

На правах рукописи

БАСЛЫК КОНСТАНТИН ПЕТРОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПОДКРЕПЛЕННЫХ
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛОСКИХ
ТРЕУГОЛЬНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Специальность 01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Баслык

Работа выполнена в Московском государственном техническом университете им. Н.Э.Баумана

Научный руководитель

доктор технических наук, профессор
Попов Борис Глебович

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор
Бунаков Владимир Александрович
кандидат технических наук
Бахтин Александр Георгиевич

Ведущая организация

ФГУП «НПО машиностроения»

Защита состоится “27” мая 2004 г. в 14³⁰ на заседании
диссертационного совета Д212.141.03 при МГТУ им. Н.Э.Баумана по
адресу: 107005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.

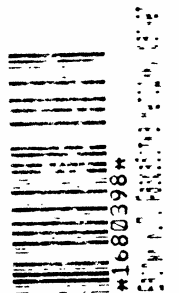
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГТУ им.
Н.Э.Баумана.

Автореферат разослан “26” апреля 2004 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Карпачев А.Ю.



Актуальность темы. Применение композиционных материалов (КМ) в сочетании с современными технологиями позволяет получать оболочечные конструкции сложной формы, с прогнозируемыми термомеханическими свойствами и эффективными массовыми характеристиками. При анализе подобных конструкций методом конечных элементов (МКЭ) к используемым конечным элементам (КЭ) предъявляются требования возможности учета анизотропии свойств материала, а также универсальности подхода к аппроксимации поверхности произвольной геометрии. Перечисленным требованиям удовлетворяют плоские треугольные КЭ.

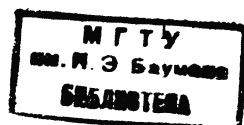
Деформированное состояние (ДС) в точке плоской пластины полностью определяется пятью компонентами: тремя перемещениями и двумя углами поворота сечения. В то же время, для стыковки с пространственными балочными элементами или в случае пересекающихся оболочек необходимо располагать полным набором степеней свободы в узле КЭ, в т.ч. и углом поворота вокруг нормали к поверхности элемента (вращением).

Таким образом, для плоского КЭ проблема корректного учета вращения, т. е. определение компонент матрицы жесткости (МЖЭ) и матрицы масс (ММ), соответствующих повороту вокруг нормали к его плоскости, является актуальной.

Цель работы. Настоящая диссертация посвящена проблеме разработки плоских треугольных КЭ с полным набором степеней свободы в узле и методики расчета подкрепленных оболочечных конструкций из КМ.

Основные направления исследований. Обоснование корректного введения в матрицу жесткости и масс КЭ коэффициентов, соответствующих вращению - построение матрицы жесткости и масс вращения (МЖВР и ММВР соответственно) и получение аналитических энергетических оценок их коэффициентов, для которых основное напряженно-деформированное состояние (НДС) в элементе не искажается. Исследование НДС и решение задач о собственных колебаниях тонкостенных силовых конструкций из КМ. Статико-динамический анализ прецизионной опорной углепластиковой конструкции детектора переходного излучения (ДПИ) ATLAS, являющегося одним из объектов ускорителя элементарных частиц проекта Центра европейских ядерных исследований.

Научная новизна. Предложена методика построения МЖВР трех- и шестиузловых треугольных КЭ, основанная на использовании упругой аналогии (представлении конечного элемента в виде системы блоков с упругими связями), метода штрафа и метода неопределенных множителей Лагранжа. При помощи энергетического метода аналитически получены оценки для коэффициентов МЖВР и ММВР трехузлового треугольного КЭ. Практически обоснована необходимость динамического подхода к тестированию оболочечных КЭ, содержащих полный набор степеней свободы в узле. Предложена



методика расчета прецизионной подкрепленной оболочечной конструкции из КМ.

Практическая значимость работы. Разработаны трех- и шестиузловые плоские треугольные КЭ с полным набором степеней свободы в узле, имеющие несингулярные МЖВР. Изложена методика их применения для расчета подкрепленных оболочечных конструкций из КМ. На основе данной методики разработан программный комплекс, позволяющий проводить статический и динамический анализ подобных конструкций. Разработан программный комплекс анализа размеростабильности прецизионной опорной конструкции ДПИ ATLAS при силовом нарушении, а также воздействиях, вызванных изменением температуры и влагосодержания материала.

Достоверность результатов подтверждается применением классических подходов к учету дополнительных ограничений (метод штрафа и множителей Лагранжа), вариационных формулировок задач и аналитических выкладок, решением ряда тестовых примеров, включающих расчеты пластин и оболочек общего вида; сравнением результатов с аналитическими решениями и экспериментальными данными.

На защиту выносятся три способа построения МЖВР плоских треугольных КЭ и результаты проведенных расчетов.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международной конференции “Слоистые композиционные материалы - 2001” (Волгоград, 2001), международной конференции «Теория и практика производства изделий из композиционных материалов и новых сплавов» (Москва, 2003), научном семинаре кафедры “Прикладная механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана (2004).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, списка литературы из 83 наименований и приложений. Общий объем работы составляет 173 страницы, включает 70 рисунков и 16 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование темы диссертационной работы, сформулирована цель исследования, определены возможные подходы к решению поставленной задачи, даются краткие сведения о содержании диссертационной работы.

В первой главе приводится обзор литературы по данному вопросу, а также анализ современного состояния проблемы.

При построении плоского треугольного КЭ, пригодного для расчета оболочек, возможны два подхода. Первый сводится к использованию КЭ полой оболочки. Такими элементами являются шестиузловые треугольные КЭ, предложенные в разные годы Пиано, Б.Г. Поповым, Р. Рикардсом.

Для второго подхода, использовавшегося Бате и Ху, Айронсом, Бейзли, Зенкевичем и Чангом, проводится обоснование возможности построения плоского оболочечного КЭ как суперпозиции мембранной и изгибной составляющих. Использование деформационных соотношений, соотношений упругости и принципа возможных перемещений позволяет получить в локальной системе координат (СК) уравнение равновесия плоского оболочечного КЭ в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{UU} & \mathbf{K}_{UW} \\ \mathbf{K}_{UW}^T & \mathbf{K}_{WW} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_U \\ \mathbf{q}_W \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{P}_U \\ \mathbf{P}_W \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{t}_U \\ \mathbf{t}_W \end{bmatrix} = 0, \quad (1)$$

где компоненты МЖЭ и вектора приведенных узловых сил вычисляются как

$$\mathbf{K}_{UU} = \iint_S \mathbf{B}_U^T \mathbf{B}_U dS; \mathbf{K}_{UW} = \iint_S \mathbf{B}_U^T \mathbf{C} \mathbf{B}_W dS; \mathbf{K}_{WW} = \iint_S \mathbf{B}_W^T \mathbf{D} \mathbf{B}_W dS;$$

$$\mathbf{P}_U = \iint_S \left(\mathbf{N}_U^T \mathbf{p}_U + \mathbf{B}_U^T \int_{-e}^{-e+h} \mathbf{f}_e^U \sigma_T dz \right) dS, \quad (U \leftrightarrow W). \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{q}_U, \mathbf{q}_W$ – узловые векторы мембранных и изгибных степеней свободы; $\mathbf{N}_U, \mathbf{N}_W, \mathbf{B}_U, \mathbf{B}_W$ – матрицы функций аппроксимации обобщенных касательных и нормальных перемещений, мембранных и изгибных деформаций соответственно; $\mathbf{f}_e^U, \mathbf{f}_e^W$ – функции распределения обобщенных мембранных и изгибных деформаций по толщине оболочки, определяемые кинематической моделью деформирования; $-e$ – координата нижней поверхности оболочки; h – толщина; $\mathbf{p}_U, \mathbf{p}_W$ – внешние распределенные нагрузки; σ_T – температурная составляющая напряжений; $\mathbf{t}_U, \mathbf{t}_W$ – узловые реакции со стороны соседних элементов; S – поверхность КЭ. Матрицы $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ представляют собой мембранные, смешанные и изгибные приведенные жесткостные характеристики.

Таковыми авторами как Олсон и Берден, Тошер и Хартц, Олман предложены КЭ, позволяющие определять так называемое истинное поле вращений, которое учитывалось как

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (3)$$

где u, v – касательные перемещения.

Введение вращения в плоский КЭ при помощи искусственных приемов, предложенных Бате и Зенкевичем, приводит к расширению МЖЭ

$$\mathbf{K}^r = \mathbf{K} + \mathbf{K}^f, \text{ а МЖВР принимает вид: } \mathbf{K}^f = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{UU}^f & \mathbf{K}_{U\Phi}^f \\ \mathbf{K}_{U\Phi}^{fT} & \mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Искусственные приемы при построении МЖВР часто не отражают физического содержания данного вопроса. Поэтому наиболее корректным представляется использование энергетических методов и оценок для учета

вращения при построении плоского КЭ с полным набором степеней свободы в узле.

Во второй главе на основе анализа плоского ДС установлено, что вращение, определяемое соотношением (3), не будет вносить добавок в компоненты НДС, если будет являться постоянной величиной внутри КЭ.

Применение двойной аппроксимации: через обобщенные касательные перемещения и независимой аппроксимации в виде

$$\omega = N_\omega \Phi; \quad \Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]^T, \quad (6)$$

где N_ω - матрица функций аппроксимации поля вращения; m - число узлов КЭ, позволяет получить интегральное условие постоянства вращения путем ортогонализации невязки $\omega_0 - \omega$ к возможному вращению $\delta\omega$:

$$\iint_S \delta\omega (\omega_0 - \omega) dS = 0. \quad (7)$$

$$\text{Здесь } \omega_0 = \frac{1}{\Delta} \iint_S \omega dS = \frac{1}{\Delta} \iint_S \mathbf{B}_\omega \mathbf{q}_U dS = \mathbf{C}_\omega \mathbf{q}_U \quad (8)$$

- среднее вращение в элементе; Δ - площадь поверхности КЭ.

Предложены три способа построения МЖВР. Первый основан на представлении трехузлового КЭ в виде системы блоков с упругими связями (рис. 1).

При повороте дисков радиуса r на углы ϕ_i , ($i=1, \dots, 3$) удлинения пружин жесткости k составляют $\Delta_{ij} = r(\phi_j - \phi_i)$, ($i, j=1, \dots, 3$), а упругая энергия, накопленная в модели, вычисляется как

$$U_\phi = \frac{1}{2} k (\Delta_{12}^2 + \Delta_{23}^2 + \Delta_{31}^2) = \frac{k r^2}{2} [(\phi_2 - \phi_1)^2 + (\phi_3 - \phi_2)^2 + (\phi_1 - \phi_3)^2]. \quad (9)$$

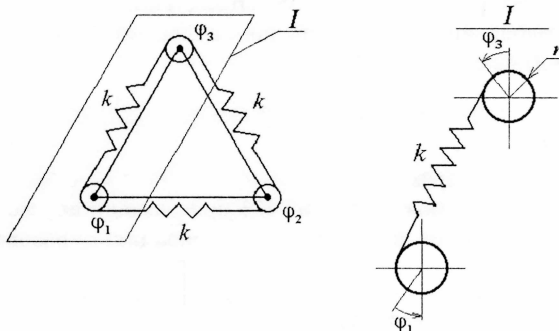


Рис. 1. Упругая модель трехузлового КЭ для определения МЖВР методом упругой аналогии

Равенство вращающих моментов в узлах модели значениям первой производной упругой энергии по соответствующим углам поворота доставляют коэффициенты МЖВР:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = 2kr^2 \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Соотношение $2kr^2 = \alpha Eh \Delta$, (11)

где E – модуль упругости; α – некоторый малый параметр, приводит формулу (11) к предложенному О. Зенкевичем виду.

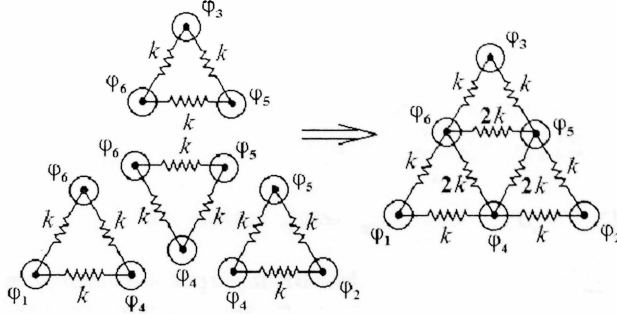


Рис. 2. Упругая модель треугольного шестиузлового КЭ

Суперпозиция из четырех трехузловых КЭ (рис. 2), а также техника поэлементного формирования позволяет применить данный подход к шестиузловому элементу и получить МЖВР:

$$\mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f = \alpha Eh \frac{\Delta}{4} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 6 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 6 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -2 & 6 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Матрицы $\mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f$, определяемые согласно формулам (10) и (12), являются сингулярными, что в отдельных случаях приведет к сингулярности глобальной матрицы жесткости конструкции.

Второй способ построения МЖВР основан на использовании метода штрафа. Ее составляющие получаются из условия стационарности добавки упругой энергии, вносимой в КЭ невязкой $\omega_0 - \omega$:

$$\delta \mathcal{E}_\omega = \delta \left[\alpha E h \iint_S (\omega_0 - \omega)^2 dS \right] = 0. \quad (13)$$

Тогда $\mathbf{K}_{\omega\omega}^f = \alpha E h \iint_S \mathbf{C}_\omega^T \mathbf{C}_\omega dS$; $\mathbf{K}_{\omega\Phi}^f = -\alpha E h \iint_S \mathbf{C}_\omega^T \mathbf{N}_\omega dS$;

$$\mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f = \alpha E h \iint_S \mathbf{N}_\omega^T \mathbf{N}_\omega dS; \quad \mathbf{K}_{\Phi\omega}^f = \mathbf{K}_{\omega\Phi}^{fT}. \quad (14)$$

Третий подход основан на использовании множителей Лагранжа, представляющих собой по физическому смыслу вращающие моменты, отнесенные к площади КЭ. Условие стационарности

$$\delta \mathcal{E}_\lambda = \delta \left[- \iint_S \lambda^T (\mathbf{C}_\omega \mathbf{q}_\omega - \mathbf{N}_\omega \Phi) dS \right] = 0. \quad (15)$$

также доставляет матрицу жесткости вращения КЭ:

$$\mathbf{K}_{\omega\omega}^f = 0; \quad \mathbf{K}_{\omega\Phi}^f = -\alpha E h \iint_S \mathbf{C}_\omega^T \mathbf{N}_\omega dS;$$

$$\mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f = 2\alpha E h \iint_S \mathbf{N}_\omega^T \mathbf{N}_\omega dS; \quad \mathbf{K}_{\Phi\omega}^f = \mathbf{K}_{\omega\Phi}^{fT}. \quad (16)$$

В третьей главе приведены МЖВР для трех- и шестиузловых треугольных КЭ, полученные в соответствии с предложенной в главе 2 методикой. Для независимой аппроксимации вращения (7) в случае трехузлового КЭ используются линейные полиномы L_i , ($i=1, \dots, 3$), представляющие естественные (барицентрические) координаты треугольного КЭ, а в случае шестиугольного КЭ – полиномы второго порядка. Компоненты матриц жесткости вращения вычисляются согласно формулам (14), (16). Составляющие $\mathbf{K}_{\Phi\Phi}^f$ не являются сингулярными.

Четвертая глава посвящена теоретическим оценкам величины коэффициентов МЖВР и ММВР, полученным при рассмотрении задачи о плоском напряженном состоянии (ПНС) квадратной пластины (рис. 3(1)).

Решение задачи определения НДС дает поле касательных перемещений в виде:

$$u(x, y) = -\frac{2\sigma}{E\sqrt{\Delta}} yx; \quad v(x, y) = \frac{\mu\sigma}{E\sqrt{\Delta}} y^2 + \frac{\sigma}{E\sqrt{\Delta}} x^2, \quad (17)$$

$$\text{вращения (см. формулу (6)) } \omega(x, y) = \frac{2\sigma}{E\sqrt{\Delta}} x; \quad \omega(\sqrt{\Delta}, y) = \frac{2\sigma}{E}, \quad (18)$$

а также упругую энергию деформирования пластины:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \varepsilon_x \sigma_x dV = \dots = \frac{\sigma^2 h \Delta}{6E}. \quad (19)$$

Здесь Δ - площадь поверхности пластины; h - толщина; E и μ - характеристики материала пластины.

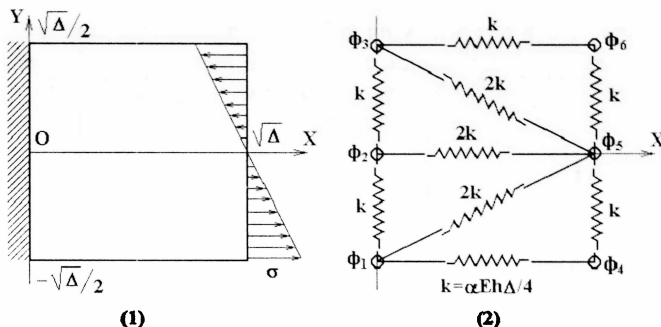


Рис. 3. Квадратная пластина, заделанная по одному краю и нагруженная распределенной нормальной нагрузкой:

1 - общий вид;
2 - упругая модель пластины

Построив МЖВР упругой модели пластины (см. рис. 3(2)) с использованием соотношений (11) - (12), запретив узловые вращения ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , и положив ϕ_4 , ϕ_5 , ϕ_6 равными $\frac{2\sigma}{E}$ (см. формулу (18)), определим упругую энергию деформирования модели

$$U_{\Phi} = \frac{1}{2} \Phi^T K \Phi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \phi_4, \phi_5, \phi_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \end{bmatrix} = \dots = \frac{3}{2} \frac{\sigma^2 \alpha h \Delta}{E}. \quad (20)$$

Условие $U_{\Phi} \ll U$ позволяет получить достаточно простую оценку неопределенного коэффициента α из формулы (11):

$$\frac{3}{2} \frac{\sigma^2 \alpha h \Delta}{E} \ll \frac{1}{6} \frac{\sigma^2 h \Delta}{E} \Leftrightarrow \alpha \ll \frac{1}{9}, \quad (21)$$

что хорошо согласуется с практическими рекомендациями, предлагаемыми в классической литературе по МКЭ.

Применение аналогичного приема к задаче о свободных колебаниях в плоскости наибольшей жесткости той же конструкции позволяет получить оценки для коэффициентов ММВР. Предполагается, что в пластине реализуются колебания, когда перемещения описываются функциями вида (17), приближенно соответствующими первой форме изгибных колебаний в плоскости наибольшей жесткости для заделанной балки и дающие амплитудное значение кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 h \rho \iint_{\Delta} (u^2(x, y) + v^2(x, y)) dS = \dots \approx \frac{11}{60} \omega^2 h \rho \frac{\sigma^2 \Delta^2}{E^2}. \quad (22)$$

Здесь ω - собственная частота; ρ - плотность материала КЭ.

Считая, что в каждый узел конечных элементов, составляющих модель (см. рис. 3(2)) помещен диск с моментом инерции I_r , определим амплитудное значение кинетической энергии модели:

$$T_{\Phi} = \frac{1}{2} \omega^2 [\phi_4, \phi_5, \phi_6] \begin{bmatrix} I_r \\ 4I_r \\ I_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \left(\frac{2\sigma}{E} \right)^2 \cdot 6 \cdot I_r. \quad (23)$$

Условие $T_{\Phi} \ll T$ к дает оценку $I_r \ll \frac{11}{720} \rho h \Delta^2$. (24)

В пятой главе представлены результаты решения ряда тестовых задач с использованием КЭ, предложенных в главе 3.

Введем обозначения: трехузловой плоский КЭ с 18-ю степенями свободы (КЭ18), шестиузловой оболочечный КЭ с 30-ю степенями свободы (КЭ30), - шестиузловой плоский КЭ с 36-ю степенями свободы (КЭ36). ММВР в зависимости от способа построения условимся обозначать I, II, III для упругой модели, метода штрафа и метода множителей Лагранжа соответственно.

Первая тестовая задача - определение НДС усеченной сферической

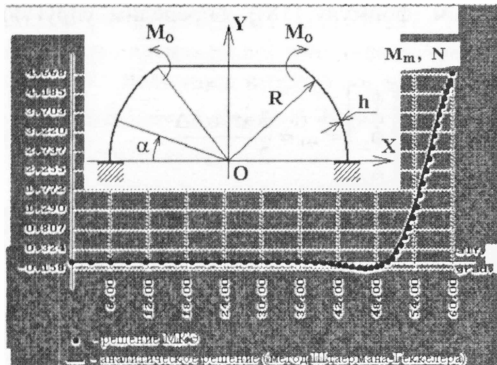


Рис. 4. Распределение меридионального момента по координате α

оболочки, заделанной по одному краю и нагруженной распределенным меридиональным моментом интенсивности 4,35Н по другому (рис. 4). Оболочка имеет следующие геометрические и жесткостные параметры: радиус $R=2,54\text{м}$; толщина $h=2,54\text{см}$; $\alpha \in [0, 60^\circ]$; модуль упругости $E=67,4\text{ГПа}$; коэффициент Пуассона $\mu=0,3$.

Относительная погрешность определения меридионального момента при использовании КЭ18I-III и КЭ36I-III, равная

7,4% для всех элементов, показывает хорошее соответствие аналитическому решению по методу Штаермана-Геккелера (см. рис. 4), не выявляя, однако, преимуществ использования какого-либо из перечисленных способов вычисления МЖВР.

С использованием КЭ361-III решена задача определения НДС составной трехслойной цилиндрической панели из КМ, свободно опертой по двум крайним образующим и нагруженной внешним давлением $p=0,6$ атм (рис. 5).

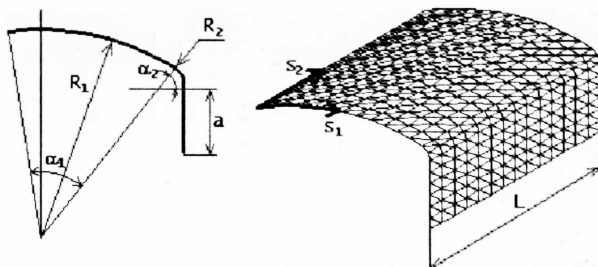


Рис. 5. Общий вид составной трехслойной панели

Панель имеет следующие геометрические размеры: радиусы наружной поверхности $R_1=2520$ мм, $R_2=150$ мм; центральные углы $\alpha_1=40^\circ 6'$; $\alpha_2=57^\circ 18'$; длина отрезка прямой $a=700$ мм; длина образующей $L=2000$ мм; толщины обшивок составляют 1,36 мм; заполнителя - 46 мм.

Структура укладки обшивок (от внутренней поверхности в сторону внешней нормали): $/90^\circ/+30^\circ/-30^\circ/0^\circ/0^\circ/-30^\circ/+30^\circ/90^\circ/$; отсчет углов от оси s_1 . Упругие характеристики однонаправленного материала: $E_1=182,5$ ГПа; $E_2=9,3$ ГПа; $G_{12}=4,6$ ГПа; $\nu_{12}=0,33$.

Заполнитель представляет собой соты из АМГ-10Н с характеристиками: $E_1=E_2=\nu_{12}=0$; $G_{13}=166,8$ МПа.

Результаты решения, приведенные в виде графиков (рис. 6) хорошо согласуются с решением, полученным при использовании квазиодномерных КЭ, построенных с использованием гипотез «ломаной нормали».

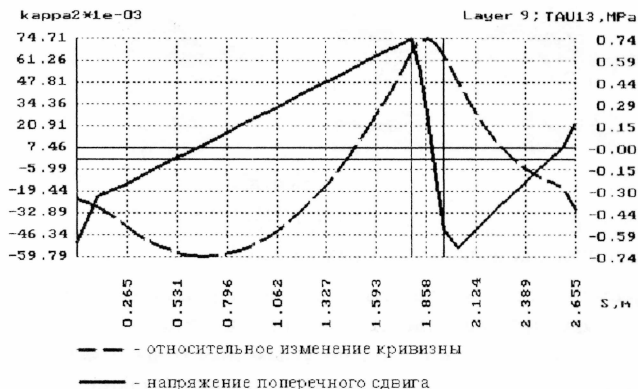


Рис. 6. Распределение относительного изменения кривизны и напряжения поперечного сдвига в заполнителе

В процессе тестирования было установлено, что вид МЖВР слабо влияет на результат при решении задач статике, но может быть определяющим в задачах динамики. Так, МЖВР КЭ36 в виде

$$K'_{\text{УУ}}, K'_{\text{УФ}} \equiv 0;$$

$$K'_{\text{ФФ}}[6 \times 6] = \alpha E h \Delta \begin{bmatrix} 1 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ & 1 & -0,2 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ & & 1 & -0,2 & -0,2 & -0,2 \\ & & & 1 & -0,2 & -0,2 \\ \text{Sym.} & & & & 1 & -0,2 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

доставляет устойчивое решение для задачи предыдущего примера. Попытки же решить методом Штурма задачу о свободных колебаниях незакрепленной цилиндрической панели выявили недопустимое (до 40% по сравнению с определенной экспериментально) снижение первой собственной частоты с увеличением числа КЭ. При этом вид формы колебаний не искажается. Данный результат численного эксперимента позволяет сделать вывод о необходимости динамического подхода к тестированию МЖВР.

Решение данной задачи получено с использованием КЭ36I-III. Для двух образцов, отличающихся структурой обшивок и толщиной заполнителя, проведено сравнение с экспериментальным исследованием по методу резонансных частот, выполненным в НИИСМ МГТУ им. Н.Э.Баумана. В процессе эксперимента был выявлен интересный эффект смены порядка следования 4 и 5-й форм для различных образцов; расчет МКЭ также отслеживает этот факт (рис. 7). Расхождение в значениях численных и экспериментальных результатов по значениям собственных частот не превысило 7,5%.

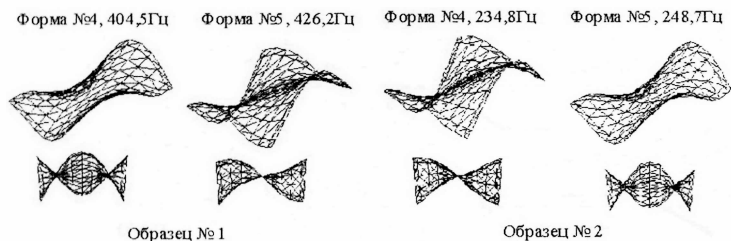


Рис. 7. Четвертая и пятая формы колебаний трехслойных цилиндрических незакрепленных панелей

Методом итераций в подпространстве получено решение задачи о собственных колебаниях произвольно ориентированных в пространстве плоских объектов: квадратной шарнирно опертой по углам пластины и заделанной балки. Анализ численных результатов показал, что максимальное влия-

ние вращение оказывает на колебания заделанной балки в плоскости ее наибольшей жесткости. Сравнение относительной погрешности определения частоты 1-го тона для различных КЭ и их МЖВР приведено в табл. 1.

Таблица 1.

Относительная погрешность определения собственных частот колебаний заделанной балки в плоскости наибольшей жесткости

Элемент	Число КЭ				
	4	16	64	256	1028
КЭ18I-III			66%	20%	4,9%
КЭ36I-III	1,4%	1,1%	0,9%	0,8%	

Результаты сравнительного анализа по критериям, указанным в табл. 2, позволяют сделать вывод о предпочтительном использовании при расчетах МЖВР, построенных методом штрафа.

Таблица 2.

Оценка эффективности применения плоских КЭ с различными МЖВР

Метод построения МЖВР	Сходимость получаемого решения	Нечувствительность к варьированию коэф-та α	Отсутствие сингулярности составляющей $K_{\Phi f}$
Упругая аналогия	+	+	-
Штраф	+	+	+
Множители Лагранжа	+	-	+

Результаты теста собственных значений, а именно наличие шести нулевых собственных чисел, также выявили преимущество МЖВР, построенных методом штрафа, в то время как КЭ с МЖВР, построенными методом упругой аналогии и методом множителей Лагранжа, имеют семь и пять нулевых собственных чисел соответственно.

В шестой главе представлены результаты компьютерного анализа прецизионной опорной конструкции ДПИ ATLAS из КМ, проведенного с применением изложенной в предыдущих главах методики.

Опорная конструкция ДПИ представляет собой два опорных кольца (толщина 21 мм, габаритные радиусы 562 и 1070 мм соответственно), соединенных между собой коаксиально расположенными цилиндрами длиной 1,5 м (рис. 8(1)).

Опорное кольцо (рис. 8(2)) фрезеруется из предварительно отформованной композитной плиты. Плита в форме круглой пластины изготавливается секториальной выкладкой слоев однонаправленного материала – углепластика КМУ-4Л. Цилиндры также изготавливаются выкладкой.

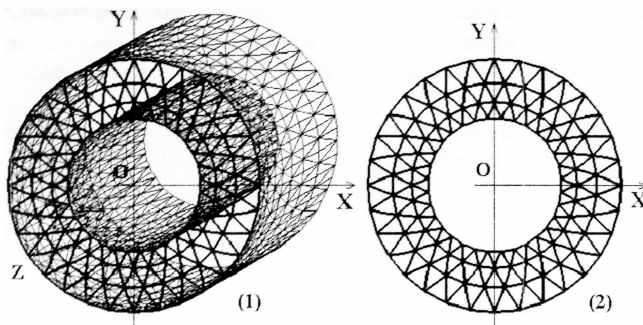


Рис 8. Опорная конструкция ДПИ ATLAS:

- 1 – общий вид;
2 – опорное кольцо

Конструкция предназначена для крепления регистрирующих модулей ДПИ в точках пересечения стержней опорных колец (общий вес $\approx 400\text{кг}$), а также детектора SCT (Semiconductor Tracker) в точках внутреннего горизонтального диаметра (общий вес $\approx 190\text{кг}$). Помимо силовых, конструкция в процессе эксплуатации воспринимает нагрузки, обусловленные изменением условий окружающей среды (изменение температуры и влажности). Предъявляются повышенные требования (в пределах десятков мкм) к точности позиционирования регистрирующих модулей, а следовательно, к величине перемещений узлов конструкции при действии указанных нагрузок.

	D_0			0°		6 слой
D_φ				$+\varphi$		5 слой
D_φ				$-\varphi$		4 слой
	D_φ			$+\varphi$		3 слой
	D_φ			$-\varphi$		2 слой
D_0				0°		1 слой

Сектор однонапр. армирования

Рис. 9. Структура материала для изготовления опорного кольца

В процессе исследований решены следующие проектные задачи:

- для изделия, получаемого секторной выкладкой слоев однонаправленного материала (рис. 9) проведена формализация структуры пакета, определены термомеханические характеристики стержней опорного кольца (рис. 10);
- с учетом предложенных углов армирования секторов однонаправленного материала сформулирована и решена задача минимизации перемещений в конструкции при различных видах нагружения, т. е. осуществлен рациональный выбор параметров армирования материала для изготовления опорного

кольца (см. рис. 10);

- произведен выбор схемы армирования цилиндров; предпочтение отдано квазиизотропной структуре $[0^0/90^0/45^0/-45^0]_n$;

- произведен ряд поверочных расчетов: опорных колец совместно с цилиндрами при силовом нагружении, а также нагрузках, вызванных изменением температуры и влагосодержания материала; определены собственные частоты и формы колебаний изолированного опорного кольца. Некоторые результаты этих расчетов представлены на рис. 11 - 13.

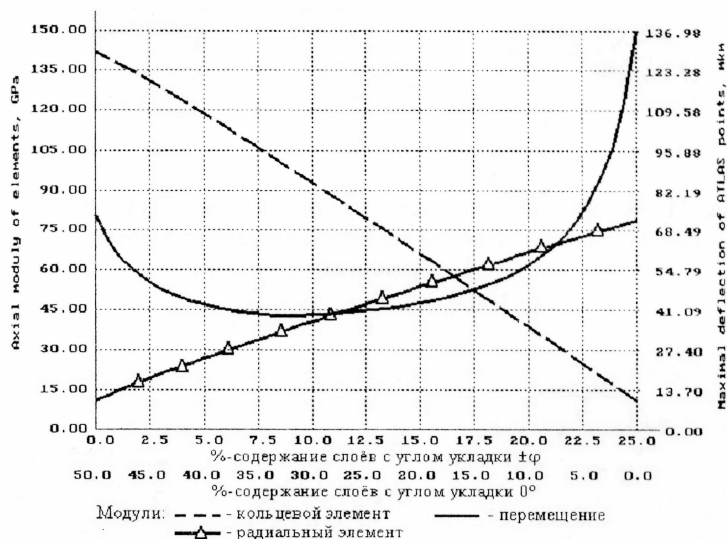


Рис. 10. Зависимость: продольного модуля упругости элементов; максимального отклонения деформированного контура при силовом нагружении от различных значений D_0 и D_φ

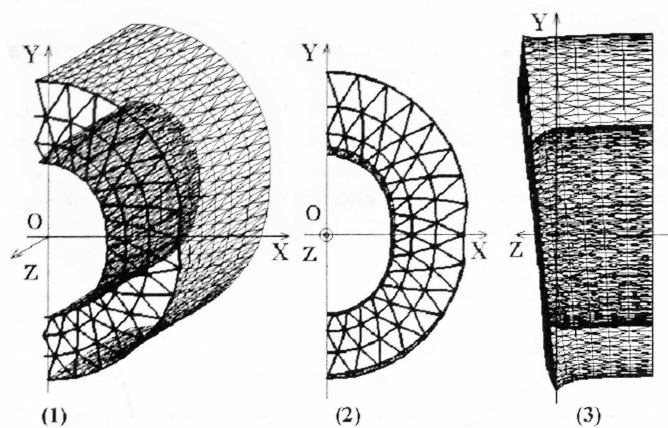


Рис. 11. Деформированный контур опорной конструкции ДПИ при линейном изменении величины нагрева по высоте:

- 1 - изометрия;
- 2 - вид со стороны оси OZ;
- 3 - вид со стороны оси OX

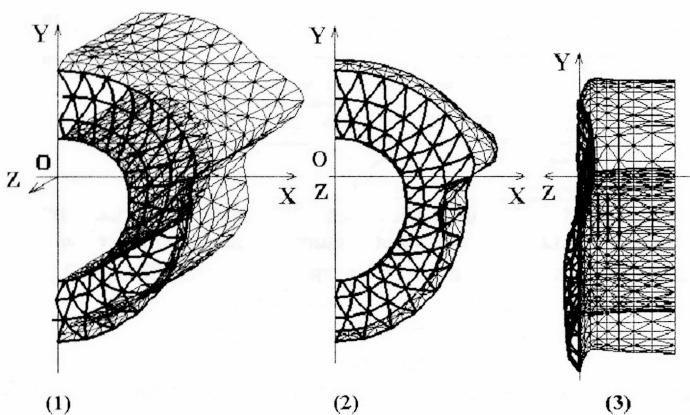


Рис. 12. Деформированный контур опорной конструкции ДПИ при силовом нагружении:

- 1 - изометрия;
- 2 - вид со стороны оси OZ;
- 3 - вид со стороны оси OX

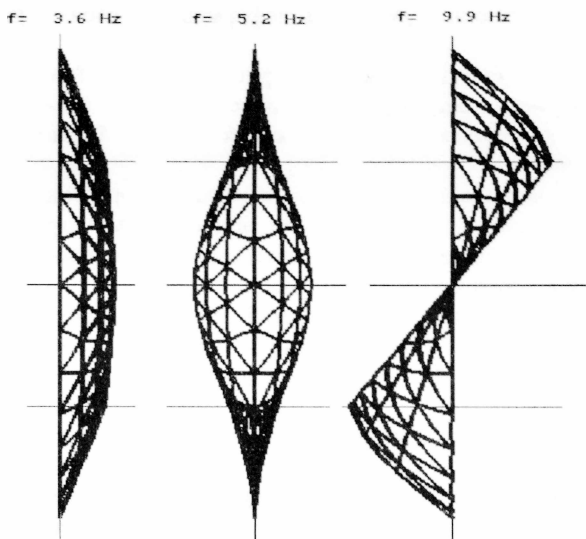


Рис. 13. Три первых формы колебаний
изолированного опорного кольца

Приложения содержат основные сведения, необходимые для реализации техники расчета произвольных оболочек с использованием плоских КЭ. В Приложениях 1 - 3 приводятся подробные алгоритмы построения собственно МЖЭ и ММ элементов: Приложение 1 – КЭ18; Приложение 2 – КЭ30; Приложение 3 – пространственный балочный двухузловой конечный элемент с 12-ю степенями свободы (КЭ12). В Приложении 2 приводится развитие КЭ30: построен плоский шестиузловой КЭ36. Приложение 4 посвящено проблеме преобразования глобальных матриц жесткости и масс элементов при переходе к новым степеням свободы в отдельном узле конструкции.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложены три способа построения МЖВР: первый основан на представлении КЭ как системы блоков с упругими связями, а два других используют введение в функционал энергии дополнительных составляющих.
2. На основе результатов конечно-элементного решения задач динамики, а также при помощи теста собственных значений проведено сравнение их свойств и эффективности, сделан вывод о предпочтительном использовании для построения МЖВР и ММВР метода штрафа.
3. Предложен новый треугольный КЭ: шестиузловой конечный элемент с 36-ю степенями свободы, построенный на основании гипотез Тимошенко-

Миндлина и позволяющий учитывать деформации в слоях с низкой сдвиговой жесткостью.

4. Получены аналитические оценки коэффициентов МЖВР и ММВР.

5. Получены решения ряда задач исследования НДС и задач о собственных колебаниях тонкостенных силовых конструкций из КМ, имеющих практическое приложение.

6. Произведен комплексный анализ прецизионной опорной конструкции ДПИ ATLAS: анализ поведения конструкции при силовом нагружении, при нагрузках, вызванных изменением температуры окружающей среды, а также при изменении влагосодержания материала.

7. Разработанные в процессе исследований программы конечно-элементного расчета внедрены на Обнинском научно-производственном предприятии «Технология».

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Баслык К.П., Попов Б.Г. Треугольный шестиузловой конечный элемент с 36-ю степенями свободы // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2002. - №3. - С. 3-14.

2. Попов Б.Г., Баслык К.П., Кварацхелия И.Н. Четырехугольный девятиузловой суперэлемент для решения задач статики, динамики и устойчивости многослойных пластин // Вестник МГТУ. Машиностроение. - 2002. - №4. - С. 30-45.

3. Баслык К.П. Проектирование радиаторов систем охлаждения – как иллюстрация решения трехмерной стационарной задачи теплопроводности сеточными методами // Научно-технические проблемы и интеллектуальные системы – 2003: Сборник научных трудов V Международной молодежной научно-технической конференции. - М., 2003. - Ч. 1. – С. 185-198.