

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В U-ОБРАЗНОЙ ТРУБКЕ ПРИ НАЛИЧИИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

А.В. Сидоров¹

В.М. Грабов²

А.А. Зайцев¹

Д.В. Кузнецов¹

Н.И. Тиньков¹

dirnusir@mail.ru

vmgrabov@yandex.ru

zaitsev@elsu.ru

kuznetcovdv007@mail.ru

tinkov2015@gmail.com

¹ ЕГУ им. И.А. Бунина, Елец, Липецкая обл., Российская Федерация

² РГПУ им. А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Аннотация

Исследовано влияние естественной конвекции на процесс формирования термоэлектрокинетического эффекта в водных растворах ионных соединений. Рассчитаны поля температуры и скоростей жидкости в U-образной трубке, которая нагревается снизу при наличии свободной и принудительной конвекции. Модель основана на нестационарных уравнениях Навье — Стокса в приближении Буссинеска, уравнении теплопроводности и условии неразрывности, дополненных краевыми условиями для принудительной и свободной конвекции. Решение получено методом конечных элементов с квадратичной аппроксимацией скорости и линейной аппроксимацией давления и температуры. Проведен численный анализ распределения полей температуры и скорости при фиксированной скорости потока. Определены структура течений в коленах U-образной трубки, их пространственная локализация и количественные характеристики. Результаты демонстрируют асимметричное распределение температуры в коленах трубки и локализацию резкого температурного градиента во входном колене, обусловленные взаимодействием свободной и принудительной конвекции. Усредненные и интегральные характеристики температурного поля, полученные численным расчетом, согласуются с экспериментальными результатами, что свидетельствует об адекватности используемой модели. Полученная модель будет уточняться и обобщаться

Ключевые слова

Свободная конвекция, метод конечных элементов, неизо-термическое течение, термо-электрокинетический эффект, уравнение Навье — Стокса

для моделирования термоэлектромагнитных явлений, возникающих в результате процессов самоорганизации, обусловленных свободной конвекцией в вязких электропроводящих средах

Поступила 26.06.2025

Принята 16.02.2026

© Автор(ы), 2026

Введение. Свободная конвекция представляет собой фундаментальный механизм переноса теплоты и массы, играющий важнейшую роль в многочисленных природных и технологических процессах. Это явление, обусловленное градиентами плотности в жидкостях и газах вследствие неравномерного распределения температуры, лежит в основе многих явлений — от циркуляции атмосферы, океанических течений и плазмы в звездах до процессов теплообмена в инженерных системах [1]. Изучение свободной конвекции занимает важное место в теплопередаче и гидродинамике, поскольку позволяет разрабатывать эффективные энергосберегающие технологии, прогнозировать климатические изменения и оптимизировать промышленные процессы [2].

Механизмы формирования конвективных течений существенно различаются в зависимости от физических свойств среды, геометрии системы и характера тепловых воздействий. В замкнутых полостях могут формироваться устойчивые циркуляционные ячейки, в то время как в открытых системах возникают восходящие потоки и пограничные слои со сложной структурой [3]. Особенно интересен случай так называемой конвекции Рэлея — Бенара, возникающей при нагреве жидкости снизу, когда при превышении критического значения числа Рэлея формируются характерные шестиугольные ячейки, представляющие собой классический пример самоорганизации в неравновесных системах [4]. Протекание свободной конвекции совместно с другими видами теплопередачи (теплопроводностью и излучением) создает сложные режимы, исследование которых требует сочетания теоретических, экспериментальных и численных методов, что стимулирует развитие новых подходов в прикладной физике и вычислительной гидродинамике [5, 6].

Современный этап исследований свободной конвекции характеризуется междисциплинарным подходом, объединяющим методы гидродинамики, теплофизики, вычислительной математики, материаловедения, метеорологии и др. Особое внимание уделяется исследованию микромасштабных эффектов, влияния наноструктурированных поверхностей на интенсификацию теплообмена, многофазных систем и комплексных режимов с участием фазовых переходов [7]. Развиваются методы управления конвективными течениями с помощью внешних полей (электриче-

ских, магнитных, акустических), что открывает новые возможности для технологических приложений [8].

Особый интерес представляет протекание свободной конвекции в электропроводящей среде, в которой перенос электрического заряда накладывается на перенос массы и теплоты. В вязкой среде, подвергнутой действию трех термодинамических сил, возможно формирование особого класса перекрестных явлений. Одно из явлений открыто в водных растворах электролитов [9] и коллоидных растворах [10, 11] и называется термоэлектрокинетическим эффектом. В работе [12] предположено, что при протекании этого явления в вязкой электропроводящей среде, например в плазме звезд, будут формироваться вихревые электромагнитные структуры, обусловленные конвекцией Рэлея — Бенара [4], включающие в себя вихревые поля сторонних сил и электрические токи. Согласно оценкам [4], эти токи обеспечивают магнитную индукцию поля, соответствующую наблюдениям в области солнечных пятен на внешней конвективной границе Солнца. Термоэлектрокинетический эффект исследован в открытой системе в виде U-образной трубки (рис. 1, а). Высота H и диаметр d трубки являются параметрами модели. На границах 1–2, 3–4 размещены электрические нагреватели, в точках 5, 6 и сечениях 7–10 (рис. 1, б) накапливаются результаты расчетов температуры и скорости для построения временных зависимостей температуры и пространственных профилей температуры и скорости жидкости. Течение жидкости в трубке осуществляется справа налево через открытые боковые отводы.

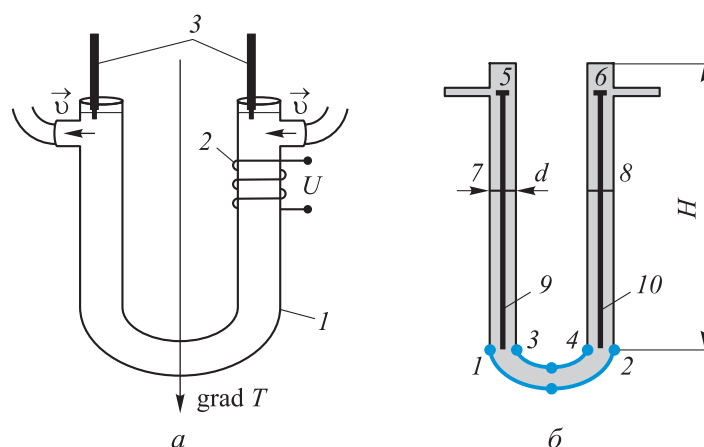


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для исследования термоэлектрокинетического эффекта и измерения термоэлектрокинетической ЭДС (ТЭК ЭДС) (а) и двумерная геометрия модели в виде вертикальной U-образной трубки (б)

Исследуемый раствор (как правило, водный раствор ионного электролита) пропускается вдоль U-образной трубки за счет небольшого перепада давления на ее входе и выходе. Вдоль трубки создается вертикальный градиент температуры посредством нагрева нижнего изгиба трубки, что приводит к формированию динамической неоднородности среды: в прямолинейных коленах трубки скорость течения направлена вдоль и против градиента температуры. Согласно [9], ввиду отличающихся значений подвижностей и теплоты переноса ионов это приводит к частичному разделению зарядов и образованию между областями жидкости, находящейся на входе и выходе системы, (термоэлектрокинетической) электрической разности потенциалов. Указанная разность измеряется электродами 3 (см. рис. 1, а). Электрический нагреватель 2 предназначен для выравнивания температуры между указанными областями жидкости, так как на вход поступает жидкость комнатной температуры, а на выход — жидкость, которая нагрелась, проходя через нижний изгиб.

В указанных условиях в жидкости должны формироваться значительные по интенсивности потоки, обусловленные свободной конвекцией. На основе расчетов для покоящейся в U-образной трубке жидкости в [13, 14] показано, что свободная конвекция должна существенно влиять на пространственное распределение температуры, снижая, в частности, эффективный перепад температуры. В свою очередь значение перепада температуры определяет значение формирующейся термоэлектрокинетической ЭДС (ТЭК ЭДС), которая также зависит от скорости потока жидкости. На нее также будет значительно влиять свободная конвекция. Однако в [13, 14] использована модель с покоящейся жидкостью, что, например, не позволило оценить влияние свободной конвекции на принудительный режим течения жидкости.

Цель работы — представить уточнение и развитие математической модели на основе уравнений переноса, используемой в [14]. Обобщенная модель позволит рассчитать поля скорости и температуры не только для покоящейся жидкости, но и для жидкости, движущейся вдоль открытой U-образной трубки при ее нагреве снизу. Это даст возможность оценить вклад процессов, обусловленных свободной конвекцией, в характер и значение ТЭК ЭДС, которая генерируется в водных растворах ионных соединений в процессе экспериментального исследования термоэлектрокинетического эффекта в открытой системе в виде U-образной трубки при ее нагреве снизу. Полученные поля температуры и скорости жидкости могут быть в дальнейшем использованы как исходные данные при моделировании распределения электрических потенциалов на основе

уравнений электродинамики. Это справедливо в случае, когда потоки заряженных частиц, обусловленные внутренними электрическими полями, несущественно влияют на формирование полей температуры и скорости в жидкой среде и для водных растворов электролитов, особенно в приближении бесконечного разбавления. Совершенствование и усложнение модели откроет возможность описания процессов самоорганизации в вязких электропроводящих средах, таких как плазма звезд, атмосферы и океаны планеты, жидкие системы живых организмов и т. д.

Методы и материалы. Экспериментальное измерение значения ТЭК ЭДС выполнено с использованием экспериментальной установки (см. рис. 1, а). Методика эксперимента подробно описана в [9, 10]. Измерения проведены в водных растворах однозарядного ионного соединения КОН. Для исключения процессов, обусловленных свободной конвекцией, измерена ТЭК ЭДС в тех же растворах и в условиях охлаждения нижнего изгиба трубки смесью воды с тающим льдом. Результаты для водных растворов ионных соединений по исследованию термоэлектрокинетического эффекта получены в слабо разбавленных растворах, в которых основные теплофизические и гидродинамические параметры незначительно (как правило, на доли процента) отличаются от параметров чистой воды [15]. В связи с этим для получения пространственных распределений поля температуры и скорости здесь рассмотрено решение двумерной задачи расчета поля скорости и температуры чистой воды, движущейся по вертикальной U-образной трубке. Кроме того, результаты экспериментальных измерений теплового поля в разбавленных растворах КОН и чистой воде не показали заметных отличий. Геометрия модели с характерными границами и элементами показана на рис. 1, б.

В качестве математической модели задачи выбрана система уравнений переноса жидкой среды в приближении Буссинеска [16], состоящая из уравнения Навье — Стокса

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} - \beta (T - T_0) \vec{g}, \quad (1)$$

уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \kappa \Delta T \quad (2)$$

и уравнения неразрывности для несжимаемой среды

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (3)$$

В (1)–(3) $\vec{u}$ — скорость жидкости; ρ_0 — средняя плотность жидкости; p — давление; μ — динамическая вязкость; β — коэффициент объемного теплового расширения; T — абсолютная температура; T_0 — базовая температура; g — ускорение свободного падения; κ — коэффициент теплопроводности. Согласно аппроксимации Буссинеска, сжимаемостью жидкостью пренебрегают в (3), зависимостью динамической вязкости от температуры — в (1). Пренебрежение зависимостью плотности от давления приводит к тому, что силовое слагаемое, обусловленное силой Архимеда, вследствие зависимости плотности от температуры можно линеаризовать по степени отклонения температуры от среднего значения T_0 (последнее слагаемое в (1)).

Система уравнений переноса (1)–(3) дополняется краевыми условиями. В качестве начальных условий выбираются равенство начальной температуры температуре окружающей среды

$$T(x, y, 0) = T_{ext}, \quad (4)$$

нулю скорости жидкости во всех точках внутри области моделирования

$$\vec{u}(x, y, 0) = 0 \quad (5)$$

и гидростатическое определение давления

$$p(x, y, 0) = p_0 + \rho g y. \quad (6)$$

Здесь p_0 — внешнее атмосферное давление.

В качестве граничных условий выбраны равенство температуры на границах, где размещены нагреватели 1–2, 3–4, номинальной температуре нагревателя в стационарном режиме

$$T_{1-2, 3-4}(t) = T_h, \quad (7)$$

для остальных границ — условию конвективного теплообмена с коэффициентом теплоотдачи h

$$-\vec{n} \cdot \vec{q} = h(T_{ext} - T), \quad (8)$$

где $\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T$ — вектор теплового потока. Скорость жидкости, кроме верхних открытых границ, входных и выходных границ потока на боковых отводах, равна нулю:

$$\vec{u}(t) = 0, \quad (9)$$

на верхних открытых границах нормальная компонента скорости равна нулю:

$$\vec{u}(t) \cdot \vec{n} = 0, \quad (10)$$

а скорость на входных и выходных границах потока — скорости течения:

$$\vec{u}_{in,out}(t) = \vec{u}_0. \quad (11)$$

Следовательно, модель, состоящая из (1)–(3) и краевых условий (4)–(11), является нестационарной и нелинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных в области моделирования со сложной геометрией. Для разрешения уравнений модели выбран метод конечных элементов (МКЭ) [17], позволяющий получать устойчивое, сходящееся решение в задачах с криволинейной сложной геометрией. Метод конечных элементов применен для численного решения краевых задач, возникающих при моделировании физических процессов, описываемых уравнениями в частных производных [18]. Решение задачи включает в себя приведение исходных уравнений к слабой вариационной форме путем интегрирования по частям, что снижает требования к гладкости искомых функций. Расчетная область дискретизируется на конечные треугольные элементы, на которых неизвестные аппроксимируются базисными функциями, квадратичными (P2) для скорости, линейными для давления и температуры (P1). Подстановка аппроксимаций в слабую форму приводит к системе алгебраических уравнений, решаемой методами итерационной линейной алгебры [19]. Для учета нелинейностей связей используется итерационный процесс, обеспечивающий сходимость решений на каждом временном шаге.

Сходимость численного решения нестационарной задачи проверена посредством последовательного уточнения сетки и уменьшения временного шага с анализом изменения контрольных интегральных характеристик полей скорости и температуры. Устойчивость расчетов обеспечена выбором неявной схемы интегрирования по времени и использованием схемы Пикарда для итерационной линеаризации нелинейных членов. Дополнительно проконтролирована сходимость итераций на каждом временном шаге по норме невязки [18]. Численные решения полагались устойчивыми и сходящимися, если изменение результатов при дальнейшем сгущении сетки и уменьшении временного шага становилось пренебрежимо малым.

Как показано в [14], применяемая модель и алгоритм расчета позволяли рассчитать поля температуры и скорости жидкости, хорошо согласующиеся с результатами натурального эксперимента для случая покоящейся в трубке жидкости. Здесь проведен учет наличия принудительной,

кроме свободной, конвекции с использованием дополнительных граничных условий. Расчеты выполнены для дистиллированной воды, геометрические параметры области моделирования соответствовали размерам U-образной трубки, использовавшейся в экспериментах по исследованию термоэлектрокинетического эффекта [10]: диаметр трубки $d = 17$ мм, высота $H = 19$ см, расстояние между коленами 8 см, длина боковых отводов, по которым в систему поступает и выводится жидкость, 3 см, их диаметр 5 мм. Температура окружающей среды 293,15 К, коэффициент теплоотдачи $h = 50$ Вт/(м² · К), что соответствует теплообмену стекла с окружающей средой комнатной температуры. Проведено экспериментальное измерение распределения температуры нагреваемой в трубке жидкости с использованием ИК тепловизионной камеры *FLIR Extech i5*, позволяющей измерять температуру в диапазоне значений 0...250 °С. Снимки выполнены для разных моментов времени после начала нагрева жидкости, находящейся в U-образной трубке.

Результаты. Для оценки степени влияния процессов, обусловленных свободной конвекцией на формирующуюся ТЭК ЭДС в водных растворах электролитов проведены соответствующие экспериментальные измерения в водных растворах КОН концентрацией 0,09 моль/л при фиксированной скорости течения 4 мм/с для двух случаев: 1) нижний изгиб трубки нагревался в контакте с песочной баней (рис. 2, а); 2) нижний изгиб трубки охлаждался смесью воды с тающим льдом (рис. 2, б). В первом случае принудительное течение жидкости будет возмущаться восходящими потоками, обусловленными свободной конвекцией.

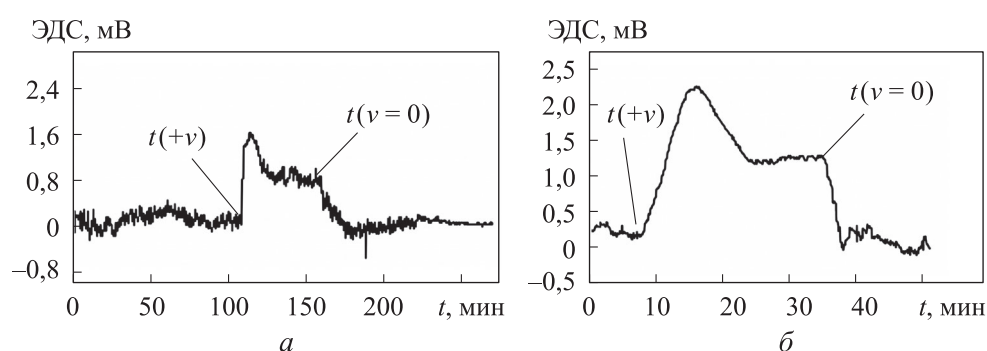


Рис. 2. Временные диаграммы электрического сигнала при наблюдении термоэлектрокинетического эффекта в водном растворе КОН (перепад температуры 9 К, $v = 4$ мм/с) при нагреве нижнего изгиба трубки (а) и его охлаждении (б)

Эксперимент проведен в следующей последовательности. Вначале формировали перепад температуры путем нагрева или охлаждения нижнего изгиба трубки. В моменты времени $t(+\nu)$ включалось принудительное течение раствора. В результате с течением времени между областями раствора, находящимися на входе и выходе системы, начинала формироваться разность электрических потенциалов, фиксируемая электродами (см. рис. 1, а). Первоначальный всплеск сигнала на рис. 2 обусловлен наложением термоэлектрической ЭДС на ТЭК ЭДС, так как в первом случае (см. рис. 2, а) на выход трубки поступает уже нагревшаяся жидкость, а во втором (см. рис. 2, б) — охлажденная. В результате между этими областями раствора возникает разность температуры. Поэтому для уменьшения влияния термоэлектрической ЭДС приходится с помощью электрического нагревателя (см. рис. 1, а) уменьшать этот перепад температуры, нагревая в первом случае жидкость во входном колене, а во втором — в выходном колене. Регулировкой мощности нагревателя удастся снизить этот перепад температуры до 0,5 К, в результате чего с течением времени разность потенциалов выходит на стационарное значение, которое представляет собой ТЭК ЭДС. В моменты времени $t(\nu = 0)$ течение жидкости останавливается, и постепенно электрическая разность потенциалов стремится к нулю.

Для расчета пространственного распределения температуры и скорости раствора использована модель (1)–(11). В этой постановке задачи [14] не удалось получить устойчивое, сходящееся стационарное решение, что также подтверждается и в других работах, например [20, 21], рассматривающих численное решение близкой задачи, где рассчитано поле температуры и скорости жидкости в вертикальном цилиндре при его нагреве снизу. Поэтому рассмотрено решение нестационарной задачи во временной области, расчет выполнен по дискретной временной сетке до момента времени 3 600 с. Пространственное распределение температуры жидкости, текущей по U-образной трубке, для конечного момента времени показано на рис. 3.

Наличие принудительного течения среды приводит к резкой асимметрии распределения температуры жидкости во входном и выходном коленах трубки. Температура во входном колене становится ниже, чем в выходном, что, по-видимому, обусловлено поступлением в трубку более холодной жидкости, имеющей температуру окружающей среды, через входной боковой отвод. В области нижнего изгиба жидкость нагревается и поступает в выходное колено, имея более высокую температуру. Такой результат подтверждается экспериментальными измерениями температурного поля ИК-камерой.

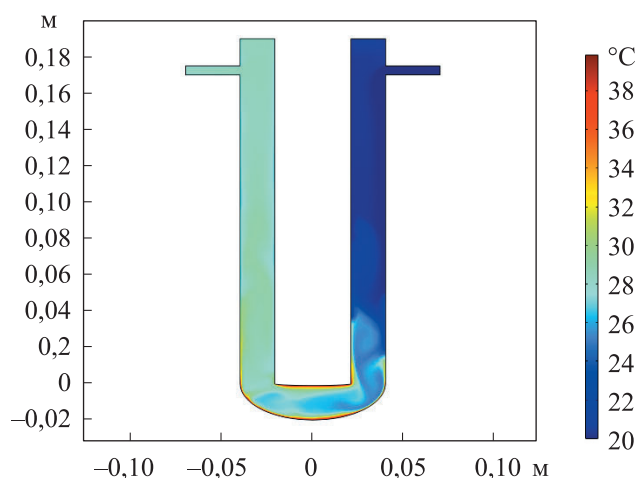


Рис. 3. Поле температуры жидкости, текущей по U-образной трубке, нагреваемой снизу ($u_0 = 4$ мм/с, температура на горячих границах 313 К)

Обращает на себя внимание пространственная локализация температурного градиента в нижней части входного колена (см. рис. 3), где на небольшой участок приходится значительный перепад температуры. При этом изотермы в этой области имеют характерный скошенный вид. Указанная особенность наблюдается и экспериментально — на рис. 4 показана

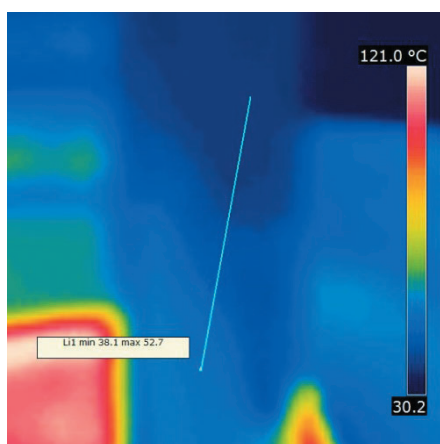


Рис. 4. Тепловизионный снимок нижнего участка входного колена нагреваемой снизу U-образной трубки с жидкостью, перемещающейся со скоростью 4 мм/с

но изображение текущей по нагреваемой снизу U-образной трубке воды, полученное с использованием тепловизора. В этом случае осуществлен значительный нагрев изгиба трубки (выше, чем в расчетной модели, см. рис. 3) для получения более различного контрастного изображения. В результате указанная особенность хорошо заметна на изображении: на небольшую пространственную область вблизи нижней части входного колена трубки приходится значительный перепад температуры с характерными скошенными линиями изотерм.

В пространственном распределении скоростей текущей по трубке воды (рис. 5) можно выделить две области. Одна находится приблизительно

но выше центральных сечений колен, другая — ниже. Движение жидкости в верхней области носит более приближенный к ламинарному течению характер, причем по вертикали колен можно выделить опускающее и поднимающееся течения. В нижней области трубки, особенно во входном колене, характер течения жидкости становится более возмущенным с образованием закручивающихся структур. Согласно результатам расчетов, такие структуры незначительно меняют положение, форму и размер с течением времени. Это интенсивное вихревое движение локализовано в той области, на которую приходится значительный перепад температуры (см. рис. 3, 4).

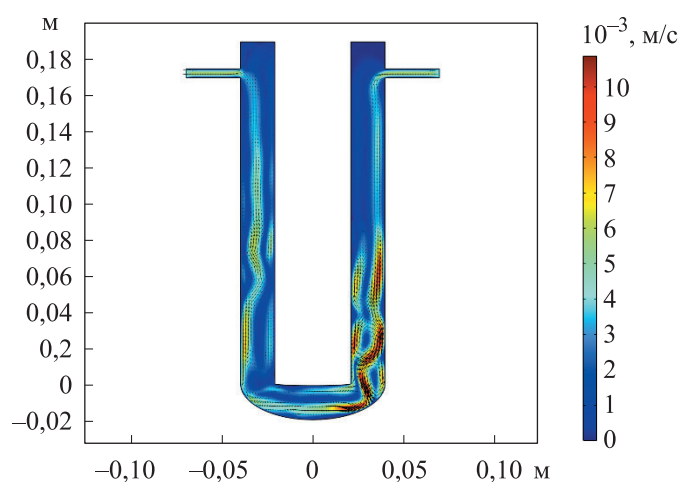


Рис. 5. Поле скоростей текущей жидкости, соответствующее условиям на рис. 3

Пространственное распределение температуры жидкости по вертикали колен для центральных отрезков 9, 10 (см. рис. 1, б) показано на рис. 6, а. Данные расчета свидетельствуют, что между областями жидкости в верхних коленях (точки 5, 6, см. рис. 1, б) с течением времени формируется перепад температуры, составляющий приблизительно 9 °С.

Пространственное распределение вертикальной компоненты скорости воды вдоль оси x по линиям 7, 8 (см. рис. 1, б) показано на рис. 6, б. Зависимости подтверждают, что в потоке жидкости четко выделяются опускающие и поднимающиеся течения.

Обсуждение. Наличие свободной конвекции (см. рис. 2) несущественно влияет на значение ТЭК ЭДС, которое в обоих случаях составляет около 0,9 мВ. Основное различие заключается во флуктуациях электрического сигнала, которые заметны при наличии свободной конвекции. При принудительной конвекции система также является более стабильной и устойчи-

вой, вследствие чего быстрее достигается стационарное состояние. Наличие флуктуаций сигнала может быть обусловлено возмущениями полей скорости и температуры в нижней части трубки, которые, по-видимому, приводят к флуктуациям концентрации электролита, с которым связан пространственный заряд в жидкости.

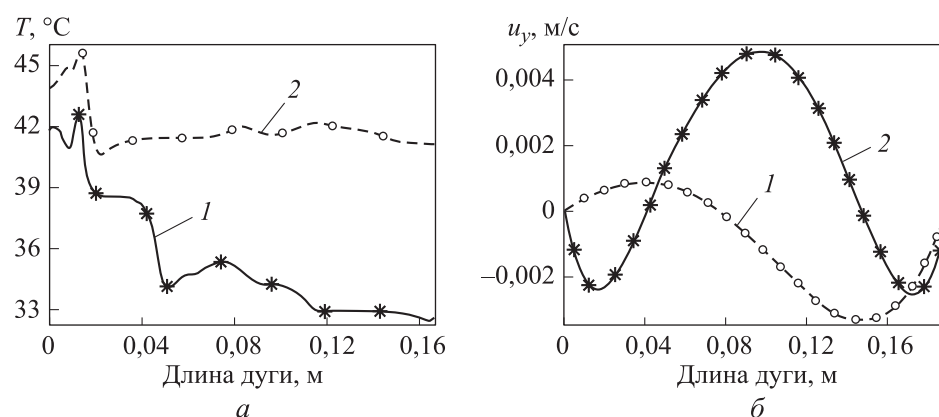


Рис. 6. Распределения температуры вдоль линий 9, 10 (а) и вертикальной компоненты скорости жидкости вдоль линий 7, 8 (б) (см. рис. 1, б) для вертикальных входных (1) и выходных (2) колен трубки для $t = 3600$ с

В связи с этим интерес представляют аналогичные результаты по измерению ТЭК ЭДС в коллоидных растворах [14], в которых в случае подавленной свободной конвекции значения ТЭК ЭДС существенно выше, чем при ее наличии, и выше, чем в растворах электролитов. Это указывает на различные механизмы формирования термоэлектрокинетического эффекта в водных растворах электролитов и коллоидных растворах, для которых детальная картина полей температуры и скорости играет более важную роль. Для водных растворов ионных электролитов более существенны интегральные, усредненные характеристики указанных полей.

Полученные результаты поля температуры жидкости, текущей по U-образной трубке, которая нагревается снизу, подтверждают следующий наблюдаемый в экспериментах по исследованию термоэлектрокинетического эффекта факт: течение жидкости приводит к формированию градиента температуры между областями жидкости, находящимися в верхних частях колен. В результате на термоэлектрокинетический эффект накладывается сопутствующий термоэлектрический, что приводит к необходимости выравнивания температуры жидкости в этих областях путем размещения дополнительного нагревателя.

По сравнению со случаем покоящейся жидкости [13] заметно различие в локализации температурного градиента в коленях. В случае покоящейся жидкости перепад температуры в обоих коленях равномерно распределяется по длине трубки и приблизительно одинаков в обоих коленях. При наличии принудительного течения (см. рис. 6, а) во входном колене перепад температуры, составляющий такое же значение, как и для покоящейся жидкости, локализуется на длине около 2 см. Это приводит к формированию потенциального барьера для частиц и ионов жидкости, проницаемость которого зависит от их транспортных характеристик, а также к увеличению градиента температуры, от которого зависят как термодинамические силы, так и ТЭК ЭДС. Температура жидкости вдоль вертикальной части выходного колена меняется слабо, поэтому основная часть снижения разности потенциалов должна приходиться на нижнюю возмущенную область.

Согласно сравнению результатов расчета температуры и скорости жидкости, становится понятна причина указанной узкой пространственной локализации перепада температуры в нижней части входного колена. В этой области формируется интенсивное вихревое движение жидкости, вызванное наложением сравнимых по величине встречных потоков, обусловленных принудительной конвекцией вблизи внешней стенки трубки вниз и поднимающегося со стороны внутренней части трубки более горячего потока, обусловленного свободной конвекцией. В результате поток в этой области закручивается, ускоряется и теплообмен существенно интенсифицируется.

Наблюдается асимметрия поля скорости жидкости в коленях трубки по сравнению с нагревом покоящейся жидкости. Во входном колене (см. рис. 6, б) течения локализуются вблизи стенок трубки: опускное — вблизи внешней стенки, ближайшей к входному отверстию, поднимающееся — вблизи внутренней. По абсолютной величине средняя скорость опускного течения составляет 2,8 мм/с для сечения в центральной части течения, средняя скорость поднимающегося — не превышает 1 мм/с. Такая разность, по-видимому, связана с встречным наложением потоков жидкости, обусловленных свободной и принудительной конвекцией. В результате скорость восходящего потока уменьшается по сравнению со случаем покоящейся жидкости, для которой при тех же условиях нагрева скорость достигает 5 мм/с [13]. Форма профилей рассматриваемых течений отличается от параболического, характерного для изотермического течения жидкости по круглой трубе. Центральная часть входной трубки является переходной областью, в которой скорость течения близка нулю.

В выходном колене трубки можно выделить три области течения: 1) опускное; 2) локализующееся вблизи стенок колена; 3) поднимающееся в центральной области. Аналогичный характер имеет картина поля скорости и для покоящейся жидкости. В рассматриваемом колене скорости течения, обусловленные свободной и принудительной конвекцией, направлены в одну сторону — вверх. В результате скорость поднимающегося течения достигает 4,5 мм/с в центральной области, что выше как максимального значения скорости опускного течения во входном колене, так и заданной скорости принудительной конвекции. Скорость опускных течений вблизи стенок трубки не превышает 2,5 мм/с. Вихревые течения, которые в случае покоящейся жидкости локализуются в нижних частях обоих колен, при наличии принудительной конвекции развиваются только во входном колене, в области локализации резкого перепада температуры.

Заключение. Наличие свободной конвекции при исследовании термоэлектрокинетического эффекта в разбавленных водных растворах ионных соединений приводит к возникновению флуктуаций ТЭК ЭДС, обусловленных возмущающим действием восходящих конвективных потоков жидкости. В коллоидных растворах при подавлении свободной конвекции регистрируется выраженное увеличение ТЭК ЭДС. Это свидетельствует о том, что мелкомасштабная картина температурного поля и сопутствующие течения в коллоидных растворах существенно влияют на формирование ТЭК ЭДС и требуют отдельного систематического экспериментального и численного исследований, в то время как в растворах ионных соединений значение ТЭК ЭДС определяется прежде всего усредненными, интегральными характеристиками жидкого раствора.

Расширенная модель, базирующаяся на решении уравнений тепло- и массопереноса МКЭ, позволяет рассчитывать нестационарное поле температуры и скорости жидкой среды, перемещающейся по вертикальной U-образной трубке, нагреваемой снизу. Результаты расчета некоторых усредненных характеристик температурного поля, например, перепады температуры между характерными точками, подтверждаются натурным экспериментом. Расчеты позволили оценить некоторые важные характеристики пространственных распределений температуры и скорости жидкости, локализовать перепады температуры, опускные и поднимающиеся течения, обусловленные конкурирующим влиянием свободной и принудительной конвекции. Полученные результаты могут быть использованы как исходные, начальные условия в расчетах распределения кон-

центрации ионов и распределения электрического потенциала в разбавленных водных растворах электролитов.

Дальнейшие расчеты на основе модели помогут оптимизировать характеристики экспериментальной установки: ее геометрию, параметры и условия нагрева для максимального увеличения ТЭК ЭДС. Созданная модель также может стать фундаментом для более общей модели, позволяющей моделировать процессы формирования самоорганизующихся конвективных структур в электропроводящих вязких средах, которые вызывают термоэлектромагнитные явления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джалурия Й. Естественная конвекция: тепло- и массообмен. М., Мир, 1983.
- [2] Bejan A. Convection heat transfer. Wiley, 2013.
- [3] Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large-scale dynamics in turbulent Rayleigh — Bénard convection. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, vol. 81, iss. 2, pp. 503–537. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.503>
- [4] Getling A.V. Formation of spatial structures in Rayleigh — Benard convection. *Sov. Phys. Usp.*, 1991, vol. 34, no. 9, pp. 737–776. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1991v034n09ABEH002470>
- [5] Miroshnichenko I., Sheremet M., Chamkha A.J. Turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with local heater. *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, 2018, vol. 28, no. 7, pp. 1698–1715. DOI: <https://doi.org/10.1108/HFF-03-2018-0089>
- [6] Chen H.T., Hsu L.Y., Liu H.H., et al. Novel experimental-numerical study on inverse heat transfer by free convection and conduction for diamond-arranged tubes in a hot box. *J. Therm. Anal. Calorim.*, 2024, vol. 149, iss. 22, pp. 13013–13030. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10973-024-13496-8>
- [7] Sheremet M.A., Pop I. Natural convection in a wavy porous cavity with sinusoidal temperature distributions on both side walls filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model. *J. Heat Transfer.*, 2015, vol. 137, no. 7, art. 072601. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4029816>
- [8] Jahanbakhshi A., Nadooshan A.A., Bayareh M. Magnetic field effects on natural convection flow of a non-Newtonian fluid in an L-shaped enclosure. *J. Therm. Anal. Calorim.*, 2018, vol. 133, iss. 3, pp. 1407–1416. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10973-018-7219-6>
- [9] Грабов В.М., Зайцев А.А., Кузнецов Д.В. и др. Термоэлектрокинетический эффект в слабых водных растворах электролитов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 3 (30), с. 112–123. EDN: KBADWD

- [10] Grabov V.M., Zaitsev A.A., Kuznetsov D.V., et al. Thermoelectric and thermoelectrokinetic phenomena in liquid biological systems. *Tech. Phys.*, 2018, vol. 63, iss. 10, pp. 1415–1419. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063784218100122>
- [11] Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaitsev A.A., et al. Thermoelectric and thermoelectrokinetic phenomena in colloidal solutions. *Semiconductors*, 2019, vol. 53, no. 6, pp. 756–760. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063782619060228>
- [12] Грабов В.М., Зайцев А.А., Кузнецов Д.В. Физическое моделирование электромагнитных процессов в конвективной зоне Солнца. *Солнечная и солнечно-земная физика. Тез. Всерос. ежегод. конф. по физике Солнца*. СПб., ГАО РАН, 2012, с. 44–45.
- [13] Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaitsev A.A., et al. Thermoelectrokinetic effect in colloidal solutions of tanin under conditions of suppressed natural convection. *6th REEPE*, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1109/REEPE60449.2024.10479697>
- [14] Сидоров А.В., Грабов В.М., Зайцев А.А. и др. Закономерности термоэлектродинамического эффекта в коллоидном растворе танина при подавлении естественной конвекции. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*, 2024, № 3, с. 146–159. DOI: <https://doi.org/10.21685/2072-3040-2024-3-10>
- [15] Madani Sani F., Nesic S. A critical review of models for density, viscosity, and diffusivity in aqueous sodium chloride solutions. *Electrochim. Acta*, 2024, vol. 477, art. 143766. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.electacta.2024.143766>
- [16] Темам Р. Уравнения Навье — Стокса. М., Мир, 1981.
- [17] Reddy J.N., Gartling D.K. The finite element method in heat transfer and fluid dynamics. CRC Press, 2010.
- [18] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. Elsevier, 2005.
- [19] Varga R.S. Matrix iterative analysis. Springer, 2009.
- [20] Khalilov R., Kolesnichenko I., Pavlinov A., et al. Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, vol. 3, iss. 4, art. 043503. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.043503>
- [21] Zwirner L., Khalilov R., Kolesnichenko I., et al. The influence of the cell inclination on the heat transport and large-scale circulation in liquid metal convection. *J. Fluid Mech.*, 2020, vol. 884, art. A18. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.935>

Сидоров Александр Валентинович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры агроинженерии, мехатронных и радиоэлектронных систем ЕГУ им. И.А. Бунина (Российская Федерация, 399770, Липецкая обл., Елец, ул. Коммунаров, д. 28/1).

Грабов Владимир Минович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры общей и экспериментальной физики РГПУ им. А.И. Герцена (Российская Федерация, 191186, Санкт-Петербург, набережная реки Мойки, д. 48).

Зайцев Андрей Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры агроинженерии, мехатронных и радиоэлектронных систем ЕГУ им. И.А. Бунина (Российская Федерация, 399770, Липецкая обл., Елец, ул. Коммунаров, д. 28/1).

Кузнецов Денис Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики, информатики, физики и методики обучения ЕГУ им. И.А. Бунина (Российская Федерация, 399770, Липецкая обл., Елец, ул. Коммунаров, д. 28/1).

Тиньков Никита Игоревич — аспирант кафедры агроинженерии, мехатронных и радиоэлектронных систем ЕГУ им. И.А. Бунина (Российская Федерация, 399770, Липецкая обл., Елец, ул. Коммунаров, д. 28/1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Сидоров А.В., Грабов В.М., Зайцев А.А. и др. Исследование неизотермического течения в U-образной трубке при наличии свободной конвекции. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2026, № 3 (126), с. 53–72.

EDN: LDXYRF

INVESTIGATION OF NON-ISOTHERMAL FLOW IN A U-SHAPED TUBE IN THE PRESENCE OF NATURAL CONVECTION

A.V. Sidorov¹

V.M. Grabov²

A.A. Zaitsev¹

D.V. Kuznetsov¹

N.I. Tinkov¹

dirnusr@mail.ru

vmgrabov@yandex.ru

zaitsev@elsu.ru

kuznetcovdv007@mail.ru

tinkov2015@gmail.com

¹ YelSU, Yelets, Lipetsk Region, Russian Federation

² Herzen University, Saint Petersburg, Russian Federation

Abstract

The article examines the effect of the presence of natural convection on the formation of the thermoelectrokinetic effect in aqueous solutions of ionic compounds. The fields of temperatures and velocities of a liquid located in a U-shaped tube, which is heated from below in the presence of natural and forced convection, are calculated. The model is based on the unsteady Navier — Stokes equations in the Boussinesq approximation, the thermal conductivity equation, and the continuity condition, supplemented by boundary conditions for forced and natural convection. The solution is obtained using a finite element method with a quadratic approximation of velocity and a linear approximation of pressure and

Keywords

Natural convection, finite element method, nonisothermal flow, thermoelectrokinetic effect, Navier — Stokes equation

temperature. A numerical analysis of the distribution of temperature and velocity fields at a fixed flow velocity is carried out. The structure of flows in the coils of a U-shaped tube, their spatial localization and quantitative characteristics are determined. The results demonstrate an asymmetric temperature distribution in the tube knees and localization of a sharp temperature gradient in the inlet knee due to the interaction of free and forced convection. The averaged and integral characteristics of the temperature field obtained by numerical calculation are consistent with the experimental results, which indicates the adequacy of the model used. The resulting model will be refined and generalized to simulate thermoelectromagnetic phenomena resulting from self-organization processes caused by natural convection in viscous electrically conductive media

Received 26.06.2025

Accepted 16.02.2026

© Author(s), 2026

REFERENCES

- [1] Jaluria Y. Natural convection. Pergamon Press, 1980.
- [2] Bejan A. Convection heat transfer. Wiley, 2013.
- [3] Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large-scale dynamics in turbulent Rayleigh — Bénard convection. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, vol. 81, iss. 2, pp. 503–537. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.503>
- [4] Getling A.V. Formation of spatial structures in Rayleigh — Benard convection. *Sov. Phys. Usp.*, 1991, vol. 34, no. 9, pp. 737–776. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1991v034n09ABEH002470>
- [5] Miroshnichenko I., Sheremet M., Chamkha A.J. Turbulent natural convection combined with surface thermal radiation in a square cavity with local heater. *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*, 2018, vol. 28, no. 7, pp. 1698–1715. DOI: <https://doi.org/10.1108/HFF-03-2018-0089>
- [6] Chen H.T., Hsu L.Y., Liu H.H., et al. Novel experimental-numerical study on inverse heat transfer by free convection and conduction for diamond-arranged tubes in a hot box. *J. Therm. Anal. Calorim.*, 2024, vol. 149, iss. 22, pp. 13013–13030. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10973-024-13496-8>
- [7] Sheremet M.A., Pop I. Natural convection in a wavy porous cavity with sinusoidal temperature distributions on both side walls filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model. *J. Heat Transfer.*, 2015, vol. 137, no. 7, art. 072601. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4029816>
- [8] Jahanbakhshi A., Nadooshan A.A., Bayareh M. Magnetic field effects on natural convection flow of a non-Newtonian fluid in an L-shaped enclosure. *J. Therm. Anal. Calorim.*, 2018, vol. 133, iss. 3, pp. 1407–1416. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10973-018-7219-6>

- [9] Grabov V.M., Zaytsev A.A., Kuznetsov D.V., et al. Thermoelectrokinetic effect in dilute water solutions of electrolytes. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2008, no. 3 (30), pp. 112–123 (in Russ.). EDN: KBADWD
- [10] Grabov V.M., Zaitsev A.A., Kuznetsov D.V., et al. Thermoelectric and thermoelectrokinetic phenomena in liquid biological systems. *Tech. Phys.*, 2018, vol. 63, iss. 10, pp. 1415–1419. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063784218100122>
- [11] Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaitsev A.A., et al. Thermoelectric and thermoelectrokinetic phenomena in colloidal solutions. *Semiconductors*, 2019, vol. 53, no. 6, pp. 756–760. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063782619060228>
- [12] Grabov V.M., Zaytsev A.A., Kuznetsov D.V. [Physical modeling of electromagnetic processes in the solar convection zone]. *Solnechnaya i solnechno-zemnaya fizika. Tez. Vseros. ezhegod. konf. po fizike Solntsa* [Solar and Solar-Terrestrial Physics. Abs. Russ. Annual Conf. Solar Physics]. St. Peterburg, GAO RAS Publ., 2012, pp. 44–45 (in Russ.).
- [13] Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaitsev A.A., et al. Thermoelectrokinetic effect in colloidal solutions of tannin under conditions of suppressed natural convection. *6th REEPE*, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1109/REEPE60449.2024.10479697>
- [14] Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaytsev A.A., et al. Regularities of the thermoelectrokinetic effect in colloidal tannin solution in the suppression of natural convection. *Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University Proceedings. Volga Region. Physical and Mathematical Sciences], 2024, no. 3, pp. 146–159 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.21685/2072-3040-2024-3-10>
- [15] Madani Sani F., Nesic S. A critical review of models for density, viscosity, and diffusivity in aqueous sodium chloride solutions. *Electrochim. Acta*, 2024, vol. 477, art. 143766. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.electacta.2024.143766>
- [16] Temam R. Navier — Stokes equations. North-Holland, 1979.
- [17] Reddy J.N., Gartling D.K. The finite element method in heat transfer and fluid dynamics. CRC Press, 2010.
- [18] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. Elsevier, 2005.
- [19] Varga R.S. Matrix iterative analysis. Springer, 2009.
- [20] Khalilov R., Kolesnichenko I., Pavlinov A., et al. Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, vol. 3, iss. 4, art. 043503. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.043503>
- [21] Zwirner L., Khalilov R., Kolesnichenko I., et al. The influence of the cell inclination on the heat transport and large-scale circulation in liquid metal convection. *J. Fluid Mech.*, 2020, vol. 884, art. A18. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.935>

Sidorov A.V. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Agroengineering, Mechatronic and Radioelectronic Systems, YelSU (Kommunarov ul. 28/1, Yelets, Lipetsk Region, 399770 Russian Federation).

Grabov V.M. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of General and Experimental Physics, Herzen University (Naberezhnaya reki Moyki 48, Saint Petersburg, 191186 Russian Federation).

Zaitsev A.A. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Agroengineering, Mechatronic and Radioelectronic Systems, YelSU (Kommunarov ul. 28/1, Yelets, Lipetsk Region, 399770 Russian Federation).

Kuznetsov D.V. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Mathematics, Computer Science, Physics and Teaching Methods, YelSU (Kommunarov ul. 28/1, Yelets, Lipetsk Region, 399770 Russian Federation).

Tinkov N.I. — Post-Graduate Student, Department of Agroengineering, Mechatronic and Radioelectronic Systems, YelSU (Kommunarov ul. 28/1, Yelets, Lipetsk Region, 399770 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Sidorov A.V., Grabov V.M., Zaitsev A.A., et al. Investigation of non-isothermal flow in a U-shaped tube in the presence of natural convection. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2026, no. 3 (126), pp. 53–72 (in Russ.). EDN: LDXYRF