣтствующія послѣдней величины N и n_1 равны 0, и для опредѣленія сопротивленія D_1 стойки CD по (A) будемъ имѣть:

$$\int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1\left(\frac{l_1}{2F_1E_1\sin^2\varphi} + \frac{l^3}{6EJ} + \frac{l_2}{E_2F_2}\right) +$$

$$+ t_0\left(-\frac{2\alpha_1 l_1}{\sin^2\varphi} + \alpha_2 l_2\right) + \frac{\alpha\Delta t\, l^2}{2h}$$

Когда уголъ φ сдѣлается отрицательнымъ, то получимъ изображенную на чер. 178d шпренгельную систему. Для послѣдней нужно только въ предыдущемъ уравненіи замѣнить $\sin\varphi$ на $-\sin\varphi$, такъ что будетъ:

$$0 = \int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1\left(\frac{l_1}{2E_1F_1\sin^2\varphi} + \frac{l^3}{6EJ} + \frac{l_2}{E_2F_2}\right) + t_0\left(-\frac{2\alpha_1 l_1}{\sin\varphi} +\right.$$

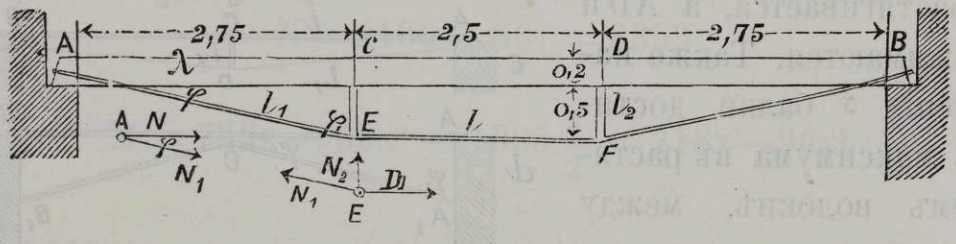
$$\left. + \alpha_2 l_2\right) + \frac{\alpha\Delta t\, l^2}{2h}$$

Для простой шпренгельной системы (чер. d) $l_2 = 0$, поэтому

$$0 = \int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1\left(\frac{l_1}{2E_1F_1\sin^2\varphi} + \frac{l^3}{6EJ}\right) - \frac{2\alpha_1 t_0 l_1}{\sin\varphi} + \frac{\alpha\Delta t\, l^2}{2h}$$

Интегралъ $\int\frac{M_0 m_1 dx}{EJ}$ для разнаго рода нагрузокъ данъ формулами (B) и (B_1).

153. **Балка скрѣпленная двумя стойками и тремя тягами** (чер. 179).



Чер. 179.

Балка имѣетъ 4 узла A, E, F и B, и 6 стержней: AB, CE, DF, AE, EF и FB; число ея неизвѣстныхъ, включая 3 неизвѣст-

ныя опорныхъ сопротивленій $s = 6 + 3 = 9$, а $2u = 2.4 = 8$, поэтому $s - 2u = 1$, т. е. одинъ стержень добавочный. Если будемъ считать добавочнымъ стержень EF, устраненіе котораго не нарушаетъ ни формы, ни положенія данной фермы, то для опредѣленія его напряженія D_1 имѣемъ, такъ какъ для вертикальной нагрузки $N_0 = o$,

$$o = \int \frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1 \left[\int \frac{n_1^2 dx}{EF} + \int \frac{m_1^2 dx}{EJ} \right] + \int \alpha t_0 n_1 dx + \int \frac{\alpha \Delta t}{h} m_1 dx \quad (A)$$

Устранимъ добавочный стержень EF и замѣнимъ его силами D_1 и $-D_1$, приложенными къ узламъ E и F по направленію прямой EF. Изъ равновѣсія узловъ E и A получаемъ, означивъ напряженія стержней AE, EC и AB—черезъ N_1 N_2 и N:

$$N_1 \cos\varphi - D_1 = o \qquad N_1 \sin\varphi + N_2 = o$$

$$N_1 = \frac{D_1}{\cos\varphi} \qquad N_2 = -N_1 \sin\varphi = -D_1 \operatorname{tg}\varphi$$

$$N_1 \operatorname{cs}\varphi + N = o \qquad N = -N_1 \cos\varphi = -D_1$$

Для $D_1 = 1$ эти выраженія даютъ величины n_1, поэтому имѣемъ:
Для AB: $n_1 = 1$

для AE и BF: $n_1 = \frac{1}{\cos\varphi} = \sec\varphi$

для CE и DF: $n_1 = -\operatorname{tg}\varphi$

Моментъ M для сѣченій между A и C (а, также, между D и B)

$$M = -N_1 z = -\frac{D_1}{\cos\varphi} . x \sin\varphi = -D_1 x \operatorname{tg}\varphi$$

а между C и D: $M = -D_1 l_2 = -D_1 \lambda \operatorname{tg}\varphi$
и для $D_1 = 1$:
отъ A до C (и отъ E до F) $m_1 = -x \operatorname{tg}\varphi$
отъ C до D: $m_1 = -\lambda \operatorname{tg}\varphi$

(Для части CD x нужно считать отъ правой опоры B).

Мы предполагаемъ, что сѣченія всѣхъ стержней постоянны тогда

$$\int_0^{2\lambda+l} \frac{m_1^2 dx}{EJ} = \frac{1}{EJ}\int_0^{2\lambda+l} m_1^2 dx = \frac{1}{EJ}\left[2\int_0^{\lambda} (tg\varphi x)^2 dx + \int_{\lambda}^{l+\lambda} (\lambda tg\varphi)^2 dx \right]$$

и послѣ интегрированія и соотвѣтственнаго приведенія,

$$\int_0^{2\lambda+l} m_1^2 dx = \frac{\lambda^2 tg^2\varphi}{3}(2\lambda + 3l) = \frac{l_2^2}{3}(2\lambda + 3l)$$

Такимъ же образомъ получаемъ легко:

$$\text{Для AB}: \int_0^{2\lambda+l} \alpha t_0 n_1 dx = -\alpha t_0 (2\lambda + l)$$

$$\int_0^{2\lambda+l} \alpha m_1 \frac{\Delta t}{h} dx = \alpha \frac{\Delta t}{h}\left[-2\int_0^{\lambda} tg\varphi x dx - \int_{\lambda}^{l+\lambda} \lambda tg\varphi dx \right] =$$

$$= -\lambda tg\varphi (l + \lambda) = -l_2 (l + \lambda)$$

$$\text{для AE и BF}: \int n_1^2 dx = \lambda sec^3\varphi; \qquad \int \alpha t_0 n_1 dx = \alpha t_0 \lambda sec^3\varphi$$

$$\text{для CE и DF}: \int n_1^2 dx = \lambda tg^3\varphi; \qquad \int \alpha t_0 n_1 dx = -\alpha t_0 \lambda tg^2\varphi$$

Помощію этихъ значеній составлена слѣдующая таблица:

Стержень	Длина	Площадь сѣченія	Модуль упругости	Коэфиціентъ расширенія	n_1	$\int\frac{n_1^2dx}{EF}=\frac{n_1^2L}{EF}$	$\int\alpha t_0 n_1 dx=\alpha t_0 n_1 L$	$\int\frac{m_1^2dx}{EJ}$	$\int\alpha\frac{\Delta t}{h}m_1dx$
AB	$2\lambda+l$	F	E	α	-1	$\frac{2\lambda+l}{EF}$	$-\alpha t_0(2\lambda+l)$	$\frac{l_2^2}{3EF}\times(2\lambda+3l)$	$\frac{-\alpha\Delta t}{h}\times\lambda tg\varphi(1+\lambda)$
AE и BF	$l_1=\lambda sec\varphi$	F_1	E_1	α_1	$sec\varphi$	$\frac{2\lambda sec^3\varphi}{E_1F_1}$	$2\alpha_1 t_0\lambda sec^2\varphi$		
CE и DF	$l_2=\lambda tg\varphi$	F_2	E_2	α_2	$-tg\varphi$	$\frac{2\lambda tg^3\varphi}{E_2F_2}$	$-2\alpha_2 t_0\lambda tg^2\varphi$		
EF	l	F_3	E_1	α_1	1	$\frac{l}{E_1F_3}$	$\alpha_1 t_0 l$		

Изъ таблицы имѣемъ:

$$\int\frac{n_1^2dx}{EF}=\frac{2\lambda+l}{EF}+\frac{2\lambda sec^3\varphi}{E_1F_1}+\frac{2\lambda tg^3\varphi}{E_2F_2}+\frac{l}{E_1F_3}$$

$$\int\frac{m_1^2dx}{EJ}=\frac{\lambda^2tg^2\varphi}{3EJ}(2\lambda+3l)=\frac{l_2^2(2\lambda+3l)}{3EJ}$$

$$\int\alpha t_0 n_1 dx=t_0\left[-\alpha(2\lambda+l)+2\alpha_1\lambda sec^2\varphi-2\alpha_2\lambda tg^2\varphi+\alpha_1 l\right]$$

$$\int\frac{\alpha\Delta t}{h}m_1dx=-\frac{\alpha\Delta t}{h}\lambda tg\varphi(1+\lambda)$$

Уравненіе (A) получаетъ теперь видъ:

$$\frac{1}{EJ}\int M_0m_1dx+D_1\left[\frac{2\lambda+l}{EF}+\frac{2\lambda sec^3\varphi}{E_1F_1}+\frac{2\lambda tg^3\varphi}{E_2F_2}+\frac{l}{E_1F_3}+\frac{l_2^2(2\lambda+3l)}{3EJ}\right]+$$

$$+t_0\left[2\alpha_1\lambda sec^2\varphi-\alpha(2\lambda+l)-2\alpha_2\lambda tg^2\varphi+\alpha_1 l\right]-\frac{\alpha\Delta t}{h}l_2(1+\lambda)=0\quad(C)$$

Опредѣленіе интеграла $\int M_0 m_1 dx$.

1) *Сосредоточенный грузъ G.*

а) *G на AC въ точкѣ t, отстоящей отъ A на разстояніи=a, и отъ B—на разстояніи b=l—a.*

$$\text{Отъ } x=0 \text{ до } x=a: M_0 = G\,\frac{(L-a)}{L}\,x$$

$$\text{отъ } x=a \text{ до } x=2\lambda+1: M_0 = \frac{Ga}{L}(L-x)$$

гдѣ $L=2\lambda+1$

Значенія m_1 даны выше.

$$\int_0^{2\lambda+1} M_0 m_1 dx = \int_0^a \frac{G(L-a)}{L}\,x(-x\operatorname{tg}\varphi)\,dx + \int_a^{\lambda} \frac{Ga}{L}(L-x)(-x\operatorname{tg}\varphi)dx +$$

$$+ \int_{\lambda}^{\lambda+1} \frac{Ga}{L}(L-x)(-\lambda\operatorname{tg}\varphi)\,dx + \int_0^{\lambda} \frac{Ga}{L}\,x_1(-x_1\operatorname{tg}\varphi)\,dx_1 =$$

$$-\frac{G\operatorname{tg}\varphi}{L}\left[(L-a)\int_0^a x^2dx + a\int_a^{\lambda}(L-x)\,xdx + a\int_{\lambda}^{\lambda+1}(L-x)dx + \int_0^{\lambda} x_1{}^2dx_1\right]$$

откуда, послѣ соотвѣтственнаго сокращенія,

$$\int_0^{2\lambda+1} M_0 m_1 dx = -\frac{Ga\operatorname{tg}\varphi}{6}\left[3\lambda(1+\lambda) - a^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (D)$$

Когда *грузъ G находится на DB, то*

$$\int_0^{2\lambda+1} M_0 m_1 dx = -\frac{Gb\operatorname{tg}\varphi}{6}\left[3\lambda(1+\lambda) - b^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad (D_1)$$

б) *Грузъ G на CD.*

Въ этомъ случаѣ получаемъ легко:

$$\int M_0 m_1 dx = \int_0^{\lambda} \frac{G(L-a)}{L} x(-x\operatorname{tg}\varphi)\,dx + \int_a^{\lambda} G\frac{L-a}{L} x(-\lambda\operatorname{tg}\varphi)\,dx +$$

$$+ \int_{\lambda}^{\lambda+l} \frac{Ga}{L}(L-x)(-\lambda\operatorname{tg}\varphi)\,dx + \int_0^{\lambda} \frac{Ga}{L} x_1(-x_1\operatorname{tg}\varphi)\,dx_1$$

откуда, послѣ интегрированія и соотвѣтственнаго сокращенія.

$$\int M_0 m_1 dx = \frac{Gl_2}{6}(3l\lambda + 6\lambda a - \lambda^2 - 3a^2) \quad \ldots\ldots (E)$$

или

$$\int M_0 m_1 dx = \frac{G\lambda\operatorname{tg}\varphi}{6}\left[3a(l+2\lambda) - \lambda^2 - 3a^2\right]$$

2) *Полная равномѣрная нагрузка g.* Здѣсь

$$M_0 = \frac{gx(L-x)}{2} \quad \text{поэтому}$$

$$\int M_0 m_1 dx = 2\int_0^{\lambda} \frac{gx(L-x)}{2}(-x\operatorname{tg}\varphi)\,dx + \int_{\lambda}^{\lambda+l} \frac{gx(L-x)}{2}(-\lambda\operatorname{tg}\varphi)\,dx$$

откуда, послѣ интегрированія и соотвѣтственнаго сокращенія

$$\int_0^{2\lambda+l} M_0 m_1 dx = -\frac{gl_2}{12}(5\lambda^3 + 10l\lambda^2 + 6l^2\lambda + l^3)$$

или

$$\int_0^{2\lambda+l} M_0 m_1 dx = -\frac{g\lambda\operatorname{tg}\varphi(l+\lambda)}{12}[5\lambda(l+\lambda) + l^2] \ldots (F)$$

154. —**Примѣръ.**—Деревянная балка AB, которой сѣченіе квадратъ со стороной 0,2 mtr, скрѣплена чугунными стойками длиной 0,5 mtr и желѣзными тягами круглаго сѣченія, которыхъ діаметръ d = 0,024 mtr. Вся балка нагружена равномѣрно на-

грузкой $g = 180$ кил. 1 пог. мтр.; ея длина $= 8$ mtr, а длины частей, на которыя она раздѣлена стойками CE и DF, равны 2,75 и 2,5 mtr.

Имѣемъ:

$$g = 180 \quad L = 8 \quad \lambda = 2{,}75 \quad l = 2{,}5 \quad l_2 = 0{,}6$$

$$l_1 = \sqrt{2{,}75^2 + 0{,}6^2} = 2{,}814 \quad \Omega = 0{,}04 \quad J = 0{,}000133$$

$$\sin\varphi = \frac{l_2}{l_1} = 0{,}2131 \qquad \cos\varphi = \frac{\lambda}{l_1} = 0{,}9734$$

$$\operatorname{tg}\varphi = 0{,}2182 \quad F_1 = \frac{\pi}{4} d^2 = 0{,}000452 \quad E_1 = 12E \quad E_2 = 2E$$

Дѣйствіе нагрузки. Пренебрегая величиной $\frac{2\lambda \operatorname{tg}^3\varphi}{2E F_2}$, вслѣдствіе ея незначительности, и поставивъ $F_3 = F_1$, будемъ имѣть по (C)

$$\frac{g l_2 (l + \lambda)}{12 J}[5\lambda(l + \lambda) + l^2] = D_1\left[\frac{2\lambda + l}{F} + \frac{2\lambda \sec^3\varphi + l}{12 F_1} + \frac{l_2^2(2\lambda + 3l)}{3J}\right]$$

и подставивъ данныя значенія получаемъ послѣ вычисленія

$$27865955{,}64 = D_1 (1590{,}03 + 200{,}_0 + 11729{,}32) = 13519{,}35 D_1$$

откуда

$$D_1 = 2061{,}19 \text{ кил.}$$

$$T_1 = \frac{D_1}{\cos\varphi} = \frac{2061{,}19}{0{,}9734} = 2119$$

$$T_2 = -T_1 \sin\varphi = -452 \quad N = -D_1 = -2062$$

$$M = M_0 + m_1 D_1 = M_0 - x \operatorname{tg}\alpha D_1$$

$$M = \frac{180\, x\, (8 - x)}{2} - x.\, 449{,}928$$

$$M = 270x - 90x^2$$

Моментъ достигаетъ максимума

$$\text{для } x = \frac{270}{180} = 1{,}5 \quad \max M = 202 \text{ кил. мтр.}$$

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M\frac{h}{2}}{J} = \frac{2062}{0{,}04} + \frac{202.0{,}1}{0{,}000133} = 20{,}4 \text{ кил. см.}^2$$

Напряженіе:

стержней CE и $DF = \frac{T_1}{F_1} = \frac{2119}{0{,}000452} = 467$ k. на 1 cm².

стержня $EF : \frac{2062}{4{,}52} = 457$ кил. на 1 cm².

Для сѣченій между C и D : $m_1 = -l_2 = -0{,}6$

$$M = 720x - 90x^2 - 0{,}6.2062 = 720x - 90x^2 - 1237{,}2$$

Максимумъ получается для $x = 4$;

$$\max M = 203 \text{ кил. мтр.}$$

$$\sigma = 51550 + \frac{203.0{,}1}{0{,}000133} = 20{,}4 \text{ кил. см}^2.$$

Вліяніе измѣненія температуры. Если, какъ и въ предыдущемъ примѣрѣ, пренебрежемъ вліяніемъ измѣненія длинъ стоекъ и балки, и поставимъ для краткости

$$k = \frac{2\lambda + l}{F} + \frac{2\lambda(\sec^3\varphi + l)}{12\,F_1} + \frac{l_2^2(2\lambda + 3l)}{3J} = k$$

то при $M_0 = 0$ по (A) будетъ, для $\Delta t = 0$,

$$D_1 k + E\alpha_1 t_0 (2\lambda \sec^2\varphi + l) = o$$

откуда

$$D'_1 = -\frac{E\alpha_1 t_0 (2\lambda \sec^2\varphi + l)}{k}$$

Для $E = 1500\,000\,000$ кил. на 1 квд. мтр. и $\alpha_1 = 0{,}000012$

$$D'_1 = -\frac{149464{,}8}{13519}\, t_0$$

$$D'_1 = -11{,}06 t_0$$

1) $t_0 = -40^0$ (наинизшая температура—30^0, сборка произведена при температурѣ $+10^0$)

$$D'_1 = +443$$

$$T_1' = \frac{D_1'}{\cos\varphi} = 455$$

$$D_1 = 2062 + 443 = 2504$$
$$T_1 = 2119 + 455 = 2654$$
$$N = -T_1 \cos\varphi = -2584$$

и на 1 квадр. сантмтр.:

$$D_1 = 554 \qquad T_1 = \frac{2654}{4{,}52} = 588$$

Моментъ въ сѣченіи x на AC

$$M = 720x - 90x^2 - 2584.0{,}2182x = 141x - 90x^2$$

M достигаетъ максимума для $x = \frac{141}{180} = 0{,}8$

$$\max M = +55{,}2$$

Для средняго сѣченія ($x = 4$)

$$M = 720.4 - 90.4^2 - 2654.0{,}6 = -152$$

Напряженіе балки достигаетъ, слѣдовательно, максимума въ среднемъ сѣченіи, и оно =

$$\sigma = -\frac{2544}{0{,}04} - \frac{152.0{,}1}{0{,}000133} = 178904$$

т. е. $\sigma = 18$ кил. на 1 кв. см.

2) $t_0 = +25^0$ (наивысшая температура $25 + 10 = 35^0$)

$$D_1 = 2062 - 276{,}5 - 1785{,}5$$
$$T_1 = 2119 - 284 = 1835$$

или по отношенію къ 1 квадр. см.

$$D_1 = 395 \quad T_1 = 406$$

$$N = T_1 \cos\varphi = 1835 \times 0{,}9734 = 1786$$

Наибольшій моментъ получается для средняго сѣченія, и по формулѣ $M = 720x - 90x^2 - 1835.0{,}6$

$$\text{для } x = 4 \quad M = 339$$

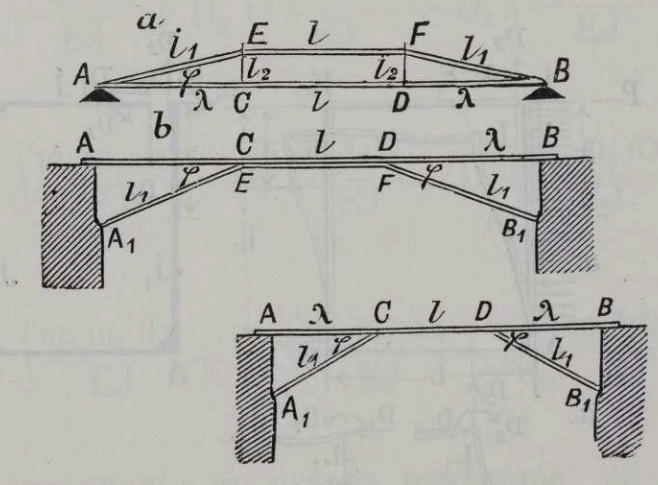
$$\sigma = \frac{1786}{0{,}04} + \frac{339.0{,}1}{0{,}000133} = 299553$$

т. е. $\sigma = 30$ кил. на 1 кв. см.

Изъ этого расчета видимъ что при измѣненіи температуры отъ — 30 до 35°, напряженія въ килограммахъ на 1 кв. см. варіируютъ въ слѣдующихъ предѣлахъ:

для наклонныхъ тягъ: отъ 588 до 406
для горизонтальной тяги: отъ 554 до 395
и для балки: отъ 18 до 30,

между тѣмъ какъ при пренебреженіи вліянія температуры эти напряженія равняются (соотвѣтственно) 467, 457 и 20 кил. на 1 кв. см. Перемѣны температуры могутъ, поэтому, увеличить напряженія балки, состоящей изъ дерева и желѣза, на 50 процентовъ.



Чер. 180.

155.—Выведенныя въ № 153 выраженія дѣйствительны также для двойной подвѣсной системы чер. 180a, но силы сопротивленія стержней AE, EF, FB, CE и DF получаютъ прямопротивоположные знаки; для балки AB прежнія уравненія остаются безъ измѣненія.

Для представленной на чер. 150b шпренгельной балки $l_2 = \lambda \operatorname{tg}\varphi = 0$, и при отсутствіи шпонокъ, соединяющихъ распорку EF съ балкой, $n_1 = 0$; давленіе D_1 распорки получится изъ уравненія:

$$\int \frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + \frac{D_1}{E_1}\left(\frac{1}{F_3} + \frac{2\lambda \sec^3\varphi}{F_1}\right) + \alpha_1 t_0 (2\lambda \sec^2\varphi + 1)$$

Реакція лѣвой опоры: $A = A_0 - D_1 \operatorname{tg}\varphi$ и правой — $B = B_0 - D_1 \operatorname{tg}\varphi$.

Моменты въ сѣченіяхъ частей AC и DB:

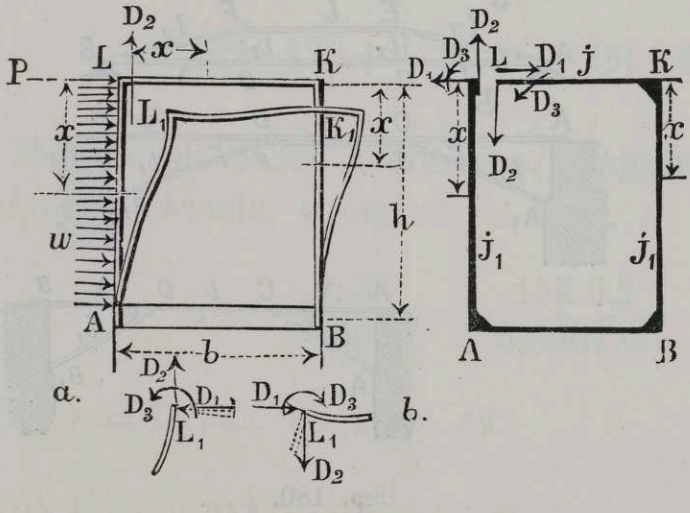
$$M = M_0 - D_1 x \operatorname{tg}\varphi$$

гдѣ x—разстояніе сѣченія отъ лѣвой, и (соотвѣтственно) правой опоры. Для сѣченій части CD

$$M = M_0 - D_1 l_2 = M_0 - D_1 \lambda \operatorname{tg}\varphi$$

A_0 и B_0 означаютъ реакціи а M_0—моменты простой балки AB. Для интеграла $\int \frac{M_0\, m_1\, dx}{EJ}$ дѣйствительны данныя въ № 152 значенія.

Предыдущія уравненія можно употреблять для расчета шпренгельной балки и тогда, когда распорка EF соединена съ брусомъ AB шпонками, они дѣйствительны также для представленной на чер. 180 с. балки съ двумя подкосами.



Чер. 181

156. — **Опредѣлить напряженія произведенныя дѣйствіемъ вѣтра на желѣзный мостъ, котораго поперечное сѣченіе представлено на** чер. 181. AL и KB — фермы, AB — поперечная балочка несущая полотно, LK—поперечная связь.

Дѣйствіе вѣтра принимаемъ распредѣленнымъ равномѣрно вдоль AL; его величину по отношенію къ единицѣ длины означимъ черезъ w; кромѣ вѣтра дѣйствуетъ въ L горизонтальная сила P; вертикальная нагрузка отсутствуетъ.

Вслѣдствіе деформаціи, произведенной горизонтальными силами, профиль ABKL получитъ видъ ABK_1L_1; деформаціей балочки AB, вслѣдствіе ея незначительности, пренебрегаемъ.

Разрѣжемъ LK вплоть слѣва L, и приложимъ замѣняющія сцѣпленіе въ сѣченіи разрѣза:

горизонтальную силу D_1,

вертикальную силу D_2, и

моментъ D_3.

Чтобы и послѣ разрѣза профиль сохранилъ форму AL_1K_1B эти силы и моментъ должны имѣть въ точкѣ L стержня LA направленія, указанныя на чер. a, а въ точкѣ L стержня LK—прямопротивоположныя направленія (чер. b). Если означимъ произведенное горизонтальной нагрузкой w и P перемѣщеніе точки L по горизонтальному направленію, черезъ y_1, по вертикальному — черезъ y_2, и уголъ, на который повернулось сѣченіе L — черезъ y_3, то пренебрегая вліяніемъ нормальныхъ силъ N вслѣдствіе его ничтожности сравнительно съ вліяніемъ моментовъ, по (98) имѣемъ:

$$y_1 = \int \frac{M_0\, m_1\, dx}{EJ} + D_1 \int \frac{m_1^2\, dx}{EJ} + D_2 \int \frac{m_1\, m_2\, dx}{EJ} + D_3 \int \frac{m_1\, m_3\, dx}{EJ}$$

$$y_2 = \int \frac{M_0\, m_2\, dx}{EJ} + D_1 \int \frac{m_2\, m_1\, dx}{EJ} + D_2 \int \frac{m_2^2\, dx}{EJ} + D_3 \int \frac{m_2\, m_3\, dx}{EJ}$$

$$y_3 = \int \frac{M_0\, m_3\, dx}{EJ} + D_1 \int \frac{m_3\, m_1\, dx}{EJ} + D_2 \int \frac{m_3\, m_2\, dx}{EJ} + D_3 \int \frac{m_3^2\, dx}{EJ}$$

Вслѣдствіе крѣпкаго соединенія въ углахъ измѣненіе y_3 угла $L = 0$; если, кромѣ того, крайне незначительныя перемѣщенія y_1 и y_2 поставимъ тоже $= 0$ и примемъ что весь профиль состоитъ изъ однороднаго матеріала, то сокративъ предыдущія уравненія на E они получатъ видъ:

$$\int\frac{M_0\,m_1\,dx}{J}+D_1\int\frac{m_1^2\,dx}{J}+D_2\int\frac{m_1\,m_2\,dx}{J}+D_3\int\frac{m_1\,m_3\,dx}{J}=0$$

$$\int\frac{M_0\,m_2\,dx}{J}+D_1\int\frac{m_2\,m_1\,dx}{J}+D_2\int\frac{m_2^2\,dx}{J}+D_3\int\frac{m_2\,m_3\,dx}{J}=0 \quad (Z)$$

$$\int\frac{M_0\,m_3\,dx}{J}+D_1\int\frac{m_3\,m_1\,dx}{J}+D_2\int\frac{m_3\,m_2\,dx}{J}+D_3\int\frac{m_3^2\,dx}{J}=0$$

Каждый изъ этихъ интеграловъ долженъ быть распространенъ (при пренебреженіи деформаціи балки AB) на AL, LK и KB. Предполагая что точки A и B неподвижны, получаемъ легко (чер. a):

для LK : $M = M_1 = D_3 - D_2 x$

для LA : $M = M_2 = D_3 + D_1 x - \frac{wx^2}{2} - Px$ (A)

для KB : $M = M_3 = D_3 - D_2 b + D_1 x$

Чтобы получить M_0, m_1, m_2 и m_3 нужно въ эти уравненія поставить для M_0 : $D_1 = D_2 = D_3 = 0$

для m_1 : $D_1 = 1$; $D_2 = D_3 = w = P = 0$

для m_2 : $D_2 = 1$; $D_1 = D_3 = w = P = 0$

для m_3 : $D_3 = 1$; $D_1 = D_2 = w = P = 0$

Величины m_1, m_2 и m_3 могутъ быть получены также изъ уравненій:

$$\frac{dM}{dD_1}=m_1 \qquad \frac{dM}{dD_2}=m_2 \qquad \frac{dM}{dD_3}=m_3$$

Для большей наглядности составлена таблица № 1 (стр. 325).

Если значенія таблицы № 1 подставимъ въ уравненія (Z) то будетъ:

$$-\frac{Ph^3}{3J_1}-\frac{wh^4}{8J_1}+\frac{D_1\,2h^3}{3J_1}-\frac{D_2\,bh^2}{2J_1}+D_3\frac{2h^2}{2J_1}=0$$

$$-D_1\frac{bh^2}{2J_1}+D_2\left(\frac{b^3}{3J}+\frac{b^2h}{J_1}\right)-D_3\left(\frac{b^2}{2J}+\frac{bh}{J_1}\right)=0$$

$$-\frac{Ph^2}{2J_1}-\frac{wh^3}{6J_1}+D_1\frac{h^2}{J_1}-D_2\left(\frac{b^2}{2J}+\frac{bh}{J_1}\right)+D_3\left(\frac{b}{J}+\frac{2h}{J_1}\right)=0$$

ТАБЛИЦА № 1.

Названіе.	Длина.	Моменты инерцій.	Площадь сѣченія.	Моменты M.	m_1	m_2	m_3	$\int \frac{m_1^2 dx}{J}$	$\int \frac{m_2^2 dx}{J}$	$\int \frac{m_3^2 dx}{J}$	$\int \frac{m_1 m_2 dx}{J}$	$\int \frac{m_1 m_3 dx}{J}$	$\int \frac{m_2 m_3 dx}{J}$	M_0	$\int \frac{M_0 m_1 dx}{J}$	$\int \frac{M_0 m_3 dx}{J}$
LK	b	J	F	$D_3 - D_2 x$	0	$-X$	1	0	$\frac{b^3}{3J}$	$\frac{b}{J}$	0	0	$-\frac{b^2}{2J}$	0	$-\frac{Ph^3}{3J_1}$	0
LA	h	J_1	F_1	$D_3 + D_1 x - Px - \frac{wx^2}{2}$	X	0	1	$\frac{h^3}{3J_1}$	0	$\frac{h}{J_1}$	0	$\frac{h_2}{2J_1}$	0	$-Px - \frac{wx^2}{2}$	$-\frac{Px}{3J_1} - \frac{wh^4}{8J_1}$	$-\frac{Ph^2}{2J_1} - \frac{wh^3}{6}$
LB	h	J_1	F_1	$D_3 - D_2 b + D_1 x$	X	$-b$	1	$\frac{h^3}{3J_1}$	$\frac{b^2 h}{J_1}$	$\frac{h}{J_1}$	$-\frac{bh^2}{2J_1}$	$\frac{h_2}{2J_1}$	$-\frac{bh}{J_1}$	0	0	0

Рѣшеніемъ этихъ уравненій получаемъ послѣ соотвѣтственнаго сокращенія, поставивъ для краткости

$$i = \frac{b}{h} \cdot \frac{J_1}{J}$$

$$D_1 = \frac{P}{2} + \frac{wh}{8} \cdot \frac{3i+2}{2i+1} \qquad D_2 = \frac{wh^2 + 3Ph}{b(i+6)} \qquad D_3 = \frac{(23i+6)\,wh^2 + 36(2i+1)\,Ph}{24(2i+1)(i+6)}$$

Моментъ въ произвольномъ сѣченіи получается помощію выраженій графы M, данныхъ уравненіями (A). По этимъ формуламъ опредѣляются легко также максимальные моменты, которые для разныхъ отно-

шеній $J : J_1$ даны въ слѣдующей таблицѣ, въ которой максимальный моментъ для KL означенъ черезъ M_1, для LA — черезъ M_2, и для LB — черезъ M_3.

а) Нагрузка w.

	ПРИ ОТНОШЕНІИ $J : J_1$					
	0	$^1/_2$	1	2	∞	
D_1	0,1875	0,2045	0,2143	0,2250	0,2500	. wh
D_2	0	0,2045	0,2250	0,2368	0,2500	. wh
D_3	0	0,0568	0,0571	0,0531	0,0417	. wh^2
M_1	0	0,0795	0,0929	0,1048	0,1250	. wh^2
M_2	0,3125	0,2387	0,2286	0,2219	0,2081	. wh^2
M_3	0,1875	0,1250	0,1214	0,1202	0,1250	. wh^2

б) Нагрузка. P.

	ПРИ ОТНОШЕНІИ $J : J_1$					
	0	$^1/_2$	1	2	∞	
D_1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	. P
D_2	0	0,6135	0,6750	0,7104	0,7500	. P
D_3	0	0,2045	0,2250	0,2368	0,2500	. Ph
M_1	0	0,2045	0,2250	0,2368	0,2500	. Ph
M_2	0,5	0,2955	0,2750	0,2632	0,2500	. Ph
M_3	0,5	0,2955	0,2750	0,2632	0,2500	. Ph

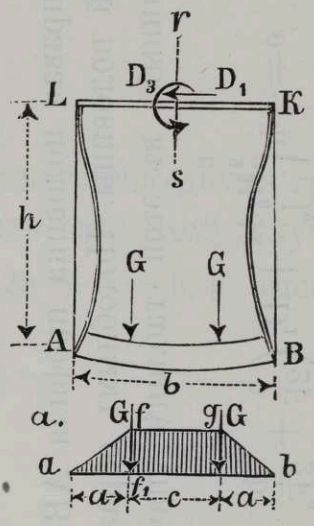
Максимальныя напряженія отъ нагрузокъ w и P получаются по уравненіямъ:

$$\text{для LK}: \sigma = \frac{D_1}{F} + \frac{M_1 v_1}{J}$$

$$\text{для LA}: \sigma = \frac{D_2}{F_1} + \frac{M_2 v_2}{J_1}$$

$$\text{для LB}: \sigma = \frac{D_2}{F_1} + \frac{M_3 v_2}{J_1}$$

Эти напряженія прибавляются къ тѣмъ, которыя производитъ вертикальная нагрузка.



Чер. 182.

157. —**Опредѣлить для предыдущаго случая вліяніе крѣпкаго соединенія поперечной балочки съ фермами, при симметричной нагрузкѣ первой.** (Чер. 182).

Вслѣдствіе симметричности нагрузки профиль будетъ имѣть симметричную форму и въ нагруженномъ состояніи, поэтому вертикальная срѣзывающая сила D_2 въ среднемъ сѣченіи rs будетъ $= 0$.

Разрѣжемъ LK по rs, и для возстановленія равновѣсія приложимъ къ сѣченіямъ разрѣза касательную силу D_1 и моментъ D_3. Перемѣщеніе y_1 сѣченія rs по направленію D_1, и вращеніе его y_3 по направленію D_3 получатся по (98) изъ слѣдующихъ уравненій:

$$y_1 = \int \frac{N_0 n_1 dx}{EF} + \int \frac{M_0 m_1 dx}{EJ} + D_1 \left(\int \frac{n_1^2 dx}{EF} + \int \frac{m_1^2 dx}{EJ} \right) +$$

$$+ D_3 \left(\int \frac{n_1 n_3 dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_3 dx}{EJ} \right)$$

$$y_3 = \int \frac{N_0 n_3 dx}{EF} + \int \frac{M_0 m_3 dx}{EJ} + D_1 \left(\int \frac{n_1 n_3 dx}{EF} + \int \frac{m_1 m_3 dx}{EJ} \right) +$$

$$+ D_3 \left(\int \frac{n^2_3 dx}{EF} + \int \frac{m_3^2 dx}{EJ} \right)$$

ТАБЛИЦА № 2.

Названіе.	Длина.	Площадь.	Мом. инер-ціи.	M.	n_1	m_1	m_3	$\int \frac{n_1^2 dx}{F}$	$\int \frac{m_1^2 dx}{J}$	$\int \frac{m^2_3 dx}{J}$	$\int \frac{m_1 m_3 dx}{J}$	M_0	$\int \frac{M_0 m_1 dx}{J}$	$\int \frac{M_0 m_3 dx}{J}$
LK	$\frac{b}{2}$	F	J	D_3	1	0	1	$\frac{b}{2F}$	0	$\frac{b}{2J}$	0	0	0	0
LA	h	F_1	J_1	$D_3 - D_1 x$	0	$-X$	1	0	$\frac{h^3}{3J_1}$	$\frac{h}{J_1}$	$-\frac{h^2}{2J_1}$	0	0	0
AB	$\frac{b}{2}$	F_2	J_2	$D_3 - D_1 h + M_0$	-1	$-h$	1	$\frac{b}{2F_2}$	$\frac{h^2 b}{2J_2}$	$\frac{b}{2J_2}$	$-\frac{hb}{2J_2}$	M_0	$-h\int \frac{M_0 dx}{J_2}$	$\int \frac{M_0 dx}{J_2}$

Для разсматриваемаго случая эти формулы упрощаются на томъ основаніи, что $y_1 = y_3 = N_0 = n_3 = 0$, и E — величина постоянная, поэтому будетъ:

$$0 = \int \frac{M_0 m_1 dx}{J} + D_1\left(\int \frac{n_1^2 dx}{F} + \int \frac{m_1^2 dx}{J}\right) + D_3 \int \frac{m_1 m_3 dx}{J} \qquad 0 = \int \frac{M_0 m_3 dx}{J} + D_1 \int \frac{m_1 m_3 dx}{J} + D_3 \int \frac{m_3^2 dx}{J} \quad (B)$$

Такъ какъ правая половина профиля ABKL симметрична лѣвой, то интегралы достаточно опредѣлить только для одной половины. Подобнымъ образомъ какъ въ предыдущемъ № составлена слѣд. табл. № 2.

Помощію данныхъ въ этой таблицѣ значеній уравненія (B) получаютъ видъ:

$$0 = -h\int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M_0 dx}{J_2} + D_1\left(\frac{b}{2F} + \frac{b}{2F_2} + \frac{h^3}{3J_1} + \frac{h^2 b}{2J_2}\right) + D_3\left(-\frac{h^2}{2J_1} - \frac{hb}{2J_2}\right) \qquad (C)$$

$$0 = \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M_0 dx}{J_2} + D_1\left(-\frac{h^2}{2J_1} - \frac{hb}{2J_2}\right) + D_3\left(\frac{b}{2J} + \frac{h}{J_1} + \frac{b}{2J_2}\right)$$

Если означимъ черезъ J_s—средній моментъ инерціи балочки AB, то

$$\int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M_0 dx}{J_2} = \frac{1}{J_s} \int_0^{\frac{b}{2}} M_0 dx$$

Положимъ что балочка AB нагружена симметрично двумя грузами G (чер. 182 a); линія моментовъ имѣетъ въ этомъ случаѣ видъ трапеціи afgb, которой основаніе $\overline{ab} = 2a + c = b$, а высота $\overline{f_1 f} = Ga$, поэтому

$$\int_0^{\frac{b}{2}} M_0 dx = \frac{1}{2} G \,.\, a(a + c)$$

Для полной равномѣрной нагрузки линія моментовъ представляетъ параболу, которой хорда b, а высота въ серединѣ (стрѣлка) $= \frac{gb^2}{8}$, слѣдовательно

$$\int_0^{\frac{b}{2}} M_0 dx = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\frac{gb^2}{8} \,.\, b\right) = \frac{gb^3}{24}$$

Помощію этихъ выраженій получаются изъ уравненій C величины D_1 и D_3.

Если означимъ максимальный моментъ
для LK—черезъ M_1
для LA—черезъ M_2
и для AB—черезъ M_3, то

$M_1 = D_3$ $\quad M_2 = D_3$ $\quad M_3 = D_3 - D_1 h + mxM_0$

Максимальныя напряженія:

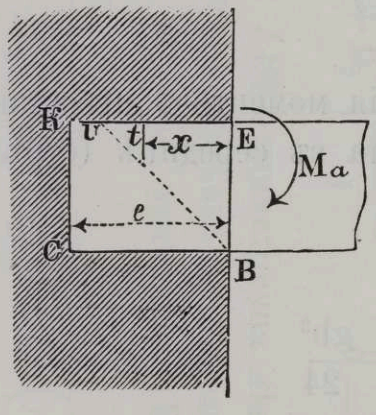
$$\text{для LK}: \sigma = \frac{D_1}{F} + \frac{D_3 v_1}{J}$$

$$\text{для LA и LB}: \sigma = \frac{D_3 v_2}{J_1}$$

$$\text{для AB}: \sigma = \frac{D_1}{F_2} + \frac{(D_3 - D_1 h + mxM_0)v_3}{J_2}$$

v_1, v_2 и v_3 означаютъ разстоянія крайнихъ волоконъ отъ соотвѣтственныхъ нейтральныхъ осей, перпендикулярныхъ къ плоскостямъ изгиба, которыя совпадаютъ съ плоскостью профиля ABKL. Если означимъ черезъ M_a—моментъ, который происходилъ бы въ A (или B) при защемленіи поперечины AB на концахъ, то расчетъ показываетъ, что моментъ $D_3—D_1h$ максимумъ равняется $\frac{1}{3} M_a$, но бываетъ и не выше $\frac{1}{10} M_a$, изъ чего слѣдуетъ, что поперечину нельзя разсматривать какъ защемленную балку.

158. **Опредѣленіе давленія, производимаго защемленіемъ, на стѣну.** Во время изгиба задѣланная часть балки производитъ на стѣну давленіе, которое съ достаточнымъ приближеніемъ можетъ быть опредѣлено слѣдующимъ образомъ: Моментъ стремится повернуть балку около ребра B (чер. 183), но это вращеніе уничтожается сопротивленіемъ верхней части KE кладки. Если s—сопротивленіе, отнесенное къ единицѣ площади, проявляющееся въ точкѣ t отстоящей отъ E на разстояніи $=x$, то сопротивленіе перпендикулярной къ балкѣ полосы длиной dx и шириной b (гдѣ b—ширина балки), при равномѣрномъ распредѣленіи его вдоль полосы, равняется sbdx, а моментъ этого сопротивленія по отношенію къ B



Чер. 183.

$$dM = s.b.dx \,.\, x$$

поэтому

$$M = \int_0^e sbx\,dx. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (D)$$

гдѣ e—длина закрѣпленнаго конца. Для равновѣсія этотъ моментъ долженъ равняться опорному моменту, произведенному въ B дѣйствующими на балку внѣшними силами.

Если бы кладка не имѣла достаточнаго сопротивленія, то балка повернулась бы около B на нѣкоторый (чрезвычайно малый) уголъ, и въ точкѣ v кладка получила бы сжатіе vv_1, а балка — v_1v_2. Если эти сжатія не превышаютъ предѣла упругости, и означимъ

коэфиціентъ, зависящій отъ крѣпости матеріала, для кладки—черезъ c_1, и для балки—черезъ c_2, то можно написать:

$$s = c_1 \cdot \overline{vv_1} = c_2 \cdot \overline{v_1 v_2}$$

Поэтому

$$\overline{vv_2} = \overline{vv_1} + \overline{v_1 v_2} = \frac{s}{c_1} + \frac{s}{c_2}$$

и поставивъ $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} = a$

$$\overline{vv_2} = a \cdot s.$$

Пусть D—полное сопротивленіе поверхности KE, то

$$D = \int_0^e sbdx.$$

Законъ распредѣленія давленія вдоль EK не можетъ быть точно опредѣленъ, но безъ замѣтной погрѣшности можно принять, что плоскость KE остается и послѣ изгиба плоской. Тогда, означивъ черезъ c—сжатіе въ точкѣ v, отстоящей отъ E на разстояніи = x, и черезъ u—сжатіе въ точкѣ K, будетъ:

$$\frac{c}{u} = \frac{x}{e}$$

$$\text{откуда } c = \frac{ux}{e} = \overline{vv_2}$$

$$\text{и, слѣдовательно, } s = \frac{\overline{vv_2}}{a} = \frac{ux}{ea}$$

Поэтому

$$D = \frac{bu}{ea} \int_0^e xdx = \frac{bue}{2a}$$

$$\text{откуда } \frac{u}{a} = \frac{2D}{be}$$

$$\text{и } s = \frac{2Dx}{be^2}$$

s достигаетъ максимума для $x = e$, т. е. въ точкѣ K;

$$\max s = \frac{2D}{be} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (E)$$

Это уравненіе показываетъ, что напряженіе въ K вдвое больше чѣмъ оно было бы при равномѣрномъ распредѣленіи его вдоль KE.

$$\text{По (D).} \quad . \quad . \quad M = b\int_0^e \left(\frac{2Dx}{be^2}\right) x\,dx = \frac{2}{3}De$$

слѣдовательно

$$D = \frac{3M}{2e} \quad \text{и} \quad \max s = \frac{3M}{be^2} \quad . \quad . \quad . \quad (F)$$

$$\text{Для } x = o \text{ (точка E) } s = o. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (G)$$

Для плоскости CB дѣйствительны значенія (F) и (G) въ обратномъ порядкѣ, т. е. въ C $s = o$, а въ B оно равно

$$\max s = \frac{3M}{be^2}$$

Кромѣ того на CB дѣйствуютъ давленія, равнодѣйствующая которыхъ равна реакціи B, производимой въ B нагрузкой балки. Если примемъ что послѣдняя распредѣляется вдоль BC по тому же закону прямой линіи, т. е. что плоскость BC остается и послѣ изгиба плоской, то произведенное ею въ B напряженіе будетъ $= \frac{2B}{be}$, поэтому полное напряженіе въ B, т. е. давленіе въ B на единицу площади

$$\sigma = \frac{2B}{b.e} + \frac{3M}{be^2}$$

или

$$\sigma = \frac{1}{be}\left(2B + \frac{3M}{e}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad (H)$$

Примѣръ. Сосновая балка должна быть задѣлана въ стѣну такимъ образомъ чтобы напряженіе въ B не превышало 30 кил.

на 1 кв. см. Максимальный моментъ въ B: M = 135000 кил. снт. B = 1200 кил. и b = 16 см.

По (H)

$$30 = \frac{1}{16.e}\left(2.1200 + \frac{3.135000}{e}\right)$$

$$480\ e^2 - 4050000e = 2400$$

откуда, нужная длина входящаго въ кладку конца балки

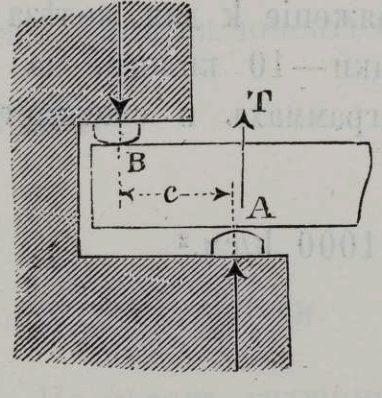
$$e = 33 \text{ см.}$$

Еслибы кладка была кирпичная, которой безопасное давленіе не превышаетъ 10 кл. на 1 кв. см., то по предыдущей формулѣ получили бъ

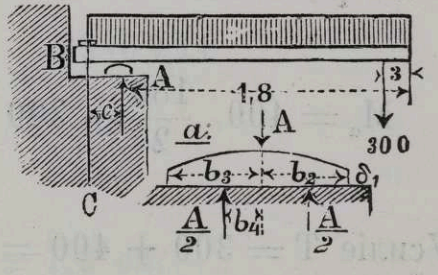
$$e = 61 \text{ см.}$$

Такъ какъ столь глубокая задѣлка могла бы слишкомъ ослабить стѣну, то для уменьшенія величины e было бы нужно увеличить ширину b посредствомъ подкладки изъ твердаго дерева или чугуна.

Когда нѣтъ возможности устроить защемленіе въ стѣнѣ (вслѣдствіе недостаточной толщины стѣны или отсутствія верхней клад-



Чер. 184.



Чер. 185.

ки), то замѣняютъ его двумя опорами A и B (чер. 184) или опорой A и тягой BC (чер. 185), соединяющей конецъ B съ неподвижной точкой C.

Если означимъ черезъ:

A и B—реакціи точекъ A и B,

T—усиліе, и M_a—моментъ сѣченія A

c—горизонтальное разстояніе опорныхъ точекъ A и B

то изъ условія равновѣсія моментовъ, взятыхъ по отношенію къ точкѣ A, и затѣмъ—точкѣ B, имѣемъ:

$$M_a - B \cdot c = o.$$

$$M_a + T \cdot c - Ac = o$$

откуда

$$B = \frac{M_a}{c} \qquad A = T + \frac{M_a}{c}.$$

Когда реакція B бываетъ образована кладкой, то вѣсъ послѣдней долженъ быть не менѣе $M_a : c$; для безопасности этотъ вѣсъ дѣлаютъ обыкновенно $= 2M_a : c$, т. е. $= 2B$.

Примѣръ. На консоли длиной 1,8 mtr. лежитъ равномѣрно распредѣленнная нагрузка 400 кил., и кромѣ того, въ разстояніи $= 30$ см. отъ свободнаго конца къ ней подвѣшенъ грузъ $= 300$ кил. (чер. 185). Въ A балка опирается на чугунную подкладку, а конецъ B соединенъ съ кладкой тягой; разстояніе $c = 0{,}25$ mtr. Подкладки A и B укрѣплены на каменныхъ плитахъ, остальная кладка кирпичная. Допускаемое напряженіе k для желѣза 900, для гранитныхъ плитъ 30, и для кладки—10 килогр. на 1 кв. сантиметръ. Моментъ въ A (въ килограммахъ и сантиметрахъ)

$$M_a = 400 \cdot \frac{180}{2} + 300 \cdot 150 = 81000 \text{ k/см.}^2$$

Усиліе $T = 300 + 400 = 700$ k.

$$B = \frac{M_a}{c} = \frac{81000}{25} = 3240 \text{ k.}$$

$$A = T + \frac{M_a}{c} = 700 + 3240 = 3940 \text{ k.}$$

Тяга BC состоитъ изъ круглаго желѣза; ея минимальный діаметръ d получается изъ уравненія

$$\frac{k\pi d^2}{4} = B.$$

откуда

$$d = \sqrt{\frac{4B}{k\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3240}{900 \cdot 3{,}14}} = 2{,}1 \text{ см.}$$

Отношеніе ширины подкладокъ и плитъ къ длинѣ ихъ козьмемъ $= {}^2/_3$. Если b—длина подкладки и b_1—плиты, то ихъ площади $= {}^2/_3 b^2$ и ${}^2/_3 b_1{}^2$; b и b_1 опредѣляются изъ уравненій

$$30 \cdot {}^2/_3 b^2 \geqq 3940 \qquad 10^2/_3 b_1{}^2 = 3940$$

Получаемъ (круглымъ числомъ)

$$b = 14 \text{ см.} \qquad b_1 = 24 \text{ см.}$$

Подкладка подвергается сгибающему моменту $\frac{A}{2} \cdot \frac{b}{4} = \frac{Ab}{8}$ (чер. 185а) Если толщину ея въ серединѣ означимъ черезъ δ, то такъ какъ ея моментъ сопротивленія $= \frac{2}{3} b \cdot \delta^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{14}{6} \delta^2 = \frac{14}{9} \delta^2$ должно

$$900 \cdot \frac{14}{9} \delta^2 = \frac{3940 \cdot 14}{8}$$

откуда $\delta = 2{,}3$ см.

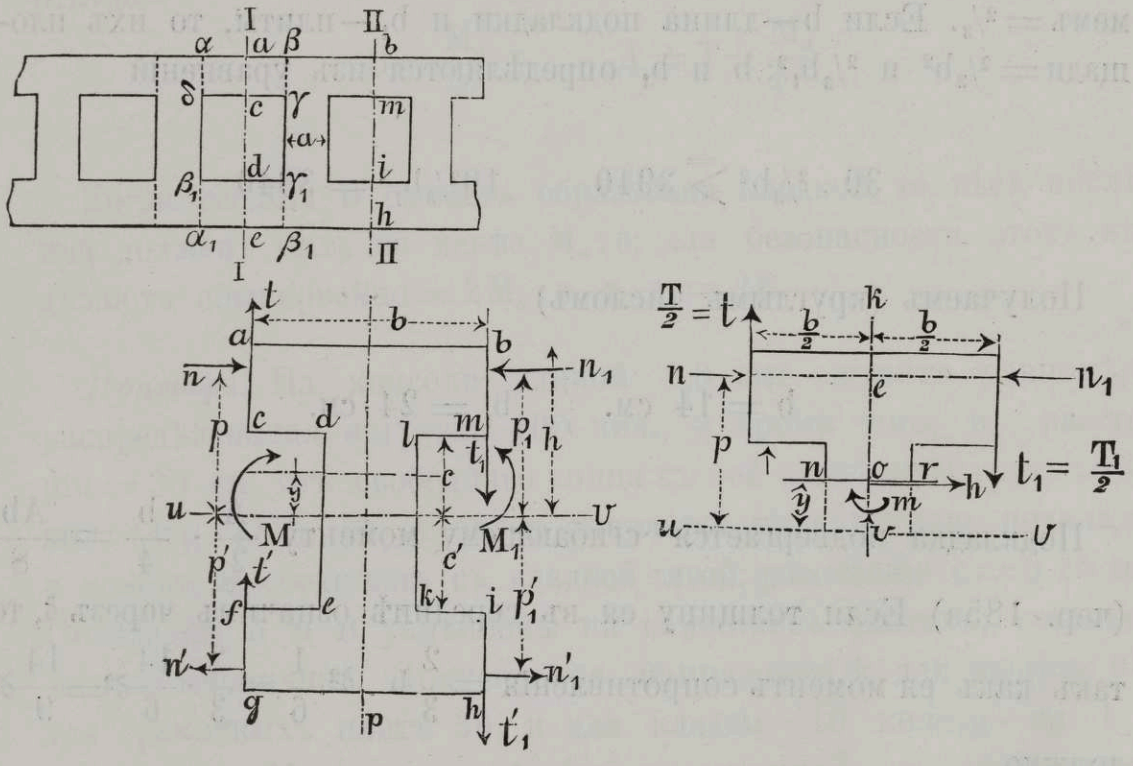
По краямъ толщина $\delta_1 = \frac{\delta}{2} = 1{,}2$ см.

Тяга должна быть нагружена кладкой, которой вѣсъ $= 2B =$ $= 6480$ к., и, слѣдовательно, объемъ, при удѣльномъ вѣссѣ $1{,}2, =$ $= 5,\ 4$ кб. мтр.

Балки со сквозными стѣнками.

159.—Отверстія въ стѣнкѣ сплошной балки уменьшаютъ сопротивленіе тѣмъ болѣе, чѣмъ болѣе они удалены отъ нейтральной оси. Вслѣдствіе того балки со сквозными стѣнками требуютъ вообще болѣе матеріала чѣмъ сплошныя, но ихъ употребляютъ иногда изъ декоративныхъ соображеній.

Разсмотримъ балку, подвергающуюся *простому* изгибу, въ стѣнкѣ которой устроены прямоугольныя отверстія (чер. 186).



Чер. 186.

Прочность этой балки будетъ обезпечена, если, не принимая во вниманіе косыя напряженія, она будетъ имѣть достаточное сопротивленіе изгибу и срѣзу:

а) во всѣхъ сѣченіяхъ перпендикулярныхъ къ ея оси,

б) во всякомъ сѣченіи части пояса на протяженіи отверстія, и

в) въ горизонтальныхъ сѣченіяхъ стоекъ между отверстіями.

Балка будетъ имѣть достаточное сопротивленіе изгибу, если всякое сѣченіе ея будетъ удовлетворять условію (73):

$$k \leqq \frac{M}{W}$$

гдѣ
k—безопасное напряженіе матеріала
M—сгибающій моментъ сѣченія, и
W—его моментъ сопротивленія.

Пусть I и II (чер. 186) — нормальныя сѣченія, проведенныя черезъ середины двухъ смежныхъ отверстій, отсѣкающія отъ балки вырѣзокъ acdefghiklmb, представленный отдѣльно на чер. 186_a въ увеличенномъ масштабѣ, и означимъ черезъ
J и J_1 — соотвѣтствующіе имъ моменты инерціи,
M и M_1 — сгибающіе моменты и
T и T_1 — усилія, произведенныя дѣйствующей на балку нагрузкой
n и n′ — равнодѣйствующія нормальныхъ, и t и t′ — скалывающихъ напряженій для сѣченій ac и fg поясовъ,
n_1, n_1' и t_1, t_1' — тоже для сѣченій bm и ih,
p и p′ — разстоянія силъ n и n′, а p_1 и p_1' — силъ n_1 и n_1', отъ нейтральной оси.
df — площадь безконечно узкой полосы сѣченія, параллельной этой оси,
σ и τ — нормальныя и скалывающія напряженія сѣченія I, а σ_1 и τ_1 — сѣченія II,
s и s′ — статическіе моменты сѣченій ac и fg.

Изъ чер. a имѣемъ:

$$T = t + t' \qquad M = n \cdot p + n' \cdot p'$$

гдѣ

$$n = \int_c^h \sigma df = \int_c^h \frac{M}{J} v df = \frac{M}{J} \int_c^h v df = \frac{M}{J} s$$

$$t = \int_c^h \tau df$$

$$n' = \frac{M}{J} s' \qquad t' = \int_{c'}^{h'} \tau' df.$$

Для простоты будемъ въ дальнѣйшемъ разсматривать только случай симметричнаго сѣченія, имѣющій наибольшее значеніе для практики. Для этого случая

$$c' = c \qquad h' = h \qquad s' = s, \qquad p' = p$$

поэтому

$$n' = n \quad t' = t \quad T = 2t \quad M = 2n \cdot p$$

$$n \cdot p = \frac{M}{2} \qquad n = \frac{M}{J} s \qquad n_1 = \frac{M_1}{J} s$$

$$t = \frac{T}{2} \qquad t_1 = \frac{T_1}{2} \qquad t + t_1 = \frac{T + T_1}{2} \qquad n - n_1 = (M - M_1)\frac{s}{J}$$

Если q—вся нагрузка вырѣзка ah (включая и его собственный вѣсъ), то

$$T_1 = T - q \qquad q = T - T_1.$$

Сумма моментовъ всѣхъ на вырѣзокъ ah дѣйствующихъ силъ. взятыхъ по отношенію къ какой бы то ни было точкѣ на прямой qp, проведенной черезъ его середину, даетъ уравненіе (чер. a).

$$M + T \cdot \frac{b}{2} - M_1 + T_1 \cdot \frac{b}{2} + \mu = o$$

гдѣ μ — моментъ нагрузки q.

Изъ этого уравненія получаемъ:

$$M_1 - M = (T + T_1)\frac{b}{2} + \mu$$

или

$$M_1 - M = (2T - q)\frac{b}{2} + \mu$$

Горизонтальнымъ сѣченіемъ nr (чер. b) проведеннымъ въ разстояніи = y отъ нейтральной оси uv, разрѣжемъ вырѣзокъ ah на части, отбросимъ нижнюю часть, и къ сѣченію nr верхней приложимъ для возстановленія равновѣсія моментъ m, и (имѣющія точку приложенія въ центрѣ тяжести o) горизонтальную силу h и вертикальную v. Если μ_1 — моментъ дѣйствующей на нее нагрузки q_1, то изъ условія равновѣсія моментовъ, взятыхъ по отношенію къ средней точкѣ o сѣченія nr имѣемъ:

$$m + (n - n_1)(p - y) + \left(\frac{T + T_1}{2}\right)\frac{b}{2} + \mu_1 = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (K)$$

Условіе равновѣсія горизонтальныхъ и вертикальныхъ слагающихъ даетъ:

$$h + n - n_1 = o,$$

$$\frac{T}{2} - \frac{T_1}{2} - q_1 + v = o.$$

откуда

$$h = n_1 - n = (M_1 - M)\frac{s}{J}$$

$$v = q_1 + \frac{T - T_1}{2} = q_1 + \frac{q}{2}$$

Помощью этихъ значеній уравненіе (K) получаетъ видъ (принявъ во вниманіе что $(n - n_1)p = \frac{M - M_1}{2}$ и $(T + T_1)\frac{b}{2} = \frac{M_1 - M}{2} + \mu$)

$$m + \frac{M - M_1}{2} + hy - \frac{M - M_1}{2} - \frac{\mu}{2} + \mu_1 = o$$

и пренебрегая весьма незначительной величиной $\mu_1 - \frac{\mu}{2}$ [1]),

$$m = h \cdot y$$

Моментъ m имѣетъ наибольшее значеніе въ сѣченіи dl, для котораго $y = c$, т. е.

$$\max m = h \cdot c.$$

Если означимъ для сѣченія dl (чер. a) черезъ
ω — площадь,
i — моментъ инерціи,
a — шрину и δ — толщину стойки, то должно:

$$\frac{v}{\omega} + \frac{hc}{i}\frac{\delta}{2} \leqq k$$

---

1) Когда нагрузка q распредѣлена равномѣрно, то ея равнодѣйствующая совпадаетъ со средней линіей kp, и тогда точно $\mu = \mu_1 = o$.

и такъ какъ

$$\omega = a \cdot \delta \qquad i = \frac{\delta a^3}{12}$$

то

$$k \geqq \frac{q_1 + \frac{q}{2}}{a\delta} + \frac{6h \cdot c}{\delta a^2} \quad \ldots \quad (L)$$

или

$$k \geqq \frac{1}{a\delta}\left(\frac{2q_1 + q}{2} + \frac{6h \cdot c}{a}\right) \cdot \ldots \quad \ldots \quad (L)$$

Усиліе сѣченія $dl = h$, поэтому по № 71

$$k_1 \geqq \frac{3}{2}\,\frac{h}{\delta a}$$

Сопротивленіе части $\alpha\beta\gamma\delta$ пояса (чер. 186) провѣряется формулами:

$$k = \frac{m_1 e}{i_1} = \frac{Tae}{2i_1} \qquad k_1 = \frac{\frac{T}{2}\,s_1}{zi_1}$$

и съ достаточной для практики точностью:

$$k_1 = \frac{1^1/_2\,\frac{T}{2}}{\omega_1} = \frac{3}{4}\,\frac{T}{\omega_1} \quad \ldots \quad (M)$$

въ которыхъ означаетъ:

i_1 — монентъ инерціи и s_1 — статическій моментъ площади сѣченія $\beta\gamma$, взятые по отношенію къ его нейтральной оси,

e — разстояніе найболѣе удаленнаго волокна отъ этой оси,

z — ширина опаснаго волокна, и

ω_1 — площадь сѣченія $\beta\gamma$.

Примѣръ. Для чугунной двутавровой балки, расположенной свободно на двухъ опорахъ, даны слѣдующія величины въ сантиметрахъ:

длина пролета $l = 1000$,

высота балки $2h = 66$,

ширина поясовъ $= 10$,

толщина поясовъ и стѣнки $\delta = 2{,}0$,
высота отверстій $2c = 42$,
разстояніе между ихъ осями $b = 20$,
допускаемое напряженіе $k = k_1 = 400$ килогр. на 1 кв. см.

Опредѣлить безопасную нагрузку балки и ширину a стоекъ.

Моментъ инерціи сѣченія черезъ отверстіе (какъ напр. I I).

$$J = \frac{1}{12}(10 \cdot 66^3 - 2 \cdot 42^3 - 8 \cdot 62^3) = 68347$$

$$W = \frac{J}{33} = 2071$$

$$k \cdot W = 400 \cdot 2071 = 828400 \text{ кил. см.}$$

По (73) . . . $828400 = \frac{Q \cdot 1000}{8}$

откуда, полная безопасная нагрузка балки

$$Q = 6627{,}2 \text{ кил.}$$

Максимальное усиліе происходитъ на опорѣ, и оно $= \frac{Q}{2}$, т. е.

$$\max T = 3313{,}6 \text{ кил.}$$

Статическій моментъ

$$s = 10 \cdot 2 \cdot 32 + 10 \cdot 2 \cdot 26 = 1160.$$

Такъ какъ $b = 20$ то $q = \frac{6627 \cdot 20}{1000} = 13{,}25$

$$2T - q = 6614$$

Скалывающая сила

$$h = \frac{b}{2}(2T - q)\frac{s}{J} = \frac{20}{2} 6614 \frac{1160}{68347} = 1123 \text{ k.}$$

Моментъ $m = 1123 \cdot 21 = 23583$ кил. см.

Если ширину стойки означимъ черезъ t, то пренебрегая первымъ членомъ уравненія (L), по его незначительности сравнительно со вторымъ, имѣемъ:

$$\frac{2a^2}{6} \cdot 400 = 23583$$

$$a = 13{,}2 \text{ см.}$$

Для сопротивленія скалыванію достаточна ширина a_1, опредѣляемая уравненіемъ, (по (M)), такъ какъ $\frac{T}{2} = h$,

$$2a_1 400 = \frac{3}{2} h = \frac{3}{2} 1123 = 1684{,}5$$

$$a_1 = 2{,}11 \text{ см.}$$

Для срѣза была бы, слѣдовательно, достаточна ширина стойки $= 2$, 2 см.

Площадь сѣченія $\beta\gamma : \omega_1 = 40$

$$\frac{3}{4} \frac{T}{\omega_1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3313{,}6}{40} = 62{,}1 \text{ кил.}$$

Моментъ сопротивленія этого сѣченія

$$\frac{i}{v} = 66{,}6.$$

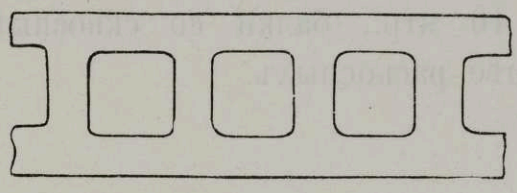
Такъ какъ ширина пустоты $= 20 - 13{,}2 = 6{,}8$, то напряженіе изгиба

$$\sigma = \frac{1656{,}8 \cdot 6{,}8}{66{,}6} = 169 \text{ кил. на 1 см.}^2,$$

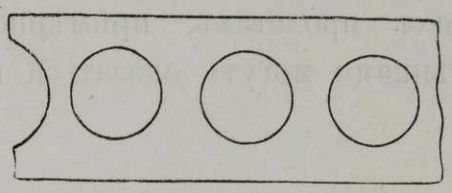
что вссьма незначительно.

Балка имѣетъ, слѣдовательно, во всѣхъ мѣстахъ достаточную прочность.

Моментъ h . y увеличивается по направленію отъ нейтральной оси uv къ поясамъ, поэтому можно получить сбереженіе мате-



Чер. 187.



Чер. 188.

ріала, опредѣливъ ширину стоекъ по правилу бруса равнаго сопротивленія. Если эту перемѣнную ширину означимъ черезъ x, то для опредѣленія ея имѣемъ уравненіе:

$$h \cdot y = k\frac{\delta x^2}{6}$$

откуда

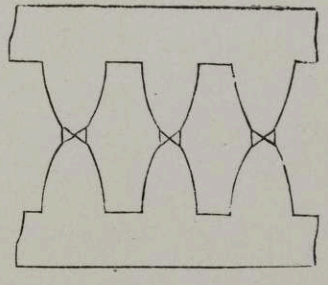
$$x = \sqrt{\frac{6hy}{k\delta}}$$

x измѣняется по правилу параболы. Изъ симметричности формы балки по отношенію къ оси uv слѣдуетъ, что стойка постояннаго сопротивленія состоитъ изъ двухъ параболъ, встрѣчающихся вершинами на uv; ширина x_0 стойки на uv должна быть достаточна для сопротивленія скалывающему напряженія τ_0, и нормальному σ_0, гдѣ по № 71:

$$\tau_0 = \frac{3}{2}\frac{h}{x_0\delta} \qquad \sigma_0 = \frac{5}{4}\tau_0$$

Такимъ образомъ получается форма, изображенная на чер. 189.

Въ послѣднее время инженеръ Vierendeel предложилъ употреблять балки типа чер. 187 и 188 для мостовыхъ сооруженій вмѣсто раскосныхъ фермъ, передъ которыми онѣ отличаются простотой конструкціи и бо́льшей точностью расчета. Для уясненія практическаго значенія предложенія Vierendeel'a производятся въ настоящее врамя опыты; теоретически фермы со сквозными стѣн-



Чер. 189.

ками требуютъ болѣе матеріала чѣмъ раскосныя, но первыя имѣютъ передъ послѣдними немаловажныя практическія преимущества, вслѣдствіе чего въ нѣкоторыхъ случаяхъ, какъ напр. при небольшихъ пролетахъ, примѣрно до 40 мтр., балки со сквозными стѣнками могутъ оказаться выгоднѣе раскосныхъ.

