

На правах рукописи

МУРАШОВ МИХАИЛ ВЛАДИМИРОВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ
ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ФОРМЫ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

Специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

01.04.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Мурашов

Москва – 2005

Работа выполнена в Московском государственном техническом
университете им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель: д.т.н., проф. Панин С.Д.

Официальные оппоненты: д.ф.-м.н., проф. Димитриенко Ю.И.,
к.т.н., с.н.с. Головин Н.Н.

Ведущая организация: ОАО «ЦНИИСМ», Московская обл.,
г.Хотьково

Защита состоится «11» ОКТАБРЯ 2005 г. в 11⁰⁰ на заседании
диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном
техническом университете им. Н.Э.Баумана по адресу: 105005, Москва,
2-я Бауманская ул., 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ
им. Н.Э.Баумана.

Автореферат разослан «03» АВГУСТА 2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор



Волков И.К.

Актуальность работы. В связи с развитием современной техники предъявляются все более высокие требования к работоспособности углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ) в условиях обтекания высокоскоростными потоками газа. Изменение формы области, занимаемой конструкцией из УУКМ, значительно затрудняет проведение проектирования и моделирования. Математическое моделирование теплового состояния конструкций изменяющейся формы из аблярующих композиционных материалов (КМ) позволяет не только предсказывать поведение конструкции в тех или иных условиях, но и открывает широкие возможности для новых конструкторско-технологических решений.

Ограниченность подходов для математического моделирования поведения композиционных материалов в экстремальных условиях работы является одним из основных препятствий к дальнейшему совершенствованию аэрокосмической техники.

Разработка более совершенных методов математического моделирования сложных процессов разрушения конструкций из КМ под воздействием высоких температур является актуальной проблемой. При этом существенное значение имеет построение и исследование моделей с учетом структуры и технологических свойств КМ, что значительно расширяет перспективы создания и применения аблярующих КМ.

Не менее важным вопросом является создание современных компьютерных программ и алгоритмов для решения задач теплопроводности с подвижными границами, дающих новые возможности в проведении научных и прикладных расчетов.

Цель работы – разработка методики математического моделирования температурных полей в составных конструкциях изменяющейся формы из КМ на уровне структуры матрица-наполнитель.

Основные задачи исследования:

1. Разработка методики, математических моделей и алгоритмов для решения нелинейных нестационарных задач теплопроводности в составных областях изменяющейся формы.
2. Постановка и решение задачи определения температурных полей в структуре КМ матрица-наполнитель и параметров процесса возникновения и развития шероховатости поверхности конструкции.
3. Создание на основе разработанных моделей и алгоритмов программы для решения нелинейных нестационарных задач теплопроводности в областях изменяющейся формы.

Научную новизну диссертационной работы составляют разработанные и полученные:

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1732231

Мурашов М. В. Математическое

МГТУ
ИМ. Н. Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА

- методика и алгоритмы решения двумерных задач теплопроводности в сложных составных областях изменяющейся формы, учитывающие произвольную форму области и произвольный характер движения границы;

- постановка задачи, модель и алгоритмы для определения температурных полей в КМ на уровне структуры матрица-наполнитель и параметров процесса развития шероховатости поверхности конструкций из углеграфитовых композиционных материалов, обтекаемых высокотемпературным газовым потоком;

- результаты исследования погрешности метода конечных элементов (МКЭ) для задач теплопроводности, обусловленной отсутствием непрерывности тепловых потоков на границах элементов и рекомендации для снижения уровня этой погрешности.

Практическая ценность работы. Применение предложенной методики и разработанной программы определения с учетом шероховатости температурных полей в структуре материала матрица-наполнитель позволяет получать более точные результаты, являющиеся исходными для расчета напряженно-деформированного состояния конструкции.

Получаемая по разработанной программе зависимость величины высоты бугорков шероховатости от времени может быть использована для более корректной оценки напряжения трения на поверхности конструкций из УУКМ.

Применение методики определения температурных полей позволяет проводить более глубокий анализ процессов в структуре композиционных материалов.

Разработанные методика и алгоритмы решения двумерной задачи с подвижной границей дают возможность создания автоматизированной программы для использования в инженерной практике, что позволяет значительно расширить круг решаемых задач с подвижными границами.

Обоснованность и достоверность результатов, представленных в диссертации, основана:

- 1) на строгости математического построения описанных моделей исследуемых теплофизических процессов;
- 2) на проведенном тестировании разработанных алгоритмов и программ на аналитических решениях известных тестовых задач;
- 3) на сравнении полученных результатов расчетов с данными других авторов.

На защиту выносятся:

- методика решения двумерных задач теплопроводности в сложных составных областях изменяющейся формы;

- методика и модель для определения температурных полей в КМ на уровне структуры матрица-наполнитель и параметров процесса развития шероховатости поверхности конструкций из углеграфитовых композиционных материалов, обтекаемых высокотемпературным газовым потоком;

- результаты исследования погрешности МКЭ для задач теплопроводности, обусловленной отсутствием непрерывности тепловых потоков и рекомендации для снижения уровня этой погрешности.

Апробация работы. Материалы настоящей диссертационной работыкладывались на студенческой научной конференции «Студенческая научная весна – 2001» МГТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 2001 г.; Второй международной научной конференции «Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы», Москва, 2003г.; семинарах кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 2003-2004 гг.; семинарах кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 2004 г.; семинарах кафедры «Прикладная математика» МГТУ им.Н.Э.Баумана, Москва, 2005 г.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы из 80 наименований. Общий объем работы составляет 116 страниц. Диссертация содержит 67 рисунков и 5 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выполняемых в диссертационной работе исследований, сформулированы цель и задачи исследования, дано краткое содержание работы по главам.

Различные методы решения двумерных задач теплопроводности с подвижными границами предложены в работах Дж.Чина, М.Хогге и П.Геррекенса, Г.Н.Кувыркина, С.М.Шарова, Н.Н.Головина, А.Г.Цицина, А.Я.Филатова.

Однако, при решении имеет место ряд проблем. Среди них:

- необходимость предварительного ручного разбиения области расчта на подобласти достаточно простой формы, что не позволяет решать задачи с произвольным изменением подвижной границы;
- при генерации сетки существует ограничение на равенство числа узлов на противоположных сторонах подобласти, что может приводить к большой разности размеров элементов в разбиении, то есть к снижению качества сетки;
- разрыв границы может происходить только по заранее определенной линии соединения подобластей.

В данной работе предложена новая методика, которая лишена перечисленных недостатков. Основными составляющими ее являются МКЭ, метод Делоне и равномерное распределение узлов. Применение методики позволяет получать качественную сетку в сложных областях и дает возможность проведения вычислений при произвольных изменениях формы тела. Генерация

сетки в сложных областях выполняется полностью автоматически без необходимости вмешательства расчетчика.

В первой главе сформулирована общая постановка двумерной нестационарной задачи теплопроводности с подвижной границей.

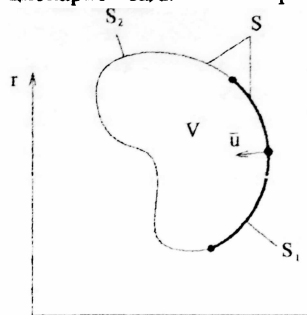


Рис. 1. Геометрическая схема

Рассматривается осесимметричное составное ортотропное тело произвольной формы, занимающее объем V и ограниченное поверхностью S (рис. 1). Точки части поверхности S , обозначенной S_1 , движутся со скоростью $u(T)$ по нормали к S внутрь тела. При этом другая часть поверхности S , обозначенная $S_2 = S \setminus S_1$, неподвижна.

Математическая модель представляет собой уравнение теплопроводности (1.1), начальное условие (1.2) и граничные условия на поверхностях S_1 (1.3) и S_2 (1.4), записанные в следующем виде:

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_r(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_v, \quad (1.1)$$

$$T(r, z, 0) = T_0(r, z), \quad (1.2)$$

подвижная граница S_1 :

$$-n_r\lambda_r(T)\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{S_1} - n_z\lambda_z(T)\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{S_1} = \alpha(T_w - T_c) + \dot{m}(T_w) \cdot Q_*, \quad (1.3)$$

неподвижная граница S_2 :

$$-n_r\lambda_r(T)\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{S_2} - n_z\lambda_z(T)\frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{S_2} = 0, \quad (1.4)$$

где c_p , ρ – удельная теплоемкость и плотность материала; λ_r и λ_z – коэффициенты теплопроводности материала в направлении главных осей; q_v – удельная мощность тепловыделения материала; n_r , n_z – проекции единичного вектора внешней нормали к поверхностям S_1 и S_2 на направления осей координат; α , T_c – коэффициент теплоотдачи и температура среды; T_w – температура на границе тела; $\dot{m}(T_w)$ – массовая скорость уноса материала; Q_* – тепловой эффект физико-химических превращений на поверхности.

Во второй главе приведена постановка тестовой двумерной задачи теплопроводности без подвижной границы, рассмотрена стандартная конечно-элементная методика ее решения, тестированием на аналитических решениях выявлены и проанализированы погрешности МКЭ, определены пути снижения и устранения погрешностей.

нение величины погрешности в зависимости от числа (размера) элементов по осям r и z .

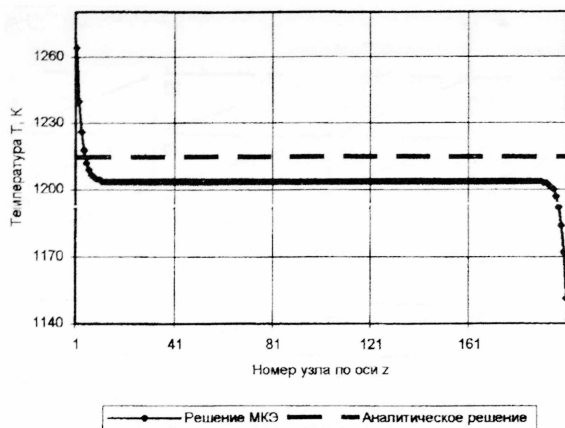


Рис. 3. Погрешность, обусловленная отсутствием непрерывности тепловых потоков на границах элементов

Определено, что чем больше несимметричность сетки элементов относительно тепловой нагрузки, тем больше величина погрешности. Поэтому избавиться от погрешности в рассматриваемой задаче можно, изменяя разбиение области на элементы с несимметричного на симметричное (рис. 6) или используя четырехугольные элементы.

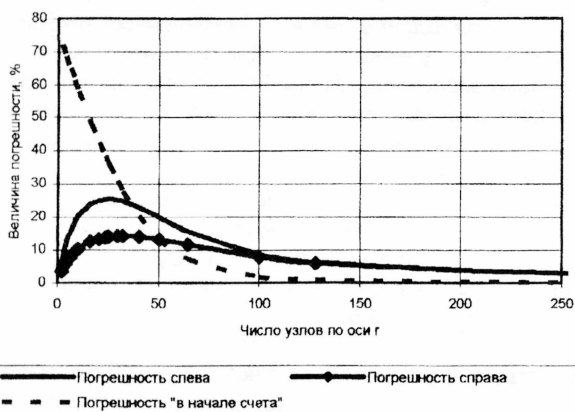


Рис. 4. Величина погрешностей в зависимости от числа узлов по оси r

В разработанной программе разбиение было изменено на симметричное. При этом погрешность исчезла. Было замечено, что в этом случае, при увеличении числа узлов по оси z «погрешность в начале счета» возрастает на величину до 30% от величины «погрешности в начале счета» для числа узлов по z , равного двум. Также, если число узлов по оси z больше, чем по r , то несмотря на проводимую диагонализацию матрицы теплоемкости, появляется погрешность, обусловленная неконсервативностью элементов.

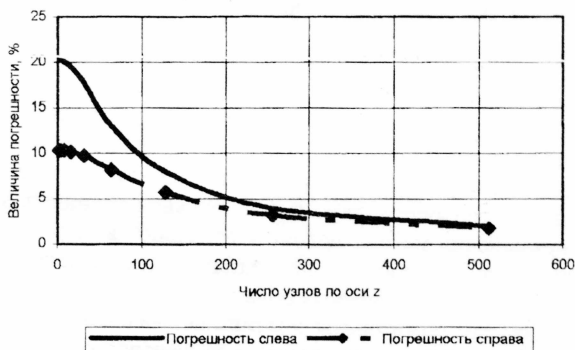


Рис. 5. Величина погрешности в зависимости от числа узлов по оси z (в узлах на нагреваемой границе слева и справа)

В случае произвольной расчетной области необходимо стремиться к обеспечению симметрии разбиения относительно тепловой нагрузки, однако, как правило, полной симметрии достигнуть не удастся. Таким образом, при расчете сложной области эта погрешность в какой-то мере всегда будет иметь место. Уменьшать величину погрешности можно локальным измельчением сетки.

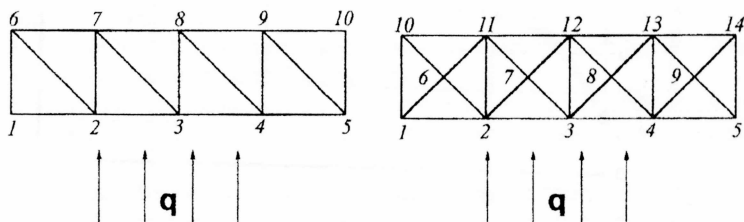


Рис. 6. Несимметричное (слева) и симметричное (справа) разбиения прямоугольной области по отношению к тепловой нагрузке. Даны глобальные номера узлов

В данной части работы также проиллюстрировано влияние формы треугольных конечных элементов на погрешность расчета. Были рассмотрены разбиения квадратной области с различным числом столбцов при фиксированном числе строк $n \times m = 20$, $n \times m = 40$ и $n \times m = 400$. При этом величина минимального угла в треугольных элементах изменялась в диапазоне $0,1 \div 45^\circ$. Получено, что при изменении формы элементов возможно увеличение общей погрешности от 0,14% до 0,21% (при $n \times m = 20$), что является незначительным и позволяет не учитывать форму элементов при решении рассматриваемой задачи теплопроводности.

В этой же главе приведены результаты тестирования разработанной программы при решении нелинейной задачи теплопроводности.

В третьей главе рассмотрена алгоритмическая реализация предлагаемой методики решения задач теплопроводности в областях изменяющейся формы.

Здесь приведены результаты проверки точности численного решения одномерной задачи теплопроводности с подвижной границей, рассмотрены особенности применения метода Делоне к решению двумерных задач с подвижными границами, разработаны алгоритмы равномерного расположения узлов и движения границы в сложных областях.

На рис. 8 представлен алгоритм решения задачи с подвижной границей.

Для тестирования программы численное решение одномерной задачи с подвижной границей сравнивалось с аналитическим решением о нагреве полубесконечного стержня, полученным Э.М.Карташовым. Представленные на рис. 7 результаты (различие менее 1%) подтвердили верность численного решения.

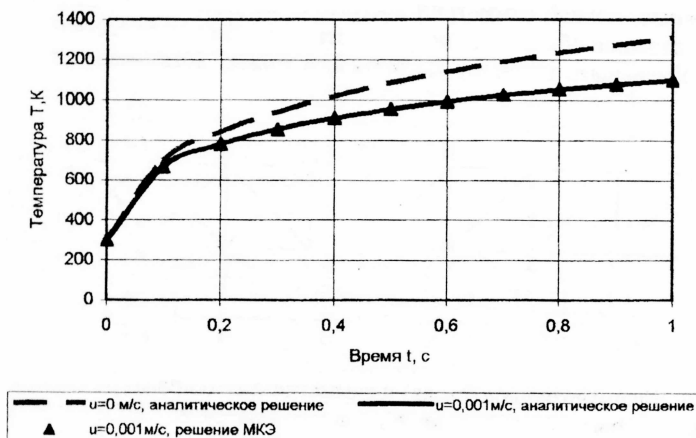


Рис. 7. Результат тестирования решения одномерной задачи с подвижной границей

При переходе к двумерной задаче с подвижной границей требуется определять направление движения узла подвижной границы. В данной работе направление определяется по векторным формулам аналитической геометрии без вычисления углов и использования тригонометрических функций.

Для генерации треугольной сетки используется метод Делоне, эффективные алгоритмы которого появились в 1980-х годах с работами Бауера, Д.Ф.Вотсона, Ф.Хемелайна. В данной работе использован именно этот метод, так как он позволяет наиболее быстро и полностью автоматически получать сетки приемлемого качества в сложных областях.

Без дополнений метод Делоне для невыпуклых и/или составных областей применить нельзя. В противном случае, в процессе триангуляции происходит нарушение целостности границ.

Указанная проблема решена в данной работе использованием в процессе поиска сопряженного узла двух процедур:

- а) анализ пересечений с внутренней границей;
- б) анализ пересечений с подвижной границей.

Если такое пересечение имеет место, то для текущего отрезка выбирается другой пробный узел.

Узлы на границах модели и внутри области генерируются по возможности равномерно с постоянным шагом сетки Δl . Таким образом, с изменением геометрии расчетной области на каждом шаге по времени число узлов в модели и их положение меняются. Узлы пересечения или соединения границ рассматриваются как особые и требуют отдельных методов обработки. Наиболее часто нужно обеспечить присутствие этих узлов даже при нарушении равномерности расположения узлов, с появлением элементов, в десятки раз меньших, чем остальные.

В работе при перемещении узлов подвижной границы учитываются следующие геометрические эффекты:

1. Расстояние между узлами поддерживается близким к шагу сетки Δl .
2. Не допускается самопересечения отрезков подвижной границы в процессе ее движения.
3. При большой разнице в скоростях уноса материалов производится удаление отгорающих частей материала.
4. Исключается возможность пересечения отрезком подвижной границы отрезка внутренней границы без пересечения самой внутренней границы.

Использование датчика случайных чисел для генерации внутренних узлов дает некачественную сетку. Данная проблема была решена генерацией узлов с расположением, близким к регулярному и равномерному. Для этого на область накладывается сетка с узлами, расположенными регулярно и с определенным шагом сетки Δl .

Температура в узле новой сетки находится линейной интерполяцией с трех узлов старой сетки.

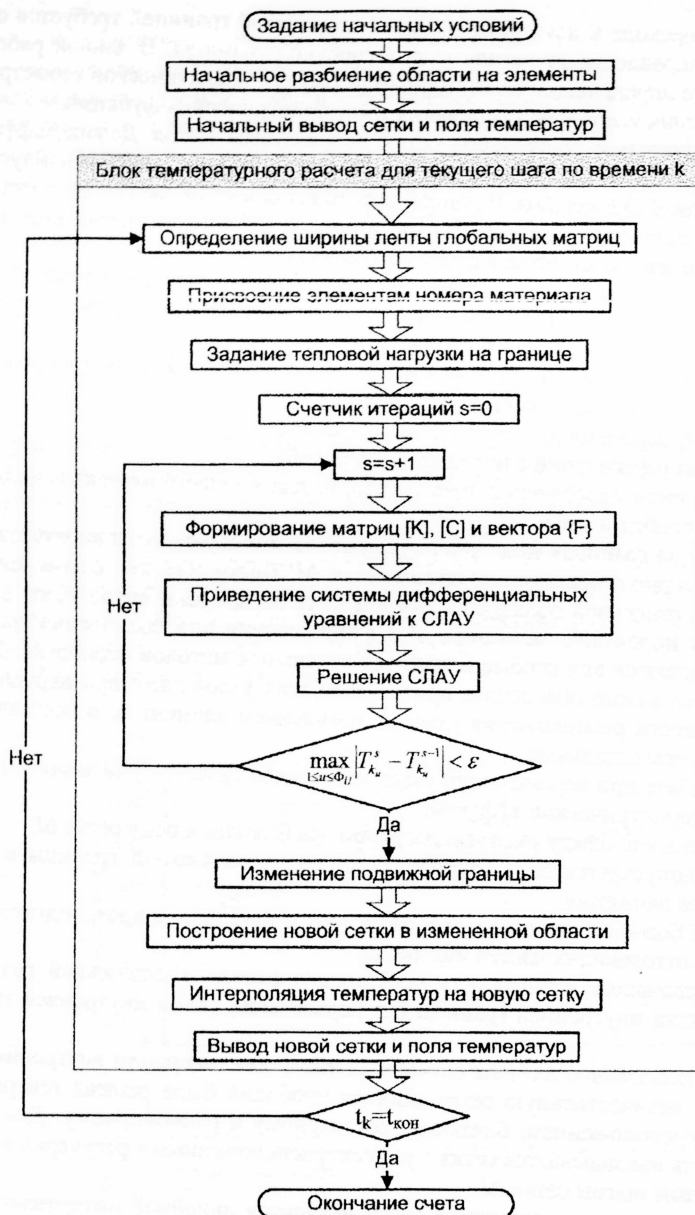


Рис. 8. Алгоритм решения задачи с подвижной границей

В четвертой главе проводится рассмотрение моделей и свойств современных и перспективных углеродных композиционных материалов, определен круг задач, в которых возможно проведение расчетов температурного состояния решением двумерной задачи теплопроводности с учетом структуры КМ.

В данной главе также сформулирована постановка задачи моделирования возникновения и развития шероховатости на поверхности конструкции из УУКМ, находящейся под воздействием высокотемпературного газового потока. Здесь проведено построение модели рассматриваемой части конструкции и проанализированы полученные в ходе вычислительного эксперимента результаты.

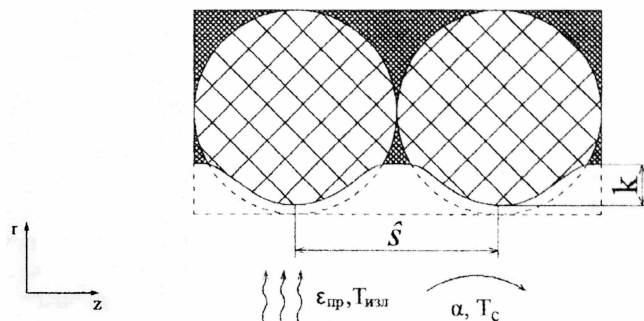


Рис.9. Образование шероховатости за счет более быстрого уноса матрицы

Определение изменения уровня шероховатости поверхности по времени необходимо для правильного расчета уноса, так как коэффициент теплообмена для шероховатой поверхности может быть в 2,7-3 раза выше, чем для гладкой. Представленная на рис.9 модель УУКМ показывает, что разность скоростей уноса матрицы и наполнителя на периодической структуре КМ приводит к образованию шероховатости поверхности.

Решение задачи моделирования шероховатости даст возможность рассматривать влияние на величину уноса и размер шероховатости доли содержания матрицы в УУКМ, технологии производства и характеристик исходных материалов.

В качестве основных в работе рассматривались узлы конструкций сопловых блоков жидкостных и твердотопливных ракетных двигателей. Для последних расчеты проводились для начальных моментов времени работы двигателя, когда реализуется кинетический режим окисления углерода.

Из многообразия структур УУКМ при рассмотрении двумерной (осесимметричной) задачи возможно проводить моделирование только однонаправленных структур. Для адекватности двумерной модели необходимо, чтобы структура материала была полностью однородной по третьей координатной оси. Поэтому рассматриваемое сечение одномерной структуры должно

быть расположено перпендикулярно направлению волокон. Возможные для расчета в осесимметричной задаче модели 1D структур приведены на рис. 10.

В этом случае параметр шероховатости δ является характеристикой материала, так как представляет собой расстояние между жгутами волокон d_2 (рис. 10), а задачей математического моделирования является определение параметра k .

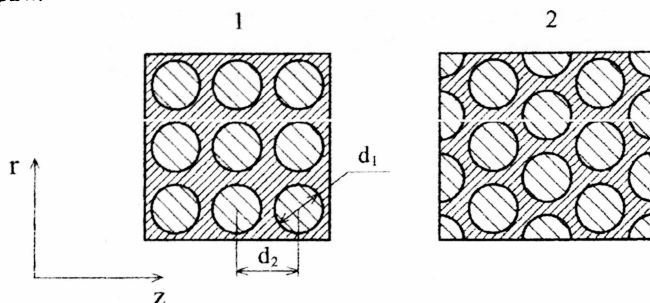


Рис. 10. Возможные двумерные модели композиционных материалов: 1 – для прямоугольной 1D структуры; 2 – для гексагональной 1D структуры

При построении моделей периодических структур, оптимальных для температурного расчета, базовыми являются минимальные элементы, которые не содержат симметричных частей. Такие элементы для однонаправленных структур показаны на рис. 11.



Рис. 11. Базовые минимальные элементы 1D структур: 1 – прямоугольная 1D; 2 – гексагональная 1D

В данной работе для решения задачи моделирования развития шероховатости выбрана однонаправленная прямоугольная структура, хотя возможно проведение моделирования и для гексагональной структуры.

Постановка задачи аналогична постановке квазиодномерной задачи с подвижной границей (см. рис. 2). Граница S_1 начинается движение в радиальном направлении внутрь тела со скоростью $u(T_w)$.

Из базового минимального элемента для КМ прямоугольной 1D структуры (рис. 11) построена модель для температурного расчета и определения величины шероховатости, показанная на рис. 12.

Модель представляет собой кольцо полого цилиндра и состоит из двух областей. Первая, внутренняя, которая покрывается мелкой сеткой конечных элементов, – область, где может происходить движение границы. Исходя из диаметра жгута 0,5 мм, толщина этой области составляет 1 мм. Ширина модели $b_1 = 0,25$ мм.

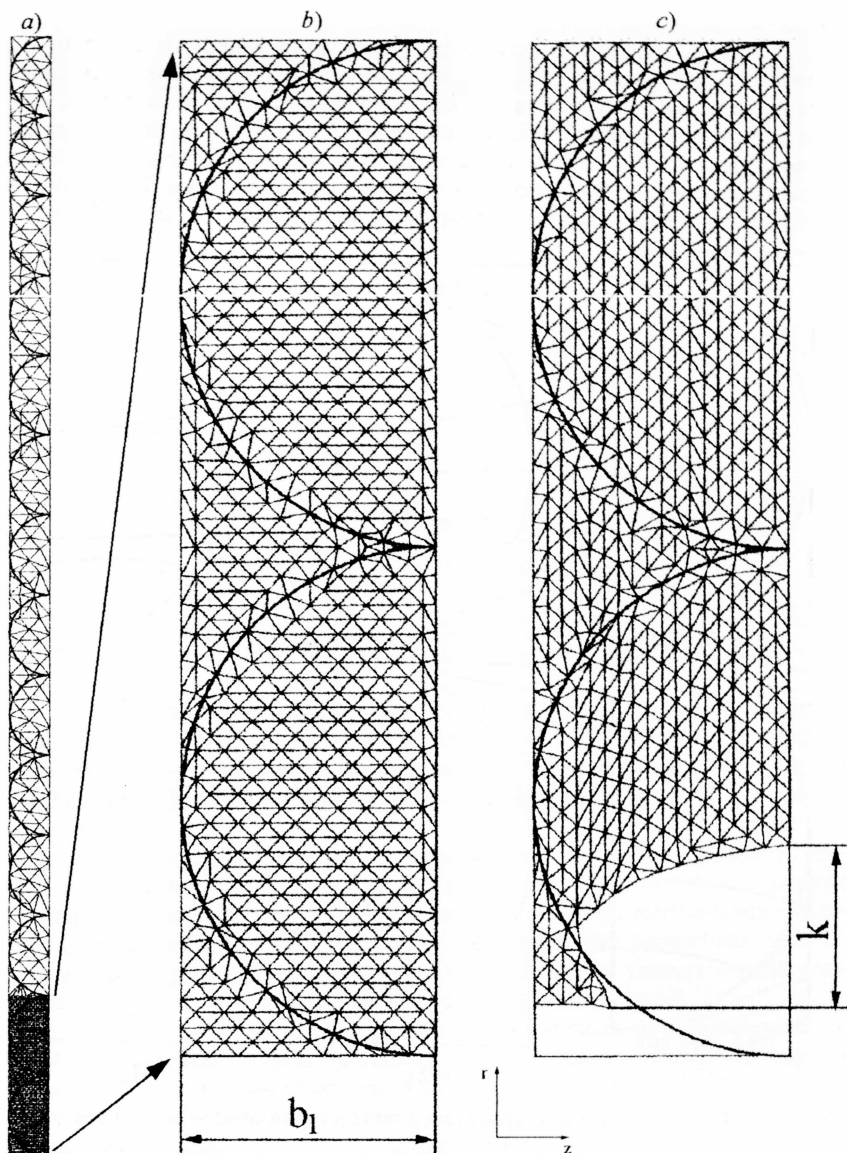


Рис. 12. Модель для расчета развития шероховатости: *a*) полная модель (изображено 7 первых блоков); *b*) область с подвижной границей; *c*) перестроение сетки

Вторая, внешняя область, представляет собой многократное повторение блока нижней области. Разбиение и границы её неизменяемые, и используется она для обеспечения емкости для подводимого тепла не меньшей, чем у моделируемой конструкции. Эта область вспомогательная, поэтому разбиение её делается крупными элементами. В проведенном расчете эта область была составлена из 20 блоков, и ее толщина равнялась 20 мм. Таким образом, суммарная толщина стенки моделируемой конструкции составляла 21 мм.

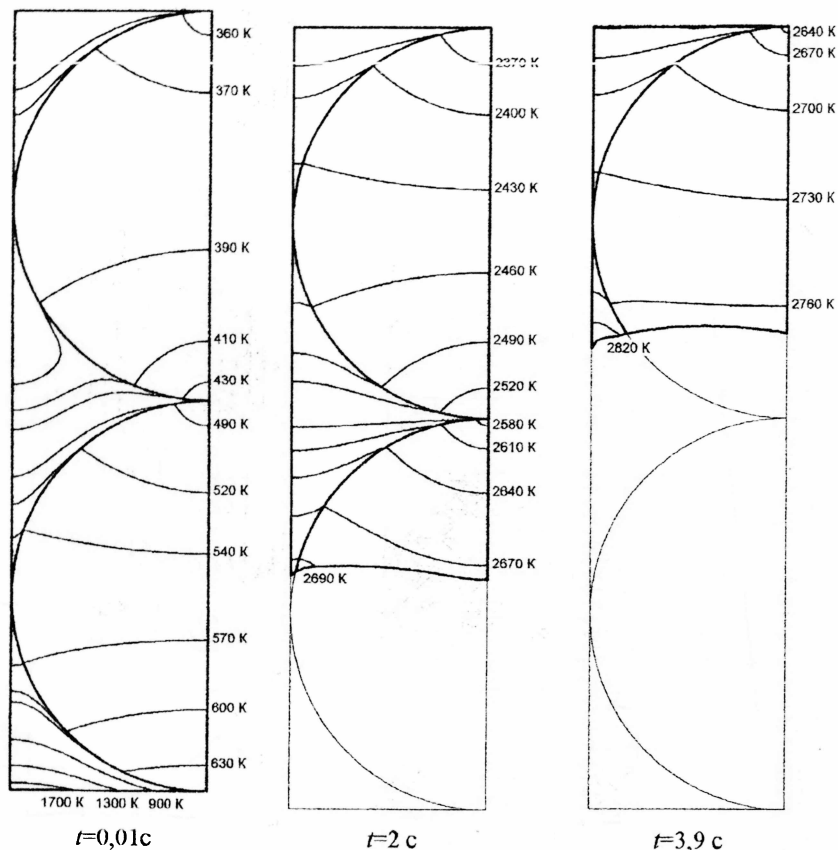


Рис. 13. Изотермы температурного поля в различные моменты времени

Проведен вычислительный эксперимент, и получены результаты для температурных полей и шероховатости в соплах ракетных двигателей для средних, больших и малых скоростей уноса. Результаты для средних скоростей уноса ($u \sim 0,15$ мм/с) представлены на рис.13,14.

В пятой главе в качестве примера реализации разработанных методов, алгоритмов и программ представлены результаты расчетов теплового состояния сложной составной конструкции – гироблока.

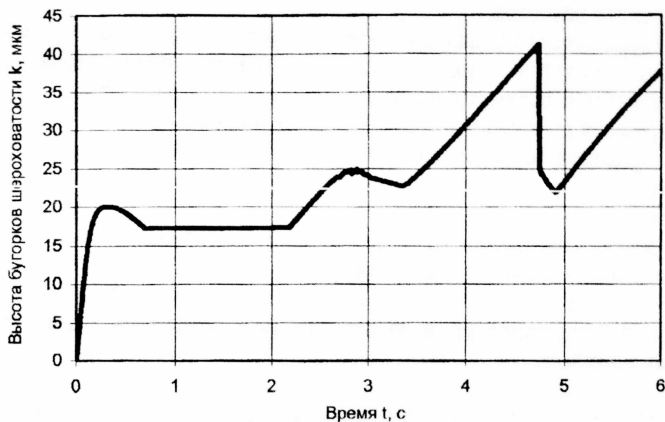


Рис. 14. Изменение величины шероховатости k по времени

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложена новая методика для решения методом конечных элементов двумерных задач теплопроводности с подвижной границей, в основе которой лежит комбинация из следующих трех методов: 1) метода конечных элементов, 2) метода Делонс, 3) равномерного распределения узлов при пересгенерации сетки.

Преимуществом данной методики является возможность проводить расчеты в составных областях сложной формы и при произвольном характере движения границы. Генерация сетки в сложных областях выполняется полностью автоматически без необходимости вмешательства расчетчика, что позволяет использовать данную методику при разработке универсальных коммерческих программ для решения задач с подвижной границей.

2. На основе предложенной методики, разработанных математических моделей и алгоритмов создана программа для численного решения двумерной нелинейной задачи теплопроводности с подвижными границами.

3. Проведено тестирование программы на аналитических решениях, что подтвердило достоверность получаемых результатов. При этом были рассмотрены, систематизированы и устранены различные погрешности метода конечных элементов, возникающие при решении. Проведен анализ погрешности МКЭ для задач теплопроводности, обусловленной отсутствием непре-

рывности тепловых потоков на границах элементов. Определены рекомендации по оптимальному выбору шага по времени, размеров элементов и характера сеточного разбиения, применение которых позволило повысить точность результатов расчетов.

4. Предложена методика и математическая модель для определения температурных полей в однонаправленных КМ на уровне структуры матриц-наполнитель и параметров процесса развития шероховатости на поверхности конструкций из УУКМ при интенсивном тепловом нагружении.

5. Проведен вычислительный эксперимент, и получены результаты для температурных полей и шероховатости в соплах ракетных двигателей для широкого класса скоростей уноса.

6. Для демонстрации возможностей разработанных алгоритмов и программы в первом приближении построена математическая модель гироскопа, представляющего собой сложную составную конструкцию. Проведен вычислительный эксперимент, в рамках которого выполнен анализ теплового состояния прибора.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. С.Д.Панин, А.В.Астрахов, М.В.Мурашов. Особенности решения осесимметричной нелинейной нестационарной задачи теплопроводности с подвижной границей методом конечных элементов // Известия вузов. Машиностроение. – 2003. – №6. – С. 9-16.

2. М.В.Мурашов, А.В.Науменко, А.И.Саложников. Применение метода конечных элементов для исследования теплового состояния гироскопа // Известия вузов. Машиностроение. – 2004. – №1. – С. 3-10.

3. М.В.Мурашов. Численное моделирование теплообмена в конструкциях переменной геометрии // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Сборник научных трудов XV Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И.Леонтьева. – М., 2005. – Т.2. – С.315-318.