

НА ПРАВАХ РУКОПИСИ  
УДК 621.396.7

**Чобану Михаил Константинович**

**АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МНОГОМЕРНЫХ НЕРАЗДЕЛИМЫХ  
СИГНАЛОВ И УСТРОЙСТВ ДЛЯ МНОГОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМ  
ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

**СПЕЦИАЛЬНОСТЬ: 05.13.01 Системный анализ, управление и обработка  
информации (по отраслям)**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**  
**ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЁНОЙ СТЕПЕНИ**  
**ДОКТОРА ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК**

**МОСКВА**  
**2007**



Работа выполнена в Московском энергетическом институте (техническом университете) на кафедре Электрофизики.

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор  
**ВИТЯЗЕВ Владимир Викторович**

Доктор технических наук, профессор  
**ФРОЛОВ Александр Борисович**

Доктор технических наук, профессор  
**ШАХТАРИН Борис Ильич**

Ведущая организация: **ФГУП «НИИ автоматики»** (Москва).

Защита состоится « 11 » сентября 2007 г. в 14:30 на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская 5.

Отзывы в двух экземплярах, заверенные печатью, просим направлять по адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2007 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.141.02  
к.т.н., доц.

 В. А. Иванов

Сл. Ком.

11/9/1



1783592

Чобану М.К. Аналитический

## БЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В настоящее время непрерывно растет интерес к решению задач анализа, синтеза, обработки одномерных и в особенности многомерных сигналов для их передачи, хранения, архивирования, восстановления в системах передачи информации (проводных и беспроводных) при наличии ограничений (на скорость передачи, на полосу пропускания, на динамический диапазон и т.д.). Это объясняется громадным ростом таких областей приложения, как мультимедиа технологии и телекоммуникации, осуществляющих обработку и сжатие неподвижных изображений, видеосигналов и меняющихся во времени трехмерных сигналов. Сюда же относятся обработка мультиспектральных и гидролокационных сигналов, обработка геофизических, световых и акустических полей, медицинских сигналов (рентгеновская и ультразвуковая томография), данных в картографии и метеорологии, космонавтике, ядерной физике и др., что отражено в Приоритетных направлениях развития науки, технологий и техники РФ "Информационно-телекоммуникационные технологии и электроника", "Рациональное природопользование" и "Транспортные, авиационные и космические системы", и в Перечне критических технологий РФ "Технологии обработки, хранения, передачи и защиты информации" и "Технологии мониторинга и прогнозирования состояния атмосферы и гидросферы".

Под многомерными сигналами понимаются сигналы, зависящие от нескольких пространственных и/или временной координат: двумерные неподвижные изображения, трехмерные томографические снимки или видеосигналы, четырехмерные томографические сигналы, зависящие от времени. Эффективным способом преобразования таких сигналов является применение многомерных многоскоростных систем. С их помощью сигнал может быть представлен в виде, более удобном для решения многих прикладных задач, таких, как сжатие (с потерями или без потерь), удаление шумов, распознавание образов и др. В диссертации разработанные многоскоростные системы используются для сжатия многомерных сигналов.

Многоскоростные системы состоят из цифровых фильтров и устройств изменения плотности отсчетов в пространственно-временной области, поэтому обработка сигнала в различных частях системы происходит с различной скоростью. Это позволяет проводить анализ сигналов на различных шкалах. С этой целью сигнал может рассматриваться на более редкой шкале (путем его прореживания или децимации), или на более частой шкале (путем его интерполяции, заключающейся в добавлении нулей между отсчетами сигнала). Применение таких систем позволяет строить различные схемы кратномасштабного анализа на основе вейвлетов.

Большое развитие получает практика применения вейвлетов для решения задач сжатия и обработки изображений и видео, являющихся

нестационарными по своей природе. В этой области применение вейвлет-преобразования позволило достичь одновременного снижения сложности и повышения эффективности кодеков. В настоящее время разработаны международные стандарты по сжатию неподвижных изображений и видео - JPEG-2000, H.264/AVC, WMP10 и MPEG-4. Ядром стандарта JPEG-2000 является одномерное вейвлет-преобразование.

Большинство проблем обработки сигналов являются в действительности многомерными, однако часто рассматриваются и решаются после замены всех переменных одной. До недавнего времени многомерные операторы, из которых состоят цифровые системы, были представлены в виде прямого (или тензорного) произведения одномерных функций координат, что не соответствовало природе обрабатываемого сигнала, являющегося неразделимым, то есть не представимым в виде прямого произведения одномерных функций. Многомерные многоскоростные неразделимые системы являются одной из самых многообещающих областей применения многомерных методов цифровых систем. Современные методы сжатия еще весьма далеки от тех границ, которые задаются внутренней структурой источников сигналов, таких, как видеосигналы, неподвижные изображения, акустические и световые поля. Поэтому создание методов неразделимого представления и обработки многомерных сигналов является очень актуальной задачей.

Важнейшим является то обстоятельство, что многоскоростные системы, имеющие  $m \geq 2$  каналов, позволяют, в отличие от одноканальных систем, строить как блок (или банк) анализа сигнала (для декомпозиции сигнала на составляющие), так и блок (банк) синтеза сигнала только из цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ). При синтезе многомерных многоскоростных систем, обладающих свойством точного восстановления сигнала, возможность построения всей системы только на основе КИХ фильтров важна как с фундаментальной точки зрения (не нужно решать сложные задачи обеспечения устойчивости многомерных БИХ фильтров), так и с практической (применение КИХ фильтров позволяет ускорить обработку за счет использования конвейерной обработки данных).

Известны методы численного и аналитического синтеза одномерных многоскоростных систем, имеются некоторые результаты, в основном, численного синтеза многомерных систем. В отличие от численных методов, дающих некоторое приближение требуемого результата и существенно зависящих от начальной точки при проведении итераций, аналитические методы позволяют учесть все требуемые ограничения, накладываемые на многомерные многоскоростные системы, и получить результат в виде соотношений, описывающих различные операторы системы, в замкнутой и удобной для анализа форме. Поэтому задача аналитического синтеза многомерных многоскоростных систем и схем вейвлетного кратномасштабного анализа, построенных на их основе, является очень важной задачей.

Дискретизация двумерных сигналов была впервые рассмотрена в работах Игнатьева И.К. При этом не решалась задача дискретизации и децимации для произвольной неразделимой матрицы децимации. Пионерской работой в области многоскоростных систем в СССР является работа Витязева В.В., посвященная разработке и применению численных методов синтеза одномерных многоскоростных систем. В конце 20-го века - начале 21-го века были опубликованы работы, позволившие приступить к синтезу многомерных многоскоростных систем в наиболее общем – неразделимом – виде. Это работы Веттерли М., Ковачевич Е., Тай Д., Чобану М.К. Одновременно в работах Хан Б., Рименшнайдера С., Скопиной М.А. развивались методы синтеза вейвлет-функций, теснейшим образом связанных с синтезируемыми банками фильтров многоскоростных систем. Отечественной монографией в области теории вейвлетов (или всплесков) является коллективная работа Новикова И. Я., Протасова В. Ю. и Скопиной М. А., в которой наряду с вопросами синтеза одномерных вейвлетов приведены некоторые результаты, касающиеся многомерных вейвлетов. Другим направлением исследований является развитие теории атомарных функций в работах Кравченко В.Ф. и Рвачева В.Л. Их результаты позволили строить схемы синтеза одномерных атомарных функций, имеющих заданные характеристики.

Аппаратурная реализация многих методов обработки многомерных сигналов была неэффективной, т.к. требовала применения суперЭВМ с распараллеливанием операций. Новый импульс в разработке теории цифровой обработки сигналов и необходимых цифровых устройств связан с радикальным изменением технологических возможностей новейших процессорных систем, в том числе с разработкой быстродействующих СБИС, ПЛИС и сигнальных процессоров. Использование таких систем обеспечит реализацию сложных и математически емких алгоритмов обработки сигналов, что невозможно было сделать ранее. Теперь задача синтеза систем обработки многомерных сигналов ставится таким образом, чтобы в полной мере использовать новые технологические возможности.

Резко возросшая в течение последних лет потребность в алгоритмических, программных и аппаратных средствах обработки многомерных сигналов требует создания гибких технологий высокого уровня. Данная работа призвана решить часть задач, связанных с созданием теории и методов аналитического синтеза систем на основе «истинных» многомерных подходов.

**Цель работы** – создание теории и развитие методов цифровой обработки многомерных сигналов и реализация неразделимых операторов многомерных многоскоростных систем для эффективного сжатия многомерных сигналов, а также для решения принципиально новых задач визуализации многомерных сигналов.

Для этого необходимо развить и создать **новые методы** комплексной обработки современных многомерных сигналов и **новые подходы** к разработке

соответствующих устройств путем широкопланового развития аналитического синтеза многомерных многоскоростных систем, состоящих из неразделимых (несепарабельных, или не представимых в виде произведения одномерных) цифровых фильтров, неразделимых децимирующих/интерполирующих устройств и систем кодирования многомерных сигналов.

В соответствии с указанной целью в работе поставлены и решены следующие **основные проблемы**:

- параметризация неразделимых матриц децимации (или матричных коэффициентов расширения), лежащих в основе многомерных устройств повышения/понижения частоты дискретизации многомерных сигналов;
- аналитическое построение с помощью полиномиальных методов и методов компьютерной алгебры эффективных неразделимых биортогональных/ортогональных банков фильтров, удовлетворяющих заданным ограничениям (точное восстановление сигнала, линейная/нулевая фаза, заданное число каналов, заданная гладкость, конечная импульсная характеристика);
- построение неразделимых многомерных биортогональных/ортогональных вейвлет-функций на основе синтезированных банков фильтров;
- разработка эффективных средств преобразования цветового формата, устройств квантования, иерархического и блочного кодирования многомерных сигналов и их реализация.

**Научная новизна исследования** состоит в том, что в нем впервые разработана сквозная методология аналитического синтеза всех составных частей неразделимых многомерных многоскоростных систем, позволившая дать универсальные и эффективные подходы к синтезу и анализу цифровых многомерных систем. К числу существенных результатов диссертационной работы, полученных автором и обладающих элементами **научной новизны**, относятся следующие:

1. Осуществлена полная параметризация матриц децимации для двумерного и трехмерного неразделимых случаев, рассмотрены особенности четырехмерного случая, предложены и обоснованы критерии, которым должны удовлетворять матрицы децимации, используемые в многомерных устройствах повышения/понижения частоты дискретизации.

2. Получены свойства классов реализуемых неразделимых многомерных банков фильтров для заданного числа каналов.

3. Предложена методология аналитического синтеза многомерных неразделимых биортогональных и ортогональных банков фильтров. Разработаны методы синтеза основных классов биортогональных и ортогональных многомерных банков фильтров, используемых на практике, включая синтез всего банка многомерных фильтров с произвольным числом каналов по одному известному фильтру банка анализа; синтез с помощью полиномов Бернштейна; синтез многомерных банков фильтров, имеющих четный носитель; синтез с помощью схемы лифтинга; синтез с помощью преобразования Кэли

и структурного метода.

4. Разработаны новые классы биортогональных и ортогональных многомерных неразделимых вейвлет функций, построенных на основе синтезированных банков фильтров.

5. Предложена эффективная алгоритмическая и программная реализация синтезированных многомерных многоскоростных систем для сжатия многомерных сигналов, включая факторизацию многомерных полифазных матриц, оптимальный статический формат (распределение бит между цветовыми каналами) для оптимизированных моделей YUV и YIQ, метод предсказанной неразделимой фильтрации с целью получения прямоугольных многомерных носителей вейвлет-образа, алгоритмы оптимального иерархического и блочного кодирования многомерных сигналов, реализация эффективного вычисления многомерного вейвлет-преобразования.

#### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Параметризация неразделимых матриц децимации, что позволяет аналитически синтезировать все допустимые матрицы децимации для заданной размерности сигналов и заданного числа каналов многоскоростной системы.

2. Свойства реализуемых классов неразделимых многомерных банков фильтров для заданного числа каналов, что дает возможность аналитически синтезировать реализуемые многоскоростные системы.

3. Методология аналитического синтеза основных групп применяемых на практике многомерных неразделимых биортогональных и ортогональных банков фильтров с конечной импульсной характеристикой, что позволяет строить банки фильтров в пространственной области, аналитически оценивать влияние параметров фильтров на их свойства.

4. Новые классы биортогональных и ортогональных многомерных неразделимых вейвлетов с заданной гладкостью и кратномасштабный анализ на их основе, что позволяет использовать их в различных приложениях.

5. Факторизация многомерных полиномиальных полифазных матриц, что дает выигрыш в 3-5 раз в числе операций, позволяет заменять операции умножения двоичными сдвигами. Новый статический формат (распределение бит между цветовыми каналами), который обеспечил выигрыш в пиковом отношении сигнал/шум (ПОСШ или PSNR) порядка 1-2 дБ.

6. Алгоритмы иерархического и блочного кодирования многомерных сигналов с применением разделимых/неразделимых банков фильтров и матриц децимации, что обеспечило применимость разработанных неразделимых банков фильтров и дало выигрыш в PSNR по сравнению с известными алгоритмами кодирования (включая JPEG-2000) 1-3 дБ (зависит от изображения); данные алгоритмы могут свободно распространяться и обладают в 2-3 раза меньшей вычислительной сложностью, чем JPEG-2000. Программная реализация всех разработанных многомерных операторов многоскоростных систем, что позволяет осуществлять разработанные алгоритмы кодирования

на известной и новой элементной базе (графических процессорах).

**Методы исследования.** При решении поставленных задач использованы методы теории цифровой обработки одномерных и многомерных сигналов, теории вейвлет-преобразования, теории матриц, компьютерной алгебры и теории аппроксимации.

**Объектом исследования** являются многоскоростные системы, применяемые для цифровой обработки многомерных сигналов с целью их сжатия, архивирования, удаления шумов и т.д. **Предметом исследования** являются методы преимущественно аналитического синтеза основных операторов, из которых состоят многомерные многоскоростные системы – устройств повышения/понижения пространственно-временной плотности отсчетов сигналов, цифровых фильтров, устройств преобразования формата цветных изображений, их квантования и кодирования.

**Теоретической и методологической основой исследования** являются труды отечественных и зарубежных ученых по теории цифровой обработки сигналов, теории аппроксимации, компьютерной алгебре, теории матриц и теории вейвлет-преобразования. В процессе разработки вопросов синтеза многоскоростных систем использованы труды отечественных ученых Зубарева Ю.Б., Дворковича В.П., Витязева В.В., Лукина В.В., Скопиной М.А., Миронова В.Г., Гантмахера Ф.Р., Суслина А.А. Также были использованы труды зарубежных ученых Вайдьянатана П.П., Ковачевич Е., Веттерли М., Вудбурн С., Добеши И., Бухбергера Б., Басу С., Догерти Э., Питаса Я., Ганбари М., Пирлмана В. Для создания и отладки программного и аппаратного обеспечения исследования применялись при участии автора пакеты MATLAB®, MAPLE<sup>TM</sup>, некоторые программы написаны на языке С.

**Теоретическое и практическое значение основных результатов диссертационной работы:**

- разработаны теория и эффективные процедуры аналитического синтеза матриц децимации и многомерных банков фильтров, удовлетворяющих заданным условиям, что позволяет решать широкий круг задач по их применению для сжатия, интерполяции и т.д. многомерных сигналов;

- разработана методика кодирования цветных многомерных сигналов, основанная на новом статическом формате и иерархическом или блочном алгоритмах кодирования, отличающаяся повышенной вычислительной эффективностью и характеристиками сжатие/искажение (в сравнении с известными методиками), демонстрирующая вычислительные возможности этих кодеков, а также позволяющая снизить время разработки новых изделий за счет использования готового программного обеспечения;

- разработаны библиотеки программ для разделимой/неразделимой обработки двух- и трехмерных сигналов на языках программирования MATLAB® и других математических пакетов, а также на языке С, которые могут найти применение при исследовании поведения многомерных мно-

госкоростных систем в системах различного назначения, использованы в качестве прототипов при реализации алгоритмов на различных вычислительных платформах, а также в учебных курсах.

Составляющие основу диссертационной работы разработанные аналитические методы и реализующие их алгоритмы, а также созданные высокоэффективные компьютерные программы в прикладном плане применимы:

- при обработке многомерных сигналов с целью их сжатия, архивирования, передачи, распознавания образов и др. в мобильных и Интернет сетях, а также при интерполяции, восстановлении сигналов, сжатых с потерями и/или на фоне аддитивных и/или мультипликативных помех;

- при создании систем трехмерной визуализации, включая системы трехмерного телевидения (3D-TV), системы обработки многомерных сеток, акустических и световых полей;

- при разработке и исследовании систем многоканального дистанционного зондирования Земли;

- при реализации кодирующих устройств для видеосигналов, многоканальных комплексов видеонаблюдения для обеспечения безопасности в городе и на транспорте, устройств для регистрации данных рейса на морском транспорте и записи видео на борту самолета («черных ящиков»), систем идентификации лиц, номеров машин и др.;

- при оценке характеристик систем преобразования многомерных сигналов на стадии проектирования, эксплуатации и в учебном процессе.

**Реализация результатов работы.** Работа выполнялась в соответствии с планом научно-исследовательских работ по нескольким темам. Работа поддержана:

- грантами РФФИ (00-01-10911-з, 01-01-10928-з, 02-01-11019-з и 04-01-10733-з в 2000, 2001, 2002 и 2004гг. для поддержки участия в работе международных конференций в Финляндии, Сингапуре, Франции и Австрии, а также грантом 01-01-00738-а); в 2006г. стартовал совместный грант РФФИ и японского общества JSPS 06-07-91751-ЯФ\_а.

- грантами и программами Минобразования РФ:

- а) 209.01.01.044 “Применение многомерного вейвлет-преобразования для улучшения изображений и трехмерных сигналов”, номер госрегистрации 01200304660, (2003-2004) (г/б).

- б) T02-03.1-2522 “Синтез эффективных двух-, трех- и четырехмерных многоскоростных систем для обработки многомерных сигналов”, номер госрегистрации – 01200305655, (2003-2004) (г/б).

- в) 208.04.04.042 “Разработка системы сжатия видео сигналов для передачи по низкоскоростному телекоммуникационному каналу на основе сигнальных процессоров TMS320C6x”, номер госрегистрации 01200105418, (2001-2002) (г/б).

- г) T00-3.1-1251 “Синтез многоскоростных систем для обработки много-

мерных сигналов”, номер госрегистрации – 01200103899 (2001-2002) (г/6).

Разработанные в диссертационной работе методы и алгоритмы синтеза многомерных многоскоростных систем реализованы в виде комплекса программ на ЭВМ и **внедрены** в практику проектирования систем обработки многомерных сигналов в ФГУП «НИИ автоматики», ГУП НППЦ «ЭЛВИС» и в АО «Ансальдо-ВЭИ», что подтверждается соответствующими актами. Основные положения и теоретические результаты диссертации использованы в учебном процессе МЭИ (ТУ) при чтении лекций и проведении практических занятий и лабораторных работ по курсам «Цифровая обработка многомерных сигналов», «Цифровые многоскоростные системы», «Синтез дискретных систем управления» и «Сигнальные процессоры и СБИС». Результаты диссертационной работы также использовались в учебном и научном процессе в ЯрГУ им. П.Г. Демидова (Ярославль).

**Личное участие автора в получении результатов**, изложенных в диссертации. Все результаты диссертационной работы получены лично автором диссертации. В.Г. Мионову принадлежат идея и поддержка проведения исследований, связанных с разработкой методов и средств цифрового преобразования многомерных сигналов.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

- Международных конференциях Международной Академии информатизации «Информационные средства и технологии» ITS-1998, ITS-2000, ITS-2001, ITS-2002, ITS-2003, ITS-2004, ITS-2005, ITS-2006 (МЭИ, Москва); Международных конференциях и выставках «Цифровая обработка сигналов и ее применение» - DSPA'1998, DSPA'2000, DSPA'2002, DSPA'2003, DSPA'2004, DSPA'2005, DSPA'2006 и DSPA'2007 в г. Москве; IV Международной научно-технической конференции «Электроника и информатика-2002» (Зеленоград); VI Всероссийской конференции по повышению эффективности методов и средств обработки сигналов в 2000г. (Тамбов); IV Международной конференции по электротехнике, электромеханике и электротехнологии - ICEE-2000 (Москва); Всероссийской удаленной конференции по электронике в 2003г.; Всероссийской научной конференции «Информационные и телекоммуникационные технологии» в 2004г. (Сочи); Всероссийской научной удаленной конференции по информационным и телекоммуникационным технологиям-2003 (Москва, МАИ); II Международной конференции «Автоматизация, управление и информационные технологии - ASCIT'2005» (Новосибирск, Академгородок); I Международной научно-технической школе-семинаре «Современные проблемы оптимизации в инженерных приложениях» (IWOPЕ-2005) (Ярославль); II Международной конференции «Optimization of finite element approximations and splines and wavelets» - OFEA'2001 (Санкт Петербург); Международной конференции «Wavelets and splines' 2003» (Санкт Петербург);

– II International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP-2002, в г. Тулуза (Франция); III International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP-2004, в г. Вена (Австрия); 2005 International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP-2005, в г. Рига (Латвия); X European Signal Processing Conference EUSIPCO-2000, в г. Тампере (Финляндия); XI European Signal Processing Conference EUSIPCO-2002, в г. Тулуза (Франция); XII European Signal Processing Conference EUSIPCO-2004, в г. Вена (Австрия); European Conference on Circuit Theory and Design - ECCTD 2005, в г. Корк, Ирландия; International Symposium on Circuits and Systems ISCAS-2004, в г. Ванкувер (Канада); XIV International Symposium of Mathematical Theory of Networks and Systems MTNS-2000 в г. Перпиньян (Франция); XV International Symposium of Mathematical Theory of Networks and Systems MTNS-2002, в Университете Нотр-Дам (США); 47th IEEE International Midwest Symposium On Circuits and Systems MWSCAS-2004, в г. Хиросима (Япония); II International Workshop on Multi-dimensional (nD) Systems NDS-2000, в г. Зелена Гупа (Польша); III International Conference on Information, Communications, and Signal Processing - ICICS'2001, в Сингапуре; 51 International Scientific Colloquium в г. Ильменау (Германия) в 2006г.; SIP Symposium в г. Киото (Япония), 2006.

– в институте Электроники и телекоммуникаций Норвежского университета науки и технологий в июне 1999г. (г. Тронхейм); в институте Электротехники и обработки сигналов Университета города Ставангера (Норвегия) в июне 1999г.; на кафедре Математики Питтсбургского университета (ш. Канзас, США) в 2001, 2002 и в 2003гг.; на кафедре Электронной и вычислительной техники Университета Калифорнии в Санта-Барбаре (США) в августе 2002г.; на кафедре Систем связи и интегрированных систем Института технологий в Токио (Япония) в 2004г.

– на Научных семинарах в ФГУП «НИИ автоматики» (Москва);

– на кафедре Электрофизики Московского энергетического института.

**Публикации.** Основное содержание диссертационной работы отражено в 90 печатных работах. Из них 16 статей в журналах перечня ВАК: «Проблемы управления», «Электросвязь», «Научный Вестник МГТУ ГА», «Цифровая обработка сигналов», «Вестник МЭИ», «Вестник Санкт-Петербургского университета», «Электричество», «Успехи современной радиоэлектроники», «Известия вузов. Электроника»; 8 статей в рецензируемых журналах не из перечня ВАК и в сборниках трудов: «Современная электроника», «Электроника: НТБ», «Nonlinear Analysis: Modelling and Control» (Литва), «Труды МЭИ», «Обработка информации в системах управления» (Рязань, РРТИ), 66 статей в трудах перечисленных выше российских и международных (в том числе зарубежных) конференций. На английском языке опубликовано 28 из перечисленных статей: 1 в журнале и 27 в трудах конференций. Всего

30 публикаций выполнены без соавторов.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка использованных источников, содержащего 253 наименования, и приложения. Текстовая часть изложена на 388 страницах (рисунков 153, таблиц 21). В приложении на 11 страницах размещаются документы, подтверждающие внедрение результатов диссертации.

Во **введении** обоснована актуальность темы, дана общая характеристика работы.

**Первая глава** посвящена обзору основных средств и методов описания и синтеза многомерных (ММ) многоскоростных систем и их основных частей. Рассматриваются необходимость и преимущества применения неразделимой обработки ММ сигналов [4, 6, 12, 16]. Рассмотрены основные области применения неразделимой децимации и фильтрации, доказавшие их превосходство по отношению к разделимым операциям.

При обработке ММ сигналов применение неразделимых фильтров для фильтрации и последующей неразделимой децимации является более естественным и предпочтительным, т.к. ММ сигналы по своей природе являются неразделимыми. Поэтому вполне естественно использовать для их обработки неразделимые банки фильтров. Неразделимые банки фильтров (БФ) имеют лучшие характеристики, чем их разделимые аналоги, число степеней свободы у неразделимых БФ также больше, а значит больше и возможностей для оптимизации [1].

Многоскоростная система (рис. 1) состоит из банка анализа, банка синтеза, устройств квантования и кодирования/декодирования подполосовых сигналов. Если рассмотреть один уровень декомпозиции, то в банке анализа ММ сигнал  $X(z)$  раскладывается на  $m$  подполосовых сигналов (или каналов), где  $z = [z_1, \dots, z_k]^T$ ,  $k$  - число измерений ММ сигнала, а  $T$  означает транспонирование. В банке синтеза из переданных подполосовых сигналов вычисляется оценка сигнала  $\hat{X}(z)$  [6]. В случае нескольких уровней декомпозиции, один или несколько подполосовых сигналов далее раскладываются на свои подполосовые составляющие.

Банк анализа (синтеза) состоит из нескольких частей: а) ММ фильтров  $H_i(z)$  (соответственно  $F_i(z)$ ), где  $i = 0, \dots, m - 1$ ; б) устройств понижения (соответственно повышения) частоты дискретизации в пространстве и/или во времени – дециматоров  $\downarrow \mathbf{M}$  (соответственно интерполяторов  $\uparrow \mathbf{M}$ ), где  $\mathbf{M} - k \times k$  матрица децимации (матричный коэффициент растяжения). Для многоскоростных систем с максимальной децимацией число каналов  $m = |\det \mathbf{M}| > 1$ . В работе рассматриваются вопросы аналитического синтеза всех составных частей ММ многоскоростных систем.

Исторически первыми были разработаны методы синтеза одномерных цифровых фильтров. ММ фильтры сперва рассматривались только как произведение одномерных фильтров по каждой из пространственно-временных

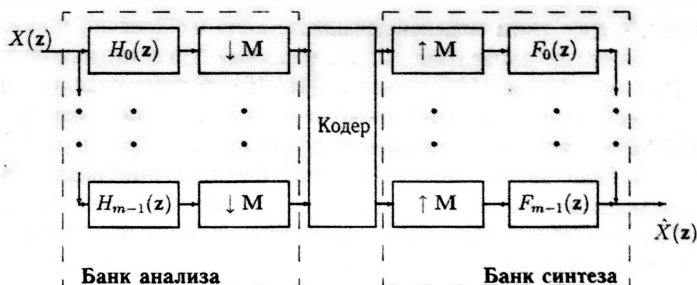


Рис. 1. Многомерная многоскоростная система

координат. Только позже стали появляться уже неразделимые фильтры, которые нельзя было представить в виде такого произведения.

В диссертационной работе рассматриваются методы синтеза ММ неразделимых фильтров. Синтез одномерных фильтров хорошо описан и выходит за рамки данной работы. Синтезироваться будут фильтры именно для ММ многоскоростных систем. Существуют способы синтеза цифровых фильтров, используемых в других приложениях, которые требуют выполнения иных свойств, чем преследуемые в данной работе. Синтез таких фильтров также выходит за рамки данной работы.

Приводится классификация основных методов синтеза матриц децимации и ММ цифровых фильтров. Выделено пять групп методов синтеза ММ цифровых фильтров для многоскоростных систем, включая преобразование переменных, структурные, оптимизационные, полиномиальные методы и методы переменных состояния. В данной работе реализовано несколько групп методов синтеза, причем полиномиальный подход применен наиболее широко [1, 13]. Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, ММ цифровые фильтры, входящие в состав БФ, являются линейными инвариантными к сдвигу (ЛИС) системами и описываются в  $z$ -области с помощью ММ многочленов (для КИХ систем, рассматриваемых в данной работе). Поэтому аппарат ММ многочленов является естественной средой для синтеза ММ цифровых фильтров. Во-вторых, наиболее удобное представление БФ через полифазные составляющие и полифазные матрицы использует ММ полиномиальные матрицы в качестве основного средства работы. В-третьих, за последние годы были получены многие теоретические и алгоритмические результаты (в теории компьютерной алгебры это теоремы Суслина, базисы Грёбнера и др.), что позволило эффективно применять их в работе с ММ многочленами и ММ полиномиальными матрицами и тем самым успешно решать задачу аналитического синтеза ММ многоскоростных систем.

Приводятся данные о моделировании ММ сигналов с целью их преоб-

разования, основные типы моделей сигналов, дана их классификация. Дается обзор известных аппаратных и программных средств, используемых для цифровой обработки ММ сигналов [11, 16]. Отмечаются преимущества иерархических методов и методов блочного кодирования изображений и других ММ сигналов с точки зрения эффективности реализации методов их сжатия. Реализация указанных методов кодирования позволит строить многоскоростные системы, основанные на синтезированных ММ цифровых фильтрах и ММ устройствах изменения частоты пространственно-временной дискретизации.

**Вторая глава** посвящена вопросам анализа свойств ММ многоскоростных систем и параметризации матриц децимации. Эти задачи решены с помощью методов теории цифровой обработки ММ сигналов и теории матриц. Даны особенности описания ММ многоскоростных систем с помощью ММ решеток и фильтров, при этом используются понятия неразделимых решеток и цифровых фильтров. Описана основная конструкция, применяемая на протяжении всей диссертации - ММ многоскоростные банки фильтров. Описание и исследование ММ сигналов, заданных на многомерной решетке, проводится с использованием понятия целочисленных матриц; рассмотрены основные соотношения, характеризующие матрицы децимации  $\mathbf{M}$  (в математической литературе - матричный коэффициент растяжения) и унимодулярные матрицы. В разделимом (сепарабельном) случае матрица децимации  $\mathbf{M}$  является диагональной.

Используется понятие фундаментального параллелепипеда  $FPD(\mathbf{M})$ , применяемого при синтезе ММ систем децимации без наложения:

$$FPD(\mathbf{M}) = \mathbf{M}\mathbf{x} = \sum_{j=1}^k x_j \mathbf{u}_j, \quad x_j \in [0, 1), \text{ где } \mathbf{u}_j \text{ это столбцы матрицы децимации } \mathbf{M} = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_k].$$

С помощью понятия классов смежности описываются  $m = |\det \mathbf{M}|$  различных каналов (подполосовых сигналов), на которые сигнал  $X(\mathbf{z})$ , подаваемый на вход максимально децимированной многоскоростной системы, раскладывается с помощью банка анализа (см. рис. 1). Приводятся примеры основных матриц децимации, используемых для неразделимого представления сигналов для случая двух, трех и четырех измерений. Подробно рассмотрен двумерный случай, включая разделимую и неразделимую децимацию и интерполяцию [5, 6, 7, 16].

Определим по  $m$  различным классам смежности матриц  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{M}^T$ , которые соответствуют различным целочисленным векторам внутри  $FPD(\mathbf{M})$  и  $FPD(\mathbf{M}^T)$ , в виде  $\mathbf{k}_j \in FPD(\mathbf{M})$  и  $\mathbf{l}_j \in FPD(\mathbf{M}^T)$ ,  $j = 0, \dots, m-1$  [3]. Воспользуемся полифазным представлением I типа для ММ фильтров банка анализа  $H_q(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{i} \in FPD(\mathbf{M})} \mathbf{z}^{-\mathbf{i}} \mathbf{H}_{q,\mathbf{i}}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}})$  и II типа для ММ фильтров банка синтеза  $F_q(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{i} \in FPD(\mathbf{M})} \mathbf{z}^{\mathbf{i}} \mathbf{F}_{q,\mathbf{i}}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}})$ , где  $q = 0, \dots, m-1$ ,  $\mathbf{i} = [i_1, \dots, i_k]^T$ ,

$z^{-i} = z_1^{-i_1} z_2^{-i_2} \dots z_k^{-i_k}$ ,  $z^M = (z^{u_1}, z^{u_2}, \dots, z^{u_k})$ . Оператор  $z^i$  означает ММ сдвиг сигнала на  $i \in Z^k$  отсчетов,  $Z$  – множество целых чисел.

Полифазные представления I типа и II типа позволяют ввести аппарат полифазных ММ полиномиальных матриц  $H(z) = [H_{q,i}(z)]$  и  $F(z) = [F_{q,i}(z)]$ , который является основным на протяжении всей диссертации. Для рассматриваемых в работе КИХ систем элементами полифазных матриц являются ММ многочлены.

Исследованы условия выполнения основных ограничений БФ – точного восстановления сигналов и линейной фазы. Известно, что в терминах полифазных матриц банка анализа  $H(z)$  и банка синтеза  $F(z)$  свойство точного восстановления сигнала записывается, как  $F(z)H(z) = z^Q \cdot I$ , где  $Q$  – ММ сдвиг. Банк фильтров с КИХ, полифазные матрицы которого равны  $F(z)$  и  $H(z)$ , обладает свойством точного восстановления сигнала тогда и только тогда, когда  $\det H(z) = z^p$ ,  $p \in Z^k$ .

Известно, что для систем с линейной или нулевой фазой имеет место симметрия коэффициентов, которая позволяет снизить число подлежащих определению коэффициентов импульсной характеристики. Рассмотрены особенности ММ типов симметрии. Для разных типов симметрии найдены все возможные сочетания размеров импульсных характеристик фильтров (или их носителей) в банках анализа и синтеза для нескольких типов матриц децимации (двумерные разделяемая и неразделяемая). Получена связь между ММ модуляционными и ММ полифазными матрицами.

Решена задача полной параметризации матриц децимации, описывающих неразделимые ММ многоскоростные системы. Различные свойства матриц децимации, описывающих неразделимые операции, исследовали в своих работах Висито А., Чен Т., Вайдьянатан П., Калкер А. Однако до сих пор отсутствовала постановка задачи построения матриц децимации, удовлетворяющих заданному набору ограничений.

Сформулированы и обоснованы основные требования, которым должны удовлетворять матрицы децимации. Предложено решить две задачи.

Задача 1. Для заданного числа измерений  $k$  и числа каналов  $m$  многоскоростной системы определить параметры **допустимой** матрицы децимации, удовлетворяющей ограничениям: а) элементами  $M$  являются целые числа; б) число каналов равно  $m = |\det M|$ ; в) абсолютные значения собственных значений  $M$  строго больше единицы; г)  $M^n$  является диагональной матрицей (для небольшого значения  $n$ ).

Задача 2. Построить все допустимые матрицы децимации по параметрам, найденным при решении задачи 1.

Полностью рассмотрен случай двух и трех измерений, получено решение обеих задач. Впервые рассмотрено и удовлетворено требование диагонализации матрицы децимации  $M^n = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_k)$ . При использовании недиагональных  $M$  это существенно облегчает процедуру кодирования ММ

сигналов с помощью иерархических методов, рассмотренных в **пятой** главе.

Найдены условия, при которых  $n$ -я степень ( $n = 2, 3, 4$ ) целочисленной матрицы  $M$  будет диагональной. Применение аппарата собственных значений матриц децимации позволяет существенно облегчить процедуру решения поставленных двух задач.

Для трех измерений решение первой задачи заключается в определении целочисленных  $L, K, N$  из характеристического уравнения матрицы  $M$ :  $\lambda^3 - L\lambda^2 + K\lambda - N = 0$  при заданном значении определителя матрицы децимации  $N = \pm m$ . Найдены условия, при которых третья степень целочисленной матрицы  $M$  будет диагональной.

Впервые сформулирован результат, касающийся блочно-диагональной структуры многомерных матриц децимации. Данный результат получен с помощью базисов Грёбнера.

**Третья глава** посвящена разработке и анализу биортогональных и ортогональных банков фильтров. Синтез ММ БФ представляет собой важную с теоретической точки зрения задачу, решение которой требует учета множества ограничений, накладываемых на ММ многоскоростные системы.

Биортогональные банки фильтров состоят из различных фильтров в банке анализа (задаваемых полифазной матрицей  $H(z)$ ) и в банке синтеза (задаваемых полифазной матрицей  $F(z)$ ), таких, что  $F(z)H(z) = z^Q \cdot I$ . Ортогональные полифазные матрицы являются параунитарными:  $\tilde{H}^T(z^{-1})H(z) = I$ . Поэтому  $F(z) = H^{-1}(z) = \tilde{H}^T(z^{-1})$ , т.е. для синтеза ортогональных БФ нужно построить меньшее число фильтров, чем для биортогональных.

Критерий синтеза ММ цифровых фильтров для многоскоростных систем зависит от конкретного приложения, в котором они будут использоваться. Для систем сжатия ММ сигналов таким критерием может быть ошибка восстановления сигнала после его сжатия (для заданной степени сжатия), при этом важной является вычислительная сложность построенной системы. Мерой ошибки может быть средне-квадратическое отклонение (в  $\ell_2$ ), или другие объективные меры (в  $\ell_1$  или  $\ell_\infty$ ; пиковое отношение сигнал/шум, учитывающее свойства визуальной системы; универсальный индекс качества и др.). Список основных ограничений, которым должны удовлетворять синтезируемые ММ цифровые фильтры, включает: а) точное восстановление сигнала (в случае отсутствия потерь при кодировании подполосовых сигналов); б) линейность ММ фазы; в) заданная ММ полоса пропускания/задерживания фильтра; г) заданная гладкость фильтра; д) свойство ортогональности или биортогональности; е) фильтр имеет действительную ММ конечную импульсную характеристику (фильтры с БИХ не рассматриваются) [1, 13]. Фильтр может быть неразделимым.

Известна связь условий Стренга-Фикса и аппроксимационных свойств вейвлет функций с компактным носителем. Порядок приближения функций в  $L_2$  задается числом нулевых моментов в пространственной области

или нулевых производных в частотной области. Тем самым, задавая более высокую степень гладкости фильтров многоскоростной системы (и, соответственно, больший размер их носителя и их более высокую вычислительную сложность), можно добиться лучшей аппроксимации заданного сигнала.

В работе исследовано несколько способов аналитического синтеза ММ банков фильтров. Первый метод синтеза ММ неразделимых фильтров схож с преобразованием МакКлеллана, прямое применение которого позволяет строить фильтры только с нечетным носителем (нечетными размерами ММ импульсной характеристики). Для получения четного носителя предложен новый способ, в основе которого лежит синтез пары вспомогательных фильтров, являющихся симметричными, с четным носителем, удовлетворяющих свойству точного восстановления сигнала (ТВС).

Синтез БФ с четным носителем позволяет строить комплексные вейвлеты и цифровые системы с дробным ММ сдвигом. Аналитический способ их синтеза дает большое количество вариантов в самом общем параметрическом виде. В дальнейшем проводится вычисление параметров с целью удовлетворения требования заданной гладкости.

Второй метод синтеза ММ биортогональных БФ основан на применении средств компьютерной алгебры. Одним из таких средств являются базисы Грёбнера. Они нашли широкое применение в диссертации, применялись при синтезе матриц децимации во **второй** главе, а также при определении свободных параметров при синтезе биортогональных и ортогональных БФ. Если во **второй** главе они выступают в качестве вспомогательного средства решения основной задачи разработки матриц децимации, то наряду с теорией модулей, теорией ММ полиномиальных матриц и др., в данном случае они непосредственно используются в процедуре синтеза.

Разработанный метод синтеза ММ многоскоростных систем основан на достройке унимодулярной матрицы до полной по известной ее части [8]. Полиномиальный вектор столбец  $\mathbf{v}$  называется унимодулярным, если его компоненты порождают коммутативное кольцо  $R$ , т.е. если существуют полиномы  $g_1, g_2, \dots, g_n \in R$  такие, что  $v_1 g_1 + v_2 g_2 + \dots + v_n g_n = 1$ , где  $(v_1, v_2, \dots, v_n)^T \in R^n$  для некоторого  $n \in \mathbb{N}$ . Матрица  $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{pq}(R)$  называется унимодулярной матрицей, если ее максимальные миноры порождают единичный идеал в  $R$ . Если известная часть полифазной матрицы  $\mathbf{A}$  является унимодулярной размером  $p \times q$ ,  $p \geq q$ , с полиномиальными элементами из  $k[x] := k[x_1, \dots, x_v]$ , то в соответствии с теоремой Суслина-Куиллина она может быть достроена до квадратной унимодулярной матрицы  $\tilde{\mathbf{A}} \in GL_p(k[x])$  путем добавления  $p - q$  столбцов к матрице  $\mathbf{A}$ .

Получено два способа достройки ММ полифазной матрицы до полной по известной ее унимодулярной части  $H_0(\mathbf{z})$  так, чтобы полученная многомерная многоскоростная система удовлетворяла требованиям ТВС и линейности фазы. Для реализации метода достройки матрицы необходимо располагать

частью достраиваемой полифазной матрицы. Предложены методы построения требуемой строки  $H_{0,0}(\mathbf{z}), \dots, H_{0,m-1}(\mathbf{z})$  унимодулярных матриц.

Рассмотрены два алгоритма достройки полифазной матрицы до полной. В первом из них получены фильтры, имеющие линейную фазу. Во втором вычисления проводятся над кольцом полиномов Лорана. Однако основное вычислительное средство - базисы Грёбнера - работает только с обыкновенными полиномами. Поэтому предложено отображение, преобразующее полиномы Лорана в обыкновенные при сохранении их унимодулярности.

Общее решение задачи достройки состоит из двух частей - нахождения частного решения, а затем полной параметризации с помощью сизигий. Сизигией полиномов  $(g_1, \dots, g_s)$  будет вектор  $(a_1, \dots, a_s)$ :  $a_1g_1 + \dots + a_sg_s = 0$ . Построенное с помощью базисов Грёбнера решение является частным. Пусть  $F_{0,0}^{\text{част}}(\mathbf{z}), \dots, F_{0,m-1}^{\text{част}}(\mathbf{z})$  это его полифазные составляющие. Тогда общим решением для НЧ фильтра банка синтеза со свойством ТВС будет

$$F_0(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{k} \in FPD(\mathbf{M})} \mathbf{z}^{\mathbf{k}} F_{0,\mathbf{k}}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}}) = \sum_{\mathbf{k} \in FPD(\mathbf{M})} \mathbf{z}^{\mathbf{k}} \left[ F_{0,\mathbf{k}}^{\text{част}}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}}) + \sum_{q=1}^l \tau_q(\mathbf{z}^{\mathbf{M}}) s_{q,\mathbf{k}}(\mathbf{z}^{\mathbf{M}}) \right],$$

где  $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_l$  - базис сизигий для известных полифазных составляющих  $H_{0,0}(\mathbf{z}), \dots, H_{0,m-1}(\mathbf{z})$ ,  $r_1(\mathbf{z}), \dots, r_l(\mathbf{z})$  - произвольные лорановские полиномы (неизвестные параметры).

Аналитически синтезированное общее решение  $F_0(\mathbf{z})$  удовлетворяет свойству ТВС в силу способа его построения. Для получения конкретного численного решения, предложено ограничить размер неизвестных лорановских полиномов  $r_1(\mathbf{z}), \dots, r_l(\mathbf{z})$ . Данные полиномы вычисляются после удовлетворения дополнительных свойств, таких, как линейность фазы и заданная гладкость. Если не все параметры будут определены, то возможна дополнительная оптимизация частотных характеристик по заданному критерию качества.

Третий метод основан на применении полиномов Бернштейна для синтеза двухканальных биортогональных БФ для числа измерений  $k = 2, 3, 4$  [3, 4, 7]. Оператор Бернштейна, действующий на функцию  $g(x, y)$  в  $[0, 1]^2$  определен для двумерного случая как  $B_N g(x, y) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N g(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}) b_{i,j}^N(x, y)$ , где  $b_{i,j}^N(x, y) = \binom{N}{i} \binom{N}{j} x^i (1-x)^{N-i} y^j (1-y)^{N-j}$ ,  $\binom{N}{i} = \frac{N!}{i!(N-i)!}$ .

Пусть  $H_0$  - полуполосовой КИХ-фильтр:  $H_0(\mathbf{z}) + H_0(-\mathbf{z}) = 1$ . Для «шахматной» матрицы децимации  $\mathbf{V}_Q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  носитель  $H_0$  имеет форму ромба (для двух измерений). Известна процедура построения таких ММ фильтров с заданной степенью гладкости  $N$  по краям полосы задерживания. В полифазной форме  $H_0(\mathbf{z})$  равен  $H_0^{(N)}(\mathbf{z}) = 0.5 + z_1 H_{01}^{(N)}(\mathbf{z}^{\mathbf{V}_Q})$ . Остальные фильтры в банках анализа и синтеза достраиваются в соответствии с

$H_1(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}^{-L} + 2H_{01}^{(M)}(\mathbf{z}^{\vee q}) \cdot H_0^{(N)}(\mathbf{z})$ ,  $F_0(\mathbf{z}) = H_1(-\mathbf{z})$ ,  $F_1(\mathbf{z}) = -H_0(-\mathbf{z})$ . Полученный низкочастотный фильтр  $H_0(\mathbf{z})$  имеет степень гладкости  $N$  на нулевой частоте и по краям полосы задерживания, а высокочастотный фильтр имеет в нуле гладкость  $N + M$  (см. рис. 2).

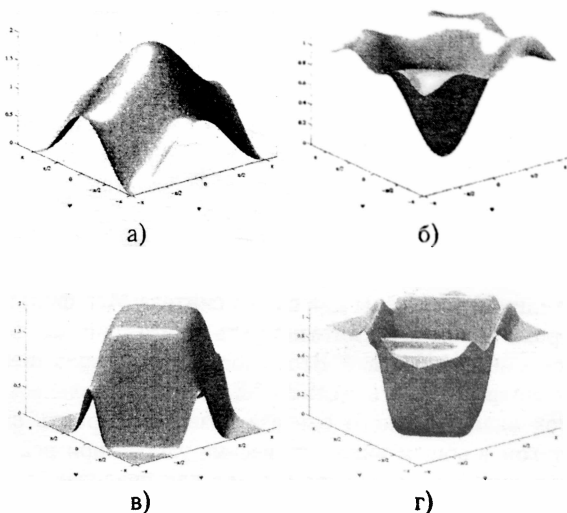


Рис. 2. АЧХ фильтров банка анализа: а)  $H_0(\omega_1, \omega_2)$ ,  $N=M=1$ ; б)  $H_1(\omega_1, \omega_2)$ ,  $N=M=1$ ; в)  $H_0(\omega_1, \omega_2)$ ,  $N=M=8$ ; г)  $H_1(\omega_1, \omega_2)$ ,  $N=M=8$

В диссертации обоснован выбор  $g(\frac{i_1}{N}, \dots, \frac{i_k}{N})$  для произвольного числа измерений [3, 4, 7, 10]. Показано, что  $H_0(z_1, z_2, \dots, z_k)$  является полуполосовым, имеет гладкость  $\leq N$  и аппроксимирует неразделимую низкочастотную полосу (для случая, когда число каналов  $m = 2$ ), если

$$g\left(\frac{i_1}{N}, \dots, \frac{i_k}{N}\right) = \begin{cases} 1, & \text{если } i_1 = \dots = i_k = 0 \\ \theta_{i_1 + \dots + i_k}, & \text{если } 0 < i_1 + \dots + i_k < \frac{k \cdot N}{2} \\ \frac{1}{2}, & \text{если } i_1 + \dots + i_k = \frac{k \cdot N}{2} \text{ (если } k \cdot N \text{ четное)} \\ 1 - \theta_{kN - (i_1 + \dots + i_k)}, & \text{если } \frac{k \cdot N}{2} < i_1 + \dots + i_k < k \cdot N \\ 0, & \text{если } i_1 = \dots = i_k = N \end{cases}$$

Предложена процедура оптимизации частотной характеристики НЧФ банка анализа по критерию минимума ее СКО в полосе задерживания [10]. Разработана структура «неразделимый-через-разделимый», позволяющая реализовать некоторые неразделимые схемы с помощью разделимых.

Построенные с помощью полиномов Бернштейна ММ БФ имеют “хорошие” коэффициенты – это степени двойки или суммы степеней двойки. Поэтому операции умножения можно заменить на суммирование и на операции двоичного сдвига.

Четвертый метод синтеза основан на применении лифтинг-схемы [4]. Предложенная Ковачевич и Свелденсом лифтинг-схема является достаточно эффективным средством при синтезе многоскоростных систем и вейвлетов. Она позволяет создавать вейвлеты во временной (и/или пространственной) области, не используя преобразование Фурье. Кроме того, лифтинг схема позволяет конструировать биортогональные вейвлеты и имеет ряд преимуществ перед классической схемой вейвлет-преобразования. Для реализации данной схемы необходимо синтезировать ММ фильтры с дробным пространственным сдвигом, удовлетворяющие условию  $H \pi(Z^k) = \pi(Z^k + M^{-1}k_1)$ , где  $k_1$  это ненулевой класс смежности матрицы  $M$ , а  $\pi(Z^k)$  это значения многочлена  $\pi(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^k$ , на решетке  $Z^k$ .

В диссертации предложены две схемы синтеза ММ фильтров с дробным сдвигом. Первая позволяет синтезировать симметричные фильтры, имеющие фиксированный ММ сдвиг. Вторая основана на применении ММ рядов Тейлора и позволяет строить ММ фильтры с произвольным ММ сдвигом. Данный метод аналитического синтеза позволил строить фильтры с ММ дробным сдвигом в общем виде, что весьма удобно при реализации систем ММ интерполяции сигналов, в том числе для реализации вращений ММ сигналов, их совмещения, и т.д.

Пятый метод позволяет синтезировать два типа ортогональных неразделимых БФ. Известно, что ортогональный базис обладает свойством сохранения энергии при переходе из пространственной области в область преобразования. Ортогональность желательна при обработке изображений с использованием фильтров с линейной фазой. Однако эти два свойства не могут быть одновременно удовлетворены в двухканальных разделимых фильтрах, за исключением фильтра Хаара. Большинство БФ, которые использовались до сих пор, были либо разделимыми и ортогональными, либо разделимыми и с линейной фазой. Синтез неразделимых банков фильтров позволяет создать фильтры, которые удовлетворяют одновременно обоим требованиям.

С этой целью в работе предложено применить преобразование Кэли [9]. Полифазные полиномиальные матрицы ММ ортогональных БФ являются параунитарными:  $H(z)H^T(z^{-1}) = I$ . Известно, что такие матрицы могут быть представлены с помощью обратного преобразования Кэли в виде  $H(z) = (I + S(z))^{-1}(I - S(z))$ , где полиномиальная матрица  $S(z)$  связана с  $H(z)$  с помощью прямого преобразования Кэли:  $S(z) = (I + H(z))^{-1}(I - H(z))$ . Матрица  $S(z)$  является эрмитовой косо-симметрической матрицей с действительными коэффициентами:  $S(z^{-1}) = -S^T(z)$ . Таким образом применение преобразования Кэли позволяет перейти от решения нелинейных урав-

нений (для неизвестных коэффициентов параунитарной матрицы  $\mathbf{H}(\mathbf{z})$ ), к линейным уравнениям для построения  $\mathbf{S}(\mathbf{z})$ .

При выполнении обратного преобразования Кэли в общем случае  $\mathbf{H}(\mathbf{z})$  может стать БИХ полиномиальной матрицей. В диссертации найдены условия, обеспечивающие получение в конечном итоге ортогональной КИХ полиномиальной матрицы  $\mathbf{H}(\mathbf{z})$ . Получено решение для выбранного размера носителя фильтра, на рис. 3 показаны примеры АЧХ фильтров.

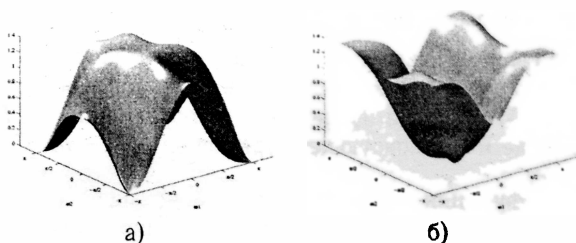


Рис. 3. Ортогональная двухканальная система: а) АЧХ  $H_0(\omega_1, \omega_2)$ ; б) АЧХ  $H_1(\omega_1, \omega_2)$

Второй способ позволяет синтезировать четырехканальные неразделимые БФ [4]. Известна запись такой полифазной матрицы в виде каскадного соединения ортогональных матриц размера  $4 \times 4$ :  $\mathbf{H}(\mathbf{z}) = \mathbf{R}_1 \mathbf{W} \prod_{i=2}^K \mathbf{D}(\mathbf{z}) \mathbf{P} \mathbf{W} \mathbf{R}_i \mathbf{W} \mathbf{P}$ . Матрицы  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{D}$  фиксированны, а  $\mathbf{R}_i$  является матрицей вращения с неизвестными углами  $\alpha_i$  и  $\beta_i$ ,  $i = 1, \dots, K$ .

Выбранная структура фильтра позволяет удовлетворить почти все требования (точное восстановление сигнала, линейность фазы, конечный носитель). В работе удовлетворено требование заданной гладкости путем определения неизвестных углов вращения. Для нахождения неизвестных углов после нескольких замен переменных получены системы уравнений для заданного числа  $K \geq 2$  каскадно соединенных ячеек и для заданной гладкости  $N$ . Решение получено с помощью базисов Грёбнера.

В Приложении приводятся примеры построения частотных и импульсных характеристик синтезированных биортогональных и ортогональных фильтров, а также соответствующие шкалирующие и вейвлет функции.

В диссертации разработаны методы факторизации ММ полифазных матриц [10]. Необходимость такой процедуры связана с тем, что можно добиться существенного сокращения числа операций, полученные сомножители могут иметь "хорошие" коэффициенты (целые числа, степени двойки, и др.) и при этом возможно построение схем лифтинга. Выполнена факторизация

полифазных матриц, построенных с помощью полиномов Бернштейна для случая двух и трех измерений, а также для схемы “неразделимый-через-разделимый”. Оценен выигрыш в числе операций. Для двумерного случая выигрыш в числе операций равен 4-5 (для небольших значений гладкости) и возрастет по мере увеличения гладкости. Для трехмерного случая выигрыш равен 5-10, для схемы “неразделимый-через-разделимый” – 5 раз и более. Полученные в результате факторизации сомножители имеют в качестве коэффициентов степени двойки, что позволяет заменить операции умножения двоичными сдвигами.

**Четвертая глава** посвящена исследованию схем кратномасштабного анализа, построенных для синтезированных в **третьей** главе ММ БФ.

Рассмотрено ММ дискретное вейвлет-преобразование [3, 7]. В его основе лежит решение масштабирующего уравнения  $\phi(\mathbf{x}) = m \sum_{\mathbf{q} \in \mathbb{Z}^k} H_0(\mathbf{q}) \phi(\mathbf{M}\mathbf{x} - \mathbf{q})$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^k$ , где функция  $\phi$  является масштабирующей (шкалирующей).

В биортогональном случае будут две разные шкалирующие функции, включая  $\tilde{\phi}$ , которая удовлетворяет уравнению  $\tilde{\phi}(\mathbf{x}) = m \sum_{\mathbf{q} \in \mathbb{Z}^k} F_0(\mathbf{q}) \phi(\mathbf{M}\mathbf{x} - \mathbf{q})$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^k$ .

В частотной области можно восстановить масштабирующие функции  $\hat{\phi}(\omega) = \hat{\phi}(0) \prod_{j=1}^{\infty} H_0(\mathbf{M}^{*-j}\omega)$ ,  $\hat{\tilde{\phi}}(\omega) = \hat{\tilde{\phi}}(0) \prod_{j=1}^{\infty} F_0(\mathbf{M}^{*-j}\omega)$ . Для того, чтобы бесконечные произведения сходились, нужно, чтобы  $H_0(0) = F_0(0) = 1$ .

Для разработанных в **третьей** главе КИХ фильтров,  $H_0(\omega)$  и  $F_0(\omega)$  являются тригонометрическими полиномами, поэтому бесконечные произведения сходятся равномерно на компактах [3, 7]. Биортогональность целых сдвигов  $\phi$ ,  $\tilde{\phi}$  означает, что скалярное произведение  $\langle \phi(\cdot - \mathbf{k}), \tilde{\phi} \rangle_{L^2(\mathbb{R}^k)} = \int_{\mathbb{R}^k} \phi(\mathbf{t} - \mathbf{k}) \overline{\tilde{\phi}(\mathbf{t})} d\mathbf{t} = \delta_{\mathbf{k},0}$ . Показано, что в случае применения допустимых мат-

риц, разработанных во **второй** главе, целые ММ сдвиги  $\phi$ ,  $\tilde{\phi}$  образуют базисы Рисса в пространствах, которые они порождают. Доказано, что из биортогональности целых сдвигов  $\phi$ ,  $\tilde{\phi}$  следует биортогональности целых сдвигов вейвлетов  $\psi$ ,  $\tilde{\psi}$ . Разработаны алгоритмические средства для вычисления ММ неразделимых вейвлетов [7]. На рис. 4 показаны примеры построенных вейвлет функций для банков фильтров различной гладкости, полученных с помощью полиномов Бернштейна.

В **пятой** главе разработана система кодирования ММ сигналов. Исследованы особенности алгоритмической и программной реализации основных частей многомерной многоскоростной системы. Это включает в себя реализацию операций неразделимой фильтрации (включая продолжение многомерного сигнала) и децимации/интерполяции. Рассмотрены случаи двух и трех измерений. Отмечена специфика реализации неразделимых операторов. В диссертации предложены оптимизированные (по критерию PSNR)

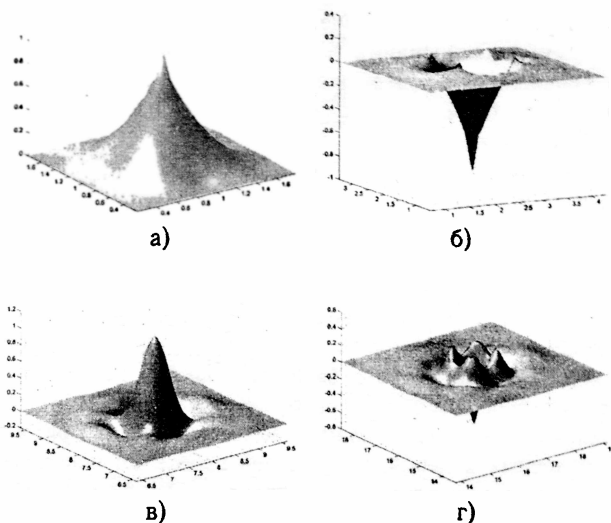


Рис. 4. Неразделимые функции: а) шкалирующая функция  $\phi(x_1, x_2)$ ,  $N=1$ ; б) вейвлет функция  $\psi(x_1, x_2)$ ,  $N=1$ ; в) шкалирующая функция  $\phi(x_1, x_2)$ ,  $N=8$ ; г) вейвлет функция  $\psi(x_1, x_2)$ ,  $N=8$

схемы преобразования цветных изображений (распределение бюджета бит между цветовыми каналами) для форматов YIQ (стандарт NTSC) и YUV (стандарт PAL) и оптимизированные (по PSNR и по быстродействию) схемы иерархического и блочного кодирования ММ сигналов [3, 4, 14, 15, 17]. Впервые разработана схема иерархического кодирования для преобразования ММ сигналов с целью сжатия, основанная на неразделимом вейвлет-преобразовании для разработанных в работе БФ.

Обоснован выбор оптимальных цветовых моделей для представления цветного изображения с целью его кодирования иерархическим алгоритмом. Преимуществом моделей YIQ и YUV признана информационная неравномерность по каналам данных систем. Для выбора оптимального статического формата распределения бюджета бит между различными цветовыми каналами было проведено тестирование. Оно состояло из тестов – объективных (на основе PSNR, универсального индекса качества и нового объективного критерия качества сжатых изображений, адаптированного под систему визуального восприятия человека [18]) и субъективных (в соответствии со стандартом ITU-R BT.500-11). В результате были найдены оптимальные коэффициенты статического формата для форматов YIQ и YUV.

Применение полученных статических форматов для моделей YIQ и YUV при иерархическом кодировании изображений дает выигрыш в PSNR до 2-2.5дБ по сравнению с известными моделями, что весьма существенно. Вычисление такого формата позволило строить эффективные схемы предобработки цветных изображений с целью применения иерархических алгоритмов кодирования.

Исследованы методы кодирования ММ сигналов. Рассмотрены особенности методов сжатия с потерями и без потерь на примере кодирования двумерных изображений [4, 15, 17]. Наряду со стандартными кодерами существуют не стандартизованные, но зачастую не менее эффективные алгоритмы. Рассмотрены два метода кодирования изображений. Первый из них является методом кодирования на основе пространственно упорядоченных иерархических деревьев. На его базе развиваются новые алгоритмы, и в оценках эффективности любого нового вейвлет-кодера обязательно можно найти сравнительные тесты с данным методом. Его алгоритм относится к классу межполосных кодеров, т.е. в своей работе он использует избыточность, связанную с корреляцией между уровнями вейвлет-декомпозиции. Алгоритм работает с битовыми плоскостями. Бюджет бит может быть изменен (уменьшен) после фактического кодирования простым укорачиванием битового потока. Получение большего количества бит приводит к тому, что восстановленное изображение имеет меньшее искажение, поэтому данный битовый поток является саморегулирующимся с последовательным улучшением качества.

В работе предложена оптимизация алгоритма кодирования – введена матрица значимости; операции логарифмирования и возведения в степень заменены логическими операциями; большинство операций умножения заменено сдвигами; исключена работа с вещественными числами; алгоритм реализован на языке С без использования библиотечных функций. Это позволило значительно сократить время работы кодера и сделало возможным его применение в системах, критичных к скорости кодирования, например, при обработке видеосигнала в реальном времени [4, 17].

Впервые разработан алгоритм иерархического кодирования для вейвлет-разложений, полученных с применением неразделимых фильтров [2]. Для таких фильтров уровни вейвлет-декомпозиции обычно имеют ромбическую форму (см. рис. 5а)). Это свойство затрудняет практическое применение данного класса фильтров. Такие структуры сложнее хранить в памяти, визуализировать, существенно затруднен их анализ и кодирование, так как отсутствует подобие между различными полосами на различных уровнях декомпозиции. Впервые разработан метод предсказания импульсных характеристик неразделимых банков фильтров, позволяющий корректно осуществлять фильтрацию и децимацию/интерполяцию сигналов, а также получить подобие полос вейвлет-коэффициентов для различных уровней де-

композиции (см. рис. 5б)). Впервые реализована трехканальная неразделимая многомерная многоскоростная система [2].

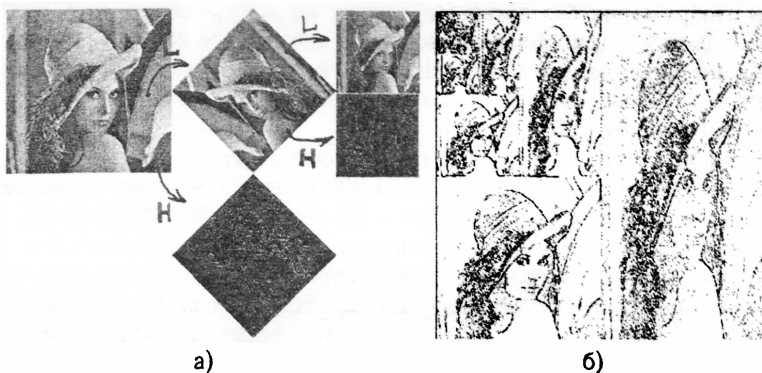


Рис. 5. Сравнение многоуровневого разложения с помощью неразделимых фильтров: а) прямая реализация; б) реализация с предискажением (показана инверсия сигнала)

На полученном с помощью неразделимых фильтров разложении иерархический алгоритм строит свою работу аналогично разделимому варианту, используя подобие высокочастотных подполос. Такой подход позволил не только применять данный алгоритм кодирования, но и дал целый ряд преимуществ: сделал более доступным ненулевое расширение сигнала при фильтрации (например, периодическое, реализация которого на ромбических структурах технически сложная задача); существенно снизил объем требуемой памяти; упростил визуализацию и обработку вейвлет-разложения.

Второй метод кодирования изображений основан на частичной сортировке вейвлет-коэффициентов [15]. Данный метод относится к категории методов блочного кодирования. В отличие от известных алгоритмов, в разработанном алгоритме используется декомпозиция с помощью квадродеревьев в пространстве вейвлет—образа. Для определения значимости вейвлет—коэффициентов по отношению к множеству монотонно убывающих пороговых значений используется последовательное приближение с помощью шагов квантования. Кодирование координат значимых коэффициентов в матрице значимости фактически заключается в кодировании дерева матриц. Данный алгоритм кодирования коэффициентов показывает хорошие результаты, поскольку он способен изолировать важные ненулевые детали изображения, быстро исключая большие незначимые области [15].

Алгоритм обладает набором важных свойств: он позволяет сжимать ши-

рокий спектр изображений, гибко варьируя степень сжатия в зависимости от требуемого качества результата (для сжатия с потерями), а также сжимать изображения без потерь (в случае, когда передается весь выходной поток кодера). Кодер обладает свойством вложенного кодирования, которое позволяет максимально быстро передать копию изображения с низким качеством, но с сохранением основных черт, и затем итеративно передавать остальные детали [15].

Данный алгоритм иногда немного проигрывает по степени сжатия новейшим стандартам, таким как JPEG-2000. Однако важным качеством является его скорость (он примерно в 2.5 раза быстрее JPEG-2000), хорошая адаптированность под архитектуры современных процессоров (в том числе тех, которые используются в различных встраиваемых системах) за счет минимизации случайного доступа к областям памяти. В системах с кэш-памятью (то есть практически во всех современных) это может давать большой выигрыш в производительности.

Работа кодера существенно зависит от используемого БФ (см. рис. 6).

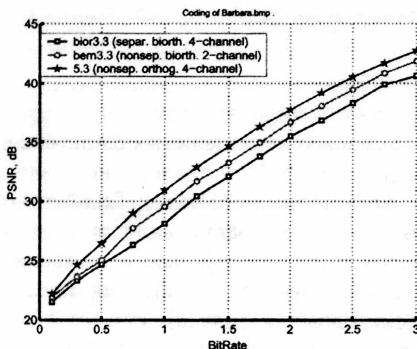


Рис. 6. Сравнение качества иерархического кодирования изображения Barbera.bmp фильтрами с одинаковой гладкостью

Синтезированные в работе неразделимые фильтры в основном дают лучшие результаты сжатия, чем разделимые. Тесты говорят о большей приспособленности иерархического алгоритма к изображениям с малым числом контуров и резких переходов, которые хорошо аппроксимируются вейвлетами. Результаты кодирования изображений с помощью разработанного алгоритма (используя разделимые фильтры и аналитически синтезированный ортогональный фильтр) лучше результатов применения JPEG-2000 на 1-1.5 дБ в зависимости от битрейта (см. рис. 7).

Реализована система сжатия и визуализации трёхмерных сигналов. Си-

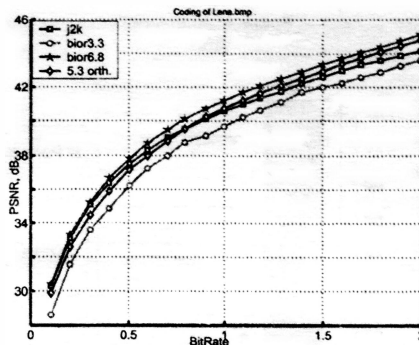


Рис. 7. Сравнение качества кодирования изображения Lena.bmp кодером JPEG2000 и оптимизированным иерархическим алгоритмом

система обладает графическим контекстом, который написан на Java<sup>TM</sup> с использованием спецификации OpenGL и интерфейсом пользователя, из которого можно осуществлять операции над сечениями отображаемых трёхмерных данных в графическом контексте, сохранять отдельные разрезы в файл, выполнять трёхмерное вейвлет-преобразование и сжимать изображение.

Разработаны программы i\_compr и sptv, написанные под MS Windows®, которые позволяют проводить сжатие и восстановление изображений с помощью метода иерархического кодирования. Они представляют собой конвертеры из формата .bmp в .spt и обратно с возможностью настройки параметров сжатия, а также объективной (по PSNR) и субъективной оценки качества сжатой картинки. Программы показывают достоверность разработанных методик преобразования ММ сигналов, показывают применимость ММ многоскоростных систем с практической точки зрения.

Было разработано три поколения программного обеспечения.

1. Портируемая версия с большими техническими возможностями (медленная версия), написанная на С, перенесенная на сигнальный процессор.

2. x86-оптимизированная версия под Пентиум-IV (быстрая версия), написанная на С++ с применением шаблонов и возможностей оптимизирующего компилятора Intel C++. Разработана с учетом архитектуры Intel P-IV NetBurst.

3. Версия, основанная на GPU (графическом процессоре), очень быстрая [11]. Использует растущие возможности графических процессоров и параллельную архитектуру, при этом освобождается центральный процессор для решения иных задач. Для ее реализации требуется видеокарта с SM3.0.

На рис. 8 показаны времена выполнения вейвлет-разложения изображения 512x512 на P-IV с 2.4 ГГц, 768 МБ, DDR 433 МГц ОЗУ. Версия с GPU

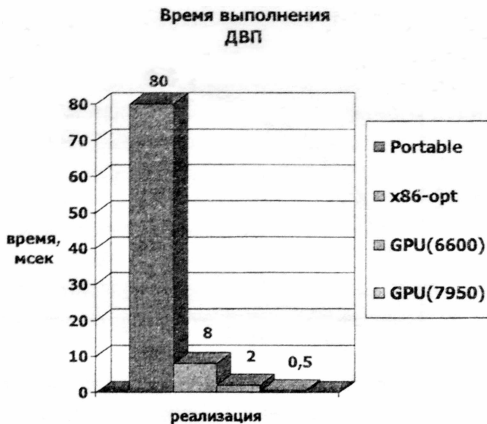


Рис. 8. Сравнение времени выполнения дискретного вейвлет-преобразования для трех поколений программной реализации

использует GeForce 6600GT, 350/800 МГц, 128 МБ ОЗУ, а также GeForce 7950 GX2, с теми же параметрами.

Проведена программная апробация разработанных частей многомерной многоскоростной системы. На основе разработанных программ получены ее характеристики, приведенные в Приложении.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена крупная научная проблема создания теории и развития методов цифровой обработки многомерных сигналов и реализации неразделимых операторов многомерных многоскоростных систем для эффективного сжатия многомерных сигналов, а также для решения принципиально новых задач визуализации многомерных сигналов, имеющая важное теоретическое и прикладное значение. К числу наиболее важных относятся следующие результаты.

1. Получены условия реализуемости требований точного восстановления сигнала и линейной фазы для многомерных банков фильтров.

2. Предложены критерии, которым должны удовлетворять матрицы децимации, применяемые в устройствах децимации/интерполяции. Показано, что решение задачи построения матрицы децимации, удовлетворяющей данным требованиям, эквивалентно решению задачи на собственные значения матрицы децимации. Дана полная параметризация матриц децимации для неразделимых многоскоростных систем (случаи двух и трех измерений), рассмотрены особенности четырехмерного случая.

3. Сформулированы ограничения, которым должны удовлетворять синтезируемые многомерные банки фильтров, проведена классификация методов их синтеза. Впервые предложена методология аналитического синтеза всех основных классов используемых на практике многомерных банков фильтров, что позволяет строить банки фильтров в пространственной области, аналитически оценивать влияние параметров фильтров на их свойства.

4. Разработан метод синтеза многомерных БФ с помощью оригинального метода преобразования, впервые предложен подход к синтезу многомерных банков фильтров с четным носителем.

5. Решена задача синтеза биортогональных банков фильтров с произвольным числом каналов, удовлетворяющих заданным ограничениям, по одному (или нескольким) известным фильтрам банка анализа. Установлено, что эта задача эквивалентна задаче достройки многомерной полиномиальной матрицы до полной по заданной ее части. Получены частное и общее решения задачи достройки матрицы до полной (по заданной ее части), предложена процедура оптимизации полученного общего решения по заданному критерию за счет выбора свободных параметров.

6. Впервые получено полное решение задачи синтеза двухканальных биортогональных банков фильтров с помощью полиномов Бернштейна. Данные банки фильтров имеют квадратный нечетный носитель, линейную фазу и заданную степень гладкости. Впервые показано, что построение двухканальных биортогональных банков фильтров эквивалентно построению разделяющей плоскости в многомерном кубе. Доказана теорема о разделяющей плоскости, позволяющая синтезировать такие банки фильтров произвольной размерности. Разработаны биортогональные банки фильтров, оптимизированные с точки зрения их частотных характеристик.

7. Применена схема лифтинга для синтеза многомерных банков фильтров. Для ее реализации впервые синтезированы многомерные фильтры с дробным сдвигом с помощью многомерных рядов Тейлора (произвольный сдвиг), а также синтезированы симметричные фильтры (с фиксированным многомерным дробным сдвигом).

8. Впервые предложено использовать преобразование Кэли для синтеза ортогональных банков фильтров. Реализован метод синтеза ортогональных многомерных КИХ фильтров. Синтезированы четырехканальные многомерные ортогональные банки фильтров, имеющие квадратный четный носитель. Проведена многокритериальная оптимизация данных банков фильтров.

9. Впервые осуществлена факторизация полифазных матриц и получены средства для эффективной реализации многомерных многоскоростных систем, что дает выигрыш в 3-5 раз в числе операций, позволяет заменять операции умножения двоичными сдвигами.

10. Построены новые классы многомерных биортогональных и ортогональных вейвлет-функций на основе синтезированных банков фильтров, по-

строен кратномасштабный анализ. Показано, что целые многомерные сдвиги шкалирующих функций  $\phi(\mathbf{x})$ ,  $\phi(\mathbf{x})$  образуют базисы Рисса в пространствах, которые они порождают. Разработаны средства для итеративного вычисления многомерных неразделимых вейвлетов, что дает возможность их визуализировать и оценивать их свойства.

11. Определен оптимальный статический формат для представления цветных многомерных сигналов с целью их оптимального кодирования алгоритмами иерархического типа, который обеспечил выигрыш в PSNR порядка 1-2 дБ (для цветowych систем YUV и YIQ). По результатам объективного и субъективного тестирования определены соответствующие форматы для двумерных изображений.

12. Разработаны схемы иерархического и блочного кодирования для преобразования многомерных сигналов с целью сжатия, основанные на неразделимом вейвлет-преобразовании для разработанных биортогональных и ортогональных банков фильтров, что обеспечило применимость разработанных банков фильтров и дало выигрыш по сравнению с известными алгоритмами кодирования (включая JPEG-2000) примерно 1-3 дБ. Предложена оптимизация алгоритма иерархического кодирования многомерных сигналов, которая позволила значительно сократить время работы кодера и сделала возможным его применение в системах, критичных к скорости кодирования. Данные алгоритмы могут свободно распространяться и обладают в 2-3 раза меньшей вычислительной сложностью, чем JPEG-2000.

13. Впервые разработан метод предсказания импульсных характеристик неразделимых банков фильтров, позволяющий корректно осуществлять фильтрацию и децимацию/интерполяцию сигналов, а также получать подобие полос вейвлет коэффициентов для различных уровней декомпозиции, необходимое для реализации иерархического кодирования. Впервые реализована трехканальная неразделимая многомерная многоскоростная система.

14. Реализован блочный алгоритм кодирования многомерных сигналов, основанный на декомпозиции с помощью квадродеревьев в области вейвлет коэффициентов, адаптированный под архитектуры современных процессоров (в том числе для различных встраиваемых систем). Реализована система сжатия и визуализации трёхмерных сигналов.

15. Все разработанные элементы многомерных многоскоростных систем реализованы программно.

Основное содержание диссертации опубликовано автором в следующих работах:

1. Чобану М. К. Аналитический синтез многомерных многоскоростных систем // Успехи современной радиоэлектроники. — 2007. — №4. — С. 61–80.
2. Чобану М. К., Караказьян С. А. Трехканальные многоскоростные системы // Вестник Санкт-Петербургского университета, Серия 10 – При-

- кладная математика, информатика, процессы управления. — 2007. — №1. — С. 66–75.
3. Чобану М. К., Максименко И. Е. Синтез двухканальных многомерных вейвлетов и их применение для сжатия изображений // Вестник МЭИ. — 2006. — №2. — С. 88–96.
  4. Чобану М. К., Батлук А. В. Исследование применения банков фильтров для сжатия изображений // Цифровая обработка сигналов. — 2005. — №4. — С. 29–40.
  5. Чобану М. К. Состояние и перспективы развития методов цифровой обработки многомерных сигналов. Часть 2. Приложения // Электричество. — 2003. — №1. — С. 58–73.
  6. Чобану М. К. Многомерные многоскоростные системы и многомерные вейвлет функции. Часть I. Теория // Вестник МЭИ. — 2003. — №2. — С. 75–82.
  7. Чобану М. К. Многомерные многоскоростные системы и многомерные вейвлет функции. Часть II. Синтез // Вестник МЭИ. — 2003. — №3. — С. 69–78.
  8. Чобану М. К. Синтез многомерных банков фильтров с помощью методов компьютерной алгебры // Известия вузов. Электроника. — 2007. — №2. — С. 50–59.
  9. Чобану М. К. Синтез ортогональных многомерных банков фильтров с помощью преобразования Кэли // Электричество. — 2007. — №4. — С. 57–60.
  10. Чобану М. К. Синтез оптимизированных многомерных банков фильтров // Научный Вестник МГТУ ГА. Серия Радиофизика и радиотехника. — 2007. — №117. — С. 85–91.
  11. Чобану М. К., Волков М. В. Цифровая обработка многомерных сигналов: предпосылки прорыва // Электроника: НТБ. — 2007. — №3. — С. 48–53.
  12. Чобану М. К. Системы многоскоростной обработки многомерных сигналов. Часть I // Проблемы управления. — 2007. — №2. — С. 40–45.
  13. Чобану М. К. Системы многоскоростной обработки многомерных сигналов. Часть II. Методы полиномиального синтеза // Проблемы управления. — 2007. — №3. — С. 58–62.
  14. Плахов А. Г., Чобану М. К. Устройство кодирования и передачи видеоданных по радиоканалам с низкой пропускной способностью // Электроsvязь. — 2007. — №3. — С. 50–52.
  15. Чобану М. К., Авдеев О. В. Сжатие изображений с помощью частичной сортировки вейвлет-коэффициентов // Цифровая обработка сигналов. — 2006. — №2. — С. 15–20.

16. Чобану М. К., Миронов В. Г. Состояние и перспективы развития методов цифровой обработки многомерных сигналов. Часть 1. Теория // Электричество. — 2002. — №11. — С. 58–69.
17. Чобану М. К., Черников А. В. Современный метод сжатия изображений на базе вейвлет-преобразования и иерархического алгоритма кодирования // Цифровая обработка сигналов. — 2005. — №3. — С. 40–59.
18. Илюшкина Н. С., Чобану М. К. Применение новых критериев качества изображений после их сжатия с потерями // Современная электроника. — 2007. — №3. — С. 58–61.
19. Чобану М. К., Илюшкина Н. С. Три эталонных критерия оценки качества сжатия изображений // Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2007): Труды 9-й Междунар. конфер. — М., 2007. — Т. 2. — С. 497–499.
20. Кислов Д. В., Чобану М. К. Система сжатия и визуализации трехмерных сигналов // Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2007): Труды 9-й Междунар. конфер. — М., 2007. — Т. 2. — С. 369–371.
21. Чобану М. К. Синтез многомерных многоскоростных систем и многомерных вейвлет функций // Optimization of finite element approximations and splines and wavelets (OFEA-2001): Труды второй Междунар. конф. — СПб., 2002. — Т. 2. — С. 106–117.
22. Чобану М. К., Пелихов М. В., Зарецкий А. П. Система цифровой обработки сигналов // Обработка информации в системах управления. — Рязань: РПТИ, 1989. — №1. — С. 65–69.
23. Tchobanou M. Design of multi-dimensional wavelets and multi-dimensional multirate systems (in English) // Wavelets and Splines: Труды Междунар. конф.. — СПб., 2005. — P. 118–133.
24. Vavilov V., Tchobanou M., Tchobanou P. Design of Multi-dimensional Recursive Systems through Pade Type Rational Approximation // Nonlinear Analysis: Modelling and Control. — 2002. — Vol. 7, no. 1. — P. 105–125.
25. Большакова О. В., Чобану М. К. Синтез трехмерных банков фильтров с заданными свойствами на основе полиномов Бернштейна // Информационные средства и технологии (ITS-2002): Труды Междунар. конф. — М., 2002. — Т. 1. — С. 153–156.
26. Большакова О. В., Чобану М. К. Синтез многомерных банков фильтров с помощью метода достройки матрицы // Информационные средства и технологии (ITS-2004): Труды Междунар. конф. — М., 2004. — Т. 3. — С. 10–11.
27. Миронов В. Г., Чобану М. К. Математические особенности цифровой обработки многомерных сигналов // Информационные средства и технологии (ITS-1998): Труды Междунар. конф. — М., 1998. — С. 111–119.

28. Миронов В. Г., Чобану М. К. Проблемы синтеза многомерных цифровых фильтров // Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-98): Труды 1-й Междунар. конф.. — М., 1998. — С. 12–18.
29. Миронов В. Г., Чобану М. К. Проектирование двумерных цифровых фильтров с малой чувствительностью к ошибкам квантования и округления. // Информационные средства и технологии (ITS-1998): Труды Междунар. конф. — М., 1998. — Т. 3. — С. 135–143.
30. Рычков А. Н., Чобану М. К. Разработка трехмерной многоскоростной системы // Информационные средства и технологии (ITS-2002): Труды Междунар. конф. — М., 2002. — Т. 1. — С. 157–160.
31. Сержантов А. В., Чобану М. К. Выбор цветовой модели для представления цветного изображения перед его сжатием // Информационные средства и технологии (ITS-2004): Труды Междунар. конф. — М., 2004. — Т. 3. — С. 12–14.
32. Черников А. В., Плахов А. Г., Чобану М. К. Реализация алгоритма SPIHT на сигнальном процессоре // Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2006): Труды 8-й Междунар. конф.. — Т. 2. — М.: 2006. — С. 383–384.
33. Чобану М. К. Многомерные многоскоростные системы // Труды 6 Всероссийск. конф. по повышению эффективности методов и средств обработки сигналов. — Тамбов, 2000. — С. 38–39.
34. Чобану М. К. Применение полиномов Бернштейна для синтеза многомерных многоскоростных систем // Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2000): Труды 3-й Междунар. конфер. — М., 2000. — Т. 2. — С. 306–308.
35. Чобану М. К. Выбор многомерной неразделимой матрицы децимации для многоскоростных систем // Цифровая обработка сигналов и ее применение (DSPA-2006): Труды 8-й Междунар. конф. и выст. — М., 2006. — Т. 2. — С. 589–592.
36. Чобану М. К. Разработка ортогональных многомерных банков фильтров с помощью преобразования Кэли // Информационные средства и технологии (ITS-2006): Труды Междунар. конф. — М., 2006. — Т. 3. — С. 14–18.
37. Чобану М. К., Большакова О. В. Синтез многомерных банков фильтров с помощью метода достройки // Цифровая обработка сигналов и ее применение (DSPA-2005): Труды 7-й Междунар. конф. и выст. — М., 2005. — Т. 2. — С. 457–459.
38. Чобану М. К., Ключкин В. И. Построение одно- и двумерных шкалирующих и вейвлет функций // Информационные средства и технологии (ITS-2001): Труды Междунар. конф. — М., 2001. — С. 13–16.

39. Design and implementation of 2-D and 3-D multirate systems / M. Tchobanou, V. Mironov, V. Klyushkin et al. // Spectral Methods and Multirate Signal Processing (SMMSP-2002): Proc. 2nd International Workshop — Toulouse (France), 2002. — P. 83–86.
40. Performance improvement of hierarchical non-separable image coding algorithm (in English) / M. Tchobanou, O. Bolshakova, A. Chernikov и др. // Современные проблемы оптимизации в инженерных приложениях (IWOPE-2005): Первая междунар. науч.-техн. школа-семинар. — Ярославль, 2005. — Т. 1. — С. 1–8.
41. Tchobanou M. Polynomial methods for multi-dimensional filter banks' design // Proc. X European Signal Processing Conference (EUSIPCO-2000). — Tampere (Finland), 2000. — С. 304–310.
42. Tchobanou M. Design and implementation of multidimensional multirate systems // Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS-2004): Proc. 47th IEEE Intern. Symposium. — Hiroshima (Japan), 2004. — С. 233–237.
43. Tchobanou M. Design of multidimensional multirate systems and orthogonal and biorthogonal wavelets (in English) // Автоматизация, управление и информационные технологии (ACIT-2005): Труды 2-й Междунар. конф. — Новосибирск, 2005. — P. 262–267.
44. Tchobanou M. Parameterization of multidimensional decimation matrices // Spectral Methods and Multirate Signal Processing (SMMSP-2005): Proc. International Workshop. — Riga (Latvia), 2005. — P. 7–10.
45. Tchobanou M., Bolshakova O. Synthesis of orthogonal and biorthogonal multidimensional filter banks // Spectral Methods and Multirate Signal Processing (SMMSP-2004): Proc. 3rd International Workshop. — Vienna (Austria), 2004. — P. 15–19.
46. Tchobanou M., Volkov M. Analytical design methods for multirate systems for processing of multidimensional signals // Proc. Signal Processing Symposium (SIP-2006). — Kyoto (Japan), 2006. — P. 8.
47. Tchobanou M., Woodburn C. Factorization of M-D polynomial matrices for design of M-D multirate systems // Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS-2002): Proc. 15th International Symposium. — Notre Dame (Indiana, USA), 2002. — P. 111–120.

Подписано к печати **22.05.07**

Печать офсетная  
Заказ № **288**

Формат 60×84/16

2,0 уч. изд. л.

Тираж 100 экз.

МГТУ им. Н.Э. Баумана  
107005, Москва, 2-я Бауманская 5.