



ЛЕБЕДЕВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ
НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В НАПОРНО-
ШНЕКОВЫХ УСТАНОВКАХ С НАГРЕВОМ**

**05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ**

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физ.-мат. наук**

Москва - 2003

Работа выполнена в

в Московском государственном
техническом университете
им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук, профессор
Димитриенко Ю. И.

Официальные оппоненты

доктор физ.-мат. наук, профессор
Тишкин В. Ф.

Ведущая организация

...ят технических наук, доцент
Лебедев С.В. У1661294
Численное моделирование
трехмерных течений
нелинейно-вязкой жидкости в
напорношnekовых установк...
2003 0-00
У1661294

Защит
диссе
универ
10500.

ВОЗВРАТИТЕ КНИГУ НЕ ПОЗЖЕ
обозначенного здесь срока

С дис

Автор

Учен.
совет



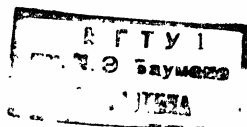
1661294
Лебедев С. В. Численное мод

502

Актуальность проблемы. В современной практике прикладных наук, связанных с механикой сплошных сред, все чаще возникают проблемы, исследование которых невозможно без численного моделирования. И, наоборот, потребность в решении этих проблем стимулирует модификацию уже существующих или развитие новых методов расчета. Для ряда отраслей промышленности: химической, пищевой и ряда других — в настоящее время разрабатываются перспективные напорно-шнековые установки с объемным нагревом, предназначенные для обработки жидких сред и имеющие ряд преимуществ (небольшие размеры, быстрота обработки и т.п.). В установках рассматриваемого типа рабочая жидкость обрабатывается при ее течении вдоль рабочей зоны установки; и это течение осуществляется или при напорном (для жидкостей с небольшой вязкостью), или при шнековом (для жидкостей со значительной вязкостью) способах подачи. Для обеспечения требуемого качества обработки жидкостей в рассматриваемых установках необходим оптимальный выбор параметров и режимов их работы, а для этого требуется исследование гидродинамических и тепловых процессов в рабочих зонах этих установок. Необходимость учета таких факторов, как пространственный характер течения в шнековых установках, нелинейно-вязкие свойства жидкостей со значительной вязкостью, сложность состава и объемный характер нагрева требует применения численных методов исследования. Применение стандартных программных вычислительных средств в рассматриваемой задаче затруднено особенностями расчетной области в шнековых установках: криволинейный характер и сложная геометрия области, ее математическая неоднозначность. Поэтому возникает необходимость в разработке метода расчета течения и нагрева жидкости в рассматриваемых установках и создании соответствующего программного обеспечения. Разработанный метод расчета стационарного ламинарного трехмерного течения несжимаемой вязкой или нелинейно-вязкой жидкости в математически неоднозначной области и основанный на этом методе программный комплекс позволяет исследовать данную проблему с учетом всех упомянутых факторов и обойтись без дорогостоящей полномасштабной экспериментальной отработки установок, что представляет не только теоретический, но и несомненный прикладной интерес.

Цель работы.

1. Постановка математической задачи течения и нагрева вязкой и нелинейно-вязкой жидкости в напорно-шнековых установках с объемным нагревом.



2. Разработка метода расчета стационарного ламинарного трехмерного течения несжимаемой вязкой и нелинейно-вязкой жидкости в математически неодносвязной области.

3. Разработка методики расчета полей температуры и концентраций тех компонент жидкости, которые влияют на качество тепловой обработки, в рабочих зонах рассматриваемых установок.

4. Разработка методики определения оптимальных параметров и режимов работы напорно-шнековых установок с объемным нагревом.

Достоверность результатов расчетов обеспечивается строгим использованием классических механических теорий, современного математического аппарата и подтверждается сопоставлением некоторых полученных результатов с классическими решениями и данными, приведенными в публикациях других авторов.

Научная новизна результатов, полученных в диссертации, заключается в следующем:

- разработан конечно-разностный метод расчета стационарного ламинарного трехмерного течения несжимаемой вязкой и нелинейно-вязкой жидкости в математически неодносвязной области;

- впервые разработана методика расчета параметров течения и нагрева рабочих жидкостей в напорно-шнековых установках с объемным нагревом, в которой используется подвижная система отсчета и криволинейная расчетная сетка, и соответствующий программный комплекс;

- с помощью программного комплекса исследован ряд качественных эффектов, в том числе влияние нелинейной вязкости на характер течения жидкости в рассматриваемых установках;

- впервые разработана методика определения оптимальных параметров и режимов работы рассматриваемых установок.

Практическая ценность результатов заключается в следующем:

- разработана методика определения оптимальных значений параметров напорно-шнековых установок с объемным нагревом, а также разработан программный комплекс, который дает возможность проводить численное моделирование течения и нагрева рабочей жидкости в этих установках;

- разработана программа расчета стационарного ламинарного трехмерного течения несжимаемой вязкой или нелинейно-вязкой жидкости в односвязных и неодносвязных расчетных областях, которая может быть использована в таких областях техники, как нефтепереработка, производство пластмасс, при переработке пищевого сырья и т. п.

Апробация. Основные положения диссертационной работы представлялись на международных научно-технических конференциях "Современные проблемы применения СВЧ-энергии", г. Саратов, 7-9 июня 1993 г.; "Электрофизические методы в перерабатывающих отраслях", г. Воронеж, 20-23 мая 1994 г.; на научной конференции, посвященной 165-

летию МГТУ им. Н.Э. Баумана, 21-23 ноября 1995 г.; на научно-технической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения Н.Е. Жуковского (секция “Техническая гидромеханика”), 21 января 1997 г.; на Республиканском семинаре “Интенсификация и автоматизация технологических процессов обработки пищевых продуктов”, 31 января 1997 г.; на научно-методической конференции, посвященной 35-летию факультета “Фундаментальные науки” МГТУ им. Н. Э. Баумана, 20 декабря 1999 г.

Публикации. По теме диссертации имеется 7 публикаций, из них 2 журнальные статьи.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка используемой литературы. Содержание диссертации изложено на 124 страницах машинописного текста, включает 28 рисунков; список используемой литературы содержит 118 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность проблемы, формулируются цели и задачи исследования. Введение завершается кратким изложением содержания всех разделов диссертации.

Глава 1 посвящена постановке задачи течения и нагрева жидкостей в напорно-шнековых установках с объемным нагревом.

В установках напорного типа, предназначенных для обработки жидкостей с незначительной вязкостью, объемный нагрев, для которого может использоваться электромагнитная энергия микроволнового диапазона, осуществляется в цилиндрической трубе из диэлектрического материала, пронизываемого для подводимых электромагнитных волн. Обработываемая жидкость перемещается вдоль рабочей зоны установки за счет создаваемого перепада давлений (см. рис. 1,а)). В предназначенных для тепловой обработки жидкостей со значительной вязкостью установках со шнековой системой подачи (см. рис. 1,б)) ее перемещение происходит за счет вращения двух симметрично расположенных шнеков, при этом вращение шнеков навстречу друг другу способствует дополнительному перемешиванию жидкости.

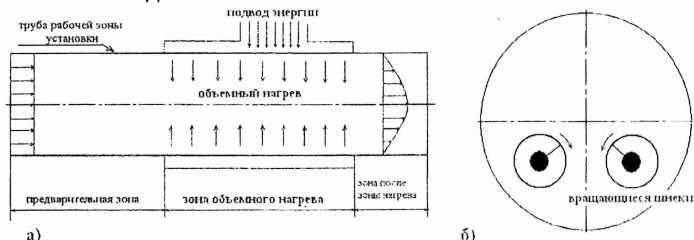


Рис.1. Схема рабочей зоны напорно-шнековой установки с объемным нагревом: а) напорного типа (общий вид); б) со шнековой системой подачи (сечение трубы)

В рассматриваемой постановке течение рабочей жидкости является ламинарным (в силу ее значительной вязкости) и несжимаемым (вследствие незначительных перепадов давлений). Учитывается многокомпонентность жидкости: в ней помимо основной, "несущей" компоненты имеется несколько компонент существенно меньшей концентрации, наличие которых не влияет на течение жидкости, но учет которых важен при нагреве. Нагрев жидкости происходит по всему объему и, при микроволновом способе обработки, в частности, является результатом воздействия электрической составляющей электромагнитного поля на содержащиеся в жидкости дипольные молекулы воды. Объемный нагрев приводит к некоторому изменению физико-химического состава жидкости, в том числе и к изменению концентраций тех компонент жидкости, которые влияют на качество обработки.

В математической постановке задача включает уравнение неразрывности, уравнение движения, уравнение энергии и уравнения для концентраций компонент:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}', \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = a \Delta T + \frac{Q}{\rho C}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C_i = D_i \Delta C_i + k_i(T) C_i^{n_i}, \quad (3)$$

где $\vec{u}$ - вектор скорости, ρ - плотность, p - давление, $\boldsymbol{\tau}'$ - тензор-девиатор напряжений, T - температура, a - температуропроводность, Q - мощность объемного тепловыделения, C - удельная теплоемкость, C_i, D_i - концентрации и коэффициенты диффузии компонент, влияющих на качество обработки, k_i, n_i - константы и степени реакций (физико-химических изменений).

Граничные и начальные условия для скорости на твердых поверхностях определяются условием прилипания. Значения температуры и концентраций компонент на входе в рабочую область установки принимаются постоянными и равными их начальным значениям, значения температуры и концентраций на стенках также принимаются постоянными, граничное условие для этих переменных на выходе из рабочей зоны имеет вид (здесь z - аксиальная координата):

$$\partial T / \partial z = 0, \quad \partial C_i / \partial z = 0$$

Для учета вязких и нелинейно-вязких свойств жидкости используется две реологических модели:

$$1) \text{ вязкая модель Ньютона: } \tau'_{ij} = 2\mu D_{ij}$$

2) нелинейно-вязкая модель Шведова-Бингама:

$$\begin{cases} D_{ij} = 0 & ; \tau_{(2)} < \tau_0 \\ \tau'_{ij} = (2\mu + \tau_0 / D_{(2)}^{1/2}) \cdot D_{ij} & ; \tau_{(2)} \geq \tau_0 \end{cases}, \quad (4)$$

причем для удобства расчета по нелинейно-вязкой модели уравнение $D_{ij} = 0$ заменяется приближенным

$$\tau'_{ij} = 2\mu_{\max} D_{ij}, \quad (5)$$

где $\mu_{\max} \gg \mu$, D_{ij} , $D_{(2)}$ - компоненты и второй инвариант (интенсивность) тензора скорости деформаций, $\tau_{(2)}$ - второй инвариант (интенсивность) тензора-девиатора напряжения, τ_0 - предельное напряжение сдвига, μ - коэффициент вязкости, $\mu_{\max}$ - максимальное значение коэффициента вязкости.

Мощность объемного тепловыделения Q при воздействии электромагнитного поля определяется формулой:

$$Q = K_{el} \epsilon'' E^2 f [Bm / M^3] K_{el} = 0,556 \cdot 10^{-12},$$

где ϵ'' - мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости, f - частота электромагнитного поля, E - напряженность электрического поля.

В установках шнекового типа при использовании микроволнового нагрева напряженность электрического поля полагается неизменной, в то время как в напорных установках рассматривается электромагнитная волна типа E_{01} , напряженность которой определяется формулой:

$$E = E_n I_0(\xi) / I_0(\xi_n), \quad \xi = 2\pi r / \lambda_0 \sqrt{\epsilon'} \cdot e^{-j\delta/2},$$

где индекс "n" относится к диэлектрической поверхности, r - радиальная координата, λ_0 - длина волны в вакууме, ϵ' - действительная часть комплексной диэлектрической проницаемости, δ - угол диэлектрических потерь ($\tan \delta = \epsilon'' / \epsilon'$), $I_0(x)$ - функция Бесселя 1-ого рода нулевого порядка, j - мнимая единица.

В главе 2 изложен метод численного расчета стационарного ламинарного трехмерного поля скорости вязкой и нелинейно-вязкой несжимаемой жидкости в математически неодносвязной области применительно к напорно-шнековым установкам с объемным нагревом, а также методика расчета трехмерных полей температур и концентраций компонент жидкости в этих установках. Расчетная область включает предварительную зону, зону собственно нагрева и зону, расположенную за зоной нагрева. Применяется метод конечных разностей; расчет скорости, температуры и концентраций компонент производится до выхода на стационарные значения во всей расчетной области. Гидродинамический расчет проводится отдельно до расчета температуры и концентраций в смешанных переменных "вихрь-скорость". Для такого расчета используется система уравнений, включающая динамическое уравнение для вектора

вихря, уравнение, определяющее вихрь через скорость, и уравнение неразрывности.

Установки напорного типа. Для расчета поля скорости в таких установках используются следующие уравнения:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \times (\xi \times u + \nu \nabla \times \xi) = 0 \quad (6)$$

$$\xi = \nabla \times u \quad (7)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (8)$$

где ξ - вектор вихря, $\nu = \mu/\rho$ - кинематический коэффициент вязкости.

Граничные значения компонент вектора вихря для установок как напорного, так и шнекового типов выводятся из его определения:

$$\xi_w = (\nabla \times u)_w,$$

причем второй порядок точности аппроксимации в этом уравнении достигается введением фиктивной точки за пределами расчетной области.

Начальные значения скорости во внутренних точках расчетной области принимаются нулевыми, на входе в расчетную область задается постоянный поперечный профиль скорости, а граничные значения нормальной компоненты скорости на выходе из рабочей зоны установки напорного типа определяются условием вида:

$$\partial u_n / \partial z = 0$$

Для расчета вектора вихря на последующем временном шаге в соответствии с уравнениями (6) применяется разработанная двухэтапная схема второго порядка точности аппроксимации по пространственному и временному шагам. На первом этапе расчета для вычисления величин $(\delta \xi_1)^{1*}, (\delta \xi_2)^{1*}, (\delta \xi_3)^{1*}$ используется неявная многошаговая схема Освальда, основанная на одной из модификаций метода переменных направлений и состоящая из девяти подэтапов:

1. $(\delta \xi_1)^{1*} = \Delta t \cdot \{B_{12}(\xi_2)^n + [B_{13}(\xi_3)^n - [A_{12} + A_{13}(\xi_1)^n]\}.$
2. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{21})(\delta \xi_2)^{1*} = \Delta t \cdot \{B_{21}(\xi_1)^n + [B_{23}(\xi_3)^n - [A_{21} + A_{23}(\xi_2)^n]\} + \Delta t/2 \cdot [B_{21}(\delta \xi_1)^{1*}].$
3. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{31})(\delta \xi_3)^{1*} = \Delta t \cdot \{B_{31}(\xi_1)^n + [B_{32}(\xi_2)^n - [A_{31} + A_{32}(\xi_3)^n]\} + \Delta t/2 \cdot [B_{31}(\delta \xi_1)^{1*}].$
4. $(\delta \xi_2)^{2*} = (\delta \xi_2)^{1*}.$
5. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{12})(\delta \xi_1)^{2*} = (\delta \xi_1)^{1*} + \Delta t/2 \cdot [B_{12}(\delta \xi_2)^{2*}].$
6. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{32})(\delta \xi_3)^{2*} = (\delta \xi_3)^{1*} + \Delta t/2 \cdot [B_{32}(\delta \xi_2)^{2*}].$
7. $(\delta \xi_3)^{3*} = (\delta \xi_3)^{2*}.$
8. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{13})(\delta \xi_1)^{3*} = (\delta \xi_1)^{2*} + \Delta t/2 \cdot [B_{13}(\delta \xi_3)^{3*}].$
9. $(1 + \Delta t/2 \cdot A_{23})(\delta \xi_2)^{3*} = (\delta \xi_2)^{2*} + \Delta t/2 \cdot [B_{23}(\delta \xi_3)^{3*}].$

Здесь конечно-разностные операторы $-A_{ij}, -B_{ij}$ в совокупности аппроксимируют i -ую компоненту второго слагаемого в (6); для первой компоненты, например, соответствие конечно-разностных операторов и выражений в дифференциальном уравнении следующее:

$$\frac{1}{h_2 h_3} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial q_2} \left[\xi_1 u_2 h_3 - v \frac{h_3}{h_1 h_2} \cdot \frac{\partial(\xi_1 h_1)}{\partial q_2} \right] \right\} \leftrightarrow A_{12}, \quad \frac{1}{h_2 h_3} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial q_3} \left[\xi_1 u_3 h_2 - v \frac{h_2}{h_3 h_1} \cdot \frac{\partial(\xi_1 h_1)}{\partial q_3} \right] \right\} \leftrightarrow A_{13},$$

$$\frac{1}{h_2 h_3} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial q_2} \left[\xi_2 u_1 h_3 - v \frac{h_3}{h_1 h_2} \cdot \frac{\partial(\xi_2 h_2)}{\partial q_1} \right] \right\} \leftrightarrow B_{12}, \quad \frac{1}{h_2 h_3} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial q_3} \left[\xi_3 u_1 h_2 - v \frac{h_2}{h_3 h_1} \cdot \frac{\partial(\xi_3 h_3)}{\partial q_1} \right] \right\} \leftrightarrow B_{13},$$

где $q_i (i=1,2,3)$ – криволинейные координаты, u_i, ξ_i – проекции векторов скорости и вихря в криволинейной системе координат, h_i – коэффициенты Ламе криволинейной системы координат.

Разработанный второй этап расчета необходим для обеспечения свойства дивергентности схемы; расчеты на этом этапе производятся по следующим формулам:

$$(\delta \xi_1)^{n+1} = \Delta t \cdot \left\{ B_{12} [(\xi_2)^n + (\delta \xi_2)^{3*} / 2] + [B_{13} [(\xi_3)^n + (\delta \xi_3)^{3*} / 2] - [A_{12} + A_{13}][(\xi_1)^n + (\delta \xi_1)^{3*} / 2] \right\}$$

$$(\delta \xi_2)^{n+1} = \Delta t \cdot \left\{ B_{23} [(\xi_3)^n + (\delta \xi_3)^{3*} / 2] + [B_{21} [(\xi_1)^n + (\delta \xi_1)^{3*} / 2] - [A_{23} + A_{21}][(\xi_2)^n + (\delta \xi_2)^{3*} / 2] \right\}$$

$$(\delta \xi_3)^{n+1} = \Delta t \cdot \left\{ B_{31} [(\xi_1)^n + (\delta \xi_1)^{3*} / 2] + [B_{32} [(\xi_2)^n + (\delta \xi_2)^{3*} / 2] - [A_{31} + A_{32}][(\xi_3)^n + (\delta \xi_3)^{3*} / 2] \right\}$$

Второй порядок точности аппроксимации расчетной схемы по пространственному шагу сетки достигается заданием компонент вихря в серединах параллельных им ребер, а компонент скорости – в центрах перпендикулярных этим компонентам граней, а по временному шагу – экстраполяцией “вперед” значений скорости и граничных значений вихря:

$$u_i^{n+1/2} = (3u_i^n - u_i^{n-1}) / 2; \quad (\xi_i^{n+1})_w = 2(\xi_i^n)_w - (\xi_i^{n-1})_w; (i=1,2,3)$$

Уравнение (7), определяющее вихрь, и уравнение неразрывности (8) после их дискретизации составляют совместную систему линейных уравнений задачи Коши-Римана для определения компонент скорости. Для решения данной системы уравнений используется итерационный метод ортогональных проекций (см. рис.2).

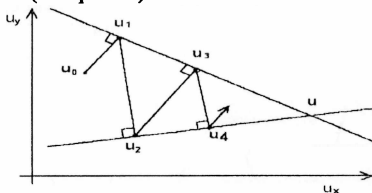


Рис.2. Метод ортогональных проекций (для 2 уравнений с 2 неизвестными)

Установки шнекового типа. Расчет течения жидкости в таких установках осуществляется в области, включающей только одну симметричную часть (половину) рабочей зоны, содержащую один шнек, и в плоскости симметрии ставятся условия симметрии течения:

$$u_n = 0, \quad \partial u_{t_1} / \partial q_n = \partial u_{t_2} / \partial q_n = 0,$$

где u_n - нормальная, а u_{t_1}, u_{t_2} - тангенциальные к границе компоненты скорости.

Для исследования течения жидкости используется подвижная система отсчета, которая перемещается поступательно вдоль зоны нагрева, от ее входа к выходу, с постоянной скоростью $V^* = L/T$ (L, T - шаг и период вращения шнека), что позволяет сделать геометрию расчетной области неизменной (см. рис. 3).

С целью введения трехмерной криволинейной ортогональной системы координат q_i строится вспомогательная расчетная сетка в поперечном сечении, для чего используются два метода: метод ортогональных траекторий и метод алгебраического отображения. Метод ортогональных траекторий используется для построения узлов расчетной сетки в областях, прилегающих к стенке трубы или плоскости симметрии, а метод алгебраического отображения - для построения узлов во всех других областях (см. рис. 4,5). Первая координатная линия рассматриваемой системы координат проходит параллельно крыльям шнека и представляет собой винтовую линию. Вторая координатная линия проходит от одного крыла шнека к другому перпендикулярно им, а третья - от втулки шнека в радиальном направлении до пересечения со стенкой трубы или плоскостью симметрии.

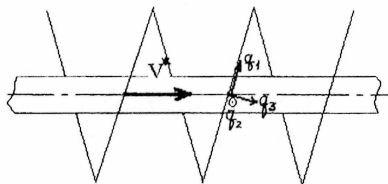


Рис. 3. Характер движения подвижной системы отсчета и расположение координатных осей 3-мерной криволинейной сетки



Рис. 4. Вспомогательная расчетная сетка в плоскости, перпендикулярной оси шнека

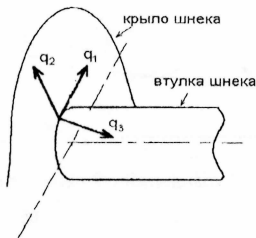
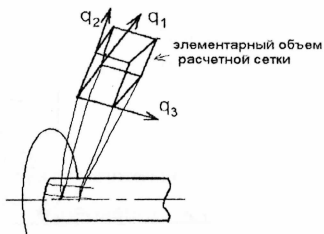


Рис. 5. Расположение координатных линий 3-мерной криволинейной системы координат в пределах и за пределами крыла шнека



Течение жидкости рассматривается в пределах одного витка шнека (см. рис.6), и на входе-выходе этого витка ставятся периодические условия:

$$\begin{aligned} u|_{(q_1)_{\min}} &= u|_{(q_1)_{\max}} \\ \xi|_{(q_1)_{\min}} &= \xi|_{(q_1)_{\max}} \end{aligned}$$

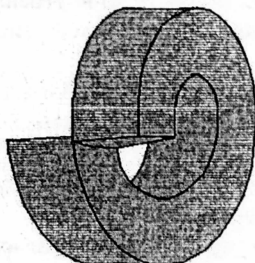


Рис. 6. Расчетная область течения жидкости в шнековых установках

Расчет поля скорости жидкости в шнековых установках производится с помощью следующих уравнений:

а) без учета нелинейно-вязких свойств жидкости-

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \times (\xi \times u + \nu \nabla \times \xi) = 0 \quad (9)$$

$$\xi = \nabla \times u \quad (10)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (11)$$

$$\int_{S_i} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \xi \times u + \nu \nabla \times \xi \right) \cdot dS = 0, \quad (i=1,2), \quad (12)$$

где уравнения поверхностей S_i таковы: $q_1 = 0$ (поверхность S_1), $q_3 = 0$ (поверхность S_2).

б) с учетом нелинейно-вязких свойств жидкости -

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \times \{ \xi \times u + \nu_{eff} \nabla \times \xi \} = \nabla \times (2D \cdot \nabla \nu_{eff}) \quad (13)$$

$$\xi = \nabla \times u \quad (14)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (15)$$

$$\int_{S_i} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \xi \times u + \nu_{eff} \nabla \times \xi \right) \cdot dS = 0, \quad (i=1,2), \quad (16)$$

где $\nu_{eff} = \nu + \tau_0 / 2\rho D^{1/2}$ - эффективный кинематический коэффициент вязкости.

Интегральные соотношения (12) и (16), связывающие поле скорости и поле вектора вихря, включаются в рассматриваемую постановку задачи вследствие неодносвязности расчетной области для того, чтобы удовлетворить уравнению движения (1).

Расчет трехмерного течения жидкости в установках шнекового типа осуществляется по той же методике, что и при напорной системе подачи, но в уравнения задачи Коши-Римана дополнительно включаются представленные выше интегральные соотношения.

Начальные значения скорости во внутренних гранях расчетной области относительно используемой подвижной системы отсчета принимаются нулевыми.

Для дальнейшего расчета теплового поля и поля концентраций используется конечно-разностная неявная трехшаговая схема Кранка-Николсона; этот расчет производится в пренебрежении наличием крыльев шнека по полю скоростей, осредненному по аксиальной координате в пределах одного шага шнека.

Устойчивость схемы обеспечивалась выполнением условия устойчивости, имеющего вид следующих неравенств для допустимого расчетного временного шага:

а) для вязкой жидкости-

$$\Delta t \leq \alpha_1 (\Delta x)_{\min} / \nu$$

б) для нелинейно-вязкой жидкости-

$$\Delta t \leq \alpha_2 (\Delta x)_{\min} / (v_{eff})_{\max}$$

где безразмерные коэффициенты $\alpha_1 = 0,25$, $\alpha_2 = 0,036$ определялись в процессе предварительных расчетов.

В главе 3 изложены результаты расчета полей скорости, температур и концентраций компонент рассматриваемых жидкостей.

Разработанные методики расчета трехмерных полей скорости, температуры и концентраций апробированы на известных задачах и задачах, имеющих аналитическое решение.

Характерные распределения скоростей и температур вязкой жидкости для установок шнекового типа для двух значений угловой скорости вращения шнеков ω представлены на рис. 7-9. Трансверсальная скорость минимальна в области над шнеками вдали от твердых поверхностей, а осевая скорость максимальна в области над шнеками вблизи вертикальной плоскости симметрии и в зоне между шнеками. В зоне с максимальной осевой скоростью жидкость нагревается меньше, что дает меньшую конечную температуру. Учет нелинейной вязкости приводит к аналогичным распределениям скорости и температуры, однако в области над шнеками наблюдается увеличение осевой скорости и уменьшение трансверсальной (поворотной) скорости на 10-15% (применительно к жидкости проектируемой установки рассматриваемого типа для пищевой промышленности). Такое изменение величин осевой и трансверсальной компонент скорости нелинейно-вязкой жидкости вполне согласуется с результатами проведенного параметрического исследования расчетных

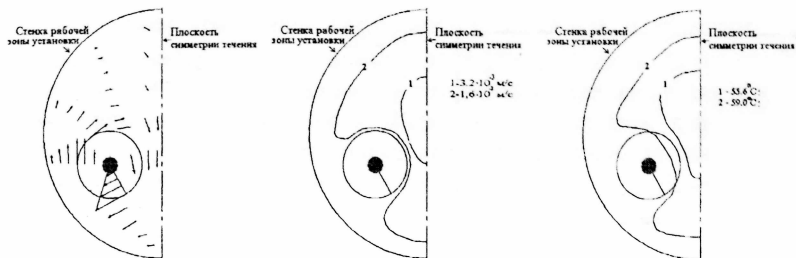


Рис.7. Поле скорости вязкой жидкости ($\omega = 0,55$ 1/с): а) проекция на плоскость, перпендикулярную оси рабочей зоны установки; б) изолинии осевой проекции скорости

Рис.8. Характерное распределение температур вязкой жидкости на выходе из рабочей зоны установки

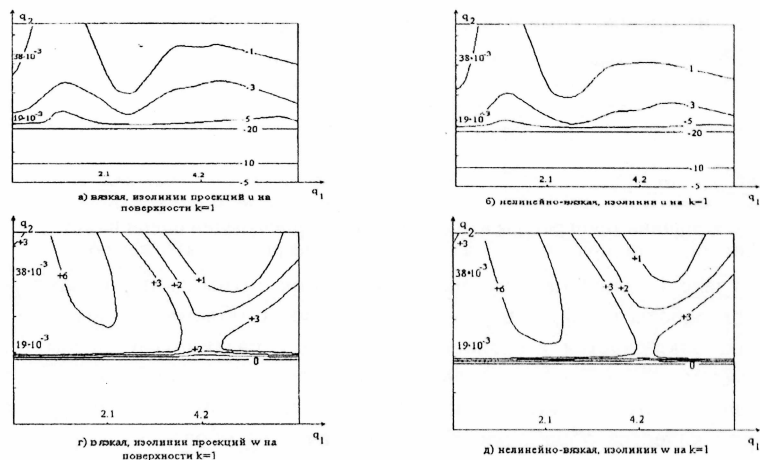


Рис. 9. Изолинии трансверсальной (вверху) и осевой (внизу) скорости вязкой ($Re = 0,02$) жидкости (слева) и нелинейно-вязкой ($Re = 0,02$, $Bi = 6$) жидкости (справа) на криволинейной поверхности $k = 1$, расположенной над крылом шнека ($\omega = 1,0$ рад/с)

полей скорости, которые представлены на рис. 10-11 в виде зависимости безразмерного отношения осевой компоненты скорости w (в четырех различных характерных точках расчетной области) к трансверсальной компоненте u от безразмерных критериев Бингама и Рейнольдса. Согласно представленным зависимостям, для вязкой жидкости характерна независимость отношения w/u от критерия Рейнольдса (при $Re < 1$), в то время как рост нелинейной вязкости вызывает рост отношения w/u (в основном в области над шнеками: кривая на рис. 10 с максимальным значением относится к точке в этой области) с последующим уменьшением при выходе на режим с уже другим характерным значением эффективной вязкости $\mu_{\max}$ из (5).

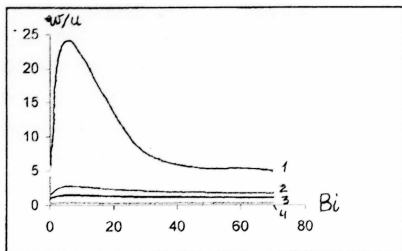


Рис. 10. Зависимость w/u от числа Бингама $Bi = \tau_0/(\mu\omega)$ ($Re = 0,02$)

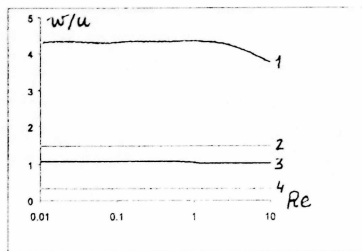


Рис. 11. Зависимость w/u от числа Рейнольдса $Re = \omega r_2^2/\nu$

В установках напорного типа известный параболический профиль скорости обуславливает перегрев и наибольшую степень физико-химических превращений в пристенных слоях жидкости (см. рис. 12).

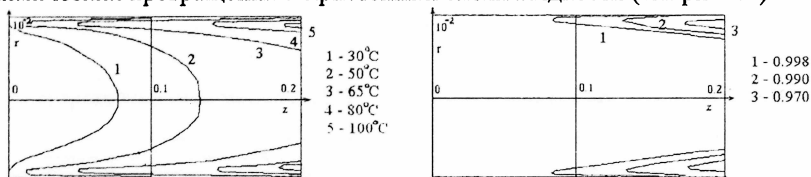


Рис. 12. Изолинии температуры и относительной концентрации одной из компонент жидкости (при нагреве эта компонента подвергается разложению)

В главе 4 изложена методика определения оптимальных параметров и режимов работы напорно-шнековых установок с объемным нагревом. Эта методика заключается в сравнении режимов с различными параметрами: безразмерным временем нагрева и интенсивностью обработки - с целью определения оптимального, при котором максимальна целевая функция - критерий качества обработки. Критерий качества обработки определяется как среднемассовая доля жидкости, обработанной технологически допустимым образом и расположенной в выходном сечении расчетной области.

Для вычисления критерия качества тепловой обработки технологические требования к обработке жидкости представляются в виде минимального и максимального времени обработки жидкости при двух характерных температурах обработки (см. рис. 13). С целью определения критерия качества обработки для каждого элементарного объема жидкости вводятся два показателя. Первый из них характеризует основные процессы, для осуществления которых и проводится обработка, и определяет минимально допустимое время обработки (кривая А на рис. 13). От второго показателя зависит максимальное время обработки, и он связан с побочными процессами, приводящими к ухудшению качества обработки при перегреве (кривая Б). На рис. 14 представлен характерный вид изменения обоих показателей при постоянной температуре. Расчет показателей тепловой обработки, который производится по уравнениям,

аналогичным уравнению диффузии (3) с $D_i = 0$ и нулевым порядком реакции, позволяет определить целевую функцию. В свою очередь, применение одного из вариантов градиентного метода, заключающегося в последовательных сдвигах в направлении градиента целевой функции начиная с произвольной точки, дает возможность за несколько шагов определить оптимальные параметры.

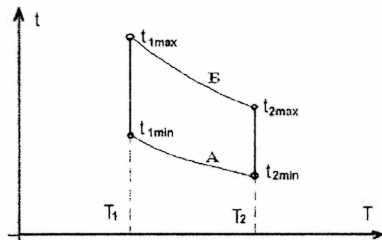


Рис. 13. Зависимость технологически допустимого времени обработки от температуры

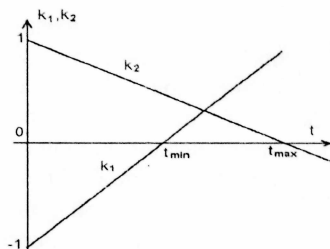
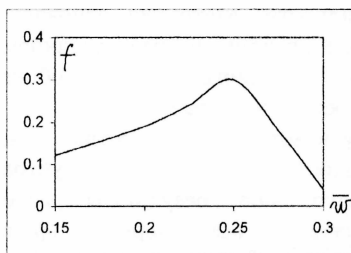
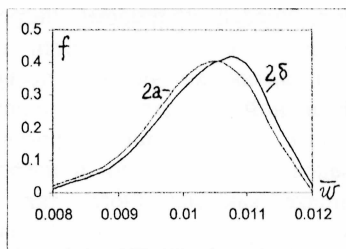


Рис. 14. Характерный вид изменения показателей тепловой обработки при постоянной температуре

В соответствии с вышеизложенной методикой в качестве примера проведен расчет оптимальных параметров и режимов объемного (микроволнового) нагрева применительно к установкам напорного и шнекового типа для пищевой промышленности. Эти режимы характеризуются двумя безразмерными параметрами: безразмерным временем нагрева и безразмерной интенсивностью нагрева. На рис. 15 представлены зависимости критерия качества обработки f от одного из параметров (безразмерной интенсивности нагрева $\bar{w}$) при оптимальном значении безразмерного времени нагрева $\bar{t}$.



1)



2)

Рис. 15. Зависимость технологически обработанной доли жидкости от безразмерной интенсивности нагрева при оптимальном значении безразмерного времени нагрева для: 1) напорной установки; 2) шнековой установки (2а-вязкая жидкость, 2б-нелинейно-вязкая жидкость)

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Сформулирована постановка задачи течения и нагрева жидкости в напорно-шнековой установке с объемным нагревом, в которой учитываются происходящие при нагреве физико-химические изменения и ее вязкие (или нелинейно-вязкие) свойства.

2. Предложена модификация конечно-разностного метода переменных направлений для расчета трехмерных стационарных ламинарных течений многокомпонентной несжимаемой вязкой (или нелинейно-вязкой) жидкости в смешанных переменных «вектор вихря-скорость» в математически неоднородной области, особенности которой таковы:

- использование подвижной, поступательно перемещающейся системы отсчета и трехмерной криволинейной сетки;
- интегро-дифференциальный характер исследуемой системы уравнений.

3. Разработан программный комплекс для расчета параметров течения и нагрева вязкой (или нелинейно-вязкой) жидкости в рабочих зонах напорно-шнековых установок с объемным нагревом.

4. С помощью численного моделирования установлено влияние свойства нелинейной вязкости жидкости на характер ее течения при шнековой системе подачи: в зонах с большей вязкостью реализуются течения с большей аксиальной и меньшей окружной скоростью по сравнению с зонами с меньшей вязкостью.

5. Разработана методика определения оптимальных параметров и режимов работы напорно-шнековых установок с объемным нагревом, в которой критерий качества нагрева определяется как среднемассовая доля технологически приемлемо нагретой жидкости. Методика основана на определении свойств жидкости на выходе из зоны нагрева установки с учетом физико-химических превращений основного типа и побочных превращений, отрицательно влияющих на качество обработки.

6. По разработанному программному комплексу в качестве примера проведен расчет течения и нагрева жидкостей (молочных продуктов) в установке как напорного, так шнекового типа; результаты расчетов позволили рассчитать оптимальные значения безразмерного времени нагрева и безразмерной интенсивности нагрева для:

- установки термообработки пастообразных кисломолочных пищевых масс УСС-1 со шнековым способом подачи;
- опытной установки термообработки маловязкой массы (молока) с напорным способом подачи.

Основное содержание работы изложено в следующих публикациях:

1. Математическое моделирование течений пищевых масс при нагреве в микроволновых установках / В.Б. Новикова, С.В. Лебедев, С.Л. Перов и

др. // Современные проблемы применения СВЧ-энергии : Тез. докл. международной научно-технической конференции. - Саратов, 1993. - С. 23-24.

2. Математическое моделирование течений пищевых масс при нагреве в СВЧ-установках / В.Б. Новикова, С.В. Лебедев, С.Л. Перов и др. // Электрофизические методы в перерабатывающих отраслях: Тез. докл. международной научно-технической конференции. - Воронеж, 1994. - С. 52-53.

3. Математическое моделирование динамических процессов в гидромеханических системах / В. Г. Кинелев, В. И. Дронг, С. В. Лебедев и др. // Тез. докл. научной конф., посвященной 165-летию МГТУ им.Н.Э.Баумана. - Москва, 1995. - Ч.2. - С. 198.

4. Лебедев С.В. Математическое моделирование пастеризации молока при СВЧ-нагреве в цилиндрической трубе // Изв. вузов. Пищевая технология. - 1997. - №1. - С. 43-45.

5. Лебедев С. В. Математическое моделирование течения пищевых масс в установках микроволновой обработки // Техническая гидромеханика: Тез. докл. научно-технической конференции, посвященной 150-летию со дня рождения Н.Е.Жуковского. - Москва, 1997. - С. 26.

6. Лебедев С. В. Конечно-разностная методика расчета пространственных нестационарных несжимаемых течений вязкой жидкости, в том числе и в областях, обладающих математической неоднородностью // Деп. рук. ВИНТИ. - 1998. - №761-В98. - 7 с.

7. Лебедев С. В. Математическое моделирование трехмерных течений в винтовых каналах СВЧ-установок // Вестник МГТУ. Естественные науки. - 1999. - №1. - С. 25-36.

Подписано к печати 12.01.04. Объем 1 п.л. Тир. 100 Зак.1
Типография МГТУ им. Н. Э. Баумана