

0711  
05.07.07  
На правах рукописи

Бу Нгок Хое

**МЕТОДИКА И ИТЕРАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ**

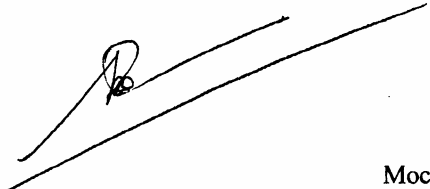
Шифр и наименование специальностей:

05.07.01 - Аэродинамика и процессы теплообмена летательных аппаратов.

05.07.07 - Контроль и испытания летательных аппаратов и их систем.

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук



Москва - 2006

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Научный руководитель: Доктор технических наук, профессор  
Скиба Георгий Георгиевич

Официальные оппоненты: Доктор технических наук, профессор  
Подобедов Владимир Александрович

Кандидат технических наук, доцент  
Сидняев Николай Иванович

Ведущая организация: Московский государственный технический  
университет имени Баумана (МГТУ ГА).

У1751343

Бу Нгок Хое

Методика и итерационные  
алгоритмы идентификации

Защита со  
заседании дис  
техническом уни  
10:

аэродинамических

коэффициентов по результ...

2006

2006 г. в \_\_\_\_\_ часов на

овском государственном

0-00 су:

У 1751343

С,

мана.

**ВОЗВРАТИТЕ КНИГУ НЕ ПОЗЖЕ**

обозначенного здесь срока

на  
10  
Дз

У,  
д.

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |



Пугин В.Т.

## 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Полет с большими скоростями в атмосфере ( $M \approx 10-25$ ) приводит к необходимости учета реальных свойств среды, таких как вязкость, сжимаемость, теплопроводность, нелинейных факторов влияния угла атаки и изменений массово-инерционных характеристик летательного аппарата (ЛА) и др. Задача учета всех этих факторов громоздка и не всегда обеспечена теоретически, особенно для перспективных аппаратов сложных аэродинамических форм. К настоящему времени при применении трехмерных газодинамических модельных расчетных схем имеется возможность определения стационарных и нестационарных аэродинамических коэффициентов только для тел вращения. Специалисты в области проектирования обычно сталкиваются с большими трудностями при разработке нового ЛА. На этапе поисковых исследований включение таких задач в процесс разработки образца ЛА влечет за собой не только материальные, но и временные затраты. В случае асимметрии поверхности ЛА возможно существенное изменение параметров невязкого течения и структуры пограничного слоя. Такой характер течения приводит к тому, что экспериментальные данные по распределению давления на поверхности ЛА значительно отличаются от теоретических расчетов. В результате, прогнозирование значений аэродинамических коэффициентов ЛА сопровождается, как правило, значительными погрешностями. Эта проблема становится особенно острой при гиперзвуковых скоростях полета. Сложность задачи предопределяет проведение обширных экспериментальных исследований как для практических приложений, тестирования теоретических методов расчета, а также для совершенствования физических и математических моделей.

Результаты, полученные в натурных условиях, показали различия некоторых характеристик по сравнению с результатами расчетов и трубных экспериментов. В зависимости от типа течения в пограничном слое коренным образом могут изменяться условия обтекания, так как определяющее влияние оказывают форма поверхности ЛА, вихри и ударные волны. Остаются невыясненными важные вопросы, касающиеся реальных значений аэродинамических коэффициентов ЛА при его движении в натурных условиях.

Существенную роль в определении аэродинамических характеристик ЛА играют летные испытания (ЛИ). Определение аэродинамических коэффициентов ЛА по результатам ЛИ требует обращения к методам идентификации. Проблемам идентификации, как с точки зрения разработки общей теории, так и с точки зрения решения частных прикладных задач, посвящено много работ. Среди них такие классические труды, как монографии Д. Гропа, Л. Льюнга, Я.З. Цыпкина, П. Эйкхоффа, журнальные статьи С.А. Исаева и О.Н. Корсуна, Ю.Б. Кулифеева, Б.О. Качанова и многих других.

**МГТУ**

**ИМ. Н. Э. БАУМАНА**  
**БИБЛИОТЕКА**

Вместе с тем, при практической реализации известных методов и методик, часто приходится сталкиваться со многими сложностями чисто методического (либо вычислительного) характера. Это, в частности, относится к таким вопросам, как выбор схемы построения итерационной процедуры, гарантирующей сходимость вычислений при идентификации аэродинамических характеристик, оценки согласования этой схемы с моделью движения, проблемы наблюдаемости идентифицируемых характеристик по результатам измерений. Кроме того, соответствующий статистический материал, получаемый в процессе ЛИ и применяемый при идентификации аэродинамических характеристик, вследствие проведения ограниченного количества экспериментов и измерений в условиях их осуществления, как правило, невелик по объему и неоднороден по составу.

Указанные обстоятельства делают невозможным определение вероятностных характеристик испытуемых объектов классическими статистическими методами и требуют использования методов математического моделирования, базирующихся на применении априорной информации, накопленной в процессе предшествующих испытаний и теоретических расчетов.

Одну из важных ролей при этом играет решение задачи обеспечения адекватности расчетных математических моделей и реализуемых вычислительных схем, в частности, итерационного типа, реальным условиям. Это предполагает необходимость проведения большого объема предварительных (по отношению к ЛИ) исследований, посвященных выбору и отработке рациональных методик идентификации аэродинамических коэффициентов по результатам компьютерного моделирования ЛИ.

Все сказанное свидетельствует о возросшей значимости вычислительного эксперимента при отработке методов идентификации аэродинамических характеристик ЛА. Поэтому можно сделать вывод, что разработка методик и алгоритмов высокоточной идентификации необходимого количества аэродинамических коэффициентов ЛА по результатам моделирования ЛИ является **актуальной** и имеет практическую значимость.

**Цель и задачи диссертационной работы.** Целью проведенных исследований является повышение уровня достоверности и объема всей совокупности значений аэродинамических коэффициентов управляемого ЛА на основе итерационных алгоритмов идентификации. В процессе достижения поставленной цели представилось необходимым решение следующих задач:

1. Построение методики и общей схемы детерминированной идентификации совокупности аэродинамических коэффициентов (АДК) большого объема по значениям перегрузок и угловых скоростей ЛА.

2. Разработка итерационного алгоритма идентификации аэродинамических характеристик и коэффициентов на основе высокоточной модели движения ЛА, с учетом возможности контроля результатов расчетов

в любой текущий момент времени во всем диапазоне времени моделирования движения ЛА.

3. Разработка алгоритма идентификации аэродинамических коэффициентов (АДК) по значениям аэродинамических характеристик (АДХ) с учетом конструктивных различий управляемого и неуправляемого ЛА (тела вращения).

4. Разработка алгоритма приближенного определения функций влияния, погрешности значений которых в итерационном процессе компенсируются за счет структуры и высокого уровня адекватности используемых математических моделей движения ЛА реальным характеристикам полета.

5. Тестирование разработанных методики и алгоритмов, подтверждение достоверности получаемых результатов путем проведения серии вычислительных экспериментов применительно к условиям моделирования летных испытаний управляемого и неуправляемого ЛА.

**Методы исследования.** В работе используются методы аэродинамики, матричной алгебры, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и механики полета.

**Достоверность полученных результатов.** Достоверность результатов обеспечивается применением корректных математических моделей движения ЛА, подтверждена результатами тестовых расчетов и вычислительных экспериментов.

**Научная новизна.** Научная новизна характеризуется следующим:

1. Построены методика и общая схема идентификации большой совокупности (17) АДК, в составе универсальной части (пригодной для любых управляемых и неуправляемых ЛА) и индивидуальной части (учитывающей особенности аэродинамики и компоновки рассматриваемого конкретного ЛА), применительно к вычислительно моделируемым условиям летных испытаний ЛА и обработки результатов на заключительном этапе послеполетного анализа.

2. Разработаны итерационные алгоритмы идентификации АДХ и АДК на основе высокоточных уравнений движения ЛА и моделирования условий и процесса летных испытаний.

3. Получены новые данные вычислительных экспериментов, подтверждающие работоспособность и эффективность предлагаемых алгоритмов и точность (в рамках математической модели) получаемых на их основе результатов.

**Практическая значимость работы.** Представленные методика и алгоритмы, объединенные в единое целое с данными предварительной обработки результатов измерений в летных испытаниях ЛА, обеспечивают возможность получения объективных данных о значениях АДК конкретных ЛА в конкретных условиях их пространственного полета в атмосфере.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Методика и общая схема построения алгоритмов детерминированной идентификации совокупности аэродинамических коэффициентов по результатам моделирования движения ЛА на этапе летных испытаний.

2. Итерационный алгоритм идентификации АДХ и АДК на основе высокоточной модели движения ЛА с изменяемой формой, изменяемыми компонентами тензора инерции и положения центра масс ЛА, позволяющий осуществлять контроль результатов расчетов в любой текущий момент времени во всем диапазоне времени моделирования движения ЛА.

3. Алгоритм идентификации АДК по заданным значениям аэродинамических характеристик.

4. Алгоритм приближенного определения функций влияния, погрешности значений которых в итерационной процедуре компенсируются за счет выбранной структуры высокоточных уравнений движения ЛА.

5. Результаты контрольной идентификации аэродинамических коэффициентов применительно к управляемому и неуправляемому (телу вращения) ЛА, свидетельствующие о работоспособности и высокой точности методики и итерационных алгоритмов.

6. Результаты оценки влияния погрешностей математически моделируемых измерений перегрузок и угловых скоростей на значения АДК.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на трех научно-технических конференциях:

- Второй международной научной конференции «Ракетно-космическая техника: Фундаментальные и прикладные проблемы» (Россия, г.Москва, 19-21 ноября 2003г.);
- 1-ой Международной научно-технической конференции "Аэрокосмические технологии", посвященной 90-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея (Российская Федерация, Москва-Реутов, 24-25 мая 2004г.);
- Студенческой конференции "Научная весна" (г.Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 28-29.04.2005г.).

**Публикации.** Основное содержание работы отражено в опубликованных научных статьях [1, 2], тезисах докладов [3, 4, 5], а также в двух отчетах по НИР [6, 7].

**Структура и объем диссертации.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и 3-х приложений. В приложениях помещены результаты расчетов, характеризующие всю динамику идентификационных процессов, представленных в работе. Суммарный объем работы (с приложениями) составляет 234 страниц текста, формул и числового материала, илл. и табл.

## 2.СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, представлены методы исследования, научная новизна и практическая значимость работы. Приведены основные положения, выносимые на защиту, а также сведения об апробации и публикации результатов исследования.

**В первой главе** приведены результаты анализа сведений о различиях значений аэродинамических характеристик в теоретических расчетах, натурных условиях полета ЛА и условиях наземного эксперимента. Представлена общая схема идентификации аэродинамических характеристик (АДХ) и коэффициентов (АДК) по значениям перегрузок и угловых скоростей ЛА, получаемым в вычислительном эксперименте в процессе моделирования летных испытаний (ЛИ). Изложены исходные предпосылки построения в данной работе методического комплекса и итерационных алгоритмов идентификации аэродинамических характеристик и аэродинамических коэффициентов ЛА. При этом потребовалось задаться некоторой частной полетной схемой, служащей базой для отработки предлагаемой методики. В качестве таковой в работе было принято к рассмотрению движение ЛА (орган управления (ОУ) – в исходном состоянии). Начальные данные задавались на высоте  $H_0=90\text{км}$ , угол наклона траектории порядка  $22^\circ$ , время  $t_0=0$ , пространственный угол атаки  $\alpha_{np}=0$ , модуль скорости  $V=7000\text{м/с}$ . В момент времени  $t_{нач}=31\text{с}$  на высоте порядка  $10\text{км}$  формировалась команда на начало управления ЛА – ОУ начинал отклоняться с угловой скоростью  $(\Omega_z)_2=-0.272\text{рад/с}$ . При достижении угла  $\epsilon=-7.1^\circ$  отклонение ОУ прекращалось. Затем в момент времени  $t_{возд}=32.43\text{с}$  ЛА подвергался импульсному воздействию в виде резкой перекладки ОУ от значения угла  $\epsilon=-7.1^\circ$  до значения  $\epsilon=+7.1^\circ$  и вращению с угловой скоростью  $\Omega_x=1\text{ рад/с}$ . С этого момента полученные в результате моделирования параметры движения ЛА рассматривались как начальные в задаче идентификации ( $t=0$ ). При последующем движении ЛА моменты времени  $t_1=32.45\text{с}$  ( $t_1=0.02\text{с}$ ),  $t_2=32.46\text{с}$  ( $t_2=0.03\text{с}$ ),  $t_1=32.47\text{с}$  ( $t_1=0.04\text{с}$ ) были выбраны как моменты измерений моделируемых значений перегрузок и угловых скоростей. В задаче идентификации начальные данные предполагались известными и могли выбираться в любой точке траектории до момента начала идентификации, в зависимости от имеющейся информации.

**Во второй главе** рассматривается движение некоторого гипотетического управляемого ЛА в стандартной атмосфере. ЛА представляет собой систему, состоящую из двух частей: передняя часть обладает массой  $m_1$  и характеризуется тензором инерции  $J_{T_1}$ ; кормовая часть (или орган управления) с массой  $m_2$  характеризуется тензором инерции  $J_{T_2}$ . Система декартовых ортогональных координат  $Ox_1y_1z_1$  жестко связана с передней частью неизменяемой формы. Ее начало – в

фиксированной произвольной точке  $O$ , а ось  $Ox_1$  направлена к вершине ЛА и является осью симметрии передней части. Система координат  $Ox_2y_2z_2$  жестко связана с изменяемой частью ЛА. Ее начало расположено в точке  $O$ , ось  $Ox_2$  направлена к передней части и проходит через ЦМ кормовой части, расположенный в точке  $T_2$ . Координаты ЦМ ЛА определяются в процессе решения задачи движения ЛА. Предполагается, что Земля – сфера, поле тяготения – центральное. Выведены (обоснованы) уравнения математического моделирования движения ЛА с изменяемой формой и изменяемыми компонентами тензора инерции и центра масс ЛА. Модель обеспечивает решение таких практических задач, как идентификация аэродинамических характеристик и коэффициентов при различных воздействиях на ЛА, исследование управляемых движений ЛА и др. Подтверждена достоверность выведенных уравнений поступательного и вращательного движений аэродинамически управляемого ЛА.

Разработана структура аэродинамических характеристик (АДХ), связывающая их значения со значениями аэродинамических коэффициентов (АДК). Учитываются нелинейные факторы влияния пространственного угла атаки  $\alpha_{np}(t) = \alpha_0 + \alpha_n(t)$ , геометрических и газодинамических критериев подобия (числа Маха  $M_\infty$  и отношения теплоемкостей  $k$ ). Учитываются линейные факторы влияния безразмерных угловых скоростей  $\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$ , угла отклонения органа управления (ОУ)  $\varepsilon$  и отклонения пространственного угла атаки от балансировочного значения  $\alpha_n(t)$ .

Принятый вид математических выражений АДХ ЛА в проекциях на оси  $Oxuz$  жестко связанной с передней (недеформируемой) частью ЛА системы координат имеет вид:

$$C_x = C_x^0 + \alpha_n C_x^\alpha + \omega_3 C_x^\omega ; \quad (1)$$

$$C_y = (C_{y_n}^0 + \alpha_n C_{y_n}^\alpha + \omega_3 C_{y_n}^\omega) \cos \psi + \omega_2 C_{y_n}^\omega \sin \psi + \varepsilon C_y^\varepsilon ; \quad (2)$$

$$C_z = -(C_{z_n}^0 + \alpha_n C_{z_n}^\alpha + \omega_3 C_{z_n}^\omega) \sin \psi + \omega_2 C_{z_n}^\omega \cos \psi + \varepsilon C_z^\varepsilon ; \quad (3)$$

$$m_x = -\omega_1 m_x^\omega - \varepsilon m_x^\varepsilon \sin \psi ; \quad (4)$$

$$m_y = (m_{y_n}^0 + \alpha_n m_{y_n}^\alpha + \omega_3 m_{y_n}^\omega) \sin \psi + \omega_2 m_{y_n}^\omega \cos \psi + \varepsilon m_y^\varepsilon ; \quad (5)$$

$$m_z = (m_{z_n}^0 + \alpha_n m_{z_n}^\alpha + \omega_3 m_{z_n}^\omega) \cos \psi - \omega_2 m_{y_n}^\omega \sin \psi + \varepsilon m_z^\varepsilon , \quad (6)$$

$$\text{где } C_x^0 = C_x^a + C_x^{an} + C_x^{tp} + \varepsilon C_x^\varepsilon ; \quad \omega_1 = \bar{\omega}_x = \frac{\Omega_x \ell}{|V_1|} ; \quad \omega_2 = \omega_{y_n} = \bar{\omega}_y \cos \psi - \bar{\omega}_z \sin \psi ;$$

$$\omega_3 = \omega_{z_n} = \bar{\omega}_y \sin \psi + \bar{\omega}_z \cos \psi ; \quad \bar{\omega}_y = \frac{\Omega_y \ell}{|V_1|} ; \quad \bar{\omega}_z = \frac{\Omega_z \ell}{|V_1|} ; \quad C_x^a - \text{коэффициент волнового}$$

сопротивления;  $C_x^{an}$  - коэффициент донного сопротивления;  $C_x^{tp}$  - коэффициент сопротивления трения;  $\varepsilon C_x^\varepsilon$  - коэффициент, учитывающий влияние отклонения органа управления ЛА.

Структура выражений АДХ ЛА получается при математическом моделировании условий ЛИ с использованием ПЭВМ на основе следующих предположений. Скорость движения ЛА сверхзвуковая. Угол отклонения органа управления ЛА  $\epsilon$  задается в радианах. При нахождении органа управления в исходном положении ( $\epsilon = 0$ ) ЛА имеет форму тела вращения. Пространственный угол атаки  $\alpha_{np}(t)$  - угол между вектором скорости  $V_1$  и осью Ох. Угол  $\alpha_0$  - балансирующий пространственный угол атаки, значение которого на участке идентификации предполагается постоянным. Углы  $\alpha_{np}(t)$  и  $\psi(t)$  определяют положение системы координат  $Ox_1y_1z_1$  по отношению к вектору скорости  $V_1$ . При обосновании структуры вводилась полусвязанная система координат  $Ox_ny_nz_n$ . В этой системе плоскость  $x_nOy_n$  совпадает с плоскостью пространственного угла атаки  $\alpha_{np}$ .

Принятая структура выражений АДХ является основным элементом индивидуальной части (учитывающей особенности аэродинамики и компоновки рассматриваемого конкретного ЛА) в составе общей схемы идентификации.

В третьей главе приводятся результаты разработки методики и общей схемы модельной идентификации совокупности аэродинамических коэффициентов (АДК) большого объема (17) по значениям перегрузок и угловых скоростей ЛА в составе универсальной части (пригодной для любых ЛА) и индивидуальной части (учитывающей особенности аэродинамики и компоновки рассматриваемого конкретного ЛА). Методика основана на применении высокоточных уравнений моделирования движения управляемого ЛА и приближенных уравнений для определения функций влияния.

Для исключения путаницы будем называть шесть безразмерных нестационарных характеристик ЛА относительно жестко связанной с недеформируемой частью ЛА системы координат  $Ox_1y_1z_1$  (или  $Ox_0y_0z_0$ )  $C_{x_1}, C_{y_1}, C_{z_1}, m_{x_1}, m_{y_1}, m_{z_1}$  аэродинамическими характеристиками (АДХ). Указанная совокупность шести АДХ является фиксированной (универсальной) для любых ЛА ракетно-космических и самолетных схем. Рассматривается пространственное движение ЛА с учетом влияния атмосферы.

Правые части выражений АДХ, вскрывающие структуру их моделей в зависимости от кинематических параметров движения ЛА и принимаемых "постоянными" (функциями критериев подобия) на отдельных участках полета стационарных и нестационарных аэродинамических коэффициентов (вращательных производных) не являются универсальными, зависят от конкретного вида и предназначения ЛА и условий его применения. Указанную совокупность "постоянных" будем называть аэродинамическими коэффициентами (АДК).

Сначала для конкретного диапазона значений времени  $t_1, t_2, t_3, \dots$  идентифицируются АДХ по схеме

$$A^3 = A^p + B^{-1}(P^3 - P^p).$$

Здесь:  $A$  – вектор, компонентами которого являются шесть АДХ;  $B$  – матрица функций влияния;  $P^3$  – вектор экспериментальных (измеряемых в ЛИ) параметров (в рассматриваемом варианте это три проекции вектора перегрузок  $\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z$  и три проекции вектора угловых скоростей ЛА  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ );  $P^p$  – рассчитываемые на основе высокоточной модели движения ЛА проекции векторов перегрузок и угловых скоростей в каждой итерации;  $A^3$  – совокупность АДХ в последней итерации идентификации, когда достигается равенство  $P^p = P^3$ ;  $A^p$  – расчетные АДХ в предыдущих итерациях.

Построение матрицы функций влияния  $B = [B_{ij}] = \left[ \frac{\partial P_i}{\partial A_j} \right]$  приходится

осуществлять с учетом существенных упрощений соответствующих уравнений ввиду их громоздкости (пренебрежение влиянием вращения Земли, массовыми силами, изменениями тензора инерции и др.). Поэтому высокая точность результатов идентификации может быть достигнута только при условии использования в методике идентификации соответствующего высокоточного моделирования движения ЛА. Процесс идентификации при этом становится итерационным ввиду использования нелинейных уравнений и приближенного алгоритма формирования функций влияния.

На втором этапе идентификации (часть-2) по значениям АДХ при  $t_1, t_2, t_3, \dots$  определяются значения АДК. Так как количество АДК (семнадцать в исследованном варианте) превышает количество АДХ (шесть), возникает необходимость использования АДХ при трех значениях времени  $t_1, t_2, t_3$ . Здесь и далее нижними индексами "1", "2", "3" будут отмечаться значения характеристик в соответствующие моменты времени  $t_1, t_2, t_3$ .

Обобщенный итерационный алгоритм включает интегрирование по времени уравнений моделирования движения ЛА и уравнений для функций влияния, определение перегрузок и функций влияния на перегрузки, идентификацию АДХ в соответствии с разработанной методикой и идентификацию АДК по значениям АДХ.

Представленная схема модельной идентификации АДК обеспечивает универсальность алгоритма, а в сочетании с высокоточной моделью движения ЛА – высокую точность идентифицируемых значений (естественно, при выполнении соответствующих требований к точности измеряемых параметров).

Построен итерационный алгоритм уточнения идентифицируемых аэродинамических характеристик и коэффициентов на основе высокоточной модели движения ЛА с изменяемой формой и изменяемыми компонентами тензора инерции и положения центра масс ЛА.

Выведена (обоснована) замкнутая система уравнений применительно к управляемому движению ЛА как основной элемент в алгоритме идентификации АДХ и АДК, с учетом возможности контроля результатов расчетов в любой текущий момент времени во всем диапазоне времени моделирования движения ЛА:

$$\frac{dV_T}{dt} = \frac{qSC_R + P}{m} - \frac{\pi_0(CR + r_T)}{|R + C^T r_T|^3} - (\Omega_1 + C\Omega_0)^T V_T - (C\Omega_0)^T (C\Omega_0)^T (CR + r_T); \quad (7)$$

$$V_i = V_T - (\Omega_1 - C\Omega_0)^T r_T - \frac{m_2}{m} (D^T \Omega_2)^T r_{T_2}; \quad (8) \quad \frac{d(D^T \Omega_2)}{dt} = F(t); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_1}{dt} = J_T^{-1} \{ & qS(\ell m_R - r_T^T C_R) + M_P - (\Omega_1 + D^T \Omega_2)^T D^T J_{T_2} D(\Omega_1 + D^T \Omega_2) + \\ & + D^T J_{T_2} D(D^T \Omega_2)^T \Omega_1 - \Omega_1^T J_{T_1} \Omega_1 + \frac{m_1 m_2}{m} (r_{T_1} - r_{T_2})^T [(D^T \Omega_2)^T (D^T \Omega_2)^T r_{T_2} + \\ & + 2\Omega_1^T (D^T \Omega_2)^T r_{T_2} - \Omega_1^T \Omega_1^T (r_{T_1} - r_{T_2})] - J \frac{d(D^T \Omega_2)}{dt} \}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{d(CR)}{dt} = V_i - (\Omega_1 - C\Omega_0)^T CR; \quad (11) \quad \frac{d(C\Omega_0)}{dt} = -\Omega_1^T C\Omega_0; \quad (12)$$

$$\frac{dR}{dt} = C^T V_i; \quad (13) \quad \frac{dr_{T_2}}{dt} = (D^T \Omega_2)^T r_{T_2}; \quad (14) \quad R = C^T (CR), \quad (15)$$

где  $C_R, m_R$  - векторы аэродинамических характеристик сил и моментов ЛА;  $q = \frac{1}{2} \rho_\infty V_1^2$  - скоростной напор;  $\rho_\infty$  - плотность невозмущенной неподвижной атмосферы;  $S$  - характерная площадь;  $\ell$  - характерный линейный размер;  $P, M_P$  - векторы сил и моментов относительно ЦМ ЛА, обусловленные работой двигателных установок;  $J_T = J_{T_1} + D^T J_{T_2} D - \frac{m_1 m_2}{m} (r_{T_1} - r_{T_2})^T (r_{T_1} - r_{T_2})^T$ ;

$J = D^T J_{T_2} D + \frac{m_1 m_2}{m} (r_{T_1} - r_{T_2})^T r_{T_2}^T$  ;  $r_T = \frac{1}{m} (m_1 r_{T_1} + m_2 r_{T_2})$  ;  $\frac{dr_T}{dt} = \frac{m_2}{m} \frac{dD^T}{dt} (r_{T_2})_2$  ;  $r_{T_2} = D^T (r_{T_2})_2$  - вектор, характеризующий положение ЦМ кормовой части ЛА (органа управления) в системе координат  $Ox_1y_1z_1$ . Верхний индекс "Т" здесь и далее обозначает транспонирование.  $D$  - матрица перехода от системы координат  $Ox_1y_1z_1$  к системе  $Ox_2y_2z_2$ . Угол отклонения органа управления  $\varepsilon$  определяется как малый параметр по соотношению  $\varepsilon = -D(2,1) = r_{T_2}(2)/r_{T_2}(1)$ .

Вращение Земли и движение ЛА относительно Земли задается с помощью геоцентрической системы координат  $O_0x_0y_0z_0$ , жестко связанной с Землей. Все системы координат – декартовы, правые.  $C$ -матрица перехода от системы координат  $O_0x_0y_0z_0$  к системе  $Ox_1y_1z_1$ ;  $R$  - вектор, характеризующий положение точки  $O$  (начала систем  $Ox_1y_1z_1$  и  $Ox_2y_2z_2$ ) в системе координат  $O_0x_0y_0z_0$ .

Движение ЛА и его частей, а также движение Земли характеризуются следующими параметрами:  $V_T$ - вектор скорости движения

точки Т относительно Земли, в проекциях на оси системы  $Ox_1y_1z_1$ ;  $V_1$  - вектор скорости движения точки О относительно Земли, в проекциях на оси системы  $Ox_1y_1z_1$ ;  $\Omega_0$  - вектор абсолютной угловой скорости Земли, в проекциях на оси системы  $O_0x_0y_0z_0$ ;  $\Omega_1$  - вектор абсолютной угловой скорости ЛА (передней части ЛА), в проекциях на оси системы  $Ox_1y_1z_1$ ;  $\Omega_2$  - вектор угловой скорости вращения кормовой части ЛА относительно передней части, в проекциях на оси системы  $Ox_2y_2z_2$ .

Пусть  $A$  и  $B$  – произвольные векторы в проекциях на оси одной из введенных систем координат. Тогда  $A^*$  (или  $B^*$ ) – кососимметрическая матрица

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} = -(A^*)^T. \text{ Имеют место следующие соотношения:}$$

$$(A+B)^* = A^* + B^*; \quad A^*A = 0; \quad A^*B = -B^*A; \quad (A^*B)^* = A^*B^* - B^*A^*; \quad |A^*| = 0.$$

Встречающиеся ниже конструкции вида  $A^*B$  будут соответствовать обычному векторному умножению  $\overline{A} \times \overline{B}$ .

При идентификации и моделировании движения ЛА важен надежный контроль результатов расчетов на каждом шаге с помощью соотношения  $R = C^T(CR)$ , где проекции вектора  $R$ :  $X_0 = (R_z + H)\cos\varphi_m \sin\lambda$ ;  $Y_0 = (R_z + H)\sin\varphi_m$ ;  $Z_0 = (R_z + H)\cos\varphi_m \cos\lambda$ ;  $H$  – высота полета ЛА (точки О);  $\varphi_m, \lambda$  - геоцентрическая широта и долгота точки О.

Разработан алгоритм идентификации аэродинамических коэффициентов (АДК) по значениям аэродинамических характеристик (АДХ). При идентификации соотношения разбиваются на группы систем матричных линейных алгебраических уравнений, которые решаются при  $\epsilon \neq 0$  методом Гаусса-Жордана, а при  $\epsilon = 0$  - методом наименьших квадратов.

Предложен алгоритм приближенного определения функций влияния, погрешности значений которых в итерационном процессе компенсируются за счет выбранной структуры высокоточных уравнений движения ЛА. При определении элементов матрицы функций влияния  $B$  предполагается, что влияние вращения Земли и вектора силы тяжести пренебрежимо малы, а массовые, инерционные и геометрические характеристики ЛА неизменны.

Алгебраическое уравнение для определения функций влияния на перегрузки  $\frac{\partial n_i}{\partial A_j}$ ,  $i=1, 2, 3$ ;  $j=1, \dots, 6$  получено дифференцированием соотношения для вектора перегрузок и имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial A_j} = \frac{\rho_\infty S}{2mg_0} (V_1^2 \frac{\partial C_R}{\partial A_j} + 2|V_1| \frac{\partial |V_1|}{\partial A_j} C_R) \quad (16)$$

Не останавливаясь подробно на всех упрощающих предположениях, о которых сказано ранее, получим из уравнений (7)...(10) дифференциальные

уравнения для определения  $\frac{\partial(\mathbf{V}_T)_i}{\partial \mathbf{A}_j}$ ,  $\frac{\partial(\Omega_1)_i}{\partial \mathbf{A}_j}$ ,  $i=1, 2, 3$ ;  $j=1, \dots, 6$ . Указанные

векторные уравнения имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{V}_T}{\partial \mathbf{A}_j} \right) = \frac{\rho_\infty S}{2m} \left( V_T^2 \frac{\partial \mathbf{C}_R}{\partial \mathbf{A}_j} + 2|\mathbf{V}_T| \frac{\partial |\mathbf{V}_T|}{\partial \mathbf{A}_j} \mathbf{C}_R \right) + \mathbf{V}_T^N \frac{\partial \Omega_1}{\partial \mathbf{A}_j} - \Omega_1^N \frac{\partial \mathbf{V}_T}{\partial \mathbf{A}_j}; \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \Omega_1}{\partial \mathbf{A}_j} \right) = \mathbf{J}_T^{-1} \left\{ \frac{\rho_\infty S}{2} \left[ 2|\mathbf{V}_T| \frac{\partial |\mathbf{V}_T|}{\partial \mathbf{A}_j} (\ell \mathbf{m}_R - \mathbf{r}_T^N \mathbf{C}_R) + V_T^2 \left( \ell \frac{\partial \mathbf{m}_R}{\partial \mathbf{A}_j} - \mathbf{r}_T^N \frac{\partial \mathbf{C}_R}{\partial \mathbf{A}_j} \right) \right] + \left[ (\mathbf{J}_T \Omega_1)^N - \Omega_1^N \mathbf{J}_T \right] \frac{\partial \Omega_1}{\partial \mathbf{A}_j} \right\}$$

Система (7)...(17) состоит из высокоточных и приближенных векторных уравнений. Решение этой системы при соответствующих начальных условиях дает в каждый момент времени  $t$  достаточную информацию для оценки значений  $\mathbf{P}=\mathbf{P}(\mathbf{A})$  и значений элементов матрицы  $\mathbf{B}$  (функций влияния). Уравнения (17) интегрируются по времени  $t$  в совокупности с уравнениями (7)...(15) при начальных условиях:  $\mathbf{V}_T(t_0) = \mathbf{V}_T^0$ ;  $\mathbf{R}(t_0) = \mathbf{R}^0$ ;

$$\Omega_1(t_0) = \Omega_1^0; \quad \mathbf{C}(t_0) = \mathbf{C}^0; \quad \left( \frac{\partial \mathbf{V}_T}{\partial \mathbf{A}_j} \right)_{t=t_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \left( \frac{\partial \Omega_1}{\partial \mathbf{A}_j} \right)_{t=t_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интегрирование системы уравнений (7)...(15), (17) осуществляется методом Хемминга. Начальное (при  $t=0$ ) пространственное расположение и движение (кинематика и динамика) ЛА задаются следующей совокупностью параметров:  $\sin \psi$ ,  $\cos \psi$ ,  $\cos \theta_n$ ,  $\sin v$ ,  $\cos v$ ,  $\sin \sigma$ ,  $\cos \sigma$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_n$ ,  $\mathbf{e}$ ,  $|\mathbf{V}_T|$ ,  $\Omega_1$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{r}_T$ ,  $\mathbf{r}_{T_2}$ .

**В четвертой главе** с целью проверки методики и алгоритмов, а также иллюстрации достоверности и точности получаемых результатов, приведены данные серии вычислительных экспериментов применительно к условиям моделирования летных испытаний управляемого и неуправляемого ЛА. В качестве начального приближения АДК задавались весьма приближенные или нулевые значения, а для тела вращения – даже заведомо неверные данные. В Табл.1 для каждого АДК (см. первый столбец) представлены значения, соответствующие условиям моделирования полета ЛА (эти значения названы в Табл.1 "точными" и показаны во втором столбце). Затем АДК предполагались неизвестными, задавались их начальные значения - приближенные или нулевые (см. третий столбец Табл.1). Производилось уточнение идентифицируемых АДХ и АДК с помощью представленных в работе итерационных алгоритмов. В Табл.1 предъявлены первые две и выборочно последующие итерации (см. № итерации и соответствующие ему результаты, иллюстрирующие ход уточнения коэффициентов).

Соответствующие расчетные (идентифицированные) значения АДК представлены в последнем столбце Табл.1. Сравнения их с "точными" во втором столбце свидетельствуют о том, что в рамках математической модели относительные погрешности идентифицируемых АДК не превышают 1%, а

для очень малых по модулю АДК значения определяются с точностью до 1-2 значащих цифр.

Процесс модельной идентификации начинается существенными колебаниями значений АДК, которые довольно быстро затухают. Все 17 АДК "находят" свои точные значения (см. Табл. 1 ). Наиболее длительным оказывается процесс уточнения нестационарных АДК  $C_{y_0}^0, C_{y_0}^a, m_{y_0}^a, m_{y_0}^0$  (порядка 52 итераций).

Для оценки влияния погрешностей измерений перегрузок и угловых скоростей в их значения были внесены погрешности (белый шум), моделируемые генератором нормально распределенных случайных чисел (с.к.о.  $\sigma$  рассчитано исходя из предположения о предельной погрешности измерительных приборов порядка 1% ( $3\sigma$ ) во всех трех точках измерений перегрузок и угловых скоростей). Итерационный процесс успешно завершился-см. Табл. 2 (для достижения совпадения первых пяти значащих цифр результатов в двух последних итерациях по всем АДК потребовалось 56 итераций). Достаточно точно идентифицируются  $C_{x_1}^0, C_{x_1}^a, C_{y_1}^a, m_{x_1}^a, m_{x_1}^0$  (до 1%),  $C_{y_0}^0$  (до 6%). Влияние погрешностей измеряемых параметров приводит к значительным, а иногда к чрезмерно большим ошибкам в значениях нестационарных АДК. В частности,  $C_{x_1}^a, C_{y_1}^a, C_{z_1}^a, m_{x_1}^a, m_{y_1}^a, m_{z_1}^a$  не могут быть идентифицированы по результатам ЛИ при точности измерений перегрузок и угловых скоростей порядка 1% и более (погрешности АДК превышают 100 %). Такие данные могут быть основанием к выставке требований по точности измерительных устройств.

Проиллюстрирована работоспособность и эффективность контроля точности определения координат  $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$  - компонент вектора  $\Delta R = C^T(CR) - R$ , рассчитанных с помощью контрольного соотношения (15).

### **3.ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ СФОРМУЛИРОВАНЫ В ОБЩИХ ВЫВОДАХ**

1. Проанализированы проблемы адекватного определения аэрогазодинамических характеристик ЛА. Выделены и обозначены на основе анализа методик и результатов различных авторов некоторые основные современные проблемы практического решения высокоточной задачи идентификации АДХ и АДК ЛА.

- Представлена общая схема модельной идентификации АДХ и АДК по значениям перегрузок и угловых скоростей ЛА, получаемых в процессе вычислительного эксперимента, воспроизводящего условия движения ЛА при проведении ЛИ.

2. Изложены исходные предпосылки построения методического комплекса и итерационных алгоритмов модельной идентификации АДК по результатам моделирования летных испытаний.

Обоснована рациональная структура уравнений математического моделирования движения ЛА с изменяемой формой и изменяемыми компонентами тензора инерции и центра масс ЛА.

3. Предложена форма представления выражений аэродинамических характеристик, связывающая их значения со значениями аэродинамических коэффициентов, учитывающая нелинейные факторы влияния пространственного угла атаки, а также геометрических и газодинамических критериев подобия.

4. Разработана методика и общая схема модельной идентификации совокупности АДК большого объема (17) по значениям перегрузок и угловых скоростей ЛА в составе универсальной части (пригодной для любых ЛА) и индивидуальной части (учитывающей особенности аэродинамики и компоновки рассматриваемого конкретного ЛА).

5. Построен итерационный алгоритм идентификации аэродинамических характеристик и коэффициентов на основе высокоточной модели движения ЛА с изменяемой формой и изменяемыми компонентами тензора инерции и центра масс ЛА.

Разработан алгоритм приближенного определения функций влияния, погрешности значений которых в итерационной процедуре компенсируются за счет выбранной структуры высокоточных уравнений движения ЛА.

6. С целью проверки методики и алгоритмов, а также иллюстрации достоверности и точности получаемых результатов, проведена серия вычислительных экспериментов применительно к условиям моделирования летных испытаний управляемого ЛА.

Представлены результаты контрольной модельной идентификации аэродинамических коэффициентов применительно к управляемому ЛА, свидетельствующие о работоспособности и высокой точности методики и итерационных алгоритмов с применением метода Гаусса-Жордана. После реализации 52 итерации все расчетные значения АДК, перегрузок и угловых скоростей в соответствующих трех точках траектории практически не отличаются от "точных" значений. В рамках математической модели относительные погрешности идентифицируемых АДК не превышают 1%, а для очень малых по модулю АДК значения определяются с точностью до 1-2 значащих цифр.

7. Представлены результаты контрольной идентификации аэродинамических коэффициентов применительно к неуправляемому ЛА (тело вращения), свидетельствующие о работоспособности и высокой точности методики и итерационных алгоритмов с применением метода наименьших квадратов. Как и для управляемого ЛА, после реализации 52 итерации расчетные значения АДК, перегрузок и угловых скоростей практически не отличаются от "точных" значений.

8. Для оценки влияния погрешностей измерений перегрузок и угловых скоростей в их значения были внесены погрешности, формируемые

при использовании генератора случайных чисел исходя из порядка 1% ( $3\sigma$ ) во всех трех точках измерений. Итерационный процесс успешно завершился (для достижения совпадения первых пяти значащих цифр результатов в двух последних итерациях по всем АДК потребовалось 56 итераций). Влияние погрешностей измеряемых параметров приводит к значительным, а иногда - к чрезмерно большим ошибкам в значениях нестационарных АДК. Такие данные могут быть основанием к выставлению требований по точности измерительных устройств.

9. Подтверждена достоверность утверждений о преимуществах примененного в работе метода описания кинематических параметров при моделировании движения ЛА на основе высокоточных уравнений, по сравнению с известными другими методами. Условия ортогональности матрицы  $C$  сохраняются в пределах точности порядка  $10^{-6} \dots 10^{-15}$ .

Проиллюстрирована работоспособность и эффективность введенного контроля точности определения кинематических параметров с помощью принятого к рассмотрению контрольного соотношения.

**Основные труды**, отражающие содержание диссертации:

1. Скиба Г.Г., Ву Нгюк Хое. Методика идентификации аэродинамических коэффициентов по значениям аэродинамических характеристик //Наукоемкие технологии. -2006. -№ 1. -С.32-36.
2. Скиба Г.Г., Смирнов Д.В., Ву Нгюк Хое. Разработка алгоритма и программы ПЭВМ идентификации аэродинамических коэффициентов с учетом изменений формы и моментов инерции управляемого летательного аппарата. //Оборонная техника. -2005. -№ 4-5. -С.21-30.
3. Скиба Г.Г., Ву Нгюк Хое. Модель движения ЛА с изменяемыми формой и моментами инерции применительно к условиям идентификации аэродинамических характеристик //Ракетно-космическая техника: Фундаментальные и прикладные проблемы: Тез. доклада. 2-ая Международная научная конференция. -Москва (Россия), 2003. -С.135-138.
4. Ву Нгюк Хое, Скиба Г.Г. Идентификация аэродинамических коэффициентов по данным аэробаллистических испытаний //Аэрокосмические технологии: Тез. доклада. Первая международная научно-техническая конференция, посвященная 90-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея. -Москва-Реутов (Российская Федерация), 2004. -С.258-259.
5. Ву Нгюк Хое. Анализ возможности учета влияния изменения положения центра масс ЛА и тензора инерции при идентификации аэродинамических коэффициентов //Студенческая Научная весна: Тез. доклада. -Москва, 2005. -С.128-129.
6. Разработка перспективных методов и аэродинамических средств управления движением в атмосфере летательных аппаратов различного назначения: Отчет о НИР "Кедр-СМ 3"/МГТУ им. Н.Э. Баумана, НИИ специального машиностроения. Научн. рук. темы Лысенко Л.Н.. Исполн.

Калугин В.Т., Казаковцев В.П., Скиба Г.Г., Ву Нгюк Хое и др. -Москва, 2003. –Ч.5. -86 с.

7. Разработка перспективных методов и аэродинамических средств управления движением в атмосфере летательных аппаратов различного назначения: Отчеты о НИР "Кедр-СМ 3"/ МГТУ им. Н.Э. Баумана, НИИ специального машиностроения Научн. рук. темы Лысенко Л.Н.. Исполн. Калугин В.Т., Казаковцев В.П., Скиба Г.Г., Ву Нгюк Хое и др. - Москва, 2005. –Ч.7. -97 с.

Таблица 1.

Результаты контрольной идентификации аэродинамических коэффициентов (АДК) управляемого ЛА

| АДК              | Значения "точные" | Нач. знач. | № итерации и ход уточнения АДК |          |          |          |          |
|------------------|-------------------|------------|--------------------------------|----------|----------|----------|----------|
|                  |                   |            | 1                              | 2        | 16       | 44       | 52       |
| $C_{x_i}^0$      | <b>0.08681</b>    | 0.08       | 0.06771                        | 0.09042  | 0.08680  | 0.08681  | 0.08681  |
| $C_{x_i}^\alpha$ | <b>0.16740</b>    | 0          | -0.22027                       | 0.21357  | 0.16713  | 0.16739  | 0.16739  |
| $C_{x_i}^\omega$ | <b>0.12120</b>    | 0          | 3.32543                        | 10.0606  | 0.14060  | 0.12188  | 0.12158  |
| $C_{y_n}^0$      | <b>0.12020</b>    | 0.10       | -0.04897                       | 0.15517  | 0.12020  | 0.12020  | 0.12020  |
| $C_{y_n}^\alpha$ | <b>1.68030</b>    | 2.00       | -2.15311                       | 2.13061  | 1.67773  | 1.68020  | 1.68024  |
| $C_{y_i}^c$      | <b>-0.07691</b>   | -0.10      | -0.23644                       | -0.07377 | -0.07741 | -0.07693 | -0.07693 |
| $C_{y_n}^\omega$ | <b>-0.48730</b>   | 0          | 34.2360                        | 95.93336 | -0.29641 | -0.48044 | -0.48343 |
| $C_{z_n}^\omega$ | <b>-0.85100</b>   | 0          | -12.0507                       | 8.92532  | -0.92691 | -0.85658 | -0.85615 |
| $C_{z_i}^c$      | <b>0.00075</b>    | 0          | 0.00204                        | 0.00008  | 0.00076  | 0.00075  | 0.00075  |
| $m_{x_i}^c$      | <b>-0.00131</b>   | 0          | -0.00109                       | -0.00091 | -0.00131 | -0.00131 | -0.00131 |
| $m_{x_i}^\omega$ | <b>0.00001</b>    | 0          | 0.00226                        | -0.00153 | 0.00002  | 0.00001  | 0.00001  |
| $m_{z_n}^0$      | <b>0.03036</b>    | 0.025      | -0.02252                       | 0.044610 | 0.03036  | 0.03036  | 0.03036  |
| $m_{z_n}^\alpha$ | <b>0.45704</b>    | 0.55       | -0.78578                       | 0.650270 | 0.45655  | 0.45702  | 0.45703  |
| $m_{y_i}^c$      | <b>0.00010</b>    | 0          | -0.00027                       | 0.00029  | 0.00009  | 0.00009  | 0.00009  |
| $m_{z_n}^\omega$ | <b>-0.28290</b>   | 0          | 8.93123                        | 31.5696  | -0.22047 | -0.28066 | -0.28163 |
| $m_{y_n}^\omega$ | <b>0.13255</b>    | 0          | 5.44260                        | -1.24467 | 0.20987  | 0.08681  | 0.13446  |
| $m_{z_i}^c$      | <b>-0.00022</b>   | -0.0001    | -0.06210                       | -0.00214 | -0.00020 | 0.16739  | -0.00022 |

Таблица 2.

Влияние 1.0 % ошибок измерений ( $3\sigma$ ) на значения  
аэродинамических коэффициентов

| АДК                   | Значения<br>"точные" | Начальные<br>значения | Значения<br>конечные | Погрешности<br>АДК % |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| $C_{x_1}^0$           | 0.08681              | 0.08                  | 0.08689              | +0.092               |
| $C_{x_1}^\alpha$      | 0.16740              | 0                     | 0.16803              | +0.38                |
| $C_{x_1}^\omega$      | 0.12120              | 0                     | 0.20520              | +69.3                |
| $C_{y_n}^0$           | 0.12020              | 0.10                  | 0.12710              | +5.74                |
| $C_{y_n}^\alpha$      | 1.68030              | 2.00                  | 1.67212              | -0.49                |
| $C_{y_n}^\varepsilon$ | -0.07691             | -0.10                 | -0.13489             | +76.2                |
| $C_{y_n}^\omega$      | -0.48730             | 0                     | -0.01681             | >100                 |
| $C_{z_n}^\omega$      | -0.85100             | 0                     | -8.17008             | >100                 |
| $C_{z_1}^\varepsilon$ | 0.00075              | 0                     | 0.00231              | >100                 |
| $m_{x_1}^\varepsilon$ | -0.00131             | 0                     | -0.00161             | +22.90               |
| $m_{x_1}^\omega$      | 0.00001              | 0                     | 0.00182              | >100                 |
| $m_{z_n}^0$           | 0.03036              | 0.025                 | 0.03020              | -0.53                |
| $m_{z_n}^\alpha$      | 0.45704              | 0.55                  | 0.45373              | -0.72                |
| $m_{y_1}^\varepsilon$ | 0.00010              | 0                     | 0.00001              | >100                 |
| $m_{z_n}^\omega$      | -0.28290             | 0                     | -0.03860             | >100                 |
| $m_{y_n}^\omega$      | 0.13255              | 0                     | -2.90381             | >100                 |
| $m_{z_1}^\varepsilon$ | -0.00022             | -0.0001               | 0.00020              | >100                 |

Подписано к печати ~~10.04.06~~ /2006. Тир. 50 экз. Заказ. №...~~157~~.

---

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
Адрес: 105005, г. Москва, 2-Я Бауманская ул., д. 5