

На правах рукописи

НА ДС
НЕ ВЫДАЕТСЯ

Чигирёва Ольга Юрьевна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭВОЛЮЦИИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ
В МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ
С НЕЛИНЕЙНЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук



Москва – 2006

Актуальность темы. При исследовании процессов теплопереноса в многослойных конструкциях важное место занимают задачи, учитывающие зависимость теплофизических параметров от температуры. Известные методы решения таких задач в линейной постановке в этом случае не применимы. Поэтому актуальной является разработка методов решения нелинейных прикладных задач нестационарной теплопроводности.

Одной из таких задач является процесс теплопереноса в многослойном пакете, поверхность которого подвержена высокоинтенсивному воздействию с учетом уноса массы теплозащитного покрытия. Данная задача принадлежит к классу краевых задач с подвижной границей, когда скорость разрушения нагреваемой поверхности зависит от ее температуры и определяется при решении задачи. Обычно в задачах теплопереноса в многослойных средах соприкасающиеся поверхности полагаются идеальными тепловыми контактами. Определенный интерес представляет учет термического сопротивления. В этом случае нарушаются условия равенства температур на контактирующих поверхностях слоев.

Практический интерес представляет исследование процесса воздействия на поверхность многослойной конструкции интенсивными локальными тепловыми потоками, в результате чего вблизи зоны теплового контакта происходит быстрое возрастание температуры. Особо следует выделить случаи движущегося и импульсно-периодического локальных источников теплоты. Интерес к этим исследованиям объясняется практическими приложениями процесса разогрева металлических материалов при лазерной и электронно-лучевой обработке материалов (термоупрочнении).

Актуальным представляется исследование нестационарных режимов теплопереноса в активных средах при наличии источников выделения теплоты, интенсивность тепловыделения которых не может быть ограничена отводом теплоты во внешнюю среду. Прогрессирующий процесс температуры в среде наступает при определенных значениях параметров задачи, называемых критическими. Знание критических параметров, как геометрических так и теплофизических необходимо для



выбора таких их значений, которые позволяют удерживать процесс тепловыделения в стационарном режиме.

Целью работы является обоснование метода приближенного аналитического решения нелинейных краевых задач нестационарной теплопроводности и применение его для решения прикладных задач тепло-массопереноса.

Методы исследования. При работе над диссертацией были использованы следующие разделы математики: методы сведения нелинейных начально-краевых задач к краевым задачам для уравнений эллиптического типа с переменными коэффициентами (метод Рунге); теория рядов Фурье; сведение краевых задач к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений; методы решения бесконечных систем линейных алгебраических уравнений; методы численного гармонического анализа; численные методы линейной алгебры.

Научная новизна. Предложен приближенный аналитический метод решения краевых задач нестационарной теплопроводности в нелинейной постановке. Разработаны алгоритмы и комплексы программ расчета температурных полей в прикладных задачах теплопереноса для многослойных тел цилиндрической формы.

Достоверность результатов гарантируется использованием корректных математических моделей рассматриваемых процессов теплопереноса, строгостью математических выкладок, обоснованием сходимости алгоритмов приближенных расчетов и точности вычислений.

Практическая и теоретическая ценность диссертационной работы состоит в возможности использования предложенного метода и разработанного комплекса программ для решения прикладных задач:

1. нахождение оптимальных значений параметров тепловой защиты многослойных конструкций, подверженных высокотемпературному нагреву, приводящему к эффекту абляции поверхностного теплозащитного покрытия;
2. нахождение зоны локального поверхностного прогрева металла импульсным и импульсно-периодическим локальными источниками теплоты;
3. определение критических параметров процесса тепловыделения в активных средах для нахождения диапазона изменения геометрических

и теплофизических параметров, при которых существует установившееся температурное поле тепловыделяющего элемента.

На защиту выносятся следующие результаты.

1. Метод приближенного аналитического решения нелинейных краевых задач нестационарной теплопроводности в многослойных телах цилиндрической формы.

2. Разработанные на основе предложенного метода алгоритм нахождения оптимальной толщины слоя термоизоляции в многослойном цилиндрическом пакете при нагреве его газовым потоком, приводящем к уносу массы с поверхности, и алгоритм нахождения параметров задачи, определяющих размеры зоны термического влияния и свойства упрочненной поверхности в процессе разогрева двухслойного цилиндра лазерным излучением в случаях сканирующего и импульсно-периодического локальных тепловых источников.

3. Расчет критических значений геометрических и теплофизических параметров процесса теплопереноса в активных средах, когда интенсивное тепловыделение в среде не может быть компенсировано тепловыми потоками через поверхность; нахождение значений параметров задачи, позволяющих удерживать процесс тепловыделения в стационарном режиме.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались на 2-й Всероссийской конференции “Необратимые процессы в природе и технике” (Москва, 2003), 3-й Всероссийской конференции “Необратимые процессы в природе и технике” (Москва, 2005), Международном Симпозиуме “Образование через науку” (Москва, 2005).

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в шести научных статьях [1, 3–6, 9] и четырех тезисах докладов на конференциях [2, 7, 8, 10].

Личный вклад соискателя. Все исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Диссертация из-

ложена на 143 страницах, содержит 62 иллюстрации и 11 таблиц. Библиография включает 84 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость полученных результатов, основные положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

В первой главе в разделах 1.1 и 1.2 проведено обоснование приближенного аналитического метода решения нелинейных краевых задач нестационарной теплопроводности, основанного на идее метода Роте и учитывающего специфику некоторых типов прикладных задач теплопереноса. Суть метода состоит в следующем. На первом этапе в результате дискретизации временной переменной с учетом вычисленных на предыдущем временном шаге теплофизических параметров, зависящих от температуры, и нелинейных граничных условий приходим к дифференциально-разностному аналогу исходной задачи в виде итерационной схемы решения краевых задач для эллиптических уравнений с переменными коэффициентами и граничными условиями второго рода. Решения этих задач находятся в форме разложений в тригонометрические ряды Фурье по полной ортогональной системе функций. Коэффициенты этих разложений удовлетворяют бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, для решения которых обосновано применение метода редукции (усечении бесконечной системы). Это позволяет на каждом временном шаге приближенное решение исходной задачи представить в виде тригонометрического многочлена Фурье с коэффициентами, найденными из решения конечной системы линейных алгебраических уравнений с симметрической положительно определенной матрицей.

На основе предложенного метода разработаны алгоритмы и комплексы программ расчета температурных полей, которые используются при решении прикладных задач тепломассопереноса, рассмотренных в диссертационной работе.

В разделе 1.3 рассматривается нестационарный процесс теплопроводности в цилиндрическом пакете, состоящем из двух металлических

оболочек, разделенных слоем термоизоляции. На внешнюю металлическую стенку пакета нанесен слой теплозащитного покрытия (ТЗП), поверхность которого подвержена интенсивному тепловому воздействию, приводящему к разрушению ТЗП и уносу массы с его поверхности. На внутренней поверхности цилиндрического пакета происходит конвективный теплообмен с внешней средой.

Целью исследования является отыскание оптимальной толщины слоя термоизоляции, т.е. такого ее минимального значения, которое обеспечивает нагрев внутренней граничной поверхности пакета до температуры, не превосходящей заданного предельного значения в конце процесса разогрева, когда толщина неразрушенной части ТЗП составляет приблизительно 10% от первоначальной.

Данная постановка задачи приводит к следующей математической модели:

$$\begin{aligned} \rho_j c_j(T_j) \frac{\partial T_j}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_j(T_j) r \frac{\partial T_j}{\partial r} \right), \quad 0 < t \leq t_*, \quad r_{j-1} < r < r_j \equiv r_{j-1} + h_j, \quad j = \overline{1,3}; \\ \rho_4 c_4(T_4) \frac{\partial T_4}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_4(T_4) r \frac{\partial T_4}{\partial r} \right), \quad 0 < t \leq t_*, \quad r_3 < r < l(t); \\ T_j(r, 0) &= T_0, \quad r_{j-1} \leq r \leq r_j, \quad j = \overline{1,3}; \quad T_4(r, 0) = T_0, \quad r_3 \leq r \leq l_0; \\ \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= \alpha(T_1(r_0, t) - T_c), \quad 0 < t \leq t_*; \\ \lambda_4(T_4) \frac{\partial T_4}{\partial r} \Big|_{r=l(t)} &= q(t) - \rho_4 H v(T_w), \quad 0 < t \leq t_*; \\ \lambda_j(T_j) \frac{\partial T_j}{\partial r} \Big|_{r=r_j} &= \frac{1}{R_{j,j+1}} (T_{j+1}(r_j, t) - T_j(r_j, t)) = \lambda_{j+1}(T_{j+1}) \frac{\partial T_{j+1}}{\partial r} \Big|_{r=r_j}, \\ &0 < t \leq t_*, \quad j = \overline{1,3}; \end{aligned}$$

где j – номер слоя цилиндрического пакета; h_1 и h_3 – толщины металлических оболочек; h_2 – толщина слоя термоизоляции; $h_4(t)$ – толщина ТЗП; r_0 – радиус внутренней граничной поверхности пакета; H – тепловой эффект процесса разрушения; $R_{j,j+1}$ – термическое сопротивление поверхности соприкосновения слоев j -го и $(j+1)$ -го, $j = \overline{1,3}$; $l(t)$ – положение фронта разрушения ТЗП, определяемое соотношением

$$l(t) = l_0 - \int_0^t v(T_w) dt, \quad T_w(t) = T(l(t), t), \quad l_0 = r_0 + \sum_{j=1}^3 h_j + h_4(0);$$

$v(T_w)$ – скорость разрушения ТЗП, равная $v(T_w) = v_0 \exp(-E / T_w)$, здесь E – величина, определяемая энергией активации процесса разрушения, v_0 – коэффициент пропорциональности.

Проведены численные расчеты температурного поля в осевом сечении цилиндрического пакета в различные моменты времени, а так же скорости разрушения теплозащитного материала. Определена минимальная толщина $h_2 = h_2^*$ слоя термоизоляции, обеспечивающая поддержание температуры внутренней поверхности цилиндрического пакета в заданных пределах в конце процесса разогрева. Результаты расчетов частично представлены на рис.1.

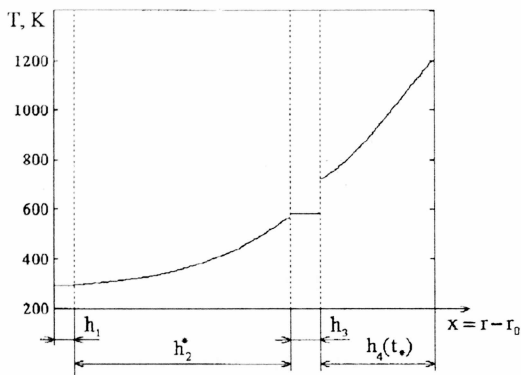


Рис. 1. Распределение температуры в осевом сечении многослойного пакета в конце процесса разогрева ($t_* = 95$ с): $r_0 = 0,7$ м, $h_1 = 0,8$ мм, $h_3 = 1,2$ мм, $h_4(t_*) = 4$ мм, $h_2^* = 8,5$ мм

Вторая глава посвящена решению задач о воздействии на поверхности конструкций интенсивными тепловыми потоками. Такие задачи связаны с практическим применением процесса разогрева металлических материалов при лазерном поверхностном термоупрочнении.

В разделе 2.1 рассматривается нестационарный процесс теплопроводности в полом металлическом цилиндре, на внешнюю поверхность которого нанесено тонкое поглощающее покрытие. Разогрев цилиндра осуществляется сосредоточенным кольцевым источником теплоты, со-

вершающим с постоянной скоростью периодическое возвратно-поступательное движение (сканирование) по внешней боковой поверхности цилиндра.

Математическая модель такого процесса имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_j c_j(T_j) \frac{\partial T_j}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_j(T_j) r \frac{\partial T_j}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_j(T_j) \frac{\partial T_j}{\partial z} \right), \\ t > 0, \quad r_{j-1} < r < r_j \equiv r_{j-1} + d_j, \quad 0 < z < h, \quad j = 1, 2; \\ T_j(r, z, 0) &= T_0, \quad r_{j-1} \leq r \leq r_j, \quad 0 \leq z \leq h; \\ \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= \alpha_1(T_1(r_0, z, t) - T_c), \quad t > 0, \quad 0 \leq z \leq h; \\ \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} &= q \cdot \delta(z - z_*(t)) + \alpha_2(T_c - T_2(r_2, z, t)) + \\ &\quad + \sigma \varepsilon (T_c^4 - T_2^4(r_2, z, t)), \quad t > 0, \quad 0 \leq z \leq h; \\ \frac{\partial T_j}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0, \quad \frac{\partial T_j}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0, \quad t > 0, \quad r_{j-1} \leq r \leq r_j, \quad j = 1, 2; \\ \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} &= \frac{1}{R} (T_{w_2}(z, t) - T_{w_1}(z, t)) = \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1}, \quad t > 0, \quad 0 \leq z \leq h. \end{aligned}$$

Здесь индекс $j=1$ соответствует полому металлическому цилиндру, $j=2$ – цилиндрической оболочке покрытия; r_0 – внутренний радиус полого металлического цилиндра; d_1 и d_2 – толщины полого металлического цилиндра и цилиндрической оболочки покрытия соответственно; R – термическое сопротивление контактной поверхности; $T_{w_j}(z, t) = T_j(r_j, z, t)$; $\delta(z)$ – дельта-функция, $z_*(t)$ – закон движения сосредоточенного кольцевого источника теплоты

$$z_*(t) = \begin{cases} l + V_*(t - t_{i-1}), & i = 1, 3, 5, \dots; \\ h - l - V_*(t - t_{i-1}), & i = 2, 4, 6, \dots; \end{cases} \quad t_{i-1} \leq t \leq t_i,$$

где $t_i = it_*$, $t_* = (h - 2l)/V_*$, t_* – время одного шага сканирования, V_* – скорость движения источника теплоты; i – номер шага сканирования; h – высота цилиндра, $l < h/2$.

Целью исследований является определение параметров задачи q , и V_* , характеризующих интенсивность теплового воздействия, при которых в поверхностном слое полого металлического цилиндра максималь-

ная температура в зоне действия теплового контакта достигает предельного значения T_n , не превышающего температуру плавления металла за промежутки времени трех шагов сканирования.

При этих значениях q и V найдено распределение температуры на внешней поверхности полого металлического цилиндра в различные моменты времени (рис. 2), а так же эволюция температуры в фиксированных точках поверхности металлического слоя (рис. 3). На рис. 4 приведено поле изотерм в осевом сечении цилиндра на третьем шаге сканирования.

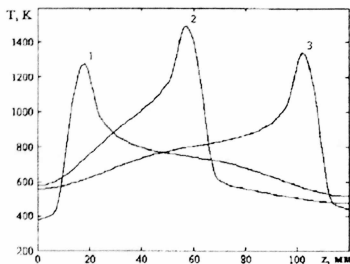


Рис. 2. Распределение температуры $T_{w_1}(z, t)$ в моменты времени:
1- $t = 40$ с, 2- $t = 50$ с,
3- $t = 60$ с

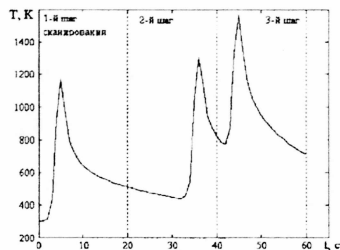


Рис. 3. Зависимость от времени температуры $T_{w_1}(z, t)$ при $z = (l + h/2)/2$

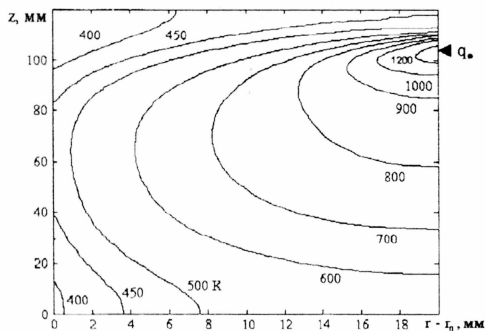


Рис. 4. Поле изотерм в осевом сечении металлического цилиндра в конце третьего шага сканирования

В разделе 2.2 рассмотрен случай, когда локальный кольцевой источник теплоты совершает импульсно-периодическое движение по боковой поверхности двухслойного цилиндра по закону

$$s(t) = (i-1)\beta l, \quad (i-1)t_* \leq t \leq it_*, \quad i = 1, 2, \dots, I,$$

где t_* — продолжительность одного импульса, I — число импульсных шагов, l — ширина теплового контакта, β — безразмерный параметр. При $0 < \beta < 1$ каждый последующий импульс частично перекрывает предыдущий нагрев.

Вне зоны теплового контакта происходит теплоотвод во внешнюю среду по закону Ньютона с коэффициентом теплоотдачи α , а также за счет лучистого теплообмена. Контактная поверхность между металлическим цилиндром и теплозащитным покрытием обладает термическим сопротивлением R (неидеальный тепловой контакт).

Целью исследований является определение зоны локального прогрева металлического цилиндра до предельной температуры $T_{\text{п}}$ в зависимости от значений параметров q и β , определяющих интенсивность воздействия теплового источника.

Как следует из расчетов, ширина зоны локального прогрева до температуры порядка $1200 + 1600 \text{ K}$ не превышает величины, равной $0,7l$ (рис. 5).

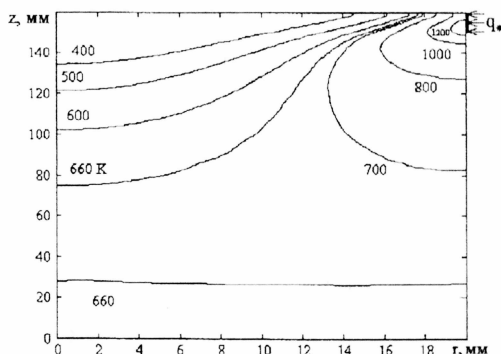


Рис. 5. Поле изотерм в осевом сечении металлического цилиндра в конце процесса движения теплового контакта

В разделе 2.3 рассмотрен процесс формирования температурных волн в составном цилиндре в результате воздействия локальным импульсно-периодическим источником теплоты на теплозащитное покрытие толщины δ , нанесенное на торцевую поверхность цилиндра высоты h . Во внешнюю среду с этой нагреваемой поверхности происходит теплоотвод с коэффициентом теплоотдачи α_1 , а так же за счет лучистого теплообмена. Противоположное основание составного цилиндра охлаждается внешней средой, при этом интенсивность охлаждения характеризуется коэффициентом теплоотдачи α_2 .

Математическая модель процесса имеет вид:

$$\rho_1 c_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1(T_1) r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial z} \right),$$

$$t > 0, \quad 0 \leq r < r_0, \quad 0 < z < \delta;$$

$$\rho_2 c_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2(T_2) r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \right),$$

$$t > 0, \quad 0 \leq r < r_0, \quad \delta < z < \delta + h;$$

$$T_1(r, z, 0) = T_c, \quad 0 \leq r \leq r_0, \quad 0 \leq z \leq \delta;$$

$$T_2(r, z, 0) = T_c, \quad 0 \leq r \leq r_0, \quad \delta \leq z \leq \delta + h;$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq z \leq \delta; \quad \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad t > 0, \quad \delta \leq z \leq \delta + h;$$

$$-\lambda_1(T_1) \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_{z=0} = q(r, t) + \alpha_1(T_c - T_1(r, 0, t)) + \sigma \varepsilon (T_c^4 - T_1^4(r, 0, t)),$$

$$t > 0, \quad 0 \leq r \leq r_0;$$

$$-\lambda_2(T_2) \left. \frac{\partial T_2}{\partial z} \right|_{z=\delta+h} = \alpha_2(T_2(r, \delta+h, t) - T_c), \quad t > 0, \quad 0 \leq r \leq r_0;$$

$$-\lambda_1(T_1) \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_{z=\delta} = \frac{1}{R} (T_1(r, \delta, t) - T_2(r, \delta, t)) = -\lambda_2(T_2) \left. \frac{\partial T_2}{\partial z} \right|_{z=\delta},$$

$$t > 0, \quad 0 \leq r \leq r_0.$$

Здесь R – термическое сопротивление,

$$q(r,t) = f(r)\bar{\eta}(t), \quad f(r) = \begin{cases} q_0 \left(1 - \left(\frac{r}{r_*} \right)^2 \right), & 0 \leq r \leq r_*, \\ 0, & r_* < r \leq r_0; \end{cases}$$

$\bar{\eta}(t)$ – единичная импульсная периодическая функция с периодом Δt (см. рис. 6).

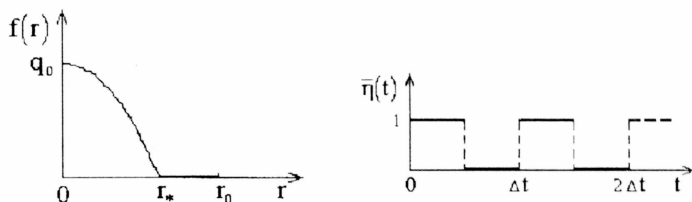


Рис. 6. Графическая иллюстрация плотности теплового потока:

$$q(r,t) = f(r)\bar{\eta}(t)$$

Как показывают проведенные расчеты (рис. 7), имеет место колебание температуры во всех точках цилиндра. Процесс колебаний температуры состоит из двух этапов. Первый этап — развитие колебаний, когда максимальные и минимальные значения амплитуд монотонно возрастают со временем, а также возрастают амплитуды колебаний. С некоторого момента времени наступает второй этап — установление колебаний температуры. При этом следует отметить, что с удалением точек от источника теплоты наблюдается сдвиг фазы и уменьшение амплитуды колебаний.

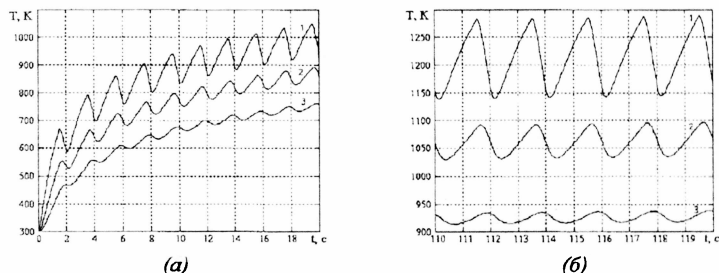


Рис. 7. Колебания температуры в осевом сечении $r = 0$ металлического цилиндра в точках: $1 - z = \delta$, $2 - z = \delta + h/12$, $3 - z = \delta + h/6$; (а) – развитие колебаний, (б) – установившиеся колебания

В третьей главе рассматриваются процессы нестационарных режимов теплопереноса с неограниченным возрастанием температуры в активных средах на примерах цилиндрических тепловыделяющих элементов с объемной мощностью тепловых источников, зависящей от температуры.

В разделе 3.1 решена задача о нахождении критической толщины защитной оболочки электронагревательного элемента (НЭ), представляющего собой цилиндрическую проволоку радиуса r_0 с нанесенным на ее поверхность защитным покрытием — слоя керамики толщины $d = r_1 - r_0$. При пропускании по нагревателю (проволоке) электрического тока в нем выделяется тепло, отвод которого во внешнюю среду происходит с внешней поверхности защитного покрытия.

Математическая модель такого процесса имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_1 c_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1(T_1) r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + Q(T_1), \quad t > 0, \quad 0 \leq r < r_0; \\ \rho_2 c_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2(T_2) r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right), \quad t > 0, \quad r_0 < r < r_1; \\ T_1(r, 0) &= T_0, \quad 0 \leq r \leq r_0; \\ T_2(r, 0) &= T_0, \quad r_0 \leq r \leq r_1; \\ -\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1} &= \alpha(T_2(r_1, t) - T_c), \quad t > 0; \\ -\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= \frac{1}{R} (T_1(r_0, t) - T_2(r_0, t)) = -\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_0}, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Здесь $Q(T_1) = J^2 \gamma(T_1)$, J — плотность тока, $\gamma(T_1)$ — удельное сопротивление проволоки.

Варьируя значения параметра d , находим качественно различную эволюцию температуры на оси НЭ (рис. 8): первый режим ($d = d_1$) — с прогрессирующим возрастанием температуры, второй режим ($d = d_2$) — с выходом на установившуюся температуру в НЭ. Эти расчеты позволяют найти интервал, в котором заключено критическое значение толщины защитного покрытия: $0,75 \text{ мм} < d_{\text{кр}} < 0,80 \text{ мм}$.

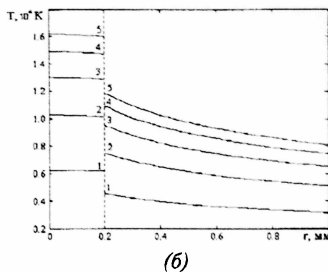
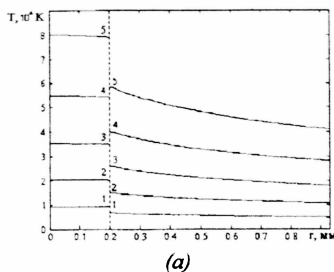


Рис. 8. Распределение температуры в осевом сечении НЭ в моменты времени: 1- $t = 50$ с, 2- $t = 100$ с, 3- $t = 150$ с, 4- $t = 200$ с, 5- $t = 250$ с;
(а) – в режиме прогрессирующего разогрева ($d_1 = 0,75$ мм),
(б) – в условиях выхода на стационарный режим ($d_2 = 0,80$ мм)

В разделе 3.2 рассмотрен нестационарный процесс теплопроводности в цилиндрическом тепловыделяющем элементе с защитным покрытием, с боковой и торцевых поверхностей которого происходит отвод теплоты во внешнюю среду.

Температурное поле тепловыделяющего элемента определяется из решения следующей начально-краевой задачи:

$$\rho_1 c_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1(T_1) r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial z} \right) + F(T_1),$$

$$t > 0, \quad 0 \leq r < r_1, \quad 0 < z < h;$$

$$\rho_2 c_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_2(T_2) r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \right),$$

$$t > 0, \quad r_1 < r < r_2, \quad 0 < z < h;$$

$$T_1(r, z, 0) = T_0, \quad 0 \leq r \leq r_1, \quad 0 \leq z \leq h; \quad T_2(r, z, 0) = T_0, \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad 0 \leq z \leq h;$$

$$-\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \alpha(T_2(r_2, z, t) - T_0), \quad t > 0, \quad 0 \leq z \leq h;$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq r \leq r_1;$$

$$\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha_0(T_2(r, 0, t) - T_0), \quad t > 0, \quad r_1 \leq r \leq r_2;$$

$$-\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=h} = \alpha_h(T_2(r, h, t) - T_0), \quad t > 0, \quad r_1 \leq r \leq r_2;$$

$$\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \frac{1}{R} (T_2(r_1, z, t) - T_1(r_1, z, t)) = \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1},$$

$$t > 0, 0 \leq z \leq h,$$

где $F(T_1) = f_0 \cdot T_1$ — объемная мощность источников выделения теплоты.

Проведено исследование влияния интенсивности теплоотвода во внешнюю среду с поверхности защитного покрытия тепловыделяющего элемента. Найдена зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи от термического сопротивления, а так же область значений этих параметров, при которых процесс разогрева цилиндрического тепловыделяющего элемента выходит на стационарный режим.

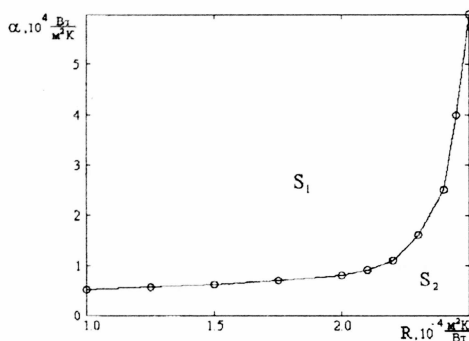


Рис. 9. Зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи α от термического сопротивления R

На рис. 9 представлена зависимость критических значений параметра α от R . Область S_1 — область значений параметров α и R , при которых процесс разогрева цилиндрического тепловыделяющего элемента выходит на стационарный режим, а область S_2 — область значений параметров α и R , приводящих к неограниченному возрастанию температуры.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОодЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В диссертационной работе предложен метод приближенного аналитического решения нелинейных краевых задач нестационарной теплопроводности.

На основании этого метода разработаны алгоритмы и комплексы программ расчета температурных полей в многослойных телах цилиндрической формы:

- при наличии термического сопротивления между слоями;
- с учетом разрушения теплозащитного покрытия и уноса массы материала (задача с подвижной границей для случая, когда скорость движения границы зависит от температуры разрушаемой поверхности и определяется в процессе решения задачи);
- с учетом движения по боковой поверхности цилиндра локального или импульсно-периодических интенсивных источников теплоты;
- при наличии тепловыделяющего элемента с активной средой, объемная мощность тепловыделения которого зависит от температуры.

Применение этих алгоритмов к решению прикладных задач теплопереноса в нелинейной постановке позволяет получать следующие результаты:

- для многослойного цилиндрического пакета с теплозащитным покрытием, подверженному высокотемпературному нагреву газовым потоком, приводящему к уносу массы материала, находить минимальную толщину слоя термоизоляции, при которой температура внутренней поверхности не превышает заданного предельного значения за промежуток времени, когда неразрушенная часть теплозащитного покрытия составляет заданный процент от первоначальной;
- находить зоны локального поверхностного прогрева двухслойного цилиндра движущимися локальным и импульсно-периодическими тепловыми источниками;
- находить критические значения геометрических и теплофизических параметров в цилиндрических тепловыделяющих элементах.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Малов Ю.И., Чигирёва О.Ю. Моделирование и расчет процесса высокотемпературного прогрева оболочки с теплозащитным покрытием // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2003. – №1. – С. 99–107.

2. Чигирёва О.Ю. Моделирование и расчет термического разрушения нагреваемой поверхности // Необратимые процессы в природе и технике: Тез. докл. 2-й Всероссийской конф. – М., 2003. – С.132–134.

3. Чигирёва О.Ю. Моделирование процесса нестационарной теплопроводности в оболочке при воздействии на нее высокотемпературным газовым потоком // Необратимые процессы в природе и технике: Труды 2-й Всероссийской конф. – М., 2003. – С. 212–217.

4. Чигирёва О.Ю. Моделирование и расчет термического разрушения цилиндрической оболочки // Инженерно-физический журнал. – 2004. – Т. 77, №3. – С. 174–177.

5. Чигирёва О.Ю. Расчет оптимальной толщины теплозащитного покрытия оболочки в условиях интенсивного поверхностного нагрева // Современные естественно-научные и гуманитарные проблемы: Сборник трудов. – М.: Логос, 2005. – С. 580–585.

6. Чигирёва О.Ю. Математическое моделирование процесса разрушения теплозащитного покрытия цилиндрической оболочки // Известия вузов. Машиностроение. – 2004. – №4. – С. 11–17.

7. Малов Ю.И., Чигирёва О.Ю. Расчет температурного поля двухслойной цилиндрической оболочки при обтекании ее поверхности интенсивным газовым потоком // Необратимые процессы в природе и технике: Тез. докл. 3-й Всероссийской конф. – М., 2005. – С.152–154.

8. Чигирёва О.Ю. Разогрев двухслойной цилиндрической оболочки движущимся локальным интенсивным тепловым источником // Необратимые процессы в природе и технике: Тез. докл. 3-й Всероссийской конф. – М., 2005. – С. 154–156.

9. Чигирёва О.Ю. Расчет оптимальной толщины слоя термоизоляции в многослойном цилиндрическом пакете // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2005. – №1. – С. 94–101.

10. Чигирёва О.Ю. Расчет критической толщины теплозащитного покрытия цилиндрического электронагревательного элемента // Образование через науку: Тез. докл. Международного Симпозиума. – М., 2005. – С. 561.

Подписано в печать 10.05.2006. Заказ № 105.

Объем 1,0 п.л. Тираж 100 экз.

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.