

УДК 531.8, 621.01

Исследование усилия на схвате плоского модуля механизма относительного манипулирования параллельной структуры*

Е.М. Исполов¹, П.А. Ларюшкин^{1,2}, А.В. Медовщиков^{1,2},
Ю.В. Синицына², Д.С. Мартынов²

¹ ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук

² МГТУ им. Н.Э. Баумана

Gripping force analysis for the flat module of a parallel relative manipulation mechanism

E.M. Ispolov¹, P.A. Laryushkin^{1,2}, A.V. Medovshchikov^{1,2},
Yu.V. Sinitsyna², D.S. Martynov²

¹ Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences

² Bauman Moscow State Technical University

Рассмотрен модуль системы относительного манипулирования, представляющий собой плоский механизм параллельной структуры с интегрированным схватом. Для этого механизма решена обратная задача о положениях и предложена методика оценки усилий, возникающих в приводах. Построен прототип рассматриваемого механизма и выполнено экспериментальное исследование по определению возникающих в приводах усилий. Приведены результаты сравнения полученных экспериментальных и теоретических данных. Показана возможность применения предложенной методики определения усилий для реальных механизмов параллельной структуры.

EDN: GVWRFO, <https://elibrary/gvwrfo>

Ключевые слова: механизмы параллельной структуры, относительное манипулирование, силовой анализ, избыточная подвижность

The article describes a planar parallel mechanism with an integrated gripper, designed for a relative manipulation system. The inverse kinematics problem has been solved for this mechanism, and a methodology for estimating the forces in the actuators is presented. A prototype of the mechanism has been built, and experimental research has been conducted to determine the forces in the actuators. The results of a comparison between experimental and theoretical data are provided. The study demonstrates the applicability of the proposed force estimation methodology for real parallel mechanisms.

EDN: GVWRFO, <https://elibrary/gvwrfo>

Keywords: parallel mechanisms, relative manipulation, force analysis, kinematic redundancy

* «Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-00929, <https://rscf.ru/project/25-19-00929/>.

Механизмы параллельной структуры (МПС), нашедшие широкое применение в различных отраслях промышленности, обладают высокой точностью, жесткостью и повышенными динамическими показателями [1, 2]. Указанные достоинства позволяют использовать МПС там, где важны скорость и точность, например в хирургии, линиях по сборке микрочипов или металлорежущих станках в качестве узлов по перемещению режущего инструмента или заготовки [3–8].

На сегодняшний день станки с такой кинематикой выпускают многие промышленные предприятия. В большей части станков МПС заменил механизмы последовательной структуры, обеспечивающие перемещение режущего инструмента по обрабатываемому изделию, закрепленному на неподвижной плоскости. Известны прототипы [9], в которых перемещение и режущего инструмента, и обрабатываемой заготовки реализовано с помощью МПС (рис. 1). Таким образом, путем относительного манипулирования удастся достичь пяти степеней свободы.

Одним из недостатков МПС является наличие особых положений [10], из-за которых его реальная рабочая зона уменьшается. Для устранения этого недостатка в схему МПС добавляют избыточную подвижность, применяя дополнительные приводы и изменяя структуру кинематических цепей. В большинстве случаев такой подход увеличивает габаритные размеры и конечную стоимость изделия.

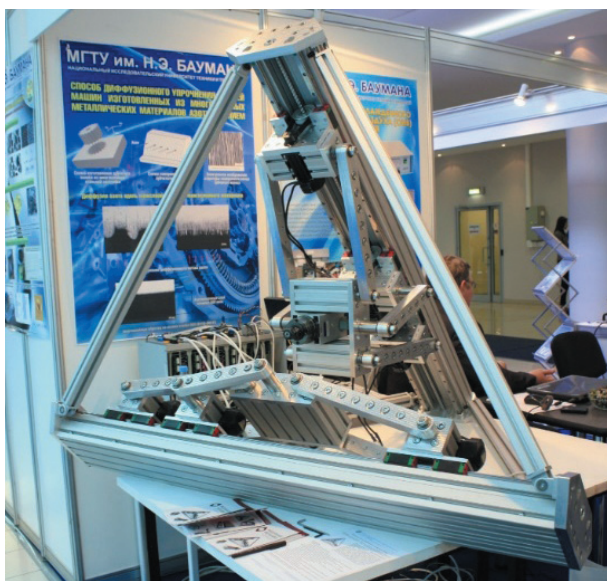


Рис. 1. Внешний вид прототипа системы относительного манипулирования Tetra

Избыточную подвижность также можно использовать для расширения технологических возможностей разрабатываемого изделия, в частности для реализации вспомогательной операции захвата, что позволяет избежать установки на выходное звено (ВЗ) громоздких зажимных приспособлений.

Методы разработки МПС с избыточной подвижностью, позволяющей реализовать такую вспомогательную операцию, изучены недостаточно. На этапе проектирования необходимо, зная кинематику и мощность применяемых приводов, достаточно точно рассчитать развиваемое усилие на схвате такого МПС.

Цель исследования — разработать и проверить применимость методики определения усилия на интегрированном схвате плоского МПС (модуля) относительного манипулирования.

Методика расчета. В качестве объекта исследования выступал плоский МПС, состоящий из четырех кинематических цепей типа $\underline{PRR}$, объединенных попарно в плоские лямбда-механизмы с общей вращательной кинематической парой (рис. 2). В кинематической цепи типа $\underline{PRR}$ буква «Р» обозначает призматическую кинематическую пару (шарнир), «R» — вращательную, а подчеркивание буквы «Р» указывает на то, что пара является приводной. Положение ВЗ такого механизма описывается координатами x_D и y_D точки D в системе координат Ox, y , поворот платформы ВЗ — углом φ , а изменение расстояния между губками механизма схвата — расстоянием s между точками C_1 и D .

Для определения усилий в приводах, возникающих под действием внешней силы на ВЗ, воспользуемся методом анализа свойств составляющих частей матрицы Якоби [11]. Необходимо решить обратную задачу о положениях, что подразумевает определение координат входных звеньев МПС при известных фиксированных значениях координат ВЗ x_D, y_D, φ и s . Входны-

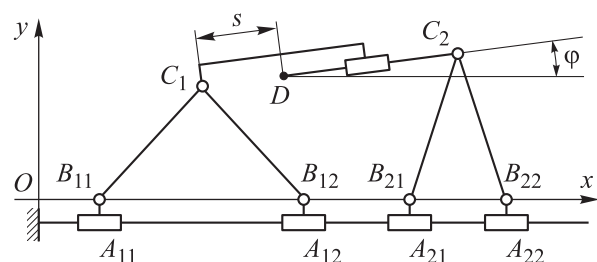


Рис. 2. Схема плоского МПС с избыточной подвижностью

ми являются координаты перемещения приводных кареток A_{ij} , т. е. $x_{Aij} = x_{Bij}$.

На первом этапе решения обратной задачи о положениях находим координаты точек C_1 и C_2 по выражениям

$$\begin{aligned} x_{C1} &= x_D - s \cos \varphi; \quad y_{C1} = y_D - s \sin \varphi; \\ x_{C2} &= x_D + l_{C2D} \cos \varphi; \quad y_{C2} = y_D + l_{C2D} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где l_{C2D} — длина звена C_2D .

Так как МПС состоит из двух подобных лямбда-механизмов, будем рассматривать только один из них, показанный на рис. 3. Видно, что координатой x_{Aij} приводной каретки A_{ij} будет пересечение окружности радиусом $B_{ij}C_i$ (центр которой расположен в точке C_i) с осью Ox . Очевидно, что таких пересечений будет два, т. е. возможны два варианта расположения приводных кареток.

Для любого из них можно построить прямоугольный треугольник с гипотенузой $B_{ij}C_i$ и катетами $C_iC'_i$ (отрезком, проведенным из точки C_i до пересечения с осью в некоторой точке) и C'_iB_{ij} (отрезком C'_iB_{ij}). Используя теорему Пифагора для этих прямоугольных треугольников, запишем

$$\begin{aligned} x_{Ai1} &= x_{Ci} \mp \sqrt{l_{B11C1}^2 - y_{Ci}^2}; \\ x_{Ai2} &= x_{Ci} \pm \sqrt{l_{B12C1}^2 - y_{Ci}^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где l_{B11C1} и l_{B12C1} — длины звеньев $B_{11}C_1$ и $B_{12}C_1$.

После подстановки выражений (1) в формулы (2) получаем выражения для решения обратной задачи о положениях всех цепей

$$\begin{aligned} x_{A11} &= x_D - s \cos \varphi \mp \sqrt{l_{B11C1}^2 - (y_D - s \sin \varphi)^2}; \\ x_{A12} &= x_D - s \cos \varphi \pm \sqrt{l_{B12C1}^2 - (y_D - s \sin \varphi)^2}; \\ x_{A21} &= x_D + l_{C2D} \cos \varphi \mp \sqrt{l_{B21C2}^2 - (y_D + l_{C2D} \sin \varphi)^2}; \\ x_{A22} &= x_D + l_{C2D} \cos \varphi \pm \sqrt{l_{B22C2}^2 - (y_D + l_{C2D} \sin \varphi)^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

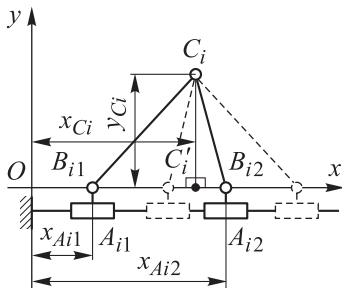


Рис. 3. Схема плоского лямбда-механизма для решения обратной задачи о положениях

На втором этапе решения обратной задачи о положениях выполняем силовой анализ. Известно, что усилия на приводах могут быть связаны с внешней нагрузкой через матрицу Якоби механизма [12, 13]

$$-J^T P = e, \quad (4)$$

где P — вектор внешних нагрузок, действующих на ВЗ; e — вектор приводных усилий.

Матрицу J^T вычисляем обращением обратной матрицы Якоби

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{11}}{\partial x_D} & \frac{\partial F_{11}}{\partial y_D} & \frac{\partial F_{11}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_{11}}{\partial s} \\ \frac{\partial F_{12}}{\partial x_D} & \frac{\partial F_{12}}{\partial y_D} & \frac{\partial F_{12}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_{12}}{\partial s} \\ \frac{\partial F_{21}}{\partial x_D} & \frac{\partial F_{21}}{\partial y_D} & \frac{\partial F_{21}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_{21}}{\partial s} \\ \frac{\partial F_{22}}{\partial x_D} & \frac{\partial F_{22}}{\partial y_D} & \frac{\partial F_{22}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_{22}}{\partial s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{11}}{\partial x_{A11}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial x_{A12}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial x_{A21}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial x_{A22}} \\ \frac{\partial F_{11}}{\partial y_{A11}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial y_{A12}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial y_{A21}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial y_{A22}} \\ \frac{\partial F_{11}}{\partial \varphi_{A11}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial \varphi_{A12}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial \varphi_{A21}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial \varphi_{A22}} \\ \frac{\partial F_{11}}{\partial s_{A11}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial s_{A12}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial s_{A21}} & \frac{\partial F_{11}}{\partial s_{A22}} \end{pmatrix},$$

где F_{11} , F_{12} , F_{21} , F_{22} — частные производные от уравнений связи (3), записанные в неявной форме,

$$F_{11} = (x_{A11} - x_D + s \cos \varphi)^2 + (y_D - s \sin \varphi)^2 - l_{B11C1}^2 = 0;$$

$$F_{12} = (x_{A12} - x_D + s \cos \varphi)^2 + (y_D - s \sin \varphi)^2 - l_{B12C1}^2 = 0;$$

$$F_{21} = (x_{A21} - x_D - l_{C2D} \cos \varphi)^2 +$$

$$+ (y_D + l_{C2D} \sin \varphi)^2 - l_{B21C2}^2 = 0;$$

$$F_{22} = (x_{A22} - x_D - l_{C2D} \cos \varphi)^2 +$$

$$+ (y_D + l_{C2D} \sin \varphi)^2 - l_{B22C2}^2 = 0.$$

Обозначим составляющие внешней силы, действующей на ВЗ в направлении осей Ox и Oy как F_x и F_y соответственно. Тогда, с учетом того, что для рассматриваемого МПС $P = (F_x \ F_y \ T \ F_s)^T$, а $e = (F_{A11} \ F_{A12} \ F_{A21} \ F_{A22})^T$, выражение (4) представим как

$$\begin{pmatrix} F_{A11} \\ F_{A12} \\ F_{A21} \\ F_{A22} \end{pmatrix} = -J^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ T \\ F_s \end{pmatrix},$$

где T — внешний момент, действующий на ВЗ; F_s — усилие сжатия схвата.

Ввиду линейности системы это выражение можно разделить на две части следующим образом:

$$\begin{pmatrix} F_{A11} \\ F_{A12} \\ F_{A21} \\ F_{A22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{A11}^{BH} \\ F_{A12}^{BH} \\ F_{A21}^{BH} \\ F_{A22}^{BH} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{A11}^s \\ F_{A12}^s \\ F_{A21}^s \\ F_{A22}^s \end{pmatrix} = -\mathbf{J}^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ T \\ 0 \end{pmatrix} - \mathbf{J}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_s \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где индекс «BH» помечает часть усилия, возникающего на соответствующей каретке под действием внешней нагрузки, а индекс «s» — часть силы на каретке, обеспечивающей усилие на схвате.

Пусть $F_s = 1$ Н, тогда из выражения (5) следует, что

$$\hat{F}_{A(k)}^s = -\mathbf{j}_k^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -j_{k4}^T, \quad (6)$$

где $\hat{F}_{A(k)}^s$ — сила на k -й каретке, необходимая для создания $F_s = 1$ Н; $\mathbf{j}_k^T$ — k -я вектор-строка матрицы $\mathbf{J}^T$; j_{k4}^T — элемент k -й строки четвертого столбца матрицы $\mathbf{J}^T$.

Отметим, что силы на соответствующих каретках $F_{A(1)} = F_{A11}$, $F_{A(2)} = F_{A12}$, $F_{A(3)} = F_{A21}$, $F_{A(4)} = F_{A22}$.

Обозначим усилие, которое может развить k -й привод, как $F_{пр k}$. Используя выражения (5) и (6), определяем максимально допустимое усилие на схвате, которое может обеспечить k -й привод при заданной внешней нагрузке $F_s = 1$ Н, по формуле

$$|F_{sk}|_{\max} = \frac{F_{пр k} - |F_{A(k)}^{BH}|}{|\hat{F}_{A(k)}^s|} \cdot 1. \quad (7)$$

Для МПС в целом максимально допустимое усилие сжатия схвата при заданной внешней нагрузке и характеристиках привода будет представлять собой минимальное из значений, определенных по формуле (7):

$$|F_s|_{\max} = \min_{k=1...n} (|F_{sk}|_{\max}) = \min_{k=1...n} \left(\frac{F_{пр k} - |F_{A(k)}^{BH}|}{|\hat{F}_{A(k)}^s|} \cdot 1 \right). \quad (8)$$

Экспериментальное исследование. Как следует из выражения (8), для подтверждения изложенных предположений на реальном объекте необходимо измерять усилие сжатия, реализуемое механизмом схвата, и усилия, которые могут обеспечить приводные каретки. Для проведения исследования разработан и собран прототип рассматриваемого МПС.

На первом этапе экспериментального исследования с целью измерения усилия сжатия на

одной половине ВЗ устанавливали динамометр, а на второй — размещали специальный упор (рис. 4).

Перед началом измерений МПС устанавливали в исходное положение со следующими координатами входных звеньев (кареток): $x_{A11} = 290$ мм, $x_{A12} = 630$ мм, $x_{A21} = 460$ мм и $x_{A22} = 800$ мм. При таких координатах входных звеньев ВЗ имело координаты $x = 563$ мм, $y = 209,8$ мм, $\varphi = 0^\circ$, $s = 103$ мм. В этом положении платформа ВЗ была параллельна основанию, МПС находился в середине направляющей, а расстояние между любыми двумя соседними каретками составляло 70 мм (рис. 5).

После пуска шаговых двигателей приводные каретки одновременно начинали перемещаться с постоянной одинаковой скоростью вдоль направляющей так, что левый лямбда-механизм ехал вправо, а правый — влево. В момент касания динамометра и упора входные звенья имели координаты $x_{A11} = 300$ мм, $x_{A12} = 640$ мм, $x_{A21} = 450$ мм и $x_{A22} = 790$ мм, что соответствует координатам ВЗ $x = 553$ мм, $y = 209,8$ мм, $\varphi = 0^\circ$, $s = 83$ мм.

По мере увеличения нагрузки МПС продолжал перемещать каретки ввиду наличия в нем зазоров в шарнирах, подшипниках и опреде-

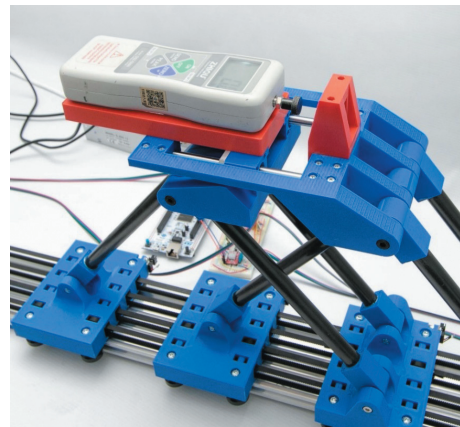


Рис. 4. Внешний вид рассматриваемого МПС при измерении усилия на схвате на первом этапе экспериментального исследования

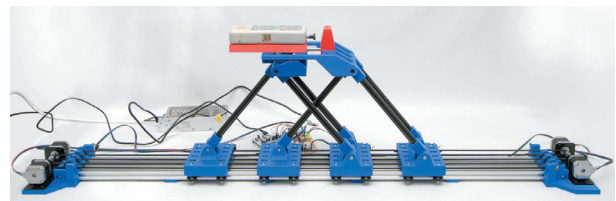


Рис. 5. Внешний вид рассматриваемого МПС в исходном положении

ленной податливости кареток, приводных ремней и т. д. [14]. Для учета этого явления проведено измерение положения кареток при усилии сжатия, равном 30 Н: $x_{A11} = 302,5$ мм, $x_{A12} = 644$ мм, $x_{A21} = 451,5$ мм, $x_{A22} = 790,5$ мм, что соответствует координатам ВЗ $x = 554$ мм, $y = 209,7$ мм, $\varphi = 0,3933^\circ$, $s = 80,8$ мм. Отсюда следует, что ВЗ совершило поворот, но он является пренебрежительно малым.

Эксперимент проводили до момента, при котором какой-нибудь из двигателей начинал пропускать шаги, что контролировали по характерному звуку. Сразу после начала пропуска шагов двигатели отключали и регистрировали показание на динамометре. Затем МПС возвращали в исходное положение, и эксперимент проводили заново.

Известно, что момент шагового двигателя зависит от его частоты вращения. В связи с этим усилия сжатия измеряли при пяти скоростях перемещения кареток $v_A = 1,000; 1,250; 1,667; 2,500$ и $5,000$ мм/с.

Для каждого значения скорости перемещения кареток проводили по двадцать измерений усилия сжатия, после чего для каждой выборки проверяли гипотезу о принадлежности полученных данных нормальному распределению с использованием теста Андресона — Дарлингса с уровнем значимости 5 %. Результаты расчета подтвердили справедливость указанной гипотезы для всех исследованных выборок: p -значение (далее p) $\geq 0,05$. Также вычислены значения математического ожидания μ_{Fs} и среднеквадратического отклонения σ_{Fs} усилия сжатия (табл. 1).

На втором этапе экспериментального исследования для получения максимальных значений, реализуемых каретками, механизм разбирали так, чтобы от подвижных частей оста-

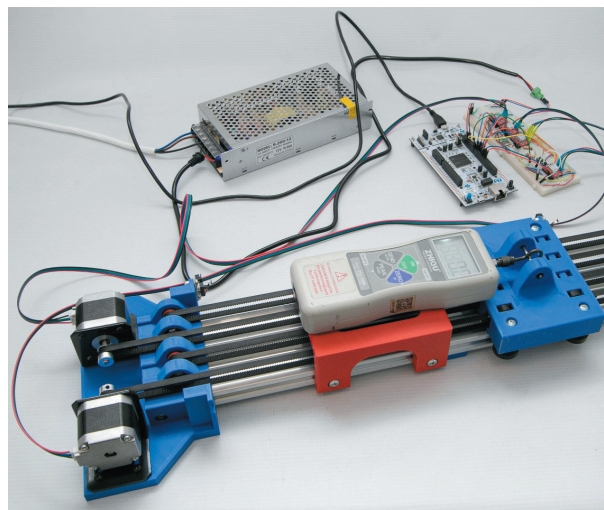


Рис. 6. Фрагмент измерения усилия на каретке на втором этапе экспериментального исследования

лись только сами каретки. Перед измерением усилия каждую из них выставляли в положение, в котором они находились на первом этапе эксперимента. Для измерений также использовали динамометр, который устанавливали в непосредственной близости к измеряемой каретке (рис. 6).

При каждой из пяти скоростей перемещения кареток v_A проводили по двадцать измерений усилия сжатия. Для всех выборок также проверяли гипотезу о принадлежности полученных данных нормальному распределению. Результаты расчета подтвердили справедливость этой гипотезы для всех исследованных выборок. Далее вычисляли значения математического ожидания μ_{Fij} и среднеквадратического отклонения σ_{Fij} максимальных усилий на каретках, развиваемых приводами (табл. 2).

Известно, что параметры μ_X и σ_X некоторой случайной величины X , подчиняющейся нормальному распределению, определяются зависимостями [15]

$$\mu_{aX+b} = a\mu_X + b; \quad \sigma_{aX+b} = a\sigma_X,$$

где a и b — некоторые константы.

Так как все выборки, полученные при измерении усилий на каретках, имеют нормальное распределение, к ним можно применить указанные зависимости. Тогда на основе формулы (8) можно получить выражения для определения математического ожидания и среднеквадратического отклонения максимального усилия на схвате, которое может обеспечить каждый привод:

Таблица 1

Значения математического ожидания и среднеквадратического отклонения усилия сжатия при различных значениях скорости перемещения кареток

v_A , мм/с	μ_{Fs} , Н	σ_{Fs} , Н	p
1,000	48,31	0,999	0,117
1,250	47,18	0,889	0,880
1,667	46,09	0,976	0,451
2,500	44,87	0,987	0,256
5,000	40,54	1,142	0,692

Таблица 2

**Значения математического ожидания и среднеквадратического отклонения
максимального усилия на каретках**

v_A , мм/с	μ_{F11} , Н	σ_{F11} , Н	p_{11}	μ_{F12} , Н	σ_{F12} , Н	p_{12}	μ_{F21} , Н	σ_{F21} , Н	p_{13}	μ_{F22} , Н	σ_{F22} , Н	p_{14}
	Каретки											
	A_{11}			A_{12}			A_{21}			A_{22}		
1,000	28,920	0,443	0,052	28,080	1,187	0,192	25,565	0,671	0,421	32,255	0,386	0,845
1,250	28,960	0,437	0,153	27,685	0,845	0,581	24,715	0,382	0,051	31,995	0,352	0,360
1,667	28,845	0,415	0,164	27,330	1,097	0,138	24,300	0,301	0,313	31,450	0,310	0,725
2,500	28,180	0,429	0,435	26,170	1,019	0,210	23,240	0,372	0,293	30,275	0,392	0,651
5,000	25,170	0,459	0,411	24,025	1,196	0,230	20,170	0,450	0,889	27,925	0,341	0,468

$$\mu_{Fsk}^* = \frac{\mu_{Fk} - F_{A(k)}^{BH}}{|\dot{j}_{k4}^T|}; \quad \sigma_{Fsk}^* = \frac{\sigma_{Fk}}{|\dot{j}_{k4}^T|}, \quad (9)$$

где индекс «звездочка» показывает, что величины μ_{Fs} и σ_{Fs} рассчитаны по значениям усилий на каретках, а не измерены непосредственно на схвате.

Так как после касания насадки динамометра и упора относительное движение двух частей ВЗ незначительное, а импульсы продолжают передаваться на двигатели с постоянной частотой, можно считать, что внешняя нагрузка вдоль оси Ох отсутствует. Наличием моментной нагрузки, вызванной неравномерностью распределения массы вдоль ВЗ, также можно пренебречь.

Таким образом, внешняя нагрузка будет состоять только из действующей вертикально вниз силы $F_y = -m_{ВЗ}g$, определяемой массой ВЗ $m_{ВЗ}$ и ускорением свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Учитывая, что масса ВЗ вместе с динамометром составляет 1,065 кг, а также пренебрегая весом промежуточных звеньев (каждое 0,050 кг), при расчете будем считать, что $F_y = -10,45 \text{ Н}$.

Тогда, используя выражение (5), можно вычислить значение $F_{A(k)}^{BH}$ для каждой каретки,

а затем, подставив полученное значение в формулу (9), рассчитать максимальное усилие, которое способна обеспечить каждая из приводных кареток (табл. 3).

Можно видеть, что минимальные расчетные значения усилия на схвате для всех скоростей наблюдаются у каретки A_{21} . Полученные результаты согласуются с данными наблюдений, сделанных во время проведения первой части экспериментального исследования, так как пропуск шагов визуально наблюдался именно на соответствующем двигателе. Таким образом, предложенная методика расчета дает верную качественную оценку того, какой именно двигатель ограничивает максимальное усилие на схвате.

Для количественной оценки точности предложенной расчетной методики определим относительное отклонение расчетного и экспериментального значений усилий по выражению

$$\Delta_{Fs} = \frac{|\mu_{Fs} - \mu_{Fs3}^*|}{\mu_{Fs}} \cdot 100, \%$$

Для скорости перемещения кареток $v_A = 1,000 \text{ мм/с}$ относительное отклонение составило 4,28 %, для $v_A = 1,250 \text{ мм/с}$ — 5,58 %, для

Таблица 3

**Результаты расчета математического ожидания и среднеквадратического отклонения
максимального усилия на каретках**

v_A , мм/с	μ_{Fs1}^* , Н	σ_{Fs1}^* , Н	μ_{Fs2}^* , Н	σ_{Fs2}^* , Н	μ_{Fs3}^* , Н	σ_{Fs3}^* , Н	μ_{Fs4}^* , Н	σ_{Fs4}^* , Н
	Каретки							
	A_{11}		A_{12}		A_{21}		A_{22}	
1,000	53,704	0,882	60,401	2,387	46,236	1,336	69,470	0,776
1,250	53,784	0,869	59,606	1,700	44,546	0,759	68,947	0,707
1,667	53,555	0,825	58,892	2,207	43,720	0,599	67,851	0,624
2,500	52,233	0,853	56,559	2,050	41,612	0,740	65,488	0,788
5,000	46,246	0,911	52,245	2,406	35,505	0,894	59,495	0,686

$v_A = 1,667$ мм/с — 5,14 %, для $v_A = 2,500$ мм/с — 7,25 %, для $v_A = 5$ мм/с — 12,42 %.

Таким образом, экспериментальное исследование подтвердило принципиальную возможность использования предложенной расчетной методики, основанной на использовании матрицы Якоби механизма, для определения максимального усилия на схвате МПС.

Выводы

1. Для рассмотренного плоского модуля системы относительного манипулирования предложена методика определения усилий в приводах, позволяющая на этапе проектирования изделия подобрать оптимальные по характеристикам приводные элементы.

2. Экспериментально получены силовые характеристики в рассматриваемом плоском МПС с избыточной подвижностью. Показано, что максимальное усилие схвата ограничено той приводной кареткой, на которой в данном положении реализовано минимальное усилие.

3. Доказана возможность применения предложенной методики расчета приводных усилий, основанной на анализе свойств матрицы Якоби механизма, путем сравнения усилий, полученных аналитически и экспериментально. Максимальный разброс значений не превысил 12 %.

4. Дальнейшие исследования будут направлены на установление возможности применения предложенной методики расчета для пространственных МПС с избыточной подвижностью, используемых в системах относительного манипулирования.

Литература

- [1] Merlet J.-P. Parallel robots. *Springer*, 2006. 402 p.
- [2] Yao Q., Dong J., Ferreira P.M. A novel parallel-kinematics mechanisms for integrated, multi-axis nanopositioning: Part 1. Kinematics and design for fabrication. *Precis. Eng.*, 2008, vol. 32, no. 1, pp. 7–19, doi: <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.03.001>
- [3] Glazunov V.A., Kheylo S.V., Tsarkov A.V. The control complex robotic system on parallel mechanism. In: Smart electromechanical systems. *Springer*, 2018, pp. 137–146, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99759-9_11
- [4] Ganiev R.F., Glazunov V.A., Filippov G.S. Urgent problems of machine science and ways of solving them: wave and additive technologies, the machine tool industry, and robot surgery. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2018, vol. 47, no. 5, pp. 399–406, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618818050059>
- [5] Glazunov V., Nosova N., Ceccarelli M. Kinematics of a 6 DOFs manipulator with a interchangeable translation and rotation motions. In: Recent advances in mechanism design for robotics. *Springer*, 2015, pp. 407–416, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-18126-4_39
- [6] Kumar S., Wöhrle H., Fernández J.G. et al. A survey on modularity and distributivity in series-parallel hybrid robots. *Mechatronics*, 2020, vol. 68, art. 102367, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2020.102367>
- [7] Rossi P., Simoni R., Carboni A.P. Analysis of a 4-DOF 3T1R parallel robot for machining applications: a stiffness study. In: Advances in industrial machines and mechanisms. *Springer*, 2021, pp. 161–171, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-16-1769-0_15
- [8] Rosyid A., Stefanini C., El-Khasawneh B. A reconfigurable parallel robot for on-structure machining of large structures. *Robotics*, 2022, vol. 11, no. 5, art. 110, doi: <https://doi.org/10.3390/robotics11050110>
- [9] Эрастова К.Г., Шиханова Н.В., Комаров Р.А. и др. Исследование конструктивной рабочей зоны плоского лямбда-подобного механизма с учетом особых положений. *Вестник машиностроения*, 2021, № 3, с. 36–40.
- [10] Laryushkin P., Glazunov V. A new 3-DOF translational parallel manipulator: kinematics, dynamics, workspace analysis. In: Romansy 19 — robot design, dynamics and control. *Springer*, 2013, pp. 11–18, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1379-0_2
- [11] Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [12] Глазунов В.А., Аракелян В., Брио С. и др. Скоростные и силовые критерии близости к сингулярностям манипуляторов параллельной структуры. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2012, № 3, с. 10–17.

- [13] Ларюшкин П.А. Оценка близости к особым положениям механизмов параллельной структуры путем дифференцирования уравнений связи. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 1, с. 71–83, doi: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2019-1-71-83>
- [14] Захаров М.Н., Синицына Ю.В. *Лекции о деталях машин*. Вологда, Инфра-Инженерия, 2025. 224 с.
- [15] Ларюшкин П.А. Экспериментальное исследование передачи усилия в механизме типа Delta, с четырьмя степенями свободы. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2021, № 5, с. 3–13, doi: <https://doi.org/10.31857/S0235711921050072>

References

- [1] Merlet J.-P. Parallel robots. *Springer*, 2006. 402 p.
- [2] Yao Q., Dong J., Ferreira P.M. A novel parallel-kinematics mechanisms for integrated, multi-axis nanopositioning: Part 1. Kinematics and design for fabrication. *Precis. Eng.*, 2008, vol. 32, no. 1, pp. 7–19, doi: <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2007.03.001>
- [3] Glazunov V.A., Kheylo S.V., Tsarkov A.V. The control complex robotic system on parallel mechanism. In: Smart electromechanical systems. *Springer*, 2018, pp. 137–146, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99759-9_11
- [4] Ganiev R.F., Glazunov V.A., Filippov G.S. Urgent problems of machine science and ways of solving them: wave and additive technologies, the machine tool industry, and robot surgery. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2018, vol. 47, no. 5, pp. 399–406, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618818050059>
- [5] Glazunov V., Nosova N., Ceccarelli M. Kinematics of a 6 DOFs manipulator with a interchangeable translation and rotation motions. In: Recent advances in mechanism design for robotics. *Springer*, 2015, pp. 407–416, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-18126-4_39
- [6] Kumar S., Wöhrle H., Fernández J.G. et al. A survey on modularity and distributivity in series-parallel hybrid robots. *Mechatronics*, 2020, vol. 68, art. 102367, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2020.102367>
- [7] Rossi P., Simoni R., Carboni A.P. Analysis of a 4-DOF 3T1R parallel robot for machining applications: a stiffness study. In: Advances in industrial machines and mechanisms. *Springer*, 2021, pp. 161–171, doi: https://doi.org/10.1007/978-981-16-1769-0_15
- [8] Rosyid A., Stefanini C., El-Khasawneh B. A reconfigurable parallel robot for on-structure machining of large structures. *Robotics*, 2022, vol. 11, no. 5, art. 110, doi: <https://doi.org/10.3390/robotics11050110>
- [9] Erastova K.G., Shikhanova N.V., Komarov R.A. et al. Workspace of a plane lambda mechanism with singularities. *Vestnik mashinostroeniya*, 2021, no. 3, pp. 36–40. (In Russ.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2021, vol. 41, no. 6, pp. 498–503, doi: <https://doi.org/10.3103/S1068798X21060058>)
- [10] Laryushkin P., Glazunov V. A new 3-DOF translational parallel manipulator: kinematics, dynamics, workspace analysis. In: Romansy 19 — robot design, dynamics and control. *Springer*, 2013, pp. 11–18, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1379-0_2
- [11] Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1990, vol. 6, no. 3, pp. 281–290, doi: <https://doi.org/10.1109/70.56660>
- [12] Glazunov V.A., Arakelyan V., Brio S. et al. Speed and force criteria for the proximity to singularities of parallel structure manipulators. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2012, no. 3, pp. 10–17. (In Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, vol. 41, no. 3, pp. 194–199, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618812030041>)
- [13] Laryushkin P.A. Estimating how close parallel mechanisms are to their singularities by differentiating constraint equations. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mechan. Eng.], 2019, no. 1, pp. 71–83, doi: <https://doi.org/10.18698/0236-3941-2019-1-71-83> (in Russ.).
- [14] Zakharov M.N., Sinitsyna Yu.V. *Lektsii o detalyakh mashin* [Lectures on machine parts]. Вологда, Инфра-Инженерия Publ., 2025. 224 p. (In Russ.).
- [15] Laryushkin P.A. Experimental study of force transfer in a delta-type mechanism with four degrees of freedom. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2021, no. 5, pp. 3–

13, doi: <https://doi.org/10.31857/S0235711921050072> (in Russ.). (Eng. version: *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2021, vol. 50, no. 5, pp. 379–387, doi: <https://doi.org/10.3103/S1052618821050071>)

Статья поступила в редакцию 05.11.2025

Информация об авторах

ИСПОЛОВ Егор Михайлович — аспирант. ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (101000, Москва, Российская Федерация, Малый Харитоньевский переулок, д. 4, e-mail: ispolov1989@mail.ru).

ЛАРЮШКИН Павел Андреевич — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1); старший научный сотрудник лаборатории теории механизмов и структуры машин. ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (101000, Москва, Российская Федерация, Малый Харитоньевский переулок, д. 4, e-mail: pav.and.lar@gmail.com, pav.and.lar@bmstu.ru).

МЕДОВЩИКОВ Александр Вадимович — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1); старший научный сотрудник лаборатории теории механизмов и структуры машин. ФГБУН Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (101000, Москва, Российская Федерация, Малый Харитоньевский переулок, д. 4, e-mail: alexmed@bmstu.ru).

СЕНИЦЫНА Юлия Владимировна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

МАРТЫНОВ Дмитрий Сергеевич — старший преподаватель кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: martynovds@bmstu.ru).

Information about the authors

ISPOLOV Egor Michailovich — Postgraduate. Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences (101990, Moscow, Russian Federation, Malyy Kharonievskiy Pereulok, Bldg. 4, email: ispolov1989@mail.ru).

LARYUSHKIN Pavel Andreevich — Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor of Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1); Senior Researcher, Laboratory of Theory of Mechanisms and Machine Structure. Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences (101990, Moscow, Russian Federation, Malyy Kharonievskiy Pereulok, Bldg. 4, e-mail: pav.and.lar@bmstu.ru).

MEDOVSHCHIKOV Alexander Vadimovich — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1); Senior Researcher, Laboratory of Theory of Mechanisms and Machine Structure. Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences (101990, Moscow, Russian Federation, Malyy Kharonievskiy Pereulok, Bldg. 4), e-mail: alexmed@bmstu.ru).

SINITSYNA Yulia Vladimirovna — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: js.werris@bmstu.ru).

MARTYNOV Dmitriy Sergeevich — Senior Lecturer. Department of Machine Design Principles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: martynovds@bmstu.ru).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Исполов Е.М., Ларюшкин П.А., Медовщиков А.В., Сеницына Ю.В., Мартынов Д.С. Исследование усилия на схвате плоского модуля механизма относительного манипулирования параллельной структуры. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2026, № 7, с. 13–21.

Please cite this article in English as:

Ispolov E.M., Laryushkin P.A., Medovshchikov A.V., SinitSYNA Yu.V., Martynov D.S. Gripping force analysis for the flat module of a parallel relative manipulation mechanism. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2026, no. 7, pp. 13–21.