

На правах рукописи
УДК 519.718

НЕ ВЫДАЕТСЯ

ТИМОНИН Владимир Иванович

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ
СОКРАЩЕНИЯ ОБЪЕМОВ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ
ФОРСИРОВАННЫХ ИСПЫТАНИЙ**

Специальность
05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико – математических наук



Москва 2005

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э.Баумана.

Научный консультант: Заслуженный деятель науки РФ,
профессор, доктор технических наук Карташов Г.Д.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Каштанов В.А.
доктор физико-математических наук,
профессор Зубов Н.В.
доктор технических наук,
профессор Воскобоев В.Ф.

Ведущая организация: ФГУП 22 ЦНИИИ Министерства обороны РФ

Защита диссертации состоится «**6**» *декабря* 2005 г. в
11 час. на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при
Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана
по адресу: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им.
Н.Э.Баумана.

Автореферат разослан « » 2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор



Волков И.К.

Подписано к печати *20.10.05* Объем 2 п.л. Тираж 100 экз. Заказ **329**

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ. Испытания технических изделий являются основным средством определения показателей их надежности. По некоторым оценкам, расходы на них в СССР доходили до 10% от стоимости изделий, что в масштабах страны составляло десятки миллиардов рублей. С развитием техники требования к ее надежности постоянно росли. В настоящее время многие изделия должны с высокой вероятностью безотказно работать длительное время, исчисляемое годами, а то и десятилетиями. В этих условиях традиционные статистические методы оценивания показателей надежности оказались неприменимы из-за того, что они требуют длительных испытаний выборок больших объемов. В связи с этим в теории надежности чрезвычайно актуальной стала проблема ускоренных испытаний. Решение этой проблемы может быть осуществлено разными способами: использованием методов прогнозирования или распознавания образов, знанием физики отказов, анализом информации по изделиям-аналогам и др. В данной диссертации рассматриваются только методы, когда сокращение длительности испытаний достигается ужесточением (форсированием) режимов.

Проблеме форсированных испытаний посвящено большое количество публикаций как у нас в стране, так и за рубежом. Среди отечественных авторов отметим работы Кордонского Я.Б., Перроте А.И., Карташова Г.Д., Седякина Н.И., Пешеса Л.Я. Из иностранных авторов – Д. Кокса, В. Нельсона, Н. Сингпурваллу, Д. Хана, Ф. Прошана, Н. Манн.

К настоящему времени удалось получить ответы на многие вопросы, возникающие при проведении форсированных испытаний. Определены условия, которым должен удовлетворять форсированный режим, способы экстраполяции результатов форсированных испытаний к нормальным условиям, продолжительность (коэффициент ускорения) испытаний. Достаточно полно разработаны программы предварительных исследований, на стадии которых проверяются (или устанавливаются) различные предпосылки методов форсированных испытаний. Решена проблема инвариантности, что позволяет распространить результаты предварительных исследований на любые партии данных изделий. Созданы соответствующие нормативно-техническая документация и программное обеспечение.

Вместе с тем, несмотря на свои очевидные преимущества, форсированные испытания еще не получили достаточно широкого распространения. Дело в том, что для их реализации вначале необходимо проведение так называемых предварительных исследований, на стадии

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



1738129

Тимохин В.И. Модели и мето

ИМ. Н. Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА

которых определяются основные характеристики форсированных испытаний:

- выбираются форсированные режимы (нагрузки);
- определяются методы пересчета результатов форсированных испытаний на нормальный режим;
- проверяются различные модели расходования ресурса;
- обосновывается возможность применения полученных результатов для новых партий исследуемых изделий.

Проблема заключается в том, что современные методы предварительных исследований (их основными компонентами являются предварительные испытания и соответствующее статистическое и программное обеспечение) часто являются основным препятствием для применения форсированных испытаний.

Причины этого перечислены ниже.

А. Производство выпускает изделия отдельными партиями, которые имеют (или могут иметь) различные распределения наработок до отказа (проблема нестабильности процесса производства). На практике предварительные испытания всегда проводят на изделиях одной партии. Возникает вопрос, какого рода информация, связывающая поведение изделий в различных режимах, должна быть получена по их результатам, чтобы ее можно было распространить на другие партии аналогичных изделий? Как проводить предварительные испытания для определения этой информации (если вид ее установлен) и обработать полученные данные?

Ответ на эти вопросы был дан Г. Д. Карташовым. Он показал, что неизменяемыми (инвариантными) для любых партий являются функции связи между наработками до отказа (или между изменением технических параметров) одного и того же изделия в разных режимах. Однако, в силу разрушающего характера испытаний, у одного изделия можно получить только одну из этих наработок и поэтому классические методы неприменимы для определения этих функций. Для решения этой проблемы Карташовым Г.Д. были разработаны специальные модели проведения предварительных испытаний, которые в дальнейшем будем называть моделями первого типа. Однако методы обработки их результатов, основанные на применении стандартных процедур статистического анализа, требуют проведения длительных испытаний одной из выборок изделий в нормальном режиме, что часто и делает предварительные исследования неприемлемыми по продолжительности и стоимости.

Б. Предварительные испытания проводят также для установления зависимостей между функциями распределения наработок до отказа в различных режимах. Обычно считают, что вид функции распределения известен, а ее параметры зависят от уровней форсирующих факторов (или,

сокращенно, уровня нагрузки). Если процесс производства можно считать стабильным, то предварительные испытания проводят по обычной регрессионной схеме. Такие модели испытаний будем называть моделями второго типа. Известен ряд зависимостей (Аррениуса, Эйринга, степенная и др.) параметров распределений наработок до отказа от температуры, влажности и других факторов, позволяющих экстраполировать результаты испытаний в нескольких форсированных режимах на нормальный режим. Однако в этом случае нередко для части ступеней испытаний подходит одно распределение, для остальных – другое. В таких случаях проблема экстраполяции становится неразрешимой, так как о виде распределения наработок в нормальном режиме невозможно сделать никаких предположений. В связи с этим остро встают вопросы достоверности результатов предварительных исследований при использовании параметрических регрессионных моделей.

В. Общей проблемой любых испытаний является ограниченность объемов статистического материала. При использовании обеих моделей в подавляющем большинстве случаев анализ данных основан на применении асимптотических методов оценивания и проверки гипотез. Некритическое применение асимптотических методов для выборок малых (и даже средних) объемов часто приводит к совершенно неудовлетворительным результатам (см. обзор автора [1] и сноску на стр. 18).

В основе перечисленных выше проблем лежит **недостаточная разработанность статистических методов обработки результатов предварительных испытаний**: нет непараметрических методов проверки соотношений между функциями распределения неоднородных независимых выборок (полных и цензурированных) (п. Б); проведение испытаний в нормальном режиме (п. А) вызвано отсутствием методов проверки однородности выборок, не являющихся независимыми; не разработаны численные методы определения точных (для выборок любых объемов) распределений статистик, применяющихся для анализа получаемых данных (п. В).

По мере развития техники значение указанных проблем будет только возрастать. Поэтому не будет преувеличением сказать, что широкое внедрение форсированных испытаний сводится к сокращению продолжительности (а, значит, к уменьшению стоимости) и повышению достоверности предварительных исследований.

Поскольку для современных изделий чрезвычайно важное значение имеет оперативное определение показателей надежности (на их основе рассчитывается кратность резервирования, длительность времени между профилактиками, решаются вопросы о модификации или разработке новых изделий и т.д.), а форсированные испытания являются одним из основных инструментов решения этой задачи, то **разработка новых моделей и**

методов, позволяющих существенно сократить объемы и продолжительность, повысить достоверность результатов их главной исследовательской части - предварительных испытаний - является крупной научно-технической проблемой, имеющей важное прикладное значение.

Решению именно этой проблемы и посвящена данная диссертация на примере изделий радиоэлектроники.

Целью работы является развитие существующих и разработка новых моделей и методов статистического анализа результатов предварительных испытаний, применимых к выборкам любых объемов и позволяющих уменьшить продолжительность испытаний, минимизировать применение нормального режима, перейти к непараметрическим методам экстраполяции результатов испытаний.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. В моделях испытаний 1-ого типа провести анализ структуры составляющих их режимов и определить характер информации о распределении наработок в нормальном режиме, содержащейся в результатах испытаний в переменных режимах.

2. Разработать новые непараметрические методы анализа данных в моделях испытаний 1-ого типа, позволяющие решать поставленные задачи и использующие результаты испытаний только в переменных режимах (учитывая специфический характер этих данных – цензурированность, зависимость и т.п.).

3. Для моделей испытаний 2-ого типа разработать модели регрессии, которые не требуют знания законов распределения наработок в различных режимах предварительных испытаний.

4. Разработать точные и асимптотические методы оценки параметров этих моделей по результатам предварительных испытаний для полных и цензурированных выборок.

5. Создать соответствующее программное обеспечение.

6. Провести анализ точности предложенных процедур методами статистического моделирования.

7. Апробировать и реализовать результаты работы в производстве и нормативно – технической документации.

Объектами применения разработанных методов могут быть любые изделия, хотя в диссертации они апробированы на различных изделиях радиоэлектроники. В принципе методы могут использоваться в любых областях науки и техники.

Научная новизна работы заключается в том, что:

1. Доказана принципиальная возможность определения связей между ненаблюдаемыми одновременно параметрами (наработками до отказа одного и того же изделия в различных режимах) по результатам испытаний одной выборки в переменном режиме. Эти функции связи будут инвариантны для любых партий аналогичных изделий.

2. Впервые получены методы проверки справедливости моделей расходования ресурса (Пальмгрена – Майнера, Седякина и др.) по испытаниям одной выборки в переменном режиме.

3. Впервые поставлена и решена задача проверки адекватности моделей связи между функциями распределения наработок в различных режимах, не требующие знания типа этих функций.

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. Разработаны математические модели, связывающие между собой ненаблюдаемые одновременно наработки в различных режимах и позволяющие определять функции связи между ними по результатам испытаний одной выборки в переменном режиме.

2. Предложен новый класс непараметрических критериев проверки адекватности используемых функций связи между ненаблюдаемыми одновременно наработками по зависимым и цензурированным выборкам, применение которых позволяет на 30%– 40% сократить продолжительность и объем предварительных исследований.

3. Разработаны оригинальные алгоритмы вычисления точных распределений статистик предложенных критериев для любых объемов полных и цензурированных выборок, что позволяет численно получать точечные и интервальные оценки параметров функций связи.

4. Предложен новый класс непараметрических критериев проверки адекватности моделей связи между распределениями наработок до отказа в различных режимах.

5. Разработаны оригинальные алгоритмы вычисления точных распределений статистик предложенных критериев для любых объемов полных и цензурированных выборок, что позволяет численно получать точечные и интервальные параметров моделей и повысить достоверность и точность форсированных испытаний.

6. В рамках экспоненциальной модели для широкого класса функций пересчета получены достаточные условия оптимальности (по средней продолжительности) предварительных испытаний в зависимости от порядка чередования составляющих их режимов.

7. Проведено обширное статистическое моделирование для проверки полученных результатов.

8. Создан комплекс программ, реализующих разработанные алгоритмы.

Методы исследования. В диссертации использованы методы: вероятно – статистические, асимптотические, функционального анализа, численные, моделирования.

Апробация результатов исследования.

Результаты диссертации докладывались на семинаре «Математические методы в технике» МГУ им. М.В. Ломоносова, Всесоюзной научно-технической конференции «Применение статистических методов в производстве и управлении» (Пермь, 1984), I-ом Всемирном конгрессе общества математической статистики и теории вероятностей (Ташкент, 1986), Международном симпозиуме «Надежность» (Магдебург, 1990), II-ой Международной конференции «Актуальные проблемы фундаментальных наук» (МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1994), Международном симпозиуме «Надежность и качество» (Пенза, 2001, 2003, 2004 гг.).

Достоверность и обоснованность полученных результатов обусловлена корректностью математической постановки и решения рассматриваемых задач, выбором общей модели функционирования технических систем, апробированием методов на широком классе изделий радиоэлектроники, совпадением частных результатов диссертации с выводами других авторов. Кроме того, для проверки точности предлагаемых методов проводилось обширное статистическое моделирование.

Диссертация выполнялась в рамках нескольких НИР, проводившихся по решению правительства РФ, и предназначенных для разработки общих требований к надежности, методам испытаний и контроля изделий радиоэлектронной техники военного назначения:

- НИР «Мороз – 6» - «Разработка комплекса государственных военных стандартов «КСОТ», «КСКК». Аппаратура, приборы, устройства и оборудование военного назначения. Общие технические требования, методы контроля и испытаний», ФГУП 22 ЦНИИ МО РФ, 1996...1998гг.;

- НИР «Климат 7» «Разработка комплекса государственных военных стандартов «КСОТ», «КСКК». Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнические. Общие технические требования, методы контроля и испытаний», ФГУП 22 ЦНИИ МО РФ, 1997г.;

- НИР «Салон – 3» «Разработка основных принципов и методов ускоренных испытаний на надежность (ускоренной оценки надежности) радиоэлектронной аппаратуры военного назначения», ФГУП 22 ЦНИИ МО РФ, 1990г.;

- НИР «Сверлило – 22» «Исследование технического состояния средств единой системы государственного опознавания «Пароль» с целью продления их эксплуатации сверх установленных в нормативно-

технической документации ресурсов и сроков службы», ФГУП 22 ЦНИИ МО РФ, 2004...2006 гг.

Во всех этих работах автор принимал личное участие, которое состояло в разработке и обосновании программ предварительных экспериментов, методов и алгоритмов обработки их результатов, интерпретации полученных результатов.

Полученные результаты использовались:

- при разработке нормативно- технических документов (НТД):

РМ В. 22.42.83 – 87 (руководящий материал). Основные принципы и методы ускоренных испытаний на надежность радиоэлектронной аппаратуры военного назначения./ Г.Д. Карташов, Л.Г. Ветров, В.И. Тимонин и др. – М.: Минобороны СССР, 1987. – 261с.;

РМ 22.31.144 – 90 (руководящий материал). Ускоренная оценка надежности радиоэлектронной аппаратуры военного назначения: В 6 томах. / Г.Д. Карташов, В.И. Тимонин, В.Н. Белов и др. – М.: Минобороны СССР, 1990. – 976с.;

РД В 319.01.11-98 Аппаратура, приборы, устройства и оборудование военного назначения. Типовые методики ускоренных испытаний на безотказность и долговечность./ Г.Д. Карташов, В.И. Тимонин, В.Н. Белов и др.- М.: Минобороны РФ, 2000.-95с.

Данные нормативные документы разработаны в развитие и обеспечение требований и рекомендаций ГОСТ Р В 20.57.304 и регламентируют методики ускоренных испытаний на безотказность и долговечность изделий радиоэлектроники военного назначения. Эти методики были апробированы на широком круге изделий при участии более сотни организаций (в рамках НИР «Салон – 3»). В результате применения разработанных методов удается сократить длительность испытаний в 2,5 – 6 раз;

- в курсе лекций Политехнического музея (г. Москва) для специалистов по надежности, а также в учебных курсах по дополнительным главам математической статистики и многомерному статистическому анализу в МГТУ им. Н.Э.Баумана. Они используются студентами при выполнении курсовых и дипломных проектов.

Результаты работы внедрены в 22 ЦНИИ Минобороны России (г. Мытищи), что подтверждается соответствующим актом.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 25 (из них 13 написаны без соавторов) научных работах.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы из 128 наименований. Текст изложен на 240 страницах и включает 29 таблиц и 33 рисунка.

Работа выполнена при научной консультации доктора технических наук, профессора, заслуженного деятеля науки РФ Карташова Г.Д., которому автор выражает благодарность за внимание к работе и взаимные обсуждения и замечания, во многом способствовавшие ее улучшению.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность решаемой проблемы, сформулирована ее цель, определены научная новизна и практическая ценность работы.

В первой главе определяются основные понятия и вводятся обозначения, используемые в работе. Дан краткий обзор существующих методов проведения форсированных испытаний и обработки их результатов. Приводятся наиболее часто используемые модели расходования ресурса (Пальмгрена – Майнера, Седякина, Пешеса-Степановой) и регрессионные модели (Кокса, Аррениуса, Эйринга и другие). Сформулированы основные задачи, решаемые в диссертации.

Изделие в теории надежности характеризуется режимом работы (нормальным ε_0 или форсированным ε_*), набором конструктивных параметров ω_0 , технических параметров $\bar{X} = \bar{X}(\omega_0, t, \varepsilon)$, а также моментом отказа $\xi = \xi(\omega_0, \varepsilon)$, $t \geq 0$, $\varepsilon \in E$, (E – множество режимов функционирования изделия), $\omega_0 = \omega(0)$ – значение ω в момент изготовления. Уточним, что под конструктивными параметрами $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n, \dots)$ понимают набор параметров, характеризующих внутреннюю физико-химическую структуру изделия, его размеры и тому подобное. В дальнейшем не потребуются знания реального содержания параметров ω , необходимо лишь постулирование их существования.

В теории форсированных испытаний основой для решения проблемы ненаблюдаемых одновременно наработок $\xi_0 = \xi(\omega_0, \varepsilon_0)$ и $\xi_* = \xi(\omega_0, \varepsilon_*)$ является принцип инвариантности (ПИ), который утверждает, что производство не может изменить функции $\bar{X} = \bar{X}(\omega_0, t, \varepsilon)$, $\xi = \xi(\omega_0, \varepsilon)$, хотя может изменять от изделия к изделию конструктивные параметры ω_0 , а также их распределение для различных партий. Этот принцип был предложен Г.Д. Карташовым. Он показал, что если принцип инвариантности выполняется, то на изделиях одной партии можно так провести эксперимент по определению функций связи между ненаблюдаемыми одновременно наработками ξ_0 , ξ_* , что полученные функции пересчета $\xi_0 = \varphi(\xi_*)$ останутся неизменными и для изделий других партий.

Планы таких экспериментов в качестве необходимого элемента предусматривают испытания выборки изделий в переменном режиме $\tilde{\varepsilon}(t)$, который в простейшем случае имеет вид

$$\tilde{\varepsilon}(t) = \begin{cases} \varepsilon_0, & 0 \leq t \leq \tau_1 \\ \varepsilon_*, & \tau_1 < t \end{cases}, \quad (1)$$

где момент переключения τ_1 изделия в режим ε_* является случайной величиной с некоторым распределением $G(t)$.

Результатом таких испытаний являются n пар наработок (θ_1^i, θ_2^i) , где θ_1^i, θ_2^i – наработки i -ого изделия в режимах $\varepsilon_0, \varepsilon_*$ соответственно. Заметим, что $\theta_2^i = 0$, если изделие откажет до момента τ_i , то есть $\xi_0^i < \tau_i$. Еще одна выборка объема m испытывается в постоянном режиме ε_0 . Обозначим их моменты отказов $v_1, v_2, \dots, v_m$. Пусть $F_0(t)$ – функция распределения наработок до отказа в режиме ε_0 .

Для таких экспериментов будет справедлив следующий основной результат теории форсированных испытаний. Пусть наработки ξ_0, ξ_* связаны соотношением

$$H_0: \xi_0 = \varphi(\xi_*) \quad (2)$$

Обозначим через $\eta_i = \theta_1^i + \varphi(\theta_2^i)$ – прогнозируемую наработку в режиме ε_0 i -ого изделия первой выборки, $i = \overline{1, n}$. Тогда для того, чтобы выполнялось (2), необходимо и достаточно, чтобы выборки $v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ и $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$ были извлечены из одной генеральной совокупности Φ с функцией распределения $F_0(t)$. Однородность этих выборок можно проверить одним из стандартных критериев – Смирнова, Реньи и другими.

Приведенная структура испытаний, с различными вариациями, присутствует в любых частных методиках. Таким образом, необходимым элементом всей методологии предварительных исследований является наличие опорной выборки $v_1, v_2, \dots, v_m$. Ее получение требует длительных дорогостоящих испытаний, что и является главной проблемой этих исследований. Ее решению посвящена вторая глава диссертации, где доказана принципиальная возможность не проводить испытаний в режиме ε_0 , а ограничиться лишь испытаниями в режиме $\tilde{\varepsilon}(t)$.

Далее в первой главе для моделей испытаний 2-ого типа рассматриваются существующие методы определения связей между маргинальными функциями распределения $F_0(t), F_*(t)$ наработок до отказа в режимах ε_0 и ε_* . В этом случае не проводят испытаний в переменном $\tilde{\varepsilon}$ и нормальном ε_0 режимах, а оценку $F_0(t)$ осуществляют экстраполяцией

данных с форсированных ступеней $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_l$ согласно той или иной выбранной регрессионной модели. Как уже упоминалось выше, для таких испытаний остро встают вопросы достоверности прогноза из-за вариабельности распределений наработок в зависимости от режима. Один из возможных методов решения этой проблемы представлен в третьей главе диссертации, где разработаны свободные от распределения методы анализа подобных данных, позволяющие экстраполировать результаты испытаний на условия режима ε_0 для некоторых моделей регрессии. Эти методы являются точными для любых объемов выборки.

Далее в первой главе диссертации сформулирована задача сокращения длительности предварительных испытаний в зависимости от порядка чередования режимов, составляющих переменный режим $\tilde{\varepsilon}(t)$. Решение этой задачи дается в четвертой главе, в которой показано, что для широкого класса функций пересчета существует оптимальное в смысле средней продолжительности испытаний чередование режимов, если $\xi_0 \sim \exp(\lambda)$.

Во второй главе среди всех видов предварительных испытаний $\tilde{\varepsilon}(t)$ выделен класс так называемых динамических, для которого доказана возможность оценок функций связи без проведения испытаний в режиме ε_0 . При использовании одного форсированного режима ε_* они проводятся следующим образом.

Образцы изделий в количестве $N = 2n$, разбитые случайным образом на n пар, испытываются в переменном режиме $\tilde{\varepsilon}$ следующим образом: вся выборка начинает испытываться в режиме ε_0 и, при отказе одного из образцов i -ой пары, оставшийся годным образец переключается в ε_* . Результатом испытаний являются n пар наработок (θ_1^i, θ_2^i) , где θ_1^i, θ_2^i – времена функционирования i –ой пары в режимах $\varepsilon_0, \varepsilon_*$ соответственно. Обозначим, как и ранее, $\eta_i = \theta_1^i + \phi(\theta_2^i)$.

Пусть (ξ_1^i, ξ_2^i) – наработки до отказа в режиме ε_0 образцов i –ой пары. Тогда $\theta_1^i = \min(\xi_1^i, \xi_2^i)$ и, при справедливости (2), $\eta_i = \max(\xi_1^i, \xi_2^i)$. Обозначим $\Theta = (\theta_1^1, \dots, \theta_1^n)$ – выборку из минимумов; $Q = (\theta_1^1, \eta_1, \theta_1^2, \eta_2, \dots, \theta_1^n, \eta_n)$ – объединенную выборку; $\mu(t), \lambda(t)$ – количество элементов выборок Θ, Q , меньших t . Заметим, что выборки Θ, Q зависимы, в частности $P(\theta_1^i < \eta_i) = 1$. Рассматривая Θ как прогрессивно цензурированную выборку из совокупности Φ , определим оценки функции надежности $P_0(t)$ по каждой выборке Q, Θ соответственно как

$$\hat{P}_q(t) = 1 - \frac{\lambda(t)}{2n}, \quad \hat{P}_\theta(t) = \begin{cases} 1, & \mu(t) = 0 \\ \prod_{j=1}^{\mu(t)} (1 - \frac{1}{2n-2j+2}), & 1 \leq \mu(t) \leq n-1 \\ 0, & \mu(t) = n \end{cases}$$

Оценка $\hat{P}_\theta(t)$ называется оценкой Каплана – Мейера функции надежности по цензурированным данным.

Для проверки (2) предлагается критерий типа Колмогорова – Смирнова со статистикой

$$T_n = \max_t \frac{\hat{P}_q(t)}{[\hat{P}_q(t)]^2 + [1 - \hat{P}_q(t)]^2} | \hat{P}_\theta(t) - \hat{P}_q(t) | \quad (3)$$

Доказывается состоятельность данного критерия, разработан метод вычисления точного распределения статистики T_n , работающий для выборок объема до 4000 пар единиц. Показано, что предельное распределение нормированной статистики (3) есть стандартное распределение Колмогорова. В частности, справедлива

Теорема 1. Вероятность $P(T_n < h)$ равна величине $\pi_{n,n}$, которую можно получить повторным применением соотношения

$$\pi_{i,j} = (\pi_{i,j-1} \cdot \frac{2(i-j+1)}{i+j} + \pi_{i-1,j} \cdot \frac{j}{i+j}) \cdot \chi_{i,j}(h), \quad n \geq i \geq j \geq 0$$

$$\pi_{i,i} = \pi_{i,i-1} \cdot \frac{1}{i} \chi_{i,i}(h), \quad 1 \leq i \leq n, \quad (4)$$

с начальными и граничными условиями

$$\pi_{0,0} = \chi_{0,0}(h), \quad \pi_{i,-1} = 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Здесь

$$\chi_{i,j}(h) = \begin{cases} 1, & \frac{2n(2n-i-j)}{(2n-i-j)^2 + (i+j)^2} \cdot \left| \prod_{k=1}^i (1 - \frac{1}{2n-2k+2}) - \frac{2n-i-j}{2n} \right| < h, \quad i < n \\ 1, & \frac{(n-j)^2}{(n-j)^2 + (n+j)^2} < h, \quad i = n \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Без ограничения общности можно считать, что $P_0(t) = 1-t, 0 \leq t \leq 1$.

Для предельного распределения статистики (3) справедлива теорема.

Теорема 2. Предельное распределение (3) при условии (2) дается выражением

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(2\sqrt{n} T_n < h) = P(|Y(t)| < h, 0 < t < 1) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} e^{-2k^2 h^2},$$

где $Y(t)$ - непрерывный гауссовский процесс с $EY(t) = 0$,

$$EY(s) \cdot Y(t) = \frac{s^2(1-t)^2}{(s^2 + (1-s)^2) \cdot (t^2 + (1-t)^2)}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1.$$

На основе статистики T_n можно численно строить точные доверительные множества для параметрических функций связи $\varphi(\xi_*)$. В простейшем линейном случае $\xi_0 = K \xi_*$ доверительный интервал Δ_γ уровня γ для коэффициента ускорения K определяется согласно

Следствие 1. Точный доверительный интервал $\Delta_\gamma = (K_n, K_b)$ имеет вид

$$K_n = \min(K \mid \pi_{n,n}(K) < \gamma), \quad K_b = \max(K \mid \pi_{n,n}(K) < \gamma),$$

где $\pi_{n,n}(K)$ получено согласно (4) при $h = T_n(K)$.

В диссертации рассмотрен также случай определения функций связи в том случае, если испытания в $\tilde{\epsilon}$ проводятся по сокращенной программе, когда испытания прекращаются после наступления $[\lambda \cdot 2n]$ -ого отказа ($0 < \lambda < 1$). Для таких данных предложено применять статистику типа Реньи, которая имеет вид

$$R_\lambda^2 = \max_{\hat{P}_q(t) > u(\lambda)} S_q(t) = \max_{\hat{P}_q(t) > u(\lambda)} \frac{2\sqrt{\frac{n(1-\lambda)}{\lambda}} |\hat{P}_\theta(t) - \hat{P}_q(t)|}{\hat{P}_q(t)}, \quad (5)$$

$$\text{где } u(\lambda) = \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\sqrt{1-\lambda} + \sqrt{\lambda}}.$$

Для статистики (5) доказаны теоремы о ее точном и предельном распределениях при условии (2).

Теорема 3. Вероятность $P_n(R_\lambda^2 < h)$ равна величине π_{nn} , которую можно получить повторным применением соотношения

$$\pi_{ij} = \left(\pi_{i,j-1} \cdot \frac{2^{\epsilon_j} (i-j+1)}{i+j} + \pi_{i-1,j} \cdot \frac{j}{i+j} \right) \cdot \chi_{ij}(A_0), \quad n \geq i > j \geq 0$$

$$\pi_{ii} = \pi_{i,i-1} \cdot \frac{1}{i} \cdot \chi_{ii}(A_0), \quad 1 \leq i \leq n$$

с начальными и граничными условиями

$$\pi_{00} = \chi_{00}(A_0), \quad \pi_{i,-1} = 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

$$\text{Здесь } \chi_{ij}(A_0) = \begin{cases} 1, (i, j) \in A_0; \\ 0, (i, j) \in \overline{A_0} \end{cases};$$

$$A_0 = \left\{ (i, j) \mid \left[\frac{i+j}{2n} \geq \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} + \sqrt{1-\lambda}} \right] \cup \left[\left(\frac{i+j}{2n} < \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} + \sqrt{1-\lambda}} \right) \cap (R_{ij} < h) \right] \right\},$$

$$R_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j = 0; \\ \frac{4n\sqrt{n(1-\lambda)}}{(2n-i-j)} \cdot \left| \prod_{k=1}^i \left(1 - \frac{1}{2n-2k-2} \right) - \frac{2n-i-j}{2n} \right|, & 0 \leq j \leq i \leq n-1, \\ \frac{2\sqrt{n(1-\lambda)}}{\sqrt{\lambda}}, & i = n. \end{cases}$$

$$c_j(n) = \frac{2(j-1)}{n-1}, j = \overline{1, n}.$$

Предельное распределение (5) дается теоремой.

Теорема 4. При $n \rightarrow \infty$ и выполнении (2) распределение статистики (5) сходится к стандартному распределению Реньи

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(R_{\lambda}^2 < h) = L(h) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1} \exp \left\{ -\frac{(2i+1)^2}{8h^2} \right\}. \quad (6)$$

В диссертации табулированы точные квантили статистики (3) для $n \leq 4000$ и статистики (5) для значений $\lambda = 0,7; 0,8$ для тех же n . Показано, что сходимость к предельному распределению чрезвычайно медленная. Разница между точными и предельными вероятностями даже при $n = 4000$ для квантилей различных уровней составляет от 0,0005 до 0,007. Отсюда следует, что использование предельных вероятностей приводит к значительному увеличению вероятности ошибки первого рода.

В работе также проведена оценка точности восстановления линейных зависимостей по таким цензурированным данным методом статистического моделирования. На рис.1 показана типичная гистограмма оценок коэффициента ускорения $\hat{k}$. Распределение $\hat{k}$ имеет асимметричный вид, однако эмпирическое среднее $\bar{k}$ лишь незначительно отличается от действительного значения k .

В таблице 1 приведено отношение $\rho = \hat{k}/k_0$ для различных пар (n, λ) , полученных по методу Монте-Карло. Моделировались n пар (ξ_1^i, ξ_2^i) одинаково распределенных случайных величин, по которым вычислялись

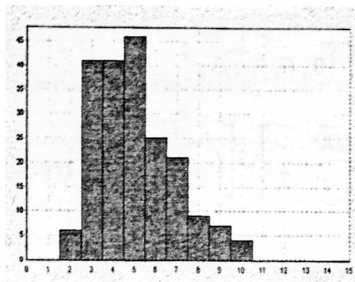


Рис 1. Гистограмма оценки коэффициента ускорения при $\xi_0 \sim \text{Exp}(\mu)$, $\mu=0,0001$; $n=30$, $\lambda=0,75$, $k_0=5$, $\bar{k}=5,21$, $s^2=3,25$.

n векторов (θ_i, γ_i) , где $\theta_i = \min(\xi_1^i, \xi_2^i)$, $\gamma_i = (\max(\xi_1^i, \xi_2^i) - \min(\xi_1^i, \xi_2^i)) / k_0$, k_0 - заданное число. Случайные величины ξ_j^i моделировались по экспоненциальному закону с параметром $\mu=10^{-4}$. По таким данным оценивался коэффициент ускорения k по формуле $\hat{k} = \arg \min R_\lambda^2(k)$. Значения $\hat{k}$ определялись как среднее по пятистам реализациям оценок $\hat{k}$ для каждого набора (n, λ) - $\bar{k} = \frac{1}{500} \sum \hat{k}_i$.

Таблица 1.

Значения отношения $\rho = \bar{k}/k_0$

N	λ	k_0			N	λ	k_0		
		3	4	5			3	4	5
20	0,7	1,1313	1,1312	1,0912	56	0,7	1,0710	1,0644	1,0391
	0,80	1,0950	1,1285	1,0921		0,8	1,0383	1,0393	1,0502
	0,9	1,0982	1,1419	1,0987		0,8	1,0210	1,0293	1,0325
	1	1,1097	1,1097	1,0820		0,9	1,0349	1,0308	1,0403
30	0,75	1,0774	1,0778	1,0895		0,9	1,0420	1,0065	1,0341
	0,80	1,0929	1,0754	1,0707		1	1,0337	1,0203	1,0134
	0,90	1,0267	1,0502	1,0572	60	0,7	1,0529	1,0421	1,0596
	1	1,0826	1,0746	1,0262		0,8	1,0349	1,0459	1,0500
40	0,75	1,0296	1,0717	1,0400		0,8	1,0259	1,0228	1,0423
	0,80	1,0484	1,0486	1,0259		0,9	1,0290	1,0391	0,9995
	0,90	1,0076	1,0508	1,0161		0,9	1,0343	1,0064	1,0304
	1	1,0310	1,0245	1,0228		1	1,0143	1,0043	0,9937

Анализ результатов моделирования показал, что при $n > 20$ оценка $\bar{k}$ имеет незначительное положительное смещение, которое постепенно уменьшается при увеличении n . При небольших объемах выборок n

смещение оценки k более значительно, поэтому следует применять поправочные коэффициенты, также рассчитываемые по методу Монте-Карло.

Во многих задачах (анализ регрессионных зависимостей, проверка автомодельности форсированных режимов и другие) требуется сравнение наработок в нескольких режимах. В диссертации подробно рассмотрен случай двух режимов - $\varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$.

Базовая постановка задачи может быть сформулирована следующим образом.

Обозначим ξ_1, ξ_2 - наработки до отказа в режимах $\varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$ соответственно. Предположим, что справедлива система равенств

$$H_0: \xi_0 = \varphi_1(\xi_1), \xi_0 = \varphi_2(\xi_2) \quad (7)$$

где $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ - известные функции.

Соотношения (7) можно проверить, используя предыдущие результаты. В диссертации разработана, однако, другая организация испытаний, дающая выигрыш во времени их проведения.

Пусть выборка объема $N = 3n$ разбита на n троек. Обозначим $(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i)$ - наработки до отказа в режиме ε_0 образцов i -ой тройки. Испытания начинаются в режиме ε_0 и, при отказе образца в i -ой тройке, два оставшихся годным образца переключаются: один - в ε_*^1 , второй - в ε_*^2 . Результатом испытаний являются n троек $(\theta_1^i, \theta_2^i, \theta_3^i)$ наработок соответственно в $\varepsilon_0, \varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$ (очевидно, что $\theta_1^i = \min(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i)$). Как и при проверке (2), в случае справедливости (7), объединенная выборка Q из величин $(\theta_1^i, \eta_i, \tau_i)$, где $\eta_i = \theta_1^i + \varphi_1(\theta_2^i)$, $\tau_i = \theta_1^i + \varphi_2(\theta_3^i)$, извлечена из совокупности с функцией распределения $F_0(x)$.

Пусть $\Theta = (\theta_1^1, \dots, \theta_1^n)$. Обозначим $\mu(t), \lambda(t)$ - количество элементов выборок Θ, Q соответственно, меньших t . При таком проведении испытаний оценками функции надежности по выборкам Θ, Q будут статистики

$$\hat{P}_\Theta(t) = \begin{cases} 1, & \mu(t) = 0 \\ \prod_{j=1}^{\mu(t)} \left(1 - \frac{1}{3n - 3j + 3}\right), & 1 \leq \mu(t) \leq n - 1; \\ 0, & \mu(t) = n \end{cases} \quad \hat{P}_Q(t) = 1 - \frac{\lambda(t)}{N}.$$

Для проверки однородности Θ, Q предлагается статистика

$$T_n^1 = \max_t \frac{(\hat{P}_q(t))^2}{1 - 3(\hat{P}_q(t))^2(1 - \hat{P}_q(t))} |\hat{P}_\theta(t) - \hat{P}_q(t)|. \quad (8)$$

Теорема 5 Вероятности $P(T_n^1 < h)$ при условии (7) равны величине $\pi_{n,2n}(h)$, которую можно получить повторным применением соотношения

$$\pi_{ij}(h) = \begin{cases} \pi_{i-1,j}(h) \cdot \chi(T_{ij} < h) & , \text{ если } j = 0, i = \overline{1, n}, \\ \frac{\sqrt{3}(2i - j + 1)}{i + j} \cdot \pi_{i,j-1}(h) \cdot \chi(T_{ij} < h), & \text{ если } j = 2i - 1, j = 2i, \\ \left[\pi_{i-1,j}(h) \cdot \frac{i}{i + j} + \pi_{i,j-1}(h) \cdot \frac{\sqrt{3}(2 \cdot i - j + 1)}{i + j} \right] \cdot \chi(T_{ij} < h), & \text{ для других } i, j; \\ 0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq 2i - 2, \end{cases} \quad (9),$$

где

$$T_{ij} = \begin{cases} \left| \frac{3n(3n - i - j)}{(3n)^3 - 3(3n - i - j) \cdot (i + j)^2} \right| \left| \frac{3n - i - j}{3n} - \prod_{k=1}^i \left(1 - \frac{1}{3n - 3k + 3} \right) \right|, & \text{ если } i < n, \\ \left| \frac{3n(2n - j)}{(3n)^3 - 3(2n - j) \cdot (n + j)^2} \right| \left| \frac{2n - j}{3n} \right|, & \text{ если } i = n, \end{cases}$$

и $\chi(T_{ij} < h)$ - индикатор события $(T_{ij} < h)$.

Этот метод, как и в случае одного форсированного режима, позволяет вычислять точные распределения практически для любых объемов выборок n .

Предельное распределение статистики (8) дается следующей теоремой.

Теорема 6. Предельное распределение статистики $3\sqrt{n}T_n^1$ является стандартным распределением Колмогорова-Смирнова

$$\lim P(3\sqrt{n}T_n^1 < h) = P(\sup |R_1(t)| < h) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \exp(-2k^2 h^2),$$

где $R_1(t)$ - нормальный случайный процесс с $E R_1(t) = 0$,

$$ER_1(s) \cdot R_1(t) = \frac{s^2(3-2s)}{(1-s)^3 + s^2(3-2s)} \cdot \frac{(1-t)^3}{(1-t)^3 + t^2(3-2t)}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1.$$

При испытаниях в двух режимах $\varepsilon_*, \varepsilon_*^1$ в качестве функций пересчета на практике чаще всего применяют линейную функцию $\xi_0 = K(\varepsilon_0, \varepsilon_*) \xi_*$ (после соответствующей параметризации), для которой справедлива одна из трех регрессионных моделей (подразумевается $\varepsilon > \varepsilon_0$):

А. Экспоненциальная - $K(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = \exp(A(\varepsilon_* - \varepsilon_0))$;

Б. Степенная - $K(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0}\right)^A$; (10)

В. Линейная - $K(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = 1 + A(\varepsilon_* - \varepsilon_0)$.

Тогда, например, для экспоненциальной модели точечная $\hat{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)$ и интервальная $[\underline{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1), \bar{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)]$ оценка уровня γ для $K(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)$ имеют вид

$$\hat{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \operatorname{argmin} T_n^1(K^{d(1,2)}), \quad d(1,2) = \frac{\varepsilon_*^1 - \varepsilon_*^0}{\varepsilon_*^1 - \varepsilon_0},$$

$$\underline{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \min(k \mid \pi_{m,n}(T_n^1(k^{d(1,2)})) < \gamma);$$

$$\bar{K}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \max(k \mid \pi_{m,n}(T_n^1(k^{d(1,2)})) < \gamma).$$

Методом Монте-Карло проводится сравнение метода двоек и метода троек при анализе регрессионных зависимостей коэффициентов ускорения (для экспоненциальной, степенной регрессии). Показано, что практически без потерь в точности, метод троек дает 10-15% выигрыш для среднего времени проведения испытаний.

Как и в случае одного форсированного режима, в диссертации для случая цензурированных данных предложена статистика типа Реньи вида

$$R_\lambda^3 = \max_{\psi(\hat{P}_q(t)) > \lambda} \frac{3 \sqrt{\frac{n(1-\lambda)}{\lambda}} |\hat{P}_\theta(t) - \hat{P}_q(t)|}{\hat{P}_q(t)},$$

$$\text{где } \psi(x) = \frac{x^2(3-2x)}{(1-x)^3 + x^2(3-2x)}.$$

Для распределений (точного и асимптотического) этой статистики справедливы теоремы, аналогичные доказанным для R_λ^2 .

В третьей главе рассматривается вопрос оценки показателей надежности по результатам испытаний в стационарных форсированных режимах. Основной задачей в этом случае становится определение функций связи между маргинальными распределениями $F_0(t)$, $F_*(t)$ наработок до отказа $\xi_0(\omega)$, $\xi_*(\omega)$. Испытания в ε_0 не проводятся и оценку $F_0(t)$ осуществляют экстраполяцией данных с форсированных ступеней $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_l$ согласно той или иной выбранной регрессионной модели. По данной проблеме существует огромное количество публикаций (см. например, обзор автора в списке литературы №1). Как отмечалось в первой главе, статистические выводы в такой схеме очень сильно зависят от типа распределения наработок до отказа в форсированных и нормальном режимах. В диссертации предлагаются непараметрические методы определения связей между $F_0(t)$ и $F_*(t)$

Рассмотрим вначале случай двух режимов испытаний $\varepsilon_+^1, \varepsilon_+^2$; $\varepsilon_+^1 < \varepsilon_+^2$. Пусть соответственно $F(t)$, $G(t)$ – функции распределения наработок до отказа в этих режимах. В диссертации анализируются 4 вида возможных соотношений между F , G

$$\begin{aligned} H_1: F &= G^k, \quad k > 1 \text{ – фиксированное число,} \\ H_2: 1 - G &= (1 - F)^k, \\ H_3: F &= a \cdot G^{k_1} + (1 - a) \cdot G^{k_2}, \\ H_4: 1 - G &= a \cdot (1 - F)^{k_1} + (1 - a) \cdot (1 - F)^{k_2}, \quad 0 < a < 1, \quad k_1 > 1, \quad k_2 > 1. \end{aligned} \tag{11}$$

Каждая из моделей описывает различный характер результатов испытаний, причем H_3 , H_4 занимают «промежуточное» положение между H_1 , H_2 . Все они относятся к классу так называемых моделей Лемана, хотя H_2 больше известна как модель Кокса. Параметры k , k_1 , k_2 характеризуют неоднородность (степень различия) выборов. Модели H_3 , H_4 применяются в том случае, если наблюдаются два доминирующих процесса деградации, по разному реагирующие на изменение режима.

Уточним, что вопросы оценивания параметров k , a в модели Кокса широко исследовались многими авторами. Эти вопросы подробно изложены в обзорной монографии¹. В ней отмечается, что работы в этой области дают только нормальную аппроксимацию при построении

¹Кокс Д., Оукс Н. Анализ данных типа времени жизни. - М.: Финансы и статистика, 1990. - 184с.

доверительных множеств и проверок гипотез для этих параметров, основанную на использовании асимптотических свойств функции отношения правдоподобия (или частного отношения правдоподобия). Там же показано, что для небольших и даже средних объемов выборок результаты могут быть совершенно неудовлетворительными. Предлагаемые методы лишены этих недостатков. Кроме того, методы позволяют проверить адекватность самих моделей (11).

Обозначим $\bar{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_m)$, $\bar{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_n)$ - моменты отказов в режимах $\varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$ соответственно; $\hat{F}_m(t), \hat{G}_n(t)$ - эмпирические функции распределения выборок $\bar{\xi}, \bar{\eta}$. Для проверки (11) предлагаются четыре статистики, котогрые являются аналогами статистики однородности Смирнова применительно к данным гипотезам

$$S_1 = \max_t \frac{|\hat{F}_m - (\hat{G}_n)^k|}{1 + \mu \bar{Z}^\beta (1 - \bar{Z}^{1-\beta})}, S_2 = \max_t \frac{|(1 - \hat{F}_m)^k - (1 - \hat{G}_n)|}{1 + \mu (1 - \bar{Z})^\beta (1 - (1 - \bar{Z})^{1-\beta})},$$

$$S_4 = \max_t \left| 1 - \hat{G}_m - a(1 - \hat{F})^{k_1} - (1 - a)(1 - \hat{F})^{k_2} \right|, \quad (12)$$

$$S_3 = \max_t \left| \hat{F}_m - a \hat{G}_n^{k_1} - (1 - a) \hat{G}_n^{k_2} \right|$$

Здесь $\mu = \kappa^2 \rho$, $\rho = m/n$, $\beta = 1 - 1/\kappa$, $\bar{Z}(t) = \frac{1}{m+n} (m \hat{F}_m + n (\hat{G}_n)^k)$ - объединенная оценка функции распределения в режиме ε_*^1 .

В диссертации разработаны методы вычисления точных распределений статистик (12) при выполнении (11). Доказано, что предельное распределение нормированных S_1, S_2 есть стандартное распределение Колмогорова - Смирнова. На основе полученных результатов определены точные и асимптотические доверительные границы для показателя неоднородности k . В частности, справедлива

Теорема 7. Вероятность $P(S_1 < h)$ равна величине $\pi_{m,n}(h)$, которую можно получить повторным применением соотношении

$$\pi_{ij}(h) = \left(\pi_{i-1,j} \cdot \frac{ik}{ik+j} + \pi_{i,j-1} \cdot \frac{j}{ik+j} \right) \cdot \chi_{i,j}(h), \quad 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n, \quad (13)$$

с начальными и граничными условиями $\pi_{0,0} = 1$, $\pi_{i,-1} = \pi_{-1,j} = 0$.

Здесь

$$\chi_{i,j}(h) = \begin{cases} 1, & \text{если } \frac{\left| \frac{i}{m} - \left(\frac{j}{n}\right)^k \right|}{1 + \mu(z_{i,j}^\alpha - z_{i,j})} < h; \quad z_{i,j} = \frac{1}{m+n} \cdot (i+n \cdot \left(\frac{j}{n}\right)^k), \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Метод позволяет рассчитывать вероятности практически для любых объемов выборок, встречающихся в реальных испытаниях (расчеты проводились для $m, n \sim 10000$).

Предельное распределение S_1 дается следующей теоремой.

Теорема 8. Если справедливо H_1 , то при $m, n \rightarrow \infty$, $m/n \rightarrow \rho > 0$

$$\lim P(S_1(k) < h) = P\left(\sup \frac{|X(t)|}{1 + \mu t^{1-k_0}(1-t^{k_0})} < h\right) = K(h),$$

где $X(t)$ – непрерывный гауссовский процесс с $EX(t)=0$, $EX(s) \cdot X(t) = s(1-t+\mu t^{k_0}-\mu t)$, $0 \leq s \leq t \leq 1$; $K(h) = \sum_{-\infty}^{\infty} (-1)^j \exp(-2i^2 h^2)$ – функция распределения Колмогорова-Смирнова.

Для статистики S_2 справедливы аналогичные теоремы о ее точном и асимптотическом распределениях.

Статистика S_3 требует более сложных алгоритмов для расчета точных распределений. Справедлива

Теорема 9. Вероятность $P(S_3 < h)$ равна величине

$$\pi_{m,n}(h) = \sum_{v=0}^m \pi_{m,n}^v(h), \quad \text{где } \pi_{m,n}^v(h) \text{ можно получить повторным}$$

применением соотношения

$$\pi_{ij}^v(h) = \left[\pi_{i-1,j}^{(v-1)}(h) \cdot i \cdot a k_1 + \pi_{i-1,j}^v(h) \cdot i \cdot (1-a) k_2 + \pi_{i,j-1}^v(h) \cdot j \right] \cdot \frac{\chi_{ij}(h)}{(k_1-1)v + (i-v)(k_2-1) + i + j} \quad (14)$$

с начальными и граничными условиями

$$\pi_{00}^0(h) = 1, \quad \pi_{00}^v(h) = 0, \quad v > 0, \quad \pi_{-1,j}^v(h) = 0, \quad \pi_{i,-1}^v(h) = 0 \quad \forall i, j, v.$$

Здесь

$$\chi_{ij}(h) = \begin{cases} 1, & \left| \frac{i}{m} - a \left(\frac{j}{n} \right)^{k_1} - (1-a) \left(\frac{j}{n} \right)^{k_2} \right| < h, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

При испытаниях в двух режимах $\varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$ чаще всего на практике применяют (после соответствующей параметризации) одна из трех регрессионных моделей :

А. Экспоненциальная - $k(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = \exp(A(\varepsilon_* - \varepsilon_0))$;

Б. Степенная - $k(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = (\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0})^A$; (15)

В. Линейная - $k(\varepsilon_0, \varepsilon_*) = 1 + A(\varepsilon_* - \varepsilon_0)$.

Тогда, например, для экспоненциальной модели точечная $\hat{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)$ и интервальная $[\underline{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1), \bar{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)]$ оценки для $k(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1)$ имеют вид

$$\hat{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \arg \min S_i(k^{d(1,2)}), \quad d(1,2) = \frac{\varepsilon_*^2 - \varepsilon_*^1}{\varepsilon_*^1 - \varepsilon_0}, \quad \underline{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \min$$

$$(k | \pi_{m,n}(S_i(k^{d(1,2)})) < \gamma);$$

$$\bar{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_*^1) = \max (k | \pi_{m,n}(S_i(k^{d(1,2)})) < \gamma).$$

Аналогичные соотношения справедливы и для моделей Б., В. Если исследуется модель H_2 , то параметр k является коэффициентом пропорциональности между интенсивностями отказов в $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, то есть $\lambda_2(t) = k \lambda_1(t)$. В этом случае легко рассчитываются непараметрические

оценки функции риска $\Lambda_0(t) = \int_0^t \lambda_0(x) dx$ (оценка Нельсона) и функции надежности $P_0(t)$:

$$\hat{\Lambda}_0(t) = \frac{1}{\bar{k}(\varepsilon_0, \varepsilon_1)} \sum_{j=1}^{d(t)} \frac{1}{m+1-j}; \quad \hat{P}_0(t) = \exp(-\hat{H}_0(t)).$$

Здесь $d(t)$ - количество элементов выборки $\bar{\xi}$, меньших t .

В диссертации рассматривается также вопрос об анализе соотношений H_1, H_2 по цензурированным данным.

Обозначим r_1, r_2 - количество отказавших изделий в режимах $\varepsilon_*^1, \varepsilon_*^2$ (соответственно на испытания были поставлены m, n изделий). Для проверки H_1, H_2 в диссертации предложено использовать статистику типа Реньи вида

$$T_{\lambda,k} = \sqrt{\frac{(1-\lambda)m}{\lambda}} \cdot \max_{\varphi(\bar{Z}(t)) < \lambda} \frac{|\hat{F}_m(x) - (\hat{G}_n(x))^k|}{1 - \bar{Z}(t) + \mu((\bar{Z}(t))^{1-k_0} - \bar{Z}(t))}, \quad (16)$$

$$\text{где } \varphi(x) = \frac{x}{1 + \mu(x^{1-k_0} - x)}, \quad 0 < x < 1; \quad \lambda = \frac{(r_1 + r_2)}{(m+n)}.$$

Преимущество (16) заключается в том, что ее предельное распределение не зависит от глубины цензурирования λ .

Теорема 10. При $m, n \rightarrow \infty$, $m/n \rightarrow \rho > 0$ предельное распределение статистики $T_{\lambda,k}$ не зависит от параметров λ, k и совпадает с распределением Реньи

$$\lim_{m, n \rightarrow \infty} P_n(T_{\lambda,k} < h) = L(h) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1} \exp\left\{-\frac{(2i+1)^2}{8h^2}\right\}.$$

Точные распределения (16) можно вычислить согласно приводимой ниже теореме.

Теорема 11. Вероятность $P(T_{\lambda,k} < h)$ равна величине $\pi_{m,n}(h)$, которая может быть вычислена повторным применением соотношения

$$\pi_{ij}(h) = \left(\pi_{i-1,j} \cdot \frac{ik}{ik+j} + \pi_{i,j-1} \cdot \frac{jk}{ik+j} \right) \cdot \chi_{ij}(A_0), \quad (17)$$

с начальными и граничными условиями

$$\pi_{00}(h) = 1, \quad \pi_{-1,i}(h) = 0, \quad \pi_{i,-1}(h) = 0, \quad i = \overline{0, m}; \quad j = \overline{0, n}.$$

$$\text{Здесь } h > 0, \quad \chi_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i,j) \in A_0 \\ 0, & \text{если } (i,j) \notin A_0 \end{cases}.$$

Множество A_0 состоит из пар целых чисел (i, j) , $i = \overline{0, m}; \quad j = \overline{0, n}$, для которых справедливо хотя бы одно из условий

$$\text{а) } \frac{t_{ij}}{1 + \mu(t_{ij}^{1-k_0} - t_{ij})} \geq \lambda, \quad t_{ij} = \frac{in^{k-1} + j^k}{(m+n)n^{k-1}};$$

$$\text{б) } \left\{ \frac{t_{ij}}{1 + \mu(t_{ij}^{1-k_0} - t_{ij})} < \lambda \right\} \cap \left\{ \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \sqrt{m} \cdot \frac{\left| \frac{i}{m} - \left(\frac{j}{n} \right)^k \right|}{1 - t_{ij} + \mu(t_{ij}^{1-k_0} - t_{ij})} < h \right\}.$$

С помощью этого метода были рассчитаны точные распределения статистики (16) для объемов выборок m, n до 10000 единиц.

Статистики S_1, S_2 чувствительны к любым отклонениям от моделей H_1, H_2 в результатах испытаний (во всяком случае, при достаточно больших объемах выборок). Это обстоятельство, однако, приводит к тому, что для конкретного типа отклонений от H_1, H_2 можно предложить оценки, обладающие большей точностью, чем оценки, основанные на S_1, S_2 .

Пусть справедлива модель H_1 при некотором значении $k = k_0$

$$H_1 : F(x) = (G(x))^{k_0} \quad (18)$$

Обозначим $\bar{v} = (v_{(1)}, \dots, v_{(m+n)})$ - вариационный ряд из объединенных выборок $\bar{\xi}, \bar{\eta}$. Введем величины $z_i = \begin{cases} 1, & \text{если } v_{(i)} = \xi_k \\ 0, & \text{если } v_{(i)} = \eta_k \end{cases}$, $V_i = \sum_{k=1}^i z_k$, $i = \overline{1, m+n}$.

Рассмотрим статистику $\Lambda(k_0) = \sum_{i=1}^{m+n} \left(\frac{k_0 V_i}{i + V_i(k_0 - 1)} \right)$. Доказано, что она является статистикой локально наиболее мощного критерия проверки (18) против альтернатив вида (18) при $k \neq k_0$.

Утверждение 1. При справедливости (18) статистика

$$\Lambda(k_0) = \sum_{i=1}^{m+n} \left(\frac{k_0 V_i}{i + V_i(k_0 - 1)} \right) \text{ имеет параметры: } E(\Lambda(k_0)) = m,$$

$$D(\Lambda(k_0)) = \int_0^1 \int_0^1 k_0 m n (1 - u(1 - v))^{n-1} (1 - u^{k_0} (1 - v^{k_0}))^{m-1} u^{k_0} v^{k_0} du dv.$$

Интегральное выражение для дисперсии неудобно для применения, поэтому в диссертации получено рекуррентное соотношение для вычисления дисперсии. Пусть $D_{m,n}$ - дисперсия статистики при объемах выборок m, n .

Утверждение 2. При H_1 дисперсия $D_{m,n}$ удовлетворяет следующему рекуррентному соотношению:

$$D_{m,n} = \frac{k_0 m}{k_0 m + n} D_{m-1,n} + \frac{n}{k_0 m + n} D_{m,n-1} + \frac{k_0 m n}{(k_0 m + n)^2}.$$

Тогда, используя нормальное приближение, оценка параметра k находится из условия:

$$\hat{k} = \arg \min \frac{|\Lambda(k_0) - m|}{\sqrt{D_{m,n}}}. \quad (19)$$

Методом Монте-Карло проведено сравнение оценок по двум статистикам - Λ и S_1 . Для небольших объемов выборок (порядка 20-25 единиц) оценка (19) имеет на 15-20% меньшее смещение по сравнению с оценкой, основанной на минимизации S_1 .

Рассмотренные выше методы испытаний в двух режимах не позволяют проверить (хотя бы графически) адекватность используемых регрессионных моделей. Кроме того, если форсированные режимы являются многофакторными (температура + влага + механические воздействия и другие факторы), то для экстраполирования результатов на нормальные условия необходимы испытания более чем в двух режимах.. В диссертации рассмотрен общий случай испытаний на q ступенях $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_q$.

Обозначим $\bar{\xi}_i = (\xi_1^i, \xi_2^i, \dots, \xi_{n_i}^i)$ – времена отказов в режиме ε_i^* ; $F_0(t)$, $F_1(t)$, ..., $F_q(t)$ – функции распределения отказов в ε_0 , ε_1^* , ε_2^* , ..., ε_q^* . Анализируются соотношения вида

$$H_4 : F_0(t) = F_1^{k_1}(t) = F_2^{k_2}(t) = \dots = F_q^{k_q}(t);$$

$$H_5 : 1 - F_0(t) = (1 - F_i(t))^{k_i}, i = 1, q. \quad (20)$$

Здесь $k_i > 1$ – фиксированные числа.

Для проверки H_4 , H_5 при фиксированных k_i вводятся многовыборочные аналоги критериев однородности Кифера-Гихмана :

$$S_4 = \max_t \left[\sum_{i=1}^q n_i (\hat{F}_i^{k_i}(t) - \hat{F}(t))^2 \right], S_5 = \max_t \left[\sum_{i=1}^q n_i (\hat{P}_i^{k_i}(t) - \hat{P}(t))^2 \right], \quad (21)$$

где $\hat{F}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^q n_i (\hat{F}_i)^{k_i}$ - объединенная оценка $F_0(t)$ при условии (20); $\hat{P}_i(t) = 1 - \hat{F}_i(t)$, $\hat{P}(t) = 1 - \hat{F}(t)$, $N = \sum n_i$.

Для статистик (21) разработан метод вычислений их точных распределений, причем последовательность вычислений организована так, что может быть представлена q вложенными циклами.

Теорема 12. Вероятность $P(S_4 < h)$ при справедливости (20) равна величине $\pi_{n_1, n_2, \dots, n_q}(h)$, которая может быть определена повторным применением соотношения

$$\pi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(h) = [\pi_{i_1-1, i_2, \dots, i_q} \cdot \frac{i_1 \cdot v_1}{\sum i_j v_j} + \pi_{i_1, i_2-1, \dots, i_q} \cdot \frac{i_2 v_2}{\sum i_j v_j} + \dots + \pi_{i_1, i_2, \dots, i_{q-1}} \cdot \frac{i_q v_q}{\sum i_j v_j}] \cdot \chi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(h),$$

$$\text{где } \chi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(h) = \begin{cases} 1, & \sum_{j=1}^q n_j \left(\left(\frac{i_j}{n_j} \right)^{k_j} - z_{i_1, i_2, \dots, i_q} \right)^2 < h \\ 0, & \sum_{j=1}^q n_j \left(\left(\frac{i_j}{n_j} \right)^{k_j} - z_{i_1, i_2, \dots, i_q} \right)^2 \geq h \end{cases}, \quad (22)$$

$$z_{i_1, i_2, \dots, i_q} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^q n_j \left(\frac{i_j}{n_j} \right)^{k_j}, \quad 0 \leq i_j \leq n_j, \quad 1 \leq j \leq q$$

с начальными и граничными условиями.

$$\pi_{0,0,\dots,0}(h) = 1, \quad \pi_{-1, i_2, \dots, i_q}(h) = \pi_{i_1, -1, \dots, i_q}(h) = \dots = \pi_{i_1, i_2, \dots, -1}(h) = 0.$$

Для S_5 справедлива аналогичная обратная итерационная процедура с соответствующими изменениями для $\chi_{i_1, i_2, \dots, i_q}(h)$.

В диссертации также исследуется вопрос, какие изменения вносятся в алгоритм (22) в случае использования других статистик для проверки (20). В частности, если времена отказов на крайних по жесткости режимах не перекрываются, следует пользоваться статистиками, попарно сравнивающими функции распределения на соседних ступенях, например $S_6 = \max_{1 \leq i \leq q-1} \max_t |\hat{F}_i^{k_i} - \hat{F}_{i+1}^{k_{i+1}}|$.

Так же, как и в случае испытаний в двух режимах, проверку H_4 , H_5 можно осуществить и по цензурированным данным, когда на каждой ступени наблюдаются только первые r_i отказов, причем используются те же статистики S_4 , S_5 , S_6 . В диссертации описываются методы получения точечных и интервальных оценок $k(\varepsilon_0)$ для некоторых наиболее распространенных многофакторных моделей.

В четвертой главе диссертации рассматривается вопрос об оптимизации времени проведения испытаний в переменном режиме $\tilde{\epsilon}$ с точки зрения порядка следования составляющих его режимов. На практике возможны два варианта переменного режима - $\tilde{\epsilon}_1 = (\epsilon_0, \epsilon_*)$, $\tilde{\epsilon}_2 = (\epsilon_*, \epsilon_0)$, которые равноценны с точки зрения порядка определения функций связи $\xi_0 = \phi(\xi_*)$. В диссертации, в дополнение к тому, что обоснована ненужность опорного режима ϵ_0 , показано, что для большинства используемых функций $\phi(\xi_*)$ режим $\tilde{\epsilon}_1$ является оптимальным в смысле средней продолжительности испытаний в том случае, если в ϵ_0 наработки до отказа распределены по экспоненциальному закону. Кроме того, предположение экспоненциальности позволяет осуществить значительное цензурирование испытаний, если переключение режимов осуществлять согласно программному принципу (он описан ниже).

Пусть n изделий ставятся на испытания, которые продолжаются до момента $\xi_{(r)}$ наступления r -го отказа, переключение режима происходит в момент $\tau = \xi_{(r_1)}$, $r_1 < r \leq n$. Без ограничения общности пока будем считать, что плотность ξ_0 равна $f(t) = e^{-t}$, $t \geq 0$.

Продолжительность испытаний в режимах $\tilde{\epsilon}_1, \tilde{\epsilon}_2$ равна соответственно:

$T_1 = \xi_{(r_1)} + \phi(\xi_{(r)} - \xi_{(r_1)})$, $T_2 = \phi(\xi_{(r_1)}) + \xi_{(r)} - \xi_{(r_1)}$, где $\xi_* = \phi(\xi_0)$ - обратная функция к функции связи $\phi(t)$.

Обозначим $V_1 = \xi_{(r)} - \xi_{(r_1)}$, $V_2 = \xi_{(r_1)}$. Пусть $\mu(t) = t - \phi(t)$. Тогда справедливы теоремы, связывающие продолжительность испытаний с параметрами r_1, r, n и видом $\phi(t)$.

Теорема 13. Если функция $\mu(t) = t - \phi(t)$ имеет непрерывную возрастающую производную $\mu'(t) > 0, t > 0$ то при любом соотношении между r_1, r из $EV_1 > EV_2$ следует, что $ET_1 < ET_2$.

В связи с тем, что для некоторых применяемых функций пересчета (например $\phi(t) = kt^\alpha$) условие $\mu'(t) > 0$ не выполняется, в диссертации приведены достаточные условия выполнимости условия $ET_1 < ET_2$ для более широкого класса функций. Пусть теперь $\xi_0 \sim \text{Exp}(\lambda_0)$.

Теорема 14. Пусть выполняются условия

- $\mu'(t)$ непрерывна и возрастает при $t > 0$;
 - t_0 - корень уравнения $\mu'(t) = 0$;
 - существует такая точка $s_0 > t_0$, что справедливо неравенство
- $$|\mu(t_0)| \leq \mu'(s_0) \cdot [(EV_1 - EV_2) - s_0].$$

Тогда:

1. Если $r_1 < r - r_1$, то из $EV_1 > EV_2$ следует, что $ET_1 < ET_2$;
2. Если $r_1 > r - r_1$, u_0 - корень $P_1(t) = P_2(t)$, где $P_i(t)$ – функции надежности V_i , $t_0 < u_0$, то из $EV_1 > EV_2$ следует, что $ET_1 < ET_2$;

Показано, что этим условиям удовлетворяют многие функции пересчета. Например, при $\lambda_0 \leq 10^{-3}$ для выполнения третьего условия теоремы требуется, чтобы $\alpha \leq 0,99$, если $\phi(t) = t^\alpha$.

Кроме изложенных результатов, для линейного случая $\phi(t) = kt$, приведены выражения для средних продолжительностей испытаний в режимах $\tilde{\epsilon}_1, \tilde{\epsilon}_2$ и дисперсий оценок коэффициентов ускорения, позволяющие определить выигрыш от применения оптимального режима испытаний.

В пятой главе кратко описан программный комплекс, реализующий разработанные в диссертации методы. Комплекс программ написан на языке «Delphi», версия 6.0, и занимает 5 мегабайт памяти. Он состоит из трех модулей, каждый из которых решает конкретную задачу:

- оценивание функций связи по данным эксперимента;
- вычисление точных распределений применяемых статистик;
- моделирование распределения оценок коэффициентов ускорения для имеющихся объемов выборок.

Созданный комплекс программ позволяет не только оценивать функции пересчета, но и методами статистического моделирования определять, какая из предлагаемых процедур является более предпочтительной по точности оценивания (например, использовать метод двоек или троек), какие минимальные объемы выборок требуются, какой может быть глубина цензурирования испытаний.

В качестве примера на рисунке 2 показаны гистограммы оценок $\hat{k}$ в

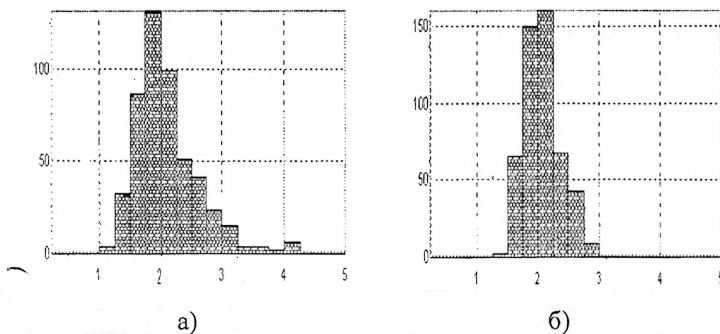


Рис. 2 Гистограммы оценок $\hat{k}$

модели Лемана H_1 , полученные минимизацией статистики S_1 (случай а) и центрированной статистики $\Lambda(k)$ (случай б). Объемы выборок равны 50 единицам, действительное значение $k = 2$. Эмпирические средние по 500 реализациям равны соответственно $\bar{k} = 2,07$ и $\bar{k} = 2,04$. Результаты моделирования свидетельствуют о том, что для оценки k применимы обе статистики, однако точность оценивания в случае б) выше.

Для иллюстрации возможностей вычисления точных распределений предложенных статистик в таблице 2 приведены вероятности $P(S_1 < h)$ для выборок равного объема. В качестве аргумента h взяты квантили предельного распределения уровней 0,9; 0,95; 0,99. Значения вероятностей показаны с тремя значащими цифрами после запятой (без округления). Для двух квантилей (при $k = 1,5$) вероятности даны с четырьмя значащими цифрами для оценки разности между их точными и асимптотическими значениями.

Таблица 2
Точные вероятности $P(S_1 < h)$ для выборок равного объема N

N	k=1,5			k=2		
	h=1,225	h=1,36	h=1,63	h=1,225	h=1,36	h=1,63
30	0,909	0,956	0,987	0,914	0,940	0,982
35	0,908	0,952	0,986	0,909	0,947	0,990
40	0,926	0,950	0,989	0,912	0,952	0,989
45	0,921	0,961	0,988	0,915	0,954	0,988
50	0,916	0,958	0,989	0,917	0,955	0,988
100	0,913	0,956	0,990	0,915	0,956	0,989
1000	0,9055	0,9531	0,991	0,906	0,953	0,991
2000	0,9042	0,9525	0,991	0,905	0,953	0,991
3000	0,9036	0,9521	0,990	0,904	0,952	0,990
5000	0,9019	0,9517	0,990	0,902	0,952	0,990
7500	0,9015	0,9515	0,990	0,902	0,952	0,990
10000	0,9012	0,9514	0,990	0,901	0,952	0,990
∞	0,9000	0,9505	0,9901	0,9000	0,9505	0,9901

Также в главе приведены примеры обработки предложенных методов при создании методик форсированных испытаний различных изделий радиоэлектроники: универсальных вторичных источников питания (УВИП), блоков цифровой аппаратуры типа ОАБ-90, блоков терморегулирования спецназначения, химических источников тока и других.

В таблице 3 приведены результаты обработки некоторых из этих экспериментов. Расчеты проведены на разработанном программном комплексе. Данные по форсированным испытаниям пружин взяты из монографии, приведенной в сноске на стр. 18. Остальные результаты получены в ходе работ, проводившихся в рамках НИР, перечисленных в начале реферата. В таблице применены сокращения: ТЭН – трубчатый нагревательный элемент; ЖКИ – жидкокристаллический индикатор.

Таблица 3

Результаты предварительных испытаний изделий РЭА

Изделие	Нормальный режим	Форсированный режим	Метод	Коэффци. ускорен.
У В И П	$T = 25^{\circ}\text{C}$, Цикл: $-15^{\circ}+60^{\circ}\text{C}$	$T = 70^{\circ}\text{C}$, Цикл: $-60^{\circ}+80^{\circ}\text{C}$	«двоек»	4,8
О А Б – 9 0	$T_0 = 25^{\circ}\text{C}$,	$T_* = 50^{\circ}\text{C}$,	«двоек»	2,51
У В И П В	$T_0 = 80^{\circ}\text{C}$	$T_{*1} = 100^{\circ}\text{C}$ $T_{*2} = 120^{\circ}\text{C}$	Параметр. рич.	2,7 6,6
ИС 518хА1	$T_0 = 70^{\circ}\text{C}$	$T_* = 100^{\circ}\text{C}$	«двоек»	2,9
ЖКИ	$T_0 = 22^{\circ}\text{C}$	$T_* = 70^{\circ}\text{C}$	«двоек»	3,8
Пружины	$U_0 = 850$ ($\frac{\text{H}}{\text{мм}^2}$)	$U_{*1} = 900$ $U_{*2} = 950$ ($\frac{\text{H}}{\text{мм}^2}$)	Модель Кокса	$k = 1,7$
Т Э Н	$T_0 = 923^{\circ}\text{K}$	$T_* = 1295^{\circ}\text{K}$	Модель Лемана	$k = 2,1$
Источники тока	$R_0 = 120 \text{ ом}$	$R_* = 70 \text{ ом}$	«троек»	$k = 6,8$
Фильтр РА4101М	$T_0 = 30^{\circ}\text{C}$	$T_1 = 60^{\circ}\text{C}$ $T_2 = 90^{\circ}\text{C}$	«двоек»	$k_1 = 2,4$ $k_2 = 6,81$
Транзистор МП16Б	$T_0 = 70^{\circ}\text{C}$	$T = 90^{\circ}\text{C}$	Параметр. рич.	$k = 2,14$

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:

1. Разработаны новые методы анализа результатов испытаний в **переменных режимах**, позволяющие существенно сократить объемы и продолжительность предварительных исследований:

- предложены новые функционалы (статистики типа Колмогорова – Смирнова и Реньи) проверки адекватности используемых функций связи между наработками до отказа в различных режимах по зависимым и цензурированным выборкам;

- для повышения достоверности результатов анализа разработаны численные алгоритмы вычисления **точных** распределений этих функционалов для объемов выборок до 3000 – 4000 единиц;

- получены предельные распределения функционалов для выборок больших объемов;

- проведено обширное статистическое моделирование для проверки точности предложенных методов.

2. Разработаны новые методы анализа результатов испытаний в двух **стационарных режимах**, позволяющие существенно повысить достоверность предварительных исследований:

- предложены новые функционалы (статистики типа Колмогорова – Смирнова и Реньи) проверки степенных моделей Лемана между функциями распределения (функциями надежности) наработок до отказа в различных режимах по полным и цензурированным выборкам;

- для повышения достоверности результатов анализа разработаны численные алгоритмы вычисления **точных** распределений этих функционалов для объемов выборок до 10000 единиц;

- получены предельные распределения функционалов для выборок больших объемов;

- проведено обширное статистическое моделирование для проверки точности предложенных методов.

3. При испытаниях в нескольких **стационарных режимах** для проверки степенных моделей Лемана предложены аналогичные функционалы, для которых разработаны методы вычисления их точных распределений для полных и цензурированных справа данных.

4. Получены достаточные условия оптимальности (по средней продолжительности) испытаний в переменном режиме, в зависимости от порядка чередования составляющих его режимов.

5. Создан комплекс программ, реализующих разработанные алгоритмы.

Публикации по теме диссертации:

1. Тимонин В.И. Математические методы в теории ускоренных испытаний // Зарубежная радиоэлектроника. – 1981. - № 1. – С. 51-57.

2. Тимонин В.И. О распределении модифицированной статистики Смирнова в задаче о двух выборках // Труды МВТУ им. Н.Э.Баумана. - 1981. - № 347. - С.10-18.
3. Тимонин В.И. Об одной задаче проверки гипотез в теории форсированных испытаний // Применение теории вероятностей и математической статистики (Вильнюс). - 1981. - №4. - С. 81-85.
4. Тимонин В.И. Об одном локально наиболее мощном ранговом критерии // Вероятностные процессы и их приложения. - М.: МИЭМ, 1983. - С.74-80.
5. Тимонин В.И. Точные распределения статистик Смирнова для одного класса альтернатив для полных и цензурированных данных // Теория вероятностей и ее применение.- 1983.- Т.28, №4. - С.758-760.
6. Тимонин В.И. О точных распределениях некоторых ранговых критериев // Труды МВТУ им. Н.Э.Баумана. - 1983. - № 396. - С.25-33.
7. Тимонин В.И. Об одной задаче теории надежности // Применение статистических методов в производстве и управлении: Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Пермь, 1984. - С.191-192.
8. Тимонин В.И. Точные распределения ранговых статистик для цензурированных данных в испытаниях с переменной нагрузкой // Труды МВТУ им. Н.Э.Баумана. - 1985. - № 428. - С.48-54.
9. Тимонин В.И., Черномордик О.М. Метод вычисления точного распределения статистик типа Колмогорова-Смирнова при альтернативах Лемана // Теория вероятностей и ее применение.- 1985.- Т.30, №3. - С.572-573.
10. Тимонин В.И. Проверка лемановских гипотез в задаче о двух выборках // I-ый Всемирный конгресс общества математической статистики и теории вероятностей: Тезисы докл. - Ташкент, 1986.- Т.1. - С.186.
11. Тимонин В.И. О предельном распределении статистики одного непараметрического критерия. // Теория вероятностей и ее применение.- 1987.- Т.32, №4. - С.790-792.
12. Тимонин В.И., Будовская Л.М. Таблицы точных распределений статистик типа Колмогорова-Смирнова // Труды МВТУ им. Н.Э.Баумана. - 1987. - № 473. - С.22-29.
13. РМ В. 22.42.83 - 87 (руководящий материал). Основные принципы и методы ускоренных испытаний на надежность радиоэлектронной аппаратуры военного назначения / Г.Д. Карташов, Л.Г. Ветров, В.И. Тимонин и др. - М.: Минобороны СССР, 1987. - 261с.
14. Тимонин В.И., Воробьева В.Д. О вычислении распределений статистик типа Колмогорова-Смирнова при альтернативах Лемана // Математическая статистика и ее применение. - Пермь, 1988. - С.77-81.

15. Планирование предварительных испытаний для экспоненциальной наработки на отказ / В.И. Тимонин, Г.Д. Карташов, В.Н. Баскаков, И.К. Яров // Стандарты и качество. Приложение Надежность и контроль качества. – 1993. - № 10. – С.33-37.

16. Тимонин В.И. Распределение статистик типа ω^2 при альтернативах Лемана // Статистические методы оценивания и проверки гипотез. – Пермь: Перм. ун-т, 1993. - С.24-28.

17. Тимонин В.И., Карташов Г.Д., Яров И.К. Об оптимальности проведения предварительных испытаний в экспоненциальном случае // Стандарты и качество. Приложение: Надежность и контроль качества. - 1994. - № 2. - С.4-9.

18. Тимонин В.И., Богомоллова Т.Е. Оптимальное оценивание коэффициентов пересчета при экспоненциальной наработке на отказ // Актуальные проблемы фундаментальных наук: Тезисы докладов II-ой Международной конференции МГТУ им. Н.Э.Баумана. – М., 1994. - Т.1.- С.78-80.

19. Тимонин В.И., Богомоллова Т.Е. Планирование предварительных испытаний в экспоненциальном случае при нелинейных функциях связи // Стандарты и качество. Приложение: Надежность и контроль качества. – 1996.- № 1. – С.33-39.

20. Программный комплекс для форсированных испытаний РДВ 319.01.11-2000 / В.И. Тимонин, О.А. Бархатова, Г.Д. Карташов, И.В. Шабанин. // Надежность и контроль качества: Труды международного симпозиума - Пенза, 2000. - С. 270-271.

21. РД В 319.01.11-98 Аппаратура, приборы, устройства и оборудование военного назначения. Типовые методики ускоренных испытаний на безотказность и долговечность / Г.Д. Карташов, В.И. Тимонин, О.А. Бархатова и др.- М.: Минобороны РФ, 2000.-95с.

22. Тимонин В.И. Применение оценок Каплана – Мейера для оптимизации проведения предварительных исследований // Надежность и качество: Труды международного симпозиума.- Пенза, 2003.- С.267-270.

23. Тимонин В.И. Оптимизация проведения предварительных исследований в теории форсированных испытаний // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2004. - № 1. – С. 23-33.

24. Карташов Г.Д., Тимонин В.И. Предварительные исследования в теории форсированных испытаний изделий радиоэлектроники // Электромагнитные волны и электронные системы.–2004.– Т. 9, № 6. - С. 51-60.

25. Тимонин В.И. Аналогии двухвыборочных статистик Реньи для проверки гипотез Лемана // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2004. - № 4. – С. 3-10.