

На правах рукописи



ШЕВЦОВА Екатерина Викторовна

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОВОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ В
МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРИБОРАХ**

Специальность: 05.11.03. – Приборы навигации

АВТОРЕФЕРАТ

**Диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Москва – 2005

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Коновалов Сергей Феодосьевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Распопов Владимир Яковлевич

кандидат технических наук, доцент
Курнос Валерий Иванович

Ведущая организация: ФГУП НПЦ АП им. академика
Н.А.Пилюгина

Защита диссертации состоится «18» мая 2005г. в 10⁰⁰ часов
на заседании диссертационного совета Д 212.141.11 в Московском
государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана по адресу:
107005, г. Москва, 2-я Бауманская улица, д.5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им. Н.Э.
Баумана.

Автореферат разослан « » 2005г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.т.н.



И.Б. Власов

НТБ МГТУ им. Н.Э.Баумана



1715937

Шевцова Е.В. Исследование

Актуальность. В последнее десятилетие широкое распространение получили микромеханические гироскопы и акселерометры, изготовленные на базе монокристаллического кремния. В этих приборах широко используются плоские газовые демпферы с плоскопараллельным перемещением чувствительного элемента.

При проектировании приборов данного класса, одним из наиболее важных является вопрос расчета газодинамических сил.

Расчет газодинамических параметров традиционно проводился с использованием формул линейной теории, полученных на основании решения приближенного дифференциального уравнения Рейнольдса для смазочного слоя в случае сдавливания вязкой несжимаемой среды двумя плоскими параллельными плоскостями.

Эксперименты, проводимые с приборами, использующими плоские газовые демпферы, показывают на наличие ряда проблем, объяснение которых не укладывается в рамки линейной теории, в частности снижение коэффициента демпфирования на высоких частотах, а также появление постоянной составляющей в демпфирующей силе при колебательных движениях чувствительного элемента плоского газового демпфера.

В настоящее время рядом авторов предпринимаются попытки уточнить известные зависимости для определения газодинамических сил в рабочем зазоре приборов с плоским газовым демпфером с учетом сжимаемости газа. Однако, в силу того, что используются математические модели течения вязкой сжимаемой среды в трубе и между неподвижными пластинами, а также то, что процесс полагается изотермическим, получаемые формулы количественно не отображают возникающие нелинейные эффекты при работе приборов на высоких частотах, а также не учитывают влияние на них температурных процессов. Использование численных методов не позволяет получать соотношения для инженерных расчетов.

Для уточнения соотношений определяющих газодинамические силы в рабочем зазоре приборов с плоским газовым демпфером с учетом сжимаемости газа и температурных процессов, необходимо построить адекватную математическую модель течения вязкого сжимаемого газа, исследовать поведение вязкой сжимаемой среды в рабочем зазоре прибора, и проанализировать аналитическое решение предложенной математической модели.

Настоящая диссертационная работа посвящена разработке и уточнению известных методик расчета аэродинамических сил в плоском газовом демпфере с учетом сжимаемости на основе полученного аналитического решения математической модели течения вязкого сжимаемого газа.

Целью диссертационной работы является развитие теории плоских газовых демпферов микромеханических гироскопов и акселерометров, ее уточнение с точки зрения полученных количественных **данных** а также

создание инженерных методик расчета параметров плоских газовых демпферов.

Указанная цель потребовала решения следующих задач:

1. Исследования методов расчета аэродинамических сил в микромеханических приборах с плоскопараллельным перемещением чувствительного элемента;
2. Анализа методов решения моделей, построенных на основе системы уравнений Навье – Стокса вязкого сжимаемого газа;
3. Разработке адекватной математической модели, описывающей течение вязкого сжимаемого газа в рабочем зазоре прибора;
4. Аналитического решения математической модели течения вязкого сжимаемого газа на основе системы уравнений Навье – Стокса с учетом особенностей краевых условий для выбранной модели;
5. Анализа полученного решения и разработки методик расчета аэродинамических сил и коэффициента демпфирования в рабочем зазоре плоского газового демпфера;
6. Исследования влияния сжимаемости газа на вибрационные погрешности приборов с плоским газовым демпфером.

Методы исследования в диссертации базируются на математических методах решения нелинейных уравнений в частных производных; нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений; асимптотических разложениях решений обыкновенных дифференциальных уравнений в регулярных и иррегулярных особых точках, имеющих Жорданову главную матрицу; методах усреднения распределенных параметров в зазоре прибора.

Достоверность результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в работе, обоснована использованной математической моделью течения газа в рабочем зазоре прибора, теоретических подходов и математических методов и подтверждена сравнительным анализом с известными теоретическими результатами и практическими исследованиями.

Научная новизна Основные научные результаты заключаются в следующем.

1. Разработана математическая модель течения вязкого сжимаемого газа в рабочем зазоре плоского газового демпфера.
2. Получено аналитическое решение системы уравнений температурного пограничного слоя для случая плоского стационарного течения вязкого сжимаемого газа в рабочем зазоре плоского газового демпфера.
3. Разработаны методики расчета аэродинамических сил в рабочем зазоре плоского газового демпфера, уточняющие существующие зависимости.

Практическая ценность работы. Полученные в диссертации методики определения коэффициентов демпфирования и упругого противодействия, связанных с эффектом сжимаемости и изменения температуры газа в плоском газовом демпфере позволяют производить правильную оценку динамических свойств приборов при высокочастотной вибрации и разрабатывать приборы, удовлетворяющие требованиям практики.

Апробация работы Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на V, VI и VII конференциях молодых ученых «Навигация и управление движением» (г. Санкт – Петербург, ЦНИИ «Электроприбор», 13.03.2003, 17.03.2004, 16.03.2005), на XXIX академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королева (г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 27.01.2005)

Публикации. По теме диссертации опубликовано 3 научных труда.

Структура и объем работы Диссертационная работа изложена на 111 страницах и содержит введение, три главы, заключение и список литературы из 108 наименований. Работа содержит 19 рисунков.

Краткое содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, определена ее цель и задачи исследования.

В первой главе диссертационной работы построена математическая модель течения газа в плоском газовом демпфере; содержатся решения для двух моделей: точное решение уравнений Навье – Стокса для вязкого несжимаемого газа, и решение для температурного пограничного слоя вязкого сжимаемого газа. В обоих случаях полученные аналитические решения сравнивались с известными численными результатами.

Кинематическая схема плоского газового демпфера представлена на рис.1

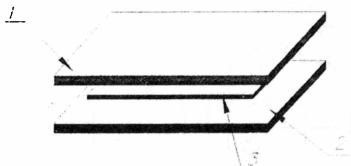


Рис.1

Кинематическая модель плоского газового демпфера

Работа прибора моделируется движением двух плоских параллельных пластин. Нижняя пластина (стенка) неподвижна (1,3 на рис.1), а подвижная пластина (2 на рис.1) движется с постоянной скоростью. Учитывая, что расстояние между пластинами мало, длина газового демпфера много больше толщины воздушного зазора между пластинами, газ вязкий и сжимаемый, числа Рейнольдса велики (при этом течение ламинарное), движение газа в приборе рассматривается как набегание его на неподвижную пластину с постоянной скоростью, равной скорости движения верхней пластины. Такое течение газа описано в литературе и носит название течения в окрестности критической точки – рис.2. Вблизи стенки газ течет вдоль нее в противоположные от критической точки стороны.

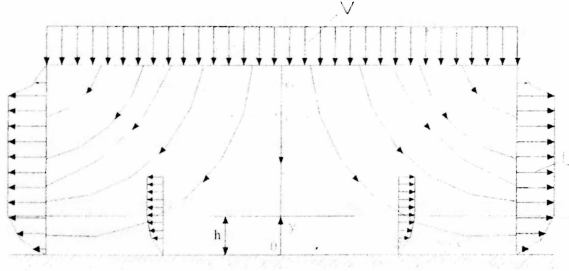


Рис.2

Течение в окрестности критической точки

Математической моделью описываемого течения газа является:

- система уравнений Навье – Стокса для стационарного вязкого сжимаемого течения газа, имеющая вид:

$$\begin{cases} \rho \cdot \left(u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \\ \rho \cdot \left(u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) \end{cases}$$

- уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} = 0$$

- уравнение баланса энергии:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) = u \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \cdot \Phi$$

$$\Phi = 2 \cdot \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$

- уравнение состояния:

$$p = \rho \cdot R \cdot T$$

В настоящее время не найдено способов интегрирования системы уравнений Навье – Стокса в общем виде.

Точное решение уравнений Навье – Стокса для вязкого несжимаемого газа

Течение газа стационарное, двумерное, отсутствуют внешние массовые силы. Математической моделью описываемого течения является:

Система уравнений Навье - Стокса

$$\begin{cases} u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + g \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + g \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{cases}$$

и уравнение неразрывности, в случае $\rho = const$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Для рассматриваемой математической модели течения вязкого несжимаемого газа, уравнение баланса энергии не влияет на уравнение движения.

Традиционно, в классической теории пограничного слоя принимается, что в вязком течении при набегании несжимаемого газа на пластину распределение скоростей и давлений имеет вид:

$$u = x \cdot f'(y), \quad v = -f(y), \quad p = p_\infty - \frac{\rho}{2} \cdot \frac{V^2}{\delta^2} \cdot [x^2 + F(y)].$$

При этом уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно.

Дифференцируя выражения для распределения скоростей и давлений, и подставляя полученные зависимости в исходную математическую модель течения вязкого несжимаемого газа, переходим от системы уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} g \cdot f''' + f \cdot f'' - f'^2 + \frac{V^2}{\delta^2} = 0 \\ f \cdot f' = \frac{V^2}{2 \cdot \delta^2} \cdot F' - g \cdot f'' \end{cases}$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} f = 0, \quad f' = 0, \quad F = 0 & \quad \text{при} \quad y = 0, \\ f' = \frac{V}{\delta} & \quad \text{при} \quad y = \delta. \end{aligned}$$

Первое уравнение системы обыкновенных дифференциальных уравнений не содержит функцию F . В силу этого целесообразно сначала найти из него функцию f , а затем проинтегрировать второе дифференциальное уравнение системы.

Первое дифференциальное уравнение системы допускает аффинное преобразование:

$$\eta = \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g}} \cdot y, \quad f(y) = \sqrt{\frac{V \cdot g}{\delta}} \cdot \varphi(\eta),$$

приводящее его к виду:

$$\varphi'''(\eta) + \varphi(\eta) \cdot \varphi''(\eta) - \varphi'^2(\eta) + 1 = 0,$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \varphi = 0, \quad \varphi' = 0 & \quad \text{при } \eta = 0, \\ \varphi' = 1 & \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Полученное обыкновенное дифференциальное уравнение является нелинейным, с особой точкой при $\eta \rightarrow \infty$. Исходя из краевого условия $\varphi' = 1$ при $\eta \rightarrow \infty$, получим $\varphi = \eta + o(\eta)$, и в линейной постановке уравнение имеет иррегулярную особую точку.

Решение дифференциального уравнения найдено, применяя разложение функции $\varphi(\eta)$ в степенной ряд при $\eta = 0$, и асимптотическое разложение при $\eta \rightarrow \infty$, а затем согласовывая оба решения в некоторой, выбранной определенным образом, точке. При этом решение при $\eta \rightarrow \infty$ обозначим $(^*)$.

Полученные решения дифференциального уравнения запишем в виде:

$$\varphi(\eta) = 0.6298 \cdot \eta^2 - 0.1667 \cdot \eta^3 + 0.0132 \cdot \eta^5 + o(\eta^6);$$

$$\varphi^*(\eta) = \eta + e^{-\frac{\eta^2}{2}} \cdot \left(0.03 \cdot \eta^{-2} - 0.046 \cdot \eta^{-4} + 0.10275 \cdot \eta^{-6} + o(\eta^{-6}) \right) - 1.09375 \cdot Ei\left(-\frac{1}{2} \cdot \eta^2\right).$$

С учетом аффинного преобразования, а также второго дифференциального уравнения системы, решение математической модели течения вязкого несжимаемого стационарного газа запишем в виде:

$$u = \frac{V}{\delta} \cdot x \cdot \varphi'(\eta) \quad v = -\sqrt{\frac{V \cdot g}{\delta}} \cdot \varphi(\eta)$$

$$p = p_1 - \frac{\rho}{2} \cdot \frac{V^2}{\delta^2} \cdot x^2 - \frac{\rho}{2} \cdot \frac{V \cdot g}{\delta} \cdot (\varphi^2(\eta) + 2 \cdot \varphi'(\eta)),$$

$$\text{где } \eta = \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g}} \cdot y$$

Температурный пограничный слой в случае плоского течения вязкого сжимаемого газа.

Математической моделью течения вязкого сжимаемого теплопроводного газа является:

Система уравнений Навье – Стокса для плоского стационарного вязкого сжимаемого газа в пограничном слое:

$$\begin{cases} \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right); \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \end{cases}$$

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} = 0,$$

уравнение баланса энергии для пограничного слоя:

$$c_p \cdot \rho \cdot u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + c_p \cdot \rho \cdot v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = u \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2,$$

уравнение состояния:

$$p = \rho \cdot R \cdot T.$$

Записанная система уравнений представляет собой систему уравнений для плоского течения сжимаемого стационарного газа в пограничном слое. В классической теории пограничного слоя она носит название системы уравнений температурного пограничного слоя.

А.А. Дородницын в 1942г. указал общее преобразование координат, придающее уравнениям пограничного слоя для газа форму, близкую к уравнениям пограничного слоя для несжимаемой жидкости.

Запишем преобразование Дородницына, модифицированное Стюартсоном и Иллингвортом.

При этом преобразовании вводятся две новые координаты ξ, ζ , которые определяются следующими соотношениями:

$$\xi = \int_0^x b \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \frac{p_\infty}{p_0} dx; \quad \zeta = \frac{a_\infty}{a_0} \int_0^y \frac{p}{p_0} dy.$$

Введем функцию тока $\psi(x, y)$, у которой частные производные равны:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\rho}{\rho_0} \cdot v; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot u.$$

Введем в рассмотрение безразмерную «температурную функцию» (безразмерную удельную полную энтальпию):

$$S = \frac{c_p \cdot T + \frac{u^2}{2}}{c_p \cdot T_0} - 1.$$

Запишем уравнение движения и уравнение баланса энергии, с учетом преобразования координат, выражений для функции тока и безразмерной удельной полной энтальпии, в следующем виде:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = (1+S) \cdot \bar{U}_\infty \cdot \frac{d\bar{U}_\infty}{d\xi} + g_0 \cdot \frac{\partial^3 \psi}{\partial \zeta^3}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial S}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial S}{\partial \zeta} = g_0 \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial \zeta^2}$$

Решение записанных уравнений ищем в классе функций, описывающих локальное подобие профиля скоростей:

$$\psi = \sqrt{g_0 \cdot \bar{U}_\infty} \cdot \sqrt{\xi} \cdot \phi(\eta) \quad \zeta = \sqrt{\frac{g_0 \cdot \xi}{U_\infty}} \cdot \eta$$

$$S = S(\eta)$$

При этом:

$$\bar{U}_\infty = \frac{V}{\delta} \cdot \xi$$

После преобразований получаем систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \phi'''(\eta) + \phi(\eta) \cdot \phi''(\eta) = \phi'^2(\eta) - 1 - S \\ S''(\eta) + \phi(\eta) \cdot S'(\eta) = 0 \end{cases}$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \phi = \phi' = 0, \quad S = S_w & \quad \text{при} \quad \eta = 0, \\ \phi' = 1, \quad S = 0 & \quad \text{при} \quad \eta = \infty. \end{aligned}$$

В случае теплоизолированной стенки $S \equiv 0$, вместо системы уравнений остается одно дифференциальное уравнение – уравнение движения, определяющее распределение скоростей:

$$\phi'''(\eta) + \phi(\eta) \cdot \phi''(\eta) - \phi'^2(\eta) + 1 = 0$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \phi = \phi' = 0, & \quad \text{при} \quad \eta = 0, \\ \phi' = 1, & \quad \text{при} \quad \eta = \infty. \end{aligned}$$

Уравнение движения в данном случае тождественно совпадает с уравнением, полученным для случая вязкой несжимаемой среды. Решение дифференциального уравнения, определяющего распределение скоростей, имеет вид:

$$\phi(\eta) = 0.6298 \cdot \eta^2 - 0.1667 \cdot \eta^3 + 0.0132 \cdot \eta^5 + o(\eta^6);$$

$$\phi'(\eta) = \eta + e^{-\frac{\eta^2}{2}} \cdot (0.03 \cdot \eta^{-2} - 0.046 \cdot \eta^{-4} + 0.10275 \cdot \eta^{-6} + o(\eta^{-6})) - 1.09375 \cdot Ei\left(-\frac{1}{2} \cdot \eta^2\right).$$

Решение системы уравнений температурного пограничного слоя в случае теплоизолированной стенки имеет вид:

$$v = -b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \sqrt{\frac{V \cdot g_0}{\delta}} \cdot \phi(\eta)$$

$$u = b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \left(\frac{a_\infty}{a_0}\right)^2 \cdot \frac{V}{\delta} \cdot x \cdot \phi'(\eta)$$

$$p = p_\infty - \frac{\rho}{2} \cdot \frac{V^2}{\delta^2} \cdot x^2 - \frac{\rho}{2} \cdot b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \left(\frac{a_\infty}{a_0}\right)^2 \cdot \frac{V \cdot g_0}{\delta} \cdot \left(b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \phi^2(\eta) + 2 \cdot \phi'(\eta)\right),$$

где

$$\eta = \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g_0}} \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} dy$$

или в случае адиабатического течения газа:

$$\eta = -2.5 \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g_0}} \cdot \frac{\delta^x}{y^{0.4}},$$

$$\rho = \frac{p_\infty}{R \cdot T} \cdot \left(\frac{\delta}{y}\right)^x$$

В случае теплопроводящей стенки $S \neq 0$, и необходимо решить совместно оба уравнения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

При этом заметим, что уравнения системы нелинейны, а первое из них содержит особую точку. Решение обыкновенных дифференциальных

уравнений, входящих в систему, найдено, применяя ту же методику, что и для случая вязкого несжимаемого газа.

В случае теплопроводящей стенки решение системы уравнений температурного пограничного слоя вязкого сжимаемого газа имеет вид:

$$v = -b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \sqrt{\frac{V \cdot g_0}{\delta}} \cdot \phi(\eta)$$

$$u = b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \left(\frac{a_\infty}{a_0}\right)^2 \cdot \frac{V}{\delta} \cdot x \cdot \phi'(\eta)$$

$$T = T_0 \cdot (S(\eta) + 1) - \frac{u}{2 \cdot C_p}$$

$$p = p_\infty - \frac{\rho}{2} \cdot \frac{V^2}{\delta^2} \cdot x^2 - \frac{\rho}{2} \cdot b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \left(\frac{a_\infty}{a_0}\right)^2 \cdot \frac{V \cdot g_0}{\delta} \cdot \left(b \cdot \frac{p_\infty}{p_0} \cdot \phi^2(\eta) + 2 \cdot \phi'(\eta)\right),$$

где

$$\eta = \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g_0}} \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} dy$$

или в случае адиабатического течения газа:

$$\eta = -2.5 \cdot \frac{a_\infty}{a_0} \cdot \frac{\rho_\infty}{\rho_0} \cdot \sqrt{\frac{V}{\delta \cdot g_0}} \cdot \frac{\delta^x}{y^{0.4}},$$

$$\rho = \frac{p_\infty}{R \cdot T} \cdot \left(\frac{\delta}{y}\right)^x$$

При этом необходимо отметить, что решение найдено для случая $S_w = 1$, для сравнения полученных результатов с известными численными решениями, описанными в литературе.

Во второй главе разработаны инженерные методики расчета аэродинамических сил и коэффициента демпфирования в рабочем зазоре плоского газового демпфера.

Система уравнений Навье – Стокса для вязкого несжимаемого газа преобразована к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\rho \cdot Q,$$

где

$$Q = 2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2 \cdot \frac{\partial^2 (u \cdot v)}{\partial x \partial y} + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Q – расход.

Используя зависимости для распределения скоростей и давлений в вязком течении при набегании несжимаемого газа на неподвижную пластину, а также полученное в главе 1 решение системы уравнений Навье – Стокса для вязкого несжимаемого газа, запишем формулу для определения аэродинамических сил:

$$\nabla P = -\frac{12.5 \cdot \mu \cdot V}{\delta^3}$$

Система уравнений Навье – Стокса для вязкого сжимаемого газа преобразована к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \cdot u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \cdot v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ & = -\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} \right) \end{aligned}$$

Используя зависимости для распределения скоростей и давлений в вязком течении при набегании сжимаемого газа на неподвижную пластину, а также, полагая процесс в рабочем зазоре демпфера адиабатическим, и используя полученное в главе 1 решение системы уравнений температурного пограничного слоя вязкого сжимаемого газа, запишем формулу для определения аэродинамических сил:

$$\nabla p = -b \cdot \left(\frac{p_\infty}{p_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{a_\infty}{a_0} \right)^4 \cdot \frac{12 \cdot \mu \cdot V}{\delta^3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\text{Re}} \cdot \frac{a_0}{a_\infty} \cdot \frac{\mu_0}{\mu} \cdot \frac{(\rho_\infty - \rho_{\text{эф}})}{\rho_\infty} \right)$$

Таким образом, при расчете коэффициента демпфирования в плоских газовых демпферах при необходимости учета сжимаемости газа необходимо пользоваться уточненной формулой для расхода.

В выражении для расхода газа второй член, стоящий в круглых скобках, нелинейно зависит от скорости движения пластины, а также от положения колеблющейся пластины относительно неподвижной пластины. Наличие нелинейного члена обусловлено сжимаемостью газа.

В случае небольших скоростей перемещения чувствительного элемента, а также для случая постоянной плотности, нелинейный член обращается в нуль, и данная формула переходит в известную формулу линейной теории.

График зависимости расхода газа под пластиной от частоты колебания чувствительного элемента представлен на рис.3.

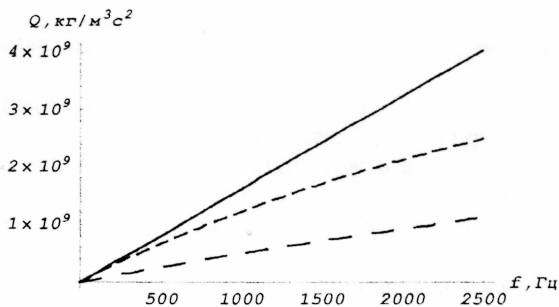


Рис.3

Зависимость расхода газа под пластиной от частоты колебаний чувствительного элемента

— — — — — расход газа в случае использования формул линейной теории;

----- расход газа в случае учета сжимаемости газа в математической модели течения газа при внешнем давлении 101325 Па;

- · - · - · - расход газа в случае учета сжимаемости газа в математической модели течения газа при внешнем давлении 60795 Па;

Рассмотрен следующий частный случай: рабочий зазор прибора равен 20мкм, амплитуда колебаний чувствительного элемента равна 5мкм, давление воздуха в приборе внешнее, равное 101325 Па (1 атм) и 60795 Па (0.6 атм).

В случае использования зависимостей линейной теории расход газа линейно увеличивается с возрастанием частоты колебаний чувствительного элемента. В этом случае коэффициент демпфирования остается постоянным.

Учет сжимаемости в математической модели течения газа приводит к уменьшению расхода газа под пластиной. Вследствие чего происходит уменьшение демпфирующей силы.

На основании анализа полученного решения можно заключить, что уменьшение расхода газа под пластиной происходит в силу того, что при высоких частотах колебания чувствительного элемента растет позиционная составляющая, нелинейно зависящая от величины зазора, а также от частоты колебаний пластины.

В третьей главе исследовано влияние сжимаемости газа на вибрационные погрешности приборов с плоским газовым демпфером.

При работе акселерометров с плоским газовым демпфером в условиях больших вибрационных возмущений в контуре электрической пружины могут возникать явления «захвата», заключающиеся в возникновении колебаний, амплитуды которых значительно превышают зону линейности прибора.

Большие амплитуды колебаний подвижного узла акселерометра приводят к возникновению значительных вибрационных погрешностей,

поэтому работа контура акселерометра в режиме «захвата» должна быть исключена.

Главной причиной возникновения явления «захвата» является пропадание электрического демпфирования при насыщении контура прибора, в результате чего жесткость электрической пружины становится равной нулю. При этом амплитуда колебаний подвижного узла прибора резко возрастает, и возрастает кинетическая энергия, запасаемая подвижным узлом к моменту его возвращения в зону линейности.

Если уровень вибрационного воздействия соответствует частоте и амплитуде точки В (рис.4), то прибор работает в линейной зоне, и амплитуда колебаний возрастает линейно (рис.5).

При увеличении вибрационного возмущения, при переходе границы области захвата, амплитуда колебаний возрастает скачком. Большие амплитуды колебаний сопровождаются значительными вибрационными погрешностями.

При последовательном уменьшении вибрационного воздействия эти колебания сохраняются вплоть до уровня вибрации, соответствующего отпуску (рис. 4).

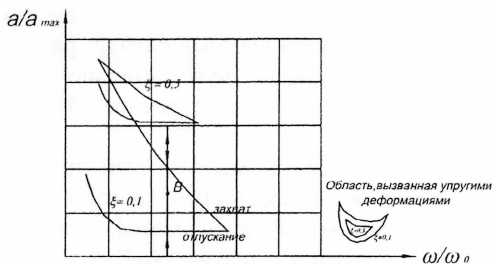


Рис. 4.

Зона «захвата» прибора с плоским газовым демпфером при гармонической вибрации.

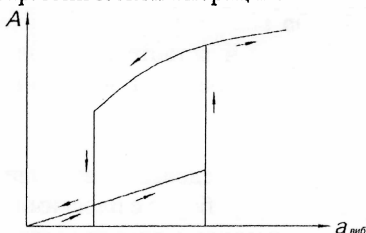


Рис. 5

Область «захвата»

Поэтому желательно комбинировать в приборах электрическое и механическое демпфирование. При правильном выборе параметров корректирующей цепи и наличия механического демпфирования, можно полностью устранить возникновение режимов «захвата» в контуре акселерометра.

При проектировании приборов с плоским газовым демпфером рассчитывается величина электрического и воздушного демпфирования в зазоре приборов.

Если расчет механического демпфирования вести без учета сжимаемости газа, с учетом известных формул для модели вязкого несжимаемого газа, то при расчетной оценке динамики акселерометра можно установить отсутствие явления «захвата». Однако из-за уменьшения демпфирования вследствие сжимаемости газа такая оценка может оказаться неверной.

Этот факт был экспериментально обнаружен при вибрационных испытаниях акселерометров КИ67-3, КА-400, проведенных на вибростендах. Для КИ67-3, в ходе эксперимента акселерометр устанавливался таким образом, чтобы его ось совпадала с осью вибрационных возмущений, и давалось плавное изменение вибрационного воздействия по частоте. В области частот 1500 – 1800 Гц уровень вибрационных погрешностей, регистрируемых при испытаниях, составлял 0.6 g при давлении в приборе, равном 0.6 атмосферы (рис.6).

При увеличении давления газа до 1 атмосферы эффект захвата пропал, что хорошо объясняется из рассмотрения, полученных в работе соотношений, а именно: при увеличении давления газа в приборе, влияние сжимаемости среды уменьшается.

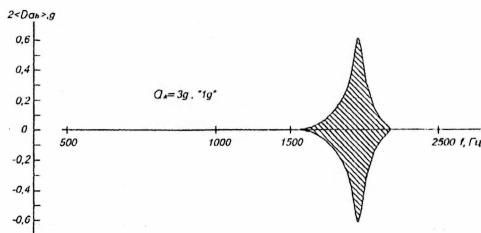


Рис. 6

Вибрационные погрешности акселерометра с газовым демпфером при гармонической вибрации

В настоящей работе проводились исследования акселерометра с кремниевым маятником (КА-400N, разработка МГТУ им.Н.Э. Баумана). Конструкция его представлена на рис.7.

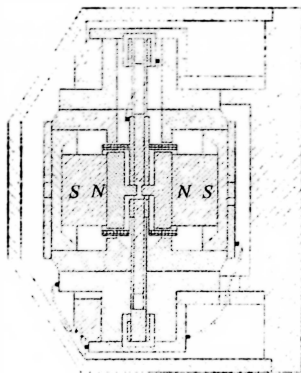


Рис. 7

Конструкция маятникового компенсационного акселерометра
Патент РФ № 99113694 от 23.06.1999г.

При испытаниях акселерометра на вибростенде фирмы Link, при различной ориентации измерительной оси прибора относительно оси вибрации, регистрировались следующие вибрационные погрешности (рис. 8, 9, 10):

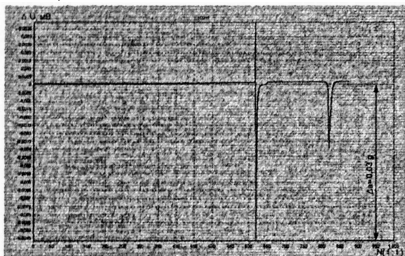


Рис. 8

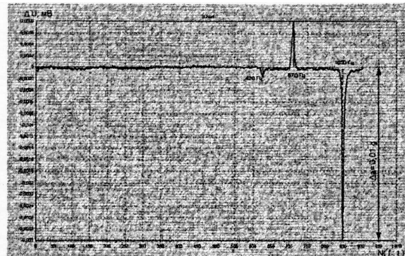


Рис.9

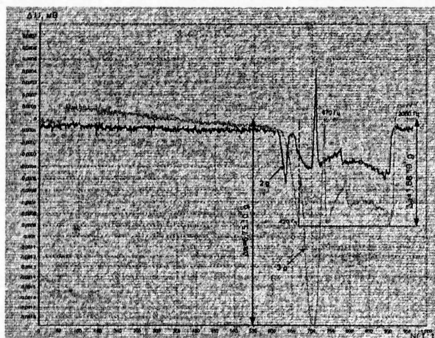


Рис.10

Наибольшие погрешности имели место при вибрации, ориентированной по измерительной оси прибора. Следует отметить, что прибор имеет 3 механических резонанса на частотах 420, 670, 1529 Гц.

При вибрационных воздействиях по измерительной оси акселерометра, эти резонансы вводят контур акселерометра в режим захвата, сопровождающегося вибрационными погрешностями порядка $10^{-2}g$, и сохраняются до частот 2000 Гц.

Уменьшение уровня вибрационных воздействий приводит к резкому уменьшению погрешностей, как и следует из теории.

Изменение параметра компенсационного контура с учетом сжимаемости газа позволяет устранить явление захвата в указанной области частот.

Заключение

Основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Проанализирована структура течения газа в плоском газовом демпфере и предложена математическая модель несжимаемого течения газа.

2. Аналитическое решение предложенной математической модели адаптировано к течению в рабочем зазоре плоского газового демпфера.

3. Получена математическая модель течения вязкого сжимаемого газа в рабочем зазоре плоского газового демпфера.

4. Получено аналитическое решение системы уравнений, описывающих течение газа в рабочем зазоре плоского газового демпфера, учитывающее сжимаемость и температурные процессы в газе.

5. Разработаны инженерные методики расчета аэродинамических сил и коэффициента демпфирования в рабочем зазоре плоского газового демпфера с учетом сжимаемости газа, уточняющие существующие зависимости.

6. Показано, что при больших скоростях движения подвижной пластины газового демпфера, происходит уменьшение демпфирующей силы, из-за появления позиционной составляющей, что приводит к заметным погрешностям в случае несимметричного положения чувствительного элемента демпфера относительно неподвижных частей.

7. Экспериментально подтверждено влияние сжимаемости газа на динамические характеристики акселерометра с плоским газовым демпфером. Определены уровни вибрационных погрешностей акселерометров с кварцевым и кремниевым маятником, вызванных сжимаемостью газа.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Шевцова Е.В. Расчет плоского газового демпфера с учетом сжимаемости // Навигация и управление движением: Материалы V конференции молодых ученых. – Санкт – Петербург, 2004. – С.65 – 70.
2. Шевцова Е.В. Газовое демпфирование в микромеханических приборах // Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики: Труды XXIX академических чтений по космонавтике. – Москва, 2005. – С.284.
3. Шевцова Е.В. Влияние сжимаемости газа на вибрационные погрешности акселерометров с плоским газовым демпфером // Навигация и управление движением: Материалы VI конференции молодых ученых. – Санкт – Петербург, 2004. – С.181 – 186.