

УДК 539.3

Деформации тонкостенных цилиндрических труб в условиях продольного изгиба

Бровман Татьяна Васильевна brovman@mail.ru

Гулийев Ибрагим Мубариз оглы

Горченков Кирилл Сергеевич

ТвГТУ, Тверь, Россия

Аннотация. Рассмотрен процесс деформации тонкостенных цилиндрических труб в условиях продольного изгиба. Показано, что при заданной площади сечения трубы ее оптимальные размеры соответствуют равенству критических сил при изгибе образующей трубы и при изгибе с искривлением ее оси. Определены оптимальные величины толщины трубы и ее диаметра, позволяющие в ряде случаев значительно, в десятки раз увеличить допускаемые усилия и повысить надежность конструкций.

Ключевые слова: продольный изгиб, тонкостенные трубы, потеря устойчивости, максимальная нагрузка

Deformations of thin-walled cylindrical pipes under longitudinal bending conditions

Brovman Tatiana Vasilyevna brovman@mail.ru

Guliyev Ibrahim Mubariz oglu

Gorchenkov Kirill Sergeevich

Tver State Technical University, Tver, Russia

Abstract. The process of deformation of thin-walled cylindrical pipes under conditions of longitudinal bending is considered. It is shown that for a given pipe cross-sectional area, its optimal dimensions correspond to the equality of critical forces when bending the forming pipe and when bending with a curvature of its axis. The optimal values of the pipe thickness and diameter have been determined, which in some cases significantly, tenfold increase the allowable forces and increase the reliability of structures.

Keywords: longitudinal bending, thin-walled pipes, loss of stability, maximum load

Введение. Рассмотрим деформацию круглой тонкостенной трубы диаметром d , толщиной h и длиной l нагруженной усилиями P , действующими вдоль оси трубы, (т. е. при реализации продольного изгиба). Часто величина допустимой силы ограничена условиями потери устойчивости, что важно для длинных труб. Труба круглого сечения имеет то преимущество, что при изгибе в любом направлении прогиба критические силы одинаковы. Вопросы определения предельных (критических) усилий при потере устойчивости рассмотрены во многих работах [1–4].

Методы и материалы. Критическое усилие P_k , при котором происходит потеря устойчивости, определяют по формуле Эйлера или аналогичным формулам в виде

$$P_k = C_1 \frac{EJ}{l^2},$$

а для тонкостенных труб:

$$P_k = \frac{C_1 \pi E d^3 h}{8 l^2}, \quad (1)$$

где C_1 — постоянная, зависящая от опор балки и условий нагружения, (например, для консольной балки $C_1 = 2,47$); E — модуль упругости; J — момент инерции сечения.

При заданной длине l и массе трубы

$$m = \rho \pi d h l,$$

где ρ — плотность ее материала, можно зафиксировать массу и (при $l = \text{const}$) величину площади ее сечения:

$$F_0 = \pi d h = \frac{m}{\rho l} = \text{const}. \quad (2)$$

Желательно так использовать материал трубы, чтобы обеспечить максимальную величину усилия P_k при заданной величине F_0 , (на практике при проектировании колонн, вышек, мостов и т. д. используют не критические величины P_k , а меньшие величины усилий соответственно «запасы по устойчивости» — силы от допускаемых нагрузок, уменьшенные, например до $(0,5 \dots 0,7)P_k$ [5]).

С учетом условия (2) можно исключить из формулы (1) величину $d = \frac{F_0}{\pi h}$ и записать эту формулу в виде

$$P_k = \frac{C_1 E F_0^3}{78,0 \cdot l^2 h^2}. \quad (3)$$

Согласно этой формуле, чем труба (фиксированной площади сечения) тоньше, «тем лучше», поскольку с уменьшением h усилие P_k возрастает.

Однако, как известно [3–5], тонкая труба может потерять устойчивость не только за счет искривления ее оси, но и при искривлении образующей, которая приобретает «волнистую» форму.

Усилие, соответствующее такой потере устойчивости, можно записать в виде [4],

$$P_k = C_2 \pi E h^2, \quad (4)$$

где C_2 — постоянная, существенно зависящая от точности изготовления трубы, при тщательном изготовлении труб $C_2 \approx 0,6$ см [4].

Очевидно, что при малых величинах h формула (4) определяет меньшие величины критических сил, чем формула (3), поэтому чрезмерное уменьшение параметра h нецелесообразно.

Приравнивая величины P_k , определяемые формулами (3) и (4), получим:

$$h = \sqrt[4]{\frac{C_1 F_0^3}{247,75 \cdot C_2 l^2}} = 0,25 \sqrt[4]{\frac{F_0^4 C_1}{C_2 F_0 l^2}}. \quad (5)$$

При этом диаметр трубы должен быть равным

$$d = \frac{F_0}{\pi h} = 1,27 \sqrt[4]{\frac{C_2}{C_1} \cdot F_0 l^2}. \quad (6)$$

Следует указать, что напряжения сжатия не должны превышать предела текучести, т. е. должно быть выполнено условие

$$\frac{P}{\pi d h} < \sigma_T, \quad (7)$$

где σ_T — предел текучести при одноосном растяжении-сжатии.

Нарушение (7) и появление пластических деформаций обычно недопустимо при эксплуатации конструкций.

Приведем в качестве примера использование стальной трубы диаметром 200 мм толщиной стенки 12 мм (что соответствует сортаменту труб, производимых на стане холодной прокатки труб ХПТ250-3).

Площадь сечения $F_0 = 7,536 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, а длина трубы равна 5 м, так что ее масса $m = 296 \text{ кг}$.

При $C_1 = 2,47$; $C_2 = 0,6$; $l = 5 \text{ м}$; $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ критическое усилие согласно формуле (3) равно

$$P_k = \frac{2,47 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 7,536^3 \cdot 10^{-9}}{78,9 \cdot 25 \cdot 1,2^2 \cdot 10^{-4}} = 744 \text{ кН},$$

а согласно формуле (4)

$$P_k = 0,6 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 1,2^2 \cdot 10^{-4} = 54259 \text{ кН},$$

и в этом случае потеря устойчивости произойдет за счет искривления оси трубы, поскольку требуемое для этого усилие 744 кН намного меньше, чем величина 54259 кН.

При проектировании мы должны принять наименьшую из этих величин, т. е. $P_k = 744 \text{ кН}$ — именно она определяет допустимую нагрузку при продольном изгибе. Но если определим при данной величине F_0 толщину h по формуле (5), то получим

$$h = 0,25 \cdot 7,536 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{\frac{2,47}{0,6 \cdot 7,536 \cdot 10^{-3} \cdot 25}} = 4,07 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

При этом диаметр будет равным согласно (6)

$$d = 1,27 \sqrt[4]{\frac{0,6}{2,47} \cdot 7,536 \cdot 10^{-3} \cdot 25} = 0,587 \text{ м},$$

а критическое усилие, например по формуле (4)) будет равно:

$$P_k = 0,6 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4,07^2 \cdot 10^{-6} = 6242 \text{ кН.}$$

Это усилие превышает критическую силу для трубы при $d = 200 \text{ мм}$, $h = 12 \text{ мм}$ более чем в 8 раз.

Если принять постоянную C_2 равной 0,2, в три раза меньше, что возможно при низкой точности изготовления трубы [4], то получим $h = 5,36 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $d = 0,446 \text{ м}$ и усилие $P_k = 3608 \text{ кН}$, что в 4,8 раз превышает величину P_k для трубы диаметром 0,2 м толщиной $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Принятые параметры трубы определяют в ней напряжение сжатия

$$\sigma = \frac{6,242}{7,536 \cdot 10^{-3}} = 828 \text{ МН/м}^2$$

и для того, чтобы можно было реализовать все возможности в отношении устойчивости трубы и не нарушить условие (7) предел текучести не должен быть меньше этой величины. Это можно осуществить, например, выполнив трубы из стали 40ХНМА, для которой величина $\sigma_{0,2} = 850 - 1600 \text{ МН/м}^2$, стали 30ХГСА (20ХНЗА и других сталей). В ином случае величины P_k придется уменьшить соответственно условию (7) и условие «равнопрочности» по отношению к двум видам потери устойчивости выполнено не будет.

Для ряда конструкций, используемых на практике, характерно применение труб чрезмерно большой толщины, но целесообразно применять более тонкостенные трубы.

Приведем также пример: стальную трубу диаметром 70,65 мм, толщиной стенки $h = 7,1 \text{ мм}$ (эти трубы, изготавливают в настоящее время по действующей нормативной документации — техническим условиям ТУ14-159-291-2003 [6]). Площадь сечения этой трубы $F_0 = 1,575 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, а предел текучести ее материала $480 - 790 \text{ МН/м}^2$.

При длине $l = 4 \text{ м}$ величина P_k составляет 30,34 кН по формуле (3) и 18994 кН по формуле (4), что определяет допустимое усилие равным 30,34 кН.

Обсуждение полученных результатов. Если трубу такой же площади сечения изготовить согласно формулам (5) и (6) с диаметром $d = 0,358 \text{ м}$, и толщиной $1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, то получим при тех же параметрах F_0 и l величину $P = 759 \text{ кН}$ — величину в 25 раз превышающую критическую силу для стандартной трубы. Напряжение сжатия при этом составит 482 МН/м^2 , что почти совпадает с нижней границей диапазона величин пределов текучести. Поэтому следует уменьшить силу P на 10–15 %, но все равно она будет значительно выше, чем критическая сила для трубы, изготавливаемой согласно техническим условиям [6].

Можно принять заданной определенную величину усилия P_k и из условия равенства усилий, определяемых формулами (3), (4) и найти минимальную величину площади F_0 (при данной величине P_k):

$$F_0 = 2,93 \sqrt[3]{\frac{P_k^2 l^2}{C_1 C_2 E^2}}.$$

Например, при $P_k = 5 \text{ МН}$, $C_1 = 2,47$; $C_2 = 0,6$, $l = 4 \text{ м}$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ получим $F_0 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$. Но и в этом случае необходима проверка неравенства (7), определяющая, что предел текучести не должен быть меньше, чем 416 МН/м^2 . Проектирование строительных и других конструкций с проверкой их устойчивости только по формуле Эйлера может в ряде случаев привести к тому, что возможности данного материала используются не рационально и не полностью.

Заключение. В условиях продольного изгиба возможны два вида потери устойчивости и при заданной площади сечения (и массе трубы) для одного вида неустойчивости критическое усилие возрастает с увеличением толщины трубы, а для другого вида неустойчивости — убывает. Равенство этих усилий и точка пересечения кривых $P_k(h)$ определяют наибольшее усилие, которое может выдержать труба и это следует использовать. Во многих случаях можно значительно, в 5–10 и более раз увеличить предельную по условиям устойчивости нагрузку и за счет этого значительно повысить надежность конструкций. Эффективность таких мер может быть весьма значительной.

Список источников

- [1] Бровман Т.В. Расчет усилий при локальной деформации труб. *Механическое оборудование металлургических заводов*, 2019, № 2 (13), с. 49–53.
- [2] Бровман Т.В. Получение точных деталей в нестационарных процессах деформации изгиба. *Физика и химия обработки материалов*, 2020, № 2, с. 80–84.
- [3] Бровман Т.В. Исследование функциональной симметрии энергосиловых параметров пластической деформации металлов. *Вестник машиностроения*, 2023, т. 102, № 2, с. 173–176.
- [4] Скрипаленко М.М., Романцев Б.А., Юсупов В.С. Оценка напряженно-деформированного и кинематического состояний заготовки из никелида титана в процессах винтовой прокатки на основе компьютерного моделирования. *Металлург*, 2023, № 10, с. 82–88.
- [5] Алексеев В.И., Перкас М.М., Юсупов В.С. Механизм пассивации при коррозии металлов. *Журнал физической химии*, 2013, т. 87, № 8, с. 1391–1397.
- [6] Юсупов В.С., Адигамов Р.Р. Тенденции мирового развития автомобильных листовых сталей. *Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации*, 2025, т. 81, № 1, с. 30–37.