

Взаимодействие мод в плавном приводном тропосферном канале распространения радиолокационных сигналов Часть II

© А.Н. Теохаров, А.Г. Виноградов

АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца»

На основании результатов, полученных в работе [1], рассмотрены прикладные вопросы, связанные с распространением радиолокационных сигналов в приводном (линейном) и приповерхностном инверсном (параболическом) волноводах.

Ключевые слова: радиолокационный сигнал, волновод, атмосфера Земли.

Введение. Данная работа является продолжением работы [1], в которой дан теоретический анализ взаимодействия мод в плавном приводном тропосферном канале и получены выражения для коэффициентов взаимодействия мод в случае двух- и трехмодовых волноводов с плавно меняющимися характеристиками. Здесь подробно исследуются характеристики мод, распространяющихся в приводном и приповерхностном инверсном волноводах, которые с наибольшей вероятностью могут обеспечить загоризонтное распространение радиолокационных сигналов над поверхностью незамерзающего моря. Ссылки на формулы в работе [1] будем записывать следующим образом: (I.1), где (1) обозначает порядковый номер формулы в работе [1].

Приводный волновод. Приводный волновод характеризуется линейной зависимостью диэлектрической проницаемости от высоты:

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_{\max} - z/z_M, & 0 \leq z \leq H_{\max}, \\ \varepsilon_{\max} - H_{\max}/z_M \equiv \varepsilon_{\min}, & \varepsilon \wedge z > H_{\max}, \end{cases}$$

где $\varepsilon_{\max} = (0)$ — максимальное значение; z_M — параметр линейного спада (диэлектрической проницаемости); $\Delta\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} > 1$ — максимальная глубина канала; $H_{\max} = z_M \Delta\varepsilon_{\max}$ — максимальная ширина канала на уровне $\varepsilon_{m \in \varepsilon(H_{\max})}$ (рис. 1).

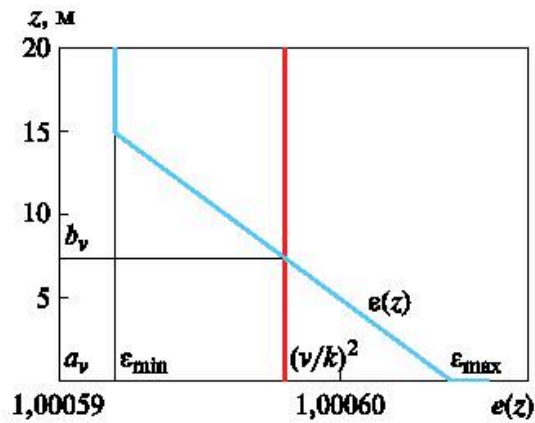


Рис. 1. Линейная модель вертикального профиля приводного волновода испарения

Мембранные функции для такой кусочно-линейной зависимости диэлектрической проницаемости оказываются достаточно громоздкими. Поэтому для простоты используем решение задачи Штурма — Лиувилля при $H_{max} \rightarrow \infty$, которое вполне удовлетворительно описывает низшие моды в волноводе конечной ширины. В таком приближении мембранные функции выражаются через функцию Эйри 1-го рода $Ai(\xi)$ [2], являющуюся решением уравнения Эйри

$$\left[\left(\partial / \partial \xi \right) - \xi \right] Ai(\xi) = 0$$

и экспоненциально убывающую при $\xi \rightarrow \infty$:

$$u_n(z) = \sqrt{\kappa} \psi(\kappa z - \zeta_n), \quad \psi(\xi_z) = C_{\psi n} Ai(\xi_z),$$

где $\kappa = k / \sqrt[3]{kz_M}$, $\zeta_n > 0$ — нули (для горизонтальной поляризации волны) или нули производной (для вертикальной поляризации) функции Эйри $Ai(-\zeta_n)$ (рис. 2).

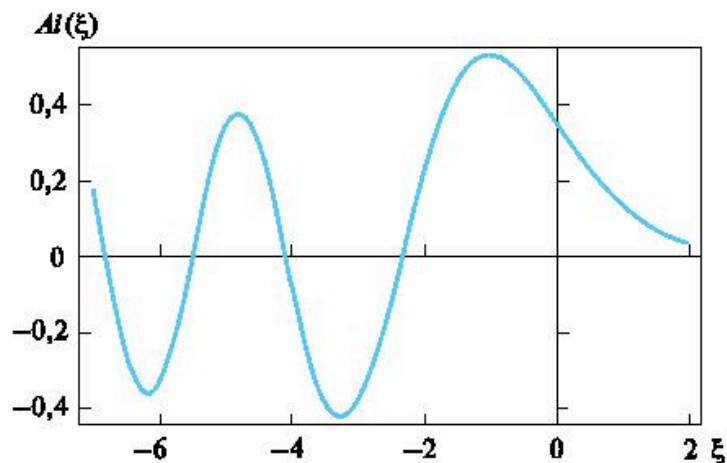


Рис. 2. Функция Эйри $Ai(\xi)$

Постоянная $C_{\psi n}$ определяется из условия нормировки. Значения нулей и нулей производных функции Эйри $Ai(-\zeta_n)$ для первых четырех мод приведены в табл. 1.

Таблица 1

Первые нули и нули производных функции Эйри $Ai(-\zeta_n)$

n	Поляризация	1	2	3	4
ζ_n	$u_n(a_n) = 0$ (горизонт)	2,3381	4,0880	5,5206	6,7867
ζ_n	$u'_n(a_n) = 0$ (верт)	1,0188	3,2482	4,8201	6,1633

Масштабный параметр κ характеризует вертикальные осцилляции мембранных функций и может быть назван вертикальным волновым числом. В линейном приводном волноводе с реальными значениями параметров отношение $\gamma \equiv \kappa/k$ является малым параметром ($\gamma \ll 1$). Для параметра E_n , определяющего горизонтальное волновое число $v_n = k\sqrt{E_n}$, находим $E_n = \varepsilon_{\max} - \gamma^2 \zeta_n$.

В рассматриваемом приближении плавное изменение характеристик волновода вдоль оси x сводится к медленной зависимости от параметра $z_M = z_M(x)$ и, следовательно, масштабного параметра $\kappa = \kappa(x)$. В дальнейшем будем использовать безразмерную координату $\xi = kx$. Тогда основные соотношения задачи с учетом зависимости $\xi \equiv x$ примут вид

$$\gamma(\xi) \equiv \kappa(\xi)/k = 1 / \sqrt[3]{kz_M(\xi)} \ll 1, E_n(\xi) = \varepsilon_{\max}(\xi) - \gamma^2(\xi) \zeta_n, \quad (1)$$

$$u_n(\xi, z) = \sqrt{\kappa(\xi)} \psi(\kappa(\xi)z - \zeta_n) = \sqrt{\kappa(\xi)} C_n Ai(\kappa(\xi)z - \zeta_n). \quad (2)$$

Плавность параметров задачи Штурма — Лиувилля (I.1) позволяет ввести малый параметр

$$(\xi) \equiv \dot{\kappa}(\xi)/\kappa(\xi) = \dot{\gamma}(\xi)/\gamma(\xi), \mu \vee (\xi) \vee \ll 1, \quad (3)$$

который будем называть параметром плавности.

Из определения (I.5) находим выражение для коэффициентов $D_{nm}^u(\xi)$:

$$D_{nm}^u(\xi) = C_{nm} \dot{\kappa}(\xi)/\kappa(\xi) = C_{nm}(\xi), \quad (4)$$

где коэффициент C_{nm} описывается формулой

$$C_{nm} \approx \pi C_n C_m \int_0^\infty Ai(\zeta - \zeta_m) [(1/2) Ai(\zeta - \zeta_n) + \zeta Ai'(\zeta - \zeta_n)] d\zeta.$$

Расчет коэффициентов C_{nm} с использованием ζ_n из табл. 1 приводит к следующим значениям:

– для условий Дирихле на нижней границе (горизонтальная поляризация):

$$C_{12} \approx 1,11982, C_{23} \approx 2,04068, C_{34} \approx 2,95605,$$

$$C_{13} \approx -0,186182, C_{24} \approx -0,305199, C_{14} \approx 0,0681504;$$

– для условий Неймана на нижней границе (вертикальная поляризация):

$$C_{12} \approx 0,6335056, C_{23} \approx 1,57499, C_{34} \approx 2,49457,$$

$$C_{13} \approx -0,143907, C_{24} \approx -0,254726, C_{14} \approx 0,0631496.$$

Определяя разности сдвигов $\Delta\zeta_{mn} \equiv \zeta_m - \zeta_n$, находим из (1)

$$B_{mn}(\xi) \approx C_{mn}(\xi) \left[1 + \Delta\zeta_{mn} \gamma^2(\xi)/4 \right] \exp \left[i(\Delta\zeta_{mn}/2) \int_0^\xi \gamma^2(\xi') d\xi' \right], \quad (5)$$

что позволяет оценить элементы $I_{Bmn}(\xi) \equiv \int_0^\xi B_{mn}(\xi') d\xi'$ матрицы-оператора (I.10). Таким образом, решение данной задачи определяется поведением параметра $\gamma^2(\xi') = -2/3$ (или $(z_M(\xi'))$) на интервале $(0, \xi)$.

Для оценки используем линейную модель параметра $\gamma^2(\xi') = \gamma_0^2 + \alpha \xi' = \alpha(\xi_0 + \xi')$, где введены обозначения наклона α и характерного безразмерного расстояния ξ_0 изменения параметра γ^2 : $\alpha = \gamma_0^2/\xi_0$. Тогда параметр плавности $(\xi) = [2(\xi_0 + \xi)]^{-1}$ зависит от расстояния «гиперболически», и наклон может быть как положительным ($\alpha > 0$, $\xi_0 > 0$), так и отрицательным ($\alpha < 0$, $\xi_0 < 0$). В результате интеграл $I_{Bmn}(\xi)$ выражается через известные спецфункции: интегральные синус, косинус $Si(x)$, $Ci(x)$ и интегралы Френеля $S(x)$, $C(x)$:

$$I_{Bmn}(\xi) = \left(\frac{C_{mn}}{4} \right) e^{-iK_{mn}\xi_0^2} \times \\ \times \left\{ \left[Ci(K_{mn}^2) + iSi(K_{mn}^2) \right] + 2\sqrt{K_{mn}} \left[C(\sqrt{K_{mn}}) + iS(\sqrt{K_{mn}}) \right] \right\} \Big|_{\xi_0}^{\xi_0 + \xi}, \quad (6)$$

где $K_{mn} \equiv \alpha \Delta \zeta_{mn} / 4$, $\sqrt{K_{mn}} \equiv \text{sign}(K_{mn}) \sqrt{|K_{mn}|}$. По смыслу модели $\xi' < |\xi_0|$, $|\alpha| \ll \gamma_0^2 (\ll 1) \Rightarrow |\xi_0| = \gamma_0^2 / |\alpha| \gg 1$, а также $|K_{mn}| \ll 1$ и $|K_{mn}(\xi_0 + \xi)| \alpha (\xi_0 + \xi) \ll 1$. Поэтому в интеграле (6) можно ограничиться первым слагаемым (в фигурной скобке) и положить

$$I_{Bmn}(\xi) \approx \left(\frac{C_{mn}}{4} \right) e^{-iK_{mn}\xi_0^2} \left\{ Eii(K_{mn}(\xi_0 + \xi)^2) - Eii(K_{mn}\xi_0^2) \right\}, \quad (7)$$

где обозначено $Eii(y) \equiv Ci(|y|) + iSi(y)$ (отметим, что $Eii(-y) = Eii(y)$; $y \neq 0$). Параметры $|K_{mn}|\xi_0^2$ и $|K_{mn}|(\xi_0 + \xi)^2$ могут принимать как малые, так и большие значения. Аналогично (7) имеем оценки

$$\begin{aligned} J_{mn}(\xi) &\approx (C_{mn}^2 / 16) \left| Eii(K_{mn}(\xi_0 + \xi)^2) - Eii(K_{mn}\xi_0^2) \right|^2, \\ J_{mn}^{1/2}(\xi) &\approx |I_{Bmn}(\xi)| \approx |I_{Bnm}(\xi)| \approx \\ &\approx (C_{mn} \vee 4) \left| Eii(K_{mn}(\xi_0 + \xi)^2) - Eii(K_{mn}\xi_0^2) \right|. \end{aligned} \quad (8)$$

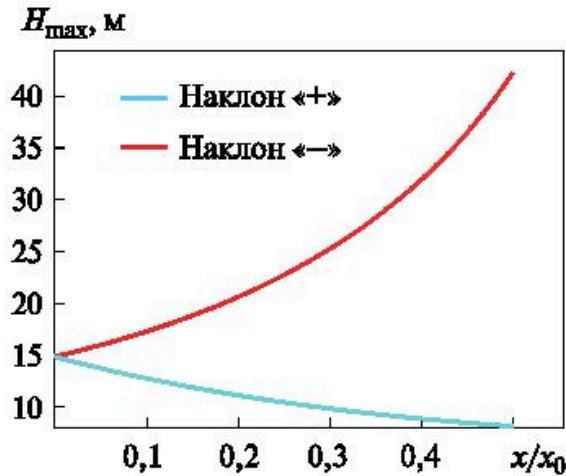


Рис. 3. Максимальная толщина волновода в линейной модели параметра γ^2

Рассмотрим случай возбуждения минимального числа мод с $n_{\max} = 2$, когда взаимодействуют 1-я и 2-я моды (двухмодовая модель). При этом условие существования 2-й моды и отсутствия 3-й моды приводит к ограничению $\zeta_2 \leq \Delta \epsilon_{\max} / \gamma^2 < \zeta_3$, где ζ_2, ζ_3 определены из табл. 1. Входящие сюда коэффициенты для горизонтальной

поляризации поля (условие Дирихле) $\Delta\zeta_{21} \approx 1,7499$, $C_{21} \approx -1,11982$; для вертикальной поляризации (условие Неймана) $\Delta\zeta_{21} \approx 2,2294$, $C_{21} \approx -0,6335056$.

Для численной оценки взаимодействия мод зададим параметры канала и сигнала: $\varepsilon_{\max} = 1,000604$; $\Delta\varepsilon_{\max} = 1,2 \cdot 10^{-5}$; $H_{\max} = 15$ м; $\lambda = 3$ см, для которых $\gamma_0 \approx 1,563 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_0^2 \approx 2,44355 \cdot 10^{-6}$, и используем линейную модель параметра γ^2 , варьируя характерное расстояние его изменения $x_0 = \xi_0 \vee k$. При этом изменяется максимальная ширина канала $H_{\max}$ при фиксированном $\Delta\varepsilon_{\max}$. На рис. 3 приведен график изменения $H_{\max}$ в зависимости от расстояния до источника $x = \xi/k$, из которого видно, что использовать линейную модель можно (условно) до расстояний $x \ll x_0/2$, поскольку далее $H_{\max}$ изменяется до нереальных величин: более 40 м для отрицательного и менее 8 м для положительного наклонов.

Используя выражение (I.14) и оценку (8), запишем первое фундаментальное решение

$$A^{(1)}(\xi) = \begin{pmatrix} \cos(|I_{B21}(\varepsilon)|) \\ \sin(|I_{B21}(\varepsilon)|) [I_{B21}(\varepsilon)/|I_{B21}(\varepsilon)|] \end{pmatrix}$$

и оценим долю энергии, перешедшей из 1-й моды во 2-ю при распространении в плавно неоднородном канале на расстояние x : $P_2(x) = \sin^2(|I_{B21}(kx)|)$. На рис. 4 приведены графики доли энергии 2-й моды при значениях $x_0 = 10, 15$ и 25 км для характерного расстояния изменения параметра γ^2 , вариантов наклона и поляризации волнового поля.

Из этих данных можно сделать следующие выводы:

- с ростом параметра x_0 наклон $\gamma^2(\xi)$ уменьшается, а «плавность» (I.1) волновода усиливается и уменьшается энергия возбуждения 2-й моды;
- энергия возбуждения 2-й моды горизонтально поляризованной волны в 4–5 раз выше, чем для вертикальной поляризации;
- для модели волновода с отрицательным наклоном $\gamma^2(\xi)$ энергия возбуждения 2-й моды примерно раза в 2 выше, чем в случае положительного наклона;
- на определенном расстоянии от источника энергия возбуждения 2-й моды с положительным наклоном $\gamma^2(\xi)$ достигает максимума (табл. 2);

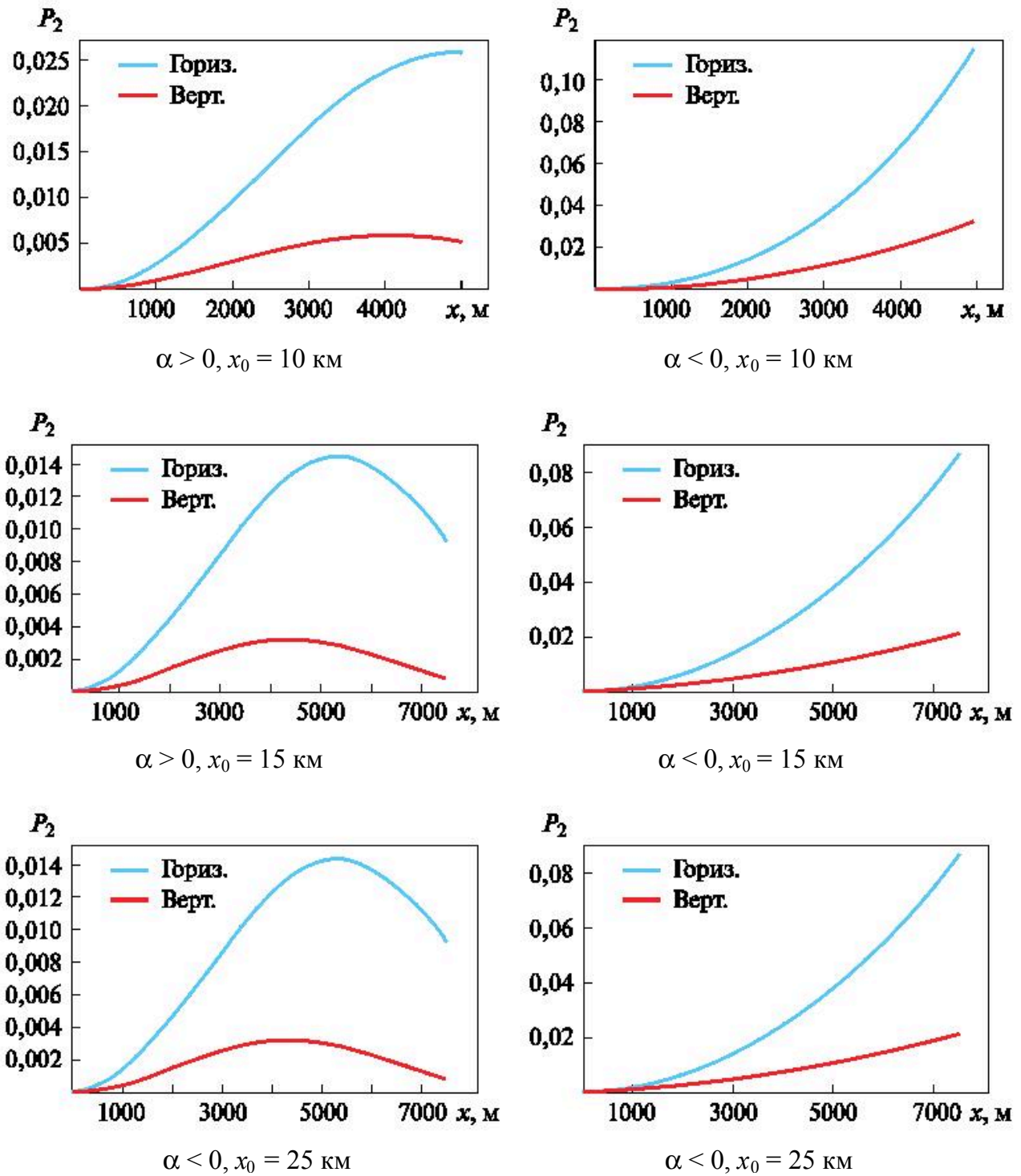


Рис. 4. Доля энергии 2-й моды волновода

Таблица 2

Максимальные значения энергии 2-й моды при положительном наклоне

Поляризация волн $/x_0$, км	10	15	25
Горизонтальная	0,0257	0,0144	0,00643
Вертикальная	0,0059	0,0032	0,00139

– в общем, доля энергии 2-й моды оказывается небольшой, для выбранных параметров она максимальна и составляет примерно 10 % для горизонтально поляризованной волны с отрицательным наклоном при $x_0 = 10$ км и $x_0 = 15$ км, когда максимальная ширина канала увеличивается до ~ 40 м.

Приповерхностный инверсный (параболический) волновод. Приповерхностный волновод имеет параболическую зависимость от высоты

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_{\max} - \left(\frac{\Delta z}{z_M} \right)^2, & |\Delta z| \leq \frac{H_{\max}}{2}, \\ \varepsilon_{\min}, & |\Delta z| \geq \frac{H_{\max}}{2}, \end{cases}$$

где $\Delta z = z - z_0$, z_0 — высота, на которой диэлектрическая проницаемость принимает свое максимальное значение $\varepsilon_{\max} = \varepsilon(z_0)$; z_M — характерная ширина параболической ямы; $H_{\max} = 2z_M \sqrt{\Delta \varepsilon_{\max}}$ — максимальная ширина канала на уровне $\varepsilon_{\min} \geq 1$ (рис. 5), $\Delta \varepsilon_{\max} = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} > 1$ — максимальная глубина канала.

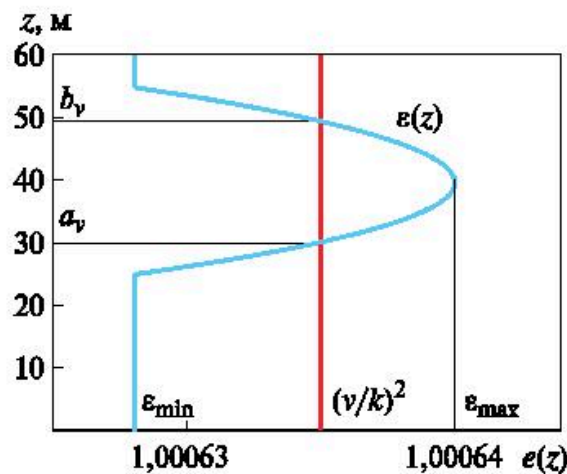


Рис. 5. Параболическая модель вертикального профиля приповерхностного волновода испарения

Как и в случае линейного волновода, найти точное аналитическое решение для мембранных волноводов не удастся, однако если распространить параболическое поведение диэлектрической проницаемости на всю ось z , то уравнения совпадут с уравнением для квантового гармонического осциллятора, решение которого хорошо известно.

Ясно, что это решение будет удовлетворительно описывать мембранные функции низких номеров. В этом приближении

$$u_n(z) = \sqrt{\kappa} \psi_{n-1}(\kappa \Delta z), \quad \psi_m(\xi_z) = \frac{\exp(-\xi_z^2/2)}{\sqrt{2^m m! \sqrt{\pi}}} H_m(\xi_z),$$

где $\kappa = k/\sqrt{kz_M}$ — масштабный (волновой) коэффициент параболического волновода, а

$$H_m(\xi_z) = (-1)^m e^{\xi_z^2} \frac{d^m}{d\xi_z^m} (e^{-\xi_z^2}), \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

— полиномы Чебышева — Эрмита.

Аналогично линейному случаю масштабный параметр κ характеризует вертикальные осцилляции мембранных функций и может быть назван вертикальным волновым числом. В параболическом приповерхностном волноводе с реальными значениями параметров отношение $\gamma \equiv \kappa/k$ является малым параметром задачи ($\gamma \ll 1$). Для «горизонтальной» компоненты $\varepsilon(z)$ находим:

$$E_n = \varepsilon_{\max} - (2n - 1)/(kz_M) = \varepsilon_{\max} - (2n - 1)\gamma^2.$$

Как и в плавно изменяющемся вдоль оси x приводном (линейном) волноводе, мембранные функции параболического волновода зависят от масштабного параметра $\kappa = \kappa(x)$. Учтем эту зависимость в основных уравнениях задачи, выписав их в зависимости от безразмерной продольной координаты $\xi = kx$:

$$\gamma(\xi) \equiv \kappa(\xi)/k = 1/\sqrt{kz_M(\xi)} \ll 1, \quad E_n(\xi) = \varepsilon_{\max}(\xi) - (2n - 1)\gamma^2(\xi), \quad (9)$$

$$u_n(\xi, z) = \sqrt{\kappa(\xi)} \psi_{n-1}(\kappa(\xi) \Delta z). \quad (10)$$

Предполагаемая плавность (I.1) параметров задачи приводит к ограничению $|\dot{\kappa}(\xi)/\kappa(\xi)| = |\dot{\gamma}(\xi)/\gamma(\xi)| \ll 1$, позволяющему ввести малый параметр плавности

$$\mu(\xi) \equiv \dot{\gamma}(\xi)/\gamma(\xi), \quad |\mu(\xi)| \ll 1. \quad (11)$$

Из (I.5) находим выражение для коэффициентов $D_{nm}^u(\xi)$:

$$D_{nm}^u(\xi) = C_{nm} \dot{\kappa}(\xi)/\kappa(\xi) = C_{nm} \mu(\xi), \quad (12)$$

где коэффициент C_{nm} определяется по формуле

$$C_{nm} = \int \psi_{m-1}(\xi_z) \left\{ \left[1/2 - \xi_z^2 \right] \psi_{n-1}(\xi_z) + \sqrt{2(n-1)} \xi_z \psi_{n-2}(\xi_z) \right\} d\xi_z.$$

Исходя из этого, можно сделать вывод, что моды взаимодействуют через одну и матрицы $\{C_{nm}\}$ и $\{B_{nm}(\xi)\}$ имеют лишь две отличные от нуля диагонали при $|n - m| = 2$. В частности, имеем $C_{31} = 1/\sqrt{2} \approx 0,7071$, $C_{42} \approx 1,225$, $C_{53} \approx 1,732$, $C_{64} \approx 2,236$, $C_{75} \approx 2,739$, $C_{86} \approx 3,24$, ... Это означает, что система уравнений (I.4) для коэффициентов $\{A_n(\xi)\}$ разбивается на две независимые системы линейных уравнений для четных и нечетных гармоник. При этом взаимодействие (взаимовлияние) гармоник происходит через ближайшие моды с $|n - m| = 2$.

Таким образом, решение задачи с параболическим (приповерхностным) волноводом полностью аналогично задаче с линейным (приводным) волноводом с коэффициентами (5) со своими параметрами $\{C_{nm}\}$ и $\{\Delta\zeta_{mn} \equiv 2(m - n)\}$:

$$B_{mn}(\xi) \approx C_{mn} \mu(\xi) \left[1 + \frac{(m - n)}{2} \gamma^2(\xi) \right] \exp \left[i(m - n) \int_0^\xi \gamma^2(\xi') d\xi' \right], \quad (13)$$

что позволяет оценить элементы $I_{Bmn}(\xi) \equiv \int_0^\xi B_{mn}(\xi') d\xi'$ матрицы-оператора (I.10). Таким образом, решение задачи о взаимодействии мод в параболическом волноводе определяется поведением параметра $\gamma^2(\xi') = [kz_M(\xi')]^{1/2}$ (или $(z_M(\xi'))$) на интервале $(0, \xi)$.

В частности, в случае возбуждения минимального числа мод ($n_{\max} = 3$) взаимодействуют 1-я и 3-я моды (для 2-й моды $A_2(\xi) = \text{const}$). При этом условие существования 3-й моды и отсутствия 5-й моды приводит к ограничению $5 \leq kz_M \Delta\epsilon_{\max} < 9$ или $5 \leq \Delta\epsilon_{\max} / \gamma^2 < 9$. Этот случай аналогичен двухмодовому приводному волноводу с $C_{31} = 1/\sqrt{2}$.

Рассмотрим также случай возбуждения 5 взаимодействующих мод, когда $n_{\max} = 5$, взаимодействуют независимо 1-я, 3-я и 5-я моды, а также 2-я и 4-я моды. При этом условие существования 5-й моды и от-

сутствия 6-й моды приводит к ограничению $9 \leq kz_M \Delta \varepsilon_{\max} < 11$ или $9 \leq \Delta \varepsilon_{\max} / \gamma^2 < 11$.

Взаимодействие 2-й и 4-й гармоник рассматривается аналогично двухмодовому приводному волноводу с $C_{42} \approx 1,225$.

Для взаимодействия 1-й, 3-й и 5-й мод используем трехмодовую модель (I.15), (I.16), (I.17) с заменой $I_{B21}(\xi) \rightarrow I_{B31}(\xi)$, $I_{B32}(\xi) \rightarrow I_{B53}(\xi)$, ... и параметрами $C_{31} \approx 0,7071$, $C_{53} \approx 1,732$, а также $\Delta \zeta_{31} = \Delta \zeta_{53} = 4$.

Для численно оценки взаимодействия мод дадим параметры канала и излученного сигнала: $\varepsilon_{\max} = 1,00064$; $\Delta \varepsilon_{\max} = 1,2 \cdot 10^{-5}$; $H_{\max} = 25$ м; $\lambda_0 = 3$ см, при которых получаем $\gamma_0 \approx 1,15 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_0^2 \approx 1,3232 \cdot 10^{-6}$. Как и в случае линейного волновода, используем линейную модель параметра $\gamma^2(\xi') = \gamma_0^2 + \alpha \xi' = \alpha(\xi_0 + \xi')$ с характерным расстоянием его изменения $x_0 = \xi_0/k$ и параметром плавности $\mu(\varepsilon) = [2(\varepsilon_0 + \varepsilon)]^{-1}$. При этом используем формулы (7), (8) с $K_{31} = K_{53} = \alpha = \gamma_0^2/\xi_0$ и $J_4(\xi) = J_{13}(\xi) + J_{35}(\xi)$.

График изменения максимальной ширины канала $H_{\max}$ (при фиксированном $\Delta \varepsilon_{\max}$) в зависимости от расстояния до источника $x = \xi/k$ приведен на рис. 6.

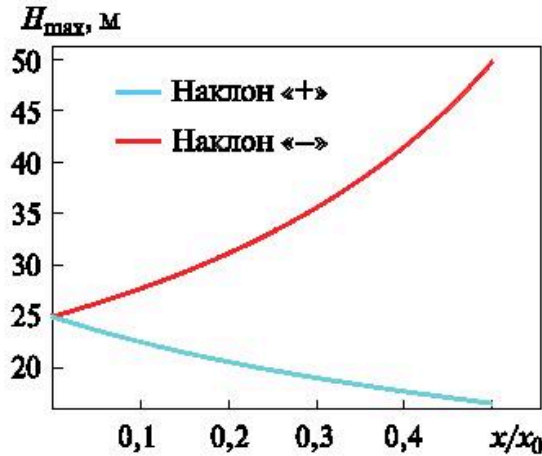


Рис. 6. Максимальная толщина волновода для линейной модели параметра

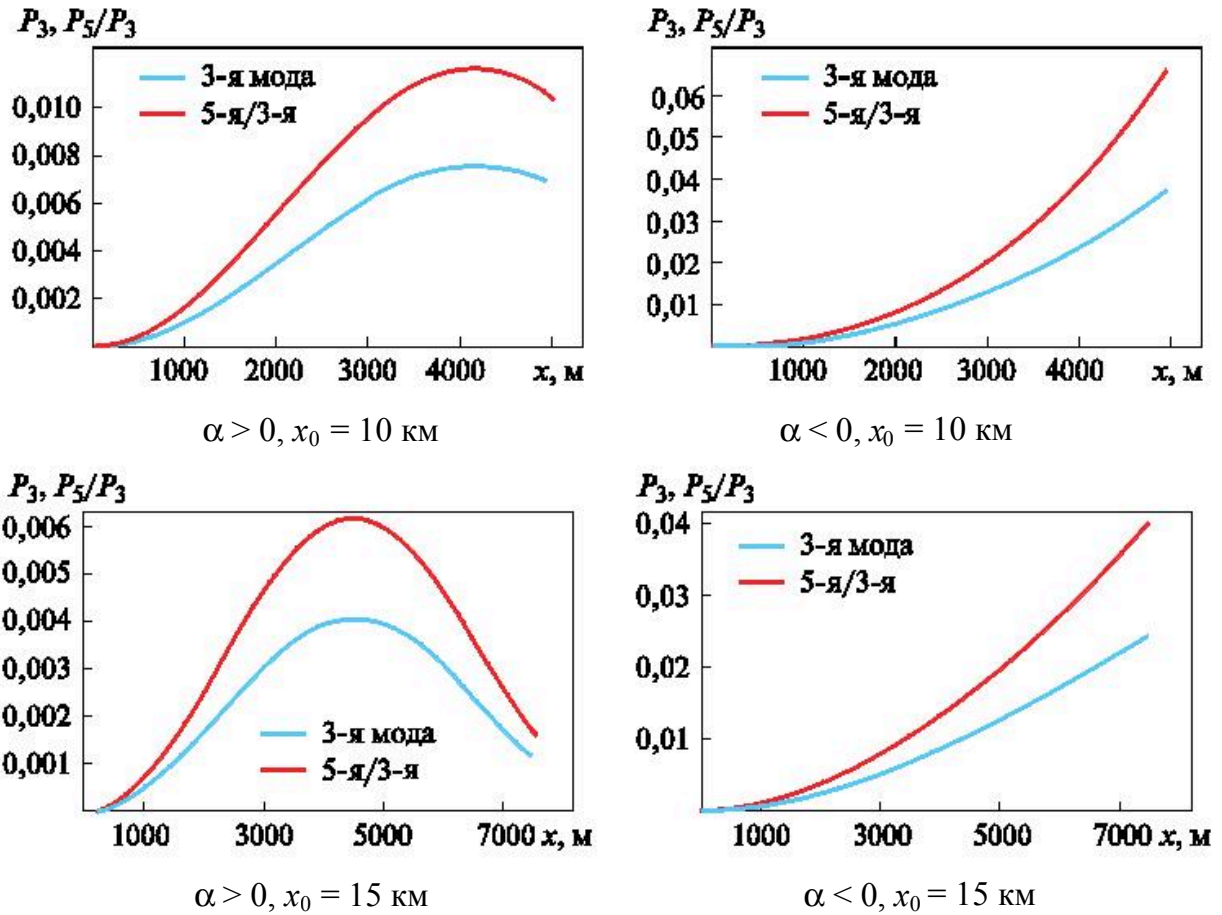
Исходя из формул (7), (8) и первого фундаментального решения (I.18) системы, можно дать оценку доли энергии, перешедшей из 1-й моды в 3-ю и 5-ю моды при распространении на расстояние $x = \xi/k$:

$$P_3(x) = \text{sinc}^2 \left(\frac{\sqrt{C_{31}^2 + C_{53}^2}}{4} Mii(\xi) \right) \left(\frac{C_{31}^2}{16} \right) Mii^2(\xi),$$

$$P_5(x) = \text{cosc}^2 \left(\frac{\sqrt{C_{31}^2 + C_{53}^2}}{4} Mii(\xi) \right) \left(\frac{C_{31}^2 C_{53}^2}{256} \right) Mii^4(\xi),$$

где введено обозначение $Mii(\xi) \equiv \left| Eii \left(\alpha (\xi_0 + \xi)^2 \right) - Eii \left(\alpha \xi_0^2 \right) \right|$.

На рис. 7 приведены графики функции $P_3(x)$ (синие линии) и отношения $P_5(x)/P_3(x)$ (красные линии) для разных дистанций $\xi_0 = kx_0$ и наклонов α разных знаков.



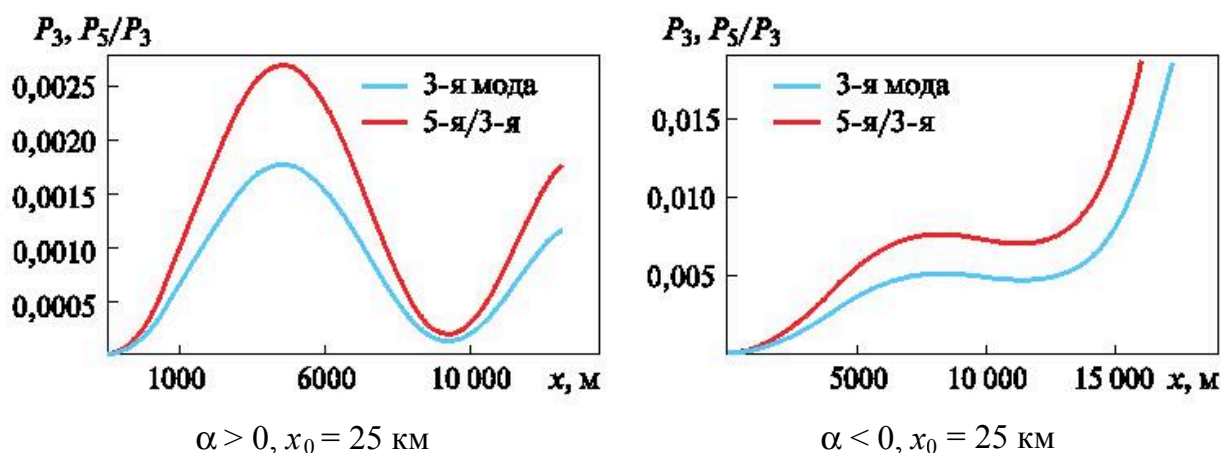


Рис. 7. Доля энергии 3-й и 5-й мод при распространении на $x_0 = 10, 15$ и 25 км
Из этих данных можно сделать следующие выводы:

- с ростом параметра x_0 наклон $\gamma^2(\xi)$ уменьшается, а «плавность» волновода (I.1) усиливается и уменьшается энергия возбуждения 3-й и 5-й мод;

- для модели волновода с отрицательным наклоном $\gamma^2(\xi)$ энергия возбуждения 3-й и 5-й мод растет примерно в 2 раза быстрее, чем в случае положительного наклона, поскольку плавность параметров деградирует;

- на определенном расстоянии от источника энергия возбуждения 3-й и 5-й мод с положительным наклоном $\gamma^2(\xi)$ достигает максимума;

- в целом, доли энергии 3-й и 5-й мод оказываются небольшими; для выбранных параметров они максимальны при $x_0 = 10 \text{ км}$ и составляют около 0,76 % для 3-й и примерно 0,0088 % для 5-й моды;

- отношение роста энергии соседних мод ($P_3/P_1 \approx P_3$ и P_5/P_3) показывает, что P_5/P_3 растет примерно в 1,5 раза быстрее, чем P_3/P_1 , что обусловлено возбуждением 5-й моды не только 3-й, но и 1-й.

Заключение. На основе развитой в части I данной работы [1] теории взаимодействия мод в плавном тропосферном канале распространения радиосигналов над морской поверхностью рассмотрены вопросы оценки взаимовлияния сигналов в приводном и приповерхностном волноводах.

Оценка характеристик приводного волновода испарения проведена с применением линейной модели профиля диэлектрической проницаемости для горизонтальной и вертикальной поляризаций радиоволн. Для оценки характеристик приповерхностного инверсного канала использована параболическая модель профиля диэлектрической проницаемости. В таких плавных волноводах независимо взаимодействуют четные и нечетные гармоники.

Для обоих типов тропосферных каналов проведены численные расчеты с гиперболической моделью роста и спада параметра плавности вдоль поверхности моря. Показано, что за счет продольной неоднородности каналов волновая энергия одной из мод приводит к возбуждению ближайших мод.

В результате анализа двухмодового приводного волновода испарения, в котором в начальной точке возбуждается 1-я мода, получены зависимости перекачки энергии во 2-ю моду от пройденной сигналом дистанции для разных параметров плавности и приведены соответствующие графики. Для горизонтальной поляризации поля взаимодействие мод оказывается сильнее, чем для вертикальной поляризации; оно уменьшается с уменьшением параметра плавности.

В трехмодовом приповерхностном инверсном волноводе первоначально излученная первая гармоника в процессе распространения возбуждает 3-ю и 5-ю гармоники. Энергия возбуждения пятой оказывается на порядок меньше энергии 3-й моды.

При численных оценках использовались характерные значения модельных параметров каналов распространения сигналов. Опираясь на предложенную в данной работе теорию, на основе реальных гидрометеорологических данных можно построить модель плавного волноводного канала в квадратурах и смоделировать в реальном времени параметры взаимодействия гармоник.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Теохаров А.Н, Виноградов А.Г. Взаимодействие мод в плавном приводном тропосферном канале распространения радиолокационных сигналов. *Сб. докл. XI Всероссийской научно-технической конференции «Дальняя радиолокация на службе Отечеству»*. Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025, с. 15–40.
- [2] Антосевич Х. Функции Бесселя дробного порядка. Функции Эйри. *Справочник по специальным функциям*. Абрамовиц М., Стиган И., ред. Москва, Наука, 1979, р. 10.4, с. 264–294.
- [3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*. Москва, Наука, 1974, 752 с. («Теоретическая физика», том III).

Теохаров Александр Нарциссович — канд. физ.-мат. наук, начальник лаборатории АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца».
e-mail: ateokharov@npodr.ru

Виноградов Александр Георгиевич — канд. физ.-мат. наук, начальник отдела АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца».
e-mail: avinogradov@npodr.ru

Interaction of modes in a smooth near-water tropospheric channel of radar signal propagation. Part II

© A.N. Teokharov, A.G. Vinogradov

Long-Range Radar, JSC

Based on the results obtained in work [1], applied issues related to the propagation of radar signals in the near-water (linear) and near-surface inverse (parabolic) waveguides are considered.

Keywords: *radar signal, waveguide, Earth's atmosphere.*

Teokharov A.N., Cand. Sci. (Phys.-Math), Head of laboratory at Long-Range Radar, JSC .
e-mail: ateokharov@npodr.ru

Vinogradov A.G., Cand. Sci. (Phys.-Math), Head of division at Long-Range Radar, JSC .
e-mail: [avinogradov@ npodr.ru](mailto:avinogradov@npodr.ru)