

357/4
М. М. Черепашинскій

Профессоръ ИМПЕРАТОРСКАГО Московскаго Техническаго Училища.

Каменные сооруженія.

Лекціи, читанныя на 4 курсъ механическаго отд. училища.



Издаіе
студентовъ
училища.

МОСКВА.

Типо-Литографія «Русскаго Т-ва печатнаго и издательскаго дѣла».

Чистые пруды, Мыльнянскъ пер., с. д.

1903.



М. М. Черепашинскій

Профессоръ ИМПЕРАТОРСКАГО Московскаго Техническаго Училища.

Каменные

По инвентарной
описи № 44767.

сооруженія.

Провер. 1935

Лекціи, читанныя на 4 курсъ механическаго отд. училища.

ПРОВЕРЕНО
1952



Издаіе
студентовъ
училища.

КНИЖНЫЙ МАГАЗИНЪ
И. АЛЕКСАНДРОВА
МОСКВА, Разгуляй

МОСКВА.

Типо-Литографія «Русскаго Т-ва печатнаго и издательскаго дѣла».

Чистые пруды, Мыльниковъ пер., с. д.

1903.



Издано съ разрѣшенія автора.

Изданіємъ завѣдывали студенты В. Н. Цапенко и П. А. Шустовъ.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

	<i>Стр.</i>
§ 1. Давленіе рыхлыхъ тѣлъ на стѣнки	3
Естественный откосъ	—
§ 2. Напоръ земли и его направленіе	5
§ 3. Опредѣленіе плоскости сползанія графически	6
§ 4. Распредѣленіе напора вдоль стѣнки при различныхъ условіяхъ.	10
1) Стѣнка и поверхность плоски	—
2) Поверхность ограничена произвольной кривой, стѣнка плоская.	12
3) Поверхность ломаная, стѣнка плоская	13
4) Наклонъ поверхности, какъ въ части, Все, такъ и въ CD меньше естественнаго откоса	—
5) Земляное тѣло, на которое дѣйствуетъ постоянная нагрузка.	14
§ 5. Напоръ на многоугольныя и криволинейныя стѣнки.	16
1) Многоугольная стѣна.	—
2) Стѣнка криволинейная	17
§ 6. Аналитическія формулы расчета	18
§ 7. Точки приложенія напора. На насыпь дѣйствуетъ равномерная нагрузка.	20
§ 8. Расчетъ подпорныхъ стѣнокъ	22
§ 9. Условія устойчивости подпорной стѣнки	25
§ 10. Размѣры подпорной стѣнки при условіи, что линія давленія проходитъ черезъ среднюю треть швовъ.	26
Частный случай	29
§ 11. Опредѣленіе наиболѣе выгоднаго профиля подпорной стѣнки	30
§ 12. Направленіе швовъ и линія давленія	31
Аналитическое опредѣленіе линіи давленія	—
Графическое опредѣленіе линіи давленія	32
Линія давленія подпорной стѣнки скошеннаго внизу профиля. Швы горизонтальны.	—
Линія давленія подпорной стѣнки съ наклонными швами	33
§ 13. Своды.	34

	<i>Стр.</i>
§ 14. Своды нагружены симметрично	35
Общія условія равновѣсія	—
Положеніе точекъ приложенія давленій въ швахъ. Линія давленія.	36
Особыя условія равновѣсія и безопасности.	38
§ 15. Опредѣленіе толщины свода.	38
§ 16. Толщина сводовъ въ пятахъ	41
§ 17. Построеніе линіи давленія для произвольной нагрузки	42
§ 18. Опорная линія.	46
§ 19. Аналитическое уравненіе линіи давленія	47
§ 20. Устойчивость опоръ (устоевъ)	49
§ 21. Устойчивость промежуточныхъ опоръ.	51



§ 1. Давленіе рыхлыхъ тѣлъ на стѣнки.

Рыхлыми тѣлами называются такія однородныя неупругія массы, между частицами которыхъ не дѣйствуетъ никакое, или очень слабое сѣйленіе; они занимаютъ по своимъ свойствамъ середину между жидкими и твердыми тѣлами. Частицы рыхлыхъ тѣлъ держатся на поверхности главнымъ образомъ посредствомъ одного тренія. Къ рыхлымъ тѣламъ принадлежатъ: земля, песокъ, зерно, сугробъ и т. д. Въ слѣдующихъ выводахъ мы будемъ имѣть въ виду главнымъ образомъ земляныя массы, но полученные результаты дѣйствительны для всякихъ рыхлыхъ массъ, которыхъ физическія свойства одинаковы съ земляными.

Въ слежалыхъ земляныхъ массахъ дѣйствуетъ между частицами нѣкоторое сѣйленіе, но на него не разсчитываютъ, такъ какъ оно можетъ быть ослаблено сыростью, сотрясеніями и т. д. Въ сухомъ пескѣ и насыпной землѣ сѣйленіе столь незначительно, что можетъ быть принято всегда $= 0$. Вслѣдствіе этихъ обстоятельствъ сопротивленіемъ сѣйленія въ земляныхъ массахъ пренебрегаютъ, чѣмъ очевидно увеличивается надежность результатовъ, такъ какъ при существованіи сѣйленія, давленія этихъ массъ будутъ меньше противъ вычисленныхъ.

Естественный откосъ. Откосомъ называется котангенсъ угла, образуемаго наклонной плоскостью съ горизонтомъ, т.-е. отношеніе $\frac{l}{h}$ основанія l къ высотѣ h (чер. 2).

Если откосъ AB (чер. 1) рыхлой массы слишкомъ крутъ, то она обвалится и образуется болѣе пологій откосъ AC . Когда масса обладаетъ нѣкоторымъ сѣйленіемъ, то откосъ AC соотвѣтствуетъ суммѣ сопротивленій сѣйленія и тренія. Но отъ дѣйствія дождя, мороза и т. д. сѣйленіе будетъ уменьшаться, вслѣдствіе чего отъ плоскости AC будутъ частицы выкрашиваться и скатываться внизъ до тѣхъ поръ пока не образуется откосъ AD , при которомъ частицы удерживаются въ равновѣсіи однимъ треніемъ. Въ массахъ не имѣющихъ сѣйленія откосъ AD образуется сразу, его называютъ *естественнымъ* откосомъ, а уголь, образуемый имъ съ горизонтальною — *уголомъ естественнаго откоса*.

Тангенсъ этого угла равенъ коэффициенту тренія земляныхъ частицъ между собою, потому что если имѣемъ (чер. 2) на наклонной плоскости AB частицу m и разложимъ ея вѣсъ sg на слагающія p и n , изъ

которыхъ первая параллельна, а вторая — перпендикулярна къ AB , то частица только тогда будетъ находиться въ равновѣсїи, когда треніе t , противодействующее сползанію ея, будетъ равно p .

Слѣдовательно:

$$p \geq t,$$

и такъ какъ

$$p = n \cdot tga$$

(гдѣ a — уголъ наклона плоскости AB), то:

$$t = f \cdot n = tgo \cdot n$$

т.-е.,

$$ntga = ntgo$$

откуда

$$tga = tgo = f.$$

Въ слѣдующей таблицѣ даны для нѣкоторыхъ рыхлыхъ грунтовъ углы естественнаго откоса, ихъ тангенсы или коэффиціенты тренія, и вѣсъ 1 куб. **mtr** въ килограммахъ.

Названіе грунтовъ.	Уголъ φ .	Коэф. тре- нія т.-е. tgo .	Вѣсъ 1 куб. mtr. въ kgr.
Мелкій сухой песокъ	31°	0,60	1400
Рѣчной песокъ, очень мелкій.	33°	0,65	1800
Рыхлая земля очень сухая. .	39°	0,81	1250
Обыкновенный сухой грунтъ .	$46^{\circ}50'$	1,07	1450
Тоже, увлажненный слегка. .	54°	1,38	1600
Очень плотный грунтъ	55°	1,43	1900
Черноземъ сухой	40°	0,839	1400
„ влажный	45°	1,000	1580
„ водой насыщенный.	27°	0,51	1800
Глина сухая	40°	0,839	1500
„ влажная	45°	1,000	1550
„ водой насыщенная . .	17°	0,306	2040
Песокъ сухой.	35°	0,700	1646
„ влажный.	40°	0,839	1770
„ водой насыщенный. .	24°	0,445	2000

Изъ этой таблицы видно, что для первыхъ 4-хъ грунтовъ уголъ φ среднимъ числомъ $= 33^{\circ}$, а такъ какъ $Ctg 33^{\circ} = 1\frac{1}{2}$, то въ насыпяхъ даютъ землянымъ тѣламъ полуторный откосъ.

§ 2. Напоръ земли и его направленіе.

1) Когда наклонъ плоскости, ограничивающей земляную массу круче естественнаго откоса, то для предупрежденія обвала ее подпирають стѣнкой AB , которую называютъ *подпорной стѣнкой* (чер. 3). Мы предполагаемъ, что земляная масса, стремящаяся обвалиться, отламывается по плоскости AD , проходящей чрезъ подошву A стѣнки. Земляной клинъ ABD стремится сползти вдоль AD , вслѣдствіе чего производить на стѣнку AB давленіе, называемое *напоромъ земли*.

2) Если бы стѣнка AB немного подалась влѣво, то клинъ ABD передвинулся бы внизъ скользя по AB и AD , въ моментъ равновѣсія скользяніе уничтожилось бы сопротивленіемъ тренія въ плоскостяхъ AB и AD . Если нормальное давленіе на AB обозначимъ чрезъ N , давленіе на AD — чрезъ F , коэффициентъ тренія земли о стѣнку — чрезъ f_1 , а земли о землю чрезъ f , то сопротивленіе вдоль стѣнки AB равно $f_1 N$, а вдоль AD — $f \cdot F$. Если E — давленіе на стѣнку AB , то N — его нормальная слагающая, а другая слагающая T дѣйствуетъ вдоль стѣнки. Пусть φ — уголъ образуемый давленіемъ E съ нормалью N , то

$$T = N \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Въ моментъ равновѣсія T должно равняться тренію R , а такъ какъ

то имѣемъ

$$R = f_1 \cdot N,$$

откуда

$$f_1 \cdot N = N \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

или:

$$\operatorname{tg} \varphi = f_1 = \operatorname{tg} \varphi_1$$

$$\varphi = \varphi_1.$$

т.-е. давленіе на стѣнку образуетъ съ нормалью ея уголъ равный углу тренія между стѣнкой и земляной массой. Точно такимъ же образомъ получимъ, что давленіе F на плоскость излома AD образуетъ съ нормалью этой плоскости уголъ тренія φ . ($\angle est = \angle CAD$)

земли о землю. Этими условіями направленія силъ E и F опредѣлены.

3) Если бы плоскость излома AD была извѣстна, то было бы извѣстенъ и вѣсъ G клина ABD , и тогда для полученія напора E было бы нужно только разложить G по направленіямъ силъ E и F . Опредѣленіе напора земли приводится такимъ образомъ къ опредѣленію плоскости излома.

4) Уголъ тренія φ_1 обыкновенно не равенъ φ , но вслѣдствіе неровностей задней поверхности AB стѣнки отдѣляется, при нарушеніи равновѣсія, земляная масса вдоль нѣкоторой (чер. 4) плоскости A_1B_1 бесконечно близкой къ AB , и скользяніе происходитъ не вдоль кладки, но вдоль поверхности какъ бы смазанной землей.

Вслѣдствіе того принимаютъ, что напоръ E дѣйствуетъ не подъ угломъ ϱ_1 , но подъ угломъ ϱ къ нормали стѣнки.

б) Пусть AB (чер. 5) стѣнка, подпирающая земляную массу, ограниченную произвольной поверхностью BKO . На нее дѣйствуетъ напоръ, происходящій оттого, что призма ABK отдѣлившаяся отъ остальной массы по плоскости излома AK , стремится сползти вдоль AK внизъ. Представимъ себѣ, что вся масса ABK , заключенная между стѣнкой и плоскостью излома, образуетъ цѣльное тѣло, т.-е. что никакая часть слѣва AK не можетъ отъ нея отдѣлиться.

Если бы изломъ произошелъ вдоль плоскости AK_1 очень близкой къ внутренней поверхности AB стѣнки, то напоръ былъ бы очень малъ, такъ какъ тогда онъ зависѣлъ бы отъ очень малаго вѣса ABK_1 . Кромѣ того треніе вдоль AB было бы равно 0 (почти), потому что давленіе на AB происходящее отъ массы ABK_1 , было бы ничтожно.

Если, съ другой стороны, изломъ произошелъ бы вдоль плоскости AK_2 , очень близкой къ плоскости естественнаго откоса AO , то вѣсъ давящей призмы ABK_2 былъ бы значительно больше, чѣмъ въ прежнемъ случаѣ, но вмѣстѣ съ тѣмъ имѣло бы большое значеніе и треніе вдоль AK_2 , зависящее отъ этого вѣса, а если бы масса изломалась вдоль плоскости естественнаго откоса AO , то она уравновѣшивалась бы на этой плоскости однимъ треніемъ и напоръ на стѣнку былъ бы опять нуль.

Изъ этого слѣдуетъ, что напоръ равенъ нулю для плоскости излома по AB и по AO ; для всякой другой плоскости онъ не будетъ равенъ 0 и при постепенномъ переходѣ отъ AB въ направленіи къ AO будетъ постоянно увеличиваться и для нѣкоторой плоскости излома AK достигнетъ максимума, начиная съ котораго приближаясь къ положенію AO начнетъ уменьшаться, и при AO сдѣлается опять равнымъ 0. Призма ABK , для которой величина напора достигаетъ максимума, называется *призмой максимальной напора*, а плоскость AK — *плоскостью сползанія*. Положеніе плоскости AK можетъ быть опредѣлено аналитическимъ или графическимъ путемъ.

§ 3. Опредѣленіе плоскости сползанія графически.

При всѣхъ слѣдующихъ выводахъ будемъ предполагать, что длина стѣнки, перпендикулярная къ плоскости чертежа равна 1. Пусть (чер. 6) AO плоскость естественнаго откоса, AJ плоскость сползанія, ϱ и ω ихъ углы наклона къ горизонту. Земляная призма ABJ находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ трехъ силъ: ея вѣса W , реакціи стѣнки E и реакціи s плоскости сползанія AJ , при чемъ согласно предыдущему, E образуетъ уголъ ϱ съ нормалью къ AB . Чтобы получить E нужно разложить вѣсъ W по этимъ двумъ направленіямъ (чер. 6 а).

Такъ какъ для плоскости AJ напоръ E достигаетъ максимума, то значить, что если перейдемъ къ безконечно близкой плоскости AJ_1 , приращеніе dE напора будетъ равно 0

$$\frac{dE}{d\omega} = 0$$

т.-е. призма ABJ_1 производитъ на стѣнку AB точно такой напоръ, какъ и призма ABJ . Если поѣтому (на чер. 6а) отложимъ KK_1 — вѣсу призмы AJJ_1 , и соединимъ K_1 съ H , то K_1H — реакціи плоскости AJ_1 . Очевидно, что вѣсъ $KK_1 = \gamma \cdot AJ_1J$, гдѣ γ — вѣсъ кубической единицы земли. AJJ_1 и KK_1H могутъ быть разсматриваемы какъ безконечно малые секторы, которыхъ центральные углы JAJ_1 и KHK_1 равны $d\omega$, ихъ площади относятся поѣтому какъ квадраты радіусовъ, т.-е.

$$\frac{KHK_1}{JAJ_1} = \frac{KH^2}{AJ^2}.$$

Треугольники KHK_1 и KHL относятся какъ основанія KK_1 и KL , которые равны $\gamma \cdot AJJ_1$ и $\gamma \cdot ABJ$, слѣдов.:

$$\frac{KK_1H}{KHL} = \frac{KK_1}{KL} = \frac{\gamma \cdot JAJ_1}{\gamma \cdot ABJ}.$$

KK₁H — *KHL*
γ · JAJ₁ — *γ · ABJ*

Отсюда имѣемъ

$$\frac{KHK_1}{JAJ_1} = \frac{KH^2}{AJ^2} = \frac{KHL}{ABJ}.$$

Проведемъ черезъ J прямую JN такъ чтобы она образовала съ AO уголъ $\beta + \varrho$, тогда углы треугольниковъ AJN и KHL соотвѣтственно равны; изъ подобія слѣдуетъ:

$$\frac{KHL}{AJN} = \frac{KH^2}{AJ^2} = \frac{KHL}{ABJ};$$

откуда

$$AJN = ABJ,$$

т.-е. плоскость сползанія опредѣляется условіемъ равенства площадей AJN и ABJ .

Изъ силового треугольника KHL имѣемъ:

$$\frac{E}{W} = \frac{HL}{KL}, \quad \text{но} \quad \frac{HL}{KL} = \frac{NJ}{AN}$$

поѣтому

$$\frac{E}{W} = \frac{NJ}{AN} \dots \dots \dots (1)$$

и такъ какъ

$$W = \gamma \cdot ABJ$$

то

$$E = \gamma \cdot ABJ \frac{NJ}{AN}.$$

Отложимъ на $AN - NM = JN$, получимъ

$$\frac{NJM}{ANJ} = \frac{NM}{AN}$$

и такъ какъ $NM = NJ$ и $\Delta ANJ = \Delta ABJ$, то:

$$NJM = ANJ \cdot \frac{NM}{AN} = ABJ \cdot \frac{NJ}{AN}.$$

Слѣдовательно:

$$E = \gamma \cdot NJM$$

напоръ земли на стѣнку длиной $= 1$ равенъ вѣсу земляной призмы, которой нормальное стѣненіе равно NJM , а высота равна длинѣ стѣны.

Прямая JN образуетъ съ горизонтальною уголъ $\beta + 2\varrho$, если поэтому проведемъ чрезъ A прямую An подъ $\angle 2\varrho$ къ AB , то $An \parallel JN$. Прямую An , образующую со стѣнкой уголъ 2ϱ , будемъ называть *направляющей линіей*.

Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что плоскость сползанія AJ опредѣлена условіемъ равенства площадей ABJ и AJN . Когда поверхность земли имѣетъ произвольное очертаніе, то AJ можетъ быть найдено опытнымъ путемъ (чер. 7): вблизи биссектрисы угла $BAO = \beta - \varrho$ проведемъ черезъ A нѣсколько прямыхъ Ai_1, Ai_2, Ai_3, Ai_4 , и черезъ точки i — прямыя $i_1 n_1, i_2 n_2, i_3 n_3, i_4 n_4$, параллельныя направляющей An . Для каждой изъ этихъ линій опредѣляемъ разность площадей ABi и AJn , которую откладываемъ на соотвѣтственной in отъ точекъ i принимая во вниманіе знаки этихъ разностей. Такъ (на чер. 7)

$$\begin{aligned} i_1 1 &= ABi_1 - Ai_1 n_1 \\ i_2 2 &= ABi_2 - Ai_2 n_2 \\ i_3 3 &= ABi_3 - Ai_3 n_3 \end{aligned}$$

точки 1, 2, 3, соединяемъ непрерывной кривою, которая пересѣчетъ поверхность BO земли въ искомой точкѣ J . Если черезъ J проведемъ $JN \parallel An$ и сдѣлаемъ $NM = JN$, то

$$E = \gamma \cdot NJM.$$

Когда поверхность плоская и слѣдовательно линія BO прямая, то плоскость сползанія можетъ быть найдена непосредственно. Въ этомъ случаѣ (чер. 8) треугольники ABJ и AJN , которыхъ площади равны и основаніе AJ общее, имѣютъ равныя высоты.

Проведемъ $NW \parallel AJ$ и $BV \parallel JN$, то изъ равенства площадей AJB и AJN слѣдуетъ

$$BJ = JW \quad (\text{потому что } \Delta AJW = \Delta AJN).$$

Изъ чертежа 8 имѣемъ:

$$\frac{JW}{JO} = \frac{AN}{AO} = \frac{BJ}{JO}; \text{ но}$$

$$\frac{BJ}{JO} = \frac{VN}{NO} = \frac{AN - AV}{AO - AN}$$

АВОВ ~ JOV

поэтому:

$$\frac{AN}{AO} = \frac{AN - AV}{AO - AN};$$

$$AN \cdot AO - AN^2 = AN \cdot AO - AO \cdot AV.$$

откуда:

$$AN^2 = AO \cdot AV \dots \dots \dots (a)$$

т.-е. 1) точка N должна быть определена такимъ образомъ, чтобы AN была средняя пропорціональная между AO и AV . Для этого опишемъ на AO полуокружность, черезъ B проведемъ $Bv \parallel An$ (An — направляющая), возставимъ $vk \perp AO$ и отложимъ $AN = AK$. Если черезъ N проведемъ $JN \parallel An$, то получимъ на BO точку J и сдѣлавъ $NM = NJ$ будемъ имѣть:

$$E = \gamma \cdot NJM.$$

Для стѣнки BA_1 получилась бы очевидно совсѣмъ подобная фигура, изъ чего слѣдуетъ, что при плоской поверхности для всѣхъ точекъ стѣнки плоскости сползания AJ параллельны между собою.

Если проведемъ черезъ V и N прямыя VD и NE параллельныя стѣнки AB , то

$$\frac{AN}{AV} = \frac{BE}{BD},$$

но по (a):

$$\frac{AN}{AV} = \frac{AO}{AN}$$

а изъ чертежа имѣемъ:

$$\frac{AO}{AN} = \frac{OB}{BE};$$

слѣдовательно:

$$\frac{BE}{BD} = \frac{OB}{BE};$$

2) Точку N можно поэтому получить также слѣдующимъ образомъ: опишемъ на BO полуокружность проведемъ $VD \parallel AB$ возставимъ $DK_1 \perp BO$, отложимъ $BE = BK_1$, и проведемъ $EN \parallel AB$.

3) Когда точка O получается далеко, то тоже построение можно исполнить на AB , проведя $VQ \parallel BO$.

Продолжимъ линію поверхности BO до встрѣчи съ направляющей An въ U , получимъ:

$$\frac{UB}{UJ} = \frac{AV}{AN} = \frac{BD}{BE},$$

а такъ какъ

$$\frac{BD}{BE} = \frac{BE}{BO} = \frac{AN}{AO} = \frac{UJ}{UO},$$

то

$$\frac{UB}{UJ} = \frac{UJ}{UO};$$

UJ есть, слѣдовательно, средняя пропорціональная между UB и UO . Но UJ равняется касательной UT , проведенной изъ U къ окружности, описанной на BO . Чтобы получить точку J нужно поэтому провести изъ U къ полуокружности, описанной на BO , касательную UT и отложить на UO отрезокъ $UJ = UT$.

4) Если поверхность наклонена подъ угломъ естественнаго откоса ϱ , то точка O находится въ безконечности и слѣдовательно $AN = \infty$ и $BJ = \infty$, поверхность сползанія будетъ поэтому $\parallel BO$, т.-е. совпадетъ съ AO .

Треугольникъ напора въ этомъ случаѣ заключенъ между двумя параллельными прямыми AO и BO , вслѣдствіе чего всѣ прямыя in (чер. 7) равны, точку J можно поэтому взять на AO произвольно (чер. 9).

5) Если точка O получается далеко, то проведемъ черезъ B , $BG \parallel AO$ (линіи естественнаго откоса), до пересѣченія съ направляющей An въ G , описываемъ на AG полуокружность, проводимъ къ ней изъ U касательную UK , откладываемъ на UA — $UH = UK$ и проводимъ: $HJ \parallel AO$ до пересѣченія съ BO въ J .

(Точку H можно получить также посредствомъ полуокружности, описанной на UA и перпендикуляра Gf , возставленнаго въ G къ AU , отложивъ: $UH = Uf$).

§ 4. Распределеіе напора вдоль стѣнки при различныхъ условіяхъ.

1) Стѣнка и поверхность плоски.

На чер. 10 опредѣленъ, по предыдущему для стѣнки AB треугольникъ напора MJN такъ что:

$$E = \gamma \cdot MJN = \gamma \cdot \frac{JN^2}{2} \sin(\beta + \varrho)$$

или, означивъ JN черезъ z

$$E = \gamma \cdot \frac{\sin(\beta + \varrho)}{2} z^2;$$

Для стѣнки A_1B , $A_1J_1 \parallel AJ$ и напоръ

$$E_1 = \gamma \cdot \frac{\sin(\beta + \varphi)}{2} \cdot z_1^2$$

гдѣ $z_1 = J_1N_1$

слѣдовательно:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{z^2}{z_1^2}$$

Такъ какъ $A_1J_1 \parallel AJ$, то

$$\frac{z_1}{z} = \frac{A_1J_1}{AJ} = \frac{h_1}{h};$$

$$\frac{E_1}{E} = \frac{h_1^2}{h^2};$$

$$E_1 = E \cdot \frac{h_1^2}{h^2}.$$

Превратимъ $\triangle MJN$ въ другой $\triangle AUB$ съ высотой h ; если основаніе AU послѣдняго обозначимъ черезъ b то

$$E = \gamma \frac{bh}{2}$$

и тогда

$$E_1 = \gamma \cdot \frac{bh}{2} \cdot \frac{h_1^2}{h^2} = \gamma \cdot \frac{h_1}{2} \cdot \frac{bh_1}{h} \dots \dots \dots (I)$$

Такъ какъ $\frac{bh_1}{h} = A_1U_1$, то

$$\left(\frac{b}{h} \cdot h_1\right) \frac{h_1}{2} = A_1U_1 \cdot \frac{h_1}{2} = \triangle A_1U_1B$$

т.-е. основаніе напорнаго треугольника для высоты h_1 — равно A_1U_1 . Ширина $\triangle ABU$ даетъ поэтому для всякой точки A_1 на AB соответственное основаніе A_1U_1 напорнаго треугольника.

Напоръ на часть A_1A_2 высотой Δh слѣдов. получится, если черезъ A_1 и A_2 проведемъ ширины A_1U_1 и A_2U_2 , и опредѣлимъ площади трапеціи $A_1U_1U_2A_2$ т.-е. напоръ на A_1A_2 :

$$\Delta E = \gamma \cdot \frac{\Delta h}{2} \cdot (A_1U_1 + A_2U_2),$$

Если въ (I) подставимъ $h_1 = y$, то $E = \gamma \cdot \frac{y^2}{2} \cdot \frac{b}{h}$; давленіе на элементъ высотой dy и длиною равной 1

$$dE = \gamma \cdot \frac{b}{h} y \cdot dy,$$

а давление на одну квадратную единицу вертикальной проекции:

$$\frac{dE}{dy} = \gamma \cdot \frac{b}{h} y.$$

Если ds — длина элемента стѣнки, котораго вертикальная проекція dy , то

$$dy = ds \cdot \sin \beta,$$

Поэтому:

$$\frac{dE}{ds} = \gamma \cdot \frac{b}{h} \sin \beta y$$

гдѣ β — уголъ стѣнки съ горизонтомъ.

Изъ послѣдняго выжненія видно, что напоръ увеличивается пропорціонально съ глубиной. Такъ какъ

$$\frac{dE}{dy} = \gamma \cdot \frac{b}{h} y,$$

а

$$\frac{b}{h} y = A_2 U_2, \text{ то}$$

$$\frac{dE}{dy} = A_2 U_2 \cdot \gamma.$$

т.-е. напоръ, отнесенный къ квадратной единицы вертикальной проекции равенъ ширинѣ напорнаго треугольника AUB , взятой на соотвѣтственной глубинѣ y .

На (чер. 12) высота стѣнки равна 7 mtr., ея скось со стороны земли равенъ $1 : \frac{1}{5}$, наклонъ поверхности — $\frac{1}{10}$, уголъ φ взять равнымъ 35° , а вѣсь 1 куб. mtr. грунта $\gamma = 1800 \text{ kgr}$. Построеніемъ получено $E = 17172 \text{ kgr.}$ на 1 погонный mtr. стѣнки.

На (чер. 11) построение исполнено по способу (4); стѣнка высотой 7 mtr. имѣть скось $1 : \frac{1}{5}$ въ противоположную сторону; прочія данныя тѣже, что и въ предыдущемъ примѣрѣ. Получено графически: $E = 7970 \text{ kgr.}$ на 1 погонный mtr.

2) Поверхность ограничена произвольной кривой, стѣнка плоская (чер. 13).

Стѣнку AB дѣлимъ на пѣкоторое число равныхъ частей: $AL = LM = MB$, определяемъ напоръ на стѣнку BM , BL и BA . Если изъ напора на BA вычтемъ напоръ на AL , получимъ напоръ на часть BL , а чтобы получить напоръ на LM нужно изъ напора на BL вычестъ напоръ на BM .

Для опредѣленія напора на AB , проводимъ AC подъ угломъ естественнаго откоса φ къ горизонтали и направляющую An подъ угломъ 2φ къ стѣнкѣ. Затѣмъ проводимъ AG такъ, чтобы площадь ABG равнялась площади треугольника AGK , гдѣ $GK \parallel An$.

Прямая AG соотвѣтствуетъ плоскости сползанія. Если отложимъ отъ K на AC , $KQ = KG$, то напоръ на стѣнку AB :

$$D = \gamma \cdot \Delta GKQ.$$

Такимъ же образомъ получимъ напоръ на BL :

$$D_1 = \gamma \cdot \Delta fK_1S.$$

Слѣдовательно давленіе на часть AL стѣнки:

$$\Delta D = \gamma(\Delta GKQ - \Delta fK_1S) = \gamma \cdot GQVU.$$

Эту трапецію $GQVU$ превращемъ въ прямоугольникъ высотой $\Delta h = AL$, и полученное основаніе откладываемъ на горизонталяхъ отъ L и A , такъ что параллелограмъ $ALfW$ представляетъ напоръ ΔD на AL . Если такимъ же образомъ построимъ параллелограммы давленія для частей ML , BM и середины сторонъ ихъ, противолежащихъ стѣнкѣ, соединимъ непрерывной линіей, то получимъ линію напора стѣнки AB . Эта линія напора будетъ тѣмъ болѣе точна, чѣмъ меньше были взяты высоты частей стѣнки.

3) Поверхность ломанная, стѣнка плоская.

Положимъ, что въ части BC (чер. 14) поверхность наклонена подъ угломъ естественнаго откоса φ , а часть CD болѣе пологая. Для опредѣленія напора на стѣнку AB проводимъ линію AE такъ, чтобы $\Delta AEC = \Delta ABC$ (для чего нужно провести $BE \parallel AC$, до пересѣченія съ продолженіемъ CG въ E). Земляное тѣло $ABCD$ можно теперь замѣнить тѣломъ AED и для послѣдняго опредѣляемъ общимъ способомъ линію сползанія AG) проводимъ направляющую AM' , подъ угломъ 2φ къ AB , продолжаемъ линію CD поверхности до пересѣченія съ AM' въ M , на діаметрѣ ED описываемъ полуокружность, проводимъ къ ней изъ M касательную MT и изъ M засѣкаемъ на MD , — $MG = MT$. Чтобы получить величину напора, проводимъ $GK \parallel AM'$ и дѣлаемъ $KO = GK$; искомый напоръ:

$$E = \gamma \cdot GKO,$$

Если точка M получится слишкомъ далеко, то вмѣсто всей линіи AE можно взять для опредѣленія линіи сползанія AG только нѣкоторую часть отъ AE . Такъ на чер. 15 эта линія опредѣлена для части $EF = \frac{1}{2}AE$, для которой получена линія сползанія FJ ; искомая линія сползанія $AG \parallel FJ$.

Призма наибольшаго напора представлена четырехугольникомъ $ABCG$ (чер. 15). Такъ какъ для каждой части стѣнки получается другая точка E (т.-е. E' , E_2 чер. 14), то линіи сползанія для этихъ частей не будутъ параллельны между собою и потому напорная линія BN будетъ не прямая, но нѣкоторая кривая, которая получится такимъ же образомъ, какъ было уяснено выше для произвольнаго очертанія поверхности.

4) Наклонъ поверхности, какъ въ части BC , такъ и въ CD , меньше естественнаго откоса (чер. 16).

Опредѣлимъ для произвольной части BE плоскость сползанія EJ при предположеніи, что поверхность ограничена прямой BC и прове-

демъ черезъ точку перелома $C — CF \parallel EJ$. Для части AF стѣнки напорная линія представить кривую GH , опредѣленную по способу чер. 14, потому что линіи сползанія въ этой части не будутъ параллельны между собою и призмы давленія имѣютъ видъ четырехугольниковъ, между тѣмъ какъ для части BF линіи сползанія параллельны EJ , а призмы наибольшаго напора представляютъ треугольники.

5) Земляное тѣло, на которое дѣйствуетъ постоянная нагрузка.

Если стѣнка подпираетъ насыпь обыкновенной, или желѣзной дороги, то къ напору происходящему отъ земляной массы, прибавляется напоръ отъ нагрузки. Последнюю принимаютъ въ расчетъ такимъ образомъ, что представляютъ себѣ на насыпи слой земляного матеріала, такой высоты, что давленіе производимое имъ на 1 кв. единицу насыпи равно давленію нагрузки. Для насыпей обыкновенныхъ дорогъ достаточно брать отъ 400 до 600 kgr. на 1 кв. mtr., предполагая эту нагрузку равномерно распределенной по полотну, какъ—проезжей части, такъ и банкетовъ (тротуаровъ).

Для желѣзнодорожныхъ мостовъ эта нагрузка должна быть опредѣлена въ каждомъ данномъ случаѣ особо, въ зависимости отъ ширины пути, рода верхняго строенія, давленія осей и ихъ взаимнаго разстоянія. Для главныхъ дорогъ, по которымъ движутся паровозы—въсѣмъ 60 tn., длиною 10 mtr., на 1 погонный mtr. пути придется:

$$\frac{60000}{10} = 6000 \text{ kgr.}$$

Если примемъ, что эта нагрузка распределяется на ширину 1,5 mtr., по каждую сторону оси, то на 1 кв. mtr. будетъ дѣйствовать (при ширинѣ пути = 1,5 mtr.) $\frac{6000}{3} = 2000 \text{ kgr.}$ Полагаемъ въсѣ 1 кв. mtr.

земли равнымъ 1600 kgr., получимъ для высоты земляного слоя замѣняющаго временную нагрузку, въ случаѣ:

$$\text{проезжей дороги: } q = \frac{400}{1600} = 0,25 \text{ mtr. до } \frac{600}{1600} = 0,37 \text{ mtr.}$$

$$\text{желѣзной дороги: } q = \frac{2000}{1600} = 1,25 \text{ mtr.}$$

Этотъ земляной слой можно разсматривать какъ составляющій одно цѣлое съ земляной массой и при опредѣленіи напора принимать за поверхность—поверхность этого слоя. На (чер. 17) случайная нагрузка представлена землянымъ слоемъ высотой 1 mtr., высота стѣнки = 5 mtr., поверхность BC плоская. Линія AC естественнаго откоса принята подъ угломъ 33° къ горизонтالي, и она продолжена, равно какъ и стѣнка AB до поверхности нагрузки ED . Затѣмъ была опредѣлена для земляного тѣла AED , плоскость сползанія AG , треугольникъ давленія OGK и линія напора EJ . Величина напора:

$$E = \gamma \cdot AOGK = 7200 \text{ kgr. на 1 пог. mtr.}$$

На (чер. 18) представленъ случай, когда стѣнка не доходить до верха насыпи. Поверхность въ части BC параллельна естественному откосу AD , а въ части CD — горизонтальна. Затѣмъ принято: высота нагрузки $q = 1 \text{ mtr.}$, $\varphi = 35^\circ$ $\gamma = 1600 \text{ kgr.}$ Для опредѣленія линіи сползанія проведена сначала спрямляющая линія AE , такъ что $\triangle AEC = \triangle ABC$, и слѣдовательно $\triangle AEQ$ равенъ четырехугольнику $ABCQ$ (гдѣ Q — начало случайной нагрузки). Затѣмъ треугольникъ AEQ превращенъ въ другой AFQ , котораго вершина F находится на разстояніи равномъ $2q$ отъ ED ; это превращеніе сдѣлано для того, чтобы основаніе $ABCQNOP'A$, отсѣченное произвольной плоскостью AP' вмѣстѣ съ лежащей на немъ нагрузкой, $QNOP'$, можно было бы простымъ образомъ превратить въ равновеликій ему треугольникъ AFP' . Плоскость сползанія AP опредѣлена такимъ же образомъ какъ на (чер. 14): черезъ L проведена прямая $LT \parallel$ направляющей An до пересѣченія съ AD въ T , затѣмъ $Tv \parallel AB$ и $Vv_1 \perp LCD$ до поресѣченія съ полуокружностью, описанною на LD въ V_1 , послѣ того засѣкаемъ изъ L на LD — $LS = Lv_1$, проводимъ $SN \parallel AB$ и $NP \parallel An$, получаемъ плоскость сползанія AP .

По доказанному раньше (рав. 1 § 3) имѣемъ:

$$\frac{E}{W} = \frac{NP}{AN} \dots \dots \dots (2)$$

W здѣсь равно вѣсу массы $ABCQNUPA$, равно вѣсу массы AFP вслѣдствіе равенства площадей $ABCQNUPA$ и AFP (гдѣ $QNUP$ — нагрузка, находящаяся на CP).

Проведемъ черезъ P , $Pg \parallel AF$, то $\triangle AFG = \triangle AFP$ слѣдовательно:

$$W = \gamma \cdot AFP = \gamma \cdot AFG$$

Опустимъ изъ F на AD перпендикуляръ Fr и положимъ $Fr = l$ то;

$$\triangle AFG = \overline{AG} \frac{l}{2}$$

слѣдовательно:

$$W = \gamma \cdot \overline{AG} \cdot \frac{l}{2}$$

Если черезъ G проведемъ $GH \parallel NP$, то

$$\frac{NP}{AN} = \frac{GH}{AG}$$

поэтому (по 2)

$$E = W \cdot \frac{gH}{Ag} = \gamma \cdot \left(\overline{AG} \cdot \frac{l}{2} \right) \frac{GH}{Ag} \text{ или}$$

$$W = \gamma \cdot \frac{gH \cdot l}{2};$$

Для исполненнаго на (чер. 18) примѣра получено:

$$W = 1600 \cdot \frac{2,45 \cdot 8,34}{2} = 16346 \text{ kgr. на 1 пог. mtr.}$$

Лежащее на стѣнкѣ земляное тѣло JKB причислено сполна къ кладкѣ, такъ какъ его вѣсъ и дѣйствующій на BK напоръ передаются прямо стѣнкѣ. Здѣсь поэтому принято, что давленіе получаетъ не стѣнка AK , но плоскость AB .

§ 5. Напоръ на многоугольныя и криволинейныя стѣнки.

1) **Многоугольная стѣнка.** Задняя сторона стѣнки (чер. 19-й) въ верхней части BC вертикальна, а въ нижней AB наклонена подъ угломъ α къ горизонтали; земляная поверхность ограничена плоскостью CD . Напоръ на стѣнку BC и соотвѣтствующій ему напорный треугольникъ, BCE получаются обыкновеннымъ способомъ. Приблизительно тотъ же способъ можно употребить и для стѣнки AB , представивъ себѣ ее продолженной до поверхности CD и опредѣливъ напоръ на AF и на BF ; напоръ на AB равенъ разности обоихъ послѣднихъ напоровъ. Для напора на BF полученъ напорный треугольникъ MJF ; напоръ на AB изобразится поэтому, трапеціей $KLMJ$.

Этотъ способъ даетъ достаточно точные результаты только тогда, когда пренебрегаемая земляная призма BCF сравнительно съ призмой максимальнаго напора AFG , достаточно мала, и направленія напоровъ D_1 и D_2 почти параллельны, т.-е. когда уголъ ABC приближается къ 180° . Въ противномъ случаѣ нужно для опредѣленія напора D_2 на AB употребить слѣдующій способъ (чер. 20).

Проводимъ линію естественнаго откоса AD и спрямляющую AE , такъ что $\triangle CJE = \triangle AJB$; строимъ также направляющую AM для части AB и — BN для части BC стѣнки (подъ угломъ 2φ къ нормали). Опредѣляемъ для стѣнки AE обыкновеннымъ способомъ плоскость сползанія AG . На призму максимальнаго давленія $ABCG$, отсѣченную этой плоскостью AG , дѣйствуютъ 4 уравновѣшивающіяся силы: напоры D_1 и D_2 , реакція R плоскости сползанія AG , и собственный вѣсъ G призмы. На этихъ силахъ построень замкнутый четырехугольникъ (чер. 20, а); въ немъ образуютъ G съ R уголъ $\eta - \varphi = \angle GAD$, а D_1 и D_2 уголъ φ съ нормальми къ CB и BA . Затѣмъ проводимъ: $GH \parallel AE$, $KH \parallel BN$, $FK \parallel MA$ и откладываемъ такія длины KH и FH , чтобы многоугольникъ $АНKF$ былъ подобенъ словому многоугольнику (чер. 20, а).

Получимъ:

$$\frac{D_1}{G} = \frac{KH}{AH}; \quad \frac{D_2}{G} = \frac{FK}{AH}$$

или, такъ какъ $G = \gamma \cdot AH \cdot \frac{l}{2}$ (гдѣ l длина перпендикуляра, опущеннаго изъ E на AH):

$$D_1 = G \cdot \frac{KH}{AH} = \gamma \cdot \frac{AH \cdot l}{2} \cdot \frac{KH}{AH} \text{ т.-е. } D_1 = \gamma \cdot KH \cdot \frac{l}{2}$$

Такимъ же образомъ получаемъ:

$$D_2 = \gamma \cdot FK \cdot \frac{l}{2}$$

Если напоръ D_1 , изобразимъ напорнымъ треугольникомъ CBO , то:

$$D_1 = \gamma \cdot BO \cdot \frac{h_1}{2};$$

поэтому

$$\frac{\gamma \cdot BO h_1}{2} = \gamma \cdot KH \cdot \frac{l}{2}.$$

откуда:

$$KH = \frac{h_1}{l} \cdot BO.$$

Опредѣливъ по этой формулѣ KH , можно построить длину KF и такимъ образомъ получить D_2 изъ выраженія $D_2 = \gamma \cdot \frac{l}{2} FK$. Напорная плоскость $QBSR$ для стѣнки AB получается по правилу уясненному въ (1) и (2) § 4.

2) Стѣнка криволинейная.

Кривую линію замѣняемъ многоугольной, по возможности совпадающей съ ней и опредѣляемъ напоръ на каждую сторону многоугольника по одному изъ двухъ предыдущихъ способовъ, смотря по характеру кривизны. На (чер. 21) это исполнено по первому (приближенному) способу. Построеніе указано для хорды AD криволинейной стѣнки ADB . Для опредѣленія дѣйствующаго на AD напора, продолжена прямая AD до встрѣчи съ поверхностью въ F и затѣмъ для земляного тѣла AFC опредѣленъ напоръ на AF и для тѣла FDC' ($DC' \parallel AC$) — напоръ на DF .

Получено: напоръ на AD , по отношенію къ единицѣ длины стѣнки:

$$D_2 = \gamma (\Delta GKO - \Delta G'K'O').$$

На чертежѣ 22 построеніе исполнено по болѣе точному способу, при слѣдующихъ данныхъ: наклонъ поверхности $BD = \frac{1}{8}$; уголъ естественнаго откоса $\varphi = 40^\circ$; вѣсъ 1 кв. mtr. земли $\gamma = 1800 \text{ klgr}$. Для

напора D_1 на BJ получено: $D_1 = \gamma \cdot \frac{d_1 h_1}{2} = 1800 \cdot \frac{0,8 \cdot 3,84}{2} = 2765 \text{ klg.}$

на 1 пог. mtr. Для давленія D_2 на JL имѣемъ:

LE_2 — спрямляющая линия, LG_2 — линия сползанія, l_2 — перпендикуляръ изъ E_2 на LD_2 .

$$G_2 H \parallel LE_2; KH \parallel JM_1; KH = \frac{h_1}{l} \cdot d_1; KF \parallel LM_2$$

$$D_2 = \gamma \cdot FK \cdot \frac{l_2}{2} = 1800 \cdot \frac{1,02 \cdot 4,8}{2} = 4406 \text{ klg. на 1 пог. mtr.}$$

Напоръ D_3 на AL :

AE_3 — спрямляющая линия, AG_3 — линия сползанія, — $G_3 P \parallel AE_3$; $QP \parallel JM$; $QP = \frac{h_1}{l_3} \cdot d_1$; $RQ \parallel LM_2$; $RQ = \frac{l_2}{l_3} \cdot FK$, $SR \parallel AM_3$ (l_3 — пер-

пендикуляръ изъ E_3 на AD_3) $D_3 = \gamma \cdot \frac{SR}{2} \cdot l_3 = 1800 \cdot \frac{0,9 \cdot 6,5}{2} = 5616 \text{ kgr.}$

на 1 пог. mtr. Точки приложенія силъ D_1 , D_2 , D_3 находятся на тѣхъ же высотахъ, что и центръ тяжести соответственныхъ площадей напора.

§ 6. Аналитическія формулы разчета.

Хотя графическимъ способомъ напоръ земли получается значительно скорѣе и не менѣе точно, чѣмъ аналитическимъ, но въ нѣкоторыхъ практическихъ случаяхъ бываетъ важно знать формулы, помощію которыхъ этотъ напоръ могъ бы быть вычисленъ.

Обозначимъ (чертежъ 23) черезъ

h — вертикальную высоту стѣнки,

h_1 — вертикальную высоту насыпи надъ стѣнкой, ограниченной съ боку плоскостью естественнаго откоса,

φ , γ , β и D имѣютъ прежнія значенія. При пренебреженіи сдѣвленіемъ матеріала:

$$1) D = \gamma \cdot \frac{(h + h_1)^2}{2} \cdot \frac{\text{Sin} \varphi}{\text{Sin} \varepsilon} \cdot \left[\sqrt{(\text{Cotg} \varphi - \text{Cotg} \varepsilon)} - \sqrt{(m - \text{Ctg} \varepsilon)} \right]$$

гдѣ $\varepsilon = \beta + 2\varphi$,

$$m = \text{Ctg} \beta + \left(\frac{h_1}{h + h_1} \right)^2 \cdot (\text{Ctg} \varphi - \text{Ctg} \beta).$$

По этой формулѣ получаемъ при $\varphi = 33^\circ$, $\beta = 90^\circ$.

$\frac{h_1}{h} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{D}{\gamma h^2} =$	0,158	0,182	0,200	0,217	0,228	0,240	0,251	0,262	0,272

$\frac{h_1}{h} =$	1	2	3	4	5	6	10	∞
$\frac{D}{\gamma h^2} =$	0,282	0,330	0,353	0,366	0,376	0,384	0,394	0,419

Для очень высоких насыпей $h = \infty$

$$2) D = \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sin^2(\beta - \varphi)}{\sin^2 \beta \cdot \sin(\beta + \varphi)}$$

При $\varphi = 33^\circ$, $\beta = 90^\circ$;

$$D = 0,419 \gamma h^2$$

Если поверхность горизонтальна ($h_1 = 0$), то

$$3) D = \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon} \left(\sqrt{\text{Ctg} \varphi - \text{Ctg} \varepsilon} - \sqrt{\text{Ctg} \beta - \text{Ctg} \varepsilon} \right)^2.$$

По этой формулѣ получаются при $\varphi = 33^\circ$ слѣдующія числа.

$\text{Ctg} \beta =$	0,3	0,2	0,1	0	— 0,1	— 0,2	— 0,3
$\frac{D}{\gamma h^2} =$	0,079	0,098	0,110	0,134	0,153	0,188	0,217

4) Если стѣнка вертикальна, то формула получаетъ видъ ($\beta = 90^\circ$, $h_1 = 0$)

$$D = \gamma \frac{h^2}{2} \frac{\cos \varphi}{(1 + \sin \varphi \sqrt{2})^2}.$$

5) Въ случаѣ когда поверхность — плоскость, наклонная къ горизонту подъ угломъ δ и стѣнка вертикальна, то

$$D = \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}}{\left[\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi} + \sqrt{2 \text{tg} \varphi (\text{tg} \varphi - \text{tg} \delta)} \right]^2}.$$

Эта формула даетъ слѣдующую таблицу:

$tg\varphi = 0.6$							$tg\varphi = 0.7$						
$tg\delta =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	
$\frac{D}{\gamma h^2} =$	0,143	0,155	0,169	0,187	0,205	0,255	0,125	0,134	0,144	0,157	0,173	0,199	

§ 7. Точка приложенія напора.

Точка приложенія напора получается простымъ образомъ изъ напорной плоскости. Положимъ, что линія напорной плоскости (чер. 24) имѣетъ видъ кривой $BGFC$; тогда на произвольный элементъ стѣнки, котораго ширина $ED = ds$, а длина равна 1, дѣйствуетъ напоръ

$$dD = \gamma EGFD = \gamma \cdot d\Omega$$

(Обозначивъ черезъ $d\Omega$ площадь $EGFD$).

Проведемъ черезъ точки A, D, E — стѣнки, прямыя $AC', DF', EG'...$ подъ угломъ естественнаго откоса φ къ нормали стѣнки и горизонтали $AC, DF, EG...$ до пересѣченія съ напорной кривою въ C, F, G и черезъ послѣднія точки — прямыя $CC' \parallel FF' \parallel GG' \parallel AB$, то элементъ $EDF'G'$ равновѣликъ $EDFG$ и слѣдовательно площадь $ABC' = ABC = \Omega$. Элементъ $EDF'G'$ представляетъ по величинѣ и направленію напоръ на ED и потому равнодѣйствующая D силъ напора, дѣйствующихъ на стѣнку AB , проходитъ черезъ центръ тяжести площади $ABF'C'A$ и параллельна AC' . Если обозначимъ черезъ β уголъ наклона стѣнки AB къ горизонтали, и черезъ z и y — разстоянія центровъ тяжести элементовъ $EG'FD$ и $EGFD$ отъ AC' и AC и черезъ z_0 и y_0 разстоянія центровъ тяжести площадей ABC и ABC' отъ AC' и AC , то $z_0 = \frac{1}{\Omega} \int z d\Omega$.

а такъ какъ

$$z = y \cdot \frac{\cos \varphi}{\sin \beta}$$

то

$$z_0 = \frac{\cos \varphi}{\sin \beta} \cdot \frac{1}{\Omega} \int d\Omega \cdot y.$$

Слѣдовательно высота точки приложенія P напора надъ AC

$$\Delta h = \frac{z_0}{\cos \varphi} \sin \beta = \frac{1}{\Omega} \int d\Omega \cdot y.$$

На точно такомъ же разстояніи отъ AC находится центръ тяжести площади ABC изъ чего слѣдуетъ: *при плоской стѣнкѣ точка приложенія напора находится на одинаковой высотѣ съ центромъ тяжести площади давленія.*

Когда стѣнка и поверхность земли плоскія, то площадь напора имѣетъ видъ треугольника, точка приложенія находится тогда на $\frac{1}{3}$ высоты стѣнки, считая отъ подошвы ея.

Если стѣнка плоская, но поверхность возвышается по ломаной или кривой линіи, то точка P находится немного выше, но при вертикальной стѣнкѣ она не поднимается выше $\frac{3}{8}h$, поэтому дѣлается незамѣтная ошибка, если и въ этомъ случаѣ она будетъ взята на $\frac{1}{3}h$.

Когда стѣнка ломаная или криволинейная, то предыдущее правило можетъ быть употреблено лишь для отдѣльныхъ частей, на которыя стѣна раздѣлена, такъ какъ въ этомъ случаѣ направленія напора на разныя части не параллельны между собою. Точка приложенія равнодѣйствующей получается тогда всего проще помощію веревочнаго многоугольника.

Съ достаточной для практики точностью точка приложенія напора можетъ быть опредѣлена слѣдующимъ образомъ: положимъ, что AB (чер. 25) стѣнка, BD —земляная поверхность, TO —линія равномерной нагрузки, AK —линія сползанія для высоты $AT=h_1+h$; для другой высоты aT —линія сползанія $am \parallel AK$, а для высоты BT она дана прямой $Bn \parallel AK \parallel am$. Если слѣдовательно, раздѣлимъ AB въ точкахъ 1, 2, 3 и т. д. на нѣкоторое число равныхъ частей и проведемъ прямыя $1,1'$, $2,2'$... $\parallel AK$, то онѣ представляютъ линію сползанія для высотъ $1T$, $2T$... Напоръ на высоту $A1$ —будетъ поэтому зависѣть отъ призмы $AK1'1$ т.-е. отъ разности призмъ AKT и $11'T$, и точно также напоръ на высоту 12 , которая равна разности высотъ $1T$ и $T2$, будетъ зависѣть отъ призмы $11'2'2$, которая равна разности призмъ $11'T$ и $22'T$. Полное давленіе на высоту AB равно $TA—TB$ будетъ равнодѣйствующая давленій на элементы $A1$, 12 ,... т.-е. будетъ зависѣть отъ суммы площадей $(AK1'1)(11'2'2)$... Эти суммы равны трапеціи $AKnB$; равнодѣйствующая проходитъ поэтому черезъ ея центръ тяжести G , и $\parallel AK$. Такимъ образомъ получимъ напоръ соотвѣтствующій призмѣ $AKnB$, и его нужно сложить съ напоромъ призмы BTn . Такъ какъ послѣдняя сползаетъ вдоль Bn , то можно ее разсматривать какъ клинъ, давящій на точку B (чер. 25a) точка приложенія этого давленія, которое параллельно AK , находится поэтому въ B . Сложеніе произведено (на чер. 25b) помощію веревочнаго многоугольника abc (чер. 25,b); полюсъ его силового многоугольника (чер. 25c) означенъ буквой π (длины 01 и 12 пропорціональны площадямъ BTn и $BnKA$, которыя приняты за силы 1 и 2, дѣйствующія въ точкахъ B и G параллельно AK); прямая SE проведенная черезъ точку пересѣченія S крайнихъ сторонъ a и c параллельно AK , даетъ на стѣнкѣ AB искомую точку приложенія напора въ t .

Представленный на (чер. 26) случай отличается отъ предыдущаго тѣмъ, что плоскость сползанія Bn для высоты BT не параллельна плоскости сползанія AK для $ABnK$. Для опредѣленія точки приложенія t , находимъ сначала плоскости сползанія AK и Bn , затѣмъ площади BTn и $BnKA$ и центръ тяжести послѣдней G . Въ B —дѣйствуетъ сила 1 по направленію Bn , пропорціональная площади BTn , а въ G —сила 2 параллельная AK и пропорціональная $ABnK$. На этихъ силахъ построенъ силовой многоугольникъ (чер. 26,a) и веревочный, $a_1b_1c_1$; прямая st проведена параллельно равнодѣйствующей V ,

Примѣчаніе. Центръ тяжести четырехугольника получается всего проще слѣдующимъ образомъ: (чер. 27) черезъ вершины a и b проводимъ прямыя as и $bs \parallel$ діагоналямъ ab и ac до пересѣченія въ точкѣ S ;

противоположную сторону dc дѣлимъ на 3 равныя части въ точкахъ 1 и 2, проводимъ $1z \parallel ds$ и $2z \parallel cs$ до пересѣченія въ точкѣ z , которая есть искомый центръ тяжести.

Случай, когда поверхность возвышается надъ стѣнкой. Если поверхность выше стѣнки имѣетъ ломаный видъ BNK (чер. 28), то опредѣливъ линію сползанія AK , проводимъ $Nn \parallel AK$. Напоръ производимый трапеціей $AKNn$ проходитъ чрезъ ея центръ тяжести z и $\parallel AK$; напоръ отъ треугольника nBN тоже $\parallel AK$ (такъ какъ онъ $\parallel Nn$) и проходитъ черезъ центръ тяжести треугольника nNB ($nd = \frac{1}{3}nB$). Для полученія точки приложенія напора нужно поэтому найти равнодѣйствующую параллельныхъ силъ $s1$ и $z2$, которыя пропорціональны площадямъ nNB и $nNKA$.

На насыпь дѣйствуетъ равномерная нагрузка ef . Опредѣлимъ (чер. 29) линію сползанія AK и черезъ начало нагрузки N проведемъ $nNC \parallel AK$. Напоръ можно разсматривать, какъ равнодѣйствующую 3-хъ силъ $\parallel AK$ изъ которыхъ: сила 1—пропорціональна площади треугольника BnN и проходитъ черезъ его центръ тяжести. Сила 2—пропорціональна площади треугольника NfC и приложена въ точкѣ N , а сила 3—пропорціональна трапеціи $AKCn$ и проходитъ черезъ центръ тяжести Z . Равнодѣйствующая этихъ 3-хъ силъ получается всего проще помощію веревочнаго многоугольника.

Хотя эти графическіе способы опредѣленія точки приложенія напора менѣе точны, чѣмъ указанный ранѣе способъ напорной плоскости, но они даютъ практически достаточно точные результаты и отличаются большою простотой.

§ 8. Расчетъ подпорныхъ стѣнокъ.

Будемъ разсматривать стѣнку длиною $= 1$ (чер. 30). На произвольное сѣченіе DB_1 стѣнки дѣйствуютъ слѣдующія вѣщныя силы:

- 1) вѣсъ верхней части ея, лежащей на DB_1 , эта сила вертикальна;
- 2) напоръ E земли на эту верхнюю часть;
- 3) нагрузка D стѣнки (если таковая имѣется).

Пусть R — равнодѣйствующая этихъ силъ по величинѣ и положенію. Предполагая, что вѣсѣ силы (или ихъ равнодѣйствующія) находятся въ средней плоскости EF_1 (чер. 30, а), то и общая равнодѣйствующая R — находится въ этой плоскости. Такимъ образомъ имѣемъ: плоскость силъ EF_1 есть плоскость симметріи стѣнки. Сила R (чер. 30) не перпендикулярна къ сѣченію DB , и вообще не проходитъ черезъ его центръ тяжести. Легко узнать, что такому случаю соответствуетъ сопротивленіе изгиба и что проходящая черезъ центръ тяжести M нейтральная ось перпендикулярна къ EF_1 . Такъ какъ силовой линіей есть главная ось EF_1 , то нейтральная ось—есть вторая главная ось. Разложимъ R на нормальную слагающую N и касательную T . (параллель-

то-есть напряженіе по AD будетъ вдвое больше, чѣмъ оно было бы при равномерномъ распредѣленіи давленія N , которое имѣло бы мѣсто, если бы равнодѣйствующая R — проходила черезъ центръ тяжести M сѣченія ($e=0$). Если бы форма сѣченія стѣнки не имѣла видѣ прямоугольника, или силовая линія не совпадала бы съ осью симметріи, то для того, чтобы можно было опредѣлить, при какомъ положеніи точки приложенія равнодѣйствующей R будетъ во всѣхъ точкахъ сѣченія дѣйствовать одно сжатіе, было бы нужно построить ядро сѣченія. Для прямоугольника ядро имѣетъ видѣ ромба (чер. 30,с), котораго вершины находятся на осяхъ симметріи въ разстояніяхъ $\frac{1}{6}b$ и $\frac{1}{6}a$ отъ центра

прямоугольника. Когда точка приложенія находится внутри ромба, то во всѣхъ точкахъ прямоугольника дѣйствуетъ сжатіе; когда она находится на периметрѣ ромба, то давленіе въ нѣкоторыхъ точкахъ прямоугольника $= 0$, а если оно находится внѣ ромба, то въ нѣкоторыхъ мѣстахъ сѣченія дѣйствуетъ растяженіе. Если поѣтому въ швахъ кладки не должно быть растяженія, то ей необходимо дать такой профиль, чтобы точка приложенія равнодѣйствующей шва находилась внутри его ядра.

Для прямоугольнаго сѣченія это условіе будетъ исполнено, когда точка приложенія находится внутри средней трети шва.

Дѣйствіе касательной слагающей (чертежъ 32) состоитъ въ томъ, что она стремится сдвинуть верхнюю часть кладки вдоль сѣченія. Предѣлъ равновѣсія по отношенію къ этому дѣйствію (какъ сказано въ § 1) будетъ тогда, когда $\alpha = \varphi$ (гдѣ α — уголъ равнодѣйствующей шва съ его нормалью и φ — уголъ тренія кладки о кладку). Происходящія при этомъ въ разныхъ точкахъ сѣченія скальвающие напряжения τ могутъ быть приняты пропорціональными нормальнымъ напряженіемъ σ . При такомъ предположеніи полныя давленія въ отдѣльныхъ точкахъ сѣченія, т.-е. равнодѣйствующая изъ σ и τ) будутъ $\parallel$ между собою, а изъ равновѣсія слѣдуетъ, что онѣ должны быть параллельны главному давленію R .

Изъ послѣдняго условія получаемъ (чер. 32) $\tau = \sigma \tan \alpha$. Поѣтому (чер. 30,а) сдвигающее напряженіе (отнесенное къ единицѣ площади) вдоль ребра AD :

$$\tau_1 = n_1 \tan \alpha = \frac{N}{b} \tan \alpha \left(1 + \frac{6e}{b} \right);$$

или, такъ какъ:

$$N = R \cos \alpha$$

то:

$$\tau_1 = \frac{R}{b} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \sin \alpha.$$

и для ребра CB :

$$\tau_2 = \frac{R}{b} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) \sin \alpha \quad (\text{чер. 30,а}).$$

Элементы ребра AD испытываютъ, поэтому косыя напряжения.

$$S_1 = \sqrt{n_1^2 + \tau^2},$$

т.-е.

$$S_1 = \frac{R}{b} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \dots \dots \dots (1)$$

а элементы ребра CB :

$$S_2 = \frac{R}{b} \left(1 - \frac{6e}{b} \right) \dots \dots \dots (2)$$

§ 9. Условія устойчивости подпорной стѣнки.

Стѣнка должна быть построена такимъ образомъ, чтобы ни въ какой части ея не могло имѣть мѣсто ни скольженіе (сдвигъ), ни вращеніе (опрокидываніе) и чтобы давленіе на кладку не превышало безопаснаго давленія ея.

Часто ставятъ также условіе: чтобы ни въ какомъ мѣстѣ стѣнки не дѣйствовало растяженіе. Эти условія будутъ удовлетворены, если: 1) равнодѣйствующая всякаго шва образуетъ съ нормалю послѣдняго уголъ, меньшій угла тренія. 2) эта равнодѣйствующая не выходитъ изъ ядра шва*) и 3) напряженіе кладки нигдѣ не превышаетъ допускаемаго напряженія. Если для разныхъ швовъ 00, 1.1, 2.2 стѣнки построимъ соотвѣтственные имъ равнодѣйствующія, то линія, образованная этими равнодѣйствующая R_0, R_1, R_2 (Чер. 33) называется *линіей давленія*, а линія, образованная точками $a, b, c, \dots$, въ которыхъ эти равнодѣйствующія встрѣчаютъ соотвѣтственные швы, — *опорной линіей*. Изъ предыдущихъ условій слѣдуетъ, что при прямоугольномъ сѣченіи стѣнки желательно (но не необходимо), чтобы опорная линія не выходила изъ средней трети. Стѣнка можетъ считаться достаточно прочной и тогда, когда равнодѣйствующая выходитъ изъ средней трети, если только максимальное напряженіе не превышаетъ допускаемаго. Если въ этомъ случаѣ (чер. 34) разстояніе точки приложенія t отъ ближайшаго ребра M обозначимъ черезъ m и сдѣлаемъ $Mr = 3m$, то напряженіе въ точкѣ p равно 0, а въ точкѣ M :

$$S_1 = \frac{2R}{3m}.$$

Для безопасности должно быть:

$$\frac{2R}{3m} \leq K,$$

гдѣ K — допускаемое напряженіе сжатія.

*) Отклоненія отъ этого условія часто опускаются.

Часть pN сѣченія, которой въ этомъ случаѣ соотвѣтствуетъ растя-
женіе, бездѣйствуетъ и вся нагрузка уравнивается частью Mp . За
допускаемое напряженіе K можно принять для:

- 1) обыкновенной кирпичной кладки на известковомъ растворѣ: 8 klg.
на 1 см.²;
- 2) лучшая кирпичная кладка на цементномъ растворѣ: 11 klg. на
1 см.²;
- 3) самая лучшая клинкерная кладка на цементномъ растворѣ — 14
kg. на 1 см.²;
- 4) бутовая кладка — 10—15 klg. на 1 см.²;
- 5) кладка изъ тесоваго камня — 15—26 klg. на 1 см.²;
- 6) основаніе на прочномъ пескѣ, гравіи и т. п. 57 klg. на 1 см.²;
- 7) основаніе на хорошемъ грунтѣ: 1,5—2,5 klg. на 1 см.²;
- 8) основаніе на мягкой скалѣ — 10 klg. на 1 см.².

§ 10. Размѣры подпорной стѣнки при условіи, что линія давленія проходитъ черезъ среднюю треть швовъ.

Мы предполагаемъ, что стѣнка имѣетъ форму трапеціи $CEAB$
(чер. 35) и ея швы наклонены подъ угломъ ω къ горизонту; задняя сто-
рона CB составляетъ съ направлениемъ швовъ уголъ δ . Толщину стѣнки
въ разстояніи y отъ верха обозначимъ черезъ x . Часть $ABCE$ стѣнки,
длиной $= 1$, находится въ равновѣсіи подъ дѣйствіемъ вѣса ея Q , на-
пора D и реакціи R шва AB , послѣдняя должна поэтому быть равна
и противоположна равнодѣйствующей изъ Q и D , которая проходитъ
черезъ точку P . Чтобы не было растяженія должно $AP = \frac{1}{3}AB$. Условіе
равновѣсія моментовъ по отношенію къ точкѣ B даетъ:

$$R \cos \beta \cdot \frac{2}{3}b = D \cos \varphi \cdot d + Qf \dots \dots \dots (I)$$

Такъ какъ трапеція $AECB$ можетъ быть разложена на средній
прямоугольникъ и два боковые треугольника съ основаніями a_1 и a_2 , то
вѣсъ Q можно разсматривать какъ сумму вѣсовъ: $Q = W_1 + W_2 + W_3$
трехъ призмъ, которыхъ основанія эти треугольники и прямоугольникъ,
а высота $= 1$. Каждый изъ вѣсовъ W разложимъ на слагающую p , па-
раллельную AB , и перпендикулярную къ ней слагающую q ; моментъ Qf
будетъ такимъ образомъ равняться суммѣ моментовъ силъ $p = W \sin \omega$
и $q = W \cos \omega$ т.-е.

$$Qf = \left[(W_1 \cos \omega) \left(x - \frac{2}{3}a_2 \right) - (W_1 \sin \omega) \frac{y}{3} \right] + \left[(W_2 \cos \omega) \left(a_1 + \frac{x - a_1 - a_2}{2} \right) - \right. \\ \left. - (W_2 \sin \omega) \frac{y}{2} \right] + \left[(W_3 \cos \omega) \frac{2}{3}a_1 - (W_3 \sin \omega) \frac{y}{3} \right]$$

и такъ какъ $W_1 = \gamma \cdot \frac{a_2 y}{2}$; $W_2 = \gamma (x - a_1 - a_2) y$; $W_3 = \gamma \cdot \frac{a_1 y}{2}$;

гдѣ γ — вѣсъ кб. ед. кладки, то:

$$Qf = \gamma \cdot \frac{a_2 y}{2} \left[\left(x - \frac{2}{3} a_2 \right) \cos \omega - \frac{y}{3} \sin \omega \right] + \gamma (x - a_1 - a_2) y \left[\frac{(x + a_1 - a_2) \cos \omega - \frac{y}{2} \sin \omega}{2} + \gamma \frac{a_1 y}{2} \left(\frac{2}{3} a_1 \cos \omega - \frac{y}{3} \sin \omega \right) \right];$$

и послѣ соотвѣтственнаго сокращенія:

$$Qf = \gamma \cdot \frac{y}{2} \cos \omega \left[x^2 - x(a_2 + y \operatorname{tg} \omega) + \frac{a_2^2 - a_1^2}{2} + \frac{2}{3} y(a_1 + a_2) \operatorname{tg} \omega \right];$$

Кромѣ того имѣемъ:

$$Q = \gamma \cdot \frac{y}{2} (2x - a_1 - a_2);$$

$$R \cos \beta = D \cos (\delta - \varphi) + Q \cos \omega.$$

Слѣдовательно по (I).

$$\left[D \cos (\delta - \varphi) + Q \cos \omega \right] \frac{2}{3} x = D d \cos \varphi + Qf \dots (a)$$

и подставивъ для Q и Qf — значенія имѣемъ:

$$\frac{2}{3} x \left[D \cos (\delta - \varphi) + (2x - a_1 - a_2) \gamma \cdot \frac{y \cos \omega}{2} \right] = D d \cos \varphi + \gamma \frac{y \cos \omega}{2} \left[x^2 - x(a_2 + y \operatorname{tg} \omega) + \frac{a_2^2 - a_1^2}{2} + \frac{2}{3} y(a_1 + a_2) \operatorname{tg} \omega \right].$$

Рѣшая это уравненіе по x , получимъ

$$x^2 + \left[a_2 - 2a_1 + 3y \operatorname{tg} \omega + \frac{4D \cos (\delta - \varphi)}{\gamma y \cos \omega} \right] x = a_2^2 - a_1^2 + 2y(a_1 + a_2) \operatorname{tg} \omega + \frac{6D d \cos \varphi}{\gamma y \cos \omega} \dots \dots \dots (II^*)$$

Давленіе вдоль ребра B :

$$S = \frac{2R \cos \beta}{x} = \frac{2}{x} \left[D \cos (\delta - \varphi) + Q \cos \omega \right] \dots \dots \dots (III).$$

*) Если сѣченіе стѣнки — трапеція, задняя плоскость которой вертикальна и передняя имѣетъ наклонъ $1 : \frac{1}{n}$ и при томъ швы горизонтальны $a \varphi = 33^\circ$, то $\omega = 0^\circ$; $\delta = 90^\circ$; $\sin (\delta - \varphi) = \cos \varphi = 0,839$; $\cos (\delta - \varphi) = \sin \varphi = 0,545$; $a_1 = 0$; $a_2 = \frac{y}{n}$; n бываетъ $= 5$ — 20 , т.е. $\frac{1}{n} =$ отъ $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{20}$.

По уравненію (III) можно опредѣлить максимальную высоту, какую может имѣть стѣнка данной толщины, при условіи, чтобы давленіе вдоль наружнаго ребра не превышало допускаемаго. Для этого нужно выразить напоръ D , толщину x стѣнки и вѣсъ Q въ функціи высоты y . Такъ напр., если стѣнка вертикальна, постоянной толщины b , при высотѣ h , поверхность земли горизонтальна, $\varphi = 33^\circ$ и вѣсъ кладки равенъ вѣсу земли, то:

$$D = 0,134\gamma h^2; \quad b = 0,35h$$

$\sin 33^\circ = 0,545$ и такъ какъ $\delta = 90^\circ$; $\omega = 0$ то

$$s = \frac{2}{b} \left(0,134\gamma h^2 \sin \varphi + \gamma b h \right) = 2\gamma \left(\frac{0,134 \sin \varphi}{0,35} + 1 \right) h$$

откуда:

$$h = 0,414 \frac{s}{\gamma}.$$

Для кирпичной кладки можно взять $S = 8$ klg. на $1 \text{ cm}^2 = 80000$ klg. на 1 mtr. и $\gamma = \gamma_1 = 1600$ klg. и поэтому $h = 209 \text{ mtr.}$; допускаемая высота получается для бутовой кладки при $S = 100000$ и $\gamma = 1800 = \gamma_1$. Изъ этого примѣра видимъ, что высота, при которой напряженіе стѣнки можетъ превысить безопасное (при предположеніи, что равнодѣйствующая проходить черезъ среднюю треть шва) довольно значительна.

По уравненію (II) можно опредѣлить для разной высоты y , такую толщину x , при которой равнодѣйствующая R проходить черезъ среднюю треть шва; максимальное напряженіе S шва вычисляется тогда по формулѣ (III). Обыкновенно получается при этомъ S меньше допускаемаго напряженія, изъ чего слѣдуетъ, что толщина могла бы быть взята меньшей, чѣмъ даетъ уравненіе (III), что, поэтому, получилось бы сбереженіе матеріала, если бы: толщина шва была опредѣлена такимъ образомъ, чтобы его максимальное напряженіе S равнялось допускаемому напряженію. Пусть (чер. 36) t — точка черезъ которую проходитъ равнодѣйствующая R нѣкотораго шва AB и разстояніе ея отъ передняго ребра $A = e$ — меньше $\frac{1}{3} x$, гдѣ $x = AB$. Если отложимъ $t\varphi = 2e$, то напряженіе въ φ и во всѣхъ точкахъ части $\varphi B = 0$, а напряженіе въ $A = \frac{2R \cos \beta}{3e}$; по условію должно:

$$\frac{2R \cos \beta}{3e} = K$$

(K — допускаемое напряженіе)

и такъ какъ

$$R \cos \beta = D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos \omega$$

то

$$K = \frac{2}{3e} [D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos \omega]$$

откуда

$$e = \frac{2}{3} [D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos \omega] \frac{1}{K}$$

и слѣдовательно толщина $A\varphi = 3e$. При этой толщинѣ напряженіе не будетъ выше допускаемаго, но условіе устойчивости требуетъ, чтобы стѣнка не могла быть опрокинута, вслѣдствіе чего дѣйствительная толщина ея x должна удовлетворять условію равновѣсія моментовъ, т.-е. должно (чер. 35).

$$[D \cos(\delta - \varphi) + Q \cos \omega] (x - e) = D \cos \varphi \cdot d + Qf \dots (\beta)$$

Это уравненіе отличается отъ уравненія (а) только тѣмъ, что множитель лѣваго члена, который въ уравненіи (а) равенъ $\frac{2}{3}x$ въ уравненіи (β) замѣненъ множителемъ $(x - e)$, который больше $\frac{2}{3}x$.

Ур-іе (β) даетъ поэтому меньшую толщину чѣмъ уравненіе (2).

Частный случай. Если сѣченіе — прямоугольникъ, шириной x и высотой y то

$$\delta = 90^\circ, \omega = 0, Q = \gamma \cdot xy; d = \frac{y}{3};$$

$$e = \frac{2}{3k} D \sin \varphi + \frac{2}{3k} \gamma_1 xy$$

(γ_1 — вѣсъ кб. единицы кладки)

$$(D \sin \varphi + \gamma_1 xy)(x - e) = \frac{y}{3} D \cos \varphi + \frac{1}{2} \gamma_1 xy^2.$$

Если въ это уравненіе подставимъ для e — его значеніе, то послѣ соответственнаго приведенія получимъ:

$$x^2 + \frac{2D \sin \varphi}{\gamma_1 y} x = \frac{2D}{\gamma_1 y \left(1 - \frac{4\gamma_1 y}{3k}\right)} \left(\frac{y}{3} \cos \varphi + \frac{2D}{3k} \sin^2 \varphi \right) \dots (IV)$$

При горизонтальной поверхности безъ насыпи — $D = 0,134 \gamma y^2$.

Напр. при $y = 10$ mtr. $\gamma = \gamma_1 = 1000$ klg., $k = 80000$ klg. на 1 mtr.².

$$x = -0,73 + 10 \sqrt{0,005 + 0,366(0,279 + 0,005)} = 2,57 \text{ mtr.}$$

$$e = \frac{2}{3 \cdot 80000} \left(0,134 \gamma y^2 \sin \varphi + \gamma_1 xy \right) =$$

$$\frac{1}{120000} (0,134 \cdot 1600 \cdot 100 \cdot 0,545 + 1600 \cdot 10 \cdot 257) = 0,44 \text{ mtr.}$$

Слѣдовательно сопротивление проявляет (чер. 37) только часть AG шва AB , которая равняется $3,0,44 - 1,32 \text{ mtr.}$ на протяженіи $BG = 2,57 - 1,32 = 1,25 \text{ mtr.}$ давление $= 0$.

§ 11. Опредѣленіе наиболѣе выгоднаго профиля подпорной стѣнки.

Стѣнка не можетъ получить въ каждомъ мѣстѣ точно расчетную толщину, такъ какъ атмосферныя вліянія и размѣры камней обуславливаютъ нѣкоторую минимальную толщину, которую она получаетъ въ верхней части ея. При употребленіи камня, *толщину сверху дѣлаютъ не меньше 0,6 до 0,75 mtr.* и наименьшая толщина кирпичныхъ стѣнокъ — 2 кирпича (12 вершковъ или 54 *stm.*). Высота, на протяженіи которой толщина стѣнки можетъ быть минимальной, получается по уравненію (III) § 10.

Положимъ, что профиль стѣнки — прямоугольникъ $ABCD$, (чер. 38,a) размѣры котораго опредѣлены такимъ образомъ, что равнодѣйствующая R — проходитъ черезъ точку E , отстоящую отъ A на разстояніи $\frac{2}{3}AD$. Вѣсь Q_2 части $EFCD$, стѣнки находящейся слѣва вертикали, проходящей черезъ E , вращаетъ по отношенію къ E — въ ту же сторону, что и напоръ, между тѣмъ, какъ вѣсь Q_1 находящейся справа EF части кладки, вращаетъ въ противоположную сторону, поэтому: *устойчивость стѣнки будетъ увеличена, если Q_2 уменьшимъ и Q_1 увеличимъ.* Это можно исполнить различнымъ образомъ:

1) посредствомъ поворота стѣнки около E , по направленію къ земляной массѣ (чер. 38b, стѣнка $BADC$), но такъ, чтобы проведенная черезъ центръ тяжести вертикаль встрѣчала основаніе AD ; 2) уменьшить профиль $ABCD$ (чер. 38,c) на треугольникъ DCF и прибавить къ нему ΔABB_1 ; 3) отнять ΔDCF (чер. 38,k) то-есть уменьшить Q_2 не измѣняя Q_1 , такъ что передняя часть стѣнки будетъ откосной; 4) переднюю часть стѣнки ограничиваемъ ломанной DGF (чер. 38,d), причемъ точку G принимаемъ такъ, чтобы равнодѣйствующая шва GH встрѣчала этотъ шовъ въ разстояніи $\frac{1}{3}HG$ отъ G . Вмѣсто ломанной DGF можно стѣнку ограничить кривой DKF (чер. 38,f), касательной къ FE . 5) срѣзать стѣнку внизу наклонной плоскостью HI (чер. 38,g). (Чер. 38,h) изображаетъ стѣнку, представленную на (чер. 38,d), но срѣзанную внизу по HI . Если ломанныя линіи FGD и BHI (чер. 38,k), замѣнимъ касательными къ нимъ кривыми, то получимъ, такъ называемый *англійскій профиль*. Часто насыпь начинается (чер. 38,i) не у задняго верхняго ребра B , но у передняго D . Такая стѣнка требуетъ немного болѣе матеріала, потому, что напоръ на нее зависитъ не отъ высоты AB , но отъ высоты $AC = AB + BC$.

§ 12. Направленіе швовъ и линія давленія.

Швы должны имѣть такое направленіе, чтобы нигдѣ не могло происходить скользянія, т.-е. равнодѣйствующая всякаго шва должна образовывать съ нормалью его уголъ не большій угла тренія. Правильное направленіе швовъ получается всего проще графически, посредствомъ построения линіи давленія; эта линія даетъ также наглядное представленіе объ устойчивости стѣнки, поэтому опредѣленіе ея имѣетъ важное практическое значеніе.

Аналитическое опредѣленіе линіи давленія.

Аналитическій способъ опредѣленія линіи давленія требуетъ очень сложныхъ выводовъ, поэтому для практики мало пригоденъ, вслѣдствіе чего будетъ указанъ лишь въ принципѣ. Пусть bvc (чер. 39) искомая линія давленія, пересѣкающая нѣкоторый шовъ mn въ точкѣ V , въ разстояніи $n = VS'$ отъ центра тяжести этого шва. Изъ свойства линіи давленія слѣдуетъ, что черезъ V — проходитъ равнодѣйствующая R всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на mn т.-е. вѣса Q кладки $pqmnt$ и напора D . Если разстояніе шва mn отъ вершины кладки обозначимъ черезъ y , а ширину его черезъ x , то изъ условія равновѣсія моментовъ по отношенію къ v , имѣемъ:

$$Qn + D \sin \varphi \left(n + \frac{x}{2} \right) = D \cos \varphi \frac{y}{3}$$

откуда:

$$n = \frac{\frac{y}{3} \cos \varphi - \frac{x}{2} \sin \varphi}{\frac{Q}{D} + \sin \varphi}$$

и такъ какъ

$$Q = \gamma_1 xy;$$

$$D = \gamma \cdot \frac{y^2}{2} \cdot E$$

слѣдовательно:

$$\frac{Q}{D} = \frac{2}{E} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma} \cdot \frac{x}{y}$$

то:

$$n = \frac{\frac{y^2}{2} \cos \varphi - \frac{yx}{2} \sin \varphi}{\frac{2}{E} \frac{\gamma_1}{\gamma} x + y \sin \varphi}.$$

Въ этомъ уравненіи n и y суть координаты линіи давленія и оно представляетъ гиперболу, если $\varphi = 90^\circ$; для $\varphi = 0$ (напоръ дѣйствуетъ нормально на стѣнку), уравненіе это выражаетъ параболу.

Графическое опредѣленіе линіи давленія.

Линія давленія подпорной стѣнки скошеннаго внизу профиля.
Швы горизонтальны. (чертежъ 40-й). Дѣлимъ профиль и соотвѣтствующую ему напорную плоскость на части равной высоты прямыми $\parallel$ -ми швамъ. Горизонтальныя среднія линіи этихъ частей принимаемъ (соотвѣтственно) за вѣса ихъ и за напоры земли въ случаѣ, когда $\gamma = \gamma_1$; въ противномъ случаѣ ширины напорной плоскости должны быть измѣнены въ отношеніи вѣса земли къ вѣсу кладки. При опредѣленіи полезно исходить отъ точки перелома K задней поверхности стѣнки, такъ какъ тогда не получаются сложныя фигуры; лежащую на обрѣзѣ землю причисляемъ къ кладкѣ. Если при этомъ высота одной части получится равной W_1 , а высота остальныхъ будетъ W , то среднюю ширину первой измѣняемъ въ отношеніи $\frac{W_1}{W}$, для того, чтобы ее привести къ общей единицѣ. Помощію этихъ среднихъ линій строимъ силовой многоугольникъ (черт. 40а). Такъ какъ здѣсь высота верхней части $W_1 = 1,7$, а высота остальныхъ $W = 2,0$, то средняя линія первой части профиля кладки и средняя линія первой части напорной плоскости уменьшены въ отношеніи 1,7 : 2. Напорная линія построена при предположеніи, что поверхность земли горизонтальна, уголъ $\varphi = 33^\circ$ и вѣсъ γ — одного куб. mtr. земли равенъ вѣсу γ 1 куб. mtr. кладки = 1800 klg. На (чер. 40,а) представляютъ: QI — среднюю линію напорнаго треугольника (напоръ на G); I — вѣсъ части gGF ; $1II$ — напоръ на GK ; $II2$ — вѣсъ $FGKJ$, $2III$ — напоръ на KN ; $III3$ — вѣсъ $JKNL$. Точки приложенія S_1, S_2, S_3 напоровъ находятся на высотѣ центровъ тяжести напорныхъ трапецій; силы $1I, 2II, 3III$ образуютъ съ нормальми къ стѣнкѣ углы $\varphi = 33^\circ$.

Слагаемъ сначала напоръ I съ вѣсомъ 1, равнодѣйствующая AM_1 проходитъ черезъ точку A , въ которой пересѣкаются S_1I и $A1$, и параллельна $Q1$; ея пересѣченіе со швомъ FG даетъ точку опорной линіи M_1 . Эту равнодѣйствующую AM_1 слагаемъ съ напоромъ II , для чего продолжимъ AM_1 до пересѣченія съ S_2II въ B и черезъ B проводимъ $BC \parallel QII$. Силу BC (т.-е. силу QII) слагаемъ съ вѣсомъ $II2$, для чего черезъ точку C , въ которой BC пересѣкаетъ $C2$, проводимъ $CD \parallel Q2$; точка M_2 , въ которой CD встрѣчаетъ шовъ JK есть вторая точка опорной линіи. Затѣмъ складываемъ CD съ напоромъ III , проводимъ черезъ точку пересѣченія CD съ $III S_3$, $DE \parallel QIII$ до пересѣченія съ вѣсомъ 3 въ E , и черезъ E — $EM_3 \parallel Q3$ получаемъ на LN точку M_3 черезъ которую проходитъ равнодѣйствующая всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на стѣнку. Чтобы получить нормальное давленіе N на основаніе LN (по отношенію къ одному пог. mtr. стѣнки), разлагаемъ силу $Q3$, на горизонтальную слагающую $3V$ и вертикальную QV . Число килограммовъ, которое содержитъ QV (т.-е. сила N) получится, если опредѣлимъ вѣсъ какой-нибудь части кладки и сравнимъ его съ той длиной, которая представляетъ его на (чер. 40,а). Такъ напримѣръ вѣсъ 2-й части $FGKJ$ —

$= 2 \cdot 1,28 \cdot 1800 \text{ klg.}$, а длина $II_2 = 12,8^m/m$, поэтому 1 пог. $^m/m$, соответствует:

$$\frac{2 \cdot 1,28 \cdot 1800}{12,8} = 360 \text{ klg.}$$

такъ какъ $QV = 45,4^m/m$, то нормальное давленіе $N = 45,4 \times 360 = 16344 \text{ klg.}$ Максимальное напряженіе S_1 вычисляется по формуламъ (1) § 8.

Линія давленія подпорной стѣнки съ наклонными швами. Форма профиля (Чер. 42) **трапеція $ABCD$.** Вершина ея засыпана на высоту $EC = 1,5 \text{ mtr.}$ Принимаемъ $\varphi = 33^\circ$; $\gamma = 1800 \text{ kgr.}$ $\gamma_1 = 2400 \text{ kgr.}$ (въсь 1 кб. mtr. обыкновенной бутовой кладки), задняя поверхность CB стѣнки вертикальна, поверхность земли имѣетъ естественный откосъ $1\frac{1}{2}$.

Передняя поверхность AD стѣнки имѣетъ наклонъ $\frac{1}{3}$, а швы перпендикулярны къ AD . Если $\triangle CDE$ причислимъ къ стѣнкѣ, то получимъ приведенный къ кладкѣ напорный треугольникъ EBF , котораго высота $h = 10 \text{ mtr.}$, а основаніе $BF = \frac{\gamma}{\gamma_1} \cos \varphi$; $BF = \frac{3}{4} \cdot 0,832h =$

$= 0,624h$; часть ECH этого треугольника должна быть отнесена къ земляному тѣлу DCE , а часть $CHFB$ — къ стѣнкѣ CB . $\triangle EBF$ превращаемъ въ другой EBG ($FG \parallel EB$) котораго сторона BG образована продолженіемъ основанія AB стѣнки; дѣлимъ CB на равныя части и черезъ точки дѣленія проводимъ прямыя параллельныя AG , которыя раздѣляютъ площадь $DCBA$ стѣнки и соответствующую ей напорную площадь $CBGH$ на части равной высоты. На (чер. 42) эти площади раздѣлены на 2 части высотой 4 mtr. каждая. Такимъ образомъ получены, включая $\triangle DCE$ и его напорный ECH , три въса и 3 напора. Въса 2 и 3 и напоры II и III изображаемъ въ силовомъ многоугольникѣ соответственными средними линіями OI , II , III , PI_2 ... Для напора I и въса 1 среднія линіи треугольниковъ CED и CEH уменьшены въ отношеніи $1,9 : 4$, такъ какъ высота этихъ треугольниковъ равна 1,9, а высота другихъ частей $= 4$; кромѣ того нужно земляное тѣло CED привести къ плоскости кладки, поэтому взято (чер. 42):

$$\text{Напорь: } OI = \frac{1,9}{4} \cdot \frac{CH}{2} = \frac{1,9}{4} \cdot \frac{1,2}{2} = 0,285 \text{ mtr.}$$

$$\text{Въсь: } II = \frac{1800}{2400} \cdot \frac{1,9}{4} \cdot \frac{DC}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1,9}{4} \cdot \frac{2,4}{2} = 0,427.$$

Точки приложенія s_1, s_2, s_3 , напоровъ I, II и III находятся на прямыхъ параллельныхъ ABG , проведенныхъ черезъ центры тяжести соответственныхъ напорныхъ площадей $ECH, CHpq, qpGB$. Помощію силового многоугольника получены, посредствомъ такого же построенія какъ и въ предыдущемъ случаѣ, равнодѣйствующія R_1, R_2, R_3 , и отмѣчены кружками точки опорной линіи. Масштабъ силового многоугольника

получится слѣдующимъ образомъ: чер. 42-й построенъ въ масштабѣ $\frac{1}{200}$, средняя линія 22 части Cq стѣнки, измѣренная по этому масштабу, получается равной 2,8 mtr., поэтому вѣсь 2-й части равняется $2,8 \times 4,0 \times 2400 = 26880$, этотъ вѣсь изображенъ отрезкомъ П2, длина котораго $= 14^m/m$; $1^m/m$ представляетъ поэтому силу $\frac{26880}{14} = 1926 \text{ kgr.}$

§ 13. Своды.

Въ строительномъ дѣлѣ имѣютъ наибольшее примѣненіе цилиндрическіе своды съ горизонтальною осью, мы поэтому рассмотримъ прежде всего устойчивость цилиндрическихъ сводовъ. Въ инженерномъ искусствѣ они употребляются при сооруженіи каменныхъ мостовъ, которые состоятъ изъ свода, составленнаго изъ возможно крѣпкаго матеріала и изъ засыпки, состоящей изъ мусора, глины, песку, хряща и проч., вообще изъ матеріала болѣе или менѣе рыхлаго, обладающаго самымъ ничтожнымъ сопротивленіемъ. Эта засыпка имѣетъ цѣлью образовать вверху свода плоскость, на которой лежитъ или по которой движется нагрузка. Хотя послѣдняя состоитъ обыкновенно изъ отдѣльныхъ сосредоточенныхъ грузовъ (давленіе колесъ), но своду она будетъ передаваться посредствомъ засыпки, какъ нагрузка, распределенная на нѣкоторую плоскость. Если бы между сводомъ и его верхней плоскостью находилась вода, то эта нагрузка распределялась бы на сводъ равномерно, вслѣдствіе того, что нагрузка передается не жидкой, но твердой, рыхлой массой, распределеніе будетъ только приближаться къ равномерному.

Нагрузка свода бываетъ постоянной, переменнѣйшей или случайнѣйшей. Постоянную нагрузку образуетъ вѣсъ самаго свода, вѣсъ его засыпки и вѣсъ расположенныхъ на послѣдней сооруженій (какъ напр. мостовки, периль и пр.). Случайная нагрузка зависитъ отъ назначенія свода. Если конструкція свода и его нагрузка на всемъ его протяженіи одинаковы, то всякая часть свода, заключенная между двумя вертикальными плоскостями, параллельными его щекамъ, находится въ одинаковыхъ условіяхъ и тогда достаточно подвергнуть разсмотрѣнію одну такую часть. Длину этой части будемъ принимать $= 1$; силы, дѣйствующія на эту часть, могутъ быть расположены по отношенію къ ея средней вертикальной плоскости симметрично или несимметрично. Когда случайная нагрузка подвижная, то во время, когда она вѣзжаетъ на мостъ, или съѣзжаетъ съ него, она занимаетъ только нѣкоторую часть моста, слѣдовательно расположена по отношенію къ средней плоскости несимметрично. Постоянная нагрузка представляетъ обыкновенно симметричную нагрузку. Мы будемъ разсматривать симметричный сводъ съ симметричною и несимметричною нагрузкой.

§ 14. Своды, нагруженные симметрично.

Общія условія равновѣсія.

На (чер. 43) представлена половина симметрично нагруженнаго цилиндрическаго свода. Въ немъ изображаетъ: *abnm* сводъ; *bnfe* — засышку его; *efgh* — случайную нагрузку, представленную слоемъ того же матеріала, что и засышка, имѣющимъ такую высоту, что его вѣсъ равняется данной случайной нагрузкѣ. Если величину послѣдней, отнесенной къ единицѣ площади горизонтальной проекціи свода, означимъ черезъ g , толщину gf соотвѣтствующаго ей слоя *efgh* — черезъ t , а вѣсъ одной кубической единицы насыпи черезъ w , то t получится изъ условія:

$$1 \times 1 \times t \times w = g;$$

откуда:

$$t = \frac{g}{w}.$$

Чтобы находящійся между вертикальными плоскостями *be* и *nf* рыхлый матеріалъ насыпи со свода не сползаль, представляютъ себѣ, что къ *be* и *nf* приставлены крѣпкія стѣны, на которыя дѣйствуютъ горизонтальныя силы E и E_1 , равныя и противоположныя напорамъ земляной массы *nfbe* (или собственно горизонтальнымъ слагающимъ этихъ напоровъ), на эти стѣны. Такъ какъ высоты *be* и *nf* не равны, то будетъ $E_1 > E$ и разность $E_1 - E$ передается посредствомъ матеріала насыпи своду. Но отъ этой разности такая значительная часть уничтожается треніемъ частицъ насыпи между собою, что своду передается обыкновенно столь малая величина, что ею можно пренебречь. Только при возвышенныхъ сводахъ небольшихъ отверстій (гдѣ разность высотъ *be* и *nf* значительна) можетъ оказаться нужнымъ принимать силы E и E_1 въ расчетъ. Мы будемъ обозначать черезъ: G — половину вѣса свода съ его нагрузкой; R — давленіе, дѣйствующее въ какомъ нибудь швѣ свода; H — горизонтальную и V — вертикальную слагающую этого давленія. Слагающую H — будемъ называть *распоромъ* свода.

Докажемъ слѣдующіе важные законы (чер. 44-й):

1) когда на сводъ дѣйствуетъ симметричная нагрузка, то давленіе въ вершинѣ свода горизонтально;

2) когда на сводъ дѣйствуетъ только вертикальная нагрузка, то горизонтальная слагающая давленія для всякаго шва свода — величина постоянная, т.-е. всѣ швы подвергаются одинаковому горизонтальному распору.

Пусть *ac* и *c₁b* (чер. 44-й) двѣ половины (немного раздвинутыя) симметричнаго и симметрично-нагруженнаго свода; G — полная нагрузка одной половины, R — давленіе въ вершинѣ для лѣвой, R_1 — для правой половины (которыя предполагаемъ наклонными къ горизонту), A и B — сопротивленіе опоръ. Разложимъ R на слагающія H и V , и R_1 — на

встрѣчаетъ матеріалъ, могущій оказывать сопротивленіе, дѣлающій по-
этому возможнымъ равновѣсіе. Изъ уравненія (III).

$$H = \frac{G \cdot g}{h}$$

видно что:

1) H зависитъ отъ плечъ g и h , т.-е. отъ положенія точекъ при-
ложенія силъ A и R (въ дальнѣйшемъ будемъ подъ швомъ ab пони-
мать всегда пятую свода) и

2) H достигаетъ **maximum**'а, когда g — будетъ имѣть наибольшую,
а h — наименьшую величину, т.-е. когда R проходитъ черезъ m , а
 A — черезъ b (чер. 45-й) и H будетъ **minimum**, когда A проходитъ
черезъ a , а R черезъ n (чер. 46-й), потому что въ этомъ случаѣ h
достигаетъ наибольшаго, а g — наименьшаго значенія.

Распоръ въ первомъ случаѣ называется **максимальнымъ**, а во-вто-
ромъ **минимальнымъ**. Въ этомъ смыслѣ говорятъ о **наибольшемъ** и
наименьшемъ распорѣ — въ архитектурныхъ постройкахъ; въ инженер-
ныхъ сооруженіяхъ требуютъ, чтобы точки приложенія силъ A и R
не выходили изъ средней трети сѣченія, поэтому **maximum** и **minimum**
 H опредѣляется случаями, указанными на чер. 47-мъ и 48-мъ.

Въ архитектурныхъ постройкахъ считаютъ сводъ достаточно проч-
нымъ и тогда, когда точка приложенія выходитъ изъ средней трети и
находится въ n или m , потому что при соблюденіи условія, что бы она
не выходила изъ средней трети, получаются для толщины сводовъ
слишкомъ большія величины. Возьмемъ произвольное вертикальное сѣче-
ніе kd (чер. 49-й) между вершиной mn и пятой ab свода и приведемъ
лѣвую часть свода въ состояніе свободнаго равновѣсія. Давленіе R_1 на
сѣченіе kd разложимъ на горизонтальную слагающую H_1 и вертикаль-
ную V_1 , а давленіе R въ пятѣ — на слагающія H и A , всѣхъ лѣвой
части свода съ нагрузкой означимъ черезъ Q . Изъ условія равновѣсія
будемъ имѣть:

$$A = Q + V_1$$

моментъ относительно точки a :

$$H \cdot y = Qq + V_1 \cdot x$$

откуда:

$$y = (Qq + V_1 x) : H \dots \dots \dots (I).$$

При данныхъ точкахъ приложенія a и β давленій R и H въ
пятѣ и въ вершинѣ легко найти y , а такъ какъ величины Q , q , V , x —
совершенно опредѣленные, то слѣдуетъ, что ордината y ур-іемъ (I) со-
вершенно опредѣлена, а слѣдовательно вполне опредѣлено положеніе
распора въ разсматриваемомъ сѣченіи. Такимъ образомъ получаемъ, что
точка приложенія давленія R есть во всякомъ сѣченіи совершенно опре-
дѣленная точка, а такъ какъ линія, соединяющая эти точки называется

опорной линіей, то можемъ сказать: задавшись точкой приложенія распора H въ вершинѣ и давленія R въ пятѣ, получается при данной нагрузкѣ только одна опорная линія или, что одно и тоже, только одна линія давленія. Но такъ какъ такихъ точекъ въ среднихъ третяхъ швовъ mn и ab можно взять очень большое число, то можно построить очень много опорныхъ линій, не выходящихъ изъ ядра свода (т.-е. изъ его средней трети).

Особыя условія равновѣсія и безопасности.

Для расчета сводовъ и кривыхъ брусьевъ, толщина которыхъ сравнительно съ радіусомъ кривизны мала, употребляютъ ту же формулу, что и для прямыхъ балокъ:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{Mv}{I}.$$

(См. главу о подпорныхъ стѣнкахъ), изъ которой получается, что шовъ только тогда не будетъ открываться, т.-е. ни въ какой точкѣ его не будетъ растяженія, когда точка приложенія равнодѣйствующей не выходитъ изъ его средней трети или ядра; такъ напр. точка приложенія распора H не должна находиться внѣ pq ; если она будетъ въ p , какъ на чер. 47, то напряженіе въ n будетъ вдвое больше, чѣмъ оно было бы при равномерномъ распредѣленіи давленія въ сѣченіи (что имѣло бы мѣсто въ случаѣ совпаденія точки приложенія распора H съ центромъ тяжести z сѣченія), а напряженіе въ m тогда $= 0$. Для крѣпости свода необходимо, чтобы давленіе ни въ какомъ случаѣ не было больше безопаснаго, допускаемаго на матеріалъ свода (для того, чтобы камни не могли быть раздавлены). Вторымъ условіемъ будетъ отсутствіе скольженія въ швахъ, т.-е. направленіе давленія R на шовъ не должно выходить изъ конуса тренія.

§ 15. Опредѣленіе толщины свода.

Если означимъ черезъ: t — толщину свода въ ключѣ, k допускаемое напряженіе при сжатіи, то въ случаѣ, когда H дѣйствуетъ въ центрѣ тяжести сѣченія (чер. 50).

$$H = k \cdot t \cdot 1;$$

откуда:

$$t = \frac{H}{k} \dots \dots \dots (1)$$

а когда въ ядровой точкѣ, то—по предыдущему:

$$t = \frac{2 \cdot H}{k} \dots \dots \dots (2).$$

Для опредѣленія толщины свода, нужно знать распоръ H , но для опредѣленія послѣдняго, надо знать толщину свода, вслѣдствіе чего формулы (1 и 2) для употребленія не удобны. Въ настоящее время имѣется много сводовъ, которыхъ конструкція оказалась вполне цѣлесообразной и можетъ служить образцомъ для новыхъ сооружений. Изъ этихъ конструкцій выведены эмпирическія формулы, которыми пользуются при проектированіи свода для опредѣленія его толщины. Приведемъ важнѣйшія изъ этихъ формулъ, въ нихъ означаютъ: t — толщину свода, l — отверстіе (разстояніе между опорами). Lesquiller даетъ:

$$t = 0,1 + 0,2\sqrt{l} \text{ mtr.}$$

Rankine для круговыхъ сводовъ:

$$t = 0,346\sqrt{r}.$$

Для пологихъ коробовыхъ сводовъ

$$t = 0,412\sqrt{r}$$

По **Bauernfeind**

$$t = \frac{2r(\gamma_0 p + s)}{2k - (\gamma_0 p + s)}$$

$$\gamma_0 = \frac{\gamma + \gamma_1}{2}$$

$$k = 2,6l + 32,3 \frac{r}{f}.$$

Здѣсь γ — удѣльный вѣсъ кладки свода, γ_1 — удѣльный вѣсъ насыпи, p — высота постоянной нагрузки (отнесенной къ единицѣ длины) въ вершинѣ свода; s — тоже случайной нагрузки (на единицу длины), t — отверстіе свода въ дециметрахъ, f — стрѣлка (выносъ) внутренней направляющей, k — допускаемое напряженіе въ klg на 1 кв. дец.

Предыдущія формулы дѣйствительны главнымъ образомъ для архитектурныхъ и мостовыхъ сводовъ. Для трубъ **Heinzerling** составилъ таблицу толщинъ t при различныхъ высотахъ насыпей (h) надъ сводомъ и для различныхъ матеріаловъ.

	$h < 1,5 \text{ mtr.}$	$h = 1,5 - 15 \text{ mtr.}$	$h > 15 \text{ mtr.}$
Хорошій те- сый камень. .	$t = 0,4 + 0,025r$	$t = 0,45 + 0,03r$	При отверстіи отъ 1 — 10 mtr. для полуциркуль- ныхъ сводовъ: (шоссейныхъ)
Хорошая кир- пичная кладка .	$t = 0,43 + 0,028r$	$t = 0,51 + 0,033r$	$t_1 = t \sqrt{1 + \frac{h-1}{7}}$
Хорошая бу- товая кладка. .	$t = 0,48 + 0,031r$	$t = 0,55 + 0,037r$	(жел.-дорожныхъ) $t_1 = t \sqrt{1 + \frac{h-1}{4,5}}$

Примѣръ. Дано отверстіе $l = 24$ mtr., стрѣлка $f = 4,7$.

$$\text{Радиусъ } r = \frac{l^2 + 4f^2}{8f} = \frac{24^2 + 4 \cdot 4,7^2}{8 \cdot 4,7} = 17,67 \text{ mtr.} = 176,7 \text{ dm.};$$

t — опредѣляемъ по Bauernfeind: $\frac{r}{f} = 3,76$, поэтому

$$k = 2,6 \cdot 240 + 32,3 \cdot 3,76 = 746 \text{ klg. на 1 кв. dm. если } h = 1,8 \text{ mtr.} = 18 \text{ dm.} = p$$

$$\gamma = 2,5 \text{ klg.}$$

$$\gamma_1 = \gamma = \gamma_0$$

случайная нагрузка $f = 3$ klg. на 1 кв. dm. то

$$t = \frac{2 \cdot 176,7(2,5 \cdot 18 + 3)}{2 \cdot 746 - (2,5 \cdot 18 + 3)} = 1,19 \text{ md.} = 1,2 \text{ mtr.}$$

По Lesquiller:

$$t = 1,04 \text{ mtr.}$$

По Rankine:

$$t = 1,45 \text{ mtr.}$$

По Heinzerling, для кирпича при $h > 1,5$ mtr

$$t = 1,09 \text{ mtr.}$$

По Desnoyers (f — подъемъ; l — отверстіе свода t — толщина свода въ замкѣ) t_1 — толщина свода въ пятахъ проѣзжихъ и жел.-дор.):

А. Для мостовъ проѣзжихъ дорогъ.

$\frac{f}{l} =$	отъ $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$
$t =$	$0,15 + 0,15\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,14\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,13\sqrt{2r}$	$0,15 + 0,12\sqrt{2r}$

$\frac{f}{l} =$	$\frac{1}{12}$
$t =$	$0,15 + 0,11\sqrt{2r}$

В. Для мостовъ желѣзныхъ дорогъ.

$\frac{f}{l} =$	отъ $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$
$t =$	$0,20 + 0,17\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,16\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,15\sqrt{2r}$	$0,20 + 0,14\sqrt{2r}$

$\frac{f}{l} =$	$\frac{1}{12}$
$t =$	$0,20 + 0,13\sqrt{2r}$

Круговые своды:

$\frac{f}{l}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$
$t_1 =$	$2t$	$1,8t$	$1,4t$	$1,25t$	$1,15t$	$1,1t$

Эллиптическіе своды.

$\frac{f}{l} =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$t_1 =$	$1,8t$	$1,6t$	$1,4t$

§ 16. Толщина сводовъ въ пятахъ.

Мы предполагаемъ, что давленіе въ пятѣ (чер. 51) проходитъ черезъ центр тяжести пяты и вообще не выходитъ изъ средней трети. Если: b — искомая длина шва пяты, длина свода $= 1$, a — уголъ пяты съ вертикалью, то означивъ нормальное давленіе въ пятѣ черезъ N , имѣемъ (приблизительно):

$$N = H : \cos a \dots \dots \dots (a).$$

Для безопасности должно $N \geq kb1$, гдѣ k — допускаемое давленіе. Принимая, что давленіе должно быть не болѣе въ пятѣ, чѣмъ въ ключѣ, имѣемъ:

$$H = kt \cdot 1,$$

слѣдовательно, подставивъ въ (а) для N и H эти значенія, получимъ:

$$k \cdot b = \frac{k \cdot t}{\cos \alpha},$$

откуда

$$b = \frac{t}{\cos \alpha}.$$

Если въ a по вертикали отложимъ $ac = t$ и проведемъ черезъ c горизонталь до пересѣченія съ направлениемъ пята въ b , то ab будетъ искомая толщина. Наружную направляющую нужно теперь опредѣлить, какъ дугу круга, проходящую черезъ точки b и n , которой центръ находится на продолженіи mn . Въ полуциркульных сводахъ эта конструкція дала бы для пята бесконечно большую толщину. *Толщина свода въ пятахъ* опредѣляется часто на практикѣ по эмпирической формулѣ. Къ своду причисляютъ только ту часть его, которая находится надъ швомъ ab , наклоненнымъ къ горизонту подъ угломъ около 30° . Эти своды строятся двоякимъ способомъ:

1) (Чер. 52) ту часть свода, которая находится выше шва, наклоненнаго къ горизонту подъ угломъ 30° , исполняютъ по правиламъ свода и тогда наружную направляющую опредѣляютъ по уясненному здѣсь правилу.

Кладку ниже этихъ швовъ причисляютъ къ опорамъ и ведутъ ее обыкновеннымъ образомъ съ горизонтальными швами или, что правильнѣе, радіальными швами.

2) (Чер. 53) когда наружная направляющая полуокружность концентрическая съ внутренней, то сводъ дополняютъ правильной кладкой $ab\gamma\delta$, называемой *забуткой*, которая составляетъ продолженіе опоры вверхъ и оканчивается плоскостью $\gamma\delta$ касательной къ своду, имѣющей къ горизонту уклонъ отъ $\frac{1}{6}$ до $\frac{1}{4}$; $\left(\operatorname{tg} \epsilon = \frac{1}{6} \text{ до } \frac{1}{4} \right)$.

Когда по предыдущему размѣры свода опредѣлены, то повѣряютъ его устойчивость помощію линій давленія и опорной линіи. Согласно вышесказанному, сводъ будетъ имѣть удовлетворительную прочность, если 1) опорная линія въ архитектурныхъ постройкахъ находится вся внутри полосы, ограниченной внутренней и внѣшней направляющими свода, а въ мостовыхъ сооруженияхъ—внутри средней трети полосы и если 2) линія давленія ни въ какомъ мѣстѣ не образуетъ съ нормалью соответственнаго шва, уголъ, большій угла тренія, который при двукратной прочности можно принять $= 17^\circ$, (принимая что уголъ тренія кладки по кладкѣ $= 34^\circ$), $\operatorname{tg} 17^\circ = 0,3$.

§ 17. Построеніе линіи давленія для произвольной нагрузки (чер. 54).

Задавшись формой оси, опредѣляемъ по эмпирическимъ формуламъ толщину свода въ ключѣ и пятахъ и вычерчиваемъ въ возможно большемъ

масштабъ (не $< \frac{1}{50}$) его профиль $ghih_1g_1$; MN — верхняя плоскость

насыпи, sz — плоскость случайной нагрузки, приведенной къ плоскости матеріала засыпки. Если напр. случайная нагрузка $= 1000$ kgr. на 1 кв. mtr., то высота sq случайной нагрузки равна высотѣ земляной призмы, которой основаніе 1 кв. mtr., а вѣсъ $= 1000$ kgr. Если примемъ, что вѣсъ одного куб. mtr. матеріала засыпки $= 1200$ kgr., то qs получается изъ условія:

$$1. \overline{qs} \cdot 1200 = 1000$$

въ этомъ случаѣ имѣли бы $qs = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ mtr.

Нагрузку свода приводимъ къ плотности кладки, для чего высоты первой т.-е. (h_0h) , (4_1c) , (g_0g_1) ... уменьшаемъ въ отношеніи $\gamma_1:\gamma$, гдѣ γ_1 — плотность матеріала засыпки а γ — кладки. (Если напр. $\gamma_1 = 1200$ и $\gamma = 2400$, то $\gamma_1:\gamma = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$). Приведеніе производится легко помощью пропорціональнаго угла UTJ (чер. с), для построенія котораго откладываемъ $T\gamma = \gamma$ изъ γ радіусомъ $= \gamma_1$, описываемъ дугу es , и изъ T проводимъ къ этой дугѣ касательную TJ . Чтобы уменьшить напр. высоту g_0g_1 въ отношеніи $\gamma_1:\gamma$, откладываемъ на TU — $Tg = g_0g_1$, остріе одной ножки циркуля ставимъ на g , а остріемъ другой описываемъ дугу, касательную къ JT , радіусъ этой дуги есть искомая приведенная длина (на чер. с принято: $\gamma_1:\gamma = 3:4$, поэтому $T\gamma = 4$ и $\gamma\gamma_1 = 3$). Измѣнивъ достаточное число высотъ фигуры $hih_1b_0sqh_0h$, и отложивъ ихъ отъ вѣшняго очертанія hih_1 , на соотвѣтственныхъ вертикаляхъ, получаемъ линію приведенной нагрузки $h'q_1s_1b_1$.

Вся нагрузка свода представлена теперь площадью фигуры, ограниченной снизу внутренней направляющей $g(1)g_1$, сверху — линіями $h'q_1$ и s_1b_1 , а по концамъ — швами gh и g_1h_1 пять и проходящими черезъ верхнія точки этихъ швовъ вертикалями hh' и h_1b_1 . Дѣлимъ эту площадь (т.-е. всю нагрузку свода) вертикалями на полосы равной ширины b , такъ, чтобы части кривой между двумя смежными вертикалями можно было принимать за прямая, и черезъ середины ихъ ширины проводимъ вертикали 1(1), 2(2), 3(3) . . . , которыя принимаемъ проходящими черезъ центры тяжести полосъ. Такъ какъ полосы представляютъ трапеціи, то ихъ центры тяжести находятся не на среднихъ вертикаляхъ, но немного ближе къ большей сторонѣ; принимая ихъ на средней вертикали, дѣлаемъ ошибку, которая здѣсь вслѣдствіе малой разницы между длинами параллельныхъ сторонъ трапеціи практически равна нулю.

Если означимъ среднія высоты 4(4), 3(3), 2(2) . . . , вертикальныхъ полосъ черезъ y_4, y_3, y_2 . . . , то дѣйствующіе вдоль этихъ полосъ грузы $=$ (принимая длину свода $= 1$): $\gamma by_4 \cdot 1$; $\gamma by_3 \cdot 1$; $\gamma by_2 \cdot 1$. . . $=$

$$= n\gamma b \left(\frac{y_4}{n} \right); n\gamma b \left(\frac{y_3}{n} \right); n\gamma b \left(\frac{y_2}{n} \right) \dots$$

Чтобы получить линію давленія принимаемъ за силы $\frac{y_1}{n}, \frac{y_2}{n}, \frac{y_3}{n} \dots$ (на чер. принято $n=3$, и всѣ y уменьшены въ 3 раза помощію пропорціональнаго угла KTU въ которомъ $T3=3$ и $31=1$).

Силовой многоугольникъ построенъ на чер. b ($\overline{m4}=\frac{y_1}{3}; \overline{43}=\frac{y_2}{3}; \overline{32}=\frac{y_3}{3} \dots$). За полюсъ принята точка n ; веревочный многоугольникъ представленъ на чер. d ; его стороны означены тѣми же буквами, что и соотвѣтственные лучи въ силовомъ многоугольникѣ чер. b . Тремя точками линіи давленія задаемся: въ пятахъ gh, g_1h_1 и въ вершинѣ ii_1 ; эти точки s, t и c взяты на оси свода.

Положимъ сначала, что нагружена только правая половина свода, а нагрузка лѣвой $=0$. Реакція лѣвой опоры должна въ этомъ случаѣ пройти черезъ точки s и c (потому, что между s и c нѣтъ никакого груза), а реакція правой опоры — черезъ точку t и точку r , въ которой лѣвая реакція sc встрѣчаетъ равнодѣйствующую R правой нагрузки, потому что 3 силы: A_1, B_1 и R , находящіяся въ равновѣсіи, пересѣкаются въ одной точкѣ. Нагрузка правой половины представлена въ силовомъ многоугольникѣ отрезкомъ $14'$, котораго крайніе лучи означены буквами e и i ; равнодѣйствующая проходитъ, слѣдовательно, черезъ точку пересѣченія сторонъ e и i веревочнаго многоугольника. Поэтому, соединивъ s съ c , продолжаемъ sc до пересѣченія съ R въ r , и соединяемъ r съ t . Если проведемъ въ силовомъ многоугольникѣ $10_1 \parallel sc$ и $4'0_1 \parallel rt$, то 10_1 и $4'0_1$ представляютъ реакціи A_1 и B_1 пята при нагрузкѣ правой половины свода.

Теперь положимъ, что нагружена только лѣвая половина свода, а нагрузка правой $=0$. Такимъ же образомъ, какъ прежде, для полученія реакцій A_2 и B_2 соединяемъ c съ t , продолжаемъ tc до встрѣчи въ точкѣ l съ равнодѣйствующей L лѣвой нагрузки (проходящей черезъ точку пересѣченія сторонъ a и e веревочнаго многоугольника чер. d), соединяемъ l съ s и приводимъ въ силовомъ многоугольникѣ $mo_2 \parallel sl$; $10_2 \parallel tl$; mo_2 и 10_2 пропорціональны реакціямъ A_2 и B_2 .

Когда нагружены обѣ половины свода, то реакція A есть равнодѣйствующая изъ A_1 и A_2 , и реакція B — изъ B_2 и B_1 . Проводимъ въ силовомъ многоугольникѣ $0_1\pi \parallel 10_2$; $0_2\pi \parallel 10_1$, до пересѣченія съ $0_1\pi$ въ π , и соединяемъ π съ m и $4'$, получаемъ (какъ изъ чертежа легко узнать) $\pi m=A$; $\pi 4'=B$. Принимаемъ π за полюсъ, проводимъ лучи $\pi m, \pi 4, \pi 3 \dots$ и строимъ веревочный многоугольникъ, проводя первую сторону A черезъ точку s ; этотъ многоугольникъ долженъ пройти черезъ c и t . Онъ получился весь въ средней трети ограниченной дугами $v v' v_1$ и $u u' u_1$. Если бы онъ выходилъ изъ средней трети вверхъ, то было бы нужно сдѣлать его положе, передвинувъ точки s и t выше, или точку c ниже, или сдѣлавъ то и другое, и повторивъ по-

строение. Многоугольник $A IV III III I II \dots$ называется линией давления свода.

Примѣчаніе. Такъ какъ вмѣсто силъ $P_1 P_2 \dots$ были отложены величины которыя въ $\gamma \cdot b \cdot n \dots$ разъ меньше ихъ, то и полюсное разстояніе $\pi 1$, измѣренное масштабомъ силъ, въ $\gamma \cdot b \cdot n$ разъ меньше распора, а потому

$$H = \gamma \cdot b \cdot n (\pi 1).$$

Принявъ вмѣсто точекъ s , c и t другія точки s_1 , c_1 и t_1 на gh , ii_1 , и $g_1 h_1$, мы получимъ другую линію давления и т. д., такъ что за-даваясь этими точками, можно построить очень много линій давленій, не выходящихъ изъ полосы свода (въ случаѣ моста—изъ средней трети). Если въ данномъ сводѣ возможна хотя одна опорная линія, удовлетворяющая этому условію, то можно быть увѣреннымъ въ его устойчивости. Когда эта линія не есть наиболѣе выгодная, т.-е. не совпадаетъ съ осью свода, то на основаніи принципа наименьшаго сопротивленія можно утверждать, что вслѣдствіе сжимаемости матеріала, дѣйствительная линія давленія будетъ болѣе выгодна, чѣмъ та, которая получена построениемъ (при которомъ измѣненіе формы камней вслѣдствіе ихъ сжимаемости не принималась во вниманіе). Если въ данномъ сводѣ не возможно построить ни одной линіи давленія, которая бы не выходила изъ него (или изъ его средней трети), то принятые размеры свода надо считать не удовлетворяющими условію устойчивости и тогда нужно измѣнить форму линіи давленія посредствомъ увеличенія или уменьшенія напора или помощью измѣненія формы свода, или достигнуть требуемой устойчивости увеличеніемъ его толщины. Наконецъ можно измѣнить его отверстіе или отношеніе подъема къ отверстію.

Примѣръ. Дано отверстіе $l = 15 \text{ mtr.}$ подъемъ $f = 3 \text{ mtr.}$, вѣсъ 1 куб. mtr. кладки $\gamma = 2400 \text{ klg.}$, вѣсъ 1 куб. mtr насыпи $\gamma_1 = 1800 \text{ klg.}$, высота насыпи въ вершинѣ $h = 1,9 \text{ mtr.}$, случайная нагрузка $q = 600 \text{ klg.}$ на 1 кв. mtr. Получаемъ: радіусъ $r = 10,87 \text{ mtr.}$; $\frac{r}{f} = 3,62$, высота

нагрузки $= \frac{600}{1800} = \frac{1}{3} \text{ mtr.}$; по Bauernfeind'у получается, $k = 2,6.150 + 32,3 \cdot 3,62 = 507 \text{ klg.}$ на 1 кв. dm.

или $k = 50700 \text{ klg.}$ на 1 кв. mtr. , $t = 0,08 \text{ mtr.}$

Помощію этихъ данныхъ построень чер. 55 въ масштабѣ $\frac{1}{100}$. Приведенныя высоты нагрузки опредѣлены помощію чер. 56*), такъ какъ $\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{1800}{2400} = \frac{3}{4}$ то всѣ среднія высоты полосъ уменьшены въ отношеніи 3 : 4. Для этого взять произвольный уголъ bca (чер. 56) по одной изъ сторонъ отложено $cb = 4$, а по другой $ac = 3$. Высоты cc_1 , $qq_1 \dots$ откладываемъ отъ c на cb , и помощію параллелей къ ab получаемъ на

*) Проще онѣ получаются помощію пропорціональнаго угла, указаннаго на чер. 54 с.

са приведенныя величины. Последнія уменьшены въ 5 разъ помощію пропорціональнаго угла mns (чер. 57), въ которомъ $mn=5$ и $ms=1$; $h_1, h_2 \dots$ отложены отъ m на mn , а $\frac{h_1}{5}, \frac{h_2}{5} \dots$ получаются на ms помощію параллелей къ ns . Эти уменьшенныя высоты отложены на вертикали AB (чер. 58) какъ силы; помощію произвольнаго полюса O_1 построень веревочный многоугольникъ $I \ II \ III \ IV \ V \ VI \ VII \ VIII$ который опредѣлитъ точку t^1 равнодѣйствующей P . Затѣмъ построена линія давленія $1_0, 2_0, 3_0 \dots$; которой точки 1_0 и s приняты въ центрахъ тяжести сѣченія nc_1 и ab ; чертежъ показываетъ, что она не выходитъ изъ средней трети. Последняя полоса нагрузки принята на (чер. 55) ограниченной вертикалью aM . Часто ее ограничиваютъ вертикалью черезъ b , и тогда часть нагрузки, лежащей на пятѣ ab причисляютъ къ опорѣ. Измѣреніемъ получено: $\overline{AO}=4,4 \text{ mtr.}$ такъ какъ $b=1,05$, $\gamma=2400$, $n=5$, то $H=b \cdot \gamma n$. $\overline{AO}=1,05 \cdot 2400 \cdot 5 \cdot 4,4=55440 \text{ klg.}$ Слѣдовательно $t=\frac{H}{k}=\frac{55440}{50700}=1,09 \text{ mtr.}$ Разница сравнительно съ принятой толщиной $=1,09-0,98=0,11 \text{ mtr.}$ Сводъ долженъ по этому получить толщину $1,09 \text{ mtr.}$ Вторичной провѣрки построеніемъ линіи давленія при толщинѣ 109 cm. не будетъ нужно, такъ какъ другія формулы даютъ весьма близкія къ этому числу толщины. Такъ, по Lesquiller'у $t=0,875$; Rankin'у $t=1,14 \text{ mtr.}$ По Heinzerling'у при $h>1,5 \text{ mtr.}$ для камня $t=0,78 \text{ mtr.}$ и для кирпича $t=0,87 \text{ mtr.}$ Пренебрегая толщиной $0,78$ получимъ какъ среднее арифметическое $\frac{0,875+1,14+0,87}{3}=0,97$, т.-е. число весьма близкое къ $0,98$.

§ 18. Опорная линія.

Въ предыдущихъ изслѣдованіяхъ было принято дѣленіе свода вертикальными плоскостями, между тѣмъ какъ онъ всегда раздѣленъ плоскостями перпендикулярными къ внутренней направляющей (правильнѣе было бы дѣлить плоскостями перпендикулярными къ линіи давленія). При изслѣдованіи сопротивленія скольженію по швамъ нужно брать дѣйствительное дѣленіе швами и опорная линія должна быть построена для этого послѣдняго случая дѣленія. Линію давленія нужно вслѣдствіе этого для каждаго шва исправить слѣдующимъ образомъ. Пусть $\beta\epsilon$ (чер. 55) вертикальная плоскость, предшествующая шву $\gamma\delta$. Для получения правильной линіи давленія для шва $\gamma\delta$ нужно силу 5δ (равнодѣйствующую изъ H и изъ силъ 1 до 5) сложить съ вѣсомъ $a\beta\epsilon\gamma\delta$. Для этого проводимъ черезъ центръ тяжести фигуры $a\beta\epsilon\gamma\delta$ вертикаль zz_1 , превращаемъ эту фигуру въ прямоугольникъ, котораго основаніе = ширинѣ полосъ нагрузки (т.-е. $=b$), откладываемъ въ силовомъ многоугольникѣ (чер. 58), $5d=h$ = высотѣ этого прямоугольника (въ данномъ случаѣ $h=5$); проводимъ лучъ do и затѣмъ черезъ точку z^1 , въ которой

линія давленія пересѣкаеть zz_1 (чер. 55), проводимъ $z^1\sigma \parallel do$ до пересѣченія со швомъ $\gamma\delta$ въ σ_0 , то σ_0 будетъ точкой опорной линіи. Подобнымъ образомъ опредѣляемъ эти точки для другихъ швовъ. При достаточно малой ширинѣ полюсъ нагрузки, обѣ линіи т.-е. линія давленія и опорная линія подходятъ весьма близко другъ къ другу. Чтобы не было скользя, уголъ ϱ , который составляетъ $z^1\sigma_0$ съ нормалью къ шву $\gamma\delta$, долженъ быть $<$ угла тренія; при двойной прочности $\varphi \leq 17^\circ$.

§ 19. Аналитическое уравненіе линіи давленія.

Пусть mn — вершина свода, vr (чер. 59) его вертикальное (произвольное) сѣченіе, r,s — линія приведенной нагрузки и $E\varphi$ — линія давленія. Давленіе въ E , которое касательно съ $E\varphi$, означимъ черезъ R , уголъ этой касательной съ горизонталью черезъ α . Возьмемъ прямоугольныя оси координатъ такимъ образомъ, чтобы ихъ начало было въ s , ось абсцисъ — горизонтальна, а ось ординатъ по линіи mn . Ординаты опорной линіи будемъ обозначать черезъ y , а высоты полной нагрузки черезъ z . Разложимъ R на горизонтальную слагающую H и на вертикальную V , имѣемъ

$$\operatorname{tga} = \frac{V}{H} \quad \dots \dots \dots (I).$$

Это есть основное уравненіе опорной линіи. Для точки опорной линіи, которой абсцисса x , и ордината y

$$\operatorname{tga} = \frac{dy}{dx},$$

а соответствующая ей вертикальная нагрузка

$$V = \gamma \int z \frac{dx}{H}$$

гдѣ γ — вѣсъ 1 куб. един. кладки свода.

Подставимъ эти значенія въ ур. (I) получимъ

$$\frac{dy}{dx} = \gamma \int z \cdot \frac{dx}{H}$$

и производная послѣдняго уравненія

$$\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\gamma \cdot z}{H} \quad \dots \dots \dots (II)$$

Если ϱ — радіусъ кривизны опорной линіи, то

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

или, такъ какъ

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} a; \quad 1 + \operatorname{tg}^2 a = \sec^2 a \text{ то}$$

$$\varrho = \frac{\sec^3 a}{\frac{d^2 y}{dx^2}}.$$

Если въ это выраженіе подставимъ для $\frac{d^2 y}{dx^2}$ значеніе изъ (II), то получимъ:

$$\varrho = \frac{H \cdot \sec^3 a}{\gamma z} \dots \dots \dots \text{(III)}$$

Для вершины уголъ $a=0$, если радіусъ кривизны опорной линіи въ вершинѣ означимъ черезъ ϱ_0 , то такъ какъ $\sec 0=1$, получимъ:

$$H = \gamma \varrho_0 z_0. \dots \dots \dots \text{(IV)}$$

т. е. въ симметричныхъ сводахъ съ вертикальной нагрузкой горизонтальный распоръ равенъ тѣсу каменной призмы, которой высота равна радіусу опорной линіи въ вершинѣ, а основаніе — прямоугольникъ, имѣющій одной стороною приведенную высоту нагрузки въ вершинѣ, а другую сторону равной 1.

Если опорная линія дуга круга радіуса r , то $\varrho=r$, и тогда изъ (III) и (IV) получимъ $r = \frac{H \sec^3 a}{\gamma z} = \frac{H}{\gamma z_0}$

откуда

$$z = z_0 \sec^3 a.$$

Помощію этого уравненія можно при данномъ z_0 для всякаго угла a получить высоту нагрузки z и слѣдовательно опредѣлить такую нагрузку, при которой опорная линія будетъ дуга круга. Въ круговомъ сводѣ эта линія будетъ совпадать съ осью свода. Когда сводъ — полукругъ, то для пята: $a=90^\circ$ (чер. 60) и такъ какъ $\sec 90^\circ=\infty$, то $z=\infty$, т.-е. чтобы опорная линія имѣла форму полукруга, нагрузка вблизи пята должна бы имѣть безконечную высоту. Вслѣдствіе этого нижнія части ($ac=bd$) дуги (чер. 60) (соотвѣтствующія приблизительно углу 30°) полагаютъ не принадлежащими своду, такъ что сводомъ считаютъ только верхнюю дугу cmd , которой центральный уголъ около 120° . Поэтому требованіе круговой линіи можетъ относиться только къ дугѣ съ угломъ не $>120^\circ$. Нагрузка дающая круговую опорную линію, получается весьма просто графически (чер. 61,а). Пусть ac данная опорная линія и требуется найти линію соотвѣтствующей ей нагрузки, т.-е. линію 0123456. Проведемъ черезъ a и c касательныя къ опорной линіи ac до ихъ взаимнаго пересѣченія въ d , то изъ свойства опорной линіи слѣдуетъ, что чрезъ d проходитъ равнодѣйствующая P

искомой нагрузки. Возьмемъ на вертикали (чер. 61, б) произвольную длину AD и примемъ ее за величину этой нагрузки. Если проведемъ черезъ $A : A_0 \parallel cd$ и черезъ $D : D_0 \parallel da$, то O будетъ полюсъ силового многоугольника, котораго веревочный многоугольникъ есть кривая ac . Раздѣлимъ дугу ac въ точкахъ $1' 2' 3' \dots$ на части, имѣющія одинаковую горизонтальную ширину b , и черезъ середины этихъ частей проведемъ вертикали $f1, g2, h3 \dots$. Изъ O (чер. 61 б) проведемъ лучи $01_0, 02_0 \dots$ параллельные касательнымъ къ дугѣ ac въ $1', 2', 3'$ и т. д. до пересѣченія съ AD въ $1_0, 2_0, 3_0 \dots$ получимъ на AD отрѣзки $A1_0, 1_0 2_0, 2_0 3_0 \dots$ которые пропорціональны грузамъ, дѣйствующимъ по вертикалямъ $f1, g2, h3$. Поэтому отложивъ $f1 = A1_0, g2 = 1_0 2_0 \dots$, получимъ точки линіи нагрузки $0 1 2 3 4 \dots$, которой линія давленія будетъ дуга akc . Проведемъ горизонталь ab (чер. 61, а) и радіусы $zc, z1^1, z2^1 \dots$, обозначимъ точки пересѣченія этихъ радіусовъ съ ab черезъ $b, I, II, III \dots$ такъ какъ по построенію $zc \perp AO, z1^1 \perp 1_0 O \dots$ то $\triangle A O 1_0 \sim \triangle bzI, \triangle 1_0 2_0 \sim \triangle IzII, \triangle 2_0 3_0 \sim \triangle II zIII \dots$. Если длина AD была взята такъ, что $AD = ab$, то $bI = A1_0, I II = 1_0 2_0, II III = 2_0 3_0 \dots$ и слѣдовательно $f1 = bI, g2 = I II, h3 = II III \dots$ изъ этого слѣдуетъ, что для построенія линіи нагрузки $01234 \dots$ нѣтъ надобности строить силовой многоугольникъ AOD и достаточно провести радіусы $z1^1, z2^1 \dots$, чтобы получить отрѣзки $bI, I II, II III \dots$.

Перемычка. Устойчивость перемычки (чер. 62) провѣряется совершенно такимъ же образомъ, какъ и устойчивость свода (или арки) котораго внѣшняя направляющая касательна къ верхней линіи mi , а внутренняя проходитъ черезъ точки a и b .

§ 20. Устойчивость опоръ (устоевъ).

Устойчивость опоръ опредѣляется по способу уясненному въ отдѣлѣ подпорныхъ стѣнокъ. Пусть (чер. 63) C — толщина свода, H — распоръ, G — вѣсъ свода съ нагрузкой, R — равнодѣйствующая изъ G и H (давленіе въ пятѣ), Q — вѣсъ опоры безъ нагрузки, и R_1 — равнодѣйствующая изъ R и Q ; R_1 должна встрѣчать шовъ JK въ его средней трети, и уголъ ея β съ нормалью къ JK не долженъ быть $> 17^\circ$. Принимая O за точку вращенія, получаемъ:

$$G u_0 - H \cdot h + Q \cdot oq = 0 \dots \dots \dots (a)$$

Если W средняя высота опоры (съ ея насыпью) и b — толщина опоры, то $Q = \gamma \cdot b \cdot W$ (полагая длину опоры $= 1$), тогда принимая $\overline{JO} = \frac{b}{3}$, получимъ слѣдующее уравненіе вмѣсто выше сказаннаго:

$$G \left(g + \frac{2}{3} b \right) - HK + \gamma \cdot b W \frac{b}{6} = 0$$

или

$$b^2 + \frac{4G}{\gamma W} \cdot b = \frac{6}{\gamma \cdot W} (Hh - Gg)$$

откуда

$$b = -\frac{2G}{\gamma w} + \sqrt{\left(\frac{2G}{\gamma w}\right)^2 + \frac{6}{\gamma w} (Hh - Gg)}.$$

Чтобы не имѣло мѣсто скольженіе вдоль шва LL_1 , ближайшаго къ пятѣ, должно быть $H < (Q + G) \operatorname{tg} 17^\circ$ (принимая уголъ тренія камня $= 17^\circ$, Q_1 — вѣсъ кладки и насыпи, лежащей надъ LL_1).

Примѣчаніе. Если позади опоры находится земля, то на опору давить еще напоръ грунта, который противодѣйствуетъ распору H ; для большей прочности этимъ напоромъ при пологихъ сводахъ и низкихъ устояхъ пренебрегаютъ, но при значительной высотѣ устоевъ имъ пренебрегать нельзя и пужно бываетъ провѣрить имѣетъ ли устой достаточно сопротивленій для противодѣйствія этому напору грунта. Устойчивость опоръ провѣряется построеніемъ линіи давленія и опорной линіи совершенно такимъ же образомъ, какъ было указано выше для подпорной стѣнки.

Иногда кладку устоя ведутъ по правиламъ свода, Тогда дѣленіе на вертикальныя. полосы продолжаютъ и въ опорѣ. На чер. 64,а представляютъ: EF — насыпь опоры, E_1F_1 — линію приведенной нагрузки, R — давленіе свода въ пятѣ. Ширины $Ea, a\beta \dots$ полосъ приняты равными b какъ и въ сводѣ; вертикали $11_1, 22_1 \dots$ проходятъ черезъ ихъ центры тяжести. Продолжимъ R до пересѣченія съ 11_1 въ d , тогда вѣсъ лежащей сверху нагрузки JE_1aa_1 пропорціоналенъ длинѣ $\overline{d1}$; означимъ этотъ вѣсъ черезъ P_1 , то $P_1 = \gamma \cdot b \cdot \overline{d1}$ (γ — вѣсъ куб. ед. кладки). Проведемъ $JK' \parallel Rd$ (чер. 64,б), отложимъ $JK' = 1/nR$ и на вертикали черезъ J' — $J'1 = 1/n\overline{d1}$; равнодѣйствующая этихъ обѣихъ силъ $= 1K'$, поэтому слѣдующая сторона db' — линіи давленія проходитъ черезъ $d \parallel 1K'$, т.е. проводимъ черезъ d прямую $\parallel 1K'$ до пересѣченія съ 22 въ b' .

Вѣсъ слѣдующей полосы $aa_1 \beta_1\beta = \gamma b \cdot 2b'$ поэтому откладываемъ $12 = \frac{2b'}{n}$, соединяемъ точку 2 съ K' ; проводимъ черезъ $b' — b'c \parallel 2K'$ до

пересѣченія съ вертикалью 33_1 въ C ; затѣмъ откладываемъ $23 = \frac{3c}{n}$ и

проводимъ $cd \parallel 3K'$ до пересѣченія съ $44'$ въ d и т. д. Швы кладки располагаемъ перпендикулярно къ линіи давленія и чтобы давленіе распредѣлялось на нихъ равномерно принимаемъ ихъ центры тяжести на этой линіи давленія. Если R — нормальное давленіе на шовъ, e — его толщина K — безопасное давленіе, то e получается изъ условія $Ke = R$, откуда $e = \frac{R}{K}$. Для шва tu : $R_1 = \gamma \cdot b \cdot n \cdot 1K'$; для шва Vr : $R = \gamma \cdot b \cdot n \cdot 2K'$.

Частныя $\frac{R_1}{K}$, $\frac{R_2}{K}$... опредѣляются всего проще помощію счетной линейки. Верхняя часть кладки можетъ получить горизонтальные швы; толщина нижней кладки (подъ сводомъ) можетъ быть весьма мала, такъ какъ она никакого груза не несетъ. Если нижній шовъ LN горизонтальный, то линія давленія къ нему наклонена. Чтобы не было скольженія, уголъ послѣдней стороны ef линіи давленія съ нормалію къ NL , не долженъ быть $> 17^\circ$. Въ противномъ случаѣ и шовъ NL долженъ получить уклонъ. Часто продолжаютъ кладку въ формѣ свода до самой подошвы основанія. Для построенія линіи давленія приняты за полосы нагрузокъ фигуры $(JE_1 \alpha \alpha_1)$, $(\alpha_1 \alpha \beta \beta_1)$..., между тѣмъ какъ слѣдовало брать $(M_1 E, \alpha \text{ и } m)$, $(\alpha \text{ и } m \text{ и } r \text{ и } v \beta)$...; происходящая отъ этого неточность линіи давленія вообще незначительна и въ случаѣ надобности можетъ быть исправлена вторичнымъ построеніемъ. Толщину устоя мостового свода можно приблизительно опредѣлить по эмпирической формулѣ:

$$e = 0,3 + \frac{l}{8} \cdot \frac{3l - s}{l + s} + 0,17 h;$$

гдѣ l — отверстіе свода, s — подъемъ (стрѣлка), h — высота опоры до пяты. Всѣ величины выражены въ мтр.

§ 21. Устойчивость промежуточныхъ опоръ.

На опору дѣйствуютъ (чер. 65) распоры H и H_1 , опирающихся на нее сводовъ, вѣса P и P_1 половинъ этихъ сводовъ и ихъ нагрузокъ и вѣсъ Q опоры съ ея нагружкой. Въ архитектурныхъ постройкахъ обыкновенно $H = H_1$ и $P = P_1$, такъ какъ своды симметричны и симметрично нагружены. Если W есть полная высота опоры съ нагружкой, b — ея толщина, то $Q = \gamma \cdot w \cdot b$ и для b — имѣемъ уравненіе:

$$kb = 2P + Q = 2P + \gamma w b, \text{ откуда } b = \frac{2P}{k - \gamma w}.$$

Наименьшая толщина была бы $\min b = 2d$ гдѣ d — горизонтальная проекція пяты свода. Въ мостовыхъ сооруженіяхъ H и H_1 могутъ быть не равны и самый невыгодный случай будетъ тотъ (чер. 66), когда одинъ сводъ (напр. лѣвый) нагруженъ, а правый и опоры — не нагружены. Равнодѣйствующая всѣхъ дѣйствующихъ на опору силъ не должна выходить изъ средней трети, если поэтому $oc = \frac{b}{3}$, то принимая, что равнодѣйствующая силъ H_1 , H , P , P_1 и Q проходитъ черезъ O , будемъ имѣть (для O какъ центра моментовъ),

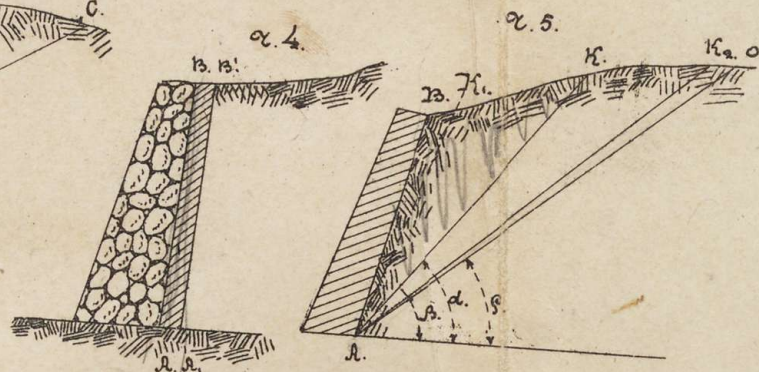
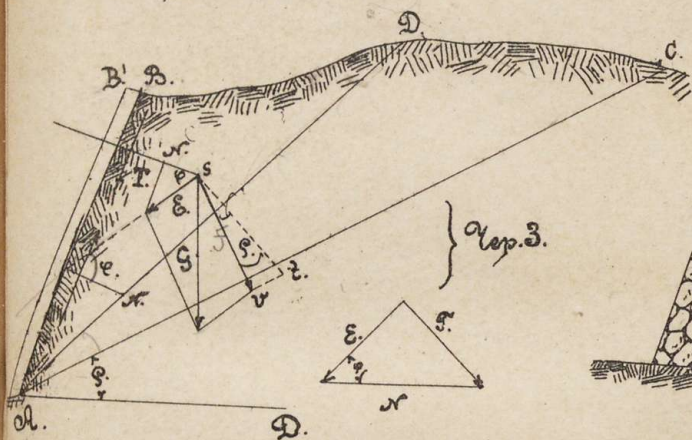
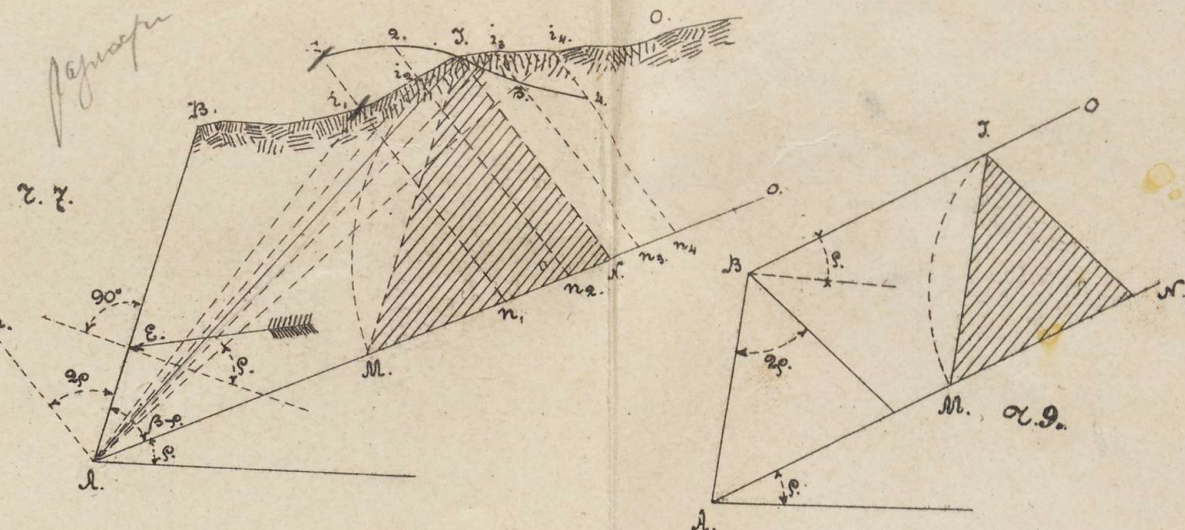
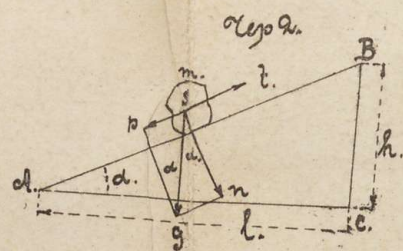
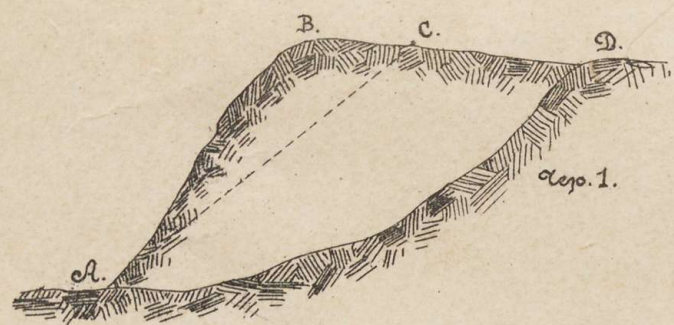
$$P_1 \left(p_1 + \frac{b}{3} \right) - H_1 h_1 - Q \frac{b}{6} - P \left(p + \frac{2}{3} b \right) + H h = 0$$

откуда, такъ какъ $Q = \gamma \cdot w \cdot b$

$$b^2 + \frac{2b}{\gamma w} (2P - P_1) = \frac{6}{\gamma w} (P_1 p_1 + Hh - Pr - H_1 h_1)$$

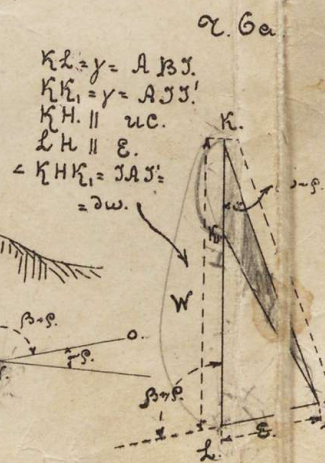
(b — получается часто между $\frac{1}{6}$ — $\frac{1}{9}$ — отверстія).

Устойчивость опоры полезно провѣрить и въ этомъ случаѣ построениемъ линіи давленія. Чтобы верхніе слои опоры не могли быть сдвинуты распоромъ въ опорѣ, швы должны быть горизонтальны и потому въ случаѣ, когда въ верхнихъ швахъ равнодѣйствующая всѣхъ силъ выходитъ изъ половины угла тренія, швы укрѣпляются шпонками m , какъ указано на (чер. 66-мъ).

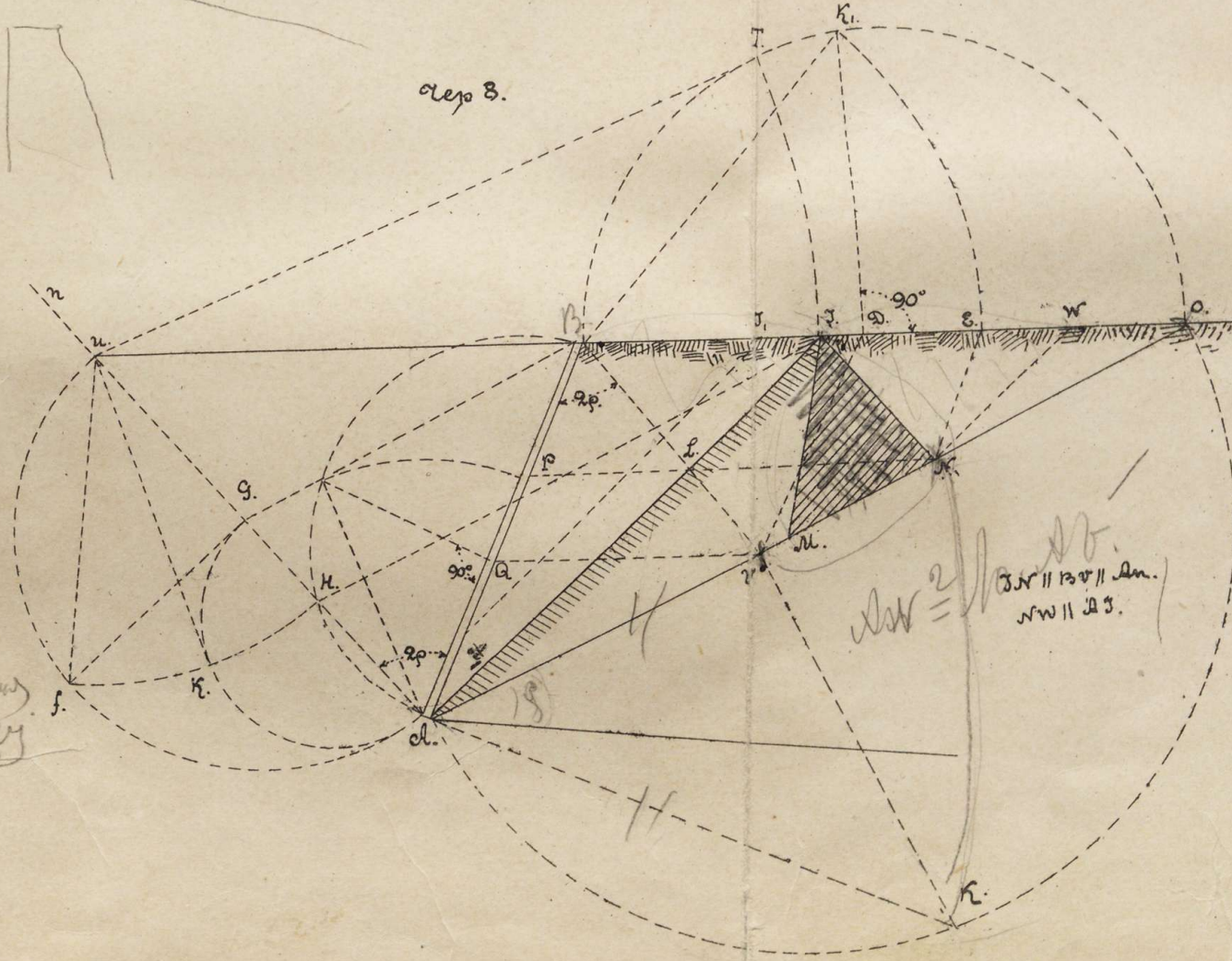


$mn \perp AB$.
 $rm \perp p'$.
 $ut \perp AB$.
 $uv \perp AD$.
 $tuc = p$.
 $tuw = \angle JAD = \omega$.
 $cuw = \omega - p$.
 $\angle mn = \beta = \angle AD$.
 $\angle mg = \beta + p$.

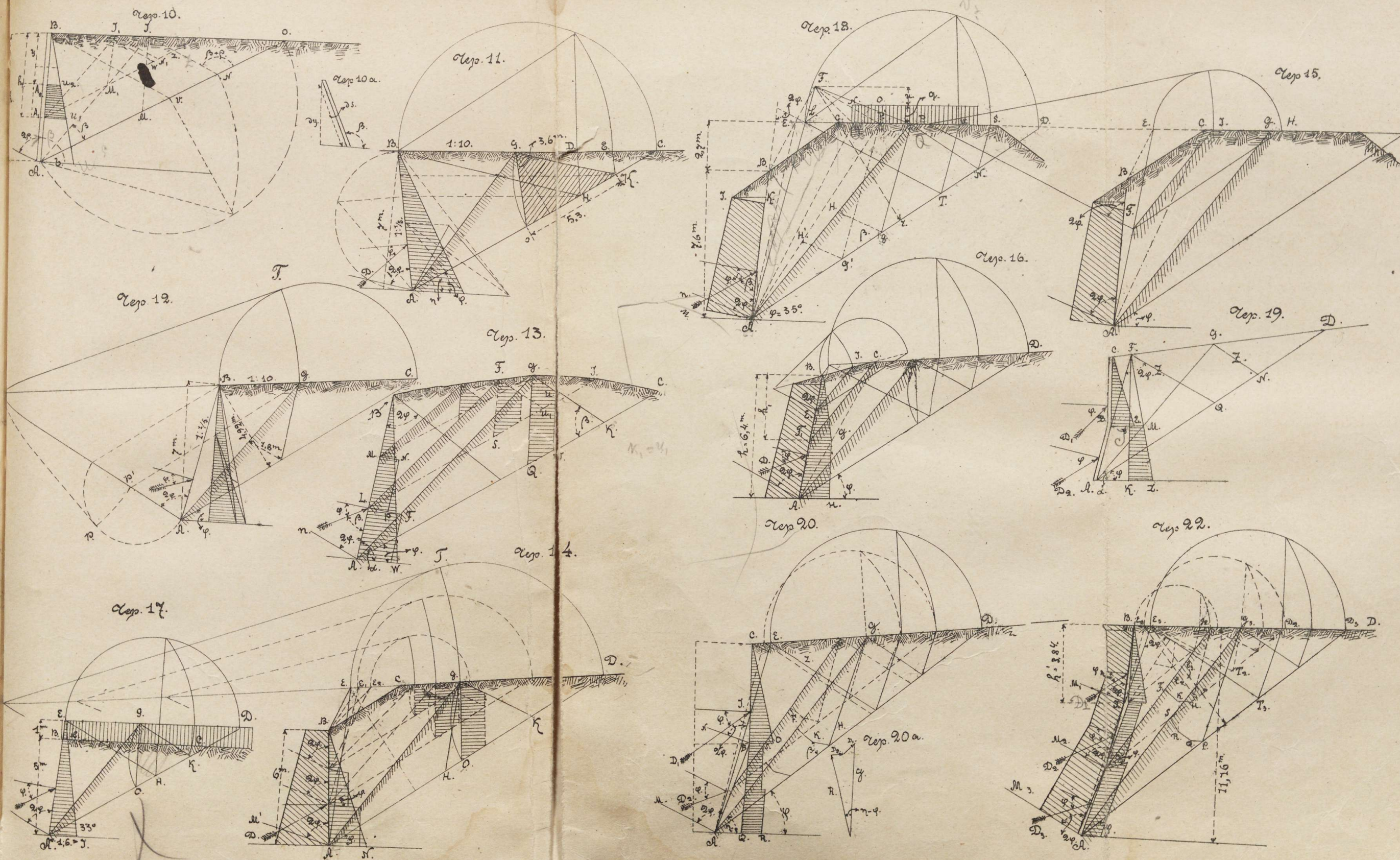
Чер. 6.

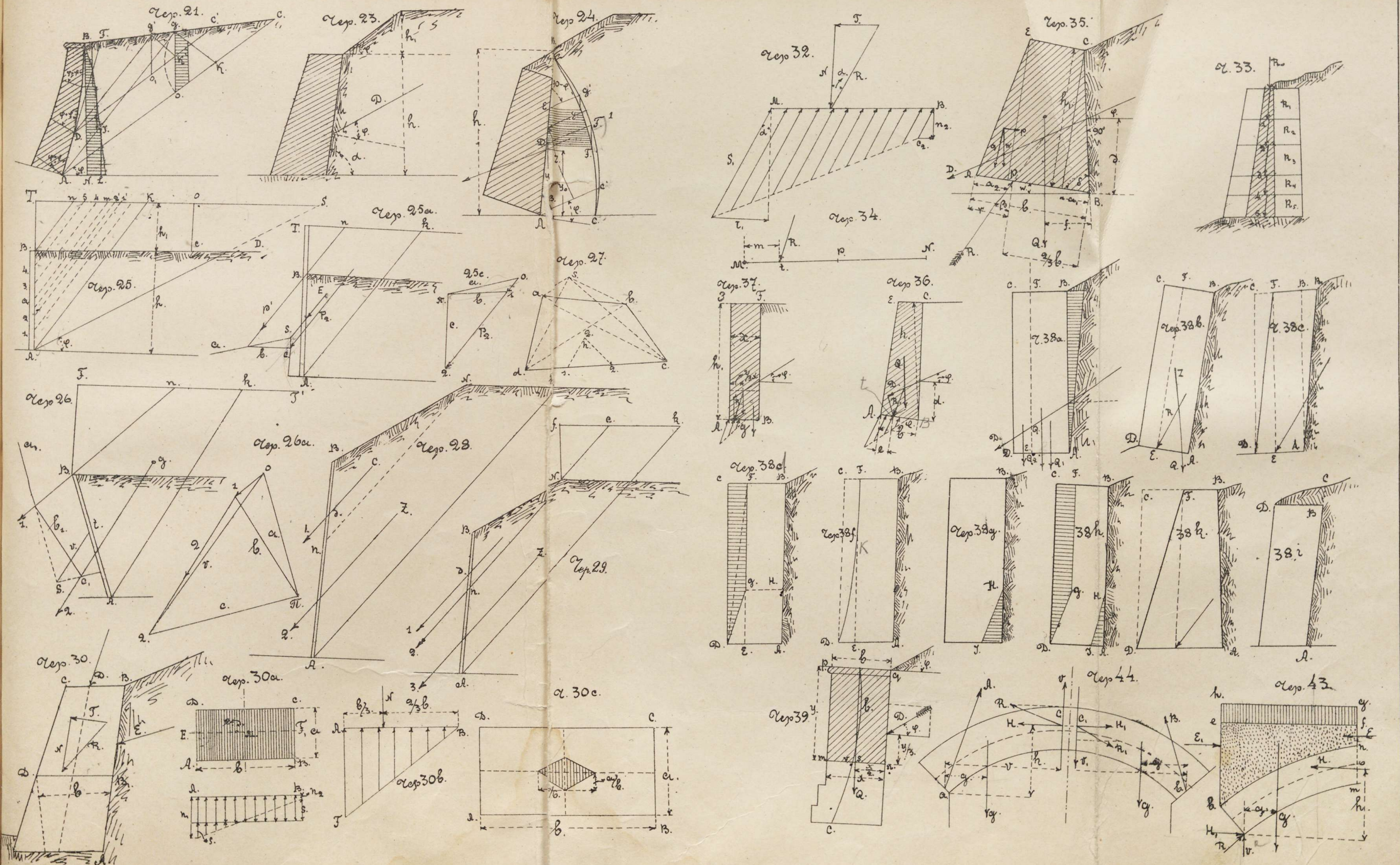


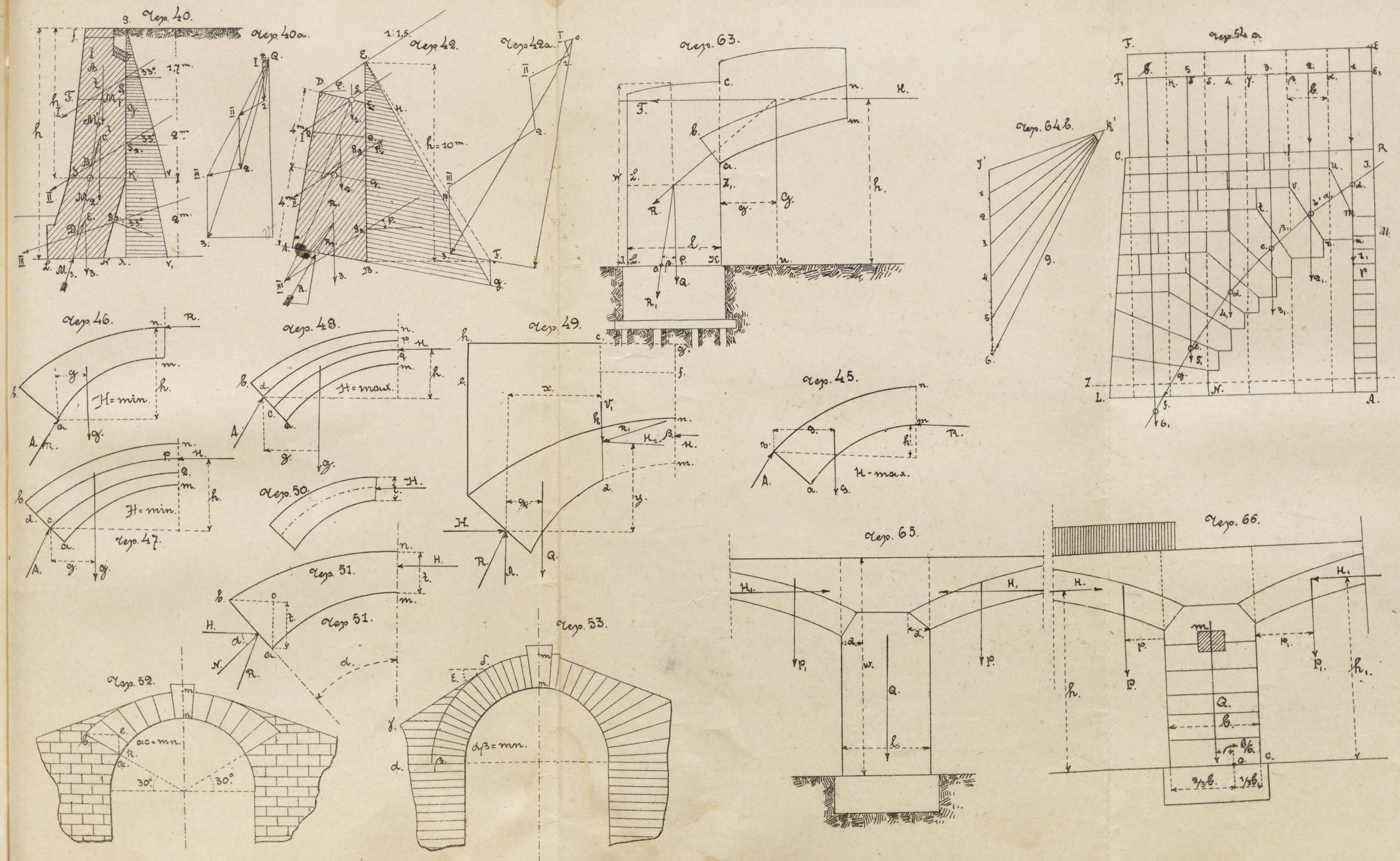
$KL = \gamma = ABJ$.
 $KK_1 = \gamma = AJJ'$.
 $KH \parallel uc$.
 $LH \parallel e$.
 $\angle KHK_1 = \angle AJJ' = \omega$.



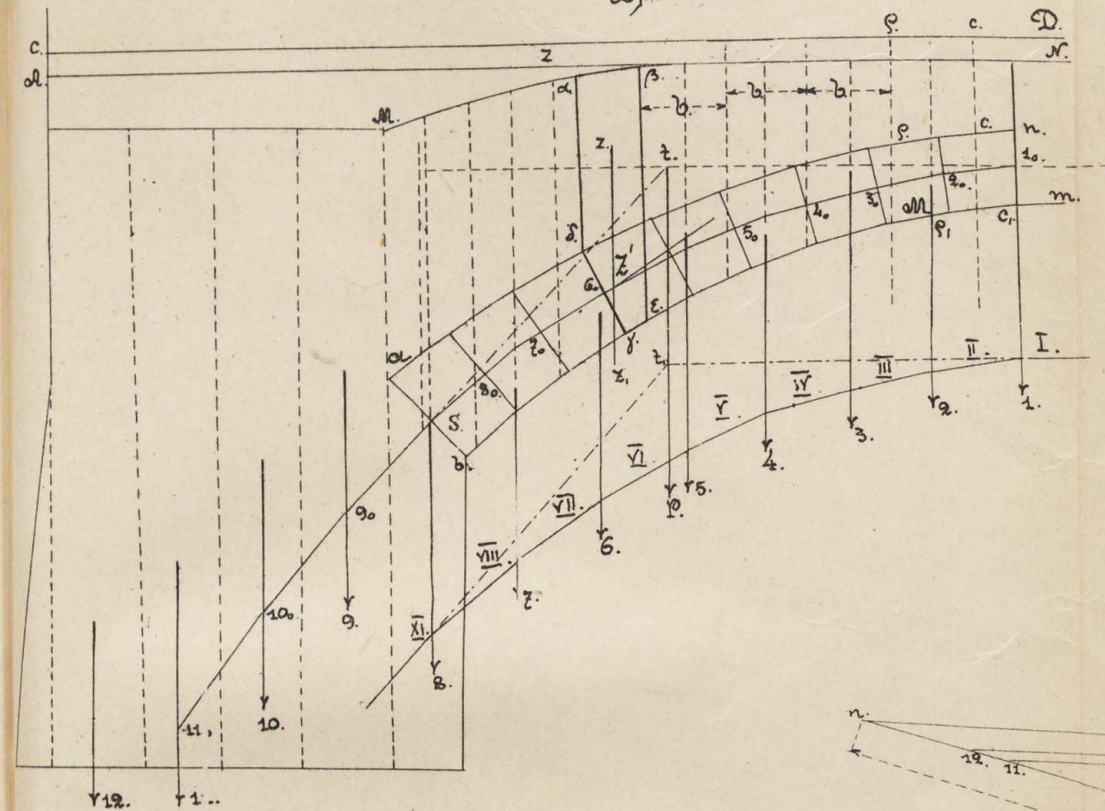
$uv \parallel uv'$.
 $uv \parallel AB$.



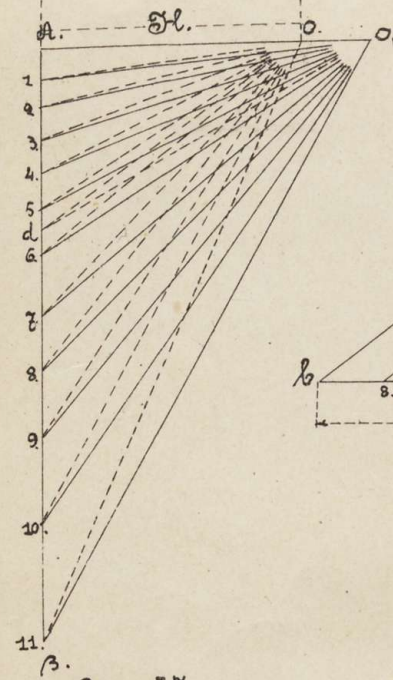




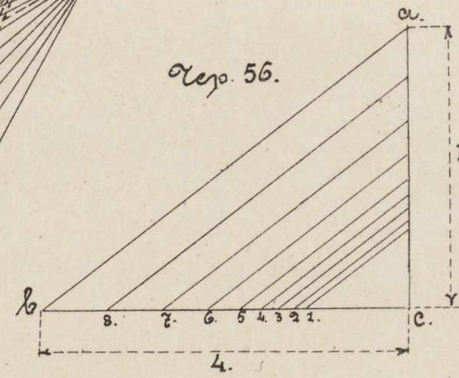
Чер. 55.



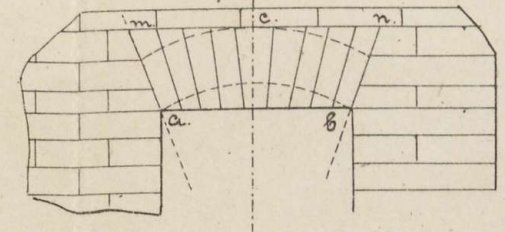
Чер. 58.



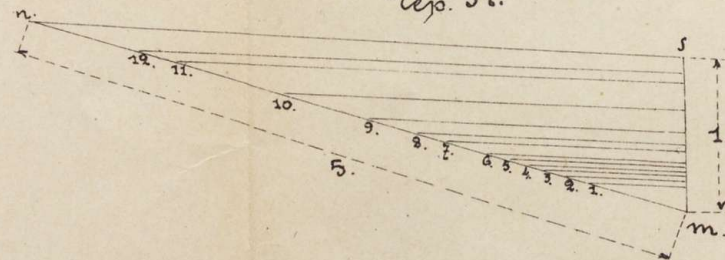
Чер. 56.



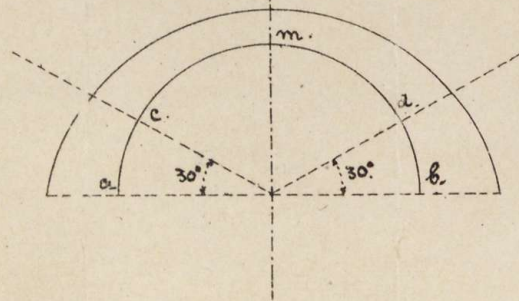
Чер. 62.



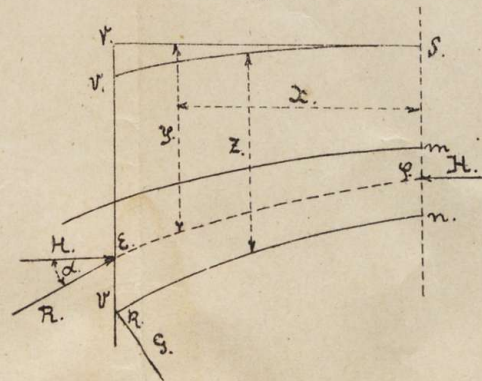
Чер. 57.



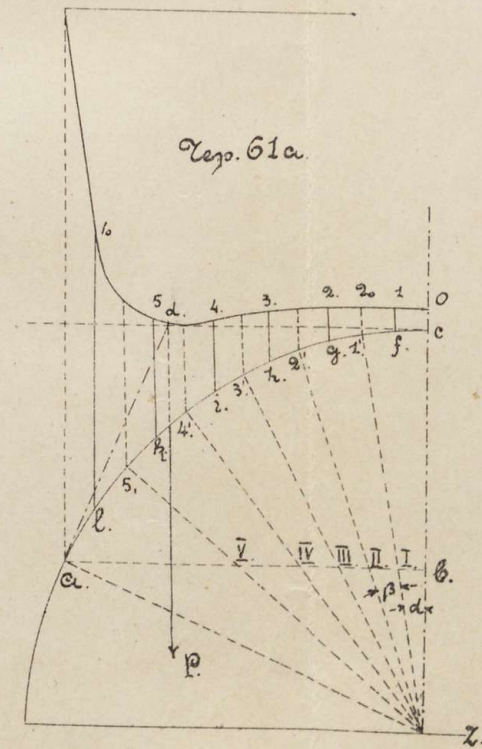
Чер. 60.



Чер. 59.



Чер. 61a.



Чер. 61b.

