

УДК 621.983

Вариационные методы решения задач обработки металлов давлением

Морозихина Ирина Константиновна

Гулийев Ибрагим Мубариз оглы

i.g.m.1998@mail.ru

Горченков Кирилл Сергеевич

ТвГТУ, Тверь, Россия

Аннотация. При решении практических задач по определению энергосиловых характеристикковки, штамповки прибегают к разделению тела на отдельные части с заменой связи между нормальными или касательными напряжениями, приложенными к поверхностям условного разреза. Метод позволяет определить «верхнюю границу» мощности, с точностью, достаточной для решения практических задач.

Ключевые слова: кинематически допустимые поля скоростей, верхняя оценка мощности

Variational methods of solving problems of metal pressing

Morozikhina Irina Konstantinovna

Guliyev Ibrahim Mubariz oglu

i.g.m.1998@mail.ru

Gorchenkov Kirill Sergeevich

Tver State Technical University, Tver, Russia

Abstract. When solving practical problems of determining the energy-power characteristics of forging, stamping, the body is divided into separate parts, and the connection between the parts is replaced by normal or tangential stresses applied to the surfaces of the conditional cut. This method allows for the determination of the "upper limit" of power with sufficient accuracy for solving practical problems.

Keywords: kinematically admissible velocity fields; upper power rating

Введение. Решение инженерных задач обработки металлов давлением основано на совместном решении приближенных дифференциальных уравнений равновесия и пластичности. Использование вариационных принципов при решении конкретных задач изложено в работах И.Я. Тарновского, А.А. Поздеева, О.А. Ганаго, М.Я. Бровмана и др. [1–5].

Цель работы — уточнить энергосиловые параметры пластической деформации при вдавливании штампа на части заготовки.

Материалы и методы. Рассмотрим задачу о вдавливании штампа в заготовку размерами $H \times l \times L$. При давлении штампа длиной l , силой P деформация происходит на части заготовки. Жесткая зона движется совместно со штампом со скоростью v_0 , а остальные участки перемещаются со скоростями

$v_1 = v_0 \frac{l}{2H_1}$ в горизонтальных направлениях. Срез реализуется по двум плоскостям (см. рисунок) [2].

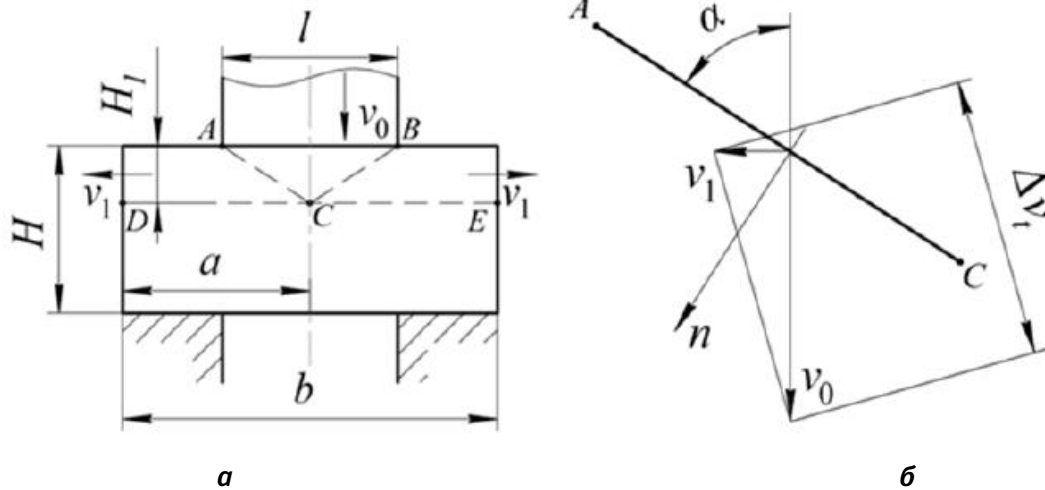


Рис. 1. Расчетные схемы кинематически допустимого поля скоростей: *a* — при вдавливании штампа; *б* — поля скоростей при движении жестких зон *ABC* и *ACE* (размер *L* принят в направлении перпендикулярном плоскости рисунка)

Усилие деформации:

$$P_1 = 2kHL = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T HL.$$

Мощность деформации:

$$N_1 = P_1 v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T HL.$$

Мощность деформации среза перемещающихся жестких зон составляет

$$N_2 = P_2 v_0 = 2kl(l_1 \Delta v_1 + l_2 \Delta v_2),$$

где Δv_1 — разрыв тангенциальной компоненты скорости вдоль поверхности длиной l_1 ; Δv_2 — разрыв тангенциальной компоненты скорости вдоль поверхности длиной a .

Поскольку разрыв скорости составляет $\Delta v_2 = v_0 \frac{l}{H_1}$, а площадь участка равна aL , то мощность среза вдоль этой плоскости равна:

$$N_3 = k \frac{l}{H_1} aL = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \cdot \frac{aL}{H_1}.$$

Условие равенства нормальных компонент скоростей на границе жестких зон определяет [3, 6]:

$$v_1 \sin(90 - \alpha) = v_0 \sin \alpha, v_1 \cos \alpha = v_0 \sin \alpha, v_1 = v_0 \operatorname{tg} \alpha.$$

Разрыв тангенциальной компоненты скорости равен:

$$\Delta v_t = v_1 \cos(90 - \alpha) + v_0 \cos \alpha = v_1 \sin \alpha + v_0 \cos \alpha;$$

$$\Delta v_t = v_0 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + v_0 \cos \alpha = \frac{v_0}{\cos \alpha}.$$

Если длина поверхности среза равна $l_1 = \sqrt{H_1^2 + 0,25l^2}$, то мощность среза можно представить как $kl_1 \Delta v_t L = \frac{kv_0}{\cos \alpha} L \sqrt{H_1^2 + 0,25l^2}$.

Поскольку $\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,5l}{H_1}$, то $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{H_1}{\sqrt{H_1^2 + 0,25l^2}}$ и мощность среза равна

$$N_4 = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} v_0 \left(\frac{H_1^2 + 0,25l^2}{H_1} \right) L = \frac{\sigma_T v_0 L}{\sqrt{3}} \left(H_1 + 0,25 \frac{l^2}{H_1} \right).$$

Полная мощность среза составит

$$N = 2N_4 = P v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T v_0 L \left(H_1 + \frac{0,25l^2}{H_1} \right) + \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \frac{alL}{H_1}.$$

Усилие деформации равно

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T l L \left(\frac{H_1}{l} + \frac{0,25l}{H_1} + \frac{a}{H_1} \right).$$

Обозначим неизвестный параметр как $m = \frac{l}{H_1}$ и определим завышенную величину усилия.

Параметр m следует выбирать так, чтобы функция $f(m) = \frac{1}{m} + 0,25m + \frac{a}{l}m$ была минимальной. Производная $\frac{df(m)}{dm} = -\frac{1}{m^2} + \left(0,25 + \frac{a}{l}\right)$ отрицательна при $0,25 + \frac{a}{l} < \frac{1}{m^2}$ или $m < \frac{1}{\sqrt{0,25 + \frac{a}{l}}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 4\frac{a}{l}}}$.

Результаты. Анализ виртуальных скоростей, определяющих необходимое и достаточное условие того, что кинематически возможное поле скоростей является действительным, отличающихся от других кинематически возможных тем, что сообщает полной мощности минимальное значение.

Точка минимума определена условием $\frac{df(m)}{dm} = 0$, когда $m^2 = \frac{1}{0,25 + \frac{a}{l}}$, следовательно

$$m_{\min} = \frac{1}{\sqrt{0,25 + \frac{a}{l}}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 4\frac{a}{l}}}; \quad (1)$$

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T l L \left(\frac{1}{m_{\min}} + 0,25m_{\min} + \frac{a}{l}m_{\min} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T l L \sqrt{1 + 4\frac{a}{l}}.$$

Обсуждение полученных результатов. Если

$$P_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T L H < \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T L H \sqrt{1 + \frac{4a}{l}},$$

или

$$H < l \sqrt{1 + \frac{4a}{l}}, \quad (2)$$

то предпочтительнее поле скоростей со срезом по всей толщине.

Если $H > l \sqrt{1 + \frac{4a}{l}}$, то следует принять поле скоростей с жесткими зонами. Например, если $H = 0,1$ м, $l = 0,05$ м, то

$$[H = 0,1] < \left[0,05 \sqrt{1 + \frac{0,8}{0,05}} = 0,206 \right], \quad (3)$$

реализуется поле скоростей с деформацией только по толщине заготовки H , без учета деформации заготовки вдоль b .

Увеличение толщины до $H = 0,3$ м приведет к тому, что условие (3) будет нарушено и при $a = 0,2$ м получим:

$$[H = 0,3] > \left[0,05 \sqrt{1 + \frac{0,8}{0,05}} = 0,206 \right].$$

Заключение. Преимущества использования параметров a , m состоят в том, что мощность линейно зависит от параметра a при пластической деформации. Нелинейность при пластической деформации характерна только для зависимости усилия от параметра нагрузки m .

Список источников

- [1] Бровман Т.В. Расчет усилий при локальной деформации труб. *Механическое оборудование металлургических заводов*, 2019, № 2 (13), с. 49–53.
- [2] Бровман Т.В. Энергосиловые параметры вдавливания в заготовку цилиндрического и прямоугольных пуансонов. *Механическое оборудование металлургических заводов*, 2021, № 1 (16), с. 26–31.
- [3] Бровман Т.В. Устойчивость симметричной пластической деформации при прокатке. *Инновационные технологии, оборудование и материалы заготовки в машиностроении: сб. матер.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022, с. 119–122.
- [4] Бровман Т.В. Исследование динамической осесимметричной нестационарной деформации цилиндрических заготовок. *Вестник машиностроения*, 2024, вып. 103, № 8, с. 632–635.
- [5] Тарновский И.Я. *Теория обработки металлов давлением (Вариационные методы расчета усилий и деформаций)*. Москва, Металлургиздат, 1963, 672 с.
- [6] Шинкин В.Н., Коликов А.П. Моделирование процесса формовки заготовки для труб большого диаметра. *Сталь*, 2011, № 11, с. 54–58.