

НА ЛОТ
НЕ ВЫНЕСУ
На правах рукописи

Голубев Алексей Евгеньевич

**СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОЦЕНКИ
СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ АСИМПТОТИЧЕСКИМ
НАБЛЮДАТЕЛЕМ**

Специальность: 05.13.01 – Системный анализ, управление
и обработка информации

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

6 26-

Москва – 2005

3

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. Крищенко А.П.

Официальные оппоненты: д.ф.-м.н., проф. Григоренко Н.Л.
к.ф.-м.н., доц. Бортакровский А.С.

Ведущая организация: Институт Проблем Управления
им. В.А. Трапезникова РАН

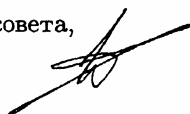
Защита диссертации состоится «6» декабря 2005 года в 13 часов 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью организации, просим высылать по адресу: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ученому секретарю совета Д 212.141.15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Автореферат разослан «17» октября 2005 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
д.ф.-м.н., профессор



Волков И.К.

Актуальность темы. В последние десятилетия задачи управления динамическими системами с помощью обратных связей по выходу привлекают внимание достаточно большого числа как отечественных, так и зарубежных исследователей. Это связано с тем, что при управлении различными техническими системами полный вектор состояния системы, как правило, неизвестен, а измерениям доступны лишь некоторые функции переменных состояния – выходы системы.

Одним из способов решения задач стабилизации систем в условиях неполноты измеряемой информации о состоянии является использование динамических обратных связей по выходу, основанных на оценке состояния системы при помощи наблюдателя – специальной динамической системы, состояние которой с течением времени достаточно быстро приближается к состоянию исходной системы. При этом состояние наблюдателя в произвольный момент времени рассматривается как оценка состояния системы в этот момент времени.

Предположим, что найдено решение задачи асимптотической стабилизации заданного положения равновесия динамической системы в виде обратной связи по состоянию и известна оценка состояния системы, получаемая с помощью наблюдателя. Заменим в обратной связи состояние системы на его оценку наблюдателем. Возникает вопрос, будет ли полученное таким образом управление в виде обратной связи по оценке состояния системы наблюдателем решением рассматриваемой задачи стабилизации.

Для линейных стационарных систем ответ на этот вопрос положителен и составляет содержание известного принципа разделения.

Для нелинейных систем в общем случае ответ положителен только для задач локальной асимптотической стабилизации положений равновесия (М. Vidyasagar; J. Tsinias).

Для задач асимптотической стабилизации в большом известны положительные ответы для нелинейных динамических систем с непрерывно дифференцируемой правой частью, допускающих построение наблюдателей с высокими коэффициентами усиления (Н.К. Khalil и др.; А. Teel, L. Praly).

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана

МГТУ
ИМ. Н.Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА



1738147

Голубев А.Е. Стабилизация

Для задач же глобальной асимптотической стабилизации положений равновесия в общем случае ответ отрицательный: известны примеры нелинейных систем, к которым принцип разделения для задач глобальной стабилизации неприменим (R. Freeman; F. Mazenc и др.), несмотря на глобальную стабилизируемость системы обратной связью по состоянию и возможность оценки состояния системы при помощи наблюдателя, работающего глобально.

Поэтому одной из важных фундаментальных проблем является выделение классов нелинейных динамических систем, для которых принцип разделения справедлив для задач глобальной асимптотической стабилизации, то есть возможна глобальная асимптотическая стабилизация системы с помощью раздельного построения стабилизирующей обратной связи по состоянию и наблюдателя, работающего глобально, для оценки состояния системы с последующей подстановкой оценки состояния в обратную связь.

Альтернативным использованию принципа разделения методом решения задач асимптотической стабилизации положений равновесия систем при помощи динамических обратных связей по выходу является непосредственная стабилизация специальной расширенной системы, состоящей из уравнений исходной системы и уравнений системы, описывающей динамику ошибки оценки состояния исходной системы наблюдателем, при помощи законов управления, имеющих вид функций состояния наблюдателя и выхода системы. Существенным прогрессом в этом направлении стало появление метода обратного хода по наблюдателю (M. Krstić, I. Kanellakopoulos, A.S. Morse; M. Krstić, I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotović).

Заметим, что алгоритм построения законов управления при помощи метода обратного хода по наблюдателю применим при решении задач глобальной асимптотической стабилизации для достаточно узкого класса нелинейных систем и в том виде, в котором он приведен в работах Крстича (M. Krstić и др.), позволяет находить стабилизирующие управления только для минимально-фазовых систем.

Следовательно, актуальными являются обобщение метода обратного хода по наблюдателю на случай решения задач глобальной асимптотической стабилизации для более широкого класса нелинейных динамических систем, в том числе в случае, когда система не

является минимально-фазовой, а также разработка новых методов стабилизации нелинейных систем при помощи обратных связей по выходу.

Целью работы является выделение классов нелинейных динамических систем, для которых принцип разделения справедлив для задачи глобальной асимптотической стабилизации заданного положения равновесия системы, а также разработка методов глобальной асимптотической стабилизации нелинейных систем при помощи динамических обратных связей по выходу.

Методы исследования. В работе применяются методы теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и математической теории управления.

Научная новизна. Установлены классы аффинных систем со скалярными входом и выходом и классы многомерных нелинейных динамических систем, для которых принцип разделения выполняется для задачи глобальной асимптотической стабилизации заданного положения равновесия системы.

Разработан алгоритм решения задачи глобальной асимптотической стабилизации положений равновесия нелинейных систем при помощи динамических обратных связей по выходу, имеющих вид функций состояния наблюдателя и выхода исходной системы, являющийся обобщением алгоритма метода обратного хода по наблюдателю для задачи стабилизации систем, не являющихся минимально-фазовыми.

Полученные результаты являются новыми.

Достоверность результатов обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата и подтверждается результатами численного моделирования.

Практическая и теоретическая ценность. Результаты, полученные в диссертационной работе, являются развитием математической теории управления и позволяют решать задачи стабилизации для нелинейных динамических систем в условиях неполноты измеряемой информации о состоянии системы.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Достаточные условия справедливости принципа разделения для задачи глобальной асимптотической стабилизации положений равновесия аффинных систем со скалярным входом и выходом.

2. Достаточные условия справедливости принципа разделения для задачи глобальной асимптотической стабилизации положений равновесия многомерных нелинейных динамических систем.

3. Обобщение алгоритма метода обратного хода по наблюдателю для задачи глобальной асимптотической стабилизации положений равновесия нелинейных систем, не являющихся минимально-фазовыми.

4. Решение задач управления для однозвенного робота-манипулятора и для корабля с использованием принципа разделения и метода обратного хода по наблюдателю.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались на VI международном семинаре «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», ИПУ РАН, Москва, 2000; на 1-ой Московской конференции «Декомпозиционные методы в математическом моделировании», ВЦ РАН, Москва, 2001; на VII международном семинаре «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», ИПУ РАН, Москва, 2002; на втором международном конгрессе «Нелинейный динамический анализ», МАИ, Москва, 2002; на 5-ой международной научно-технической конференции «Process Control 2002», Пардубице, Чехия, 2002; на 15-ом международном конгрессе IFAC, Барселона, Испания, 2002; на летней школе при международном математическом центре имени С. Банаха, Варшава, Польша, 2002; на VIII международном семинаре «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», ИПУ РАН, Москва, 2004.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в пяти статьях и семи тезисах докладов на конференциях.

Личный вклад соискателя. Все исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, выводов и списка литературы. Работа изложена на 156 страницах, содержит 2 таблицы и 29 иллюстраций. Библиография включает 187 наименований.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №99-01-00863, №02-01-00704, №03-01-06353 (МАС), №05-01-00840, грантов государственной поддержки ведущих научных школ №00-15-96137, НШ-2094.2003.1, гранта поддержки научно-исследовательской работы аспирантов высших учебных заведений Министерства образования РФ №А03-3.16-208, проекта УР.03.01.018 по программе «Университеты России – фундаментальные исследования» Министерства образования РФ и проекта УР.03.01.141 раздела 1.2. «Университеты России» подпрограммы «Фундаментальные исследования» ведомственной научной программы «Развитие научного потенциала высшей школы» Федерального агентства по образованию РФ.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость полученных результатов, основные положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

В **первой главе** для нелинейных динамических систем с управлением рассматриваются основные способы построения асимптотических наблюдателей, работающих глобально. Приводятся известные классы нелинейных динамических систем, допускающих построение асимптотических наблюдателей, работающих глобально.

В **разделе 1.1** описывается класс нелинейных динамических систем с управлением и класс допустимых законов управления, рассматриваемые в работе.

В **разделе 1.2** приводятся классы нелинейных систем, допускающих построение асимптотических наблюдателей с линейной динамикой ошибки оценки состояния системы, а также излагается так называемый геометрический метод построения асимптотического

наблюдателя (A.J. Krener, A. Isidori; A.J. Krener, W. Respondek; А.П. Крищенко, С.Б. Ткачев).

В разделах 1.3 – 1.7 рассматриваются различные способы построения асимптотических наблюдателей с нелинейной динамикой ошибки оценки состояния системы, в том числе так называемые наблюдатели Тхоу (F.E. Thau), Арсака-Кокотовича (M. Arcaç, P.V. Kokotović), Тсиниаса (J. Tsinias) и наблюдатели с высокими коэффициентами усиления (J.P. Gauthier и др.).

В разделе 1.8 часть результатов, изложенных в первой главе, для удобства приводится в виде таблицы классов нелинейных динамических систем с управлением, допускающих построение асимптотических наблюдателей, работающих глобально, и достаточных условий устойчивости системы, описывающей динамику ошибки оценки состояния исходной системы наблюдателем.

Во второй главе рассматривается задача асимптотической стабилизации заданного положения равновесия нелинейной динамической системы в условиях неполноты измеряемой информации о состоянии системы на основе использования принципа разделения.

В разделе 2.1 формулируется задача асимптотической стабилизации с использованием принципа разделения положения равновесия $x = 0$, $u = 0$ нелинейной динамической системы, имеющей вид

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = h(x), \quad (1)$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния системы, $u \in R^m$ – управление, $y \in R^p$ – измеряемый выход системы, $f(\cdot, \cdot)$ и $h(\cdot)$ – достаточно гладкие функции своих аргументов, $f(0, 0) = 0$, $h(0) = 0$. Обсуждаются трудности, возникающие при решении рассматриваемой задачи стабилизации.

В разделах 2.2 и 2.3 приводятся известные классы нелинейных динамических систем, для которых принцип разделения выполняется для соответственно задачи локальной асимптотической стабилизации и задачи асимптотической стабилизации в большом заданного положения равновесия системы.

В разделе 2.4 устанавливаются классы аффинных систем со скалярными входом и выходом и классы многомерных нелинейных динамических систем, для которых принцип разделения выполняется

для задачи глобальной асимптотической стабилизации заданного положения равновесия системы.

В подразделе 2.4.1 рассматривается случай, когда нелинейная динамическая система (1) является аффинной и имеет вид

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u, \quad y = h(x), \quad (2)$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния системы, $A(x)$ и $B(x)$ – гладкие векторные поля на R^n , $y \in R$ – измеряемый выход системы, $h(x) \in C^\infty(R^n)$, $u \in R$ – управление, $A(0) = 0$, $h(0) = 0$.

При построении асимптотического наблюдателя для системы (2) отдельно рассматривается система (2) без управления, имеющая вид

$$\dot{x} = A(x), \quad y = h(x). \quad (3)$$

На основе результатов, полученных в работах А.П. Крищенко, С.Б. Ткачева, формулируется следующая теорема.

Теорема 1. Для того, чтобы локально наблюдаемая в точке динамическая система (3) в некоторой окрестности этой точки была эквивалентна системе канонического вида для построения наблюдателя

$$\dot{\chi} = A\chi + \psi(\chi_1), \quad y = H(\chi_1),$$

где $\chi = (\chi_1, \dots, \chi_n)^T \in R^n$, $A = (a_{ij})$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, – квадратная матрица порядка n с элементами $a_{ij} = 1$, если $j - i = 1$, и $a_{ij} = 0$, если $j - i \neq 1$, $\psi(\chi_1) = (\psi_1(\chi_1), \dots, \psi_n(\chi_1))^T$, и допускала построение наблюдателя

$$\dot{\hat{\chi}} = A\hat{\chi} + LC(\hat{\chi} - \chi) + \psi(\chi_1), \quad \chi_1 = H^{-1}(y),$$

где $C = (1, 0, \dots, 0)$ – матрица-строка длины n , а вектор $L \in R^n$ коэффициентов усиления задает динамику ошибки $e = \hat{\chi} - \chi$ оценки состояния системы, необходимо и достаточно, чтобы существовала такая гладкая функция $p(\tau)$, $\tau \in R$, $p(\tau) > 0$, для которой векторное поле $B_1(x)$, являющееся в окрестности рассматриваемой точки решением уравнения $W(x)B_1(x) = (0, \dots, 0, p(h(x)))^T$, удовлетворяет в этой окрестности условиям $[\text{ad}_A^k B_1(x), \text{ad}_A^{k+1} B_1(x)] = 0$, $k = \overline{0, n-2}$. ■

Здесь $W(x)$ – матрица наблюдаемости системы (3), $\text{ad}_A^0 B_1(x) = B_1(x)$, $\text{ad}_A^{k+1} B_1(x) = [A(x), \text{ad}_A^k B_1(x)]$, $k = \overline{0, n-2}$, где $[\cdot, \cdot]$ – коммутатор векторных полей.

Если для динамической системы (3), соответствующей аффинной системе (2), выполнены условия теоремы 1 и для векторного поля $B(x)$ системы (2) справедливы равенства

$$[(-1)^{i-1} \text{ad}_A^{i-1} B_1(x), B(x)] = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

то векторное поле $B(x)$ в новых переменных χ постоянно, а система (2), записанная в переменных χ , примет вид

$$\dot{\chi} = A\chi + \psi(\chi_1) + \tilde{B}u, \quad y = H(\chi_1), \quad (5)$$

где $\tilde{B} = (\tilde{b}_1, \dots, \tilde{b}_n)^T \in R^n$, $\tilde{b}_i = \text{const}$, $i = \overline{1, n}$.

Асимптотическим наблюдателем для системы (5) является динамическая система

$$\dot{\hat{\chi}} = A\hat{\chi} + LC(\hat{\chi} - \chi) + \psi(\chi_1) + \tilde{B}u, \quad \chi_1 = H^{-1}(y). \quad (6)$$

Если для динамической системы (3), соответствующей аффинной системе (2), выполнены условия теоремы 1 и для векторного поля $B(x)$ системы (2) из соотношений (4) справедливы только первые $n-1$ равенств, то есть

$$[(-1)^{i-1} \text{ad}_A^{i-1} B_1(x), B(x)] = 0, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (7)$$

то векторное поле $B(x)$ в новых переменных χ зависит только от переменной χ_1 , а в переменных χ система (2) запишется следующим образом:

$$\dot{\chi} = A\chi + \psi(\chi_1) + \tilde{B}(\chi_1)u, \quad y = H(\chi_1). \quad (8)$$

Асимптотическим наблюдателем для системы (8) является система

$$\dot{\hat{\chi}} = A\hat{\chi} + LC(\hat{\chi} - \chi) + \psi(\chi_1) + \tilde{B}(\chi_1)u, \quad \chi_1 = H^{-1}(y). \quad (9)$$

Предположение 1. 1) Для динамической системы (3), соответствующей аффинной системе (2), выполнены условия теоремы 1.

2) Замена переменных $x = \Phi(\chi)$, $\Phi(0) = 0$, преобразует аффинную систему (2) к виду (5) или к виду (8), определена глобально и задает диффеоморфизм пространств $R^n = \{\chi\}$ и $R^n = \{x\}$. 3) Отображение $H: R \rightarrow R$ обратимо.

При условии выполнения предположения 1 формулируются и доказываются следующие теоремы.

Теорема 2. Пусть 1) вектор-функция $\psi(\chi_1)$ непрерывно дифференцируема и глобально липшицева, притом $\psi(0) = 0$; 2) существует непрерывно дифференцируемая обратная связь $u = k_1(\chi)$, $k_1(0) = 0$, по состоянию, глобально экспоненциально стабилизирующая положение равновесия $\chi = 0$, $u = 0$ системы (5). Тогда при управлении $u = k_1(\hat{\chi})$ система, составленная из уравнений системы (5) и уравнений наблюдателя (6), глобально экспоненциально устойчива в точке $\chi = 0$, $\hat{\chi} = 0$.

Теорема 3. Пусть для аффинной системы (2) 1) выполнено предположение 1; 2) во всем R^n справедливы равенства (4) и выполнены условия теоремы 2. Тогда при управлении $u = k_1(\Phi^{-1}(\hat{x}))$, где функция $k_1(\cdot)$ из формулировки теоремы 2, система, составленная из уравнений исходной системы (2) и уравнений наблюдателя (6), записанного в переменных $\hat{x} = \Phi(\hat{\chi})$, глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$.

Теорема 4. Пусть для аффинной системы (2) 1) выполнено предположение 1; 2) отображения Φ и Φ^{-1} глобально липшицевы; 3) во всем R^n справедливы равенства (4); 4) вектор-функция $\psi(\chi_1)$ глобально липшицева, притом $\psi(0) = 0$; 5) при управлении $u = k(x)$, $k(0) = 0$, в виде непрерывно дифференцируемой обратной связи по состоянию положение равновесия $x = 0$, $u = 0$ аффинной системы (2) глобально экспоненциально устойчиво. Тогда при управлении $u = k(\hat{x})$ система, составленная из уравнений исходной системы (2) и уравнений наблюдателя (6), записанного в переменных $\hat{x} = \Phi(\hat{\chi})$, глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$.

Теорема 5. Пусть 1) вектор-функции $\psi(\chi_1)$ и $\tilde{B}(\chi_1)$ непрерывно дифференцируемы и глобально липшицевы, притом $\psi(0) = 0$; 2) существует ограниченная непрерывно дифференцируемая обратная связь $u = k_1(\chi)$, $k_1(0) = 0$, по состоянию, глобально экспоненциально стабилизирующая положение равновесия $\chi = 0$, $u = 0$ системы (8). Тогда при управлении $u = k_1(\hat{\chi})$ система, составленная

из уравнений системы (8) и уравнений наблюдателя (9), глобально экспоненциально устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$.

Теорема 6. Пусть для аффинной системы (2) 1) выполнено предположение 1; 2) во всем R^n справедливы равенства (7) и выполнены условия теоремы 5. Тогда при управлении $u = k_1(\Phi^{-1}(\hat{x}))$, где функция $k_1(\cdot)$ из формулировки теоремы 5, система, составленная из уравнений исходной системы (2) и уравнений наблюдателя (9), записанного в переменных $\hat{x} = \Phi(\hat{\chi})$, глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$.

Теорема 7. Пусть для аффинной системы (2) 1) выполнено предположение 1; 2) отображения Φ и Φ^{-1} глобально липшицевы; 3) во всем R^n справедливы равенства (7) и вектор-функция $\tilde{B}(\chi_1)$ глобально липшицева; 4) вектор-функция $\psi(\chi_1)$ глобально липшицева, притом $\psi(0) = 0$; 5) при управлении $u = k(x)$, $k(0) = 0$, в виде непрерывно дифференцируемой ограниченной обратной связи по состоянию положение равновесия $x = 0$, $u = 0$ аффинной системы (2) глобально экспоненциально устойчиво. Тогда при управлении $u = k(\hat{x})$ система, составленная из уравнений исходной системы (2) и уравнений наблюдателя (9), записанного в переменных $\hat{x} = \Phi(\hat{\chi})$, глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$. ■

В подразделе 2.4.2 решается задача глобальной асимптотической стабилизации с использованием принципа разделения заданного положения равновесия нелинейной динамической системы, имеющей вид (1), с векторными входом и выходом.

Предположение 2. Существует непрерывная обратная связь $u = k(x)$, $k(0) = 0$, по состоянию такая, что система (1) при управлении $u = k(x)$ глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$ с функцией Ляпунова $V(x)$, удовлетворяющей при всех $x \in R^n$ неравенствам

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|), \quad \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, k(x)) \leq -\alpha_3(\|x\|),$$

где $\alpha_i(\cdot)$, $i = 1, 2$, — некоторые функции класса K_∞ , $\alpha_3(\cdot)$ — функция класса K , определенная на $[0, +\infty)$, $\|\cdot\|$ — евклидова норма в R^n .

Предположение 3. Система (1) допускает построение такого асимптотического наблюдателя

$$\dot{\hat{x}} = g(\hat{x}, h(x), u), \quad g(0, 0, 0) = 0, \quad (10)$$

что уравнение ошибки $e = \hat{x} - x$ оценки наблюдателем состояния системы имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{e} &= g(x(t) + e, h(x(t)), u) - f(x(t), u) = \\ &= F(x(t), e, u), \quad F(x(t), 0, u) = 0, \quad \forall u \in R^m, \quad \forall t \geq 0, \quad (11)\end{aligned}$$

где $F(\cdot, \cdot, \cdot)$ — непрерывная функция своих аргументов. Если для управления u из допустимого класса законов управления любое решение $x(t)$ системы (1) определено при всех $t \geq 0$, то положение равновесия $e = 0$ системы (11) при данном управлении u и произвольном решении $x(t)$ системы (1) с данным управлением глобально асимптотически устойчиво. Если для управления u из допустимого класса законов управления решение $x(t)$ системы (1) определено только на конечном полуинтервале времени $t \in [0, T)$, $0 < T < +\infty$, то решения $e(t)$ системы (11) при данных u и $x(t)$ для любых начальных значений $e(0)$ также определены на данном полуинтервале времени и ограничены на нем.

Формулируются и доказываются следующие теоремы.

Теорема 8. Пусть для системы (1) с непрерывной правой частью выполнены предположения 2, 3 и при всех $\hat{x} \in R^n$, $e \in R^n$ справедливы неравенства

$$\begin{aligned}\frac{\partial V(\hat{x})}{\partial \hat{x}}(f(\hat{x} - e, k(\hat{x})) - f(\hat{x}, k(\hat{x}))) &\leq \varrho_1(|\hat{x}|) + \varrho_2(|e|), \\ \frac{\partial V(\hat{x})}{\partial \hat{x}}F(\hat{x} - e, e, k(\hat{x})) &\leq \phi_1(|\hat{x}|) + \phi_2(|e|),\end{aligned}$$

где $\varrho_i(\cdot)$ и $\phi_i(\cdot)$, $i = 1, 2$, — некоторые функции класса K_∞ . Тогда при управлении $u = k(\hat{x})$ система, составленная из уравнений системы (1) и уравнений наблюдателя (10), глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0$, $\hat{x} = 0$, если $\tilde{\alpha}(s) = \alpha_3(s) - \varrho_1(s) - \phi_1(s)$, $s \in [0, +\infty)$, является функцией класса K_∞ .

Теорема 9. Пусть 1) функция $f(x, u)$ в правой части системы (1) непрерывно дифференцируема и глобально липшицева по x равномерно по u ; 2) выполняется предположение 3, притом функция $F(x, e, u)$ глобально липшицева по e равномерно по u и x ; 3) существует непрерывно дифференцируемая обратная связь $u = k(x)$, $k(0) = 0$, по состоянию, глобально экспоненциально стабилизирующая положение равновесия $x = 0, u = 0$ системы (1). Тогда при управлении $u = k(\hat{x})$ система, составленная из уравнений системы (1) и уравнений наблюдателя (10), глобально асимптотически устойчива в точке $x = 0, \hat{x} = 0$. ■

В разделе 2.5 часть результатов, изложенных во второй главе, для удобства представлена в виде таблицы классов нелинейных динамических систем, допускающих построение асимптотических наблюдателей, и достаточных условий справедливости принципа разделения для задач локальной асимптотической стабилизации, глобальной асимптотической стабилизации или асимптотической стабилизации в большом положений равновесия систем.

В третьей главе задача асимптотической стабилизации заданного положения равновесия нелинейной динамической системы в условиях неполноты измеряемой информации о состоянии системы решается с использованием метода обратного хода по наблюдателю.

В разделе 3.1 формулируется задача глобальной асимптотической стабилизации положения равновесия $x = 0, u = 0$ нелинейной динамической системы, имеющей вид

$$\dot{x} = Ax + \psi(x_1) + \tilde{B}(x_1)u, \quad y = x_1, \quad (12)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n$ – вектор состояния системы; $u \in R$ – управление; $y \in R$ – измеряемый выход системы; $A = (a_{ij})$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, – квадратная матрица порядка n с элементами $a_{ij} = 1$, если $j - i = 1$, и $a_{ij} = 0$, если $j - i \neq 1$; $\psi(x_1) = (\psi_1(x_1), \dots, \psi_n(x_1))^T$, $\psi_i(\cdot) \in C^\infty(R)$, $\psi_i(0) = 0$, $i = \overline{1, n}$; вектор-функция $\tilde{B}(x_1) = (0, \dots, 0, \beta(x_1), b_1\beta(x_1), \dots, b_m\beta(x_1))^T$ представляет собой n -мерный вектор; b_j , $j = \overline{1, m}$, – некоторые константы; $n - r = m$; функция $\beta : R \rightarrow R$ такова, что $\beta(y) \neq 0$ для любого $y \in R$.

В разделе 3.2 излагается основанный на методе обратного хода по наблюдателю (М. Krstić и др.) алгоритм построения закона

управления, глобально асимптотически стабилизирующего заданное положение равновесия системы (12), являющейся минимально-фазовой.

В разделе 3.3 предлагаются алгоритмы построения законов управления в случае решения задачи стабилизации системы (12), не являющейся минимально-фазовой. В подразделах 3.3.1 и 3.3.2 рассматриваются соответственно одномерная и многомерная нулевая динамика. Предложенные алгоритмы являются обобщением алгоритма метода обратного хода по наблюдателю на случай решения задач стабилизации систем, не являющихся минимально-фазовыми.

В разделе 4.1 **четвертой главы** решается задача перевода однопозвонного робота-манипулятора из произвольного углового положения в заданное. Уравнения движения рассматриваемого манипулятора имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = M_1 \sin x_1 - k_1(x_1 - x_3), \\ \dot{x}_3 &= x_4, \quad \dot{x}_4 = -b_1 x_4 + k_2(x_1 - x_3) + u/J,\end{aligned}\tag{13}$$

где x_1, x_2 – угловая координата и угловая скорость звена манипулятора соответственно; x_3, x_4 – угловая координата и угловая скорость вала двигателя; u – управляющий момент, создаваемый двигателем. Константы M_1, b_1, k_1, k_2, J положительны, притом $M_1 = Mgl/I, k_1 = k/I, k_2 = k/J, b_1 = d/J$, где I, J – моменты инерции звена манипулятора и ротора двигателя соответственно, k – жесткость передаточного механизма, d – коэффициент демпфирования, M – масса звена манипулятора, $Mgl \sin x_1$ – момент силы тяжести, действующий на звено манипулятора.

Рассматриваются два случая: измерениям доступна только угловая координата x_1 звена манипулятора и измерениям доступна только угловая координата x_3 вала двигателя. Синтез алгоритмов управления осуществляется с использованием принципа разделения и метода обратного хода по наблюдателю.

Результаты численного моделирования системы (13), например, при $u = x_3$ и управлении, основанном на принципе разделения, представлены на рис. 1 при значениях $M = 0.21$ кг, $I = 0.0093$ кг · м², $J = 0.0037$ кг · м², $k = 0.18$ Н · м · рад⁻¹, $d = 0.046$ кг · м² · с⁻¹, $l = 0.15$ м, $g = 10$ м · с⁻².

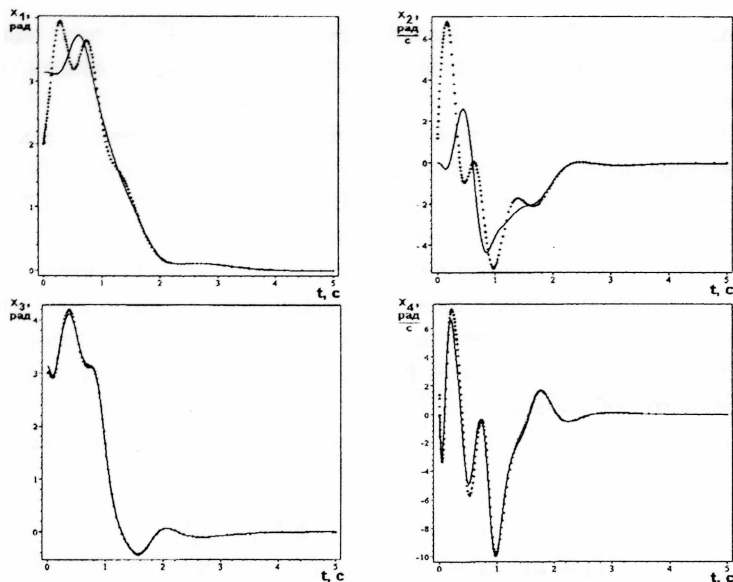


Рис. 1. Переходные процессы системы (сплошная кривая) и наблюдателя (пунктирная кривая)

В разделе 4.2 решается задача приведения корабля из произвольного положения на плоскости в заданное положение. Уравнения движения рассматриваемого судна имеют вид

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu, \quad \dot{\nu} = A\nu + B\tau, \quad (14)$$

где $\eta = (x, y, \psi)^T \in R^3$, $\nu = (u, v, r)^T \in R^3$; $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^T \in R^3$; $A = -M^{-1}D$, $B = M^{-1}$ – постоянные матрицы размера 3×3 ,

$$J(\eta) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь x, y – координаты центра масс корабля в фиксированной декартовой системе координат, связанной с Землей; ψ – угол рысканья; u и v – соответственно продольная и поперечная составляющая скорости корабля в системе координат, жестко связанной с корпусом; r – угловая скорость вращения корабля относительно вертикальной оси; τ – вектор управляющих сил и момента, создаваемых

гребными винтами в кормовой части корабля и вспомогательными движителями; $M = M^T > 0$ и $D > 0$ – матрицы соответственно моментов инерции и коэффициентов демпфирования. Математическая модель (14) описывает динамику корабля при малых скоростях, например, при швартовке или при управлении положением корабля.

Предполагается, что измеряемый выход системы (14) имеет вид $y = \eta$. Синтез алгоритма управления осуществляется с использованием принципа разделения.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Получены достаточные условия справедливости принципа разделения для аффинных систем со скалярными входом и выходом и для многомерных нелинейных динамических систем для задачи глобальной асимптотической стабилизации положения равновесия.

Алгоритм решения задачи глобальной асимптотической стабилизации положения равновесия нелинейной системы на основе метода обратного хода по наблюдателю обобщен на случай систем, не являющихся минимально-фазовыми.

Полученные результаты расширяют классы нелинейных динамических систем, для которых возможно решение задач асимптотической стабилизации в условиях неполноты измеряемой информации о состоянии системы на основе использования принципа разделения или метода обратного хода по наблюдателю.

Решены задачи управления для однозвенного робота-манипулятора и для корабля. Синтез алгоритмов управления осуществлен с использованием принципа разделения и метода обратного хода по наблюдателю.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Голубев А.Е., Кавинов А.В., Ткачев С.Б. Стабилизация положения равновесия аффинной системы с использованием наблюдателя // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Тез. докл. VI межд. сем. – Москва, 2000. – С. 34.

2. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация аффинной системы обратной связью по выходу // Декомпозиционные методы в математическом моделировании: Тез. докл. 1-ой Моск. конф. – Москва, 2001. – С. 25-27.

3. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Принцип разделения для аффинных систем // Дифференц. уравнения. – 2001. – Т. 37, № 11. – С. 1468-1475.
4. Голубев А.Е., Ткачев С.Б. Стабилизация класса нелинейных систем при неполном измерении состояния // Нелинейный динамический анализ: Тез. докл. 2-го межд. конгр. – Москва, 2002. – С. 110.
5. Голубев А.Е. Сравнение двух методов стабилизации нелинейных систем с управлением // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Тез. докл. VII межд. сем. – Москва, 2002. – С. 151-153.
6. Golubev A.E., Krishchenko A.P. Comparison of two nonlinear stabilization techniques // Proc. 5th Int. Scientific-Technical Conf. Process Control 2002. – Pardubice (Czech Republic), 2002. – P. 72.
7. Golubev A.E., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Separation principle for a class of nonlinear systems // Prepr. 15th IFAC World Congress. – Barcelona (Spain), 2002. – CD-ROM.
8. Стабилизация выхода неминимально-фазовых систем с помощью обратного хода по наблюдателю / А.Е. Голубев, Р. Йоханссон, А. Робертсон, С.Б. Ткачев // Нелинейная динамика и управление. Сборник статей / Под ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. – М.: Физматлит, 2002. – Вып. 2. – С. 115-124.
9. Голубев А.Е. Глобальная стабилизация нелинейных динамических систем с использованием принципа разделения // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Тез. докл. VIII межд. сем. – Москва, 2004. – С. 44-45.
10. Голубев А.Е. Глобальная стабилизация нелинейных динамических систем при экспоненциальной оценке вектора состояния // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. – 2004. – № 2. – С. 38-60.
11. Output tracking for a class of nonlinear nonminimum-phase systems using observer backstepping / A. Golubev, R. Johansson, A. Robertsson, S. Tkachev // Vestnik. J. Bauman Moscow State Technical University. Natural Sciences and Engineering. – 2005. – P. 63-80.
12. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 7. – С. 3-42.